

8 Groeiprocessen

Voorkennis Exponentiële groei

Bladzijde 150

- 1 a Het zesde uur loopt van $t = 5$ tot $t = 6$.
 $t = 5$ geeft $C = 20 \cdot 0,8^5 = 6,5536$
 $t = 6$ geeft $C = 20 \cdot 0,8^6 = 5,24288$
 De afname is $6,5536 - 5,24288 \approx 1,3$ mg/liter.
- b Los op $C = 20 \cdot 0,8^t = 3$.
 Voer in $y_1 = 20 \cdot 0,8^t$ en $y_2 = 3$.
 Intersect geeft $x \approx 8,5$.
 Dus na ongeveer achtenhalf uur is het medicijn uitgewerkt.

Bladzijde 151

- 2 a Los op $24 \cdot 1,2^t = 1000$.
 Voer in $y_1 = 24 \cdot 1,2^x$ en $y_2 = 1000$.
 Intersect geeft $x \approx 20,5$.
 Dus in de loop van $1911 + 20 = 1931$ waren er voor het eerst meer dan 1000 rendieren op St. Paul.
- b Maak een tabel bij y_1 .
 $t = 21$ geeft $N \approx 1104$
 $t = 22$ geeft $N \approx 1325$ toename = $1325 - 1104 = 221$
 $t = 23$ geeft $N \approx 1590$ toename = $1590 - 1325 = 265$
 Dus in $1911 + 22 = 1933$ is de toename voor het eerst meer dan 250.
- c $t = 89$ geeft $N = 24 \cdot 1,2^{89} \approx 267,5$ miljoen rendieren.
- 3 a $N_C = 1,35 \cdot 1,005^t$
 b $N_I = 1,22 \cdot 1,014^t$
 c $t = 7$ geeft $N_C = 1,35 \cdot 1,005^7 \approx 1,398$ miljard = 1398 miljoen inwoners.
 $t = 7$ geeft $N_I = 1,22 \cdot 1,014^7 \approx 1,345$ miljard = 1345 miljoen inwoners.
 d Los op $1,35 \cdot 1,005^t = 1,22 \cdot 1,014^t$.
 Voer in $y_1 = 1,35 \cdot 1,005^x$ en $y_2 = 1,22 \cdot 1,014^x$.
 Intersect geeft $x \approx 11,4$.
 Dus in 2024.
- e Maak een tabel bij y_2 .
 $t = 11$ geeft $N \approx 1,421\,599\,741$
 $t = 12$ geeft $N \approx 1,441\,502\,137$ toename = $1,441\,502\,137 - 1,421\,599\,741 = 0,019\,902\,396$
 $t = 13$ geeft $N \approx 1,461\,683\,167$ toename = $1,461\,683\,167 - 1,441\,502\,137 = 0,020\,181\,030$
 Dus in 2026.
- 4 a $100\% + 12,7\% = 112,7\%$, dus de groeifactor per jaar is 1,127.
 b $100\% - 6,8\% = 93,2\%$, dus de groeifactor per maand is 0,932.
 c Het groeipcentage per maand is $(1,735 - 1) \cdot 100\% = 73,5\%$.

Bladzijde 152

- 5 a $(0,845 - 1) \cdot 100\% = -15,5\%$, dus de hoeveelheid neemt per dag af met 15,5%.
 b Het groeipcentage per jaar is $(2,42 - 1) \cdot 100\% = 142\%$.
 c $100\% - 0,7\% = 99,3\%$, dus de groeifactor per dag is 0,993.
- 6 a
$$\left. \begin{array}{l} L = b \cdot g^t \\ b = 11,9 \\ 1,2\% \text{ erf, dus } g = 0,988 \end{array} \right\} L = 11,9 \cdot 0,988^t$$

 b Los op $11,9 \cdot 0,988^t = 7,5$.
 Voer in $y_1 = 11,9 \cdot 0,988^x$ en $y_2 = 7,5$.
 Intersect geeft $x \approx 38,2$.
 Dus in $2005 + 38 = 2043$ is de lengte voor het eerst minder dan 7500 meter.

8.1 Groeifactor en tijdseenheid

Bladzijde 153

1 a	tijd t in jaren	0	1	2	3	4	5
	hoeveelheid N	2	18	162	1458	13 122	118 098

b N wordt per twee jaar met $9 \cdot 9 = 81$ vermenigvuldigd.

c $4,5 \cdot 4,5 = 20,25$, dus N wordt per half jaar met minder dan 4,5 vermenigvuldigd.

Bladzijde 154

- 2 a $g_{\text{kwartier}} = 1,12$
 $g_{\text{uur}} = 1,12^4 \approx 1,574$
 De toename is 57,4% per uur.
- b $g_{\text{kwartier}} = 1,12$
 $g_{5 \text{ minuten}} = 1,12^{\frac{1}{4}} \approx 1,038$
 De toename is 3,8% per vijf minuten.
- c $g_{\text{kwartier}} = 1,12$
 $g_{5 \text{ uur}} = 1,12^{20} \approx 9,65$
 De toename is 865% per vijf uur.

- 3 a $g_{\text{dag}} = 0,84$
 $g_{\text{week}} = 0,84^7 \approx 0,295$
- b $g_{\text{dag}} = 0,84$
 $g_{\text{uur}} = 0,84^{\frac{1}{24}} \approx 0,993$
 De hoeveelheid neemt per uur met 0,7% af.
- c $g_{\text{dag}} = 0,84$
 $g_{\text{kwartier}} = 0,84^{\frac{1}{6}} \approx 0,9982$
 Het groeipercentage per kwartier is 0,18%.

Bladzijde 155

- 4 a $g_{\text{dag}} = 1,3$
 $g_{\text{week}} = 1,3^7 \approx 6,27$
 Het groeipercentage per week is 527%.
- b $g_{\text{dag}} = 1,3$
 $g_{4 \text{ uur}} = 1,3^{\frac{1}{6}} \approx 1,045$
 Het groeipercentage per vier uur is 4,5%.
- 5 a $g_{\text{uur}} = 0,805$
 $g_{\text{kwartier}} = 0,805^{\frac{1}{4}} \approx 0,947$
 De afname per kwartier is 5,3%.
- b $g_{\text{jaar}} = 1,086$
 $g_{25 \text{ jaar}} = 1,086^{25} \approx 7,866$
 De toename per 25 jaar is 686,6%.
- c $g_{\text{week}} = 2,8$
 $g_{\text{dag}} = 2,8^{\frac{1}{7}} \approx 1,158$
 De toename per dag is 15,8%.
- 6 a $g_{3 \text{ jaar}} = 2,5$
 $g_{\text{jaar}} = 2,5^{\frac{1}{3}} \approx 1,357$
 Het groeipercentage per jaar is 35,7%.
- b $g_{10 \text{ jaar}} = 5$
 $g_{\text{jaar}} = 5^{\frac{1}{10}} \approx 1,175$
 Het groeipercentage per jaar is 17,5%.
- c $g_{8 \text{ jaar}} = 0,85$
 $g_{\text{jaar}} = 0,85^{\frac{1}{8}} \approx 0,980$
 De afname per jaar is 2,0%.
- 7 a $g_{4 \text{ uur}} = \frac{300\,000}{50\,000} = 6$
- b $g_{\text{uur}} = 6^{\frac{1}{4}} \approx 1,565$

Bladzijde 156**8 a** Stel $N = b \cdot g^t$.

$$g_{7 \text{ uur}} = \frac{4100}{1600} = 2,5625, \text{ dus } g_{\text{uur}} = 2,5625^{\frac{1}{7}} = 1,143...$$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,143...^t \\ t = 3 \text{ en } N = 1600 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,143...^3 = 1600 \\ b = \frac{1600}{1,143...^3} \approx 1069 \end{array}$$

$$\text{Dus } N = 1069 \cdot 1,144^t.$$

b Stel $N = b \cdot g^t$.

$$g_{6 \text{ uur}} = \frac{1250000}{150000} = 8,333..., \text{ dus } g_{\text{uur}} = 8,333...^{\frac{1}{6}} = 1,423...$$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,423...^t \\ t = 2 \text{ en } N = 150000 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,423...^2 = 150000 \\ b = \frac{150000}{1,423...^2} \approx 74000 \end{array}$$

$$\text{Dus } N = 74000 \cdot 1,42^t.$$

c Stel $H = b \cdot g^t$.

$$g_{3 \text{ dagen}} = \frac{0,47}{0,60} = 0,783..., \text{ dus } g_{\text{dag}} = 0,783...^{\frac{1}{3}} = 0,921...$$

$$\left. \begin{array}{l} H = b \cdot 0,921...^t \\ t = 5 \text{ en } N = 0,60 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 0,921...^5 = 0,60 \\ b = \frac{0,60}{0,921...^5} \approx 0,90 \end{array}$$

$$\text{Dus } H = 0,90 \cdot 0,922^t.$$

9 Stel $N = b \cdot g^t$.

$$g_{6 \text{ dagen}} = \frac{2500}{1000} = 2,5, \text{ dus } g_{\text{dag}} = 2,5^{\frac{1}{6}} = 1,164...$$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,164...^t \\ t = 4 \text{ en } N = 1000 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,164...^4 = 1000 \\ b = \frac{1000}{1,164...^4} \approx 543 \end{array}$$

$$\text{Dus } N = 543 \cdot 1,165^t.$$

10 Stel $B = b \cdot g^t$.

$$g_{2 \text{ jaar}} = \frac{606,63}{574,03} = 1,056..., \text{ dus } g_{\text{jaar}} = 1,056...^{\frac{1}{2}} = 1,028...$$

$$\left. \begin{array}{l} B = b \cdot 1,028...^t \\ t = 5 \text{ en } B = 574,03 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,028...^5 = 574,03 \\ b = \frac{574,03}{1,028...^5} \approx 500 \end{array}$$

$$\text{Dus } B = 500 \cdot 1,028^t.$$

Dus Rob heeft 500 euro op de bank gezet.

11 a Stel $A = b \cdot g^t$.

$$g_{4 \text{ dagen}} = \frac{11}{31} = 0,354..., \text{ dus } g_{\text{dag}} = 0,354...^{\frac{1}{4}} = 0,771...$$

$$\left. \begin{array}{l} A = b \cdot 0,771...^t \\ t = 3 \text{ en } A = 31 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 0,771...^3 = 31 \\ b = \frac{31}{0,771...^3} \approx 67 \end{array}$$

$$\text{Dus } A = 67 \cdot 0,772^t.$$

b De oorspronkelijke wond was 67 mm².

$$\text{c } t = \frac{60}{24} = 2,5 \text{ geeft } A = 67 \cdot 0,772^{2,5} \approx 35$$

Na 60 uur is de wond ongeveer 35 mm² groot.

8.2 Rekenen met logaritmen

Bladzijde 158

12 Omdat ${}^2\log(8) = 3$ is $2^{2\log(8)} = 2^3 = 8$.

Bladzijde 159

13 a ${}^2\log(3) + {}^2\log(5) = {}^2\log(3 \cdot 5) = {}^2\log(15)$

b $\frac{1}{2}\log(30) - \frac{1}{2}\log(6) = \frac{1}{2}\log\left(\frac{30}{6}\right) = \frac{1}{2}\log(5)$

c $3 \cdot {}^2\log(4) + {}^2\log(3) = {}^2\log(4^3) + {}^2\log(3) = {}^2\log(64) + {}^2\log(3) = {}^2\log(64 \cdot 3) = {}^2\log(192)$

d ${}^4\log(100) - 2 \cdot {}^4\log(6) = {}^4\log(100) - {}^4\log(6^2) = {}^4\log(100) - {}^4\log(36) = {}^4\log\left(\frac{100}{36}\right) = {}^4\log\left(2\frac{7}{9}\right)$

e $4 \cdot \log(3) - 2 \cdot \log(6) = \log(3^4) - \log(6^2) = \log(81) - \log(36) = \log\left(\frac{81}{36}\right) = \log\left(2\frac{1}{4}\right)$

f ${}^2\log(1080) - 3 \cdot {}^2\log(6) = {}^2\log(1080) - {}^2\log(6^3) = {}^2\log(1080) - {}^2\log(216) = {}^2\log\left(\frac{1080}{216}\right) = {}^2\log(5)$

14 a $5 + {}^2\log(6) = {}^2\log(32) + {}^2\log(6) = {}^2\log(32 \cdot 6) = {}^2\log(192)$

b $2 + \frac{1}{2}\log(24) = \frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2}\log(24) = \frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{4} \cdot 24\right) = \frac{1}{2}\log(6)$

c $4 - {}^3\log(18) = {}^3\log(81) - {}^3\log(18) = {}^3\log\left(\frac{81}{18}\right) = {}^3\log\left(4\frac{1}{2}\right)$

d ${}^2\log(100) - {}^3\log(9) = {}^2\log(100) - 2 = {}^2\log(100) - {}^2\log(4) = {}^2\log\left(\frac{100}{4}\right) = {}^2\log(25)$

e $\log(100) - {}^2\log(9) = 2 - {}^2\log(9) = {}^2\log(4) - {}^2\log(9) = {}^2\log\left(\frac{4}{9}\right)$

f $\log(500) - \frac{1}{3} \cdot {}^2\log(8) = \log(500) - \frac{1}{3} \cdot 3 = \log(500) - 1 = \log(500) - \log(10) = \log\left(\frac{500}{10}\right) = \log(50)$

15 a $\log(500) = \log(100 \cdot 5) = \log(100) + \log(5) = 2 + \log(5)$

b ${}^2\log(100) = {}^2\log(4 \cdot 25) = {}^2\log(4) + {}^2\log(25) = 2 + {}^2\log(25)$

c ${}^3\log(135) = {}^3\log(27 \cdot 5) = {}^3\log(27) + {}^3\log(5) = 3 + {}^3\log(5)$

d $2 + \log(800) = 2 + \log(100 \cdot 8) = 2 + \log(100) + \log(8) = 2 + 2 + \log(8) = 4 + \log(8)$

e $3 + {}^5\log(75) = 3 + {}^5\log(25 \cdot 3) = 3 + {}^5\log(25) + {}^5\log(3) = 3 + 2 + {}^5\log(3) = 5 + {}^5\log(3)$

f $6 + {}^2\log(160) = 6 + {}^2\log(32 \cdot 5) = 6 + {}^2\log(32) + {}^2\log(5) = 6 + 5 + {}^2\log(5) = 11 + {}^2\log(5)$

Bladzijde 160

16 a $\log(20 \cdot 3^x) = \log(20) + \log(3^x) = \log(20) + x \log(3) = \log(3) \cdot x + \log(20)$

b $\log(60x^5) = \log(60) + \log(x^5) = \log(60) + 5 \log(x) = 5 \log(x) + \log(60)$

c $y = \log(800 \cdot 2^x)$

$$y = \log(800) + \log(2^x)$$

$$y = \log(800) + x \log(2)$$

$$\text{Dus } y = 0,3x + 2,9.$$

d $y = \log(500x^3)$

$$y = \log(500) + \log(x^3)$$

$$y = \log(500) + 3 \log(x)$$

$$\text{Dus } y = 3 \log(x) + 2,70.$$

- 17 Nee, want vanaf 150 decibel moet je rekenen op ernstige beschadigingen van je gehoororganen en dat is bij tien pratende leerlingen niet het geval.

Bladzijde 161

18 $L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) = 10(\log(I) - \log(10^{-12})) = 10 \log(I) - 10 \log(10^{-12}) = 10 \log(I) - 10 \cdot -12 = 120 + 10 \log(I)$

19 $L = 85$ geeft $120 + 10 \log(I_{\text{vrachtwagen}}) = 85$

$$10 \log(I_{\text{vrachtwagen}}) = -35$$

$$\log(I_{\text{vrachtwagen}}) = -3,5$$

$$I_{\text{vrachtwagen}} = 10^{-3,5} \text{ W/m}^2$$

$L = 92$ geeft $120 + 10 \log(I_{\text{trein}}) = 92$

$$10 \log(I_{\text{trein}}) = -28$$

$$\log(I_{\text{trein}}) = -2,8$$

$$I_{\text{trein}} = 10^{-2,8} \text{ W/m}^2$$

$$I_{\text{totaal}} = 10^{-3,5} + 10^{-2,8} \text{ W/m}^2$$

$$L = 120 + 10 \log(10^{-3,5} + 10^{-2,8}) \approx 93 \text{ dB}$$

Het geluidsniveau stijgt met $93 - 85 = 8 \text{ dB}$.

20 a $I = 10^{-5} \text{ W/m}^2$ geeft $L = 120 + 10 \log(10^{-5}) = 70 \text{ dB}$

$$I = 0,25 \cdot 10^{-5} \text{ W/m}^2 \text{ geeft } L = 120 + 10 \log(0,25 \cdot 10^{-5}) \approx 64 \text{ dB}$$

Bij een geluidsintensiteit van $0,25 \cdot 10^{-5} \text{ W/m}^2$ hoort dus een geluidsniveau dat ongeveer 6 dB lager is dan bij een geluidsintensiteit van 10^{-5} W/m^2 .

b De afstand is vier keer zo groot dus het geluidsniveau gaat met $2 \times 6 = 12 \text{ dB}$ omlaag.

Het geluidsniveau is $85 - 12 = 73 \text{ dB}$.

21 $L = 105$ geeft $120 + 10 \log(I_{20 \text{ boxen}}) = 105$

$$10 \log(I_{20 \text{ boxen}}) = -15$$

$$\log(I_{20 \text{ boxen}}) = -1,5$$

$$I_{20 \text{ boxen}} = 10^{-1,5} \text{ W/m}^2$$

$L = 100$ geeft $120 + 10 \log(I_{\text{totaal}}) = 100$

$$10 \log(I_{\text{totaal}}) = -20$$

$$\log(I_{\text{totaal}}) = -2$$

$$I_{\text{totaal}} = 10^{-2} \text{ W/m}^2$$

Bij 10^{-2} W/m^2 horen $\frac{10^{-2}}{10^{-1,5}} \cdot 20 \approx 6$ boxen.

Dus er moeten $20 - 6 = 14$ boxen worden weggehaald.

Bladzijde 162

22
$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot g^t \\ b = 200 \\ 6,9\% \text{ eraf, dus } g = 0,931 \end{array} \right\} N = 200 \cdot 0,931^t$$

Los op $200 \cdot 0,931^t = 100$.

Voer in $y_1 = 200 \cdot 0,931^x$ en $y_2 = 100$.

Intersect geeft $x = 9,69 \dots$

Dus na $9,69 \dots \cdot 24 \approx 233$ uur is nog de helft over.

Bladzijde 163

23 $(\frac{1}{2})^\tau = 0,53$

$$\tau = \frac{1}{\log(0,53)} = \frac{\log(0,53)}{\log(\frac{1}{2})} = 0,915 \dots$$

De ouderdom van Ötzi is dus $0,915 \dots \cdot 5730 \approx 5248$ jaar.

Ötzi is waarschijnlijk overleden in $5248 - 1991 = 3257$ voor Christus.

24 a De botten waren $2006 + 217 = 2223$ jaar oud.

$$\text{Dus } \tau = \frac{2223}{5730}$$

Het percentage is $\frac{1}{2} \frac{2223}{5730} \times 100\% \approx 76,421\%$.

b $(\frac{1}{2})^\tau = 0,77293$

$$\tau = \frac{1}{\log(0,77293)} = \frac{\log(0,77293)}{\log(\frac{1}{2})} = 0,371 \dots$$

Dit geeft voor de ouderdom $0,371 \dots \cdot 5730 \approx 2129$ jaar.

Het verschil is dus $2223 - 2129 = 94$ jaar.

25 a $(\frac{1}{2})^r = 0,0002$
 $\tau = \frac{1}{r} \log(0,0002) = \frac{\log(0,0002)}{\log(\frac{1}{2})} = 12,287\dots$

Na $12,287\dots \cdot 8 \approx 98$ dagen was nog 0,02% van het radioactief jodium over.

b $g_{8 \text{ dagen}} = \frac{1}{2}$

$g_{\text{dag}} = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{8}} \approx 0,917$

Er verdwijnt 9,3% per dag.

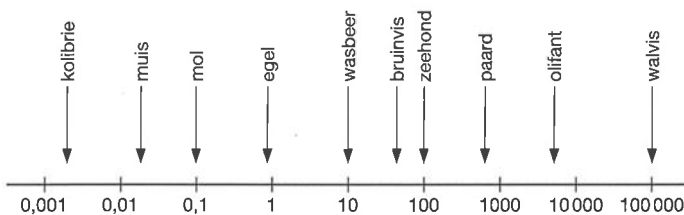
8.3 Logaritmische schalen

Bladzijde 165

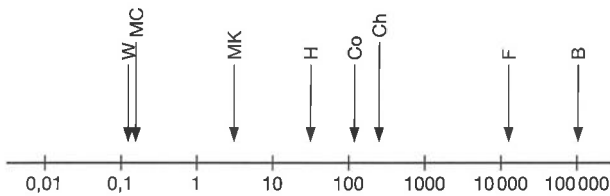
- 26 a $\frac{100\,000}{10} = 10\,000$, dus de walvis is 10 000 keer zo zwaar als de wasbeer.
 $\frac{100\,000}{0,002} = 50\,000\,000$, dus de walvis is 50 miljoen keer zo zwaar als de kolibrie.
- b $100\,000 \text{ kg} = 100\,000\,000 \text{ gram}$
 De getallenlijn moet $100\,000\,000 \text{ mm} = 100\,000 \text{ m} = 100 \text{ km}$ worden.
- c De getallenlijn moet $100 \text{ mm} = 10 \text{ cm}$ worden.
 De eerste acht gewichten komen dan binnen de eerste 0,6 mm.
 Deze zijn dan niet meer te onderscheiden.

Bladzijde 166

- 27 $\log(0,002) \approx -2,7$ $\log(50) \approx 1,7$
 $\log(0,02) \approx -1,7$ $\log(100) = 2$
 $\log(0,1) = -1$ $\log(600) \approx 2,8$
 $\log(0,9) \approx -0,05$ $\log(5500) \approx 3,7$
 $\log(10) = 1$ $\log(100\,000) = 5$

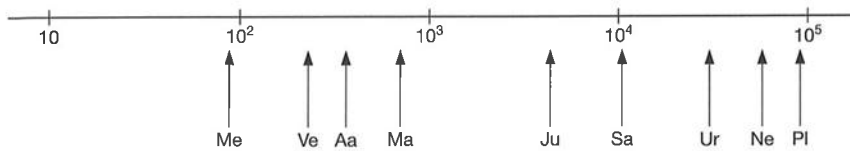


- 28 a $\log(0,135) \approx -0,9$ $\log(119) \approx 2,1$
 $\log(0,15) \approx -0,8$ $\log(245) \approx 2,4$
 $\log(3,5) \approx 0,5$ $\log(12\,860) \approx 4,1$
 $\log(34) \approx 1,5$ $\log(102\,300) \approx 5,0$



- b $\log(G) = -0,04$, dus $G = 10^{-0,04} \approx 0,9 \text{ kg}$.
 De Technopower radial weegt ongeveer 0,9 kg.
 $\log(G) = 3,1$, dus $G = 10^{3,1} \approx 1260$.
 De Allison V-3420 weegt ongeveer 1260 kg.

- 29 $\log(88) \approx 1,9$ $\log(29,46 \cdot 365) \approx 4,0$
 $\log(225) \approx 2,4$ $\log(84,08 \cdot 365) \approx 4,5$
 $\log(365) \approx 2,6$ $\log(164,8 \cdot 365) \approx 4,8$
 $\log(687) \approx 2,8$ $\log(248,4 \cdot 365) \approx 5,0$
 $\log(11,86 \cdot 365) \approx 3,6$

**Bladzijde 167**

- 30 a Bij A hoort 1,3. Bij D hoort 55.
 Bij B hoort 7,5. Bij E hoort 150.
 Bij C hoort 23. Bij F hoort 2400.
 b Wel bij 550, 210, 9,5 en 2,4.
 Niet bij 310, 49, 1,25 en 0.
 c Bij A hoort 1300. Bij D hoort 55 000.
 Bij B hoort 7500. Bij E hoort 150 000.
 Bij C hoort 23 000. Bij F hoort 2 400 000.

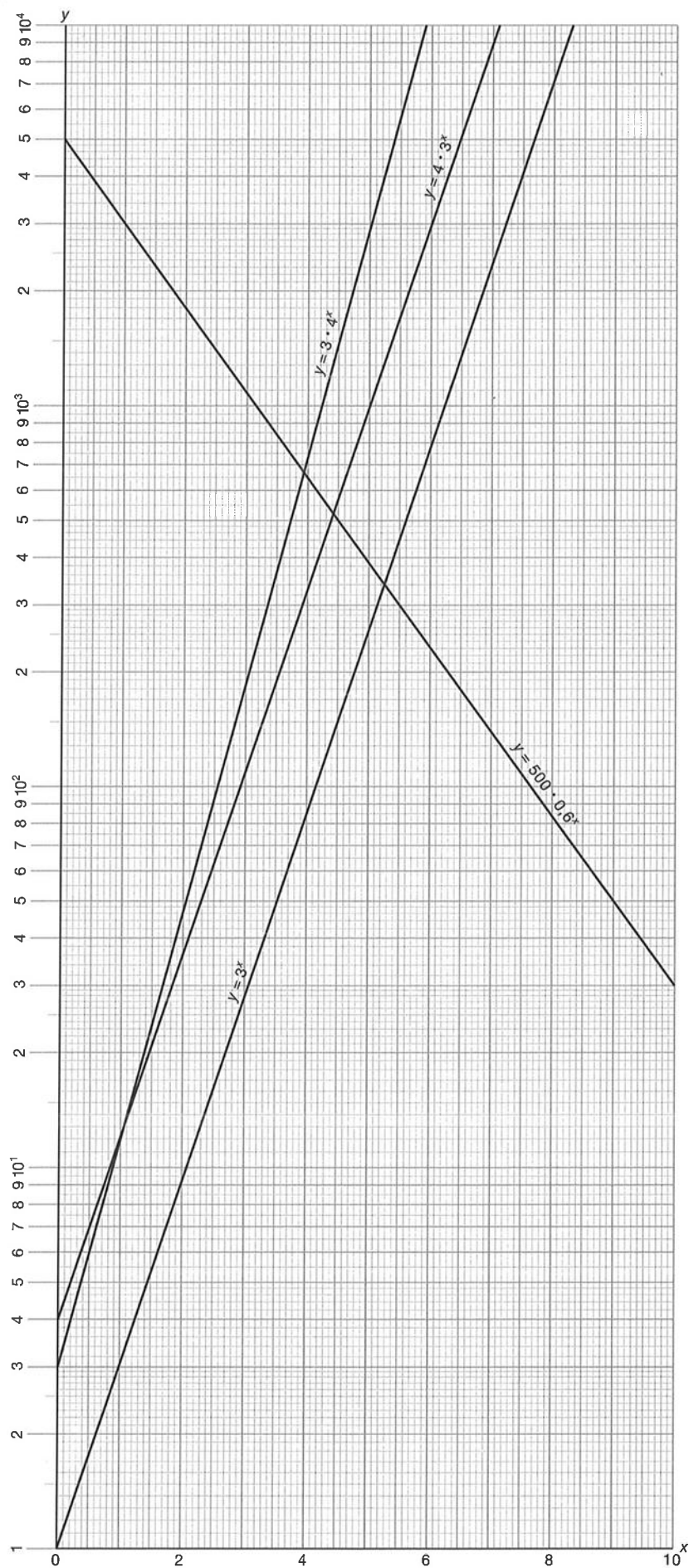
Bladzijde 168

- 31 a De minimale goederenoverslag is 160 miljoen ton.
 De maximale goederenoverslag is 190 miljoen ton.
 b In 2013 was de overslag in Rotterdam 425 miljoen ton en in Amsterdam 80 miljoen ton.
 Dus $\frac{425}{80} \approx 5,3$ keer zoveel.
 c Overslag in Zeebrugge in 2005 was 34 miljoen ton, in 2013 was dat 43 miljoen ton.
 De toename is $\frac{43 - 34}{34} \times 100\% \approx 26,5\%$.
 d De grootste waarde is 425 miljoen ton.
 De grafiek zou dan $\frac{425}{10} = 42,5$ cm hoog worden.

32 a

x	0	2	4	6	8
$y = 3^x$	1	9	81	243	6561

b,c



De punten liggen op een rechte lijn.

c

x	0	2	4	6	8
$y = 4 \cdot 3^x$	4	36	324	2916	26244
$y = 3 \cdot 4^x$	3	48	768	12288	196608
$y = 5000 \cdot 0,6^x$	5000	1800	648	233	84

Zie de figuur bij b.

- d** $y = 4 \cdot 3^x$ geeft $\log(y) = \log(4 \cdot 3^x)$
 $\log(y) = \log(4) + \log(3^x)$
 $\log(y) = \log(4) + x \cdot \log(3)$
 $\log(y) = \log(3) \cdot x + \log(4)$
- e** In $\log(y) = \log(3) \cdot x + \log(4)$ is $\log(y)$ een lineaire functie van x . Dus de grafiek van $\log(y)$ als functie van x is een rechte lijn. Op logaritmisch papier is $\log(y)$ uitgezet tegen x , dus de grafiek van $y = 4 \cdot 3^x$ is op dit papier een rechte lijn.

Bladzijde 170

- 33 a** Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.

Lijn door (1, 30) en (7, 400), dus $g_{6 \text{ dagen}} = \frac{400}{30} = 13,33\ldots$ en $g_{\text{dag}} = 13,33\ldots^{\frac{1}{6}} = 1,539\ldots$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,539\ldots^t \\ t = 1 \text{ en } N = 30 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,539\ldots^1 = 30 \\ b = \frac{30}{1,539\ldots^1} \\ b \approx 19,5 \end{array}$$

Dus $N = 19,5 \cdot 1,540^t$.

- b** Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.

Lijn door (2, 100) en (8, 9), dus $g_{6 \text{ dagen}} = \frac{9}{100} = 0,09$ en $g_{\text{dag}} = 0,09^{\frac{1}{6}} = 0,669\ldots$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 0,669\ldots^t \\ t = 2 \text{ en } N = 100 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 0,669\ldots^2 = 100 \\ b = \frac{100}{0,669\ldots^2} \\ b \approx 223 \end{array}$$

Dus $N = 223 \cdot 0,669^t$.

- 34 a** De grafieken van B en C zijn rechte lijnen, dus daar hoort exponentiële groei bij.

Plant B : op $t = 0$ is de lengte 60 mm en na 9 dagen is de lengte 100 mm.

$$g_{9 \text{ dagen}} = \frac{100}{60} = 1,66\ldots, \text{ dus } g_{\text{dag}} = 1,66\ldots^{\frac{1}{9}} \approx 1,06.$$

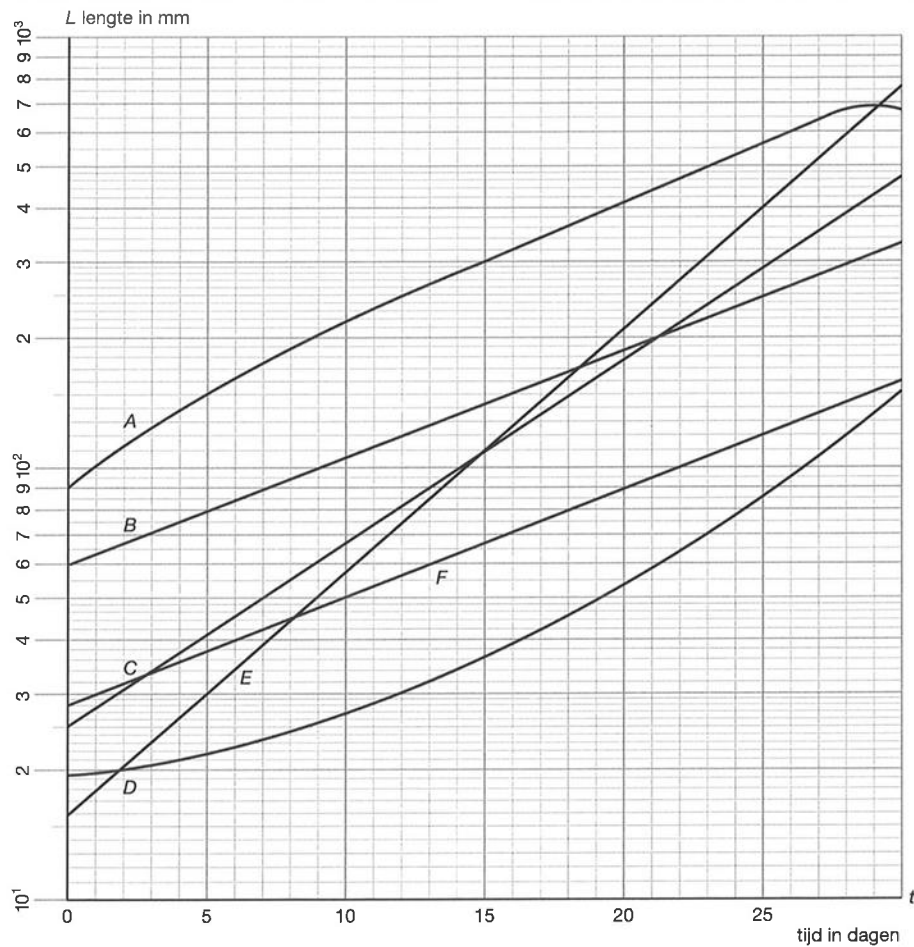
Bij B hoort de formule $L = 60 \cdot 1,06^t$.

Plant C : op $t = 0$ is de lengte 25 mm en na 29 dagen is de lengte 420 mm.

$$g_{29 \text{ dagen}} = \frac{420}{25} = 16,8, \text{ dus } g_{\text{dag}} = 16,8^{\frac{1}{29}} \approx 1,10.$$

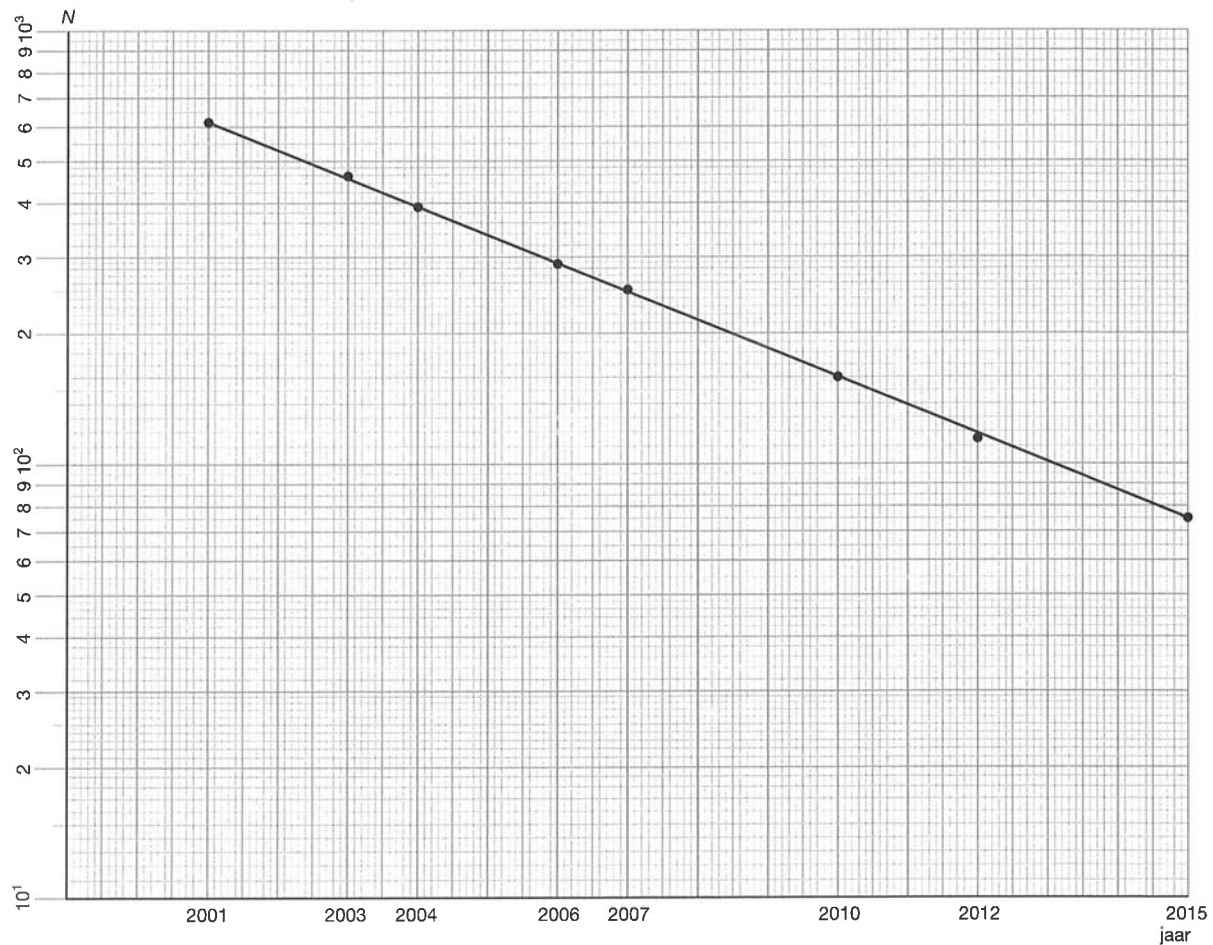
Bij plant C hoort de formule $L = 25 \cdot 1,10^t$.

b,c



c De grafiek van F gaat door (10, 50) en is evenwijdig met de grafiek van B .

35 a



De punten liggen vrijwel op een rechte lijn, dus het aantal prijzen neemt exponentieel af.

b Lijn door (1, 610) en (15, 75), dus $g_{14 \text{ jaar}} = \frac{75}{610} = 0,122\dots$ en $g_{\text{jaar}} = 0,122^{\frac{1}{14}} = 0,860\dots$

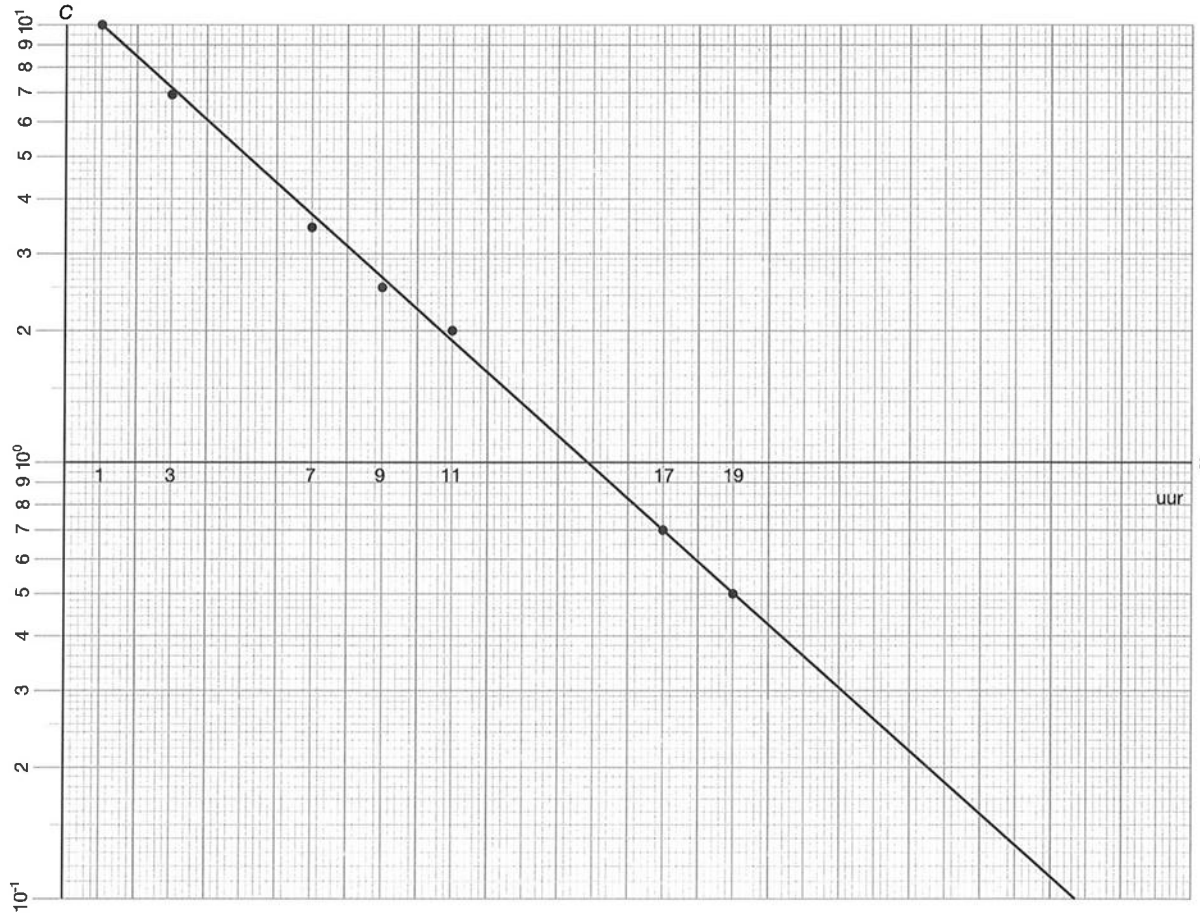
$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 0,860\dots^t \\ t = 1 \text{ en } N = 610 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 0,860\dots^1 = 610 \\ b = \frac{610}{0,860\dots^1} \\ b \approx 709 \end{array}$$

Dus $N = 709 \cdot 0,861^t$.

Bladzijde 171

36

a



b Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $C = b \cdot g^t$.

Lijn door (1, 10) en (19; 0,5), dus $g_{18 \text{ uur}} = \frac{0,5}{10} = 0,05$ en $g_{\text{uur}} = 0,05^{\frac{1}{18}} = 0,846\dots$

$$\left. \begin{array}{l} C = b \cdot 0,846\dots^t \\ t = 1 \text{ en } C = 10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 0,846\dots^1 = 10 \\ b = \frac{10}{0,846\dots^1} \\ b \approx 11,81 \end{array}$$

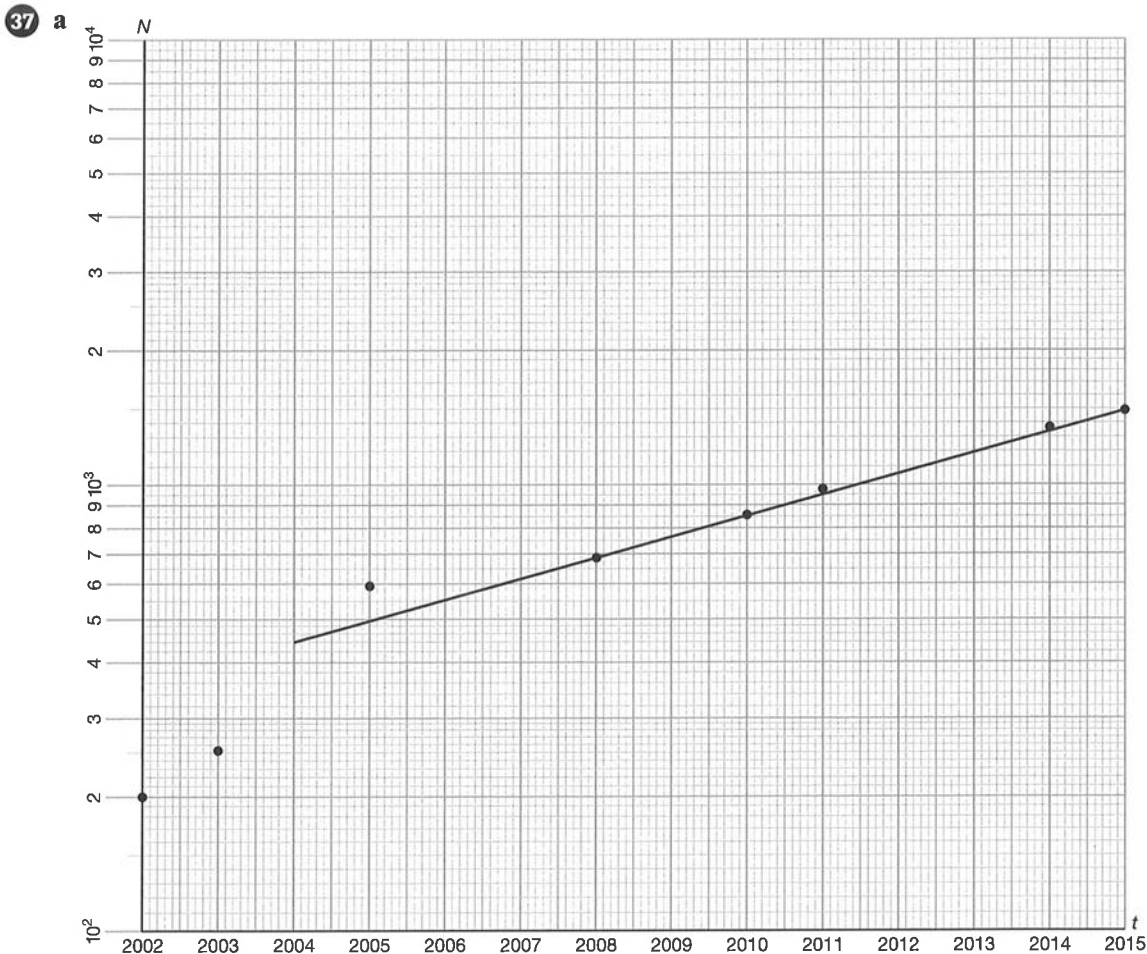
Dus $C = 11,81 \cdot 0,847^t$.

c Bij x liter bloed is de concentratie op $t = 0$ gelijk aan $\frac{60}{x}$ mg/L.

Op $t = 0$ is $C \approx 11,8$ mg/L.

Dus $\frac{60}{x} \approx 11,8$ en dit geeft $x \approx \frac{60}{11,8} \approx 5,1$.

De patiënt heeft ongeveer 5 liter bloed.



b Vanaf 2008 liggen de punten vrijwel op een rechte lijn.

Dus de groei is exponentieel vanaf 2008.

c Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.

Lijn door (2008, 693) en (2015, 1532), dus $g_{7\text{jaar}} = \frac{1532}{693} = 2,21\dots$ en $g_{\text{jaar}} = 2,21\dots^{\frac{1}{7}} = 1,119\dots$

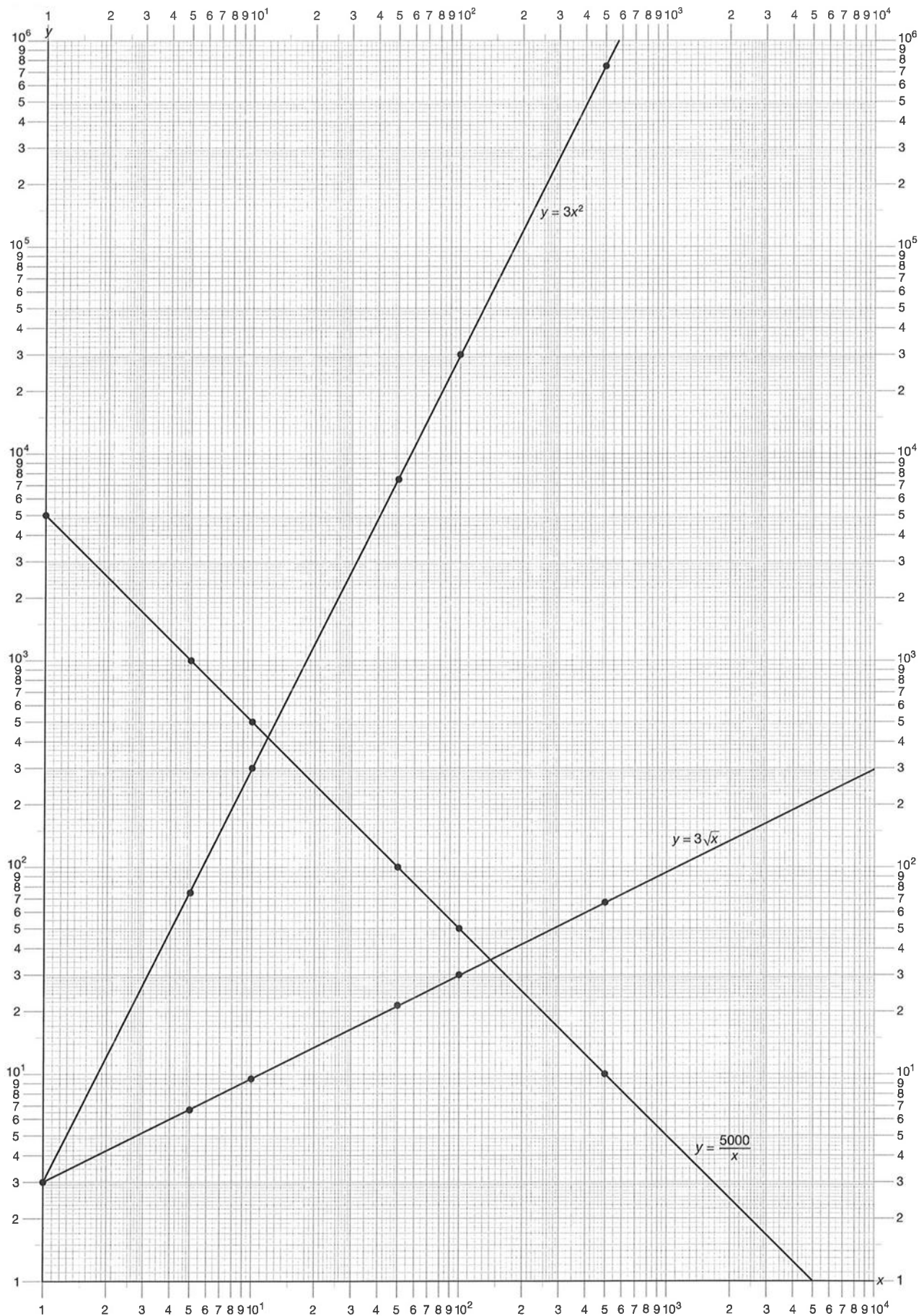
$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,119\dots^t \\ t = 6 \text{ en } N = 693 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,119\dots^6 = 693 \\ b = \frac{693}{1,119\dots^6} \\ b \approx 351 \end{array}$$

Dus $N = 351 \cdot 1,12^t$.

38 a

x	1	5	10	50	100	500
$y = 3x^2$	3	75	300	7500	30000	750000

b,c



De grafiek is een rechte lijn.

c	x	1	5	10	50	100	500
	$y = 3\sqrt{x}$	3	6,7	9,5	21,2	30	67,1
	$y = \frac{5000}{x}$	5000	1000	500	100	50	10

Zie de figuur bij b.

d $y = 3x^2$ geeft $\log(y) = \log(3x^2)$

$$\log(y) = \log(3) + \log(x^2)$$

$$\log(y) = \log(3) + 2 \cdot \log(x)$$

$$\log(y) = 2 \log(x) + \log(3)$$

- e Op papier met op de beide assen een logaritmische schaalverdeling staat $\log(y)$ op de verticale en $\log(x)$ op de horizontale as. Omdat $\log(y) = 2 \log(x) + \log(3)$ een lineaire functie is, is de grafiek een rechte lijn.

Bladzijde 173

- 39 a Op de horizontale as staat $\log(x)$. Omdat $\log(1) = 0$ krijg je $\log(y) = \log(a) + n \cdot 0$ en dit geeft $y = a$.

Dus het snijpunt met de verticale as is $(1, a)$.

- b Het punt $(1, a)$ is niet af te lezen uit de grafiek.

- c De richtingscoëfficiënt van de lijn is n .

In de figuur is te zien dat de richtingscoëfficiënt van de lijn positief is maar kleiner is dan twee.

Dus $X_{\min} = 0$ en $X_{\max} = 2$.

Het snijpunt met de verticale as is het punt $(1, a)$.

a is altijd positief.

In de figuur is te zien dat $a < 200$.

Dus $Y_{\min} = 0$ en $Y_{\max} = 200$.

- 40 a Stel $l: y = ax^n$.

Door $(1; 0,1)$, dus $a = 0,1$.

$$\left. \begin{array}{l} y = 0,1x^n \\ x = 6 \text{ en } y = 20 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,1 \cdot 6^n = 20 \\ 6^n = 200 \end{array}$$

$$n = {}^6\log(200) = \frac{\log(200)}{\log(6)} \approx 3,0$$

Dus $l: y = 0,1x^{3,0}$.

- b Stel $m: y = ax^n$.

Door $(1, 95)$, dus $a = 95$.

$$\left. \begin{array}{l} y = 95x^n \\ x = 1000 \text{ en } y = 10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 95 \cdot 1000^n = 10 \\ 1000^n = \frac{10}{95} \end{array}$$

$$n = {}^{1000}\log\left(\frac{10}{95}\right) = \frac{\log\left(\frac{10}{95}\right)}{\log(1000)} \approx -0,33$$

Dus $m: y = 95x^{-0,33}$.

- c Stel $n: y = ax^n$.

Door $(1, 50)$, dus $a = 50$.

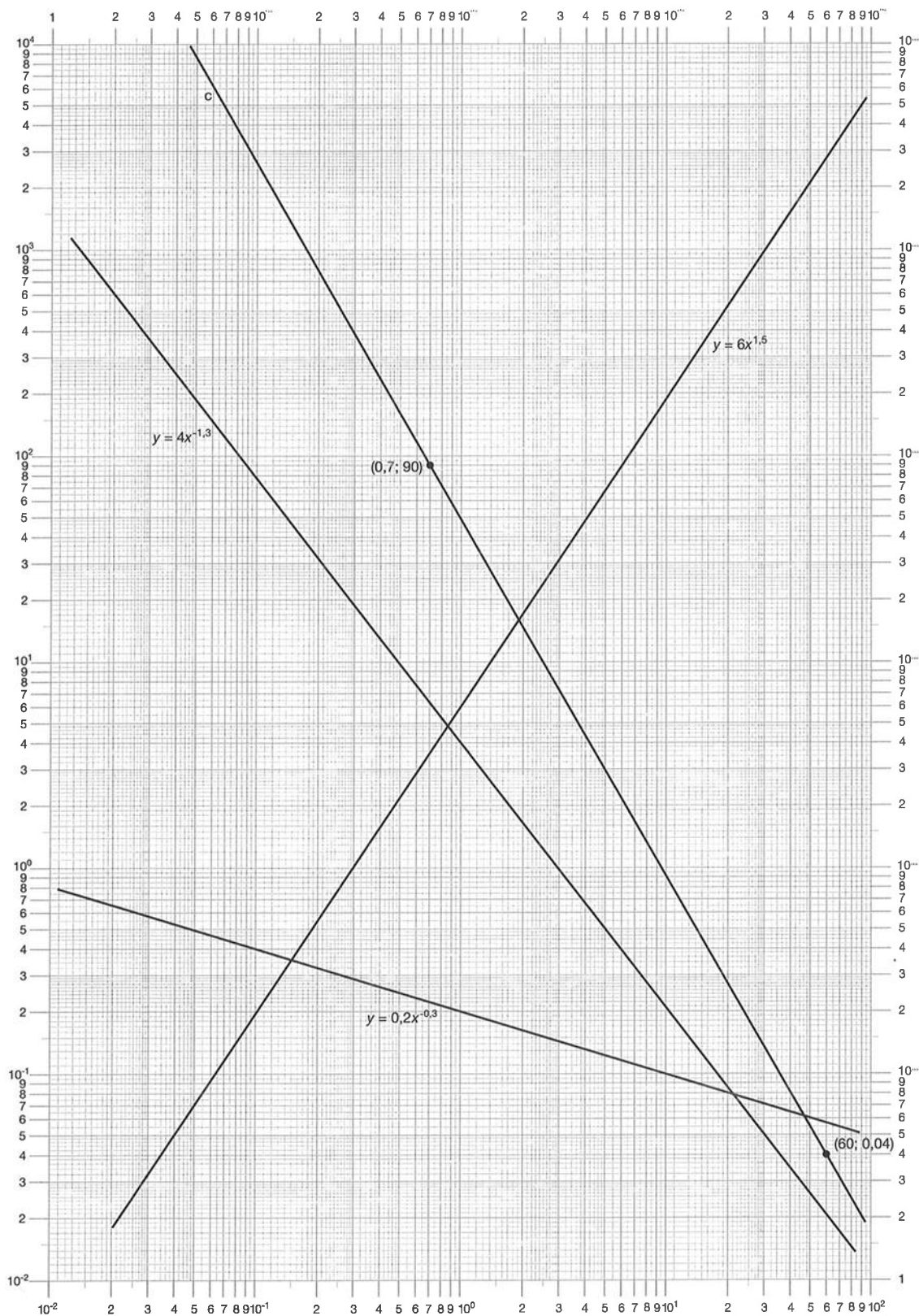
$$\left. \begin{array}{l} y = 50x^n \\ x = 7 \text{ en } y = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 50 \cdot 7^n = 1 \\ 7^n = \frac{1}{50} \end{array}$$

$$n = {}^7\log\left(\frac{1}{50}\right) = \frac{\log\left(\frac{1}{50}\right)}{\log(7)} \approx -2,01$$

Dus $n: y = 50x^{-2,01}$.

Bladzijde 174

41 a,b



- b** De grafiek van $y = 6x^{1,5}$ gaat door $(1, 6)$ en $rc = 1,5$.
 De grafiek van $y = 0,2x^{-0,3}$ gaat door $(1; 0,2)$ en $rc = -0,3$.
 De grafiek van $y = 4x^{-1,3}$ gaat door $(1, 4)$ en $rc = -1,3$.
 Zie de figuur hierboven.

c $x = 0,7$ en $y = 90$ geeft $a \cdot 0,7^n = 90$, dus $a = \frac{90}{0,7^n}$.

$x = 60$ en $y = 0,04$ geeft $a \cdot 60^n = 0,04$, dus $a = \frac{0,04}{60^n}$.

Voer in $y_1 = \frac{90}{0,7^x}$ en $y_2 = \frac{0,04}{60^x}$.

Intersect geeft $x \approx -1,73$ en $y \approx 48$.

Dus $y = 48x^{-1,73}$.

42 Stel $S = a \cdot G^n$.

$$G = 20 \text{ en } S = 30 \text{ geeft } a \cdot 20^n = 30, \text{ dus } a = \frac{30}{20^n}.$$

$$G = 100 \text{ en } S = 80 \text{ geeft } a \cdot 100^n = 80, \text{ dus } a = \frac{80}{100^n}.$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{30}{20^x} \text{ en } y_2 = \frac{80}{100^x}.$$

Intersect geeft $x \approx 0,61$ en $y \approx 4,8$.

$$\text{Dus } S = 4,8G^{0,61}.$$

43 Stel $N = a \cdot M^n$.

$$M = 1000 \text{ en } N = 1 \text{ geeft } a \cdot 1000^n = 1, \text{ dus } a = \frac{1}{1000^n}.$$

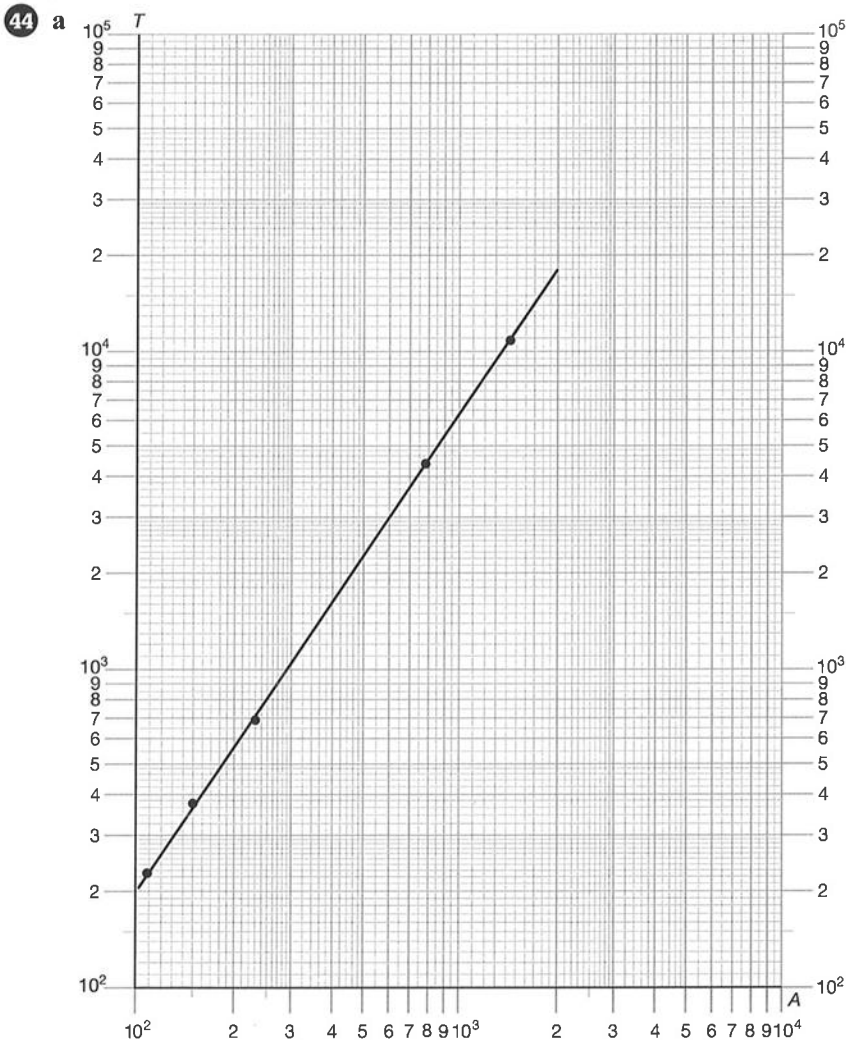
$$M = 100\,000\,000 \text{ en } N = 800 \text{ geeft } a \cdot 100\,000\,000^n = 800, \text{ dus } a = \frac{800}{100\,000\,000^n}.$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{1}{1000^x} \text{ en } y_2 = \frac{800}{100\,000\,000^x}.$$

Intersect geeft $x \approx 0,58$ en $y \approx 0,02$.

$$\text{Dus } N = 0,02M^{0,58}.$$

Bladzijde 175



$$\text{Stel } T = a \cdot A^n.$$

$$A = 150 \text{ en } T = 365 \text{ geeft } a \cdot 150^n = 365, \text{ dus } a = \frac{365}{150^n}.$$

$$A = 1427 \text{ en } T = 10753 \text{ geeft } a \cdot 1427^n = 10753, \text{ dus } a = \frac{10753}{1427^n}.$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{365}{150^x} \text{ en } y_2 = \frac{10753}{1427^x}.$$

Intersect geeft $x \approx 1,5$ en $y \approx 0,2$.

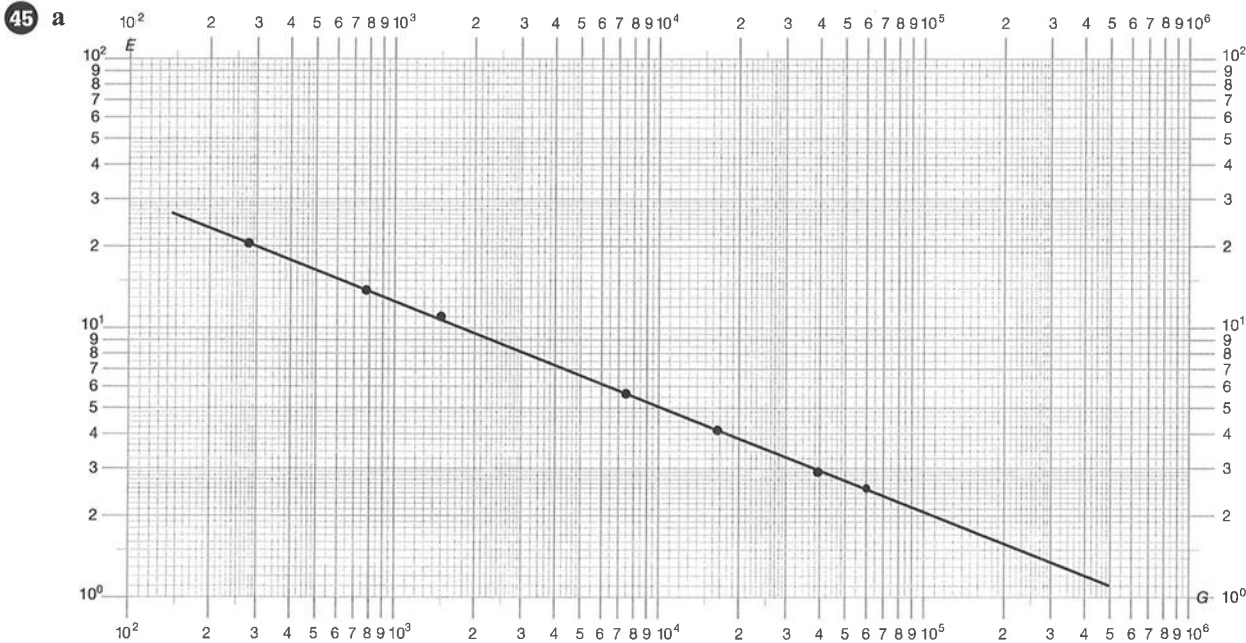
$$\text{Dus } T = 0,2A^{1,5}.$$

b $T = 30\,690$ geeft $0,2 A^{1,5} = 30\,690$

$$A^{1,5} = 153\,450$$

$$A = 153\,450^{\frac{1}{1,5}} \approx 2870$$

De gemiddelde afstand tot de zon is ongeveer 2870 miljoen km.



b Stel $E = a \cdot G^n$.

$$G = 284 \text{ en } E = 21 \text{ geeft } a \cdot 284^n = 21, \text{ dus } a = \frac{21}{284^n}.$$

$$G = 60\,000 \text{ en } E = 2,5 \text{ geeft } a \cdot 60\,000^n = 2,5, \text{ dus } a = \frac{2,5}{60\,000^n}.$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{21}{284^x} \text{ en } y_2 = \frac{2,5}{60\,000^x}.$$

Intersect geeft $x \approx -0,4$ en $y \approx 198$.

$$\text{Dus } E = 198 G^{-0,4}.$$

c $G = 4000$ geeft $E = 198 \cdot 4000^{-0,4} \approx 7,18$

E is in joule per gram per 1000 meter.

Dus het konijn verbruikt $7,18 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4000 \approx 14\,400$ joule.

d $G = 50\,000$ geeft $E = 198 \cdot 50\,000^{-0,4} \approx 2,61$

De wolf verbruikt $2,61 \cdot 1,8 \cdot 50\,000 \approx 235\,000$ joule.

- 46 Noem je $\log(y) = Y$ en $\log(x) = X$, dan krijg je $Y = 1,35X + 1,63$. De grafiek van $Y = 1,35X + 1,63$ is een rechte lijn in een assenstelsel met op beide assen een logaritmische schaalverdeling. Dus uitspraak 1 is juist, en dus zijn de uitspraken 2 en 3 niet juist.

$$\log(y) = 1,35 \log(x) + 1,63$$

$$\log(y) = \log(x^{1,35}) + \log(10^{1,63})$$

$$\log(y) = \log(x^{1,35} \cdot 10^{1,63})$$

$$y = 10^{1,63} \cdot x^{1,35}$$

De grafiek van $y = 10^{1,63} \cdot x^{1,35}$ is een rechte lijn op dubbellogaritmisch papier. Dus uitspraak 5 is juist, en dus is uitspraak 4 niet juist.

8.4 Geremde groei

Bladzijde 177

- 47 In de figuur zie je dat er tot ongeveer $t = 24$ toenemende stijging is. Er zijn dan 1800 fruitvliegjes. Dit is juist de helft van het aantal van de horizontale asymptoot.

Bladzijde 179

- 48 a $t = 4$ geeft $N \approx 167$
 b De zesde dag is van $t = 5$ tot $t = 6$.
 $t = 5$ geeft $N \approx 235$
 $t = 6$ geeft $N \approx 310$
 Dus er zijn $310 - 235 = 75$ pantoffeldiertjes bij gekomen.
 c $\frac{600}{1 + 20 \cdot 0,6^t} = 300$
 $1 + 20 \cdot 0,6^t = 2$
 $20 \cdot 0,6^t = 1$
 $0,6^t = 0,05$
 $t = {}^{0,6}\log(0,05) = \frac{\log(0,05)}{\log(0,6)} \approx 5,9$
 Dus bij $t \approx 5,9$ gaat de toenemende stijging over in afnemende stijging.
 d De grenswaarde is 600.
 Voer in $y_1 = \frac{600}{1 + 20 \cdot 0,6^x}$ en $y_2 = 590$.
 Intersect geeft $x \approx 13,8$.
 Dus voor $t \approx 13,8$.

- 49 a Invullen van $t = 0$ en $N = 25$ geeft $\frac{1000}{1 + b \cdot 0,65^0} = 25$
 $\frac{1000}{1 + b} = 25$
 $1 + b = \frac{1000}{25} = 40$
 $b = 39$

- b De grenswaarde van $N = \frac{1000}{1 + 39 \cdot 0,65^t}$ is 1000.

$$\frac{1000}{1 + 39 \cdot 0,65^t} = 500$$

$$1 + 39 \cdot 0,65^t = 2$$

$$39 \cdot 0,65^t = 1$$

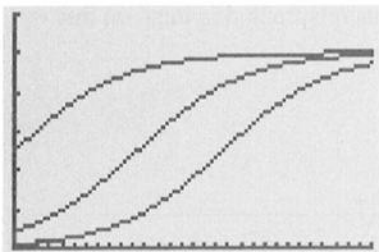
$$0,65^t = \frac{1}{39}$$

$$t = {}^{0,65}\log\left(\frac{1}{39}\right) = \frac{\log\left(\frac{1}{39}\right)}{\log(0,65)} \approx 8,5$$

Dus na 8,5 maanden gaat de toenemende stijging over in afnemende stijging.

- 50 a Neem bijvoorbeeld $b = 1$, $b = 10$ en $b = 50$.

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{500}{1 + 0,8^x}, y_2 = \frac{500}{1 + 10 \cdot 0,8^x} \text{ en } y_3 = \frac{500}{1 + 50 \cdot 0,8^x}.$$



Je ziet dat b invloed heeft op de waarde van N bij $t = 0$.
 Hoe groter b , hoe kleiner deze beginwaarde.

b Invullen geeft $\frac{500}{1+b \cdot 0,8^0} = 50$ ofwel $\frac{500}{1+b} = 50$.

Voer in $y_1 = \frac{500}{1+x}$ en $y_2 = 50$.

Intersect geeft $x = 9$.

Dus $b = 9$.

c Invullen geeft $\frac{500}{1+b \cdot 0,8^2} = 100$.

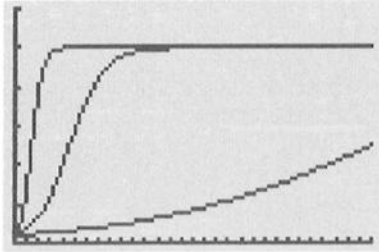
Voer in $y_1 = \frac{500}{1+x \cdot 0,8^2}$ en $y_2 = 100$.

Intersect geeft $x = 6,25$.

Dus $b = 6,25$.

d Neem bijvoorbeeld $g = 0,1$, $g = 0,5$ en $g = 0,9$.

Voer in $y_1 = \frac{500}{1+24 \cdot 0,1^x}$, $y_2 = \frac{500}{1+24 \cdot 0,5^x}$ en $y_3 = \frac{500}{1+24 \cdot 0,9^x}$.



Je ziet dat g invloed heeft op hoe snel N naar de grenswaarde nadert.

Hoe kleiner g , hoe sneller N de grenswaarde nadert.

e Invullen geeft $\frac{500}{1+24 \cdot g^1} = 125$.

Voer in $y_1 = \frac{500}{1+24x}$ en $y_2 = 125$.

Intersect geeft $x = 0,125$.

Dus $g = 0,125$.

Bladzijde 180

51 a $t = 0$ en $N = 5$ geeft $\frac{1000}{1+b \cdot g^0} = 5$ ofwel $\frac{1000}{1+b} = 5$.

Voer in $y_1 = \frac{1000}{1+x}$ en $y_2 = 5$.

Intersect geeft $x = 199$.

Dus op tientallen afgerond is $b = 200$.

Je krijgt $N = \frac{1000}{1+199 \cdot g^t}$.

$t = 10$ en $N = 25$ geeft $\frac{1000}{1+199 \cdot g^{10}} = 25$

Voer in $y_1 = \frac{1000}{1+199x^{10}}$ en $y_2 = 25$.

Intersect geeft $x \approx 0,85$.

Dus $g \approx 0,85$.

b De grenswaarde is 1000, dus los op

$$\frac{1000}{1+200 \cdot 0,85^t} = 500$$

$$1+200 \cdot 0,85^t = 2$$

$$200 \cdot 0,85^t = 1$$

$$0,85^t = 0,005$$

$$t = {}^{0,85}\log(0,005) = \frac{\log(0,005)}{\log(0,85)} \approx 32,6$$

Dus $t_A \approx 32,6$.

c $t = 0$ geeft $N = 5$

$t = 32,6$ geeft $N = 500$

Stel $N = b \cdot g^t$.

$$b = 5$$

$$g^{32,6} = \frac{500}{5} = 100, \text{ dus } g = 100^{\frac{1}{32,6}} \approx 1,15.$$

Dus $N = 5 \cdot 1,15^t$.

d Voer in $y_1 = \frac{1000}{1 + 200 \cdot 0,85^x} - 5 \cdot 1,15^x$.

De optie maximum geeft $x \approx 28,2$ en $y \approx 71$.

Dus het grootste verschil is 71.

Bladzijde 182

52 a

t	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
N	4,1	5,5	7,3	9,8	13,1	17,4	23,0	30,0	38,8	49,4	61,9	76,1	91,7	108,0
N^*	51,4	38,1	28,5	20,9	15,4	11,4	8,35	6,17	4,54	3,35	2,47	1,83	1,35	0,99

De quotiënten zijn ongeveer 0,74, 0,75, 0,73, 0,74, 0,74, 0,73, 0,74, 0,74, 0,74, 0,74, 0,74, 0,74, 0,74 en 0,73.

$g_{10 \text{ jaar}} \approx 0,74$, dus $g_{\text{jaar}} \approx 0,74^{\frac{1}{10}} \approx 0,97$.

Op $t = 0$ is $N^* = 51,4$, dus de formule is $N^* = 51,4 \cdot 0,97^t$.

b Uit $N^* = \frac{215 - N}{N}$ en $N^* = 51,4 \cdot 0,97^t$ volgt $N = \frac{215}{1 + 51,4 \cdot 0,97^t}$.

c Bij 1970 hoort $t = 180$.

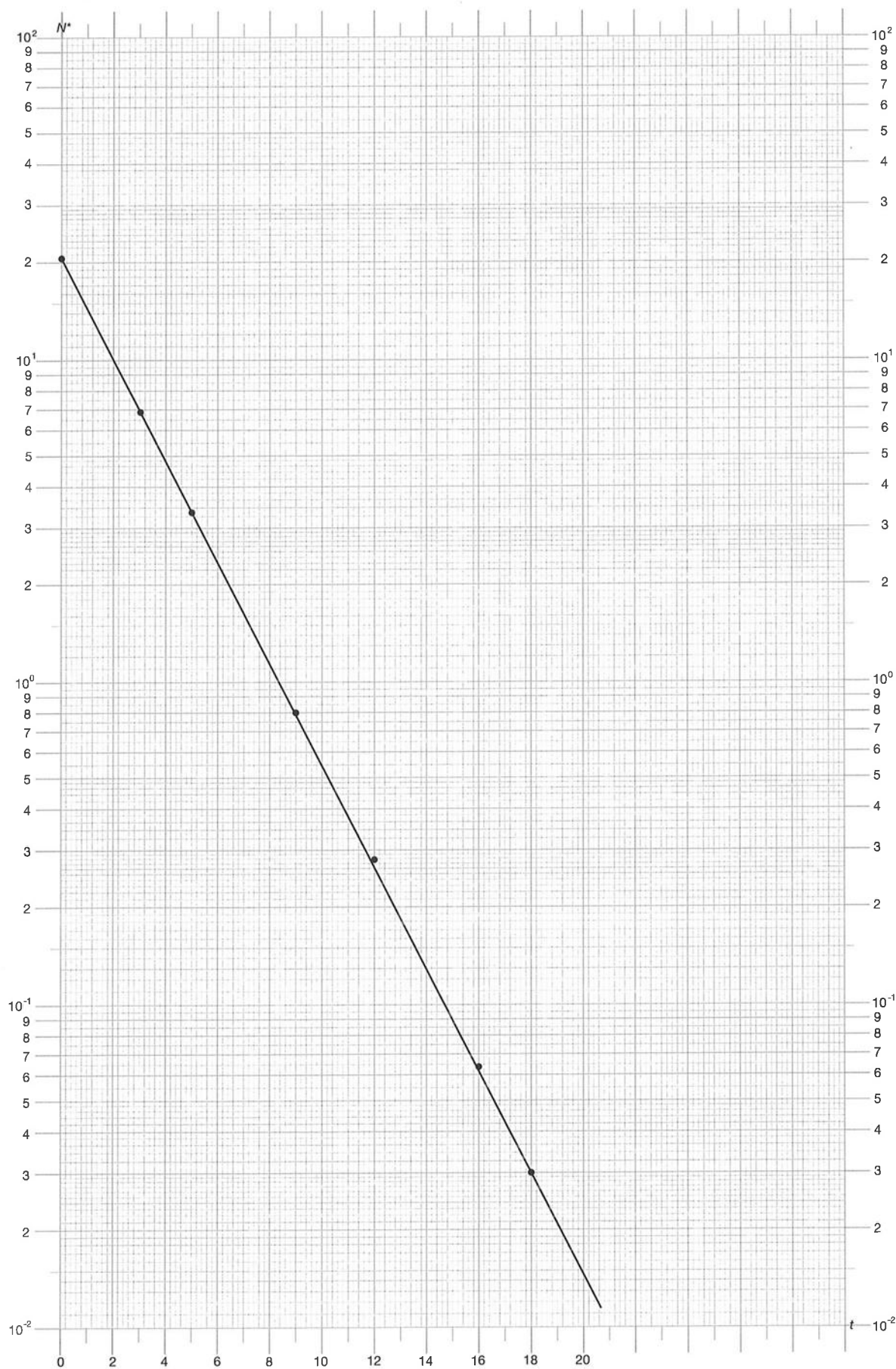
$t = 180$ geeft $N \approx 177$.

afwijking = $\frac{177 - 203}{203} \times 100\% \approx -12,8\%$

Dus het model komt 12,8% te laag uit.

53 a

t	0	3	5	9	12	16	18
N	70	190	345	830	1175	1410	1450
N^*	20,4	6,89	3,35	0,807	0,277	0,0638	0,0345



Een rechte lijn op logaritmisch papier, dus N^* neemt exponentieel af.

b Stel $N^* = b \cdot g^t$.

$$g_{18 \text{ maanden}} \approx \frac{0,0345}{20,4}, \text{ dus } g_{\text{maand}} \approx \left(\frac{0,0345}{20,4} \right)^{\frac{1}{18}} \approx 0,70.$$

$$t = 0 \text{ en } N^* = 20,4, \text{ dus } N^* = 20,4 \cdot 0,70^t.$$

$$\text{Uit } N^* = \frac{1500 - N}{N} \text{ en } N^* = 20,4 \cdot 0,70^t \text{ volgt } N = \frac{1500}{1 + 20,4 \cdot 0,70^t}.$$

c Voer in $y_1 = \frac{1500}{1 + 20,4 \cdot 0,70^x}$ en $y_2 = 1490$.Intersect geeft $x \approx 22,5$.

Na 23 maanden zijn er meer dan 1490 ratten op het terrein.

d Maak een tabel op je GR.

t	5	6	7	8	9	10
N	338	441	560	689	823	952

De toename per maand is maximaal $823 - 689 = 134$ ratten.

Dat is gemiddeld meer dan 30 per week, dus er is minimaal één week met een toename van meer dan 30 ratten.

Dus de bioloog heeft gelijk.

54 a

t	0	5	10	15	20	25	30	35	40
N	0	614	977	1191	1318	1392	1436	1462	1478

b $\frac{977}{614} \approx 1,59$ en $\frac{1191}{977} \approx 1,22$

De quotiënten zijn niet aan elkaar gelijk, dus bij de tabel hoort geen exponentiële groei.

c Voor grote waarden van t is $0,9^t \approx 0$, dus $1 - 0,9^t \approx 1 - 0 = 1$ en $N \approx 1500 \cdot 1 = 1500$.

Dus de grenswaarde is 1500.

Bladzijde 183

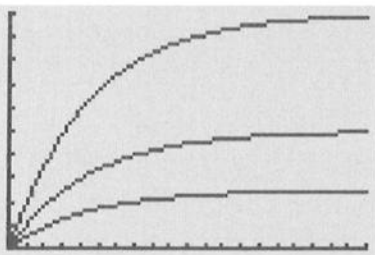
55 $t = 1$ en $N = 200$ geeft $G(1 - g) = 200$, dus $G = \frac{200}{1 - g}$.

$$t = 5 \text{ en } N = 610 \text{ geeft } G(1 - g^5) = 610, \text{ dus } G = \frac{610}{1 - g^5}.$$

Voer in $y_1 = \frac{200}{1 - x}$ en $y_2 = \frac{610}{1 - x^5}$.

Intersect geeft $x \approx 0,75$ en $y \approx 800$.Dus $G = 800$ en $g = 0,75$.56 a Neem bijvoorbeeld $G = 25$, $G = 50$ en $G = 100$.

Voer in $y_1 = 25(1 - 0,8^x)$, $y_2 = 50(1 - 0,8^x)$ en $y_3 = 100(1 - 0,8^x)$.

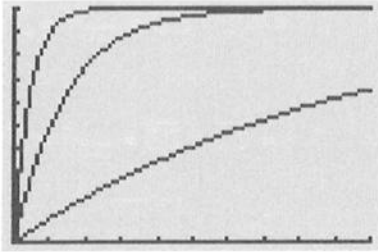
Je ziet dat G invloed heeft op de waarde van de asymptoot.Bij $G = 25$ is $N = 25$ de asymptoot en bij $G = 50$ is dat $N = 50$.b Invullen geeft $G(1 - 0,8^2) = 180$

$$G = \frac{180}{1 - 0,8^2} = 500$$

Dus $G = 500$.

- c Neem bijvoorbeeld $g = 0,1$, $g = 0,5$ en $g = 0,9$.

Voer in $y_1 = 1000(1 - 0,1^x)$, $y_2 = 1000(1 - 0,5^x)$ en $y_3 = 1000(1 - 0,9^x)$.



Je ziet dat g invloed heeft op hoe snel N de asymptoot nadert.

Hoe kleiner g , hoe sneller de grafiek de asymptoot nadert.

- d Invullen geeft $1000(1 - g) = 875$

$$1000 - 1000g = 875$$

$$1000g = 125$$

$$g = 0,125$$

Dus $g = 0,125$.

- e Invullen geeft $1000(1 - g^4) = 937,5$.

Voer in $y_1 = 1000(1 - x^4)$ en $y_2 = 937,5$.

Intersect geeft $x = 0,5$.

Dus $g = 0,5$.

Bladzijde 184

- 57 a $t = 2$ en $N = 550$ geeft $G(1 - g^2) = 550$, dus $G = \frac{550}{1 - g^2}$.

$$t = 5 \text{ en } N = 1100 \text{ geeft } G(1 - g^5) = 1100, \text{ dus } G = \frac{1100}{1 - g^5}.$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{550}{1 - x^2} \text{ en } y_2 = \frac{1100}{1 - x^5}.$$

Intersect geeft $x \approx 0,85$ en $y \approx 1962$.

Dus $G = 1962$ en $g = 0,85$.

- b $G - N = 100$

$$1962 - 1962(1 - 0,85^t) = 100$$

$$1962 - 1962 + 1962 \cdot 0,85^t = 100$$

$$1962 \cdot 0,85^t = 100$$

$$0,85^t = \frac{100}{1962}$$

$$t = {}^{0,85}\log\left(\frac{100}{1962}\right) = \frac{\log\left(\frac{100}{1962}\right)}{\log(0,85)} \approx 18,32$$

Dus $G - N < 100$ geeft $t \geq 18,4$.

- c Voer in $y_1 = 1962(1 - 0,85^x)$, $y_2 = \text{nDeriv}(y_1, x, x)$ (TI) of $y_2 = d/dx(y_1, x)$ (Casio)

en $y_3 = 0,1$ en zet y_1 uit.

Intersect geeft $x \approx 49,6$.

Dus voor $t \geq 50$ is de helling van de grafiek van N kleiner dan $0,1$.

- 58 a $t = 2$ en $v = 17$ geeft $G(1 - g^2) = 17$, dus $G = \frac{17}{1 - g^2}$.

$$t = 6 \text{ en } v = 33 \text{ geeft } G(1 - g^6) = 33, \text{ dus } G = \frac{33}{1 - g^6}.$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{17}{1 - x^2} \text{ en } y_2 = \frac{33}{1 - x^6}.$$

Intersect geeft $x \approx 0,77$ en $y \approx 41,6$.

Dus $G = 41,6$ en $g = 0,77$.

- b Los op $41,6(1 - 0,77^t) = 40$.

Voer in $y_1 = 41,6(1 - 0,77^x)$ en $y_2 = 40$.

Intersect geeft $x \approx 12,5$.

Dus na 12,5 seconden.

- 59 a grafiek I
 b grafiek IV
 c grafiek II
 d grafiek III
 e grafiek IV
 f grafiek IV

Diagnostische toets

Bladzijde 186

- 1 a $g_{\text{uur}} = 2$
 $g_{\text{minuut}} = 2^{\frac{1}{60}} \approx 1,012$
 De toename is 1,2% per minuut.
- b $g_{\text{dag}} = 0,88$
 $g_{\text{week}} = 0,88^7 \approx 0,409$
 De afname is 59,1% per week.
- c $g_{\text{week}} = 1,8$
 $g_{\text{dag}} = 1,8^{\frac{1}{7}} \approx 1,088$
 De toename is 8,8% per dag.
- d $g_{\text{jaar}} = 0,1$
 $g_{\text{maand}} = 0,1^{\frac{1}{12}} \approx 0,825$
 De afname is 17,5% per maand.
- 2 a Stel $v = b \cdot g^t$.
 $g_{5 \text{ seconden}} = \frac{18}{25} = 0,72$, dus $g_{\text{seconde}} = 0,72^{\frac{1}{5}} = 0,936\dots$

$$\left. \begin{array}{l} v = b \cdot 0,936\dots^t \\ t = 10 \text{ en } v = 25 \end{array} \right\} b \cdot 0,936\dots^{10} = 25$$

$$b = \frac{25}{0,936\dots^{10}} \approx 48$$

 Dus $v = 48 \cdot 0,936^t$.
 Op het tijdstip $t = 0$ was zijn snelheid 48 km/uur.
- b Los op $48 \cdot 0,936^t = 10$.
 Voer in $y_1 = 48 \cdot 0,936^x$ en $y_2 = 10$.
 Intersect geeft $x \approx 23,7$.
 Dus na 23,7 seconden is zijn snelheid gedaald tot 10 km/uur.
- 3 a $3 \cdot {}^2\log(5) + {}^2\log(45) - 2 \cdot {}^2\log(15) = {}^2\log(5^3) + {}^2\log(45) - {}^2\log(15^2) =$
 ${}^2\log(125) + {}^2\log(45) - {}^2\log(225) = {}^2\log\left(\frac{125 \cdot 45}{225}\right) = {}^2\log(25)$
- b ${}^5\log(125) + {}^3\log(6) = 3 + {}^3\log(6) = {}^3\log(27) + {}^3\log(6) = {}^3\log(27 \cdot 6) = {}^3\log(162)$
- 4 a $\log(1600) = \log(100 \cdot 16) = \log(100) + \log(16) = 2 + \log(16)$
 b ${}^2\log(1600) = {}^2\log(16 \cdot 100) = {}^2\log(16) + {}^2\log(100) = 4 + {}^2\log(100)$
 c $4 + {}^3\log(54) = 4 + {}^3\log(27 \cdot 2) = 4 + {}^3\log(27) + {}^3\log(2) = 4 + 3 + {}^3\log(2) = 7 + {}^3\log(2)$
 d $5 + \frac{1}{2}\log\left(\frac{9}{16}\right) = 5 + \frac{1}{2}\log(9) - \frac{1}{2}\log(16) = 5 + \frac{1}{2}\log(9) + 4 = 9 + \frac{1}{2}\log(9)$
- 5 a $y = \log\left(\frac{1000}{x^2}\right)$
 $y = \log(1000) - \log(x^2)$
 $y = 3 - 2 \log(x)$
- b $y = \log(30 \cdot 4^x)$
 $y = \log(30) + \log(4^x)$
 $y = \log(30) + x \log(4)$
 $y = \log(4) \cdot x + \log(30)$

6 $L_{\text{Harm}} = 78$ geeft $120 + 10 \log(I_{\text{Harm}}) = 78$
 $10 \log(I_{\text{Harm}}) = -42$
 $\log(I_{\text{Harm}}) = -4,2$
 $I_{\text{Harm}} = 10^{-4,2} \text{ W/m}^2$
 $L_{\text{Marc}} = 80$ geeft $120 + 10 \log(I_{\text{Marc}}) = 80$
 $10 \log(I_{\text{Marc}}) = -40$
 $\log(I_{\text{Marc}}) = -4$
 $I_{\text{Marc}} = 10^{-4} \text{ W/m}^2$
 $L_{\text{Gerrit}} = 81$ geeft $120 + 10 \log(I_{\text{Gerrit}}) = 81$
 $10 \log(I_{\text{Gerrit}}) = -39$
 $\log(I_{\text{Gerrit}}) = -3,9$
 $I_{\text{Gerrit}} = 10^{-3,9} \text{ W/m}^2$
 $I_{\text{totaal}} = 10^{-4,2} + 10^{-4} + 10^{-3,9} \text{ W/m}^2$
 $L_{\text{totaal}} = 120 + 10 \log(10^{-4,2} + 10^{-4} + 10^{-3,9}) \approx 85 \text{ dB}$
 Het geluidsniveau van de drie brommers samen is 85 dB.

7 a $(\frac{1}{2})^\tau = 0,798$
 $\tau = \frac{\log(0,798)}{\log(\frac{1}{2})} = 0,325\dots$
 De ouderdom van het schip is dus $0,325\dots \cdot 5730 \approx 1865$ jaar.
 b $g_{13,2 \text{ uur}} = \frac{1}{2}$
 $g_{\text{uur}} = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{13,2}} \approx 0,949$
 Er verdwijnt 5,1% per uur.

Bladzijde 187

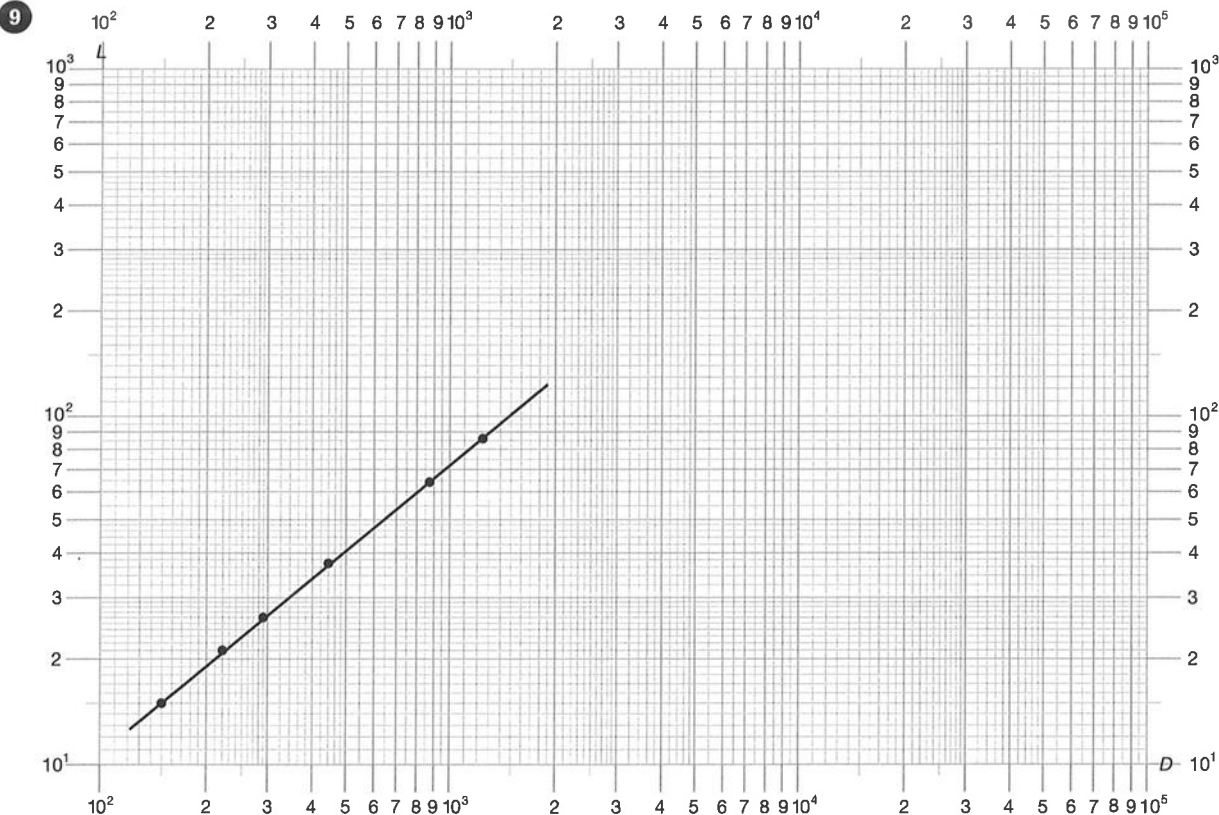
8 a Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.
 Lijn door (1, 3) en (3, 5), dus $g_{2 \text{ dagen}} = \frac{5}{3} = 1,66\dots$ en $g_{\text{dag}} = 1,66\dots^{\frac{1}{2}} = 1,290\dots$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,290\dots^t \\ t = 1 \text{ en } N = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,290\dots^1 = 3 \\ b = \frac{3}{1,290\dots^1} \\ b \approx 2,3 \end{array}$$

 Dus $N = 2,3 \cdot 1,291^t$.
 b Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.
 Lijn door (1, 7) en (3, 4), dus $g_{2 \text{ dagen}} = \frac{4}{7} = 0,57\dots$ en $g_{\text{dag}} = 0,57\dots^{\frac{1}{2}} = 0,755\dots$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 0,755\dots^t \\ t = 1 \text{ en } N = 7 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 0,755\dots^1 = 7 \\ b = \frac{7}{0,755\dots^1} \\ b \approx 9,3 \end{array}$$

 Dus $N = 9,3 \cdot 0,756^t$.



Stel $D = a \cdot L^n$.

$L = 150$ en $D = 15$ geeft $a \cdot 150^n = 15$, dus $a = \frac{15}{150^n}$.

$L = 1240$ en $D = 86$ geeft $a \cdot 1240^n = 86$, dus $a = \frac{86}{1240^n}$.

Voer in $y_1 = \frac{15}{150^x}$ en $y_2 = \frac{86}{1240^x}$.

Intersect geeft $x \approx 0,83$ en $y \approx 0,24$.

Dus $D = 0,24L^{0,83}$.

10 a $G = \frac{1}{4} \cdot 50\,000 = 12\,500$, dus $Z = \frac{12\,500}{1 + a \cdot b^t}$.

$t = 0$ geeft $Z = 300$, dus $\frac{12\,500}{1 + a \cdot b^0} = 300$ ofwel $\frac{12\,500}{1 + a} = 300$.

Voer in $y_1 = \frac{12\,500}{1 + x}$ en $y_2 = 300$.

Intersect geeft $x \approx 40,7$.

Dus $a \approx 40,7$.

Dit geeft $Z = \frac{12\,500}{1 + 40,7 \cdot b^t}$.

$t = 1$ geeft $Z = 1000$, dus $\frac{12\,500}{1 + 40,7 \cdot b^1} = 1000$.

Voer in $y_1 = \frac{12\,500}{1 + 40,7 \cdot x}$ en $y_2 = 1000$.

Intersect geeft $x \approx 0,283$.

Dus $b \approx 0,283$.

b 10% van 50 000 is 5000.

$$\text{Los op } \frac{12\,500}{1 + 40,7 \cdot 0,283^t} = 5000$$

$$1 + 40,7 \cdot 0,283^t = \frac{12\,500}{5000} = 2,5$$

$$40,7 \cdot 0,283^t = 1,5$$

$$0,283^t = \frac{1,5}{40,7}$$

$$t = {}^{0,283}\log\left(\frac{1,5}{40,7}\right) = \frac{\log\left(\frac{1,5}{40,7}\right)}{\log(0,283)} \approx 2,61$$

Dus na $2,61 \cdot 7 \approx 18$ dagen.

11 a $N^* = \frac{75 - N}{N}$ met $N = 15, 22, 30, \dots$

t	0	2	4	6	8	10	12
N	15	22	30	39	48	56	62
N^*	4	2,4	1,5	0,92	0,563	0,339	0,210

De quotiënten zijn achtereenvolgens en zo nodig afgerond op twee decimalen
0,6, 0,63, 0,61, 0,61, 0,60 en 0,62.

$$g_{12 \text{ jaar}} \approx \frac{0,210}{4}, \text{ dus } g_{\text{jaar}} \approx \left(\frac{0,210}{4}\right)^{\frac{1}{12}} \approx 0,782.$$

Dus $N^* = 4 \cdot 0,782^t$.

b $N^* = \frac{75 - N}{N}$ en $N^* = 4 \cdot 0,782^t$ geeft $N = \frac{75}{1 + 4 \cdot 0,782^t}$.

12 a $t = 7$ en $A = 905$ geeft $G(1 - g^7) = 905$, dus $G = \frac{905}{1 - g^7}$.

$$t = 13 \text{ en } A = 1460 \text{ geeft } G(1 - g^{13}) = 1460, \text{ dus } G = \frac{1460}{1 - g^{13}}.$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{905}{1 - x^7} \text{ en } y_2 = \frac{1460}{1 - x^{13}}.$$

Intersect geeft $x \approx 0,95$ en $y \approx 3000$.

Dus $G = 3000$ en $g = 0,95$.

b 25% van 3000 is 750.

$$\text{Los op } 3000(1 - 0,95^t) = 3000 - 750$$

$$3000(1 - 0,95^t) = 2250$$

$$1 - 0,95^t = \frac{2250}{3000} = 0,75$$

$$0,95^t = 0,25$$

$$t = {}^{0,95}\log(0,25) = \frac{\log(0,25)}{\log(0,95)} \approx 27,03$$

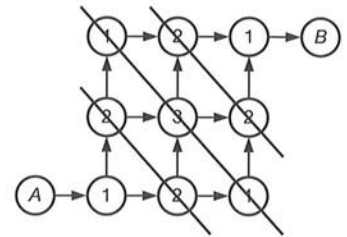
Dus na iets meer dan 27 dagen verschilt A voor het eerst minder dan 25% van de grenswaarde.

Kangoeroe-opgaven

Bladzijde 190

- 1 D Lise steekt de rivier een even aantal keren over, ze komt immers terugbij het hotel. Ook steekt ze vanwege de vijf bruggen de rivier minstens vijf keer over. Dus ze steekt minstens zes keer de rivier over.

- 2 B Kijk naar het plaatje hiernaast. Elke 'diagonaal' passeer je via één punt. De beide kleine diagonalen leveren dan altijd 2 op voor de som. De grote diagonaal levert 1 of 3 op. Je krijgt dus $1 + 2 + 1 + 2 + 1 = 7$ of $1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 9$.

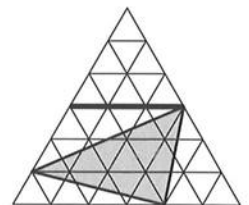


- 3 C $\angle A = 360^\circ - 329^\circ = 31^\circ$ (volle hoek)
In driehoek ABE is $\angle E = 180^\circ - 31^\circ - 18^\circ = 131^\circ$ (hoekensom driehoek).
In driehoek SEC is $\angle S = 90^\circ$, $\angle E = 180^\circ - 131^\circ = 49^\circ$ (gestrekte hoek) en dus $\angle C = 180^\circ - 49^\circ - 90^\circ = 41^\circ$.
- 4 C $2010 = 30 \times 67$, dus oma is 67 jaar en daarom geboren in 1943.
- 5 C $\angle ECD = \angle FCB = 60^\circ$ (gelijkzijdige driehoek)
 $\angle ECF = \angle ECB - \angle FCB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
Dus $\angle DCF = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$.
 $CD = CE = 1$ (gelijkzijdige driehoek) en $CF = BC = 1$ (gelijkzijdige driehoek)
De stelling van Pythagoras in $\triangle CDF$ geeft $FD = \sqrt{2}$.

Bladzijde 191

- 6 D Omdat het product van de cijfers 2 is, heb je één keer het cijfer 2 en zijn alle andere cijfers 1. Je krijgt dan som 2010 met 2008 cijfers 1 en één cijfer 2. Het cijfer 2 kan staan op plaats 1, op plaats 2, ... of op plaats 2009.
Dus er zijn 2009 van die getallen.
- 7 C Zo'n gebied wordt begrensd door twee halve cirkels met straal 2 en een kwart cirkel met straal 4. De omtrek is daarom $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 2 + \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 4 = 6\pi$.
- 8 C Tien extra winkelwagentjes maken de rij 2 meter langer, dus elk winkelwagentje maakt een rij 20 cm langer. Een 'rij' van één winkelwagentje is daarom $290 - 9 \times 20 = 110$ cm lang.
- 9 B De oppervlakte van de linker driehoek is gelijk aan die van de gekleurde gebieden plus twee keer het witte gebied van de rechterfiguur, dus $1 + 2 \times \text{wit}$. Dat moet gelijk zijn aan $1,5 \times (1 + \text{wit})$. Hieruit volgt $0,5 \times \text{wit} = 0,5$. Het witte gebied heeft oppervlakte 1 dm^2 , de linker driehoek heeft oppervlakte $1 + 2 \times 1 = 3 \text{ dm}^2$.

- 10 C Zie de figuur hiernaast.
Buiten de grijze driehoek kun je vier witte driehoeken zien. De bovenste driehoek is drie keer zo breed en drie keer zo hoog als een klein driehoekje, dus de oppervlakte is $3 \times 3 \times 1 = 9 \text{ cm}^2$. Op dezelfde manier krijg je de oppervlakte linksboven $3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ cm}^2$, de oppervlakte linksonder $4 \times 1 \times 1 = 4 \text{ cm}^2$ en de oppervlakte rechtsonder $2 \times 3 \times 1 = 6 \text{ cm}^2$. De oppervlakte van het gekleurde gebied is dus $36 - 9 - 6 - 4 - 6 = 11 \text{ cm}^2$.



Bladzijde 192

- 11 B Na een even aantal keren inhalen is de volgorde gelijk gebleven, na een oneven aantal keren is de volgorde veranderd. Dus Karel eindigt voor Daan, Omar eindigt voor Daan en Karel blijft voor Omar.
Eindstand: Karel, Omar, Daan.
- 12 A $9^n + 9^n + 9^n = 3 \times 9^n = 3 \times (3^2)^n = 3^{2n+1}$. Dus $2n + 1 = 2011$ en dit geeft $n = 1005$.