

$$\text{c } \sum_{k=0}^n u_k = \frac{1}{2}(n+1)(u_0 + u_n) = \frac{1}{2}(n+1)(2750 + 2750 + 10n) = \frac{1}{2}(n+1)(5500 + 10n) = (n+1)(5n + 2750) =$$

$$5n^2 + 2755n + 2750$$

Los op $5n^2 + 2755n + 2750 > 500\,000$.

Voer in $y_1 = 5x^2 + 2755x + 2750$.

De tabel geeft

$$x = 143 \text{ en } y_1 = 498\,960$$

$$x = 144 \text{ en } y_1 = 503\,150.$$

Bij $n = 144$ hoort 1 januari 2027.

Dus vanaf januari 2027 heeft zij in totaal meer dan een half miljoen euro aan salaris ontvangen, er vanuit gaande dat het salaris pas na elke maand werken wordt uitbetaald.

- 12 a** mr met $u_0 = 800$ en $r = 1,25$.

De recursieve formule is $u_n = 1,25 \cdot u_{n-1}$ met $u_0 = 800$.

De directe formule is $u_n = 800 \cdot 1,25^n$.

- b** Voer in 800 en 1,25Ans.

Je krijgt $u_{14} \approx 18\,190$ en $u_{15} \approx 22\,737$.

Dus vanaf de zestiende term is $u_n > 20\,000$.

- 13 a** mr met $u_0 = 100$ en $r = 1,08$.

$$\sum_{k=0}^{10} u_k = \frac{100(1 - 1,08^{11})}{1 - 1,08} \approx 1664,55$$

- b** De som van de eerste vijftien termen is $\sum_{k=0}^{14} u_k = \frac{100(1 - 1,08^{15})}{1 - 1,08} \approx 2715,21$

- 14 a** mr met $u_0 = 5$ en $r = 4$.

$u_n = 1\,310\,720$, dus $u_{n+1} = 4 \cdot 1\,310\,720 = 5\,242\,880$.

$$5 + 20 + 80 + 320 + 1280 + \dots + 1\,310\,720 = \frac{5 - 5\,242\,880}{1 - 4} = 1\,747\,625$$

- b** $1,15 + 1,15^2 + 1,15^3 + \dots + 1,15^{20} = \frac{1,15 - 1,15^{21}}{1 - 1,15} \approx 117,810$

- 15 a** mr met $u_0 = 500$ en $r = 0,75$.

De directe formule is $u_n = 500 \cdot 0,75^n$.

$$u^3 = 500 \cdot 0,75^3 = 210,9375$$

Bij de vierde keer blaast Roos ongeveer 211 cm^3 in de ballon.

$$\sum_{k=0}^n u_k = \frac{u_0(1 - r^{n+1})}{1 - r} = \frac{500(1 - 0,75^{n+1})}{1 - 0,75} = \frac{500(1 - 0,75^n \cdot 0,75)}{0,25} = 2000(1 - 0,75 \cdot 0,75^n) =$$

$$2000 - 1500 \cdot 0,75^n$$

Dus $a = 2000$, $b = -1500$ en $c = 0,75$.

- c** Los op $2000 - 1500 \cdot 0,75^n > 1700$.

Voer in $y_1 = 2000 - 1500 \cdot 0,75^x$.

De tabel geeft

$$x = 5 \text{ en } y_1 \approx 1644$$

$$x = 6 \text{ en } y_1 \approx 1733.$$

Voor $n = 6$, dus na de zevende keer blazen zit er voor het eerst meer dan 1700 cm^3 lucht in de ballon.

Bladzijde 92

-

- Bladzijde 93**

- | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|---|
| 6 | c | d | | d | | d |
| | | | a | a | a | a b |
| 5 | d c | | d | | d | |
| | | | | a | a b | a |
| 4 | c | d | | d | | d |
| | | | | | b a | a |
| 3 | d c | | c d | | d |  |
| | | | | b | | a |
| 2 | c | d c | | c d | | d |
| | | | | | | b |
| 1 | d c | | c d | | c d | c |
| | | | | | | b |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

- © Noordhoff Uitgevers bv

d Per kolom zijn er $\binom{5}{2} = 10$ mogelijkheden met twee zwarte vakjes.

$$\text{aantal} = 10^4 = 10\,000$$

e $\text{aantal} = \binom{5}{1} \cdot \binom{5}{2} \cdot \binom{5}{3} \cdot \binom{5}{4} = 2500$

f Per rij zijn er $2^4 = 16$ mogelijkheden.

Per rij is er 1 mogelijkheid met 4 zwarte vakjes.

Dus per rij zijn er $16 - 1 = 15$ mogelijkheden met geen vier zwarte vakjes.

$$\text{aantal} = 15^5 = 759\,375$$

5 a 6 6 1 1 1 1 1

$$N(\text{twee zessen en vijf enen}) = \binom{7}{2} = 21$$

b $N(\text{geen enkele zes}) = 5^7 = 78\,125$

c 6 6 6 6 6 6 5

$$N(41 \text{ ogen}) = \binom{7}{1} = 7$$

d 6 6 6 6 6 6 4 $\binom{7}{6} = 7$ keer

6 6 6 6 5 5 $\binom{7}{5} = 21$ keer

$$N(40 \text{ ogen}) = 7 + 21 = 28$$

e 7 ogen 1 1 1 1 1 1 1 1 keer

8 ogen 1 1 1 1 1 1 2 $\binom{7}{6} = 7$ keer

9 ogen 1 1 1 1 1 1 3 $\binom{7}{6} = 7$

1 1 1 1 1 2 2 $\binom{7}{5} = 21$

$$N(\text{hoogstens 9 ogen}) = 1 + 7 + 7 + 21 = 36$$

3.1 Het kansbegrip

Bladzijde 94

1 a som is 7 1 + 6 6 + 1 2 + 5 5 + 2 3 + 4 4 + 3

$$\#(A) = 6$$

som is 9 3 + 6 6 + 3 4 + 5 5 + 4

$$\#(B) = 4$$

b Gebeurtenis A heeft de grootste kans, omdat er bij het gooien met twee dobbelstenen meer mogelijkheden zijn om 7 ogen te gooien dan om 9 ogen te gooien.

Bladzijde 95

2 a $G_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$G_2 = \{1, 2, 3, 4\}$$

b $A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

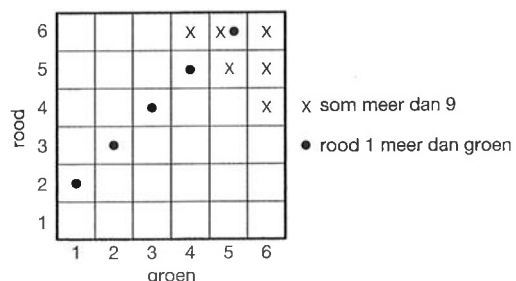
$$B = \{(6, 2), (6, 3), (6, 4), (5, 3), (5, 4), (4, 4)\}$$

$$C = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (4, 1)\}$$

3 a $\#(U) = 6 \cdot 6 = 36$ en $\#(A) = 6$, dus

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

b $\#(B) = 5$, dus $P(B) = \frac{5}{36}$.



c $\#(C) = 5$, dus $P(C) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

d $\#(D) = 5$, dus $P(D) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

6			X	•	•	•
5		X		•	•	•
4	X				•	•
3						X
2					X	
1			X			
	1	2	3	4	5	6

rood

groen

X verschil 3

• product minstens 20

Bladzijde 96

4 a $U = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$

b $A = \{(2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$

$\#(U) = 16$ en $\#(A) = 6$, dus $P(A) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

c $B = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (4, 1)\}$

$\#(U) = 16$ en $\#(B) = 8$, dus $P(B) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$.

5 a $\#(U) = 6 \cdot 6 = 36$

$\#(A) = 3$, dus $P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

b $\#(B) = 18$, dus $P(B) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$.

c $\#(C) = 6$, dus $P(C) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

d $\#(D) = 15$, dus $P(D) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

6		b		b	a	a	b
5	b		b		b	a	
4		b		b	d	d	b
3	b		b	c	d	d	d
2		b	c	d	d	d	b
1	b		d	b	d	d	d
	1	2	3	4	5	6	

groen

rood

6 a $\#(U) = 6 \cdot 6 = 36$

$\#(A) = 8$, dus $P(A) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

b $\#(B) = 4$, dus $P(B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

c $\#(C) = 33$, dus $P(C) = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$.

6	c	b	c	c	a	c	
5	c		c	a	c	c	
4	c	a	c	b	c	c	a
3	a	c	c	c	b	c	c
2	c	c	c	a	c	c	b
1	c	c	a	c	c	c	c
	1	2	3	4	5	6	

7 a De sectoren van de schijf zijn niet even groot.

b De sector van 3 is $\frac{1}{6}$ deel van de hele schijf.

$P(\text{pijl wijst 3 aan}) = \frac{1}{6}$

Bladzijde 97

8 a $\#(U) = 8 \cdot 4 = 32$

$\#(A) = 4$, dus $P(A) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$.

b $\#(B) = 4$, dus $P(B) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$.

c $\#(C) = 9$, dus $P(C) = \frac{9}{32}$.

d $\#(D) = 7$, dus $P(D) = \frac{7}{32}$.

4			d	c	d	c	c	c	c
3		d		a	b	b			
2	d		a	d			b		c
1	a	d						b	
	1	2	3	4	5	6	7	8	

3

9 a $P(\text{even aantal punten}) = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$

b $P(\text{aantal punten is drievoud}) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

c $P(\text{meer dan 15 punten}) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

PUNTEN

6	19	14	21	16	23	18
5	16	12	18	14	20	16
4	13	10	15	12	17	14
3	10	8	12	10	14	12
2	7	6	9	8	11	10
1	4	4	6	6	8	8
	1	2	3	4	5	6

rood

10	Roos	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Saar	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Tess	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Elk streepje staat voor het zingen van een regel.

Er wordt gedurende 14 tijdseenheden gezongen.

Gedurende 10 tijdseenheden zijn Roos, Saar en Tess alle drie aan het zingen.

Dus $P(\text{Roos, Saar en Tess zijn alle drie aan het zingen}) = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$.

Bladzijde 98

11 a U heeft $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ elementen.

b $U = \{(k, k, k), (k, k, m), (k, m, k), (m, k, k), (k, m, m), (m, k, m), (m, m, k), (m, m, m)\}$

12 a $\#(U) = 6^4 = 1296$

A: som is 22

$6 \ 6 \ 6 \ 4 \quad \binom{4}{1} = 4 \text{ keer}$

$6 \ 6 \ 5 \ 5 \quad \binom{4}{2} = 6 \text{ keer}$

$\#(A) = 10$

$P(A) = \frac{10}{1296} = \frac{5}{648}$

b B: som minder dan 7

som is 4: $1111 \quad 1 \text{ keer}$

som is 5: $1112 \quad \binom{4}{3} = 4 \text{ keer}$

som is 6: $1113 \quad \binom{4}{3} = 4 \text{ keer}$

$1122 \quad \binom{4}{2} = 6 \text{ keer}$

$\#(B) = 1 + 4 + 4 + 6 = 15$

$P(B) = \frac{15}{1296} = \frac{5}{432}$

- c C: het product van de ogen is 4

$$4 \ 1 \ 1 \ 1 \quad \binom{4}{1} = 4 \text{ keer}$$

$$2 \ 2 \ 1 \ 1 \quad \binom{4}{2} = 6 \text{ keer}$$

$$\#(C) = 10$$

$$P(C) = \frac{10}{1296} = \frac{5}{648}$$

Bladzijde 99

- 13 a $\#(U) = 2^4 = 16$

A: vier keer hetzelfde

$$A = \{(k, k, k, k), (m, m, m, m)\}$$

$$\#(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

- b B: één keer kop

$$B = \{(k, m, m, m), (m, k, m, m), (m, m, k, m), (m, m, m, k)\}$$

$$\#(B) = 4$$

$$P(B) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

- c C: meer dan één keer munt

$$\text{twee keer munt} \quad \text{mmkk} \quad \binom{4}{2} = 6 \text{ keer}$$

$$\text{drie keer munt} \quad \text{mmm k} \quad \binom{4}{3} = 4 \text{ keer}$$

$$\text{vier keer munt} \quad \text{mmmm} \quad 1 \text{ keer}$$

$$\text{Dus } \#(C) = 6 + 4 + 1 = 11.$$

$$P(C) = \frac{11}{16}$$

- 14 a $\#(U) = 6^3 = 216$

A: de som van de ogen is 5

$$A = \{(1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1), (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)\}$$

$$\#(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

- b B: de som van de ogen is minder dan 7

$$\text{som is 3} \quad 111 \quad 1 \text{ keer}$$

$$\text{som is 4} \quad 112 \quad 3 \text{ keer}$$

$$\text{som is 5} \quad 113 \quad 3 \text{ keer}$$

$$122 \quad 3 \text{ keer}$$

$$\text{som is 6} \quad 114 \quad 3 \text{ keer}$$

$$123 \quad 3! = 6 \text{ keer}$$

$$222 \quad 1 \text{ keer}$$

$$\#(B) = 20$$

$$P(B) = \frac{20}{216} = \frac{5}{54}$$

- c C: met elke dobbelsteen hetzelfde aantal ogen gooien

$$C = \{(1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3), (4, 4, 4), (5, 5, 5), (6, 6, 6)\}$$

$$\#(C) = 6$$

$$P(C) = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

15 a $\#(U) = 2^6 = 64$
 A: vijf keer kop
 $A = \{(k, k, k, k, k, m), (k, k, k, k, m, k), \dots\}$
 $\#(A) = \binom{6}{5} = 6$
 $P(A) = \frac{6}{64} = \frac{3}{32}$

b B: drie keer munt
 $B = \{(m, m, m, k, k, k), (m, m, k, m, k, k), \dots\}$
 $\#(B) = \binom{6}{3} = 20$
 $P(B) = \frac{20}{64} = \frac{5}{16}$

c C: minder dan drie keer kop
 nul keer kop mmmmmm 1 keer
 één keer kop kmmmmm 6 keer
 twee keer kop kkmmmm $\binom{6}{2} = 15$ keer
 $\#(C) = 1 + 6 + 15 = 22$
 $P(C) = \frac{22}{64} = \frac{11}{32}$

16 a $\#(U) = 6^5 = 7776$
 A: twee vijven en drie zessen
 55666 $\binom{5}{2} = 10$ keer
 $\#(A) = 10$
 $P(A) = \frac{10}{7776} = \frac{5}{3888}$

b B: de som van de ogen is minder dan 8
 som is 5 11111 1 keer
 som is 6 11112 5 keer
 som is 7 11113 5 keer
 11122 $\binom{5}{3} = 10$ keer

$\#(B) = 21$
 $P(B) = \frac{21}{7776} = \frac{7}{2592}$

c C: drie enen, een twee en een vier
 11124 $\binom{5}{3} \cdot \binom{2}{1} = 20$ keer

$\#(C) = 20$
 $P(C) = \frac{20}{7776} = \frac{5}{1944}$

d D: het product van de ogen is 12
 11126 $\binom{5}{3} \cdot \binom{2}{1} = 20$ keer

11134 $\binom{5}{3} \cdot \binom{2}{1} = 20$ keer

11223 $\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{2} = 30$

$\#(D) = 70$
 $P(D) = \frac{70}{7776} = \frac{35}{3888}$

- 17 Het aantal mogelijke uitkomsten is $\binom{15}{3} = 455$.

gunstige uitkomsten: 12 2 1

11 3 1

10 4 1

10 3 2

9 5 1

9 4 2

8 6 1

8 5 2

8 4 3

7 6 2

7 5 3

6 5 4

$$P(\text{som } 15) = \frac{12}{455}$$

3.2 Empirische kansen

Bladzijde 101

18 a	aantal keer gooien N	50	100	150	200	250	300	500	1000
	frequentie f	31	61	89	114	141	174	282	579
	relatieve frequentie $\frac{f}{N}$	0,62	0,61	0,59	0,57	0,56	0,58	0,56	0,58

- b De beste schatting krijg je door alle worpen te nemen.

$$P(\text{punt omhoog}) = \frac{31 + 61 + 89 + 114 + 141 + 174 + 282 + 579}{50 + 100 + 150 + 200 + 250 + 300 + 500 + 1000} = \frac{1471}{2550} \approx 0,58$$

- c Als geldt $P(\text{punt van punaise ligt omhoog}) = \frac{1}{2}$, mag je bij 2550 worpen rond de 1275 worpen met de punt omhoog verwachten. Hiervan wijkt 1471 wel erg veel af.
Je kunt dus niet zeggen dat $P(\text{punt omhoog}) = \frac{1}{2}$.

Bladzijde 103

19 a $P(\text{maximumtemperatuur minstens } 15^\circ\text{C}) = \frac{39 + 31}{103} \approx 0,68$

b $P(\text{minder dan } 5,0 \text{ mm regen}) = \frac{46 + 15 + 24}{103} \approx 0,83$

c $P(\text{minstens 1 uur zon}) = \frac{30 + 34 + 22}{103} \approx 0,83$

20 a $P(\text{meer dan 3 minuten te laat}) = 0,2 + 0,2 = 0,4$

b $P(\text{minstens 2 minuten, maar niet meer dan 4 minuten te laat}) = 0,15 + 0,25 + 0,2 = 0,6$

c $P(\text{minder dan 2 minuten te laat}) = 0,15 + 0,05 = 0,2$

Bladzijde 104

- 21 a empirische kans
b theoretische kans
c empirische kans
d theoretische kans
e empirische kans

22 a $P(\text{georganiseerde reis naar België}) = \frac{699}{2633} \approx 0,265$

b $P(\text{niet-georganiseerde reis naar België}) = \frac{411}{1067} \approx 0,385$

- c $P(\text{niet-georganiseerde reis naar België}) \approx 0,385 > P(\text{georganiseerde reis naar België}) \approx 0,265$,
dus bij de niet-georganiseerde reizen is België een populairdere bestemming dan bij de georganiseerde reizen.

Bladzijde 107

23 a $P(\text{uit west}) = \frac{2581}{8527} \approx 0,303$

b $P(\text{naar oost}) = \frac{2970}{8527} \approx 0,348$

c $P(\text{naar west} \mid \text{uit noord}) = \frac{982}{2088} \approx 0,470$

d $P(\text{recht door}) = \frac{53 + 1711 + 51 + 1682}{8527} \approx 0,410$

e $P(\text{linksaf}) = P(N \rightarrow O \text{ of } O \rightarrow Z \text{ of } Z \rightarrow W \text{ of } W \rightarrow N) = \frac{1053 + 154 + 830 + 408}{8527} \approx 0,287$

f $P(\text{naar noord} \mid \text{uit west}) = \frac{408}{2581} \approx 0,158$

g $P(\text{uit west}) = \frac{2581}{8527}$, dus verwachte aantal is $\frac{2581}{8527} \cdot 7520 \approx 2276$.

24 a $P(\text{minstens 17 jaar}) = \frac{82}{496} \approx 0,165$

b $P(\text{wel 17, maar niet 18}) = \frac{82 - 59}{496} \approx 0,046$

c $P(\text{van 15 jaar ook 18 jaar}) = \frac{59}{169} \approx 0,349$

d $P(\text{van 19 jaar binnen een jaar verdwijnt}) = \frac{42 - 32}{42} \approx 0,238$

e $P(\text{van 16 jaar binnen drie jaar verdwijnt}) = \frac{118 - 42}{118} \approx 0,644$

Bladzijde 108

25 a $P(\text{dertigjarige wordt 60}) = \frac{845134}{983378} \approx 0,859$

b $P(\text{dertigjarige sterft voor zijn 40e}) = \frac{983378 - 967252}{983378} \approx 0,016$

c $P(\text{tachtigjarige wordt minstens 95}) = \frac{11472}{344752} \approx 0,033$

d $P(\text{pasgeboren baby sterft voor zijn dertigste}) = \frac{1000000 - 983378}{1000000} \approx 0,017$

e $P(\text{zestigjarige haalt wel zijn 70e, maar niet zijn 80e}) = \frac{659273 - 344752}{845134} \approx 0,372$

26 a $P(\text{passagier reist minder dan 20 km}) = \frac{14}{83}$

b $P(\text{met voordeelurenabonnement} \mid \text{reist 20 tot 40 km}) = \frac{9}{20}$

c $P(\text{reist 20 tot 40 km} \mid \text{zonder voordeelurenabonnement}) = \frac{11}{46}$

Bladzijde 109

- 27 gerechtigden die niet worden toegelaten $0,015 \cdot 800 = 12$
 gerechtigden die worden toegelaten $800 - 12 = 788$
 niet gerechtigden die worden toegelaten $0,025 \cdot 400 = 10$
 niet gerechtigden die niet worden toegelaten $400 - 10 = 390$

	toegelaten	niet toegelaten	
gerechtigd	788	12	800
niet gerechtigd	10	390	400
	798	402	1200

$$P(\text{ten onrechte geweigerd} \mid \text{niet toegelaten}) = \frac{12}{402} \approx 0,030$$

Bladzijde 110

- 28 Alec: 40% van 1500 is 600 en 5% van 600 is 30
 Bram: 50% van 1500 is 750 en 8% van 750 is 60
 Cas: 10% van 1500 is 150 en 2% van 150 is 3

	Alec	Bram	Cas	
vraag beantwoord	570	690	147	1407
vraag niet beantwoord	30	60	3	93
	600	750	150	1500

$$\text{a } P(\text{vraag is beantwoord}) = \frac{1407}{1500} = 0,938$$

$$\text{b } P(\text{Alec} \mid \text{beantwoord}) = \frac{570}{1407} \approx 0,405$$

$$\text{c } P(\text{Cas} \mid \text{niet beantwoord}) = \frac{3}{93} \approx 0,032$$

- 29 tweedehands Europees $0,640 \cdot 2895 \approx 1853$
 tweedehands Amerikaans $0,083 \cdot 2895 \approx 240$
 tweedehands overig $2895 - 1853 - 240 = 802$
 nieuw Europees $0,723 \cdot (4157 - 2895) \approx 912$
 nieuw overig $0,156 \cdot (4157 - 2895) \approx 197$
 nieuw Amerikaans $(4157 - 2895) - 912 - 197 = 153$

	Europees	Amerikaans	overig	
nieuwe	912	153	197	1262
tweedehands	1853	240	802	2895
	2765	393	999	4157

$$\text{a } P(\text{nieuwe Europese auto}) = \frac{912}{4157} \approx 0,219$$

$$\text{b } P(\text{nieuw} \mid \text{Europees}) = \frac{912}{2765} \approx 0,330$$

$$\text{c } P(\text{tweedehands} \mid \text{Amerikaans}) = \frac{240}{393} \approx 0,611$$

- 30 a kanker en positieve uitslag $0,82 \cdot 350 = 287$
 kanker en negatieve uitslag $350 - 287 = 63$
 geen kanker en positieve uitslag $0,16 \cdot (2500 - 350) = 344$
 geen kanker en negatieve uitslag $(2500 - 350) - 344 = 1806$

	positieve uitslag	negatieve uitslag	
kanker	287	63	350
geen kanker	344	1806	2150
	631	1869	2500

$$P(\text{kanker} \mid \text{positieve uitslag}) = \frac{287}{631} \approx 0,455$$

- b 14% van 2500 is $0,14 \cdot 2500 = 350$.

Dus wordt een groep van 2500 personen onderzocht dan hebben er 350 kanker.

- kanker en positieve uitslag $0,90 \cdot 350 = 315$
 geen kanker $2500 - 350 = 2150$

	positieve uitslag	totaal
kanker	315	350
geen kanker	x	2150
	$315 + x$	2500

$$P(\text{positieve uitslag heeft kanker}) = \frac{315}{315 + x}, \text{ dus los op}$$

$$\frac{315}{315 + x} = 0,95$$

$$0,95(315 + x) = 315$$

$$299,25 + 0,95x = 315$$

$$0,95x = 15,75$$

$$x = \frac{15,75}{0,95} \approx 16,57...$$

$$\frac{N(\text{positieve uitslag, geen kanker})}{N(\text{geen kanker})} = \frac{16,57...}{2150} \approx 0,008$$

Dus het genoemde percentage van 16% moet 0,8% worden.

Bladzijde 111

31 $i = \frac{520}{970} = \frac{52}{97}$

$$P(A \mid B) = \frac{208}{388} = \frac{52}{97}$$

Bladzijde 112

32 a $P(\text{bloedgroep 0} \mid \text{Rh}^+) = \frac{1250}{1700} \approx 0,735$ } niet gelijk
 $P(\text{bloedgroep 0}) = \frac{1500}{2000} = 0,75$

Dus bloedgroep 0 en Rh^+ zijn afhankelijke gebeurtenissen.

33 a

	bloedgroep		totaal
	A	niet A	
Rh ⁺	x		170
Rh ⁻			30
totaal	60	140	200

Er geldt $P(\text{Rh}^+ | A) = P(\text{Rh}^+)$.

$$\text{Dus } \frac{x}{60} = \frac{170}{200} \text{ ofwel } x = \frac{60 \cdot 170}{200} = 51.$$

Dit geeft de volgende tabel.

	bloedgroep		totaal
	A	niet A	
Rh ⁺	51	119	170
Rh ⁻	9	21	30
totaal	60	140	200

$$\text{b } P(\text{bloedgroep A en Rh}^-) = \frac{9}{200} = 0,045$$

$$\text{c } P(A | \text{Rh}^+) = \frac{51}{170} = 0,3$$

3.3 Het vaasmodel en de productregel

Bladzijde 114

- 34 a Eva zou meerdere keren eenzelfde persoon kunnen aanwijzen.
 b Wilco houdt er geen rekening mee dat het drietal A, B en C hetzelfde is als het drietal A, C en B of B, A en C of B, C en A of C, A en B of C, B en A.
 c Het aantal drietallen is $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3!} = 120$.

Bladzijde 116

$$35 \quad P(\text{geen rode knikkers}) = \frac{\binom{8}{0} \cdot \binom{7}{5}}{\binom{15}{5}}$$

$$36 \quad \text{a } P(3 \text{ rode}) = \frac{\binom{7}{3}}{\binom{21}{3}} \approx 0,026$$

$$\text{b } P(\text{geen groene}) = \frac{\binom{15}{3}}{\binom{21}{3}} \approx 0,342$$

$$\text{c } P(2 \text{ rode en 1 witte}) = \frac{\binom{7}{2} \cdot \binom{8}{1}}{\binom{21}{3}} \approx 0,126$$

$$\text{d } P(2 \text{ witte}) = \frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{13}{1}}{\binom{21}{3}} \approx 0,274$$

$$37 \text{ a } P(3 \text{ witte en } 3 \text{ blauwe}) = \frac{\binom{32}{3} \cdot \binom{12}{3}}{\binom{62}{6}} \approx 0,018$$

$$\text{b } P(\text{geen witte}) = \frac{\binom{30}{6}}{\binom{62}{6}} \approx 0,010$$

$$\text{c } P(4 \text{ witte}) = \frac{\binom{32}{4} \cdot \binom{30}{2}}{\binom{62}{6}} \approx 0,254$$

$$\text{d } P(1 \text{ rode}) = \frac{\binom{18}{1} \cdot \binom{44}{5}}{\binom{62}{6}} \approx 0,318$$

Bladzijde 117

$$38 \text{ a } P(4 \text{ rode en } 4 \text{ zwarte}) = \frac{\binom{16}{4} \cdot \binom{16}{4}}{\binom{32}{8}} \approx 0,315$$

$$\text{b } P(4 \text{ azen}) = \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{28}{4}}{\binom{32}{8}} \approx 0,002$$

$$\text{c } P(\text{geen schoppen}) = \frac{\binom{24}{8}}{\binom{32}{8}} \approx 0,070$$

$$\text{d } P(\text{klaveren } 7, 8, 9, 10 \text{ en verder geen klaveren}) = \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{24}{4}}{\binom{32}{8}} \approx 0,001$$

39 a Vaas met 60 knikkers waarvan 1 rood (hoofdprijs), 5 wit (tweede prijzen) en 54 zwart.
Dennis pakt 5 knikkers.

$$\text{b } P(2 \text{ tweede prijzen}) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{54}{3}}{\binom{60}{5}} \approx 0,045$$

$$\text{c } P(\text{hoofdprijs en } 1 \text{ tweede prijs}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{54}{3}}{\binom{60}{5}} \approx 0,023$$

$$40 \text{ a } P(\text{Monique 1 prijs}) = \frac{\binom{10}{1} \cdot \binom{30}{2}}{\binom{40}{3}} \approx 0,440$$

$$\text{b } P(\text{Barbara 2 tweede prijzen}) = \frac{\binom{7}{2} \cdot \binom{33}{2}}{\binom{40}{4}} \approx 0,121$$

$$\text{c } P(\text{geen van beiden prijs}) = \frac{\binom{30}{7}}{\binom{40}{7}} \approx 0,109$$

$$\text{d } P(\text{Barbara 4 prijzen}) = \frac{\binom{10}{4}}{\binom{40}{4}} \approx 0,002$$

- 41 a Vaas met 26 knikkers waarvan 4 rood (de letters b, o, e en k).

$$P(\text{boek}) = \frac{\binom{4}{4}}{\binom{26}{4}} = \frac{1}{14950}$$

- b Vaas met 26 knikkers waarvan 3 rood (b, a en k).

$$P(\text{bak}) = \frac{\binom{3}{3} \cdot \binom{23}{1}}{\binom{26}{4}} = \frac{1}{650}$$

- c Vaas met 26 knikkers waarvan 2 rood (d en e).

$$P(\text{de}) = \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{24}{2}}{\binom{26}{4}} = \frac{6}{325}$$

$$42 \text{ a } P(\text{alle zes even}) = \frac{\binom{22}{6}}{\binom{45}{6}} \approx 0,009$$

$$\text{b } P(\text{alle getallen kleiner dan 20}) = \frac{\binom{19}{6}}{\binom{45}{6}} \approx 0,003$$

$$\text{c } P(\text{kleinste getal groter dan 5}) = P(\text{alle getallen groter dan 5}) = \frac{\binom{40}{6}}{\binom{45}{6}} \approx 0,471$$

- d Vaas met 45 knikkers waarvan 1 rood (37), 36 wit (getallen kleiner dan 37) en 8 zwart (de rest).

$$P(\text{het grootste getal is 37}) = P(37 \text{ en 5 getallen kleiner dan 37}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{36}{5}}{\binom{45}{6}} \approx 0,046$$

- e Vaas met 45 knikkers waarvan 1 rood (35), 1 groen (10), 24 wit (getallen tussen de 10 en 35) en de rest zwart.

$$P(\text{grootste getal is 35, kleinste getal is 10, 4 getallen hiertussen}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{24}{4}}{\binom{45}{6}} \approx 0,001$$

Bladzijde 118

- 43 Vaas met 20 knikkers waarvan 2 rood (de defecte lampen) en 18 groen.

$$P(\text{goedgekeurd}) = P(4 \text{ goede}) = \frac{\binom{18}{4}}{\binom{20}{4}} \approx 0,632$$

- 44 Vaas met 500 knikkers waarvan 10 rood (de appels met een rotte plek) en 490 groen. Marloes pakt 25 knikkers uit de vaas.

$$P(\text{alle appels gaaf}) = \frac{\binom{490}{25}}{\binom{500}{25}} \approx 0,596$$

- 45 a Vaas met 125 knikkers waarvan 4 rood (de leerlingen die bloedgroep AB hebben) en 121 groen. Pak 24 knikkers uit de vaas (de 24 leerlingen die naar Praag gaan).

$$P(\text{leerlingen naar Praag hebben niet bloedgroep AB}) = \frac{\binom{121}{24}}{\binom{125}{24}} \approx 0,421$$

- b Vaas met 125 knikkers waarvan 57 rood (de leerlingen die bloedgroep 0 hebben) 68 groen. Pak 38 knikkers uit de vaas (de 38 leerlingen die naar Londen gaan).

$$P(\text{de helft van de leerlingen naar Londen heeft bloedgroep 0}) = \frac{\binom{57}{19} \cdot \binom{68}{19}}{\binom{125}{38}} \approx 0,125$$

- c Vaas met 125 knikkers waarvan 4 rood (de leerlingen die bloedgroep AB hebben) en de rest groen. Pak 36 knikkers uit de vaas (de 36 leerlingen die naar Parijs gaan).

$$P(\text{alle leerlingen met bloedgroep AB gaan naar Parijs}) = \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{121}{32}}{\binom{125}{36}} \approx 0,006$$

- d Vaas met 125 knikkers waarvan 64 rood (de leerlingen met bloedgroep A of bloedgroep B) en de rest groen. Pak 27 knikkers uit de vaas (de 27 leerlingen die naar Berlijn gaan).

$$P(\text{een kwart van de leerlingen met bloedgroep A of bloedgroep B gaat naar Berlijn}) = \frac{\binom{64}{16} \cdot \binom{61}{11}}{\binom{125}{27}} \approx 0,111$$

Bladzijde 120

- 46 a $P(\text{drie rode}) = P(r r r) = \frac{2}{9} \times \frac{3}{7} \times \frac{4}{8} \approx 0,048$
 b $P(\text{geen enkele rode}) = P(\bar{r} \bar{r} \bar{r}) = \frac{7}{9} \times \frac{4}{7} \times \frac{4}{8} \approx 0,222$
 c $P(\text{geen enkele blauwe}) = P(\bar{b} \bar{b} \bar{b}) = \frac{5}{9} \times 1 \times \frac{6}{8} \approx 0,417$
 d $P(\text{twee blauwe en een groene}) = P(b g b) = \frac{4}{9} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{8} \approx 0,032$

- 47** a $P(\text{twee witte}) = P(w w) = \frac{5}{10} \times \frac{2}{5} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$
 b $P(\text{een blauwe en een rode}) = P(r b) = \frac{2}{10} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{50} = \frac{2}{25}$
 c $P(\text{een witte en een groene}) = \frac{5}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$
 d $P(\text{geen enkele blauwe}) = P(\bar{b} \bar{b}) = \frac{7}{10} \times \frac{3}{5} = \frac{21}{50}$
 e $P(\text{geen enkele rode}) = P(\bar{r} \bar{r}) = \frac{8}{10} \times 1 = \frac{4}{5}$
- 48** a $P(\text{drie bananen}) = P(b b b) = \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$
 b $P(\text{geen kersen}) = P(\bar{k} \bar{k} \bar{k}) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$
 c $P(\text{twee citroenen en een banaan}) = P(c c b) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$
 d $P(\text{drie citroenen}) = P(c c c) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times 0 = 0$
- 49** a $P(\text{met elke dobbelsteen minder dan 5 ogen}) = P(< 5 < 5 < 5) = \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{64}{216} = \frac{8}{27}$
 b $P(\text{met geen enkele dobbelsteen 5 ogen}) = P(\bar{5} \bar{5} \bar{5}) = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$
 c $P(\text{met elke dobbelsteen meer dan 4 ogen}) = P(> 4 > 4 > 4) = \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{8}{216} = \frac{1}{27}$
- 50** a $P(\text{met geen enkele dobbelsteen 4 ogen}) = P(\bar{4} \bar{4} \bar{4}) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{81}{256}$
 b $P(\text{met elke dobbelsteen minder dan 3 ogen}) = P(< 3 < 3 < 3) = \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{16}{256} = \frac{1}{16}$
 c $P(\text{in totaal 4 ogen}) = P(1 1 1 1) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{256}$

3.4 De somregel en de complementregel

Bladzijde 122

- 51** a $A = \{(1, 2), (2, 1)\}$, dus $P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.
 $B = \{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\}$, dus $P(B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.
 $P(A \cup B) = \frac{5}{36}$
 b Ja
 c $C = \{(1, 4), (2, 2), (4, 1)\}$, dus $P(C) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.
 $B \cup C = \{(1, 3), (2, 2), (3, 1), (1, 4), (4, 1)\}$
 $P(B \cup C) = \frac{5}{36}$
 $P(B) + P(C) = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$
 Dus $P(B \cup C) \neq P(B) + P(C)$.

Bladzijde 123

- 52** De twee breuken in het voorbeeld zijn gelijknamig, je kunt dus eerst de tellers optellen. Het voordeel is dat je minder hoeft in te tikken.

- 53** a $P(3 \text{ of } 4 \text{ azen}) = P(3 \text{ azen}) + P(4 \text{ azen}) = \frac{\binom{4}{3} \cdot \binom{28}{5}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{28}{4}}{\binom{32}{8}} \approx 0,039$
 b $P(\text{minder dan 3 schoppen}) = P(0 \text{ schoppen}) + P(1 \text{ schoppen}) + P(2 \text{ schoppen}) =$
 $\frac{\binom{24}{8}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{1} \cdot \binom{24}{7}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{24}{6}}{\binom{32}{8}} \approx 0,691$

$$54 \text{ a } P(2 \text{ of } 3 \text{ rode}) = P(2 \text{ rode}) + P(3 \text{ rode}) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{1}}{\binom{10}{3}} + \frac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} \approx 0,333$$

$$\text{b } P(\text{minder dan } 2 \text{ groene}) = P(0 \text{ groene}) + P(1 \text{ groene}) = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} + \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{2}}{\binom{10}{3}} \approx 0,667$$

$$55 \text{ a } P(\text{minder dan } 2 \text{ meisjes}) = P(0 \text{ meisjes}) + P(1 \text{ meisje}) = \frac{\binom{13}{4}}{\binom{28}{4}} + \frac{\binom{15}{1} \cdot \binom{13}{3}}{\binom{28}{4}} \approx 0,244$$

$$\text{b } P(\text{niet enkel en alleen jongens of meisjes}) = P(1 \text{ j en } 3 \text{ m}) + P(2 \text{ j en } 2 \text{ m}) + P(3 \text{ j en } 1 \text{ m}) =$$

$$\frac{\binom{13}{1} \cdot \binom{15}{3}}{\binom{28}{4}} + \frac{\binom{13}{2} \cdot \binom{15}{2}}{\binom{28}{4}} + \frac{\binom{13}{3} \cdot \binom{15}{1}}{\binom{28}{4}} \approx 0,898$$

$$56 \text{ a } P(\text{meer dan } 8 \text{ ondervraagden minder dan } 5 \text{ km}) = P(9 \text{ minder dan } 5 \text{ km}) + P(10 \text{ minder dan } 5 \text{ km}) =$$

$$\frac{\binom{29}{9} \cdot \binom{24}{1}}{\binom{53}{10}} + \frac{\binom{29}{10}}{\binom{53}{10}} \approx 0,013$$

$$\text{b } P(\text{minder dan } 3 \text{ vrouwen}) = P(0 \text{ vrouwen}) + P(1 \text{ vrouw}) + P(2 \text{ vrouwen}) =$$

$$\frac{\binom{37}{10}}{\binom{53}{10}} + \frac{\binom{16}{1} \cdot \binom{37}{9}}{\binom{53}{10}} + \frac{\binom{16}{2} \cdot \binom{37}{8}}{\binom{53}{10}} \approx 0,358$$

$$\text{c } P(2 \text{ vrouwen die } 5 \text{ km of meer van het werk af wonen}) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{48}{8}}{\binom{53}{10}} \approx 0,194$$

$$57 \text{ a } P(4 \text{ witte}) = \frac{\binom{10}{4}}{\binom{22}{4}} \approx 0,029$$

$$\text{b } P(\text{minder dan } 4 \text{ witte}) = P(0 \text{ witte}) + P(1 \text{ witte}) + P(2 \text{ witte}) + P(3 \text{ witte}) =$$

$$\frac{\binom{10}{0} \cdot \binom{12}{4}}{\binom{22}{4}} + \frac{\binom{10}{1} \cdot \binom{12}{3}}{\binom{22}{4}} + \frac{\binom{10}{2} \cdot \binom{12}{2}}{\binom{22}{4}} + \frac{\binom{10}{3} \cdot \binom{12}{1}}{\binom{22}{4}} \approx 0,971$$

Bladzijde 125

$$58 \text{ a } P(\text{minstens } 1 \text{ aas}) = 1 - P(\text{geen aas}) = 1 - \frac{\binom{28}{8}}{\binom{32}{8}} \approx 0,705$$

$$\text{b } P(\text{hoogstens } 6 \text{ zwart}) = 1 - P(7 \text{ of } 8 \text{ zwart}) = 1 - \left(\frac{\binom{16}{7} \cdot \binom{16}{1}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{16}{8}}{\binom{32}{8}} \right) \approx 0,981$$

$$c \ P(\text{geen aas of 10}) = \frac{\binom{24}{8}}{\binom{32}{8}} \approx 0,070$$

$$59 \ a \ P(\text{minstens 1 prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \frac{\binom{21}{3}}{\binom{25}{3}} \approx 0,422$$

$$b \ P(\text{niet 3 prijzen}) = 1 - P(3 \text{ prijzen}) = 1 - \frac{\binom{4}{3}}{\binom{25}{3}} \approx 0,998$$

$$c \ P(2 \text{ prijzen}) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{21}{1}}{\binom{25}{3}} \approx 0,055$$

$$d \ P(\text{geen prijs}) = \frac{\binom{21}{3}}{\binom{25}{3}} \approx 0,578$$

$$60 \ a \ P(\text{som geen 5}) = 1 - P(\text{som is 5})$$

Het totale aantal uitkomsten is $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$.
Er zijn zes uitkomsten met som is 5, namelijk 113, 131, 311, 221, 212, 122.

$$P(\text{som geen 5}) = 1 - P(\text{som is 5}) = 1 - \frac{6}{216} \approx 0,972$$

$$b \ P(\text{som minder dan 17}) = 1 - P(\text{som is 17 of 18})$$

Er zijn vier uitkomsten met som is 17 of 18, namelijk 665, 656, 566, 666.

$$P(\text{som minder dan 17}) = 1 - P(\text{som is 17 of 18}) = 1 - \frac{4}{216} \approx 0,981$$

Bladzijde 126

$$61 \ a \ P(\text{minstens 1 groene}) = 1 - P(0 \text{ groene}) = 1 - \frac{\binom{9}{3}}{\binom{12}{3}} \approx 0,618$$

$$b \ P(\text{hoogstens 2 blauwe}) = 1 - P(3 \text{ blauwe}) = 1 - \frac{\binom{5}{3}}{\binom{12}{3}} \approx 0,955$$

$$c \ P(\text{drie verschillende kleuren}) = \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{12}{3}} \approx 0,273$$

$$d \ P(\text{alle drie dezelfde kleur}) = P(3 \text{ gele}) + P(3 \text{ groene}) + P(3 \text{ blauwe}) = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{12}{3}} + \frac{\binom{3}{3}}{\binom{12}{3}} + \frac{\binom{5}{3}}{\binom{12}{3}} \approx 0,068$$

$$62 \ a \ P(\text{geen groene}) \text{ is niet gelijk aan } 1 - P(\text{allemaal groene}) \text{ want } P(\text{geen groene}) = 1 - P(\text{minstens 1 groene}).$$

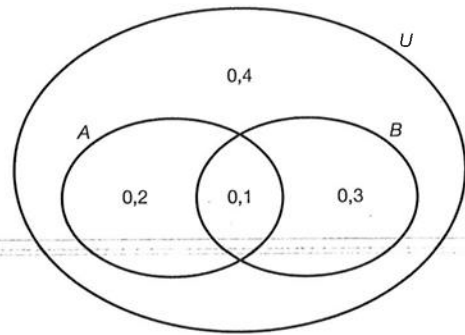
$$b \ P(\text{gelijke kleuren}) \text{ is niet gelijk aan } 1 - P(\text{drie verschillende kleuren}) \text{ want } P(\text{gelijke kleuren}) = 1 - P(\text{niet gelijke kleuren}) = 1 - P(\text{twee verschillende kleuren of alle drie verschillend}).$$

$$c \ P(\text{meer dan 2 rode}) \text{ is niet gelijk aan } 1 - P(\text{minder dan 2 rode}) \text{ want } P(\text{meer dan 2 rode}) = 1 - P(2 \text{ rode of minder dan 2 rode}).$$

- d $P(\text{hoogstens 3 witte})$ is niet gelijk aan $1 - P(\text{minstens 3 witte})$ want $P(\text{hoogstens 3 witte}) = 1 - P(\text{meer dan 3 witte})$.

63 Bij de gegevens kun je het venndiagram hiernaast maken.

- a $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,3 = 0,7$
 b $P(B) = 0,4$
 c $P(\bar{A} \setminus B) = 0,3 - 0,1 = 0,2$
 d $P(\bar{A} \cap B) = 0,7 - 0,3 = 0,4$
 e $P(A \cap B) = 1 - 0,1 = 0,9$
 f $P(B \setminus \bar{A}) = 0,4 - 0,3 = 0,1$



64 a Vaas met 30 knikkers waarvan 20 rood (minder dan 10 km van school).

$$P(\text{minstens 6 minder dan 10 km van school}) =$$

$$P(6 \text{ minder dan 10 km}) + P(7 \text{ minder dan 10 km}) + P(8 \text{ minder dan 10 km}) =$$

$$\frac{\binom{20}{6} \cdot \binom{10}{2}}{\binom{30}{8}} + \frac{\binom{20}{7} \cdot \binom{10}{1}}{\binom{30}{8}} + \frac{\binom{20}{8}}{\binom{30}{8}} \approx 0,452$$

Vaas met 30 knikkers waarvan 12 rood (de jongens).

$$P(\text{minder dan 7 jongens}) = 1 - P(7 \text{ jongens of } 8 \text{ jongens}) = 1 - (P(7 \text{ jongens}) + P(8 \text{ jongens})) =$$

$$1 - \left(\frac{\binom{12}{7} \cdot \binom{18}{1}}{\binom{30}{8}} + \frac{\binom{12}{8}}{\binom{30}{8}} \right) \approx 0,997$$

c Vaas met 30 knikkers waarvan 13 rood (de meisjes die minder dan 10 km van school wonen).

$$P(3 \text{ meisjes die minder dan 10 km van school wonen}) = \frac{\binom{13}{3} \cdot \binom{17}{5}}{\binom{30}{8}} \approx 0,302$$

65 Vaas met 32 knikkers (het totale aantal plaatsen) waarvan 4 rood (de lege plaatsen).

Hieruit 8 pakken (de plaatsen aan een tafel).

$$P(\text{tafel 1 heeft vier lege plaatsen}) = \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{28}{4}}{\binom{32}{8}} \approx 0,002$$

$$\text{b } P(\text{tafel 2 heeft twee lege plaatsen}) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{28}{6}}{\binom{32}{8}} \approx 0,215$$

$$\text{c } P(\text{tafel 3 heeft geen lege plaatsen}) = \frac{\binom{28}{8}}{\binom{32}{8}} \approx 0,295$$

d $P(\text{tafel 4 heeft minstens twee lege plaatsen}) = 1 - P(\text{tafel 4 heeft nul of één lege plaatsen}) =$
 $1 - (P(\text{tafel 4 heeft nul lege plaatsen}) + P(\text{tafel 4 heeft één lege plaats})) =$

$$1 - \left(\frac{\binom{28}{8} + \binom{4}{1} \cdot \binom{28}{7}}{\binom{32}{8}} \right) \approx 0,254$$

Bladzijde 127

- 66 a** Vaas met 28 knikkers (het aantal langskomende scooters) waarvan 9 rood (de opgevoerde scooters). Hieruit 10 pakken (de gecontroleerde scooters).

$P(\text{hoogstens twee opgevoerde scooters}) = P(0, 1 \text{ of } 2 \text{ opgevoerd}) =$

$$P(0 \text{ opgevoerd}) + P(1 \text{ opgevoerd}) + P(2 \text{ opgevoerd}) = \frac{\binom{19}{10}}{\binom{28}{10}} + \frac{\binom{19}{9} \cdot \binom{9}{1}}{\binom{28}{10}} + \frac{\binom{19}{8} \cdot \binom{9}{2}}{\binom{28}{10}} \approx 0,278$$

- b** $P(\text{minstens 4 opgevoerde scooters}) = 1 - P(0, 1, 2 \text{ of } 3 \text{ opgevoerd}) =$
 $1 - (P(0 \text{ opgevoerd}) + P(1 \text{ opgevoerd}) + P(2 \text{ opgevoerd}) + P(3 \text{ opgevoerd})) =$

$$1 - \left(\frac{\binom{19}{10}}{\binom{28}{10}} + \frac{\binom{19}{9} \cdot \binom{9}{1}}{\binom{28}{10}} + \frac{\binom{19}{8} \cdot \binom{9}{2}}{\binom{28}{10}} + \frac{\binom{19}{7} \cdot \binom{9}{3}}{\binom{28}{10}} \right) \approx 0,400$$

- c** Vaas met 28 knikkers (het aantal langskomende scooters) waarvan 1 rode (de scooter van Arie) en 1 groene (de scooter van Bert).

Hieruit 10 pakken (de gecontroleerde scooters).

$$P(\text{scooter van Bert wordt gecontroleerd en die van Arie niet}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{26}{9}}{\binom{28}{10}} \approx 0,238$$

- 67 a** Vaas met 44 knikkers (de getallen 1 t/m 44) waarvan 19 rood (de getallen kleiner dan 20). Hieruit 6 pakken.

$$P(\text{alle zes getallen kleiner dan 20}) = \frac{\binom{19}{6}}{\binom{44}{6}} \approx 0,004$$

- b** Vaas met 44 knikkers (de getallen 1 t/m 44) waarvan 1 rood (het getal 40) en 39 groen (de getallen kleiner dan 40). Hieruit 6 pakken.

$$P(\text{het grootste getal is 40}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{39}{5}}{\binom{44}{6}} \approx 0,082$$

- c** Vaas met 44 knikkers (de getallen 1 t/m 44) waarvan 14 rood (de getallen groter dan 30). Hieruit 6 pakken.

$P(\text{minstens 2 getallen zijn groter dan 30}) = 1 - P(0 \text{ of } 1 \text{ groter dan } 30) =$

$$1 - (P(0 \text{ groter dan } 30) + P(1 \text{ groter dan } 30)) = 1 - \left(\frac{\binom{30}{6}}{\binom{44}{6}} + \frac{\binom{30}{5} \cdot \binom{14}{1}}{\binom{44}{6}} \right) \approx 0,633$$

- d** Vaas met 44 knikkers (de getallen 1 t/m 44) waarvan 6 rood (de aangekruiste getallen). Hieruit 6 pakken.

$$P(\text{derde prijs}) = \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{38}{2}}{\binom{44}{6}} \approx 0,001$$

- e** Vaas met 44 knikkers (de getallen 1 t/m 44) waarvan 6 rood (de aangekruiste getallen) en 1 groen (het extra getal). Hieruit 6 pakken.

$$P(\text{vierde prijs}) = \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{37}{2}}{\binom{44}{6}} \approx 0,002$$

68 a $P(\text{meer dan 4 kaarten van één soort}) =$
 $P(5, 6, 7 \text{ of } 8 \text{ klaveren}) + P(5, 6, 7 \text{ of } 8 \text{ schoppen}) + P(5, 6, 7 \text{ of } 8 \text{ harten}) + P(5, 6, 7 \text{ of } 8 \text{ ruiten}) =$
 $4 \cdot P(5, 6, 7 \text{ of } 8 \text{ klaveren}) = 4 \cdot (P(5 \text{ klaveren}) + P(6 \text{ klaveren}) + P(7 \text{ klaveren}) + P(8 \text{ klaveren})) =$
 $4 \cdot \left(\frac{\binom{8}{5} \cdot \binom{24}{3}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{6} \cdot \binom{24}{2}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{7} \cdot \binom{24}{1}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{8}}{\binom{32}{8}} \right) \approx 0,046$

b $P(4 \text{ klaveren en minstens 1 schoppen}) = P(4 \text{ klaveren en 1 schoppen}) + P(4 \text{ klaveren en 2 schoppen}) +$
 $P(4 \text{ klaveren en 3 schoppen}) + P(4 \text{ klaveren en 4 schoppen}) =$
 $\frac{\binom{8}{4} \cdot \binom{8}{1} \cdot \binom{16}{3}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{4} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{16}{2}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{4} \cdot \binom{8}{3} \cdot \binom{16}{1}}{\binom{32}{8}} + \frac{\binom{8}{4} \cdot \binom{8}{4}}{\binom{32}{8}} \approx 0,059$

c $P(\text{minstens 1 schoppen en geen harten}) = P(\text{geen harten}) - P(\text{geen harten en geen schoppen}) =$
 $\frac{\binom{24}{8}}{\binom{32}{8}} - \frac{\binom{16}{8}}{\binom{32}{8}} \approx 0,069$

B. Zijkje 128

69 a $P(\text{beide pijlen een 3}) = P(3 \ 3) = \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} \approx 0,167$
b $P(\text{geen enkele 2}) = P(\bar{2} \ \bar{2}) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = 0,5$
c $P(\text{precies één 3}) = P(3 \ \bar{3}) + P(\bar{3} \ 3) = \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = 0,5$
d $P(\text{som is 4}) = P(2 \ 2) + P(3 \ 1) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = 0,25$
e $P(\text{minstens één 3}) = 1 - P(\bar{3} \ \bar{3}) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \approx 0,667$

Bladzijde 129

70 a $P(3 \text{ peren}) = P(p \ p \ p) = \frac{3}{8} \times \frac{1}{8} \times \frac{2}{8} \approx 0,012$
b $P(2 \text{ citroenen en 1 keer kersen}) = P(c \ c \ k) + P(c \ k \ c) + P(k \ c \ c) =$
 $\frac{2}{8} \times \frac{6}{8} \times \frac{2}{8} + \frac{2}{8} \times \frac{1}{8} \times \frac{3}{8} + \frac{2}{8} \times \frac{6}{8} \times \frac{3}{8} \approx 0,129$
c $P(\text{geen enkele appel}) = P(\bar{a} \ \bar{a} \ \bar{a}) = \frac{7}{8} \times 1 \times \frac{7}{8} \approx 0,766$
d $P(1 \text{ appel}) = P(a \ \bar{a} \ \bar{a}) + P(\bar{a} \ a \ \bar{a}) + P(\bar{a} \ \bar{a} \ a) = \frac{1}{8} \times 1 \times \frac{7}{8} + 0 + \frac{7}{8} \times 1 \times \frac{1}{8} \approx 0,219$
e $P(\text{minstens 1 peer}) = 1 - P(\text{geen peer}) = 1 - P(\bar{p} \ \bar{p} \ \bar{p}) = 1 - \frac{5}{8} \times \frac{7}{8} \times \frac{6}{8} \approx 0,590$

71 a $P(\text{minstens 2 met vijf of zes}) = 1 - P(0 \text{ of } 1 \text{ met vijf of zes}) =$
 $1 - (P(0 \text{ met vijf of zes}) + P(1 \text{ met vijf of zes})) =$
 $1 - \left(\frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} + \frac{2}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} + \frac{4}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} + \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{4}{6} + \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{6} \right) \approx 0,407$
b 0 zonder zes $\bar{6} \ \bar{6} \ \bar{6} \ \bar{6}$ 1 keer
1 zonder zes $\bar{6} \ \bar{6} \ \bar{6} \ 6$ 4 keer
2 zonder zes $\bar{6} \ \bar{6} \ 6 \ 6$ $\binom{4}{2} = 6$ keer
 $P(\text{hoogstens 2 zonder zes}) = P(0 \text{ zonder zes}) + P(1 \text{ zonder zes}) + P(2 \text{ zonder zes}) =$
 $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \approx 0,132$

3.5 Voorwaardelijke kansen

Bladzijde 131

- 72 a Er zijn $\binom{3}{2} = 3$ mogelijkheden om twee rode knikkers uit een totaal van drie rode knikkers te pakken,

$$\text{dus } \#(G_1) = 3.$$

Er zijn $\binom{10}{2} = 45$ mogelijkheden om twee knikkers uit een totaal van tien knikkers te pakken, dus $\#(U) = 45$.

$$\text{Dus } P(G_1) = \frac{\#G_1}{\#U} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15}.$$

- b Pak één knikker uit de vaas. De kans dat deze rood is, is $\frac{3}{10}$.

Daarna zijn er nog 9 knikkers over: 2 rode en 7 witte.

Pak opnieuw een knikker uit de vaas. De kans dat deze rood is, is $\frac{2}{9}$.

$$\text{Dus } P(G_1) = P(r r) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}.$$

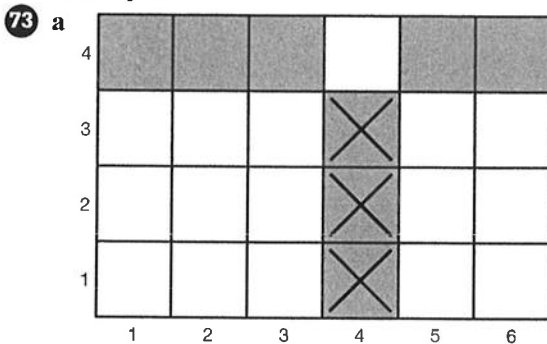
- c $P(G_2) = P(w w) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$

- d $P(G_3) = P(r w \text{ of } w r) = P(r w) + P(w r) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} + \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{21}{90} + \frac{21}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$

$$P(G_3) = \frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{7}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{3 \cdot 7}{45} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$$

Klopt!

Bladzijde 132



- b $P(A | B) = \frac{\#(A \cap B)}{\#(B)} = \frac{3}{8}$

Bladzijde 133

- 74 a $P(B | A) = P(\text{tweede wit} | \text{eerste rood}) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

- b $P(A \cap B) = P(\text{eerste rood en tweede wit}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$

- c $P(B) = P(\text{eerste rood en tweede wit}) + P(\text{eerste wit en tweede wit}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} + \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{24}{90} + \frac{30}{90} = \frac{54}{90} = \frac{3}{5}$

- d $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{15}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{9}$

- 75 a $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{16}}{\frac{4}{16}} = \frac{3}{4}$

- b $P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{16}}{\frac{10}{16}} = \frac{3}{10}$

- c $P(A | A \cup B) = \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{\frac{10}{16}}{\frac{10}{16} + \frac{4}{16} - \frac{3}{16}} = \frac{\frac{10}{16}}{\frac{11}{16}} = \frac{10}{11}$

- d $P(U \setminus A \cup B) = 1 - \left(\frac{5}{8} + \frac{1}{4} - \frac{3}{16}\right) = \frac{5}{16}$

76 a $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{4}$ en $P(A | B) = \frac{2}{5}$, dus $\frac{\frac{3}{10}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{4}$ en hieruit volgt $P(B) = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{5}$.

b $P(A \setminus (A \cup B)) = 0$

De som had echter moeten zijn $P(A | (A \cup B))$.

Hierbij hoort de uitwerking hieronder.

$$P(A | A \cup B) = \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{3}{10}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{8}{20} + \frac{15}{20} - \frac{6}{20}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{17}{20}} = \frac{8}{17}$$

77 a $P(\text{twee keer kop} | \text{eerste keer kop}) = \binom{3}{1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$

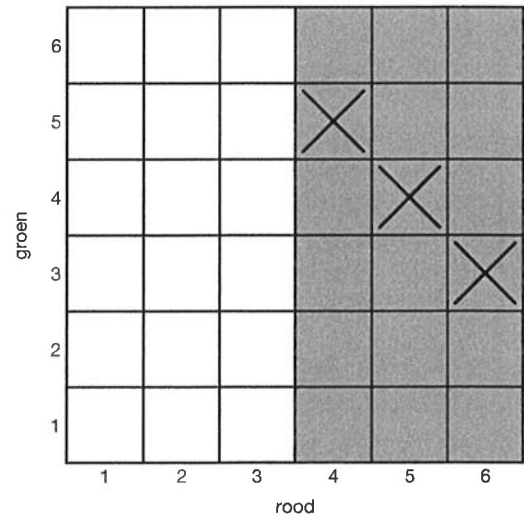
b $P(\text{twee keer kop} | \text{eerste keer munt}) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

c $P(\text{twee keer kop} | \text{eerste twee keer kop}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

d $P(\text{twee keer kop} | \text{eerste twee keer munt}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

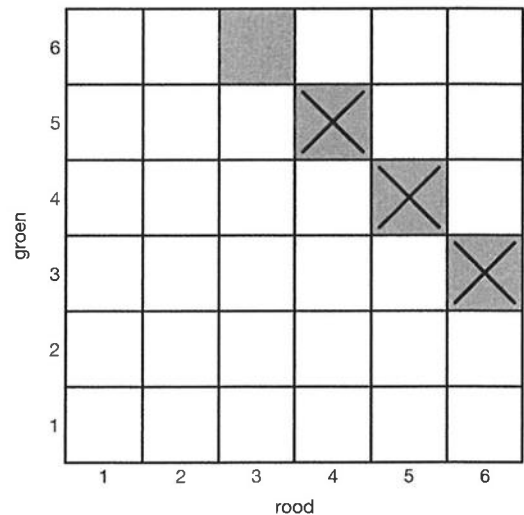
78 a Zie het rooster hiernaast.

$$P(x + y = 9 | x > 3) = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$



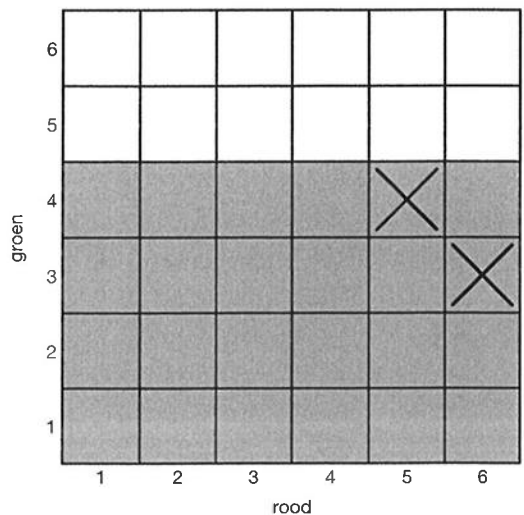
b Zie het rooster hiernaast.

$$P(x > 3 | x + y = 9) = \frac{3}{4}$$



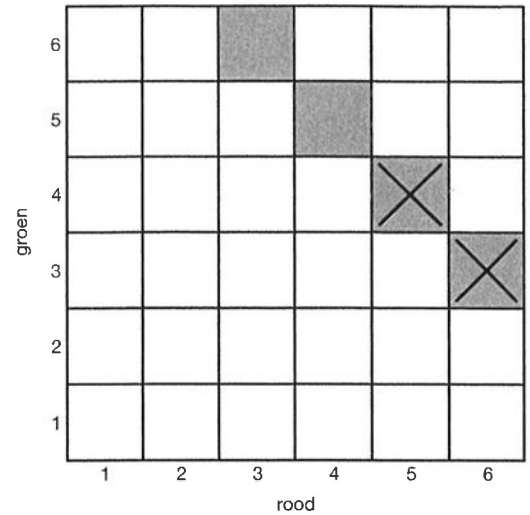
c Zie het rooster hiernaast.

$$P(x + y = 9 | y < 5) = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$



d Zie het rooster hiernaast.

$$P(y < 5 \mid x + y = 9) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



79 a A: bij het geldstuk op de grond kop

B: bij beide geldstukken kop

De gevraagde kans is $P(B \mid A)$.

$$P(B \mid A) = \frac{1}{2}$$

b A: bij minstens één van beide geldstukken kop

B: bij beide geldstukken kop

De gevraagde kans is $P(B \mid A)$.

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A \mid B) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 1 = \frac{1}{4}$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - P(\text{bij geen van beide geldstukken kop}) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\text{Dus } P(B \mid A) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}.$$

Bladzijde 134

$$80 \text{ a } P(A \cap B) = P(\text{rode aas en zwarte aas}) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{28}{6}}{\binom{32}{8}} = \frac{644}{4495}$$

$$P(B) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{30}{7}}{\binom{32}{8}} = \frac{12}{31}$$

$$P(A \mid B) = \frac{\frac{644}{4495}}{\frac{12}{31}} = \frac{161}{435}$$

$$80 \text{ b } P(A \cap B) = \frac{644}{4495}$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{28}{6}}{\binom{32}{8}} = \frac{966}{4495}$$

$$P(B \mid A) = \frac{\frac{644}{4495}}{\frac{966}{4495}} = \frac{2}{3}$$

$$\text{c } P(A \cap C) = P(\text{hartenaas en andere aas}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{28}{6}}{\binom{32}{8}} = \frac{483}{4495}$$

$$P(C) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{31}{7}}{\binom{32}{8}} = \frac{1}{4}$$

$$P(A | C) = \frac{\frac{483}{4495}}{\frac{1}{4}} = \frac{1932}{4495}$$

$$\text{d } P(C | A) = \frac{\frac{483}{4495}}{\frac{966}{4495}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{e } P(B \cap C) = P(\text{hartenaas en geen ruitenaas}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{30}{7}}{\binom{32}{8}} = \frac{6}{31}$$

$$P(C) = \frac{1}{4}$$

$$P(B | C) = \frac{\frac{6}{31}}{\frac{1}{4}} = \frac{24}{31}$$

$$\text{f } P(C | B) = \frac{\frac{6}{31}}{\frac{12}{31}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{81 a } P(\text{twee jongens en twee meisjes}) = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$$

b A : zoon doet open

B : twee jongens en twee meisjes

De gevraagde kans is $P(B | A)$.

$$P(B | A) = \binom{3}{1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$$

c A : niet vier meisjes ofwel A : minstens één jongen

B : twee jongens en twee meisjes

De gevraagde kans is $P(B | A)$.

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A | B) = \frac{3}{8} \cdot 1 = \frac{3}{8}$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - P(\text{geen jongens}) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{15}{16}$$

$$\text{Dus } P(B | A) = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{15}{16}} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{82 a } P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ geeft } P(A \cap B) = P(A | B) \cdot P(B)$$

$$\text{Dus } P(A \cap B) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20}.$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{20}$$

Bladzijde 135

$$\text{83 a } P(\text{Nederlander heeft spierpijnklachten}) = P(\text{heeft Parkinson en heeft spierpijnklachten}) + P(\text{heeft geen Parkinson en heeft spierpijnklachten}) = 0,01 \cdot 0,7 + 0,99 \cdot 0,2 = 0,205$$

b A : heeft Parkinson

B : heeft spierpijnklachten

Gevraagd wordt $P(A | B)$.

$$\text{Gebruik } P(A | B) = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)} \text{ met } P(B | A) = 0,7, P(A) = 0,01 \text{ en } P(B) = 0,205 \text{ (zie onderdeel a).}$$

$$\text{Dit geeft } P(A | B) = \frac{0,7 \cdot 0,01}{0,205} \approx 0,034.$$

c Van de personen die spierpijnklachten hebben, heeft maar een klein deel de ziekte van Parkinson, zie de kans van vraag b.

- 84 a** $P(\text{bejaarde heeft osteoporose}) = P(\text{bejaarde man heeft osteoporose}) + P(\text{bejaarde vrouw heeft osteoporose}) = 0,35 \cdot \frac{1}{5} + 0,65 \cdot \frac{1}{3} \approx 0,287$

b A : heeft osteoporose

B : is vrouw

Gevraagd wordt $P(B | A)$.

Gebruik $P(B | A) = \frac{P(A | B) \cdot P(B)}{P(A)}$ met $P(A | B) = \frac{1}{3}$, $P(B) = 0,65$ en $P(A) = 0,35 \cdot \frac{1}{5} + 0,65 \cdot \frac{1}{3}$.

$$\text{Dit geeft } P(B | A) = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,65}{0,35 \cdot \frac{1}{5} + 0,65 \cdot \frac{1}{3}} \approx 0,756$$

- 85** Gebruik $P(A | B) = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)}$ met $P(A) = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$ en

$$P(B | A) = P(\text{met de viervlaksdobbelsteen geen 4}) = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Dit geeft } P(A | B) = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{8}.$$

Bladzijde 136

- 86 a** $P(\text{chip wordt afgekeurd}) = P(\text{goede chip wordt afgekeurd}) + P(\text{chip met gebreken wordt afgekeurd}) = 0,96 \cdot 0,005 + 0,04 \cdot 0,93 = 0,042$

Dus 4,2% van de chips wordt door deze methode afgekeurd.

b A : chip wordt afgekeurd

B : chip heeft gebreken

Gevraagd wordt $P(B | A)$.

Gebruik $P(B | A) = \frac{P(A | B) \cdot P(B)}{P(A)}$ met $P(A | B) = 0,93$, $P(B) = 0,04$ en $P(A) = 0,042$.

$$\text{Dit geeft } P(B | A) = \frac{0,93 \cdot 0,04}{0,042} \approx 0,886.$$

c A : chip wordt goedgekeurd

B : chip heeft gebreken

Gevraagd wordt $P(B | A)$.

Gebruik $P(B | A) = \frac{P(A | B) \cdot P(B)}{P(A)}$ met $P(A | B) = 0,07$, $P(B) = 0,04$ en

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - P(\text{chip wordt afgekeurd}) = 1 - 0,04 = 0,96.$$

$$\text{Dit geeft } P(B | A) = \frac{0,07 \cdot 0,04}{0,96} \approx 0,003.$$

- 87 a** $P(\text{testresultaat is negatief}) = P(\text{heeft malaria en testresultaat is negatief}) + P(\text{heeft geen malaria en testresultaat is negatief}) = 0,06 \cdot 0,2 + 0,94 \cdot 0,95 = 0,905$

b A : testresultaat is positief

B : met malaria besmet

Gevraagd wordt $P(B | A)$.

Gebruik $P(B | A) = \frac{P(A | B) \cdot P(B)}{P(A)}$ met $P(A | B) = 0,8$, $P(B) = 0,06$ en

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - P(\text{testresultaat is negatief}) = 1 - 0,905 = 0,095.$$

$$\text{Dit geeft } P(B | A) = \frac{0,8 \cdot 0,06}{0,095} \approx 0,505.$$

c A : testresultaat is negatief

B : niet besmet met malaria

Gevraagd wordt $P(B | A)$.

Gebruik $P(B | A) = \frac{P(A | B) \cdot P(B)}{P(A)}$ met $P(A | B) = 0,95$, $P(B) = 0,94$ en $P(A) = 0,905$.

$$\text{Dit geeft } P(B | A) = \frac{0,95 \cdot 0,94}{0,905} \approx 0,987.$$

Diagnostische toets

Bladzijde 138

1 a $P(A) = \frac{6}{48} = \frac{1}{8}$

b $P(B) = \frac{3}{48} = \frac{1}{16}$

c $P(C) = \frac{10}{48} = \frac{5}{24}$

d $P(D) = \frac{6}{48} = \frac{1}{8}$

SOM

6		8					
5			8				
4				8			
3					8		
2	3					8	
1	2	3					8
	1	2	3	4	5	6	7

VERSCHIL

6				2		0	2
5			2		0		2
4		2		0		2	
3	2		0		2		
2		0		2			
1	0		2				
	1	2	3	4	5	6	7

2 a $\#U = 4^4 = 256$

A: het product van de ogen is 16

Het aantal mogelijke uitkomsten is $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^4 = 256$.

gunstige uitkomsten: 1144 $\binom{4}{2} = 6$ keer

1224 $\binom{4}{1} \cdot \binom{3}{2} = 12$ keer

2222 1 keer

$\#A = 6 + 12 + 1 = 19$

$P(A) = \frac{19}{256}$

b B: de som van de ogen is meer dan 13

som 14: 4442 $\binom{4}{3} = 4$ keer

4433 $\binom{4}{2} = 6$ keer

som 15: 4443 $\binom{4}{3} = 4$ keer

som 16: 4444 1 keer

$\#A = 4 + 6 + 4 + 1 = 15$

$P(B) = \frac{15}{256}$

3 55% van 2000 is 1100 1% van 1100 is 11

30% van 2000 is 600 2% van 600 is 12

15% van 2000 is 300 3% van 300 is 9

	I	II	III	
defect	11	12	9	32
in orde	1089	588	291	1968
	1100	600	300	2000

$P(\text{door III gemaakt} \mid \text{defect}) = \frac{9}{32} \approx 0,281$

4 a $P(2 \text{ rode, 2 witte en 2 blauwe}) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{7}{2} \cdot \binom{9}{2}}{\binom{21}{6}} \approx 0,139$

b $P(\text{geen blauwe}) = \frac{\binom{12}{6}}{\binom{21}{6}} \approx 0,017$

c $P(2 \text{ rode}) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{16}{4}}{\binom{21}{6}} \approx 0,335$

- 5 a Vaas met 16 knikkers (de 16 nummers) waarvan 1 rood (nummer 14).
Hieruit 3 pakken (de eerste drie afgespeelde nummers).

$$P(\text{nummer 14 zit bij de eerste drie afgespeelde nummers}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{15}{2}}{\binom{16}{3}} \approx 0,188$$

- b Vaas met 16 knikkers (de 16 nummers) waarvan 3 rood (nummers 1, 2 en 3).
Hieruit 3 pakken (de laatste drie afgespeelde nummers).

$$P(\text{nummers 1, 2 en 3 worden op het eind afgespeeld}) = \frac{\binom{3}{3}}{\binom{16}{3}} \approx 0,002$$

- c Vaas met 16 knikkers (de 16 nummers) waarvan 4 rood (nummers 3, 7, 8 en 9).
Hieruit 8 pakken (de eerste acht afgespeelde nummers).

$$P(\text{nummers 3, 7, 8 en 9 zitten bij de eerste acht afgespeelde nummers}) = \frac{\binom{8}{4}}{\binom{16}{4}} \approx 0,038$$

- 6 a $P(\text{met elke dobbelsteen meer dan vier ogen gooien}) = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$

b $P(\text{geen enkele zes gooien}) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1296}$

Bladzijde 139

7 a $P(\text{minder dan 2 prijzen}) = P(0 \text{ prijzen}) + P(1 \text{ prijs}) = \frac{\binom{115}{6}}{\binom{120}{6}} + \frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{115}{5}}{\binom{120}{6}} \approx 0,980$

b $P(€ 100) = P(1 \text{ hoofdprijs of 4 tweede prijzen}) = P(1 \text{ hoofdprijs}) + P(4 \text{ tweede prijzen}) =$

$$\frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{115}{5}}{\binom{120}{6}} + \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{115}{2}}{\binom{120}{6}} \approx 0,042$$

c $P(\text{geen verlies}) = 1 - P(\text{verlies}) = 1 - P(\text{geen prijs of 1 tweede prijs}) =$

$$1 - (P(\text{geen prijs}) + P(1 \text{ tweede prijs})) = 1 - \left(\frac{\binom{115}{6}}{\binom{120}{6}} + \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{115}{5}}{\binom{120}{6}} \right) \approx 0,062$$

8 a $P(\text{insect komt in klasse 3 tot 4}) = 0,83 \cdot 0,66 \cdot 0,41 \approx 0,225$

b $P(\text{insect sterft in klasse 2 tot 3}) = 0,83 \cdot 0,66 \cdot (1 - 0,41) \approx 0,323$

c $P(\text{insect wordt minstens 4 maanden oud}) = 0,83 \cdot 0,66 \cdot 0,41 \cdot 0,12 \approx 0,027$

d $P(\text{insect wordt minder dan 4 maanden oud}) = 1 - P(\text{insect wordt minstens 4 maanden oud}) \approx 1 - 0,027 = 0,973$

- 9 a A: bij de dobbelsteen op de grond 6 ogen

B: bij twee dobbelstenen 6 ogen

Gevraagd $P(B | A)$.

$$P(B | A) = P(\text{precies één 6 bij de twee overige dobbelstenen}) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

- b A: bij minstens één van de drie dobbelstenen 6 ogen

B: bij twee dobbelstenen 6 ogen

Gevraagd $P(B | A)$.

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A | B) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} \cdot 1 = \frac{5}{72}$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - P(\text{bij geen enkele dobbelsteen 6 ogen}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{91}{216}$$

$$\text{Dus } P(B | A) = \frac{\frac{5}{72}}{\frac{91}{216}} = \frac{15}{91}.$$

- 10 A: wel op vakantie geweest in 2013

B: niet op vakantie geweest in 2014

Gevraagd wordt $P(A | B)$.

$$\text{Gebruik } P(A | B) = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)} \text{ met } P(B | A) = 0,33, P(A) = 0,7 \text{ en } P(B) =$$

$$P(\text{wel op vakantie in 2013 en niet op vakantie in 2014}) + P(\text{niet op vakantie in 2013 en niet op vakantie in 2014}) = 0,7 \cdot 0,33 + 0,3 \cdot 0,69 = 0,438.$$

$$\text{geeft } P(A | B) = \frac{0,33 \cdot 0,7}{0,438} \approx 0,527.$$

4 Matrices

Voorkennis Stelsels vergelijkingen

Bladzijde 142

- 1 a** Uit $x + 2y = 6$ volgt $x = 6 - 2y$.
 $2x - 3y = 5$ en $x = 6 - 2y$ geeft $2(6 - 2y) - 3y = 5$
 $12 - 4y - 3y = 5$
 $-7y = -7$
 $y = 1$
 $y = 1$ en $x = 6 - 2y$ geeft $x = 6 - 2 \cdot 1 = 4$.
 De oplossing is $(x, y) = (4, 1)$.
- b** Uit $3x + y = 14$ volgt $y = 14 - 3x$.
 $5x - 2y = 27$ en $y = 14 - 3x$ geeft $5x - 2(14 - 3x) = 27$
 $5x - 28 + 6x = 27$
 $11x = 55$
 $x = 5$
 $x = 5$ en $y = 14 - 3x$ geeft $y = 14 - 3 \cdot 5 = -1$.
 De oplossing is $(x, y) = (5, -1)$.
- c** Uit $2x - y = 13$ volgt $y = 2x - 13$.
 $3x - y = 23$ en $y = 2x - 13$ geeft $3x - (2x - 13) = 23$
 $3x - 2x + 13 = 23$
 $x = 10$
 $x = 10$ en $y = 2x - 13$ geeft $y = 2 \cdot 10 - 13 = 7$.
 De oplossing is $(x, y) = (10, 7)$.
- 2 a** Uit $5a - b = 1$ volgt $b = 5a - 1$.
 $4a + 3b = 16$ en $b = 5a - 1$ geeft $4a + 3(5a - 1) = 16$
 $4a + 15a - 3 = 16$
 $19a = 19$
 $a = 1$
 $a = 1$ en $b = 5a - 1$ geeft $b = 5 \cdot 1 - 1 = 4$.
 De oplossing is $(a, b) = (1, 4)$.
- b** Uit $p + 3q = 48$ volgt $p = 48 - 3q$.
 $2p - 5q = 30$ en $p = 48 - 3q$ geeft $2(48 - 3q) - 5q = 30$
 $96 - 6q - 5q = 30$
 $-11q = -66$
 $q = 6$
 $q = 6$ en $p = 48 - 3q$ geeft $p = 48 - 3 \cdot 6 = 30$.
 De oplossing is $(p, q) = (30, 6)$.
- c** Uit $4x_1 + x_2 = 29$ volgt $x_2 = 29 - 4x_1$.
 $-3x_1 + 4x_2 = 2$ en $x_2 = 29 - 4x_1$ geeft $-3x_1 + 4(29 - 4x_1) = 2$
 $-3x_1 + 116 - 16x_1 = 2$
 $-19x_1 = -114$
 $x_1 = 6$
 $x_1 = 6$ en $x_2 = 29 - 4x_1$ geeft $x_2 = 29 - 4 \cdot 6 = 5$.
 De oplossing is $(x_1, x_2) = (6, 5)$.