

5 Discrete kansverdelingen

Voorkennis Kansen berekenen

Bladzijde 8

- 1 a $P(4 \text{ rode, } 2 \text{ witte en } 2 \text{ blauwe}) = \frac{\binom{12}{4} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{7}{2}}{\binom{25}{8}} \approx 0,144$
- b $P(\text{minstens } 7 \text{ rode}) = P(7 \text{ rode}) + P(8 \text{ rode}) = \frac{\binom{12}{7} \cdot \binom{13}{1}}{\binom{25}{8}} + \frac{\binom{12}{8}}{\binom{25}{8}} \approx 0,010$
- c $P(\text{minstens } 1 \text{ blauwe}) = 1 - P(0 \text{ blauwe}) = 1 - \frac{\binom{18}{8}}{\binom{25}{8}} \approx 0,960$
- d $P(\text{hoogstens } 2 \text{ witte}) = P(0 \text{ witte}) + P(1 \text{ witte}) + P(2 \text{ witte}) =$

$$\frac{\binom{19}{8}}{\binom{25}{8}} + \frac{\binom{6}{1} \cdot \binom{19}{7}}{\binom{25}{8}} + \frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{19}{6}}{\binom{25}{8}} \approx 0,726$$

Bladzijde 9

- 2 a $P(\text{alle getallen oneven}) = \frac{\binom{21}{7}}{\binom{42}{7}} \approx 0,004$
- b $P(\text{alle getallen groter dan } 10) = \frac{\binom{32}{7}}{\binom{42}{7}} \approx 0,125$
- c $P(\text{het kleinste getal is } 5) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{37}{6}}{\binom{42}{7}} \approx 0,086$
- d $P(\text{het kleinste getal is } 7 \text{ en het grootste } 35) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{27}{5} \cdot \binom{1}{1}}{\binom{42}{7}} \approx 0,003$
- 3 a $P(\text{geen enkele } A) = P(\bar{A} \bar{A} \bar{A}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{45}{120} = \frac{3}{8}$
- b $P(\text{minstens } 2 \text{ C's}) = P(2 \text{ C's}) + P(3 \text{ C's}) = P(\bar{C} C \bar{C}) + P(C \bar{C} C) + P(\bar{C} C C) + P(C C C) =$
 $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{6} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{30}{120} = \frac{1}{4}$
- c $P(\text{meer C's dan B's}) = P(3 \text{ C's}) + P(2 \text{ C's}) + P(1 \text{ C en } 0 \text{ B's}) =$
 $P(C C C) + P(C C \bar{C}) + P(C \bar{C} C) + P(\bar{C} C C) + P(C A A) + P(A C A) + P(A A C) =$
 $\frac{30}{120} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{38}{120} = \frac{19}{60}$
- 4 a $P(\text{minstens één zes}) = 1 - P(\text{geen enkele zes}) = 1 - P(\bar{6} \bar{6} \bar{6} \bar{6}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0,518$
- b $P(\text{hoogstens één vijf}) = P(\text{nul vijfen}) + P(\text{één vijf}) =$
 $P(\bar{5} \bar{5} \bar{5} \bar{5}) + P(5 \bar{5} \bar{5} \bar{5}) + P(\bar{5} 5 \bar{5} \bar{5}) + P(\bar{5} \bar{5} 5 \bar{5}) + P(\bar{5} \bar{5} \bar{5} 5) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 + 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0,868$
- c $P(\text{twee vijfen en twee zessen}) = P(5 5 6 6) + P(6 6 5 5) + P(5 6 6 5) + P(6 5 5 6) +$
 $P(5 6 5 6) + P(6 5 6 5) = 6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \approx 0,005$

5.1 Het herhalen van kansexperimenten

Bladzijde 10

- a $P(\text{geen enkele keer } 6) = P(\bar{6} \bar{6} \bar{6} \bar{6}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \approx 0,482$
 b $P(\text{geen enkele } 6) \text{ is ook gelijk aan } P(\bar{6} \bar{6} \bar{6} \bar{6}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \approx 0,482.$

Bladzijde 11

- a $P(3 \text{ keer appel en } 3 \text{ keer peer}) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \approx 0,082$
 b $P(\text{minstens één keer appel}) = 1 - P(\text{geen appel}) = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^6 \approx 0,953$
 c $P(\text{drie keer banaan}) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \approx 0,082$
 d $P(\text{hoogstens zes keer peer}) = 1$, want je hebt altijd hoogstens zes keer peer.

- a $P(\text{één keer appel en één keer banaan}) = 2 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} = 0,16$
 b $P(\text{geen enkele keer banaan}) = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 0,64$
 c $P(\text{twee verschillende vruchten}) = 2 \cdot P(a \text{ b}) + 2 \cdot P(a \text{ p}) + 2 \cdot P(b \text{ p}) =$
 $2 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} = 0,64$

Bladzijde 12

- a $P(\text{geen enkele gemist}) = 0,76^7 \approx 0,146$
 b $P(\text{missen}) = 1 - 0,76 = 0,24$
 $P(\text{twee gemist}) = \binom{7}{2} \cdot 0,24^2 \cdot 0,76^5 \approx 0,307$
 c $P(\text{minstens vijf benut}) = P(\text{vijf benut}) + P(\text{zes benut}) + P(\text{zeven benut}) =$
 $\binom{7}{5} \cdot 0,76^5 \cdot 0,24^2 + \binom{7}{6} \cdot 0,76^6 \cdot 0,24 + 0,76^7 \approx 0,777$
 a $P(\text{drie vieren}) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0,054$
 b $P(\text{minstens één } 6) = 1 - P(\text{geen } 6) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^6 \approx 0,665$
 c $P(\text{zes verschillende}) = 6! \cdot P(1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6) = 6! \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = 6! \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^6 \approx 0,015$
 d $P(\text{twee zessen en geen vijf}) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^4 \approx 0,082$
 a $P(\text{mislukken}) = 1 - 0,28 = 0,72$
 $P(3 \text{ keer mislukken}) = 0,72^3 \approx 0,373$
 b $P(\text{minstens één keer lukken}) = 1 - P(5 \text{ keer mislukken}) = 1 - 0,72^5 \approx 0,807$
 $P(\text{minstens één keer lukken}) = 1 - P(n \text{ keer mislukken}) = 1 - 0,72^n$
 d Voer in $y_1 = 1 - 0,72^x$.
 $x = 9$ geeft $y_1 \approx 0,948 < 0,95$
 $x = 10$ geeft $y_1 \approx 0,963 > 0,95$
 Dus hij moet minstens 10 opstellingen maken.

- a Zie het rooster.
 $P(\text{som} = 6) = \frac{5}{36}$
 b $P(\text{vier keer som } 6) = \binom{8}{4} \cdot \left(\frac{5}{36}\right)^4 \cdot \left(\frac{31}{36}\right)^4 \approx 0,014$
 c $P(\text{som is minder dan } 5) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
 $P(\text{drie keer som minder dan } 5) = \binom{8}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 \approx 0,104$
 d $P(\text{som is } 12) = \frac{1}{36}$
 $P(\text{minstens één keer som is } 12) = 1 - P(\text{geen enkele keer som is } 12) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n$
 Voer in $y_1 = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^x$.
 $x = 49$ geeft $y_1 \approx 0,749 < 0,75$
 $x = 50$ geeft $y_1 \approx 0,756 > 0,75$
 Dus Timo moet minstens 50 keer gooien.

SOM

6						12
5	6					
4		6				
3	4		6			
2	3	4		6		
1	2	3	4		6	
	1	2	3	4	5	6

- 8 a $P(\text{minstens één zes}) = 1 - P(\text{geen zes}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0,518$
De berekening van De Meré klopt dus niet.
Het is wel voordeliger om te wedden op minstens één zes.
- b $P(\text{minstens één keer dubbel zes}) = 1 - P(\text{geen enkele keer dubbel zes}) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} \approx 0,491$
De berekening van De Meré klopt weer niet. Het wedden op minstens één keer dubbel zes is zelfs nadeliger dan het wedden op geen enkele keer dubbel zes.

Bladzijde 13

- 9 a Als de eerste knikker die je pakt rood is, zitten er daarna nog drie rode en twee witte knikkers in de vaas.
Pak je daarna nog een knikker, dan is de kans dat die knikker rood is gelijk aan $\frac{3}{5}$.
- b $P(\text{twee rode}) = P(r r) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$

Bladzijde 14

- 10 a $P(j m j) = \frac{14}{24} \cdot \frac{10}{23} \cdot \frac{13}{22} = \frac{1820}{12144}$
 $P(m j j) = \frac{10}{24} \cdot \frac{14}{23} \cdot \frac{13}{22} = \frac{1820}{12144}$
 $P(j j m) = \frac{14}{24} \cdot \frac{13}{23} \cdot \frac{10}{22} = \frac{1820}{12144}$
Omdat $P(j m j) = P(m j j) = P(j j m)$ is het toegestaan om $P(2 \text{ jongens})$ te berekenen met $3 \cdot P(j m j)$.

$$b \quad P(\text{twee jongens}) = \frac{\binom{14}{2} \cdot \binom{10}{1}}{\binom{24}{3}} \approx 0,450$$

$$P(\text{drie jongens of drie meisjes}) = \frac{\binom{14}{3}}{\binom{24}{3}} + \frac{\binom{10}{3}}{\binom{24}{3}} \approx 0,239$$

Bij het kiezen van drie leerlingen heeft de productregel de voorkeur.

Bij het kiezen van meer dan drie leerlingen kun je beter combinaties gebruiken.

- 11 a $P(\text{drie witte}) = P(w w w) = \frac{8}{16} \cdot \frac{7}{15} \cdot \frac{6}{14} = 0,1$
- b $P(\text{twee witte en een rode}) = \binom{3}{2} \cdot P(w w r) = \binom{3}{2} \cdot \frac{8}{16} \cdot \frac{7}{15} \cdot \frac{3}{14} = 0,15$
- c $P(\text{één rode}) = \binom{3}{1} \cdot P(r \bar{r} \bar{r}) = \binom{3}{1} \cdot \frac{3}{16} \cdot \frac{13}{15} \cdot \frac{12}{14} \approx 0,418$
- d $P(\text{geen zwarte}) = P(\bar{z} \bar{z} \bar{z}) = \frac{11}{16} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} \approx 0,295$

Bladzijde 15

- 12 a $P(\text{twee witte uit I}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$
- b $P(\text{uit beide vazen een witte}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$
- c $P(\text{uit vaas I twee witte en uit vaas II één witte}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{2}{10} = \frac{60}{900} = \frac{1}{15}$

13 a $P(\text{geen prijs}) = \frac{\binom{72}{3}}{\binom{80}{3}} \approx 0,726$

b $P(\text{één prijs}) = \frac{\binom{8}{1} \cdot \binom{72}{2}}{\binom{80}{3}} \approx 0,249$

c $P(\text{twee prijzen}) = \frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{72}{1}}{\binom{80}{3}} \approx 0,025$

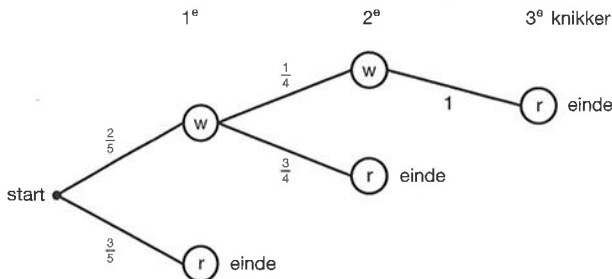
$$d \quad P(\text{meer dan één prijs}) = P(\text{twee prijzen}) + P(\text{drie prijzen}) = \frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{72}{1}}{\binom{80}{3}} + \frac{\binom{8}{3}}{\binom{80}{3}} \approx 0,025$$

$$4 \quad a \quad P(€25) = P(€12,50 \text{ €}12,50) = \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{14} \approx 0,057$$

$$b \quad P(\text{twee van dezelfde waarde}) = P(€7,50 \text{ €}7,50) + P(€10 \text{ €}10) + P(€12,50 \text{ €}12,50) = \frac{3}{15} \cdot \frac{2}{14} + \frac{8}{15} \cdot \frac{7}{14} + \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{14} \approx 0,352$$

$$c \quad P(€20) = P(€10 \text{ €}10) + 2 \cdot P(€12,50 \text{ €}7,50) = \frac{8}{15} \cdot \frac{7}{14} + 2 \cdot \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{14} \approx 0,381$$

- 5 a Na de eerste keer een witte knikker gepakt te hebben, bevinden zich nog 3 rode en 1 witte knikker in de vaas. De kans op een witte is dan dus $\frac{1}{4}$.



$$P(\text{twee knikkers}) = P(w r) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = 0,3$$

$$c \quad P(\text{drie knikkers}) = P(w w r) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = 0,1$$

Bladzijde 17

$$16 \quad a \quad P(\text{twee keer pakken}) = P(r w) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} \approx 0,268$$

$$b \quad P(\text{vier keer pakken}) = P(r r r w) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} \approx 0,107$$

$$17 \quad a \quad P(\text{Lotte wint in twee sets}) = P(L L) = 0,6 \cdot 0,6 = 0,36$$

$$b \quad P(\text{Gijs wint de eerste en Lotte de volgende twee sets}) = P(G L L) = 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 0,144$$

$$c \quad P(\text{de partij duurt drie sets}) = P(L G L) + P(L G G) + P(G L L) + P(G L G) = 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,6 + 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,6 + 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,4 = 0,48$$

$$18 \quad a \quad P(\text{Barney wint in 2 sets}) = P(B B) = 0,65 \cdot 0,65 \approx 0,423$$

$$b \quad P(\text{de partij is in 2 sets afgelopen}) = P(\text{Barney wint in twee sets of Fred wint in twee sets}) = P(B B) + P(F F) = 0,65 \cdot 0,65 + 0,35 \cdot 0,35 \approx 0,545$$

$$c \quad P(\text{Barney wint}) = P(B B) + P(F B B) + P(B F B) = 0,65 \cdot 0,65 + 0,35 \cdot 0,65 \cdot 0,65 + 0,65 \cdot 0,35 \cdot 0,65 \approx 0,718$$

Bladzijde 18

$$19 \quad a \quad P(\text{vierde sleutel is de eerste die past}) = \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{2}{7} \approx 0,133$$

$$b \quad P(\text{zesde sleutel is de eerste die past}) = \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \approx 0,089$$

$$c \quad P(\text{bij de vijfde keer de tweede sleutel}) = \binom{4}{1} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} \approx 0,089$$

$$20 \quad a \quad P(\text{vier keer}) = P(\bar{4} \bar{4} \bar{4} 4) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \approx 0,096$$

$$b \quad P(\text{minder dan drie keer}) = P(\text{één keer}) + P(\text{twee keer}) = P(4) + P(\bar{4} 4) = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \approx 0,306$$

$$c \quad P(\text{minstens drie keer}) = 1 - P(\text{minder dan drie keer}) \approx 1 - 0,306 = 0,694$$

$$d \quad P(\text{zes keer}) = \binom{5}{1} \cdot P(\bar{4} \bar{4} \bar{4} \bar{4} 4) = \binom{5}{1} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \approx 0,067$$

$$e \quad P(\text{minstens zes keer gooien}) = P(\text{bij de eerste vijf worpen nul of één keer 4}) = P(\text{bij de eerste vijf worpen nul keer 4}) + P(\text{bij de eerste vijf worpen één keer 4}) =$$

$$P(\bar{4} \bar{4} \bar{4} \bar{4} \bar{4}) + \binom{5}{1} \cdot P(4 \bar{4} \bar{4} \bar{4} \bar{4}) = \left(\frac{5}{6}\right)^5 + 5 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0,804$$

- 21 a $P(\text{geen beslissing}) = P(\text{bij één van beide haren is de uitslag positief}) = 2 \cdot P(p n) = 2 \cdot 0,85 \cdot 0,15 = 0,255$
 b $P(\text{betreft op dopinggebruik}) = P(\text{beide haren positief}) + P(\text{één van beide haren positief en de derde haar positief}) = P(p p) + P(p n p) + P(n p p) = P(p p) + 2 \cdot P(p n p) = 0,85^2 + 2 \cdot 0,85^2 \cdot 0,15 \approx 0,939$

5.2 Trekken met en zonder terugleggen

Bladzijde 20

- 22 a 25% van 28 is $0,25 \cdot 28 = 7$ leerlingen zijn lid van een sportvereniging.

$$P(2 \text{ lid}) = \frac{\binom{7}{2}}{\binom{28}{2}} \approx 0,056$$

- b Nee, bij vraag a kies je niet twee keer dezelfde leerling terwijl hier wel twee keer dezelfde sector kan worden aangewezen.

Bladzijde 21

- 23 a $P(2 \text{ groene}) = P(2 \text{ g en 1 b}) = \frac{\binom{16}{2} \cdot \binom{24}{1}}{\binom{40}{3}} \approx 0,291$

$$b \quad P(\text{minstens 1 blauwe}) = 1 - P(0 \text{ blauwe}) = 1 - \frac{\binom{16}{3}}{\binom{40}{3}} \approx 0,943$$

$$c \quad P(2 \text{ groene}) = \binom{3}{1} \cdot P(g g b) = \binom{3}{1} \cdot \left(\frac{16}{40}\right)^2 \cdot \frac{24}{40} = 0,288$$

$$d \quad P(\text{minstens 1 blauwe}) = 1 - P(0 \text{ blauwe}) = 1 - P(g g g) = 1 - \left(\frac{16}{40}\right)^3 = 0,936$$

- 24 a Een leerling kan meerdere boeken winnen, dus met terugleggen.
 $P(4 \text{ jongens}) = P(j j j j) = \left(\frac{10}{22}\right)^4 \approx 0,043$
 b Een leerling kan hoogstens één taart winnen, dus zonder terugleggen.

$$P(4 \text{ meisjes}) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{22}{4}} \approx 0,068$$

- 25 a $P(v v v) = \frac{4000}{20000} \cdot \frac{3999}{19999} \cdot \frac{3998}{19998} \approx 0,00800$
 b Deze berekening geeft vrijwel hetzelfde antwoord omdat $\frac{3999}{19999} \approx 0,2$ en $\frac{3998}{19998} \approx 0,2$.

Bladzijde 23

- 26 a $P(\text{geen enkele grijs}) = P(\bar{g} \bar{g} \bar{g} \bar{g} \bar{g} \bar{g}) = 0,72^6 \approx 0,139$
 b $P(\text{drie blauw}) = \binom{6}{3} \cdot P(b b b \bar{b} \bar{b} \bar{b}) = \binom{6}{3} \cdot 0,22^3 \cdot 0,78^3 \approx 0,101$
 c $P(\text{vier grijs en twee blauw}) = \binom{6}{4} \cdot P(g g g g b b) = \binom{6}{4} \cdot 0,28^4 \cdot 0,22^2 \approx 0,004$
 d $P(\text{meer dan vier rood}) = P(\text{vijf rood}) + P(\text{zes rood}) = \binom{6}{5} \cdot P(r r r r r \bar{r}) + P(r r r r r r) = \binom{6}{5} \cdot 0,14^5 \cdot 0,86 + 0,14^6 \approx 0,0003$

$$P(\text{auto}) = 0,6, P(\text{fiets}) = 0,25, P(\text{ov}) = 0,10 \text{ en } P(\text{lopend}) = 0,05$$

$$\text{a } P(\text{minstens 2 lopend}) = 1 - P(0 \text{ lopend}) - P(1 \text{ lopend}) =$$

$$1 - 0,95^{18} - \binom{18}{1} \cdot 0,05 \cdot 0,95^{17} \approx 0,226$$

$$\text{b } P(4 \text{ of } 5 \text{ fiets}) = P(4 \text{ fiets}) + P(5 \text{ fiets}) = \binom{18}{4} \cdot 0,25^4 \cdot 0,75^{14} + \binom{18}{5} \cdot 0,25^5 \cdot 0,75^{13} \approx 0,412$$

$$\text{c } P(12 \text{ auto en } 6 \text{ fiets}) = \binom{18}{12} \cdot 0,6^{12} \cdot 0,25^6 \approx 0,010$$

$$\text{d } P(4 \text{ fiets of lopend}) = \binom{18}{4} \cdot 0,3^4 \cdot 0,7^{14} \approx 0,168$$

$$\text{e } 40\% \text{ van } 18 \text{ is } 7,2 \text{ en } 60\% \text{ van } 18 \text{ is } 10,8.$$

$$P(\text{tussen } 40\% \text{ en } 60\% \text{ met auto}) = P(8, 9 \text{ of } 10 \text{ met auto}) =$$

$$P(8 \text{ auto}) + P(9 \text{ auto}) + P(10 \text{ auto}) =$$

$$\binom{18}{8} \cdot 0,6^8 \cdot 0,4^{10} + \binom{18}{9} \cdot 0,6^9 \cdot 0,4^9 + \binom{18}{10} \cdot 0,6^{10} \cdot 0,4^8 \approx 0,379$$

Bladzijde 24

$$\text{a } P(\text{geen buiten een straal van } 30 \text{ km}) = 0,94^{12} \approx 0,476$$

$$\text{b } P(\text{tussen } 20 \text{ en } 30 \text{ km}) = 0,15 - 0,06 = 0,09$$

$$P(\text{twee tussen } 20 \text{ en } 30 \text{ km}) = \binom{12}{2} \cdot 0,09^2 \cdot 0,91^{10} \approx 0,208$$

$$\text{c } P(\text{twee buiten } 30 \text{ km en tien binnen } 20 \text{ km}) = \binom{12}{2} \cdot 0,06^2 \cdot 0,85^{10} \approx 0,047$$

$$\text{a } P(\text{één linkshandig}) = \binom{2}{1} \cdot 0,12 \cdot 0,88 \approx 0,211$$

$$\text{b } P(\text{hoogstens één linkshandig}) = P(\text{geen linkshandig}) + P(\text{één linkshandig}) =$$

$$0,88^5 + \binom{5}{1} \cdot 0,12 \cdot 0,88^4 \approx 0,888$$

$$\text{c } \text{Stel het gezelschap bestaat uit } n \text{ personen.}$$

$$P(\text{minstens één linkshandig}) = 1 - P(\text{geen linkshandig}) = 1 - 0,88^n$$

$$\text{Voer in } y_1 = 1 - 0,88^x.$$

$$x = 36 \text{ geeft } y_1 = 0,989... < 0,99$$

$$x = 37 \text{ geeft } y_1 = 0,991... > 0,99$$

Dus het gezelschap moet uit minstens 37 personen bestaan.

$$\text{d } P(\text{beiden linkshandig}) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{50}{2}} \approx 0,012$$

$$\text{e } P(\text{minder dan } 12 \text{ rechtshandig}) = 1 - P(12, 13 \text{ of } 14 \text{ rechtshandig}) =$$

$$1 - P(12 \text{ rechtshandig}) - P(13 \text{ rechtshandig}) - P(14 \text{ rechtshandig}) =$$

$$1 - \binom{14}{12} \cdot 0,88^{12} \cdot 0,12^2 - \binom{14}{13} \cdot 0,88^{13} \cdot 0,12 - 0,88^{14} = 0,23...$$

De verwachting is $12 \cdot 0,23... \approx 3$ teams met minder dan twaalf rechtshandige spelers.

5.3 De verwachtingswaarde

Bladzijde 26

$$\text{a } P(X=0) = P(\bar{r} \bar{r} \bar{r}) = \frac{9}{12} \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{7}{10} = \frac{504}{1320} = \frac{21}{55}$$

$$\text{b } P(X=1) = 3 \cdot P(r \bar{r} \bar{r}) = 3 \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{8}{10} = \frac{648}{1320} = \frac{27}{55}$$

Bladzijde 27

$$\text{a } P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$$

$$\text{b } P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)$$

$$\text{c } P(X < 2) = P(X=0) + P(X=1)$$

$$\text{d } P(\text{minstens één rode}) = P(X \geq 1)$$

$$\text{e } P(\text{hoogstens drie rode}) = P(X \leq 3)$$

$$\text{f } P(\text{minder dan twee rode}) = P(X < 2)$$

$$32 \quad P(X=2) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{5}{2}}{\binom{10}{4}} \approx 0,476$$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \frac{\binom{5}{4}}{\binom{10}{4}} \approx 0,976$$

$$P(Y=3) = \frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{2}}{\binom{10}{4}} + \frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{3}{2} \cdot \binom{2}{1}}{\binom{10}{4}} + \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1}}{\binom{10}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$33 \quad P(X=20) = P(\text{twee enveloppen met 10 euro}) = \frac{\binom{8}{2}}{\binom{20}{2}} \approx 0,147$$

$$P(X > 0) = 1 - P(X=0) = 1 - P(\text{twee lege enveloppen}) = 1 - \frac{\binom{12}{2}}{\binom{20}{2}} \approx 0,653$$

$$34 \quad a \quad P(X=1) = 3 \cdot P(r \bar{r} \bar{r}) = 3 \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{8}{10} = \frac{27}{55}$$

$$P(X=2) = 3 \cdot P(r r \bar{r}) = 3 \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} \cdot \frac{9}{10} = \frac{27}{220}$$

$$P(X=3) = P(r r r) = \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{220}$$

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{21}{55}$	$\frac{27}{55}$	$\frac{27}{220}$	$\frac{1}{220}$

$$b \quad \frac{21}{55} + \frac{27}{55} + \frac{27}{220} + \frac{1}{220} = \frac{84}{220} + \frac{108}{220} + \frac{27}{220} + \frac{1}{220} = \frac{220}{220} = 1$$

Dit antwoord is niet verrassend.

Er zitten drie rode knikkers in de vaas en je pakt drie knikkers.

De aantallen mogelijke rode knikkers die je kunt pakken zijn 0, 1, 2 of 3.

De kans om 0, 1, 2 of 3 rode knikkers te pakken is dus gelijk aan 1, omdat de som van de kansen op alle mogelijkheden altijd 1 is.

Bladzijde 28

$$35 \quad a \quad P(X=0) = \frac{\binom{5}{0} \cdot \binom{10}{4}}{\binom{15}{4}} = \frac{210}{1365} = \frac{2}{13}$$

$$P(X=3) = \frac{\binom{5}{3} \cdot \binom{10}{1}}{\binom{15}{4}} = \frac{100}{1365} = \frac{20}{273}$$

$$P(X=1) = \frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{10}{3}}{\binom{15}{4}} = \frac{600}{1365} = \frac{40}{91}$$

$$P(X=4) = \frac{\binom{5}{4} \cdot \binom{10}{0}}{\binom{15}{4}} = \frac{5}{1365} = \frac{1}{273}$$

$$P(X=2) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{10}{2}}{\binom{15}{4}} = \frac{450}{1365} = \frac{30}{91}$$

x	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\frac{2}{13}$	$\frac{40}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{20}{273}$	$\frac{1}{273}$

b Hypergeometrische verdeling.

Bladzijde 29

$$P(X=m) = \frac{\binom{M}{m} \cdot \binom{N-M}{n-m}}{\binom{N}{n}}$$

$$P(X=1) = P(r) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$P(X=2) = P(\bar{r}r) = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{4}{15}$$

$$P(X=3) = P(\bar{r}\bar{r}r) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{1}{10}$$

$$P(X=4) = P(\bar{r}\bar{r}\bar{r}r) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{6}{7} = \frac{1}{35}$$

$$P(X=5) = P(\bar{r}\bar{r}\bar{r}\bar{r}r) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{6}{6} = \frac{1}{210}$$

x	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{35}$	$\frac{1}{210}$

$$P(X=3) = P(\bar{6}\bar{6}6) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{25}{216}$$

$$P(X=1) = P(6) = \frac{1}{6}$$

$$P(X=2) = P(\bar{6}6) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$$

$$P(X=4) = P(\bar{6}\bar{6}\bar{6}6) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{125}{1296}$$

$$P(X=5) = P(\bar{6}\bar{6}\bar{6}\bar{6}6) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{625}{7776}$$

x	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{25}{216}$	$\frac{125}{1296}$	$\frac{625}{7776}$

c Geometrische verdeling.

$$P(X=k) = \left(\frac{5}{6}\right)^{k-1} \cdot \frac{1}{6}$$

$$e \text{ met } u_0 = \frac{1}{6} \text{ en } r = \frac{5}{6}$$

$$S = \frac{\frac{1}{6}}{1 - \frac{5}{6}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6}} = 1$$

Deze uitkomst is niet verrassend omdat je de kansen van alle mogelijke uitkomsten bij elkaar optelt. Deze som is gelijk aan 1.

$$P(X \leq 10) = 1 - P(X > 10) = 1 - P(\text{bij de eerste 10 worpen geen worp met 6 ogen}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{10} \approx 0,838$$

$$P(X=k) = p(1-p)^{k-1}$$

$$P(X=3) = P(\text{Coen wint in 3 sets}) + P(\text{Niek wint in 3 sets}) =$$

$$P(C C C) + P(N N N) = 0,6^3 + 0,4^3 = 0,28$$

$$P(\text{Coen wint in 4 sets}) = P(N C C C) + P(C N C C) + P(C C N C) =$$

$$3 \cdot P(N C C C) = 3 \cdot 0,4 \cdot 0,6^3 = 0,2592$$

$$P(\text{Niek wint in 4 sets}) = P(C N N N) + P(N C N N) + P(N N C N) =$$

$$3 \cdot P(C N N N) = 3 \cdot 0,6 \cdot 0,4^3 = 0,1152$$

$$P(X=4) = P(\text{Coen wint in 4 sets}) + P(\text{Niek wint in 4 sets}) = 0,2592 + 0,1152 = 0,3744$$

$$P(\text{Coen wint in 5 sets}) =$$

$$P(N N C C C) + P(N C N C C) + P(N C C N C) + P(C N N C C) + P(C N C N C) + P(C C N N C) =$$

$$6 \cdot P(N N C C C) = 6 \cdot 0,4^2 \cdot 0,6^3 = 0,20736$$

$$P(\text{Niek wint in 5 sets}) = 6 \cdot P(C C N N N) = 6 \cdot 0,6^2 \cdot 0,4^3 = 0,13824$$

$$P(X=5) = P(\text{Coen wint in 5 sets}) + P(\text{Niek wint in 5 sets}) = 0,20736 + 0,13824 = 0,3456$$

x	3	4	5
$P(X=x)$	0,28	0,3744	0,3456

- 41 De opbrengst per week is $1000 \cdot €5 = €5000$.
 De uitbetaling per week is $€2000 + 100 \cdot €20 = €4000$.
 De winst per week is $€5000 - €4000 = €1000$.
 Dat is gemiddeld per lot €1.

Bladzijde 31

- 42 a $U =$ uitbetaling

$$P(U = 50) = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$P(U = 10) = \frac{3}{100} = 0,03$$

$$P(U = 0) = \frac{96}{100} = 0,96$$

u	0	10	50
$P(U = u)$	0,96	0,03	0,01

- b $E(U) = 0 \cdot 0,96 + 10 \cdot 0,03 + 50 \cdot 0,01 = 0,80$
 De winstverwachting is $0,80 - 2 = -€1,20$ per lot.
 c Een lot moet dan €0,80 kosten.

- 43 $U =$ uitbetaling per klant.

$$P(U = 100) = P(2 \text{ rode}) = \frac{\binom{2}{2}}{\binom{20}{2}} = \frac{1}{190}$$

$$P(U = 20) = P(1 \text{ rode en } 1 \text{ blauwe}) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{20}{2}} = \frac{8}{190}$$

u	100	20	0
$P(U = u)$	$\frac{1}{190}$	$\frac{8}{190}$	$\frac{181}{190}$

$$E(U) = 100 \cdot \frac{1}{190} + 20 \cdot \frac{8}{190} + 0 \cdot \frac{181}{190} = \frac{260}{190} \approx 1,37$$

De verwachtingswaarde van de uitbetaling per klant is €1,37.

- 44 a

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$E(X) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = \frac{21}{6} = 3\frac{1}{2}$$

b $E(Y) = 1 \cdot \frac{1}{n} + 2 \cdot \frac{1}{n} + 3 \cdot \frac{1}{n} + \dots + n \cdot \frac{1}{n} = \frac{1+2+3+\dots+n}{n}$

$1 + 2 + 3 + \dots + n$ is een rekenkundige rij met

$$\text{som} = \frac{1}{2} \cdot \text{aantal termen} \cdot (\text{eerste term} + \text{laatste term}) = \frac{1}{2}n(1+n)$$

$$\text{Dus } E(Y) = \frac{1+2+3+\dots+n}{n} = \frac{\frac{1}{2}n(n+1)}{n} = \frac{1}{2}(n+1).$$

Bladzijde 32

- 45 a $E(X) = 0 \cdot \frac{14}{55} + 1 \cdot \frac{28}{55} + 2 \cdot \frac{12}{55} + 3 \cdot \frac{1}{55} = 1$

b $N = 12$, $M = 4$ en $n = 3$ geeft $E(X) = n \cdot \frac{M}{N} = 3 \cdot \frac{4}{12} = 1$.

Klopt.

- c Bij de kansverdeling van opgave 35 is $E(X) = 0 \cdot \frac{2}{13} + 1 \cdot \frac{40}{91} + 2 \cdot \frac{30}{91} + 3 \cdot \frac{20}{273} + 4 \cdot \frac{1}{273} = 1\frac{1}{3}$.

$N = 15$, $M = 5$ en $n = 4$ geeft $E(X) = n \cdot \frac{M}{N} = 4 \cdot \frac{5}{15} = 1\frac{1}{3}$.

Klopt.

7 a W = winst per spel.

Spelsituatie 1 $P(W = 1) = P(\text{som} < 7) = \frac{15}{36}$

$$E(W) = 1 \cdot \frac{15}{36} - 1 \cdot \frac{21}{36} = -\frac{6}{36} = -\frac{1}{6}$$

Spelsituatie 2 $E(W) = 1 \cdot \frac{15}{36} - 1 \cdot \frac{21}{36} = -\frac{6}{36} = -\frac{1}{6}$

Spelsituatie 3 $E(W) = 4 \cdot \frac{6}{36} - 1 \cdot \frac{30}{36} = -\frac{6}{36} = -\frac{1}{6}$

b Stel de uitbetaling is u dollar.

Je krijgt $E(W) = (u - 1) \cdot \frac{6}{36} - 1 \cdot \frac{30}{36} = \frac{6u - 6 - 30}{36} = \frac{6u - 36}{36}$.

Eerlijk spel, dus $E(W) = 0$.

Dit geeft $6u - 36 = 0$

$$6u = 36$$

$$u = 6$$

Dus een uitbetaling van 6 dollar.

7 a $P(\text{drie gelijke ogen}) = 1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

$P(\text{twee enen}) = 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6}$, dus $P(\text{twee gelijke aantallen ogen}) = 6 \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

U = uitbetaling

u	100	15	0
$P(U = u)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{9}$

$$E(U) = 100 \cdot \frac{1}{36} + 15 \cdot \frac{5}{12} + 0 \cdot \frac{5}{9} = 9\frac{1}{36}$$

De winstverwachting per spel voor de organisator is $10 - 9\frac{1}{36} = \frac{35}{36} \approx 0,97$ euro.

b Stel x prijzen van €100.

Daarbij horen $15x$ prijzen van €15.

$$100x + 15 \cdot 15x = 3930$$

$$100x + 225x = 3930$$

$$325x = 3930$$

$$x \approx 12,1$$

Dus 12 prijzen van €100 is het meest waarschijnlijk.

Bladzijde 33

18 a $P(X = 1) = 0,99^{25} \approx 0,7778$

$$P(X = 26) = 1 - P(X = 1) \approx 1 - 0,7778 = 0,2222$$

$$E(X) = 1 \cdot 0,7778 + 26 \cdot 0,2222 \approx 6,56$$

b 1000 personen is 40 groepen van 25.

Je verwacht $40 \cdot 6,56 \approx 262$ tests.

De besparing is 738 tests, dat is 73,8%.

c $P(X = 1) = 0,99^{20} \approx 0,8179$

$$P(X = 21) = 1 - P(X = 1) \approx 1 - 0,8179 = 0,1821$$

$$E(X) = 1 \cdot 0,8179 + 21 \cdot 0,1821 \approx 4,64$$

1000 personen is 50 groepen van 20.

Je verwacht $50 \cdot 4,64 \approx 232$ tests.

d Y kan de waarden 1 en $n + 1$ aannemen.

$$P(Y = 1) = 0,99^n \text{ en } P(Y = n + 1) = 1 - 0,99^n$$

e $E(Y) = 1 \cdot 0,99^n + (n + 1) \cdot (1 - 0,99^n) = 0,99^n + n - n \cdot 0,99^n + 1 - 0,99^n = n + 1 - n \cdot 0,99^n$

1000 is $\frac{1000}{n}$ groepen van n .

Je verwacht $\frac{1000}{n} \cdot (n + 1 - n \cdot 0,99^n) = 1000 + \frac{1000}{n} - 1000 \cdot 0,99^n$ tests.

f Voer in $y_1 = 1000 + \frac{1000}{x} - 1000 \cdot 0,99^x$.

Uit de tabel volgt

$x = 10$ geeft $y_1 \approx 195,62$

$x = 11$ geeft $y_1 \approx 195,57$

$x = 12$ geeft $y_1 \approx 196,95$.

Dus van 11 personen.

Bij $n = 11$ horen ongeveer 196 tests.

De besparing is 804 tests, dus 80,4%.

5.4 De binomiale verdeling

Bladzijde 35

49 a $P(X=3) = \binom{10}{3} \cdot P(2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2) = \binom{10}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^7 \approx 0,155$

b $P(X=4) = \binom{10}{4} \cdot P(2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2) = \binom{10}{4} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^6 \approx 0,054$

c Gooi je k keer 2 ogen, dan heb je te maken met een rijtje met k keer 2 en $10 - k$ keer geen 2.

Er zijn $\binom{10}{k}$ van zulke rijtjes.

De kans per keer op 2 ogen is $\frac{1}{6}$.

Bij k keer 2 ogen krijg je $\underbrace{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \dots \cdot \frac{1}{6}}_{k \text{ keer}} = \left(\frac{1}{6}\right)^k$.

De kans per keer op geen 2 ogen is $\frac{5}{6}$.

Bij $10 - k$ keer geen 2 ogen krijg je $\underbrace{\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{5}{6}}_{10 - k \text{ keer}} = \left(\frac{5}{6}\right)^{10-k}$.

Dus $P(X=k) = \binom{10}{k} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^k \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{10-k}$.

Bladzijde 36

50 a X is binomiaal verdeeld met $n = 6$ en $p = \frac{8}{20} = 0,4$.

$P(X=4) = \binom{6}{4} \cdot 0,4^4 \cdot 0,6^2 \approx 0,138$

b Y is binomiaal verdeeld met $n = 12$ en $p = \frac{8+10}{20} = 0,9$.

$P(Y=10) = \binom{12}{10} \cdot 0,9^{10} \cdot 0,1^2 \approx 0,230$

c Nee, je pakt zonder terugleggen dus je voert niet telkens hetzelfde experiment uit.

$P(Z=3) = P(3 \text{ groene en } 1 \text{ niet-groene}) = \frac{\binom{10}{3} \cdot \binom{10}{1}}{\binom{20}{4}} \approx 0,248$

Bladzijde 37

51 a X = het aantal keer slag.

X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = 0,3$.

$P(X=5) = \binom{10}{5} \cdot 0,3^5 \cdot 0,7^5 \approx 0,103$

b $E(X) = 10 \cdot 0,3 = 3$ keer slag

$P(X=3) = \binom{10}{3} \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^7 \approx 0,267$

c $P(\text{alleen de laatste beurt slag}) = P(\bar{s} \ \bar{s} \ \bar{s} \ \bar{s} \ s) = 0,7^4 \cdot 0,3 \approx 0,072$

a De letter b, want $P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$.

b $P(\text{succes}) = b$ en $P(\text{mislukking}) = a$, dus $a + b = 1$.

Hieruit volgt $(a+b)^n = 1^n = 1$.

Rechts van het =-teken in het binomium van Newton staan de kansen op alle mogelijke uitkomsten bij een binomiaal kansexperiment.

Dus de som van al deze kansen is 1.

a $P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = 0,512 + 0,384 + 0,096 = 0,992$

b $P(X \leq 3)$ is de kans op alle mogelijke uitkomsten bij dit kansexperiment en deze kans is 1.

c Er zijn geen waarden kleiner dan 0 mogelijk.

d

x	0	1	2	3
$P(X \leq x)$	0,512	0,896	0,992	1

Bladzijde 39

a X = het aantal keer wit.

X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = \frac{1}{6}$.

$P(X=3) = \text{binompdf}(10, \frac{1}{6}, 3) \approx 0,155$

b X = het aantal keer rood.

X is binomiaal verdeeld met $n = 12$ en $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

$P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(12, \frac{1}{3}, 5) \approx 0,822$

c X = het aantal keer blauw.

X is binomiaal verdeeld met $n = 9$ en $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \text{binompdf}(9, \frac{1}{2}, 0) \approx 0,998$

d $P(\text{vijf keer blauw en drie keer rood}) = \binom{8}{5} \cdot (\frac{3}{6})^5 \cdot (\frac{2}{6})^3 \approx 0,065$

e $P(\text{acht keer blauw, vijf keer rood en drie keer wit}) = \binom{16}{8} \cdot \binom{8}{5} \cdot (\frac{3}{6})^8 \cdot (\frac{2}{6})^5 \cdot (\frac{1}{6})^3 \approx 0,054$

a X = het aantal keer eerste opslag in.

X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = 0,55$.

$P(X=5) = \text{binompdf}(10, 0,55, 5) \approx 0,234$

b $P(\text{alleen de laatste vier keer in}) = 0,45^2 \cdot 0,55^4 \approx 0,019$

a X = het aantal keer twee rode knikkers.

X is binomiaal verdeeld met $n = 8$ en $p = P(\text{twee rode}) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{5}{12}$.

$P(X=3) = \text{binompdf}(8, \frac{5}{12}, 3) \approx 0,274$

b X = het aantal keer twee witte knikkers.

X is binomiaal verdeeld met $n = 8$ en $p = P(\text{twee witte}) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{1}{12}$.

$P(X \leq 2) = \text{binomcdf}(8, \frac{1}{12}, 2) \approx 0,976$

c X = het aantal keer verschillend gekleurde knikkers.

X is binomiaal verdeeld met $n = 8$ en $p = P(\text{een rode en een witte}) = \frac{\binom{6}{1} \cdot \binom{3}{1}}{\binom{9}{2}} = \frac{1}{2}$.

$P(X=4) = \text{binompdf}(8, \frac{1}{2}, 4) \approx 0,273$

d $P(\text{vier keer twee rode en vier keer twee verschillend gekleurde}) = \binom{8}{4} \cdot (\frac{5}{12})^4 \cdot (\frac{1}{2})^4 \approx 0,132$

a X = het aantal dat te hard rijdt.

X is binomiaal verdeeld met $n = 60$ en $p = 0,16$.

$P(X=10) = \text{binompdf}(60, 0,16, 10) \approx 0,136$

- b X = het aantal dat 140 km/uur of meer rijdt.
 X is binomiaal verdeeld met $n = 60$ en $p = \frac{1}{4} \cdot 0,16 = 0,04$.
 $P(X \leq 2) = \text{binomcdf}(60, 0,04, 2) \approx 0,568$
- c X = het aantal met een snelheid tussen 120 en 140 km/uur.
 Een kwart van 60 is $\frac{1}{4} \cdot 60 = 15$.
 X is binomiaal verdeeld met $n = 60$ en $p = 0,16 - \frac{1}{4} \cdot 0,16 = 0,12$.
 $P(X = 15) = \text{binompdf}(60, 0,12, 15) \approx 0,003$

- 58 X = het aantal ondeugdelijke accu's.
 X is binomiaal verdeeld met $n = 54$ en $p = 0,2$.
 De kans dat de opkoper de partij koopt is $P(X \leq 3) = \text{binomcdf}(54, 0,2, 3) \approx 0,003$.

Bladzijde 40

- 59 a X = het aantal keer minstens vijf ogen.
 X is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = P(\text{minstens 5 ogen}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
 $P(X \leq 10) = \text{binomcdf}(15, \frac{1}{3}, 10) \approx 0,998$
- b X = het aantal keer meer dan zeven ogen.
 X is binomiaal verdeeld met $n = 18$ en $p = P(\text{meer dan 7 ogen}) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.
 $P(X = 5) = \text{binompdf}(18, \frac{5}{12}, 5) \approx 0,097$
- 60 a $P(X \geq 4)$
 b $P(X < 8)$
 c $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5)$
 d $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$
 e $P(X < 7) = P(X \leq 6)$
 f $P(12 \leq X \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 11)$
 g $P(4 < X < 12) = P(X \leq 11) - P(X \leq 4)$
 h $P(2 \leq X < 5) = P(X \leq 4) - P(X \leq 1)$
 i $P(4 < X \leq 8) = P(X \leq 8) - P(X \leq 4)$
 j $P(X \text{ tussen } 8 \text{ en } 20) = P(8 < X < 20) = P(X \leq 19) - P(X \leq 8)$

Bladzijde 41

- 61 a $P(X < 10) = P(X \leq 9) = \text{binomcdf}(25, 0,42, 9) \approx 0,347$
 b $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0,42, 7) \approx 0,889$
 c $P(\text{meer dan 12 keer succes}) = P(X > 12) = 1 - P(X \leq 12) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0,42, 12) \approx 0,208$
 d $P(\text{tussen 9 en 16 keer succes}) = P(9 < X < 16) = P(X \leq 15) - P(X \leq 9) = \text{binomcdf}(25, 0,42, 15) - \text{binomcdf}(25, 0,42, 9) \approx 0,631$
 e $P(\text{minstens 6 keer succes}) = P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0,42, 5) \approx 0,982$
 f $P(9 \text{ of } 10 \text{ keer succes}) = P(X = 9 \text{ of } X = 10) = P(X = 9) + P(X = 10) = \text{binompdf}(25, 0,42, 9) + \text{binompdf}(25, 0,42, 10) \approx 0,294$
- 62 a X = het aantal keer appel.
 X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
 $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(10, \frac{1}{2}, 4) \approx 0,623$
- b X = het aantal keer appel.
 X is binomiaal verdeeld met $n = 25$ en $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
 $P(10 < X < 20) = P(X \leq 19) - P(X \leq 10) = \text{binomcdf}(25, \frac{1}{2}, 19) - \text{binomcdf}(25, \frac{1}{2}, 10) \approx 0,786$
- c X = het aantal keer appel.
 X is binomiaal verdeeld met $n = 100$ en $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
 $P(X > 60) = 1 - P(X \leq 60) = 1 - \text{binomcdf}(100, \frac{1}{2}, 60) \approx 0,018$
- d X = het aantal keer kersen.
 X is binomiaal verdeeld met $n = 35$ en $p = \frac{1}{6}$.
 $P(X = 7) = \text{binompdf}(35, \frac{1}{6}, 7) \approx 0,146$

Bladzijde 42

- 63 a X = het aantal keer twee rode knikkers.

$$X \text{ is binomiaal verdeeld met } n = 15 \text{ en } p = P(\text{twee rode}) = \frac{\binom{12}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{11}{50}.$$

$$P(X = 3) = \text{binompdf}(15, \frac{11}{50}, 3) \approx 0,246$$

- b X = het aantal keer één zwarte knikker.

X is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = P(\text{één zwarte}) = \frac{\binom{8}{1} \cdot \binom{17}{1}}{\binom{25}{2}} = \frac{34}{75}$.

$$P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - \text{binomcdf}(15, \frac{34}{75}, 9) \approx 0,081$$

- c X = het aantal keer twee knikkers van dezelfde kleur.

X is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = P(\text{twee van dezelfde kleur}) =$

$$P(\text{twee rode}) + P(\text{twee zwarte}) + P(\text{twee witte}) = \frac{\binom{12}{2}}{\binom{25}{2}} + \frac{\binom{8}{2}}{\binom{25}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{26}{75}$$

$$P(X < 6) = P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(15, \frac{26}{75}, 5) \approx 0,575$$

- d X = het aantal keer minstens één rode knikker.

X is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = P(\text{minstens één rode}) = 1 - P(\text{geen rode}) = 1 - \frac{\binom{13}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{37}{50}$.

$$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(15, \frac{37}{50}, 7) \approx 0,978$$

- e $P(\text{allemaal vaarskalveren}) = 0,9^{12} \approx 0,282$

X = het aantal vaarskalveren.

X is binomiaal verdeeld met $n = 20$ en $p = 0,9$.

$$P(X \geq 17) = 1 - P(X \leq 16) = 1 - \text{binomcdf}(20, 0,9, 16) \approx 0,867$$

- c $P(\text{alleen de laatste een stierkalf}) = P(v v v v v v v v s) = 0,9^9 \cdot 0,1 \approx 0,039$

- d $P(\text{om en om stierkalf en vaarskalf}) = P(s v s v s) + P(v s v s v) = 0,9^2 \cdot 0,1^3 + 0,9^3 \cdot 0,1^2 \approx 0,008$

- f a X = het aantal keer beide munt.

X is binomiaal verdeeld met $n = 30$ en $p = P(\text{beide munt}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

$$P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(30, \frac{1}{4}, 5) \approx 0,203$$

- b X = het aantal keer minstens zeven ogen.

X is binomiaal verdeeld met $n = 18$ en $p = P(\text{minstens zeven ogen}) = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$.

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(18, \frac{7}{12}, 4) \approx 0,998$$

- c a X = het aantal keer zes ogen.

X is binomiaal verdeeld met $n = 40$ en $p = \frac{1}{6}$.

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - \text{binomcdf}(40, \frac{1}{6}, 3) \approx 0,919$$

- b X = het aantal keer zes ogen.

X is binomiaal verdeeld met $n = 50$ en $p = \frac{1}{6}$.

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - \text{binomcdf}(50, \frac{1}{6}, 3) \approx 0,976$$

SOM

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
	1	2	3	4	5	6

Bladzijde 43

- a X = het aantal keer munt.

X is binomiaal verdeeld met onbekende n en $p = \frac{1}{2}$.

$$P(X \geq 5) > 0,99$$

$$1 - P(X \leq 4) > 0,99$$

Voer in $y_1 = 1 - \text{binomcdf}(x, \frac{1}{2}, 4)$ (TI) of $y_1 = 1 - \text{BinomialCD}(4, x, \frac{1}{2})$ (Casio).

Uit de tabel volgt

$$x = 18 \text{ geeft } y_1 \approx 0,98456$$

$$x = 19 \text{ geeft } y_1 \approx 0,99039.$$

Je moet dus minstens 19 keer gooien.

- b X = het aantal keer minstens één munt.

X is binomiaal verdeeld met onbekende n en

$$p = P(\text{minstens één munt}) = 1 - P(\text{geen munt}) = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}.$$

$$P(X > 2) > 0,98$$

$$1 - P(X \leq 2) > 0,98$$

Voer in $y_1 = 1 - \text{binomcdf}(x, \frac{3}{4}, 2)$ (TI) of $y_1 = 1 - \text{BinomialCD}(2, x, \frac{3}{4})$ (Casio).

Uit de tabel volgt

$$x = 6 \text{ geeft } y_1 \approx 0,962$$

$$x = 7 \text{ geeft } y_1 \approx 0,987.$$

Je moet dus minstens 7 keer gooien met twee geldstukken.

- 68 X = het aantal treffers.
 X is binomiaal verdeeld met onbekende n en $p = 0,4$.
 $P(X \geq 5) > 0,9$
 $1 - P(X \leq 4) > 0,9$
 Voer in $y_1 = 1 - \text{binomcdf}(x, 0,4, 4)$ (TI) of $y_1 = 1 - \text{BinomialCD}(4, x, 0,4)$ (Casio).
 Uit de tabel volgt
 $x = 17$ geeft $y_1 \approx 0,874$
 $x = 18$ geeft $y_1 \approx 0,906$.
 Hij moet dus minstens 18 vrije worpen nemen.

- 69 X = het aantal keer twee witte knikkers.
 X is binomiaal verdeeld met onbekende n en $p = P(\text{twee witte}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{3}$.
 $P(X \geq 3) > 0,95$
 $1 - P(X \leq 2) > 0,95$
 Voer in $y_1 = 1 - \text{binomcdf}(x, \frac{1}{3}, 2)$ (TI) of $y_1 = 1 - \text{BinomialCD}(2, x, \frac{1}{3})$ (Casio).
 Uit de tabel volgt
 $x = 16$ geeft $y_1 \approx 0,941$
 $x = 17$ geeft $y_1 \approx 0,956$.
 Ze moet dus minstens 17 keer twee knikkers pakken.

- 70 X = het aantal keer scoren.
 X is binomiaal verdeeld met $n = 20$ en onbekende p .
 $P(X > 12) > 0,8$
 $1 - P(X \leq 12) > 0,8$
 Voer in $y_1 = \text{binomcdf}(20, x, 12)$ (TI) of $y_1 = \text{BinomialCD}(12, 20, x)$ (Casio) en $y_2 = 0,8$.
 Intersect geeft $x \approx 0,71$.
 Dus zijn trefkans per vrije worp is ongeveer 0,71.

- 71 Je hebt te maken met rijtjes bestaande uit drie vieren, drie vijven en vier zessen.

$$N(\text{drie keer 4, drie keer 5 en vier keer 6}) = \binom{10}{3} \cdot \binom{7}{3} \cdot \binom{4}{4} = 4200$$

Bladzijde 44

- 72 $P(\text{drie keer 1 of 2, drie keer 3 en vier keer 5 of 6}) =$
 $P(\text{drie keer 1 of 2, drie keer 3, nul keer 4 en vier keer 5 of 6}) =$

$$\binom{10}{3,3,0,4} \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^4 \approx 0,009$$

Nu is de som van de kansen $\frac{2}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = 1$.

- 73 $P(\text{elk aantal ogen twee keer}) =$
 $P(\text{twee keer 1, twee keer 2, twee keer 3, twee keer 4, twee keer 5 en twee keer 6}) =$

$$\binom{10}{2,2,2,2,2,2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \binom{10}{2,2,2,2,2,2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{12} \approx 0,003$$

- 74 a $P(3 \text{ schoppen, 2 harten, 2 ruiten en 3 klaveren}) =$

$$\binom{10}{3,2,2,3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \binom{10}{3,2,2,3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \approx 0,024$$

$$\text{b } P(4 \text{ schoppen, 4 harten en 5 klaveren}) = \binom{13}{4,4,5} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \binom{13}{4,4,5} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{13} \approx 0,001$$

5.5 De poissonverdeling

Bladzijde 46

- 75 a X kan de waarden 0, 1, 2, 3, ... aannemen, dus X kan alleen losse waarden aannemen, dus X is een discrete toevalsvariabele.
 Dus $P(X \geq 20) = 1 - P(X < 20) = 1 - P(X \leq 19)$.
 b $P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19) = 1 - \text{binomcdf}(10000, \frac{15}{10000}, 19) \approx 0,125$

- c $P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19) = 1 - \text{binomcdf}(20000, \frac{15}{20000}, 19) \approx 0,125$
 $P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19) = 1 - \text{binomcdf}(30000, \frac{15}{30000}, 19) \approx 0,125$
d De antwoorden zijn ongeveer gelijk.
e Neem $n = 50000$.
 $P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19) = 1 - \text{binomcdf}(50000, \frac{15}{50000}, 19) \approx 0,125$
f Neem $n = 50000$.
 $P(X = 20) = \text{binompdf}(50000, \frac{15}{50000}, 20) \approx 0,042$

Bladzijde 48

5 Je let bij een persoon op de gebeurtenis 'is jarig op 1 april'.

De kans op succes bij dit Bernoulli-experiment is $\frac{1}{365}$.

Je doet dit bij 600 personen, dus je voert het Bernoulli-experiment 600 keer uit.

Dus stel X = het aantal personen dat jarig is op 1 april, dan is X binomiaal verdeeld met $n = 600$ en $p = \frac{1}{365}$.

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(600, \frac{1}{365}, 2) \approx 0,228$$

Het antwoord verschilt vanaf de derde decimaal met het antwoord van het voorbeeld,

$$\text{want } 1 - \text{poissoncdf}(\frac{600}{365}, 2) = 0,228... \text{ en } 1 - \text{binomcdf}(600, \frac{1}{365}, 2) \approx 0,227...$$

7 a X = het aantal auto's dat op zaterdag komt tanken.

X is poissonverdeeld met $\lambda = 450$.

$$P(X > 480) = 1 - P(X \leq 480) = 1 - \text{poissoncdf}(450, 480) \approx 0,076$$

$$P(440 < X < 470) = P(X \leq 469) - P(X \leq 440) = \text{poissoncdf}(450, 469) - \text{poissoncdf}(450, 440) \approx 0,492$$

3 Meer dan 40 000 000 euro uitbetalen betekent aan meer dan $\frac{40\,000\,000}{200\,000} = 200$ verzekerden uitbetalen.

X = het aantal mensen waaraan jaarlijks wordt uitbetaald.

X is poissonverdeeld met $\lambda = 180$.

$$P(X > 200) = 1 - P(X \leq 200) = 1 - \text{poissoncdf}(180, 200) \approx 0,065$$

9 a X = het aantal leerlingen dat op dezelfde dag jarig is als Simon.

X is poissonverdeeld met $\lambda = \frac{1400}{365}$.

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{poissoncdf}(\frac{1400}{365}, 4) \approx 0,339$$

b X = het aantal leerlingen dat in dezelfde week jarig is als Simon.

X is poissonverdeeld met $\lambda = \frac{1400}{52}$.

$$P(X = 30) = \text{poissonpdf}(\frac{1400}{52}, 30) \approx 0,061$$

c $P(\text{niemand op deze school is jarig op 1 april}) = (\frac{364}{365})^{1400} \approx 0,021$

10 a X = het aantal moorden dat per jaar wordt gepleegd.

X is poissonverdeeld met $\lambda = 2,6$.

$$P(X = 0) = \text{poissonpdf}(2,6, 0) \approx 0,074$$

b X = het aantal moorden dat per jaar wordt gepleegd.

X is poissonverdeeld met $\lambda = 2,6$.

$$P(X \leq 2) = \text{poissoncdf}(2,6, 2) = 0,518...$$

$$P(\text{de komende drie jaar elk jaar hoogstens twee moorden}) = 0,518...^3 \approx 0,139$$

c X = het aantal moorden dat per drie jaar wordt gepleegd.

X is poissonverdeeld met $\lambda = 3 \cdot 2,6 = 7,8$.

$$P(X \leq 6) = \text{poissoncdf}(7,8, 6) \approx 0,338$$

11 X = het aantal keer dat op een zaterdag wordt gepind.

X is poissonverdeeld met onbekende λ .

$$P(X \geq 70) = 1 - P(X \leq 69) = 1 - \text{poissoncdf}(\lambda, 69)$$

$$P(\text{op vier achtereenvolgende zaterdagen telkens minstens 70 keer gepind}) = (1 - \text{poissoncdf}(\lambda, 69))^4$$

Voer in $y_1 = (1 - \text{poissoncdf}(x, 69))^4$ en $y_2 = 0,005$.

Intersect geeft $x \approx 64,58$.

Er wordt op zaterdag gemiddeld 64,6 keer bij deze automaat gepind.

Diagnostische toets

Bladzijde 50

- 1 a $P(2 \text{ keer rood}) = \binom{7}{2} \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^5 \approx 0,164$
 b $P(5 \text{ keer rood en 2 keer wit}) = \binom{7}{5} \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^2 \approx 0,073$
 c $P(\text{minstens 6 keer geen blauw}) = P(6 \text{ keer geen blauw}) + P(7 \text{ keer geen blauw}) = \binom{7}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^6 \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^7 \approx 0,670$
 d $P(\text{hoogstens 5 keer rood}) = 1 - P(6 \text{ of 7 keer rood}) = 1 - P(6 \text{ rood}) - P(7 \text{ rood}) = 1 - \binom{7}{6} \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^6 \cdot \frac{3}{6} - \left(\frac{3}{6}\right)^7 \approx 0,938$

- 2 a $P(\text{drie rode}) = P(r r r) = \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{10} = \frac{24}{1320} = \frac{1}{55}$
 b $P(\text{minstens twee witte knikkers}) = P(\text{twee witte}) + P(\text{drie witte}) = 3 \cdot P(w w \bar{w}) + P(w w w) = 3 \cdot \frac{8}{12} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{4}{10} + \frac{8}{12} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{6}{10} = \frac{672}{1320} + \frac{336}{1320} = \frac{1008}{1320} = \frac{42}{55}$

- 3 a $P(\text{twee knikkers}) = P(b g) = \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} \approx 0,265$
 b $P(\text{vijf knikkers}) = P(b b b b g) = \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{7}{8} \approx 0,009$

- 4 a Iedere docent kan maar één keer gekozen worden, dus zonder terugleggen.

$$P(3v, 2m) = \frac{\binom{7}{3} \cdot \binom{9}{2}}{\binom{16}{5}} \approx 0,288$$

- b Iedere docent kan meerdere keren gekozen worden, dus met terugleggen.

$$P(3v, 2m) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{7}{16}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{16}\right)^2 \approx 0,265$$

- 5 a $P(\text{minstens twee bloedgroep 0}) = 1 - P(\text{nul bloedgroep 0}) - P(\text{één bloedgroep 0}) = 1 - 0,53^{15} - \binom{15}{1} \cdot 0,47 \cdot 0,53^{14} \approx 0,999$
 b $P(\text{hoogstens één bloedgroep AB}) = P(\text{nul bloedgroep AB}) + P(\text{één bloedgroep AB}) = 0,97^{15} + \binom{15}{1} \cdot 0,03 \cdot 0,97^{14} \approx 0,927$
 c $P(\text{tien bloedgroep 0 of A}) = \binom{15}{10} \cdot 0,89^{10} \cdot 0,11^5 \approx 0,015$
 d 60% van 15 is $0,6 \cdot 15 = 9$.
 80% van 15 is $0,8 \cdot 15 = 12$.
 $P(\text{tussen 60% en 80% geen bloedgroep 0}) = P(\text{tien of elf geen bloedgroep 0}) = P(\text{tien geen bloedgroep 0}) + P(\text{elf geen bloedgroep 0}) = \binom{15}{10} \cdot 0,53^{10} \cdot 0,47^5 + \binom{15}{11} \cdot 0,53^{11} \cdot 0,47^4 \approx 0,182$
 e 40% van 15 is $0,4 \cdot 15 = 6$, dus 6 personen hebben bloedgroep 0.

$$P(\text{drie willekeurige personen hebben bloedgroep 0}) = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{15}{3}} \approx 0,044$$

Bladzijde 51

6 a $P(X=0) = P(\text{nul rode en vijf blauwe}) = \frac{\binom{10}{5}}{\binom{14}{5}} = \frac{18}{143}$

$P(X=1) = P(\text{één rode en vier blauwe}) = \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{10}{4}}{\binom{14}{5}} = \frac{60}{143}$

$P(X=2) = P(\text{twee rode en drie blauwe}) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{10}{3}}{\binom{14}{5}} = \frac{360}{1001}$

$P(X=3) = P(\text{drie rode en twee blauwe}) = \frac{\binom{4}{3} \cdot \binom{10}{2}}{\binom{14}{5}} = \frac{90}{1001}$

$P(X=4) = P(\text{vier rode en één blauwe}) = \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{10}{1}}{\binom{14}{5}} = \frac{5}{1001}$

x	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\frac{18}{143}$	$\frac{60}{143}$	$\frac{360}{1001}$	$\frac{90}{1001}$	$\frac{5}{1001}$

b $P(Y=1) = P(b) = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$

$P(Y=2) = P(r b) = \frac{4}{14} \cdot \frac{10}{13} = \frac{20}{91}$

$P(Y=3) = P(r r b) = \frac{4}{14} \cdot \frac{3}{13} \cdot \frac{10}{12} = \frac{5}{91}$

$P(Y=4) = P(r r r b) = \frac{4}{14} \cdot \frac{3}{13} \cdot \frac{2}{12} \cdot \frac{10}{11} = \frac{10}{1001}$

$P(Y=5) = P(r r r r b) = \frac{4}{14} \cdot \frac{3}{13} \cdot \frac{2}{12} \cdot \frac{1}{11} \cdot \frac{10}{10} = \frac{1}{1001}$

y	1	2	3	4	5
$P(Y=y)$	$\frac{5}{7}$	$\frac{20}{91}$	$\frac{5}{91}$	$\frac{10}{1001}$	$\frac{1}{1001}$

7 som = 18 666 $1 \times$ $P(\text{som} = 18) = \frac{1}{216}$

som = 17 665 $3 \times$ $P(\text{som} = 17) = \frac{3}{216}$

som = 16 664 $3 \times$ $P(\text{som} = 16) = \frac{6}{216}$

 655 $3 \times$

$U = \text{uitbetaling}$

u	100	15	5	0
$P(U=u)$	$\frac{1}{216}$	$\frac{3}{216}$	$\frac{6}{216}$	$\frac{206}{216}$

$E(U) = 100 \cdot \frac{1}{216} + 15 \cdot \frac{3}{216} + 5 \cdot \frac{6}{216} + 0 \cdot \frac{206}{216} \approx 0,81 \text{ euro}$

De winstverwachting per spel voor een speler is $81 - 100 = -19 \text{ cent}$.

8 a $X = \text{het aantal keer dat hij alle kegels omver werpt.}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = 0,78$.
 $P(X=8) = \text{binompdf}(10, 0,78, 8) \approx 0,298$

b $P(\text{alleen de laatste keer niet alle kegels omver}) = P(A A A A A A A A \bar{A}) = 0,78^9 \cdot 0,22 \approx 0,024$

c $X = \text{het aantal keer dat hij alle kegels omver werpt.}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = 0,78$.
 $P(X \geq 9) = P(X=9) + P(X=10) = \text{binompdf}(10, 0,78, 9) + \text{binompdf}(10, 0,78, 10) \approx 0,318$

- 9 a $P(X > 60) = 1 - P(X \leq 60) = 1 - \text{binomcdf}(100, 0.65, 60) \approx 0,828$
 b $P(X \geq 68) = 1 - P(X \leq 67) = 1 - \text{binomcdf}(100, 0.65, 67) \approx 0,303$
 c $P(X \text{ tussen } 62 \text{ en } 70) = P(62 < X < 70) = P(X \leq 69) - P(X \leq 62) = \text{binomcdf}(100, 0.65, 69) - \text{binomcdf}(100, 0.65, 62) \approx 0,529$

- 10 a $X = \text{het aantal keer een even aantal ogen.}$

X is binomiaal verdeeld met $n = 16$ en $p = \frac{1}{2}$.

$$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - \text{binomcdf}(16, \frac{1}{2}, 10) \approx 0,105$$

- b $X = \text{het aantal keer 6 ogen.}$

X is binomiaal verdeeld met $n = 16$ en $p = \frac{1}{6}$.

$$P(X < 3) = P(X \leq 2) = \text{binomcdf}(16, \frac{1}{6}, 2) \approx 0,487$$

- c $X = \text{het aantal keer 5 of 6 ogen.}$

X is binomiaal verdeeld met $n = 16$ en $p = \frac{1}{3}$.

$$P(X = 5) = \text{binompdf}(16, \frac{1}{3}, 5) \approx 0,208$$

- d $X = \text{het aantal keer 1 of 2 ogen.}$

X is binomiaal verdeeld met $n = 16$ en $p = \frac{1}{3}$.

$$P(5 < X < 10) = P(X \leq 9) - P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(16, \frac{1}{3}, 9) - \text{binomcdf}(16, \frac{1}{3}, 5) \approx 0,437$$

- e $P(\text{acht keer minder dan 3 en acht keer meer dan 3}) = \binom{16}{8} \cdot (\frac{2}{6})^8 \cdot (\frac{3}{6})^8 \approx 0,008$

- f $X = \text{het aantal keer 6 ogen.}$

X is binomiaal verdeeld met onbekende n en $p = \frac{1}{6}$.

$$P(X \geq 4) > 0,90$$

$$1 - P(X \leq 3) > 0,90$$

Voer in $y_1 = 1 - \text{binomcdf}(x, \frac{1}{6}, 3)$ (TI) of $y_1 = 1 - \text{BinomialCD}(3, x, \frac{1}{6})$ (Casio).

Uit de tabel volgt

$$x = 38 \text{ geeft } y_1 \approx 0,898$$

$$x = 39 \text{ geeft } y_1 \approx 0,909.$$

Dus Carmen moet minstens 39 keer gooien.

- 11 a $X = \text{het aantal keer dat op zaterdag wordt gepind.}$

X is poissonverdeeld met $\lambda = 65$.

$$P(X \geq 70) = 1 - P(X \leq 69) = 1 - \text{poissoncdf}(65, 69) = 0,283...$$

$$P(\text{op vier opeenvolgende zaterdagen telkens minstens 70 keer gepind}) = 0,283...^4 \approx 0,006$$

- b $X = \text{het aantal keer dat op vier zaterdagen wordt gepind.}$

X is poissonverdeeld met $\lambda = 4 \cdot 65 = 260$.

$$P(X > 275) = 1 - P(X \leq 275) = 1 - \text{poissoncdf}(260, 275) \approx 0,168$$