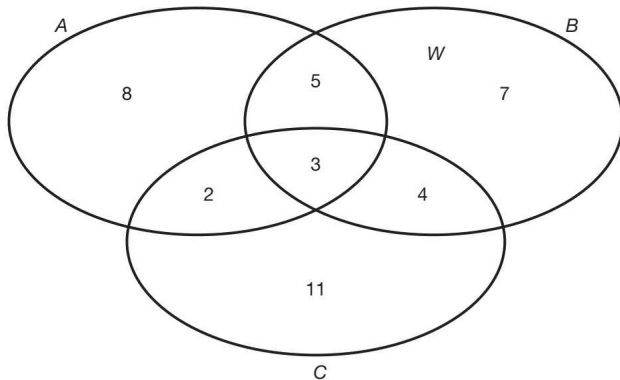


3 Kansrekening

Voorkennis Verzamelingen en combinatoriek

Bladzijde 92

- 1 Bij de gegevens kun je het Venn-diagram hieronder maken.



- a $\#(U) = 8 + 5 + 7 + 2 + 3 + 4 + 11 = 40$
 b $\#(A) = \#(U) - \#(A) = 40 - 18 = 22$
 c $\#(A \cup B) = 8 + 2 + 5 + 3 + 7 + 4 = 29$
 d $\#(\overline{A \cup B}) = \#(U) - \#(A \cup B) = 40 - 29 = 11$
 e $\#(\overline{A \cap B}) = 7 + 4 + 11 + 8 + 2 = 32$
 f $\#(A \setminus (B \cap C)) = 8 + 5 + 2 = 15$
 g $\#(\overline{A \setminus (B \cap C)}) = 11 + 7 = 18$
 h $\#(\overline{A \cap B}) = \#U - \#(A \cap B) = 40 - 8 = 32$
 i $\#(A \cap B) = 11$

Bladzijde 93

- 2 a Zie het rooster.
 $N(\text{minstens 9 ogen}) = 10$
 b Zie het rooster.
 $N(\text{met elke dobbelsteen evenveel ogen}) = 6$
 c Zie het rooster.
 $N(\text{product is hoogstens 6}) = 14$
 d Zie het rooster.
 $N(\text{som is even}) = 18$

6	c	d		d		d
			a	a	a	a b
5	d c		d		d	
				a	a b	a
4	c	d		d		d
				b	a	a
3	d c	c	d		d	
			b			a
2	c	d c	c	d		d
		b				
1	d c	c	d c	c	d c	c
	b					
	1	2	3	4	5	6

- 3 a aantal = $5^3 = 125$
 b aantal = $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$
 c aantal = $5^2 + 5^3 + 5^4 = 775$
 d aantal = $5 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 \cdot 3 = 85$
 e aantal = $1^2 \cdot 5^3 = 125$
 f aantal = $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 6$
- 4 a aantal = $2^{20} = 1\,048\,576$
 b aantal = $1^{14} \cdot 2^6 = 64$
 c Per rij zijn er $\binom{4}{1} = 4$ mogelijkheden met één zwart vakje.
 aantal = $4^5 = 1024$

d Per kolom zijn er $\binom{5}{2} = 10$ mogelijkheden met twee zwarte vakjes.

$$\text{aantal} = 10^4 = 10\,000$$

e $\text{aantal} = \binom{5}{1} \cdot \binom{5}{2} \cdot \binom{5}{3} \cdot \binom{5}{4} = 2500$

f Per rij zijn er $2^4 = 16$ mogelijkheden.

Per rij is er 1 mogelijkheid met 4 zwarte vakjes.

Dus per rij zijn er $16 - 1 = 15$ mogelijkheden met geen vier zwarte vakjes.

$$\text{aantal} = 15^5 = 759\,375$$

5 a 6 6 1 1 1 1 1

$$N(\text{twee zessen en vijf enen}) = \binom{7}{2} = 21$$

b $N(\text{geen enkele zes}) = 5^7 = 78\,125$

c 6 6 6 6 6 6 5

$$N(41 \text{ ogen}) = \binom{7}{1} = 7$$

d 6 6 6 6 6 6 4 $\binom{7}{6} = 7$ keer

6 6 6 6 6 5 5 $\binom{7}{5} = 21$ keer

$$N(40 \text{ ogen}) = 7 + 21 = 28$$

e 7 ogen 1 1 1 1 1 1 1 1 keer

8 ogen 1 1 1 1 1 1 2 $\binom{7}{6} = 7$ keer

9 ogen 1 1 1 1 1 1 3 $\binom{7}{6} = 7$

1 1 1 1 1 2 2 $\binom{7}{5} = 21$

$$N(\text{hoogstens 9 ogen}) = 1 + 7 + 7 + 21 = 36$$

3.1 Het kansbegrip

Bladzijde 94

1 a som is 7 1 + 6 6 + 1 2 + 5 5 + 2 3 + 4 4 + 3

$$\#(A) = 6$$

som is 9 3 + 6 6 + 3 4 + 5 5 + 4

$$\#(B) = 4$$

b Gebeurtenis A heeft de grootste kans, omdat er bij het gooien met twee dobbelstenen meer mogelijkheden zijn om 7 ogen te gooien dan om 9 ogen te gooien.

Bladzijde 95

2 a $G_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$G_2 = \{1, 2, 3, 4\}$$

b $A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

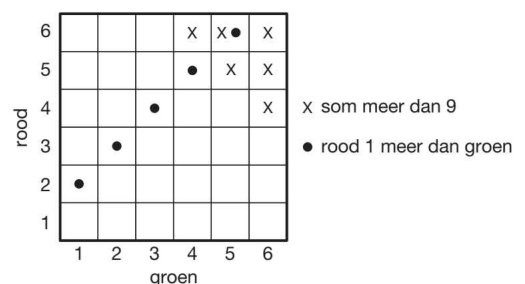
$$B = \{(6, 2), (6, 3), (6, 4), (5, 3), (5, 4), (4, 4)\}$$

$$C = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (4, 1)\}$$

3 a $\#(U) = 6 \cdot 6 = 36$ en $\#(A) = 4$, dus

$$P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

b $\#(B) = 6$, dus $P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$



c $\#(C) = 5$, dus $P(C) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

d $\#(D) = 5$, dus $P(D) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

6			x	•	•	•
5		x		•	•	•
4	x				•	•
3						x
2					x	
1				x		
	1	2	3	4	5	6

rood

groen

x verschil 3

• product minstens 20

Bladzijde 96

4 a $U = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$

b $A = \{(2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$

$\#(U) = 16$ en $\#(A) = 6$, dus $P(A) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

c $B = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (4, 1)\}$

$\#(U) = 16$ en $\#(B) = 8$, dus $P(B) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$.

5 a $\#(U) = 6 \cdot 6 = 36$

$\#(A) = 3$, dus $P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

b $\#(B) = 18$, dus $P(B) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$.

c $\#(C) = 6$, dus $P(C) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

d $\#(D) = 15$, dus $P(D) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

6		b		b	a	a b
5	b		b		b	a c
4		b		b	c	d
3	b		b	c	d	d
2		b	c	d	d	d
1	b	c	d	d	d	d
	1	2	3	4	5	6

groen

rood

6 a $\#(U) = 6 \cdot 6 = 36$

$\#(A) = 8$, dus $P(A) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

b $\#(B) = 4$, dus $P(B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

c $\#(C) = 33$, dus $P(C) = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$.

6	c	b c	c	a	c	
5	c	c	a	c	c	
4	c	a	c	b c	c	a
3	a	c	c	c	a	c
2	c	c	c	a	c	b c
1	c	c	a	c	c	c
	1	2	3	4	5	6

7 a De sectoren van de schijf zijn niet even groot.

b De sector van 3 is $\frac{1}{6}$ deel van de hele schijf.

$P(\text{pijl wijst 3 aan}) = \frac{1}{6}$

Bladzijde 97

- 8 a $\#(U) = 8 \cdot 4 = 32$
 $\#(A) = 4$, dus $P(A) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$.
 b $\#(B) = 4$, dus $P(B) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$.
 c $\#(C) = 9$, dus $P(C) = \frac{9}{32}$.
 d $\#(D) = 7$, dus $P(D) = \frac{7}{32}$.

4			d	c	d	c	c	c
3		d		a	b	b		
2	d		d				b	
1	a	d						b
	1	2	3	4	5	6	7	8

- 9 a $P(\text{even aantal punten}) = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$
 b $P(\text{aantal punten is drievoud}) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$
 c $P(\text{meer dan 15 punten}) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

		PUNTEN					
groen	6	19	14	21	16	23	18
	5	16	12	18	14	20	16
	4	13	10	15	12	17	14
	3	10	8	12	10	14	12
	2	7	6	9	8	11	10
	1	4	4	6	6	8	8
		1	2	3	4	5	6
		rood					

- 10 Roos — — — — — — — — — — —
 Saar — — — — — — — — — — —
 Tess — — — — — — — — — — —

Elk streepje staat voor het zingen van een regel.

Er wordt gedurende 14 tijdseenheden gezongen.

Gedurende 10 tijdseenheden zijn Roos, Saar en Tess alle drie aan het zingen.

$$\text{Dus } P(\text{Roos, Saar en Tess zijn alle drie aan het zingen}) = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}.$$

Bladzijde 98

- 11 a U heeft $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ elementen.
 b $U = \{(k, k, k), (k, k, m), (k, m, k), (m, k, k), (k, m, m), (m, k, m), (m, m, k), (m, m, m)\}$

- 12 a $\#(U) = 6^4 = 1296$

A : som is 22

$$6 \ 6 \ 6 \ 4 \quad \binom{4}{1} = 4 \text{ keer}$$

$$6 \ 6 \ 5 \ 5 \quad \binom{4}{2} = 6 \text{ keer}$$

$$\#(A) = 10$$

$$P(A) = \frac{10}{1296} = \frac{5}{648}$$

- b B : som minder dan 7

$$\text{som is 4:} \quad 1111 \quad 1 \text{ keer}$$

$$\text{som is 5:} \quad 1112 \quad \binom{4}{3} = 4 \text{ keer}$$

$$\text{som is 6:} \quad 1113 \quad \binom{4}{3} = 4 \text{ keer}$$

$$1122 \quad \binom{4}{2} = 6 \text{ keer}$$

$$\#(B) = 1 + 4 + 4 + 6 = 15$$

$$P(B) = \frac{15}{1296} = \frac{5}{432}$$

c C: het product van de ogen is 4

$$4\ 1\ 1\ 1 \quad \binom{4}{1} = 4 \text{ keer}$$

$$2\ 2\ 1\ 1 \quad \binom{4}{2} = 6 \text{ keer}$$

$$\#(C) = 10$$

$$P(C) = \frac{10}{1296} = \frac{5}{648}$$

Bladzijde 99

13 a $\#(U) = 2^4 = 16$

A: vier keer hetzelfde

$$A = \{(k, k, k, k), (m, m, m, m)\}$$

$$\#(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

b B: één keer kop

$$B = \{(k, m, m, m), (m, k, m, m), (m, m, k, m), (m, m, m, k)\}$$

$$\#(B) = 4$$

$$P(B) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

c C: meer dan één keer munt

$$\text{twee keer munt} \quad \text{mmkk} \quad \binom{4}{2} = 6 \text{ keer}$$

$$\text{drie keer munt} \quad \text{mmm k} \quad \binom{4}{3} = 4 \text{ keer}$$

$$\text{vier keer munt} \quad \text{mmmm} \quad 1 \text{ keer}$$

$$\text{Dus } \#(C) = 6 + 4 + 1 = 11.$$

$$P(C) = \frac{11}{16}$$

14 a $\#(U) = 6^3 = 216$

A: de som van de ogen is 5

$$A = \{(1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1), (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)\}$$

$$\#(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

b B: de som van de ogen is minder dan 7

$$\text{som is 3} \quad 111 \quad 1 \text{ keer}$$

$$\text{som is 4} \quad 112 \quad 3 \text{ keer}$$

$$\text{som is 5} \quad 113 \quad 3 \text{ keer}$$

$$122 \quad 3 \text{ keer}$$

$$\text{som is 6} \quad 114 \quad 3 \text{ keer}$$

$$123 \quad 3! = 6 \text{ keer}$$

$$222 \quad 1 \text{ keer}$$

$$\#(B) = 20$$

$$P(B) = \frac{20}{216} = \frac{5}{54}$$

c C: met elke dobbelsteen hetzelfde aantal ogen gooien

$$C = \{(1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3), (4, 4, 4), (5, 5, 5), (6, 6, 6)\}$$

$$\#(C) = 6$$

$$P(C) = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

15 a $\#(U) = 2^6 = 64$

A : vijf keer kop

$A = \{(k, k, k, k, k, m), (k, k, k, k, m, k), \dots\}$

$$\#(A) = \binom{6}{5} = 6$$

$$P(A) = \frac{6}{64} = \frac{3}{32}$$

b B : drie keer munt

$B = \{(m, m, m, k, k, k), (m, m, k, m, k, k), \dots\}$

$$\#(B) = \binom{6}{3} = 20$$

$$P(B) = \frac{20}{64} = \frac{5}{16}$$

c C : minder dan drie keer kop

nul keer kop mmmmmm 1 keer

één keer kop kmmmmm 6 keer

twee keer kop kkmmmm $\binom{6}{2} = 15$ keer

$$\#(C) = 1 + 6 + 15 = 22$$

$$P(C) = \frac{22}{64} = \frac{11}{32}$$

16 a $\#(U) = 6^5 = 7776$

A : twee vijven en drie zessen

$$55666 \quad \binom{5}{2} = 10 \text{ keer}$$

$$\#(A) = 10$$

$$P(A) = \frac{10}{7776} = \frac{5}{3888}$$

b B : de som van de ogen is minder dan 8

som is 5 11111 1 keer

som is 6 11112 5 keer

som is 7 11113 5 keer

11122 $\binom{5}{3} = 10$ keer

$$\#(B) = 21$$

$$P(B) = \frac{21}{7776} = \frac{7}{2592}$$

c C : drie enen, een twee en een vier

$$11124 \quad \binom{5}{3} \cdot \binom{2}{1} = 20 \text{ keer}$$

$$\#(C) = 20$$

$$P(C) = \frac{20}{7776} = \frac{5}{1944}$$

d D : het product van de ogen is 12

$$11126 \quad \binom{5}{3} \cdot \binom{2}{1} = 20 \text{ keer}$$

$$11134 \quad \binom{5}{3} \cdot \binom{2}{1} = 20 \text{ keer}$$

$$11223 \quad \binom{5}{2} \cdot \binom{3}{2} = 30$$

$$\#(D) = 70$$

$$P(D) = \frac{70}{7776} = \frac{35}{3888}$$

- 17 Het aantal mogelijke uitkomsten is $\binom{15}{3} = 455$.

gunstige uitkomsten: 12 2 1
 11 3 1
 10 4 1
 10 3 2
 9 5 1
 9 4 2
 8 6 1
 8 5 2
 8 4 3
 7 6 2
 7 5 3
 6 5 4

$$P(\text{som } 15) = \frac{12}{455}$$

3.2 Empirische kansen

Bladzijde 101

18 a	aantal keer gooien N	50	100	150	200	250	300	500	1000
	frequentie f	31	61	89	114	141	174	282	579
	relatieve frequentie $\frac{f}{N}$	0,62	0,61	0,59	0,57	0,56	0,58	0,56	0,58

- b De beste schatting krijg je door alle worpen te nemen.

$$P(\text{punt omhoog}) = \frac{31 + 61 + 89 + 114 + 141 + 174 + 282 + 579}{50 + 100 + 150 + 200 + 250 + 300 + 500 + 1000} = \frac{1471}{2550} \approx 0,58$$

- c Als geldt $P(\text{punt van punaise ligt omhoog}) = \frac{1}{2}$, mag je bij 2550 worpen rond de 1275 worpen met de punt omhoog verwachten. Hiervan wijkt 1471 wel erg veel af.
 Je kunt dus niet zeggen dat $P(\text{punt omhoog}) = \frac{1}{2}$.

Bladzijde 103

- 19 a $P(\text{maximumtemperatuur minstens } 15^\circ\text{C}) = \frac{39 + 31}{103} \approx 0,68$

b $P(\text{minder dan } 5,0 \text{ mm regen}) = \frac{46 + 15 + 24}{103} \approx 0,83$

c $P(\text{minstens } 1 \text{ uur zon}) = \frac{30 + 34 + 22}{103} \approx 0,83$

- 20 a $P(\text{meer dan } 3 \text{ minuten te laat}) = 0,2 + 0,2 = 0,4$

b $P(\text{minstens } 2 \text{ minuten, maar niet meer dan } 4 \text{ minuten te laat}) = 0,15 + 0,25 + 0,2 = 0,6$

c $P(\text{minder dan } 2 \text{ minuten te laat}) = 0,15 + 0,05 = 0,2$

Bladzijde 104

- 21 a empirische kans
 b theoretische kans
 c empirische kans
 d theoretische kans
 e empirische kans

- 22 a $P(\text{georganiseerde reis naar België}) = \frac{699}{2633} \approx 0,265$

b $P(\text{niet-georganiseerde reis naar België}) = \frac{411}{1067} \approx 0,385$

- c $P(\text{niet-georganiseerde reis naar België}) \approx 0,385 > P(\text{georganiseerde reis naar België}) \approx 0,265$,
 dus bij de niet-georganiseerde reizen is België een populairdere bestemming dan bij de georganiseerde reizen.

Bladzijde 107

- 23** a $P(\text{uit west}) = \frac{2581}{8527} \approx 0,303$
- b $P(\text{naar oost}) = \frac{2970}{8527} \approx 0,348$
- c $P(\text{naar west} \mid \text{uit noord}) = \frac{982}{2088} \approx 0,470$
- d $P(\text{recht door}) = \frac{53 + 1711 + 51 + 1682}{8527} \approx 0,410$
- e $P(\text{linksaf}) = P(N \rightarrow O \text{ of } O \rightarrow Z \text{ of } Z \rightarrow W \text{ of } W \rightarrow N) = \frac{1053 + 154 + 830 + 408}{8527} \approx 0,287$
- f $P(\text{naar noord} \mid \text{uit west}) = \frac{408}{2581} \approx 0,158$
- g $P(\text{uit west}) = \frac{2581}{8527}$, dus verwachte aantal is $\frac{2581}{8527} \cdot 7520 \approx 2276$.
- 24** a $P(\text{minstens 17 jaar}) = \frac{82}{496} \approx 0,165$
- b $P(\text{wel 17, maar niet 18}) = \frac{82 - 59}{496} \approx 0,046$
- c $P(\text{van 15 jaar ook 18 jaar}) = \frac{59}{169} \approx 0,349$
- d $P(\text{van 19 jaar binnen een jaar verdwijnt}) = \frac{42 - 32}{42} \approx 0,238$
- e $P(\text{van 16 jaar binnen drie jaar verdwijnt}) = \frac{118 - 42}{118} \approx 0,644$

Bladzijde 108

- 25** a $P(\text{dertigjarige wordt 60}) = \frac{845\,134}{983\,378} \approx 0,859$
- b $P(\text{dertigjarige sterft voor zijn 40}^{\text{e}}) = \frac{983\,378 - 967\,252}{983\,378} \approx 0,016$
- c $P(\text{tachtigjarige wordt minstens 95}) = \frac{11\,472}{344\,752} \approx 0,033$
- d $P(\text{pasgeboren baby sterft voor zijn dertigste}) = \frac{1\,000\,000 - 983\,378}{1\,000\,000} \approx 0,017$
- e $P(\text{zestigjarige haalt wel zijn 70}^{\text{e}}, \text{ maar niet zijn 80}^{\text{e}}) = \frac{659\,273 - 344\,752}{845\,134} \approx 0,372$
- 26** a $P(\text{passagier reist minder dan 20 km}) = \frac{14}{83}$
- b $P(\text{met voordeelurenabonnement} \mid \text{reist 20 tot 40 km}) = \frac{9}{20}$
- c $P(\text{reist 20 tot 40 km} \mid \text{zonder voordeelurenabonnement}) = \frac{11}{46}$

Bladzijde 109

- 27 gerechtigden die niet worden toegelaten $0,015 \cdot 800 = 12$
 gerechtigden die worden toegelaten $800 - 12 = 788$
 niet gerechtigden die worden toegelaten $0,025 \cdot 400 = 10$
 niet gerechtigden die niet worden toegelaten $400 - 10 = 390$

	toegelaten	niet toegelaten	
gerechtigd	788	12	800
niet gerechtigd	10	390	400
	798	402	1200

$$P(\text{ten onrechte geweigerd} \mid \text{niet toegelaten}) = \frac{12}{402} \approx 0,030$$

Bladzijde 110

- 28 Alec: 40% van 1500 is 600 en 5% van 600 is 30
 Bram: 50% van 1500 is 750 en 8% van 750 is 60
 Cas: 10% van 1500 is 150 en 2% van 150 is 3

	Alec	Bram	Cas	
vraag beantwoord	570	690	147	1407
vraag niet beantwoord	30	60	3	93
	600	750	150	1500

a $P(\text{vraag is beantwoord}) = \frac{1407}{1500} = 0,938$

b $P(\text{Alec} \mid \text{beantwoord}) = \frac{570}{1407} \approx 0,405$

c $P(\text{Cas} \mid \text{niet beantwoord}) = \frac{3}{93} \approx 0,032$

- 29 tweedehands Europees $0,640 \cdot 2895 \approx 1853$
 tweedehands Amerikaans $0,083 \cdot 2895 \approx 240$
 tweedehands overig $2895 - 1853 - 240 = 802$
 nieuw Europees $0,723 \cdot (4157 - 2895) \approx 912$
 nieuw overig $0,156 \cdot (4157 - 2895) \approx 197$
 nieuw Amerikaans $(4157 - 2895) - 912 - 197 = 153$

	Europees	Amerikaans	overig	
nieuwe	912	153	197	1262
tweedehands	1853	240	802	2895
	2765	393	999	4157

a $P(\text{nieuwe Europese auto}) = \frac{912}{4157} \approx 0,219$

b $P(\text{nieuw} \mid \text{Europees}) = \frac{912}{2765} \approx 0,330$

c $P(\text{tweedehands} \mid \text{Amerikaans}) = \frac{240}{393} \approx 0,611$

- 30 a kanker en positieve uitslag $0,82 \cdot 350 = 287$
 kanker en negatieve uitslag $350 - 287 = 63$
 geen kanker en positieve uitslag $0,16 \cdot (2500 - 350) = 344$
 geen kanker en negatieve uitslag $(2500 - 350) - 344 = 1806$

	positieve uitslag	negatieve uitslag	
kanker	287	63	350
geen kanker	344	1806	2150
	631	1869	2500

$$P(\text{kanker} \mid \text{positieve uitslag}) = \frac{287}{631} \approx 0,455$$

- b 14% van 2500 is $0,14 \cdot 2500 = 350$.

Dus wordt een groep van 2500 personen onderzocht dan hebben er 350 kanker.

kanker en positieve uitslag $0,90 \cdot 350 = 315$
 geen kanker $2500 - 350 = 2150$

	positieve uitslag	totaal
kanker	315	350
geen kanker	x	2150
	$315 + x$	2500

$$P(\text{positieve uitslag heeft kanker}) = \frac{315}{315 + x}, \text{ dus los op}$$

$$\frac{315}{315 + x} = 0,95$$

$$0,95(315 + x) = 315$$

$$299,25 + 0,95x = 315$$

$$0,95x = 15,75$$

$$x = \frac{15,75}{0,95} \approx 16,57...$$

$$\frac{N(\text{positieve uitslag, geen kanker})}{N(\text{geen kanker})} = \frac{16,57...}{2150} \approx 0,008$$

Dus het genoemde percentage van 16% moet 0,8% worden.

Bladzijde 111

31 $P(A) = \frac{520}{970} = \frac{52}{97}$

$$P(A \mid B) = \frac{208}{388} = \frac{52}{97}$$

Bladzijde 112

32 a $P(\text{bloedgroep 0} \mid \text{Rh}^+) = \frac{1250}{1700} \approx 0,735$ } niet gelijk
 $P(\text{bloedgroep 0}) = \frac{1500}{2000} = 0,75$ }

Dus bloedgroep 0 en Rh^+ zijn afhankelijke gebeurtenissen.

33 a

	bloedgroep		totaal
	A	niet A	
Rh ⁺	x		170
Rh ⁻			30
totaal	60	140	200

Er geldt $P(\text{Rh}^+ | A) = P(\text{Rh}^+)$.

Dus $\frac{x}{60} = \frac{170}{200}$ ofwel $x = \frac{60 \cdot 170}{200} = 51$.

Dit geeft de volgende tabel.

	bloedgroep		totaal
	A	niet A	
Rh ⁺	51	119	170
Rh ⁻	9	21	30
totaal	60	140	200

b $P(\text{bloedgroep A en Rh}^-) = \frac{9}{200} = 0,045$

c $P(A | \text{Rh}^+) = \frac{51}{170} = 0,3$

3.3 Het vaasmodel en de productregel

Bladzijde 114

- 34 a** Eva zou meerdere keren eenzelfde persoon kunnen aanwijzen.
b Wilco houdt er geen rekening mee dat het drietal A, B en C hetzelfde is als het drietal A, C en B of B, A en C of B, C en A of C, A en B of C, B en A.
c Het aantal drietallen is $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3!} = 120$.

Bladzijde 116

35 $P(\text{geen rode knikkers}) = \frac{\binom{8}{0} \cdot \binom{7}{5}}{\binom{15}{5}}$

36 a $P(3 \text{ rode}) = \frac{\binom{7}{3}}{\binom{21}{3}} \approx 0,026$

b $P(\text{geen groene}) = \frac{\binom{15}{3}}{\binom{21}{3}} \approx 0,342$

c $P(2 \text{ rode en 1 witte}) = \frac{\binom{7}{2} \cdot \binom{8}{1}}{\binom{21}{3}} \approx 0,126$

d $P(2 \text{ witte}) = \frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{13}{1}}{\binom{21}{3}} \approx 0,274$

$$\textbf{37 a } P(3 \text{ witte en 3 blauwe}) = \frac{\binom{32}{3} \cdot \binom{12}{3}}{\binom{62}{6}} \approx 0,018$$

$$\textbf{b } P(\text{geen witte}) = \frac{\binom{30}{6}}{\binom{62}{6}} \approx 0,010$$

$$\textbf{c } P(4 \text{ witte}) = \frac{\binom{32}{4} \cdot \binom{30}{2}}{\binom{62}{6}} \approx 0,254$$

$$\textbf{d } P(1 \text{ rode}) = \frac{\binom{18}{1} \cdot \binom{44}{5}}{\binom{62}{6}} \approx 0,318$$

Bladzijde 117

$$\textbf{38 a } P(4 \text{ rode en 4 zwarte}) = \frac{\binom{16}{4} \cdot \binom{16}{4}}{\binom{32}{8}} \approx 0,315$$

$$\textbf{b } P(4 \text{ azen}) = \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{28}{4}}{\binom{32}{8}} \approx 0,002$$

$$\textbf{c } P(\text{geen schoppen}) = \frac{\binom{24}{8}}{\binom{32}{8}} \approx 0,070$$

$$\textbf{d } P(\text{klaveren 7, 8, 9, 10 en verder geen klaveren}) = \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{24}{4}}{\binom{32}{8}} \approx 0,001$$

- 39 a** Vaas met 60 knikkers waarvan 1 rood (hoofdprijs), 5 wit (tweede prijzen) en 54 zwart. Dennis pakt 5 knikkers.

$$\textbf{b } P(2 \text{ tweede prijzen}) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{54}{3}}{\binom{60}{5}} \approx 0,045$$

$$\textbf{c } P(\text{hoofdprijs en 1 tweede prijs}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{54}{3}}{\binom{60}{5}} \approx 0,023$$

$$40 \text{ a } P(\text{Monique 1 prijs}) = \frac{\binom{10}{1} \cdot \binom{30}{2}}{\binom{40}{3}} \approx 0,440$$

$$\text{b } P(\text{Barbara 2 tweede prijzen}) = \frac{\binom{7}{2} \cdot \binom{33}{2}}{\binom{40}{4}} \approx 0,121$$

$$\text{c } P(\text{geen van beiden prijs}) = \frac{\binom{30}{7}}{\binom{40}{7}} \approx 0,109$$

$$\text{d } P(\text{Barbara 4 prijzen}) = \frac{\binom{10}{4}}{\binom{40}{4}} \approx 0,002$$

41 a Vaas met 26 knikkers waarvan 4 rood (de letters b, o, e en k).

$$P(\text{boek}) = \frac{\binom{4}{4}}{\binom{26}{4}} = \frac{1}{14950}$$

b Vaas met 26 knikkers waarvan 3 rood (b, a en k).

$$P(\text{bak}) = \frac{\binom{3}{3} \cdot \binom{23}{1}}{\binom{26}{4}} = \frac{1}{650}$$

c Vaas met 26 knikkers waarvan 2 rood (d en e).

$$P(\text{de}) = \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{24}{2}}{\binom{26}{4}} = \frac{6}{325}$$

$$42 \text{ a } P(\text{alle zes even}) = \frac{\binom{22}{6}}{\binom{45}{6}} \approx 0,009$$

$$\text{b } P(\text{alle getallen kleiner dan 20}) = \frac{\binom{19}{6}}{\binom{45}{6}} \approx 0,003$$

$$\text{c } P(\text{kleinste getal groter dan 5}) = P(\text{alle getallen groter dan 5}) = \frac{\binom{40}{6}}{\binom{45}{6}} \approx 0,471$$

d Vaas met 45 knikkers waarvan 1 rood (37), 36 wit (getallen kleiner dan 37) en 8 zwart (de rest).

$$P(\text{het grootste getal is 37}) = P(37 \text{ en 5 getallen kleiner dan 37}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{36}{5}}{\binom{45}{6}} \approx 0,046$$

- e Vaas met 45 knikkers waarvan 1 rood (35), 1 groen (10), 24 wit (getallen tussen de 10 en 35) en de rest zwart.

$$P(\text{grootste getal is 35, kleinste getal is 10, 4 getallen hiertussen}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{24}{4}}{\binom{45}{6}} \approx 0,001$$

Bladzijde 118

- 43 Vaas met 20 knikkers waarvan 2 rood (de defecte lampen) en 18 groen.

$$P(\text{goedgekeurd}) = P(4 \text{ goede}) = \frac{\binom{18}{4}}{\binom{20}{4}} \approx 0,632$$

- 44 Vaas met 500 knikkers waarvan 10 rood (de appels met een rotte plek) en 490 groen. Marloes pakt 25 knikkers uit de vaas.

$$P(\text{alle appels gaaf}) = \frac{\binom{490}{25}}{\binom{500}{25}} \approx 0,596$$

- 45 a Vaas met 125 knikkers waarvan 4 rood (de leerlingen die bloedgroep AB hebben) en 121 groen. Pak 24 knikkers uit de vaas (de 24 leerlingen die naar Praag gaan).

$$P(\text{leerlingen naar Praag hebben niet bloedgroep AB}) = \frac{\binom{121}{24}}{\binom{125}{24}} \approx 0,421$$

- b Vaas met 125 knikkers waarvan 57 rood (de leerlingen die bloedgroep 0 hebben) 68 groen. Pak 38 knikkers uit de vaas (de 38 leerlingen die naar Londen gaan).

$$P(\text{de helft van de leerlingen naar Londen heeft bloedgroep 0}) = \frac{\binom{57}{19} \cdot \binom{68}{19}}{\binom{125}{38}} \approx 0,125$$

- c Vaas met 125 knikkers waarvan 4 rood (de leerlingen die bloedgroep AB hebben) en de rest groen. Pak 36 knikkers uit de vaas (de 36 leerlingen die naar Parijs gaan).

$$P(\text{alle leerlingen met bloedgroep AB gaan naar Parijs}) = \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{121}{32}}{\binom{125}{36}} \approx 0,006$$

- d Vaas met 125 knikkers waarvan 64 rood (de leerlingen met bloedgroep A of bloedgroep B) en de rest groen. Pak 27 knikkers uit de vaas (de 27 leerlingen die naar Berlijn gaan).

$$P(\text{een kwart van de leerlingen met bloedgroep A of bloedgroep B gaat naar Berlijn}) = \frac{\binom{64}{16} \cdot \binom{61}{11}}{\binom{125}{27}} \approx 0,111$$

Bladzijde 120

- 46 a $P(\text{drie rode}) = P(r r r) = \frac{2}{9} \times \frac{3}{7} \times \frac{4}{8} \approx 0,048$

b $P(\text{geen enkele rode}) = P(\bar{r} \bar{r} \bar{r}) = \frac{7}{9} \times \frac{4}{7} \times \frac{4}{8} \approx 0,222$

c $P(\text{geen enkele blauwe}) = P(\bar{b} \bar{b} \bar{b}) = \frac{5}{9} \times 1 \times \frac{6}{8} \approx 0,417$

d $P(\text{twee blauwe en een groene}) = P(b g b) = \frac{4}{9} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{8} \approx 0,032$

- 47 a $P(\text{twee witte}) = P(w w) = \frac{5}{10} \times \frac{2}{5} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$
 b $P(\text{een blauwe en een rode}) = P(r b) = \frac{2}{10} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{50} = \frac{2}{25}$
 c $P(\text{een witte en een groene}) = \frac{5}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$
 d $P(\text{geen enkele blauwe}) = P(\bar{b} \bar{b}) = \frac{7}{10} \times \frac{3}{5} = \frac{21}{50}$
 e $P(\text{geen enkele rode}) = P(\bar{r} \bar{r}) = \frac{8}{10} \times 1 = \frac{4}{5}$
- 48 a $P(\text{drie bananen}) = P(b b b) = \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$
 b $P(\text{geen kersen}) = P(\bar{k} \bar{k} \bar{k}) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$
 c $P(\text{twee citroenen en een banaan}) = P(c c b) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$
 d $P(\text{drie citroenen}) = P(c c c) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times 0 = 0$
- 49 a $P(\text{met elke dobbelsteen minder dan 5 ogen}) = P(< 5 < 5 < 5) = \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{64}{216} = \frac{8}{27}$
 b $P(\text{met geen enkele dobbelsteen 5 ogen}) = P(\bar{5} \bar{5} \bar{5}) = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$
 c $P(\text{met elke dobbelsteen meer dan 4 ogen}) = P(> 4 > 4 > 4) = \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{8}{216} = \frac{1}{27}$
- 50 a $P(\text{met geen enkele dobbelsteen 4 ogen}) = P(\bar{4} \bar{4} \bar{4}) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{81}{256}$
 b $P(\text{met elke dobbelsteen minder dan 3 ogen}) = P(< 3 < 3 < 3) = \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{16}{256} = \frac{1}{16}$
 c $P(\text{in totaal 4 ogen}) = P(1 1 1 1) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{256}$

3.4 De somregel en de complementregel

Bladzijde 122

- 51 a $A = \{(1, 2), (2, 1)\}$, dus $P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.
 $B = \{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\}$, dus $P(B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.
 $P(A \cup B) = \frac{5}{36}$
 b Ja
 c $C = \{(1, 4), (2, 2), (4, 1)\}$, dus $P(C) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.
 $B \cup C = \{(1, 3), (2, 2), (3, 1), (1, 4), (4, 1)\}$
 $P(B \cup C) = \frac{5}{36}$
 $P(B) + P(C) = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$
 Dus $P(B \cup C) \neq P(B) + P(C)$.

Bladzijde 123

- 52 De twee breuken in het voorbeeld zijn gelijknamig, je kunt dus eerst de tellers optellen. Het voordeel is dat je minder hoeft in te tikken.

- 53 a $P(3 \text{ of } 4 \text{ azen}) = P(3 \text{ azen}) + P(4 \text{ azen}) = \frac{\binom{4}{3} \cdot \binom{28}{5}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{28}{4}}{\binom{32}{8}} \approx 0,039$
 b $P(\text{minder dan 3 schoppen}) = P(0 \text{ schoppen}) + P(1 \text{ schoppen}) + P(2 \text{ schoppen}) =$
 $\frac{\binom{24}{8}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{1} \cdot \binom{24}{7}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{24}{6}}{\binom{32}{8}} \approx 0,691$

$$54 \text{ a } P(2 \text{ of } 3 \text{ rode}) = P(2 \text{ rode}) + P(3 \text{ rode}) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{1}}{\binom{10}{3}} + \frac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} \approx 0,333$$

$$\text{b } P(\text{minder dan } 2 \text{ groene}) = P(0 \text{ groene}) + P(1 \text{ groene}) = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} + \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{2}}{\binom{10}{3}} \approx 0,667$$

$$55 \text{ a } P(\text{minder dan } 2 \text{ meisjes}) = P(0 \text{ meisjes}) + P(1 \text{ meisje}) = \frac{\binom{13}{4}}{\binom{28}{4}} + \frac{\binom{15}{1} \cdot \binom{13}{3}}{\binom{28}{4}} \approx 0,244$$

$$\text{b } P(\text{niet enkel en alleen jongens of meisjes}) = P(1 \text{ j en } 3 \text{ m}) + P(2 \text{ j en } 2 \text{ m}) + P(3 \text{ j en } 1 \text{ m}) =$$

$$\frac{\binom{13}{1} \cdot \binom{15}{3}}{\binom{28}{4}} + \frac{\binom{13}{2} \cdot \binom{15}{2}}{\binom{28}{4}} + \frac{\binom{13}{3} \cdot \binom{15}{1}}{\binom{28}{4}} \approx 0,898$$

$$56 \text{ a } P(\text{meer dan } 8 \text{ ondervraagden minder dan } 5 \text{ km}) = P(9 \text{ minder dan } 5 \text{ km}) + P(10 \text{ minder dan } 5 \text{ km}) =$$

$$\frac{\binom{29}{9} \cdot \binom{24}{1}}{\binom{53}{10}} + \frac{\binom{29}{10}}{\binom{53}{10}} \approx 0,013$$

$$\text{b } P(\text{minder dan } 3 \text{ vrouwen}) = P(0 \text{ vrouwen}) + P(1 \text{ vrouw}) + P(2 \text{ vrouwen}) =$$

$$\frac{\binom{37}{10}}{\binom{53}{10}} + \frac{\binom{16}{1} \cdot \binom{37}{9}}{\binom{53}{10}} + \frac{\binom{16}{2} \cdot \binom{37}{8}}{\binom{53}{10}} \approx 0,358$$

$$\text{c } P(2 \text{ vrouwen die } 5 \text{ km of meer van het werk af wonen}) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{48}{8}}{\binom{53}{10}} \approx 0,194$$

$$57 \text{ a } P(4 \text{ witte}) = \frac{\binom{10}{4}}{\binom{22}{4}} \approx 0,029$$

$$\text{b } P(\text{minder dan } 4 \text{ witte}) = P(0 \text{ witte}) + P(1 \text{ witte}) + P(2 \text{ witte}) + P(3 \text{ witte}) =$$

$$\frac{\binom{10}{0} \cdot \binom{12}{4}}{\binom{22}{4}} + \frac{\binom{10}{1} \cdot \binom{12}{3}}{\binom{22}{4}} + \frac{\binom{10}{2} \cdot \binom{12}{2}}{\binom{22}{4}} + \frac{\binom{10}{3} \cdot \binom{12}{1}}{\binom{22}{4}} \approx 0,971$$

Bladzijde 125

$$58 \text{ a } P(\text{minstens } 1 \text{ aas}) = 1 - P(\text{geen aas}) = 1 - \frac{\binom{28}{8}}{\binom{32}{8}} \approx 0,705$$

$$\text{b } P(\text{hoogstens } 6 \text{ zwart}) = 1 - P(7 \text{ of } 8 \text{ zwart}) = 1 - \left(\frac{\binom{16}{7} \cdot \binom{16}{1}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{16}{8}}{\binom{32}{8}} \right) \approx 0,981$$

$$\text{c } P(\text{geen aas of 10}) = \frac{\binom{24}{8}}{\binom{32}{8}} \approx 0,070$$

$$\text{59 a } P(\text{minstens 1 prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \frac{\binom{21}{3}}{\binom{25}{3}} \approx 0,422$$

$$\text{b } P(\text{niet 3 prijzen}) = 1 - P(3 \text{ prijzen}) = 1 - \frac{\binom{4}{3}}{\binom{25}{3}} \approx 0,998$$

$$\text{c } P(2 \text{ prijzen}) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{21}{1}}{\binom{25}{3}} \approx 0,055$$

$$\text{d } P(\text{geen prijs}) = \frac{\binom{21}{3}}{\binom{25}{3}} \approx 0,578$$

- 60 a** $P(\text{som geen 5}) = 1 - P(\text{som is 5})$
 Het totale aantal uitkomsten is $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$.
 Er zijn zes uitkomsten met som is 5, namelijk 113, 131, 311, 221, 212, 122.
 $P(\text{som geen 5}) = 1 - P(\text{som is 5}) = 1 - \frac{6}{216} \approx 0,972$
- b** $P(\text{som minder dan 17}) = 1 - P(\text{som is 17 of 18})$
 Er zijn vier uitkomsten met som is 17 of 18, namelijk 665, 656, 566, 666.
 $P(\text{som minder dan 17}) = 1 - P(\text{som is 17 of 18}) = 1 - \frac{4}{216} \approx 0,981$

Bladzijde 126

$$\text{61 a } P(\text{minstens 1 groene}) = 1 - P(0 \text{ groene}) = 1 - \frac{\binom{9}{3}}{\binom{12}{3}} \approx 0,618$$

$$\text{b } P(\text{hoogstens 2 blauwe}) = 1 - P(3 \text{ blauwe}) = 1 - \frac{\binom{5}{3}}{\binom{12}{3}} \approx 0,955$$

$$\text{c } P(\text{drie verschillende kleuren}) = \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{12}{3}} \approx 0,273$$

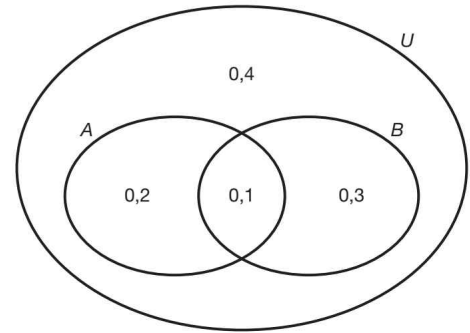
$$\text{d } P(\text{alle drie dezelfde kleur}) = P(3 \text{ gele}) + P(3 \text{ groene}) + P(3 \text{ blauwe}) = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{12}{3}} + \frac{\binom{3}{3}}{\binom{12}{3}} + \frac{\binom{5}{3}}{\binom{12}{3}} \approx 0,068$$

- 62 a** $P(\text{geen groene})$ is niet gelijk aan $1 - P(\text{allemaal groene})$ want $P(\text{geen groene}) = 1 - P(\text{minstens 1 groene})$.
- b** $P(\text{gelijke kleuren})$ is niet gelijk aan $1 - P(\text{drie verschillende kleuren})$ want $P(\text{gelijke kleuren}) = 1 - P(\text{niet gelijke kleuren}) = 1 - P(\text{twee verschillende kleuren of alle drie verschillend})$.
- c** $P(\text{meer dan 2 rode})$ is niet gelijk aan $1 - P(\text{minder dan 2 rode})$ want $P(\text{meer dan 2 rode}) = 1 - P(2 \text{ rode of minder dan 2 rode})$.

- d $P(\text{hoogstens 3 witte})$ is niet gelijk aan $1 - P(\text{minstens 3 witte})$ want $P(\text{hoogstens 3 witte}) = 1 - P(\text{meer dan 3 witte})$.

63 Bij de gegevens kun je het venndiagram hiernaast maken.

- a $P(A) = 1 - P(A) = 1 - 0,3 = 0,7$
 b $P(B) = 0,4$
 c $P(A \setminus B) = 0,3 - 0,1 = 0,2$
 d $P(\bar{A} \cap B) = 0,7 - 0,3 = 0,4$
 e $P(A \cap B) = 1 - 0,1 = 0,9$
 f $P(B \setminus A) = 0,4 - 0,3 = 0,1$



64 a Vaas met 30 knikkers waarvan 20 rood (minder dan 10 km van school).

$P(\text{minstens 6 minder dan 10 km van school}) =$

$P(6 \text{ minder dan 10 km}) + P(7 \text{ minder dan 10 km}) + P(8 \text{ minder dan 10 km}) =$

$$\frac{\binom{20}{6} \cdot \binom{10}{2}}{\binom{30}{8}} + \frac{\binom{20}{7} \cdot \binom{10}{1}}{\binom{30}{8}} + \frac{\binom{20}{8}}{\binom{30}{8}} \approx 0,452$$

b Vaas met 30 knikkers waarvan 12 rood (de jongens).

$P(\text{minder dan 7 jongens}) = 1 - P(7 \text{ jongens of } 8 \text{ jongens}) = 1 - (P(7 \text{ jongens}) + P(8 \text{ jongens})) =$

$$1 - \left(\frac{\binom{12}{7} \cdot \binom{18}{1}}{\binom{30}{8}} + \frac{\binom{12}{8}}{\binom{30}{8}} \right) \approx 0,997$$

c Vaas met 30 knikkers waarvan 13 rood (de meisjes die minder dan 10 km van school wonen).

$$P(3 \text{ meisjes die minder dan 10 km van school wonen}) = \frac{\binom{13}{3} \cdot \binom{17}{5}}{\binom{30}{8}} \approx 0,302$$

65 Vaas met 32 knikkers (het totale aantal plaatsen) waarvan 4 rood (de lege plaatsen).

Hieruit 8 pakken (de plaatsen aan een tafel).

a $P(\text{tafel 1 heeft vier lege plaatsen}) = \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{28}{4}}{\binom{32}{8}} \approx 0,002$

b $P(\text{tafel 2 heeft twee lege plaatsen}) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{28}{6}}{\binom{32}{8}} \approx 0,215$

c $P(\text{tafel 3 heeft geen lege plaatsen}) = \frac{\binom{28}{8}}{\binom{32}{8}} \approx 0,295$

d $P(\text{tafel 4 heeft minstens twee lege plaatsen}) = 1 - P(\text{tafel 4 heeft nul of één lege plaatsen}) =$
 $1 - (P(\text{tafel 4 heeft nul lege plaatsen}) + P(\text{tafel 4 heeft één lege plaatsen})) =$

$$1 - \left(\frac{\binom{28}{8} + \binom{4}{1} \cdot \binom{28}{7}}{\binom{32}{8}} \right) \approx 0,254$$

Bladzijde 127

- 66 a** Vaas met 28 knikkers (het aantal langskomende scooters) waarvan 9 rood (de opgevoerde scooters). Hieruit 10 pakken (de gecontroleerde scooters).

$P(\text{hoogstens twee opgevoerde scooters}) = P(0, 1 \text{ of } 2 \text{ opgevoerd}) =$

$$P(0 \text{ opgevoerd}) + P(1 \text{ opgevoerd}) + P(2 \text{ opgevoerd}) = \frac{\binom{19}{10}}{\binom{28}{10}} + \frac{\binom{19}{9} \cdot \binom{9}{1}}{\binom{28}{10}} + \frac{\binom{19}{8} \cdot \binom{9}{2}}{\binom{28}{10}} \approx 0,278$$

- b** $P(\text{minstens 4 opgevoerde scooters}) = 1 - P(0, 1, 2 \text{ of } 3 \text{ opgevoerd}) =$
 $1 - (P(0 \text{ opgevoerd}) + P(1 \text{ opgevoerd}) + P(2 \text{ opgevoerd}) + P(3 \text{ opgevoerd})) =$

$$1 - \left(\frac{\binom{19}{10}}{\binom{28}{10}} + \frac{\binom{19}{9} \cdot \binom{9}{1}}{\binom{28}{10}} + \frac{\binom{19}{8} \cdot \binom{9}{2}}{\binom{28}{10}} + \frac{\binom{19}{7} \cdot \binom{9}{3}}{\binom{28}{10}} \right) \approx 0,400$$

- c** Vaas met 28 knikkers (het aantal langskomende scooters) waarvan 1 rode (de scooter van Arie) en 1 groene de scooter van Bert).

Hieruit 10 pakken (de gecontroleerde scooters).

$$P(\text{scooter van Bert wordt gecontroleerd en die van Arie niet}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{26}{9}}{\binom{28}{10}} \approx 0,238$$

- 67 a** Vaas met 44 knikkers (de getallen 1 t/m 44) waarvan 19 rood (de getallen kleiner dan 20). Hieruit 6 pakken.

$$P(\text{alle zes getallen kleiner dan 20}) = \frac{\binom{19}{6}}{\binom{44}{6}} \approx 0,004$$

- b** Vaas met 44 knikkers (de getallen 1 t/m 44) waarvan 1 rood (het getal 40) en 39 groen (de getallen kleiner dan 40). Hieruit 6 pakken.

$$P(\text{het grootste getal is 40}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{39}{5}}{\binom{44}{6}} \approx 0,082$$

- c** Vaas met 44 knikkers (de getallen 1 t/m 44) waarvan 14 rood (de getallen groter dan 30). Hieruit 6 pakken.

$P(\text{minstens 2 getallen zijn groter dan 30}) = 1 - P(0 \text{ of } 1 \text{ groter dan } 30) =$

$$1 - (P(0 \text{ groter dan } 30) + P(1 \text{ groter dan } 30)) = 1 - \left(\frac{\binom{30}{6}}{\binom{44}{6}} + \frac{\binom{30}{5} \cdot \binom{14}{1}}{\binom{44}{6}} \right) \approx 0,633$$

- d** Vaas met 44 knikkers (de getallen 1 t/m 44) waarvan 6 rood (de aangekruiste getallen). Hieruit 6 pakken.

$$P(\text{derde prijs}) = \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{38}{2}}{\binom{44}{6}} \approx 0,001$$

- e** Vaas met 44 knikkers (de getallen 1 t/m 44) waarvan 6 rood (de aangekruiste getallen) en 1 groen (het extra getal). Hieruit 6 pakken.

$$P(\text{vierde prijs}) = \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{37}{2}}{\binom{44}{6}} \approx 0,002$$

- 68 a** $P(\text{meer dan 4 kaarten van één soort}) =$
 $P(5, 6, 7 \text{ of } 8 \text{ klaveren}) + P(5, 6, 7 \text{ of } 8 \text{ schoppen}) + P(5, 6, 7 \text{ of } 8 \text{ harten}) + P(5, 6, 7 \text{ of } 8 \text{ ruiten}) =$
 $4 \cdot P(5, 6, 7 \text{ of } 8 \text{ klaveren}) = 4 \cdot (P(5 \text{ klaveren}) + P(6 \text{ klaveren}) + P(7 \text{ klaveren}) + P(8 \text{ klaveren})) =$
 $4 \cdot \left(\frac{\binom{8}{5} \cdot \binom{24}{3}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{6} \cdot \binom{24}{2}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{7} \cdot \binom{24}{1}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{8}}{\binom{32}{8}} \right) \approx 0,046$
- b** $P(4 \text{ klaveren en minstens 1 schoppen}) = P(4 \text{ klaveren en 1 schoppen}) + P(4 \text{ klaveren en 2 schoppen}) +$
 $P(4 \text{ klaveren en 3 schoppen}) + P(4 \text{ klaveren en 4 schoppen}) =$
 $\frac{\binom{8}{4} \cdot \binom{8}{1} \cdot \binom{16}{3}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{4} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{16}{2}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{4} \cdot \binom{8}{3} \cdot \binom{16}{1}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{4} \cdot \binom{8}{4}}{\binom{32}{8}} \approx 0,059$
- c** $P(\text{minstens 1 schoppen en geen harten}) = P(\text{geen harten}) - P(\text{geen harten en geen schoppen}) =$
 $\frac{\binom{24}{8}}{\binom{32}{8}} - \frac{\binom{16}{8}}{\binom{32}{8}} \approx 0,069$

Bladzijde 128

- 69 a** $P(\text{beide pijlen een 3}) = P(3 \ 3) = \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} \approx 0,167$
- b** $P(\text{geen enkele 2}) = P(\bar{2} \ \bar{2}) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = 0,5$
- c** $P(\text{precies één 3}) = P(3 \ \bar{3}) + P(\bar{3} \ 3) = \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = 0,5$
- d** $P(\text{som is 4}) = P(2 \ 2) + P(3 \ 1) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = 0,25$
- e** $P(\text{minstens één 3}) = 1 - P(\bar{3} \ \bar{3}) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \approx 0,667$

Bladzijde 129

- 70 a** $P(3 \text{ peren}) = P(p \ p \ p) = \frac{3}{8} \times \frac{1}{8} \times \frac{2}{8} \approx 0,012$
- b** $P(2 \text{ citroenen en 1 keer kersen}) = P(c \ c \ k) + P(c \ k \ c) + P(k \ c \ c) =$
 $\frac{2}{8} \times \frac{6}{8} \times \frac{2}{8} + \frac{2}{8} \times \frac{1}{8} \times \frac{3}{8} + \frac{2}{8} \times \frac{6}{8} \times \frac{3}{8} \approx 0,129$
- c** $P(\text{geen enkele appel}) = P(\bar{a} \ \bar{a} \ \bar{a}) = \frac{7}{8} \times 1 \times \frac{7}{8} \approx 0,766$
- d** $P(1 \text{ appel}) = P(a \ \bar{a} \ \bar{a}) + P(\bar{a} \ a \ \bar{a}) + P(\bar{a} \ \bar{a} \ a) = \frac{1}{8} \times 1 \times \frac{7}{8} + 0 + \frac{7}{8} \times 1 \times \frac{1}{8} \approx 0,219$
- e** $P(\text{minstens 1 peer}) = 1 - P(\text{geen peer}) = 1 - P(\bar{p} \ \bar{p} \ \bar{p}) = 1 - \frac{5}{8} \times \frac{7}{8} \times \frac{6}{8} \approx 0,590$
- 71 a** $P(\text{minstens 2 met vijf of zes}) = 1 - P(0 \text{ of } 1 \text{ met vijf of zes}) =$
 $1 - (P(0 \text{ met vijf of zes}) + P(1 \text{ met vijf of zes})) =$
 $1 - \left(\frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} + \frac{2}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} + \frac{4}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} + \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{4}{6} + \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{6} \right) \approx 0,407$
- b** 0 zonder zes 6 6 6 6 1 keer
 1 zonder zes 6 6 6 6 4 keer
 2 zonder zes 6 6 6 6 $\binom{4}{2} = 6$ keer
- $P(\text{hoogstens 2 zonder zes}) = P(0 \text{ zonder zes}) + P(1 \text{ zonder zes}) + P(2 \text{ zonder zes}) =$
 $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \approx 0,132$

3.5 Voorwaardelijke kansen

Bladzijde 131

- 72 a** Er zijn $\binom{3}{2} = 3$ mogelijkheden om twee rode knikkers uit een totaal van drie rode knikkers te pakken, dus $\#(G_1) = 3$.

Er zijn $\binom{10}{2} = 45$ mogelijkheden om twee knikkers uit een totaal van tien knikkers te pakken, dus $\#(U) = 45$.

$$\text{Dus } P(G_1) = \frac{\#G_1}{\#U} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15}.$$

- b** Pak één knikker uit de vaas. De kans dat deze rood is, is $\frac{3}{10}$.
Daarna zijn er nog 9 knikkers over: 2 rode en 7 witte.
Pak opnieuw een knikker uit de vaas. De kans dat deze rood is, is $\frac{2}{9}$.

$$\text{Dus } P(G_1) = P(r r) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}.$$

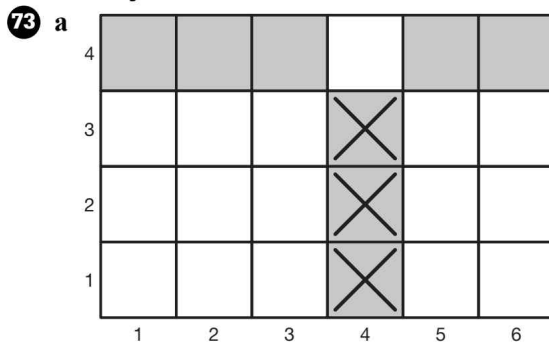
c $P(G_2) = P(w w) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$

d $P(G_3) = P(r w \text{ of } w r) = P(r w) + P(w r) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} + \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{21}{90} + \frac{21}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$

$$P(G_3) = \frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{7}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{3 \cdot 7}{45} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$$

Klopt!

Bladzijde 132



b $P(A | B) = \frac{\#(A \cap B)}{\#(B)} = \frac{3}{8}$

Bladzijde 133

74 a $P(B | A) = P(\text{tweede wit} | \text{eerste rood}) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

b $P(A \cap B) = P(\text{eerste rood en tweede wit}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$

c $P(B) = P(\text{eerste rood en tweede wit}) + P(\text{eerste wit en tweede wit}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} + \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{24}{90} + \frac{30}{90} = \frac{54}{90} = \frac{3}{5}$

d $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{15}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{9}$

75 a $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{16}}{\frac{4}{16}} = \frac{3}{4}$

b $P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{16}}{\frac{10}{16}} = \frac{3}{10}$

c $P(A | A \cup B) = \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{\frac{10}{16}}{\frac{10}{16} + \frac{4}{16} - \frac{3}{16}} = \frac{\frac{10}{16}}{\frac{11}{16}} = \frac{10}{11}$

d $P(U \setminus A \cup B) = 1 - \left(\frac{5}{8} + \frac{1}{4} - \frac{3}{16}\right) = \frac{5}{16}$

76 a $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{4}$ en $P(A | B) = \frac{2}{5}$, dus $\frac{\frac{3}{10}}{\frac{2}{5}} = \frac{2}{5}$ en hieruit volgt $P(B) = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{4}$.

b $P(A \setminus (A \cup B)) = 0$

De som had echter moeten zijn $P(A | (A \cup B))$.
Hierbij hoort de uitwerking hieronder.

$$P(A | A \cup B) = \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{3}{10}} = \frac{\frac{8}{20}}{\frac{8}{20} + \frac{15}{20} - \frac{6}{20}} = \frac{\frac{8}{20}}{\frac{17}{20}} = \frac{8}{17}$$

77 a $P(\text{twee keer kop} | \text{eerste keer kop}) = \binom{3}{1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$

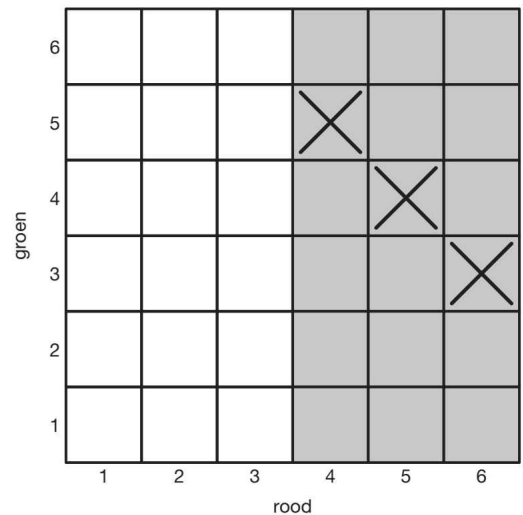
b $P(\text{twee keer kop} | \text{eerste keer munt}) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

c $P(\text{twee keer kop} | \text{eerste twee keer kop}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

d $P(\text{twee keer kop} | \text{eerste twee keer munt}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

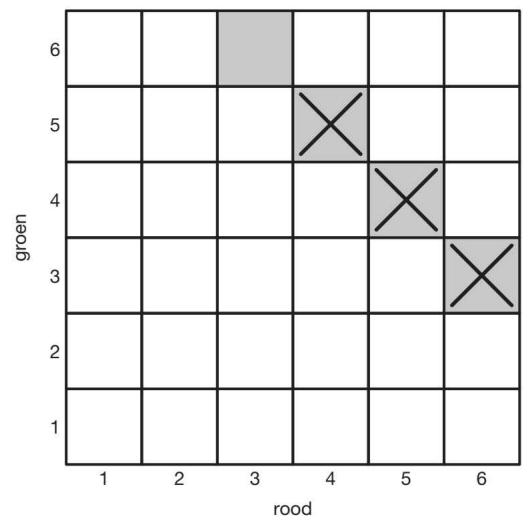
78 a Zie het rooster hiernaast.

$$P(x + y = 9 | x > 3) = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$



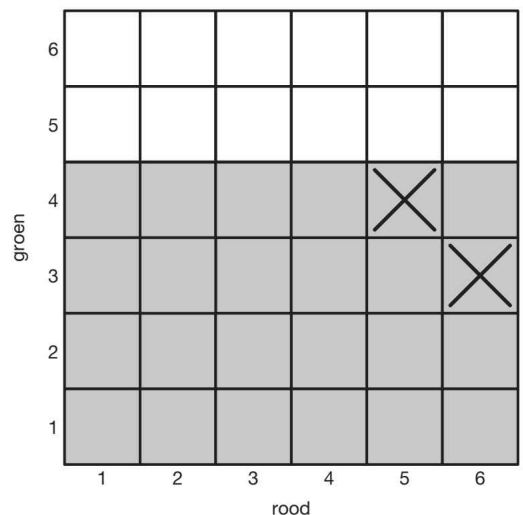
b Zie het rooster hiernaast.

$$P(x > 3 | x + y = 9) = \frac{3}{4}$$



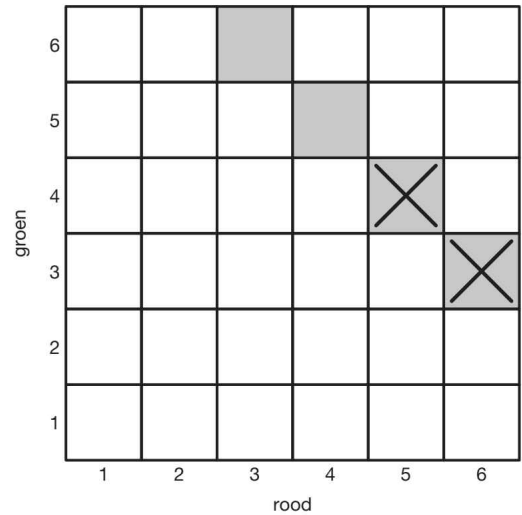
c Zie het rooster hiernaast.

$$P(x + y = 9 | y < 5) = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$



d Zie het rooster hiernaast.

$$P(y < 5 \mid x + y = 9) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



79 a A: bij het geldstuk op de grond kop

B: bij beide geldstukken kop

De gevraagde kans is $P(B \mid A)$.

$$P(B \mid A) = \frac{1}{2}$$

b A: bij minstens één van beide geldstukken kop

B: bij beide geldstukken kop

De gevraagde kans is $P(B \mid A)$.

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A \mid B) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 1 = \frac{1}{4}$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - P(\text{bij geen van beide geldstukken kop}) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\text{Dus } P(B \mid A) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}.$$

Bladzijde 134

$$80 \text{ a } P(A \cap B) = P(\text{rode aas en zwarte aas}) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{28}{6}}{\binom{32}{8}} = \frac{644}{4495}$$

$$P(B) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{30}{7}}{\binom{32}{8}} = \frac{12}{31}$$

$$P(A \mid B) = \frac{\frac{644}{4495}}{\frac{12}{31}} = \frac{161}{435}$$

$$b \quad P(A \cap B) = \frac{644}{4495}$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{28}{6}}{\binom{32}{8}} = \frac{966}{4495}$$

$$P(B \mid A) = \frac{\frac{644}{4495}}{\frac{966}{4495}} = \frac{2}{3}$$

$$\text{c } P(A \cap C) = P(\text{hartenaas en andere aas}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{28}{6}}{\binom{32}{8}} = \frac{483}{4495}$$

$$P(C) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{31}{7}}{\binom{32}{8}} = \frac{1}{4}$$

$$P(A | C) = \frac{\frac{483}{4495}}{\frac{1}{4}} = \frac{1932}{4495}$$

$$\text{d } P(C | A) = \frac{\frac{483}{4495}}{\frac{966}{4495}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{e } P(B \cap C) = P(\text{hartenaas en geen ruitenaas}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{30}{7}}{\binom{32}{8}} = \frac{6}{31}$$

$$P(C) = \frac{1}{4}$$

$$P(B | C) = \frac{\frac{6}{31}}{\frac{1}{4}} = \frac{24}{31}$$

$$\text{f } P(C | B) = \frac{\frac{6}{31}}{\frac{12}{31}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{81 a } P(\text{twee jongens en twee meisjes}) = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$$

b A : zoon doet open

B : twee jongens en twee meisjes

De gevraagde kans is $P(B | A)$.

$$P(B | A) = \binom{3}{1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$$

c A : niet vier meisjes ofwel A : minstens één jongen

B : twee jongens en twee meisjes

De gevraagde kans is $P(B | A)$.

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A | B) = \frac{3}{8} \cdot 1 = \frac{3}{8}$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - P(\text{geen jongens}) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{15}{16}$$

$$\text{Dus } P(B | A) = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{15}{16}} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{82 a } P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ geeft } P(A \cap B) = P(A | B) \cdot P(B)$$

$$\text{Dus } P(A \cap B) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20}.$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{20}$$

Bladzijde 135

$$\text{83 a } P(\text{Nederlander heeft spierpijnlachten}) = P(\text{heeft Parkinson en heeft spierpijnlachten}) + P(\text{heeft geen Parkinson en heeft spierpijnlachten}) = 0,01 \cdot 0,7 + 0,99 \cdot 0,2 = 0,205$$

b A : heeft Parkinson

B : heeft spierpijnlachten

Gevraagd wordt $P(A | B)$.

$$\text{Gebruik } P(A | B) = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)} \text{ met } P(B | A) = 0,7, P(A) = 0,01 \text{ en } P(B) = 0,205 \text{ (zie onderdeel a).}$$

$$\text{Dit geeft } P(A | B) = \frac{0,7 \cdot 0,01}{0,205} \approx 0,034.$$

c Van de personen die spierpijnlachten hebben, heeft maar een klein deel de ziekte van Parkinson, zie de kans van vraag b.

- 84 a** $P(\text{bejaarde heeft osteoporose}) = P(\text{bejaarde man heeft osteoporose}) + P(\text{bejaarde vrouw heeft osteoporose}) = 0,35 \cdot \frac{1}{5} + 0,65 \cdot \frac{1}{3} \approx 0,287$

b A : heeft osteoporose

B : is vrouw

Gevraagd wordt $P(B | A)$.

Gebruik $P(B | A) = \frac{P(A | B) \cdot P(B)}{P(A)}$ met $P(A | B) = \frac{1}{3}$, $P(B) = 0,65$ en $P(A) = 0,35 \cdot \frac{1}{5} + 0,65 \cdot \frac{1}{3}$.

$$\text{Dit geeft } P(B | A) = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,65}{0,35 \cdot \frac{1}{5} + 0,65 \cdot \frac{1}{3}} \approx 0,756$$

- 85** Gebruik $P(A | B) = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)}$ met $P(A) = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$ en

$$P(B | A) = P(\text{met de viervlaksdobbelsteen geen 4}) = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Dit geeft } P(A | B) = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{8}.$$

Bladzijde 136

- 86 a** $P(\text{chip wordt afgekeurd}) = P(\text{goede chip wordt afgekeurd}) + P(\text{chip met gebreken wordt afgekeurd}) = 0,96 \cdot 0,005 + 0,04 \cdot 0,93 = 0,042$

Dus 4,2% van de chips wordt door deze methode afgekeurd.

b A : chip wordt afgekeurd

B : chip heeft gebreken

Gevraagd wordt $P(B | A)$.

Gebruik $P(B | A) = \frac{P(A | B) \cdot P(B)}{P(A)}$ met $P(A | B) = 0,93$, $P(B) = 0,04$ en $P(A) = 0,042$.

$$\text{Dit geeft } P(B | A) = \frac{0,93 \cdot 0,04}{0,042} \approx 0,886.$$

c A : chip wordt goedgekeurd

B : chip heeft gebreken

Gevraagd wordt $P(B | A)$.

Gebruik $P(B | A) = \frac{P(A | B) \cdot P(B)}{P(A)}$ met $P(A | B) = 0,07$, $P(B) = 0,04$ en

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - P(\text{chip wordt afgekeurd}) = 1 - 0,04 = 0,96.$$

$$\text{Dit geeft } P(B | A) = \frac{0,07 \cdot 0,04}{0,96} \approx 0,003.$$

- 87 a** $P(\text{testresultaat is negatief}) = P(\text{heeft malaria en testresultaat is negatief}) + P(\text{heeft geen malaria en testresultaat is negatief}) = 0,06 \cdot 0,2 + 0,94 \cdot 0,95 = 0,905$

b A : testresultaat is positief

B : met malaria besmet

Gevraagd wordt $P(B | A)$.

Gebruik $P(B | A) = \frac{P(A | B) \cdot P(B)}{P(A)}$ met $P(A | B) = 0,8$, $P(B) = 0,06$ en

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - P(\text{testresultaat is negatief}) = 1 - 0,905 = 0,095.$$

$$\text{Dit geeft } P(B | A) = \frac{0,8 \cdot 0,06}{0,095} \approx 0,505.$$

c A : testresultaat is negatief

B : niet besmet met malaria

Gevraagd wordt $P(B | A)$.

Gebruik $P(B | A) = \frac{P(A | B) \cdot P(B)}{P(A)}$ met $P(A | B) = 0,95$, $P(B) = 0,94$ en $P(A) = 0,905$.

$$\text{Dit geeft } P(B | A) = \frac{0,95 \cdot 0,94}{0,905} \approx 0,987.$$

Diagnostische toets

Bladzijde 138

1 a $P(A) = \frac{6}{48} = \frac{1}{8}$

b $P(B) = \frac{3}{48} = \frac{1}{16}$

c $P(C) = \frac{10}{48} = \frac{5}{24}$

d $P(D) = \frac{6}{48} = \frac{1}{8}$

SOM

6		8						
5			8					
4				8				
3					8			
2	3					8		
1	2	3					8	
	1	2	3	4	5	6	7	8

VERSCHIL

6				2		0		2
5			2		0		2	
4		2		0		2		
3	2		0		2			
2		0		2				
1	0		2					
	1	2	3	4	5	6	7	8

2 a $\#U = 4^4 = 256$

A: het product van de ogen is 16

Het aantal mogelijke uitkomsten is $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^4 = 256$.

gunstige uitkomsten: 1144 $\binom{4}{2} = 6$ keer

1224 $\binom{4}{1} \cdot \binom{3}{2} = 12$ keer

2222 1 keer

$$\#A = 6 + 12 + 1 = 19$$

$$P(A) = \frac{19}{256}$$

b B: de som van de ogen is meer dan 13

som 14: 4442 $\binom{4}{3} = 4$ keer

4433 $\binom{4}{2} = 6$ keer

som 15: 4443 $\binom{4}{3} = 4$ keer

som 16: 4444 1 keer

$$\#A = 4 + 6 + 4 + 1 = 15$$

$$P(B) = \frac{15}{256}$$

3 55% van 2000 is 1100 1% van 1100 is 11

30% van 2000 is 600 2% van 600 is 12

15% van 2000 is 300 3% van 300 is 9

	I	II	III	
defect	11	12	9	32
in orde	1089	588	291	1968
	1100	600	300	2000

$$P(\text{door III gemaakt} \mid \text{defect}) = \frac{9}{32} \approx 0,281$$

4 a $P(2 \text{ rode, } 2 \text{ witte en } 2 \text{ blauwe}) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{7}{2} \cdot \binom{9}{2}}{\binom{21}{6}} \approx 0,139$

b $P(\text{geen blauwe}) = \frac{\binom{12}{6}}{\binom{21}{6}} \approx 0,017$

c $P(2 \text{ rode}) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{16}{4}}{\binom{21}{6}} \approx 0,335$

- 5 a** Vaas met 16 knikkers (de 16 nummers) waarvan 1 rood (nummer 14).
Hieruit 3 pakken (de eerste drie afgespeelde nummers).

$$P(\text{nummer 14 zit bij de eerste drie afgespeelde nummers}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{15}{2}}{\binom{16}{3}} \approx 0,188$$

- b** Vaas met 16 knikkers (de 16 nummers) waarvan 3 rood (nummers 1, 2 en 3).
Hieruit 3 pakken (de laatste drie afgespeelde nummers).

$$P(\text{nummers 1, 2 en 3 worden op het eind afgespeeld}) = \frac{\binom{3}{3}}{\binom{16}{3}} \approx 0,002$$

- c** Vaas met 16 knikkers (de 16 nummers) waarvan 4 rood (nummers 3, 7, 8 en 9).
Hieruit 8 pakken (de eerste acht afgespeelde nummers).

$$P(\text{nummers 3, 7, 8 en 9 zitten bij de eerste acht afgespeelde nummers}) = \frac{\binom{8}{4}}{\binom{16}{4}} \approx 0,038$$

- 6 a** $P(\text{met elke dobbelsteen meer dan vier ogen gooien}) = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$

b $P(\text{geen enkele zes gooien}) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1296}$

Bladzijde 139

7 a $P(\text{minder dan 2 prijzen}) = P(0 \text{ prijzen}) + P(1 \text{ prijs}) = \frac{\binom{115}{6}}{\binom{120}{6}} + \frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{115}{5}}{\binom{120}{6}} \approx 0,980$

b $P(\text{€ 100}) = P(1 \text{ hoofdprijs of } 4 \text{ tweede prijzen}) = P(1 \text{ hoofdprijs}) + P(4 \text{ tweede prijzen}) =$

$$\frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{115}{5}}{\binom{120}{6}} + \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{115}{2}}{\binom{120}{6}} \approx 0,042$$

c $P(\text{geen verlies}) = 1 - P(\text{verlies}) = 1 - P(\text{geen prijs of } 1 \text{ tweede prijs}) =$

$$1 - (P(\text{geen prijs}) + P(1 \text{ tweede prijs})) = 1 - \left(\frac{\binom{115}{6}}{\binom{120}{6}} + \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{115}{5}}{\binom{120}{6}} \right) \approx 0,062$$

8 a $P(\text{insect komt in klasse 3 tot 4}) = 0,83 \cdot 0,66 \cdot 0,41 \approx 0,225$

b $P(\text{insect sterft in klasse 2 tot 3}) = 0,83 \cdot 0,66 \cdot (1 - 0,41) \approx 0,323$

c $P(\text{insect wordt minstens 4 maanden oud}) = 0,83 \cdot 0,66 \cdot 0,41 \cdot 0,12 \approx 0,027$

d $P(\text{insect wordt minder dan 4 maanden oud}) = 1 - P(\text{insect wordt minstens 4 maanden oud}) \approx 1 - 0,027 = 0,973$

- 9 a** A : bij de dobbelsteen op de grond 6 ogen

B : bij twee dobbelstenen 6 ogen

Gevraagd $P(B | A)$.

$$P(B | A) = P(\text{precies één 6 bij de twee overige dobbelstenen}) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

- b** A : bij minstens één van de drie dobbelstenen 6 ogen

B : bij twee dobbelstenen 6 ogen

Gevraagd $P(B | A)$.

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A | B) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} \cdot 1 = \frac{5}{72}$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - P(\text{bij geen enkele dobbelsteen 6 ogen}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{91}{216}$$

$$\text{Dus } P(B | A) = \frac{\frac{5}{72}}{\frac{91}{216}} = \frac{15}{91}.$$

- 10** A : wel op vakantie geweest in 2013

B : niet op vakantie geweest in 2014

Gevraagd wordt $P(A | B)$.

$$\text{Gebruik } P(A | B) = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)} \text{ met } P(B | A) = 0,33, P(A) = 0,7 \text{ en } P(B) =$$

$$P(\text{wel op vakantie in 2013 en niet op vakantie in 2014}) + P(\text{niet op vakantie in 2013 en niet op vakantie in 2014}) = 0,7 \cdot 0,33 + 0,3 \cdot 0,69 = 0,438.$$

$$\text{Dit geeft } P(A | B) = \frac{0,33 \cdot 0,7}{0,438} \approx 0,527.$$