

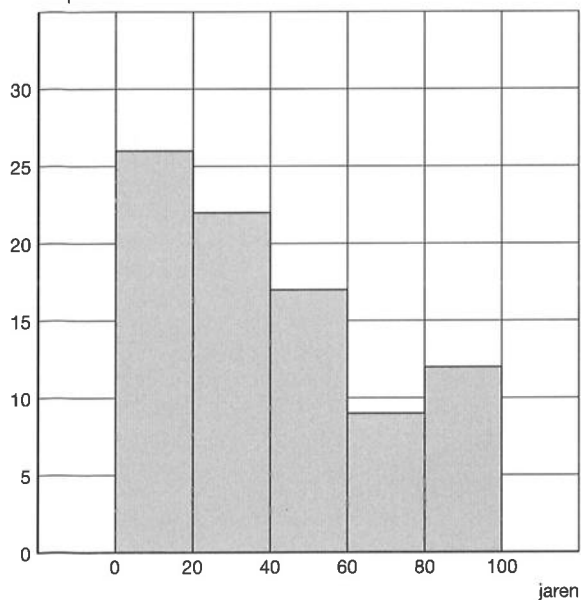
7 De normale verdeling

Voorkennis Frequentiepolygonen en centrummaten

Bladzijde 107

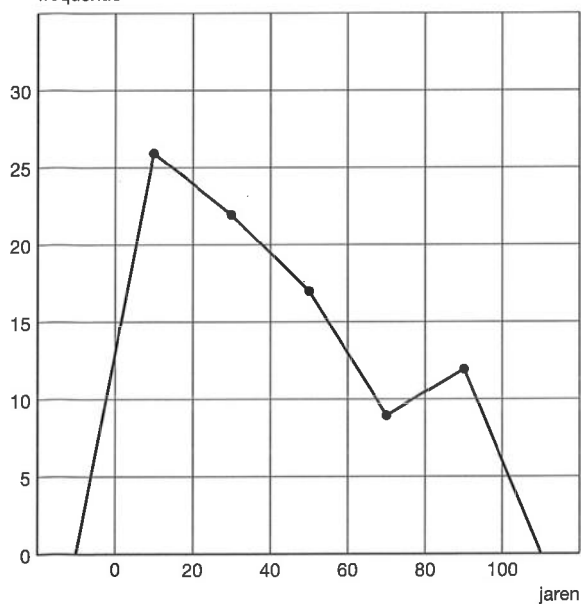
1 a LEEFTIJD BEWONERS FLAT

frequentie



b LEEFTIJD BEWONERS FLAT

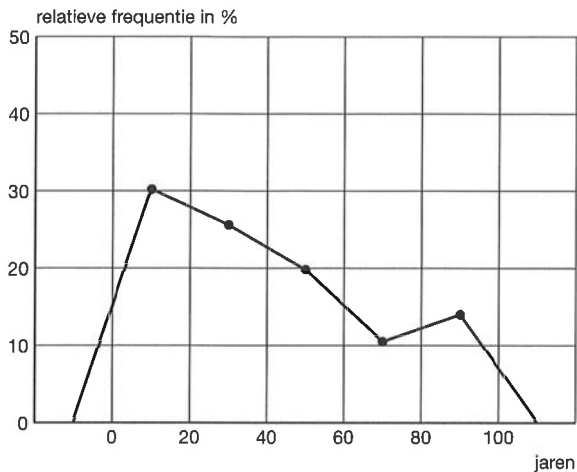
frequentie



c totaal = $26 + 22 + 17 + 9 + 12 = 86$

De relatieve frequenties zijn achtereenvolgens 30,2%, 25,6%, 19,8%, 10,5% en 14,0%.

LEEFTIJD BEWONERS FLAT



Bladzijde 108

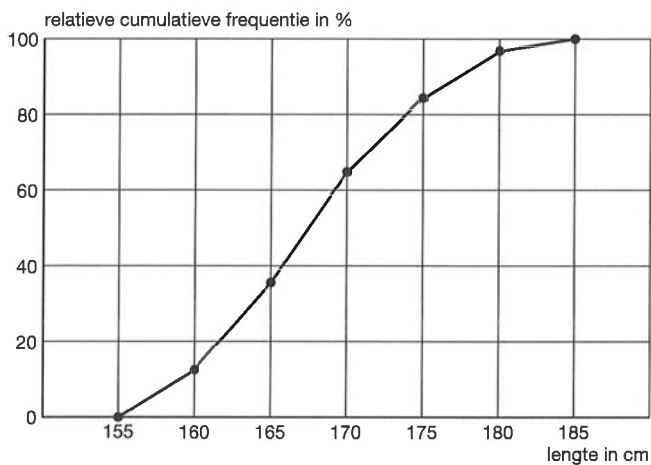
2

a

lengte in cm	frequentie	cumulatieve frequentie	relatieve cumulatieve frequentie
155 – < 160	538	538	11,8%
160 – < 165	1135	1673	36,6%
165 – < 170	1218	2891	63,2%
170 – < 175	941	3832	83,8%
175 – < 180	657	4489	98,2%
180 – < 185	83	4572	100%

b

LENGTE VROUWEN



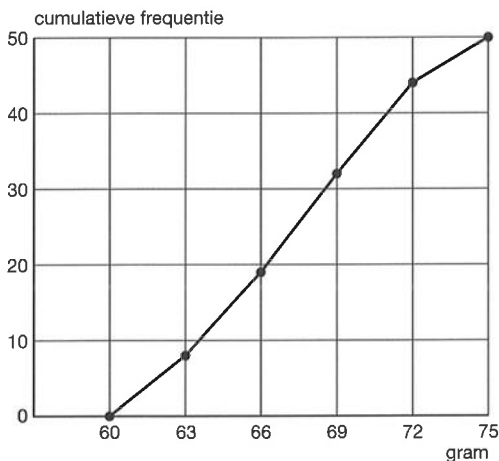
3

Zie bijvoorbeeld de polygoon in figuur 7.4. In de klasse $40 - < 50$ zitten 3 leerlingen. De waarnemingen in deze klasse liggen verspreid tussen 40 en 50 kg. Als het punt bij het klassenmidden 45 uitgezet zou zijn, zou het net lijken of alle 3 de leerlingen minder dan 45 kg zouden wegen.

4

klasse	frequentie	cumulatieve frequentie
60 – < 63	8	8
63 – < 66	11	19
66 – < 69	13	32
69 – < 72	12	44
72 – < 75	6	50

GEWICHT EIEREN



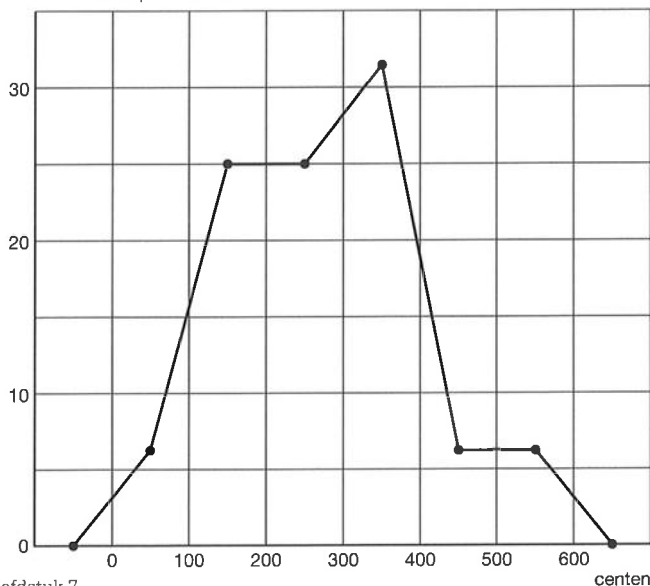
- 5 a Het pakket bestaat uit 160 artikelen die ingedeeld zijn in 6 prijsklassen (zie de punten in de figuur);
 0 – < 100, 100 – < 200, enzovoort.
 b Klasse 300 – < 400 bij supermarkt A heeft $140 - 90 = 50$ waarnemingsgetallen. Dus 50 artikelen.
 Bij supermarkt B zijn dat er $80 - 60 = 20$.
 c Bij supermarkt A minstens 3 euro: $160 - 90 = 70$ artikelen.
 Bij supermarkt B zijn dat er $160 - 60 = 100$.
 d Supermarkt A is het goedkoopst want zijn polygoon loopt in het begin (dus bij de goedkope artikelen) steiler dan die van B.

e

prijs in centen	aantal	relatieve frequentie
0 – < 100	10	6,25%
100 – < 200	40	25%
200 – < 300	40	25%
300 – < 400	50	31,25%
400 – < 500	10	6,25%
500 – < 600	$\frac{10}{160} +$	$\frac{6,25\%}{100\%} +$

PRIJZEN SUPERMARKT A

relatieve frequentie in %



Bladzijde 110

- 6 a De totale frequentie is $6 + 3 + 4 + 9 + 9 + 17 + 4 = 52$.

$$\text{gemiddelde} = \frac{6 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 9 \cdot 6 + 9 \cdot 7 + 17 \cdot 8 + 4 \cdot 9}{52} \approx 6,5$$

- b modus = 8

$$\text{mediaan} = \frac{26^{\text{e}} \text{ getal} + 27^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{7 + 7}{2} = 7$$

- c Het aantal verkochte auto's is $6 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 9 \cdot 6 + 9 \cdot 7 + 17 \cdot 8 + 4 \cdot 9 = 339$.

- 7 a De klassenmiddens zijn 15, 45, 75, 105, 135, 165, 195 en 225.

De totale frequentie is $17 + 4 + 10 + 9 + 4 + 11 + 2 + 3 = 60$.

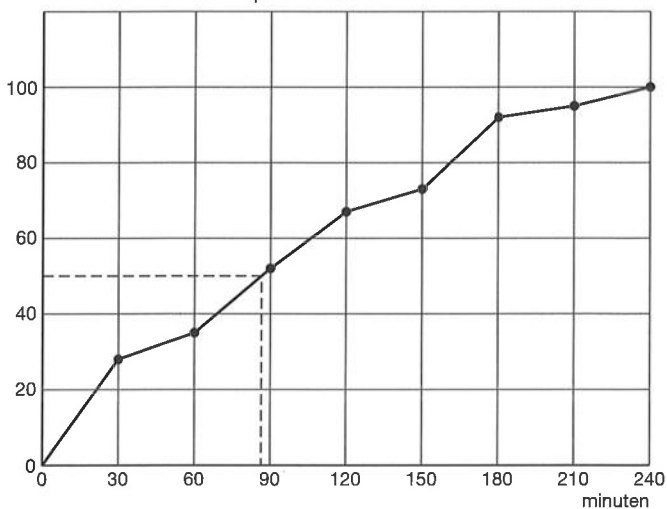
$$\text{gemiddelde} = \frac{17 \cdot 15 + 4 \cdot 45 + 10 \cdot 75 + 9 \cdot 105 + 4 \cdot 135 + 11 \cdot 165 + 2 \cdot 195 + 3 \cdot 225}{60} = 92,5 \text{ minuten}$$

- b De mediaan is het gemiddelde van het 30^e en het 31^e getal. Deze twee getallen liggen beide in de klasse $60 - < 90$, dus de mediaan ligt in de klasse $60 - < 90$.

kijktijd	frequentie	cumulatieve frequentie	relatieve cumulatieve frequentie
0 - < 30	17	17	28,3%
30 - < 60	4	21	35,0%
60 - < 90	10	31	51,7%
90 - < 120	9	40	66,7%
120 - < 150	4	44	73,3%
150 - < 180	11	55	91,7%
180 - < 210	2	57	95,0%
210 - < 240	3	60	100%

KIJKTijd

relatieve cumulatieve frequentie in %



- d Kijk bij 50%. Je krijgt mediaan ≈ 87 minuten.

7.1 De standaardafwijking**Bladzijde 111**

- 1 De volgorde is H4a, H4d, H4b, H4c.

Bladzijde 112

- 2 Voer in lijst 1 = {35, 45, 55, 65, 75} en lijst 2 = {4, 11, 17, 29, 10}.

1-Var Stats L1,L2 (TI) of 1VAR (Casio) geeft $\bar{x} \approx 59,2$ en $\sigma \approx 10,8$.

- 3 a Het meest waarschijnlijk is 8 cm.

- b Het meest waarschijnlijk is 1,8.

Bladzijde 113

- 4 a Voer in lijst 1 = {246, 247, 248, ..., 254, 255} en lijst 2 = {2, 4, 7, ..., 1, 1}.
1-Var Stats L1,L2 (TI) of 1VAR (Casio) geeft $\bar{x} \approx 249,9$ gram en $\sigma \approx 1,5$ gram.
b $\bar{x} - \sigma = 248,4$ gram en $\bar{x} + \sigma = 251,4$ gram.
Tussen deze grenzen liggen de pakken met een gewicht van 249, 250 en 251 gram.
Dat zijn $22 + 36 + 19 = 77$ pakken.

Bladzijde 114

- 5 a Voer in lijst 1 = {1, 2, 3, 4, 5} en lijst 2 = {0.05, 0.15, 0.6, 0.15, 0.05}.
1-Var Stats L1,L2 (TI) of 1VAR (Casio) geeft $E(X) = \bar{x} = 3$ en $\sigma_X \approx 0,84$.
b Voer in lijst 1 = {1, 2, 3, 4, 5} en lijst 2 = {0.3, 0.15, 0.1, 0.15, 0.3}.
1-Var Stats L1,L2 (TI) of 1VAR (Casio) geeft $E(Y) = \bar{x} = 3$ en $\sigma_Y \approx 1,64$.

6 a $P(Z = 4) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

b

z	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(Z = z)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$$E(Z) = 2 \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{2}{36} + 4 \cdot \frac{3}{36} + \dots + 11 \cdot \frac{2}{36} + 12 \cdot \frac{1}{36} = 7$$

c $E(X) = E(Y) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3,5$

$$\left. \begin{array}{l} E(X + Y) = E(Z) = 7 \\ E(X) + E(Y) = 3,5 + 3,5 = 7 \end{array} \right\} E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

Bladzijde 115

- 7 a $E(T) = E(X) + E(Y) = 16 + 30 = 46$ seconden
b $\sigma_T = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \approx 3,6$ seconden
- 8 a $E(B) = E(N) + E(T) = 230 + 30 = 260$ gram
b $\sigma_T = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_T^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$ gram
- 9 a De som $X + Y$ is steeds 7, dus de standaardafwijking is 0.
b X en Y zijn niet onafhankelijk.

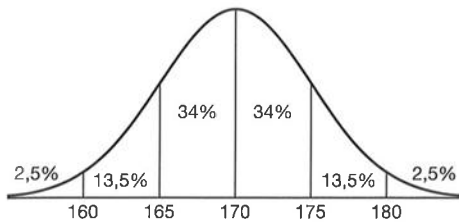
7.2 Eigenschappen van de normale verdeling**Bladzijde 117**

- 10 a De klassenbreedte is 5 cm.
b De groep bestaat uit $15 + 80 + 235 + 370 + 210 + 80 + 10 = 1000$ personen.
c Voer in lijst 1 = {157.5, 162.5, 167.5, 172.5, 177.5, 182.5, 187.5} en
lijst 2 = {15, 80, 235, 370, 210, 80, 10}.
1-Var Stats L1,L2 (TI) of 1VAR (Casio) geeft $\bar{x} \approx 172,3$ en $\sigma \approx 5,7$.
Dus het gemiddelde is 172,3 cm en de standaardafwijking is 5,7 cm.
d 680 is 68%.
e 950 is 95%.
- 11 a De klassenbreedte is 1 cm.
b De frequentie van de klasse $172 - < 173$ is ongeveer 375.
c Nee, bij figuur 7.11 is de groep veel groter.
In figuur 7.11 is het aantal mannen met een lengte van 170 en 175 al ongeveer $5 \cdot 350 = 1750$.

Bladzijde 119

- 12 Normale verdeling bij b, d, f en g.

13 a



b $34\% + 34\% + 13,5\% = 81,5\%$

c $2,5\%$

d $13,5\% + 2,5\% = 16\%$

e $13,5\% + 34\% = 47,5\%$

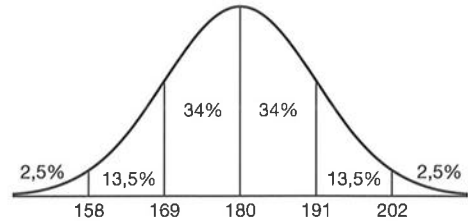
- 14 a $13,5\% + 34\% + 34\% = 81,5\%$

Dus $0,815 \cdot 5000 = 4075$ appels.

b 84% , dus $0,84 \cdot 5000 = 4200$ appels.

c 125 is $\frac{125}{5000} \times 100\% = 2,5\%$.

Dus zwaarder dan 202 gram.



- 15 Om in een van de buitenste bakjes terecht te komen moet een knikker of steeds naar links of steeds naar rechts vallen. De kans daarop is erg klein. De meeste knikkers vallen nu eens naar links en dan weer naar rechts en komen zo in de middelste bakjes terecht.

Bladzijde 120

- 16 a Met stijgende leeftijd neemt iemands reactietijd toe. Bij de 18-jarigen hoort kromme A (kleinste gemiddelde), bij de 60-jarigen hoort kromme C (grootste gemiddelde).

b Bij kromme C hoort de grootste standaardafwijking, dus bij de 60-jarigen is de genoemde kans het grootst.

- 17 Kromme A: $\mu = 65$ en $\sigma = 1,5$.

Kromme B: $\mu = 66,5$ en $\sigma = 1$.

Kromme C: $\mu = 67,5$ en $\sigma = 2$.

Kromme D: $\mu = 70$ en $\sigma = 0,5$.

- 18 a Lees af bij 50%. Je krijgt $\mu \approx 7,8$.

b Bij $\mu + \sigma$ hoort $50\% + 34\% = 84\%$.

Aflezen geeft $\mu + \sigma \approx 8,9$.

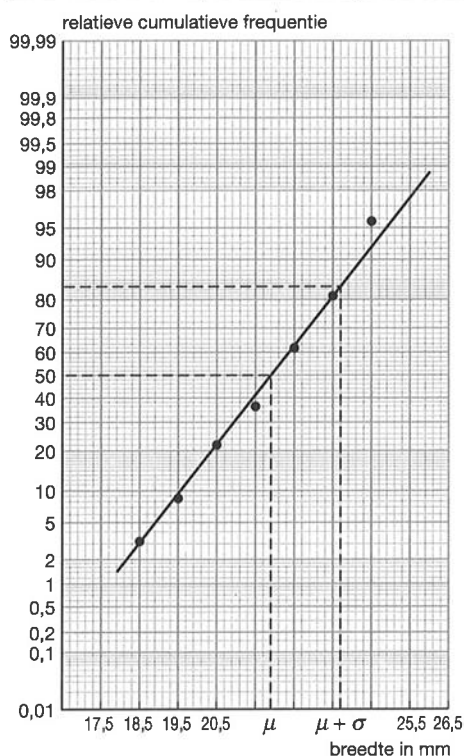
c $\sigma = 8,9 - 7,8 = 1,1$

Bladzijde 123

- 19 Normaal-waarschijnlijkheidspapier is gebaseerd op de theoretische normale verdeling waarbij de cumulatieve normaalkromme een asymptoot heeft op hoogte 100. De relatieve cumulatieve frequentie 100 komt dus niet voor.

20 a

breedte in mm	frequentie	cumulatieve frequentie	relatieve cumulatieve frequentie
17,5 –< 18,5	3	3	3,2%
18,5 –< 19,5	5	8	8,5%
19,5 –< 20,5	11	19	20,2%
20,5 –< 21,5	14	33	35,1%
21,5 –< 22,5	26	59	62,8%
22,5 –< 23,5	18	77	81,9%
23,5 –< 24,5	13	90	95,7%
24,5 –< 25,5	4	94	100%



De punten liggen redelijk op een rechte lijn, dus de breedte is bij benadering normaal verdeeld.

b Bij 50% hoort $\mu \approx 21,9$.

Bij 84% hoort $\mu + \sigma \approx 23,7$.

Dus $\mu \approx 21,9$ mm en $\sigma \approx 23,7 - 21,9 = 1,8$ mm.

21 a Bij 10 mm hoort 11%.

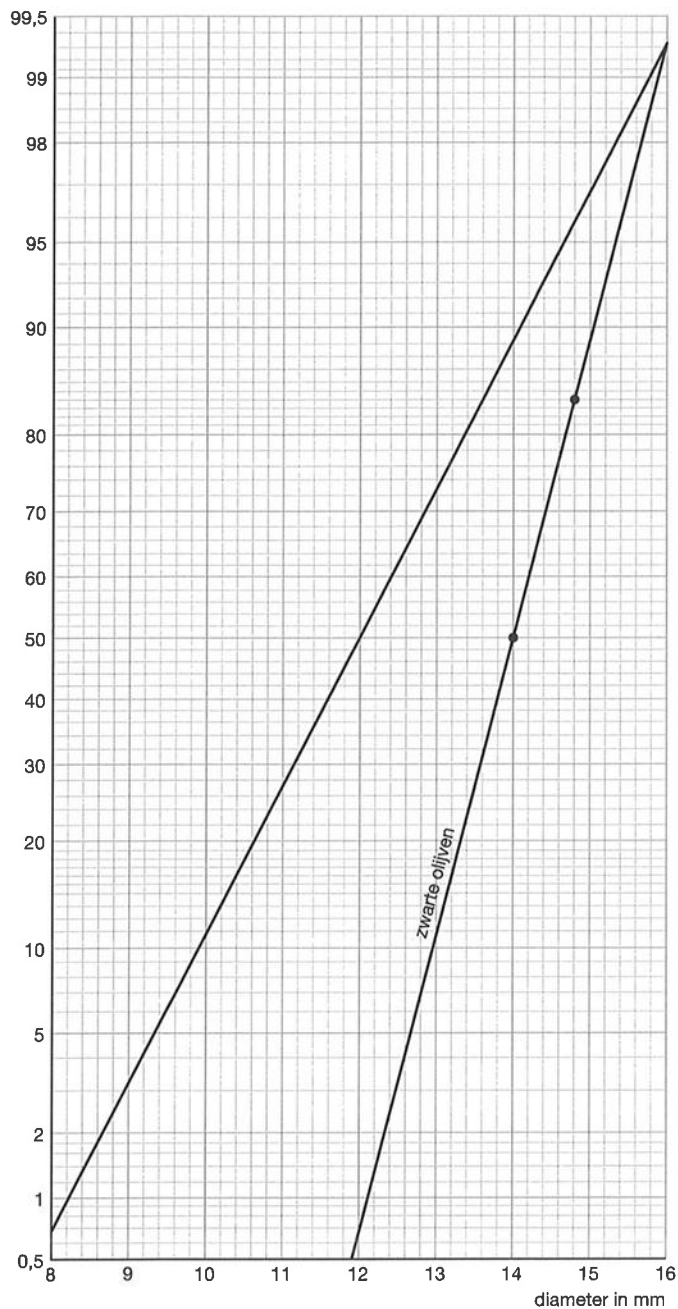
Bij 13 mm hoort 74%.

Dus $74\% - 11\% = 63\%$.

b Lees af: bij 80% hoort ongeveer 13,3 mm.

Dus de 20% grootste olijven hebben een diameter van meer dan 13,3 mm.

- c Bij de groene olijven is $\mu = 12$ mm.
 Lees af bij 84% dat $\mu + \sigma = 13,6$ mm, dus $\sigma = 1,6$ mm.
 Dus bij de zwarte olijven is $\mu = 14$ mm en $\sigma = 0,8$ mm.
 Teken dus een lijn door $(14, 50)$ en $(14,8; 84)$.

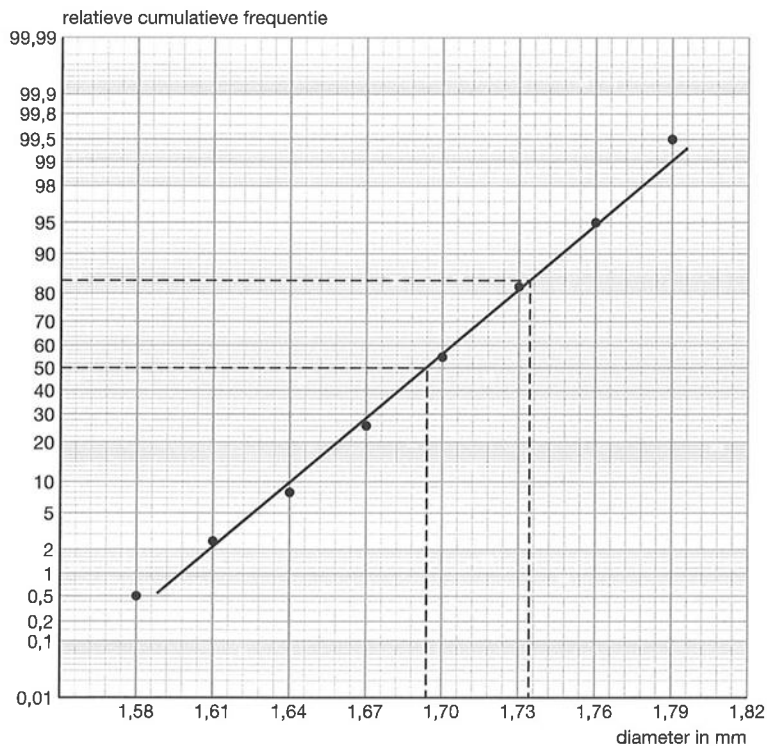


- d $P(\text{groene heeft diameter meer dan } 14 \text{ mm}) = 0,11$.
 $P(\text{zwarte heeft diameter meer dan } 14 \text{ mm}) = 0,50$.
 De gevraagde kans is $0,11 \cdot 0,50 = 0,055$.

Bladzijde 124

22 a

klasse	frequentie	cumulatieve frequentie	relatieve cumulatieve frequentie
1,55 – < 1,58	2	2	0,5%
1,58 – < 1,61	8	10	2,5%
1,61 – < 1,64	22	32	8,0%
1,64 – < 1,67	72	104	26,0%
1,67 – < 1,70	116	220	55,0%
1,70 – < 1,73	108	328	82,0%
1,73 – < 1,76	52	380	95,0%
1,76 – < 1,79	18	398	99,5%
1,79 – < 1,82	2	400	100%



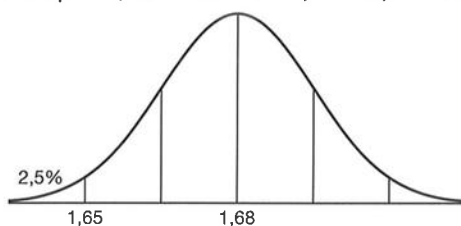
De punten liggen redelijk op een rechte lijn, dus de diameter is bij benadering normaal verdeeld.

b Bij 50% hoort $\mu \approx 1,69$.

Bij 84% hoort $\mu + \sigma \approx 1,73$.

Dus $\mu \approx 1,69$ mm en $\sigma \approx 1,73 - 1,69 = 0,04$ mm.

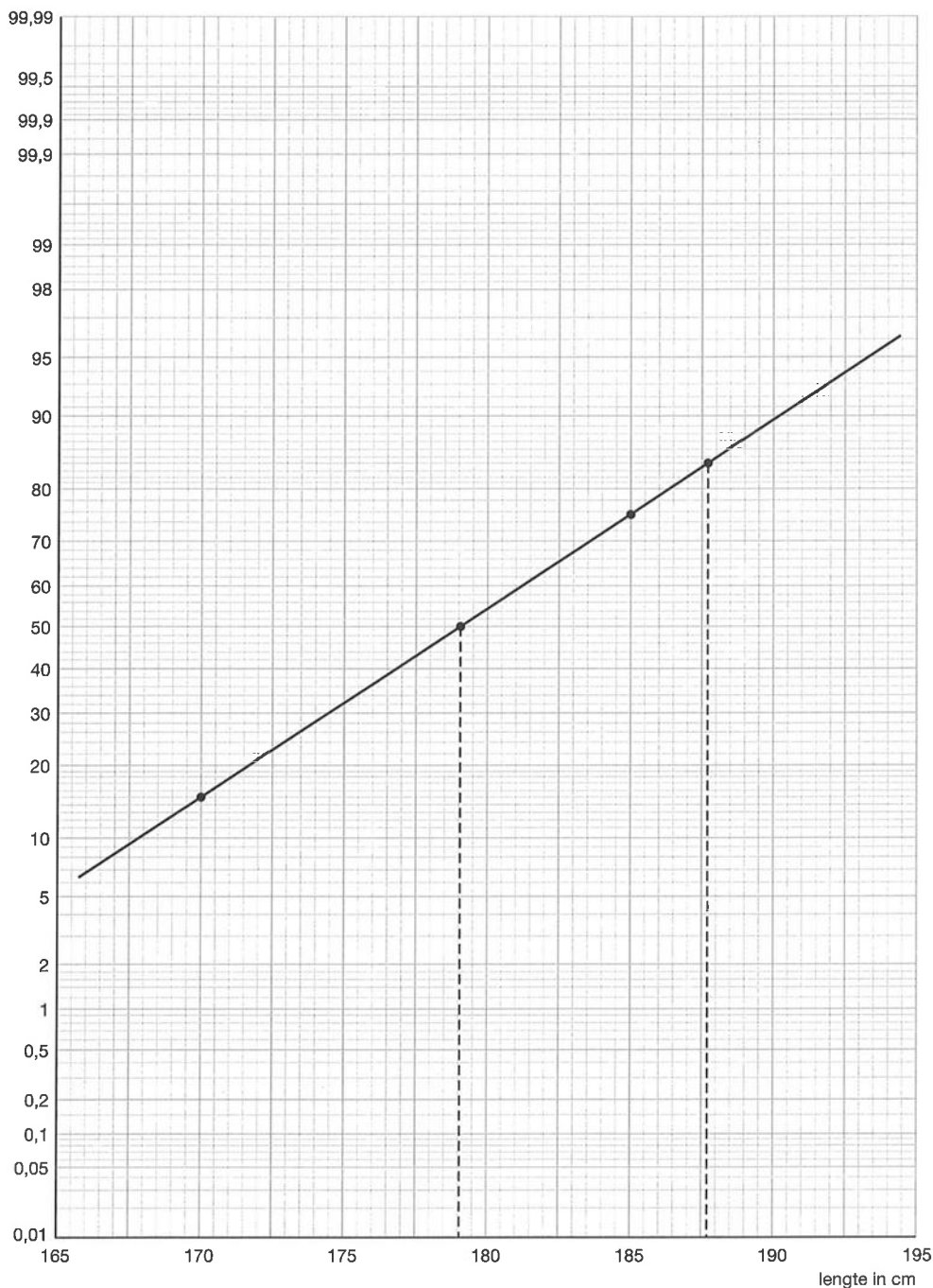
c



$$\mu = 1,68 \text{ mm}$$

$$\mu - 2\sigma = 1,65 \text{ mm, dus } 2\sigma = 0,03 \text{ mm en } \sigma = 0,015 \text{ mm.}$$

- 23** Bij 170 cm hoort 15%.
 Bij 185 cm hoort 75%.
 Lees af bij 50% dat $\mu \approx 179$ cm.
 Lees af bij 84% dat $\mu + \sigma \approx 188$ cm, dus $\sigma \approx 9$ cm.



- 24** a Evenwijdig betekent dezelfde standaardafwijking.
 b Dat de bladlengte van soort A een kleinere standaardafwijking heeft dan die van soort C.
 c Dat zowel bij soort C als bij soort D 80% van de bladeren korter is dan 45 mm.
 d De lijnen bij B en D moeten elkaar dan snijden op een hoogte van 50.

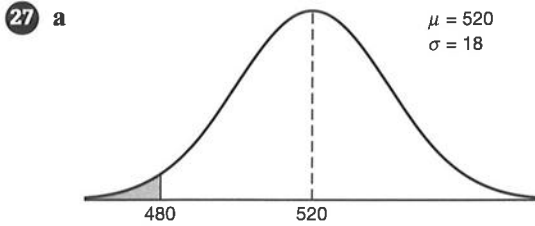
7.3 Oppervlakten onder normaalkrommen

Bladzijde 126

- 25** a Dit volgt uit de vuistregels bij de normale verdeling.
 $13,5\% + 2,5\% = 16\%$ komt overeen met een oppervlakte van 0,16.
 b a oppervlakte = 0,135
 b oppervlakte = 0,975
 c oppervlakte = 0,05
 d oppervlakte = 0,84

Bladzijde 127

- 26 a Normale verdeling met $\mu = 3,5$ en $\sigma = 1,1$.
 $\text{opp} = \text{normalcdf}(-10^{99}, 5, 3.5, 1.1) \approx 0,914$
 b Normale verdeling met $\mu = 850$ en $\sigma = 120$.
 $\text{opp} = \text{normalcdf}(700, 10^{99}, 850, 120) \approx 0,894$
 c Normale verdeling met $\mu = 17,1$ en $\sigma = 1,8$.
 $\text{opp} = \text{normalcdf}(-10^{99}, 16, 17.1, 1.8) \approx 0,271$
 d Normale verdeling met $\mu = 1080$ en $\sigma = 60$.
 $\text{opp} = \text{normalcdf}(1000, 1100, 1080, 60) \approx 0,539$



- $\text{opp} = \text{normalcdf}(-10^{99}, 480, 520, 18) \approx 0,013$
 b $\text{opp} = \text{normalcdf}(510, 10^{99}, 520, 18) \approx 0,711$

Bladzijde 128

- 28 a $\text{opp} = \text{normalcdf}(-10^{99}, 5.1, 5.8, 0.4) \approx 0,040$
 Dus 4,0%.
 b $\text{opp} = \text{normalcdf}(5.25, 10^{99}, 5.8, 0.4) \approx 0,915$
 Dus 91,5%.
 c $\text{opp} = \text{normalcdf}(6.1, 6.4, 5.8, 0.4) \approx 0,160$
 Dus 16,0%.
- 29 a Neem bijvoorbeeld een normale verdeling met $\mu = 0$ en $\sigma = 1$.
 Je krijgt $\text{opp} = \text{normalcdf}(-1, 1, 0, 1) \approx 0,6827$.
 Dus dat percentage is 68,27%.
 b Ga weer uit van $\mu = 0$ en $\sigma = 1$.
 Je krijgt $\text{opp} = \text{normalcdf}(-2, 2, 0, 1) \approx 0,9545$.
 Dat percentage is 95,45%.
- 30 Deze oppervlakte is $1 - 0,65 = 0,35$.

Bladzijde 129

- 31 a Normale verdeling met $\mu = 16$ en $\sigma = 2$.
 $a = \text{invNorm}(0.3, 16, 2) \approx 15,0$
 b $\text{opp rechts} = 0,7$, dus $\text{opp links} = 1 - 0,7 = 0,3$
 Normale verdeling met $\mu = 50$ en $\sigma = 8$.
 $a = \text{invNorm}(0.3, 50, 8) \approx 45,8$
 c Normale verdeling met $\mu = 600$ en $\sigma = 70$.
 $a = \text{invNorm}(0.86, 600, 70) \approx 676$
 d $\text{opp rechts} = 0,08$, dus $\text{opp links} = 1 - 0,08 = 0,92$
 Normale verdeling met $\mu = 0,8$ en $\sigma = 0,2$.
 $a = \text{invNorm}(0.92, 0.8, 0.2) \approx 1,08$

Bladzijde 130

- 32 a De oppervlakte van het gebied links van b is $\frac{2}{3}$.
 b Normale verdeling met $\mu = 40$ en $\sigma = 5$.
 $a = \text{invNorm}(\frac{1}{3}, 40, 5) \approx 37,8$
 $b = \text{invNorm}(\frac{2}{3}, 40, 5) \approx 42,2$

- 33** Normale verdeling met $\mu = 1000$ en $\sigma = 50$.

$$a = \text{invNorm}\left(\frac{1}{5}, 1000, 50\right) \approx 958$$

$$b = \text{invNorm}\left(\frac{2}{5}, 1000, 50\right) \approx 987$$

$$c = \text{invNorm}\left(\frac{3}{5}, 1000, 50\right) \approx 1013$$

$$d = \text{invNorm}\left(\frac{4}{5}, 1000, 50\right) \approx 1042$$

- 34 a** Normale verdeling met $\mu = 18$ en $\sigma = 2$.

$$\text{opp links van } a \text{ is } \frac{1 - 0,5}{2} = 0,25.$$

$$a = \text{invNorm}(0,25, 18, 2) \approx 16,7$$

$$\text{opp links van } b \text{ is } 0,25 + 0,5 = 0,75.$$

$$b = \text{invNorm}(0,75, 18, 2) \approx 19,3$$

- b** Normale verdeling met $\mu = 150$ en $\sigma = 12$.

$$\text{opp links van } a \text{ is } \frac{1 - 0,82}{2} = 0,09.$$

$$a = \text{invNorm}(0,09, 150, 12) \approx 133,9$$

$$\text{opp links van } b \text{ is } 1 - 0,09 = 0,91.$$

$$b = \text{invNorm}(0,91, 150, 12) \approx 166,1$$

- c** Normale verdeling met $\mu = 58$ en $\sigma = 6$.

$$\text{opp links van } a \text{ is } \frac{0,12}{2} = 0,06.$$

$$a = \text{invNorm}(0,06, 58, 6) \approx 48,7$$

$$\text{opp links van } b \text{ is } 1 - 0,06 = 0,94.$$

$$b = \text{invNorm}(0,94, 58, 6) \approx 67,3$$

- 35 a** Een schatting van σ is 3.

- b** Een schatting van σ is 5.

- c** Een schatting van σ is 40.

Bladzijde 131

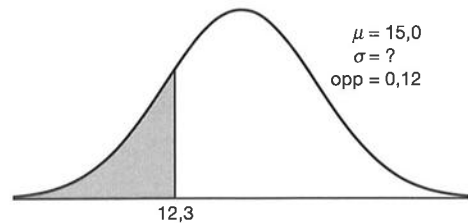
- 36 a** Normale verdeling met $\mu = 15,0$ en onbekende σ .

$$\text{normalcdf}(-10^{99}, 12,3, 15,0, \sigma) = 0,12$$

Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(-10^{99}, 12,3, 15,0, x)$ (TI) of

$y_1 = \text{NormCD}(-10^{99}, 12,3, x, 15,0)$ (Casio) en $y_2 = 0,12$.

Intersect geeft $x \approx 2,3$, dus $\sigma \approx 2,3$.



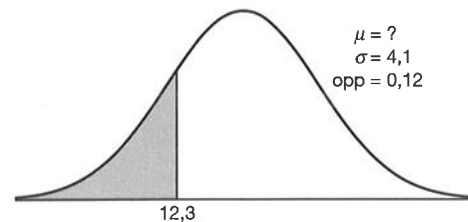
- b** Normale verdeling met onbekende μ en $\sigma \approx 4,1$.

$$\text{normalcdf}(-10^{99}, 12,3, \mu, 4,1) = 0,12$$

Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(-10^{99}, 12,3, x, 4,1)$ (TI) of

$y_1 = \text{NormCD}(-10^{99}, 12,3, 4,1, x)$ (Casio) en $y_2 = 0,12$.

Intersect geeft $x \approx 17,1$, dus $\mu \approx 17,1$.



- 37 a** De vergelijking $\text{normalcdf}(-10^{99}, 450, 400, \sigma) = 0,78$.

- b** Een schatting is $\sigma = 60$.

Neem bijvoorbeeld $X_{\min} = 0$ en $X_{\max} = 100$.

- c** Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(-10^{99}, 450, 400, x)$ (TI) of $y_1 = \text{NormCD}(-10^{99}, 450, x, 400)$ (Casio) en $y_2 = 0,78$.

Intersect geeft $x \approx 64,8$, dus $\sigma \approx 64,8$.

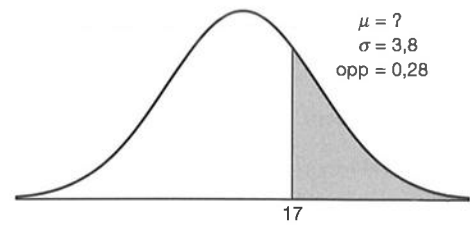
Bladzijde 132

- 38 a** Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(-10^{99}, 170, x, 12)$ (TI) of $y_1 = \text{NormCD}(-10^{99}, 170, 12, x)$ (Casio) en $y_2 = 0,08$.

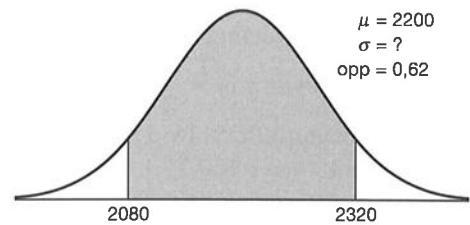
- b** Een schatting van μ is 200, dus kies bijvoorbeeld $X_{\min} = 170$ en $X_{\max} = 250$.

- c** Intersect geeft $x \approx 187$, dus $\mu \approx 187$.

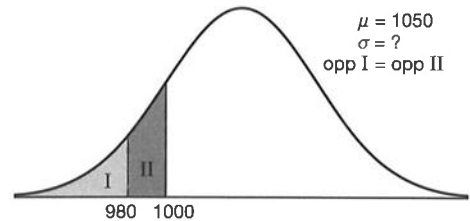
- 39** Normale verdeling met onbekende μ en $\sigma = 3,8$.
 $\text{normalcdf}(17, 10^{99}, \mu, 3,8) = 0,28$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(17, 10^{99}, x, 3,8)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(17, 10^{99}, 3,8, x)$ (Casio) en $y_2 = 0,28$.
 Intersect geeft $x \approx 14,8$, dus $\mu \approx 14,8$.



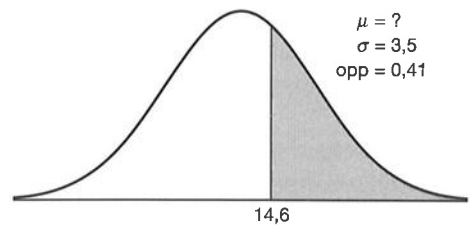
- 40** Normale verdeling met $\mu = 2200$ en onbekende σ .
 $\text{normalcdf}(2080, 2320, 2200, \sigma) = 0,62$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(2080, 2320, 2200, x)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(2080, 2320, x, 2200)$ (Casio) en $y_2 = 0,62$.
 Intersect geeft $x \approx 137$, dus $\sigma \approx 140$.



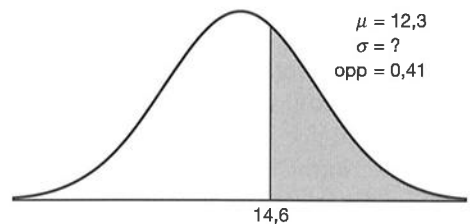
- 41** Normale verdeling met $\mu = 1050$ en onbekende σ .
 $\text{normalcdf}(-10^{99}, 980, 1050, \sigma) = \text{normalcdf}(980, 1000, 1050, \sigma)$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(-10^{99}, 980, 1050, x)$ en
 $y_2 = \text{normalcdf}(980, 1000, 1050, x)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(-10^{99}, 980, x, 1050)$ en
 $y_2 = \text{NormCD}(980, 1000, x, 1050)$ (Casio).
 Intersect geeft $x \approx 49$, dus $\sigma \approx 49$.



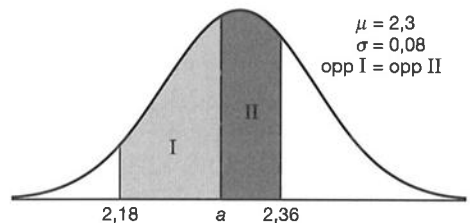
- 42 a** Normale verdeling met onbekende μ en $\sigma = 3,5$.
 $\text{normalcdf}(14,6, 10^{99}, \mu, 3,5) = 0,41$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(14,6, 10^{99}, x, 3,5)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(14,6, 10^{99}, 3,5, x)$ (Casio) en $y_2 = 0,41$.
 Intersect geeft $x \approx 13,8$, dus $\mu \approx 13,8$.



- b** Normale verdeling met $\mu = 12,3$ en onbekende σ .
 $\text{normalcdf}(14,6, 10^{99}, 12,3, \sigma) = 0,41$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(14,6, 10^{99}, 12,3, x)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(14,6, 10^{99}, x, 12,3)$ (Casio) en $y_2 = 0,41$.
 Intersect geeft $x \approx 10,1$, dus $\sigma \approx 10,1$.



- 43** Normale verdeling met $\mu = 2,3$ en onbekende σ .
 $\text{normalcdf}(2,18, a, 2,3, 0,08) = \text{normalcdf}(a, 2,36, 2,3, 0,08)$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(2,18, x, 2,3, 0,08)$ en
 $y_2 = \text{normalcdf}(x, 2,36, 2,3, 0,08)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(2,18, x, 0,08, 2,3)$ en
 $y_2 = \text{NormCD}(x, 2,36, 0,08, 2,3)$ (Casio).
 Intersect geeft $x \approx 2,284$.
 Dus $a \approx 2,284$.

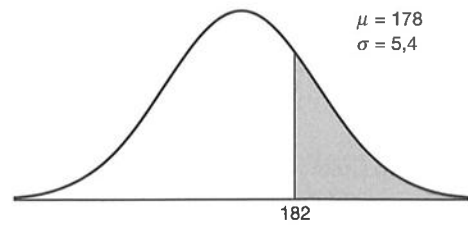


- 44** Bij opgave 39 is opp links = $1 - 0,28 = 0,72$ en krijg je de vergelijking $\text{invNorm}(0,72, \mu, 3,8) = 17$.
 Bij opgave 40 is opp links = $\frac{1 - 0,62}{2} = 0,19$ en krijg je de vergelijking $\text{invNorm}(0,19, 2200, \sigma) = 2080$.
 Bij opgave 42a is opp links = $1 - 0,41 = 0,59$ en krijg je de vergelijking $\text{invNorm}(0,59, \mu, 3,5) = 14,6$.
 Bij opgave 42b is opp links = $1 - 0,41 = 0,59$ en krijg je de vergelijking $\text{invNorm}(0,59, 12,3, \sigma) = 14,6$.
 Dit soort vergelijkingen los je op door het linkerlid bij y_1 in te voeren en het rechterlid bij y_2 . Met intersect vind je vervolgens de onbekende μ of σ .

7.4 Toepassingen van de normale verdeling

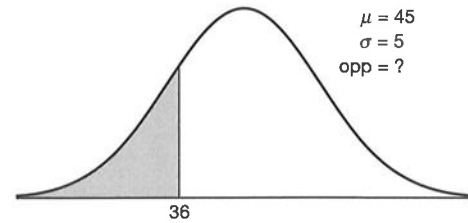
Bladzijde 134

- 45 a $\text{opp} = \text{normalcdf}(182, 10^{99}, 178, 5.4) \approx 0,229$
 b Van de jongens is 22,9% langer dan 182 cm.
 c De gevraagde kans is 0,229.

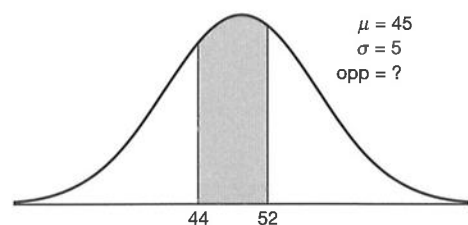


Bladzijde 135

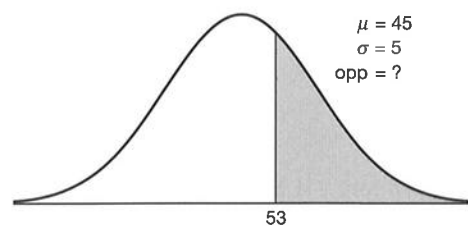
- 46 a Normale verdeling met $\mu = 45$ en $\sigma = 5$.
 $\text{opp} = \text{normalcdf}(-10^{99}, 36, 45, 5) \approx 0,036$
 Dus 3,6%.



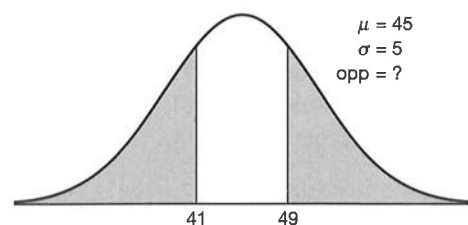
- b $\text{opp} = \text{normalcdf}(44, 52, 45, 5) \approx 0,499$
 De kans is 0,499.



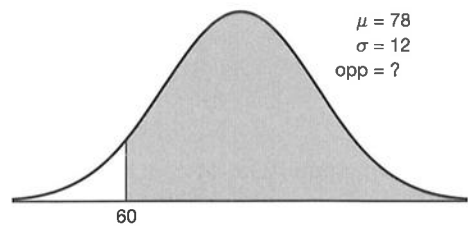
- c $\text{opp} = \text{normalcdf}(53, 10^{99}, 45, 5) = 0,054\dots$
 Je verwacht $0,054\dots \cdot 240 \approx 13$ forellen.



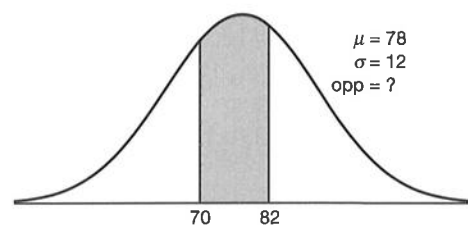
- d $\text{opp} = 2 \cdot \text{normalcdf}(-10^{99}, 41, 45, 5) \approx 0,424$
 Dus 42,4%.



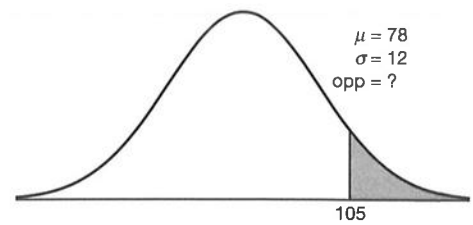
- 47 a Normale verdeling met $\mu = 78$ en $\sigma = 12$.
 $\text{opp} = \text{normalcdf}(60, 10^{99}, 78, 12) = 0,933\dots$
 Dus $0,933\dots \cdot 1600 \approx 1493$ mannen zijn zwaarder dan 60 kg.
 $\text{opp} = \text{normalcdf}(-10^{99}, 65, 78, 12) = 0,139\dots$
 Dus $0,1393\dots \cdot 1600 \approx 223$ mannen zijn lichter dan 65 kg.



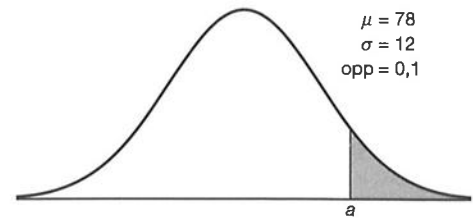
- b $\text{opp} = \text{normalcdf}(70, 82, 78, 12) \approx 0,378$
 De kans is 0,378.



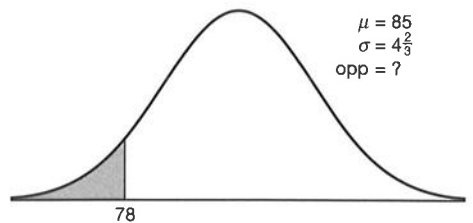
- c $\text{opp} = \text{normalcdf}(105, 10^9, 78, 12) = 0,012\dots$
Dus $0,012\dots \cdot 1600 \approx 20$ werknemers die meer dan 105 kg wegen.



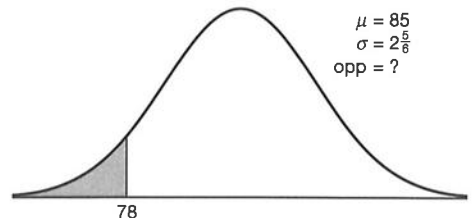
- d $\text{opp links} = 1 - 0,1 = 0,9$
 $a = \text{invNorm}(0,9, 78, 12) \approx 93,4$
Dus vanaf 94 kg.

**Bladzijde 136**

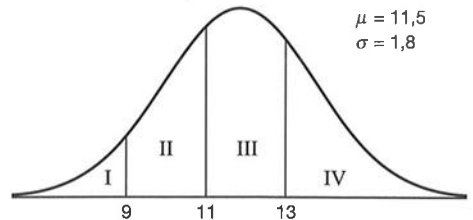
- 48 a 280 minuten = $4\frac{2}{3}$ uur
Normale verdeling met $\mu = 85$ en $\sigma = 4\frac{2}{3}$.
 $\text{opp} = \text{normalcdf}(-10^9, 78, 85, 4\frac{2}{3}) \approx 0,067$
Dus 6,7%.



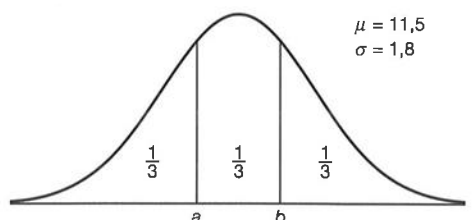
- b 170 minuten = $2\frac{5}{6}$ uur
Normale verdeling met $\mu = 85$ en $\sigma = 2\frac{5}{6}$.
 $\text{opp} = \text{normalcdf}(-10^9, 78, 85, 2\frac{5}{6}) \approx 0,007$
Dus 0,7%.



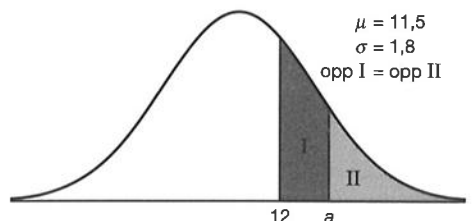
- 49 a 18 mm = 1,8 cm
Normale verdeling met $\mu = 11,5$ en $\sigma = 1,8$.
 $\text{opp I} = \text{normalcdf}(-10^9, 9, 11,5, 1,8) \approx 0,082$
 $\text{opp II} = \text{normalcdf}(9, 11, 11,5, 1,8) \approx 0,308$
 $\text{opp III} = \text{normalcdf}(11, 13, 11,5, 1,8) \approx 0,407$
 $\text{opp IV} = \text{normalcdf}(13, 10^9, 11,5, 1,8) \approx 0,202$
De percentages zijn 8,2%, 30,8%, 40,7% en 20,2%.



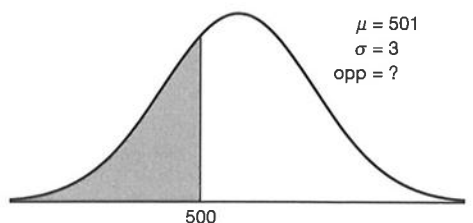
- b $a = \text{invNorm}(\frac{1}{3}, 11,5, 1,8) \approx 10,7$
 $b = \text{invNorm}(\frac{2}{3}, 11,5, 1,8) \approx 12,3$
De grenzen zijn 10,7 en 12,3 cm.



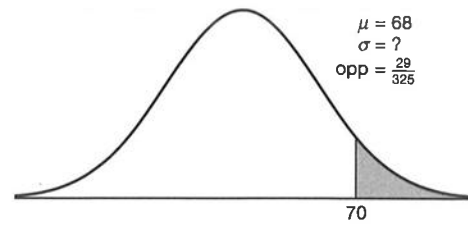
- c $\text{normalcdf}(12, a, 11,5, 1,8) = \text{normalcdf}(a, 10^9, 11,5, 1,8)$
Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(12, x, 11,5, 1,8)$ en
 $y_2 = \text{normalcdf}(x, 10^9, 11,5, 1,8)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(12, x, 1,8, 11,5)$ en
 $y_2 = \text{NormCD}(x, 10^9, 1,8, 11,5)$ (Casio).
Intersect geeft $x \approx 13,0$.
De grens is 13,0 cm.



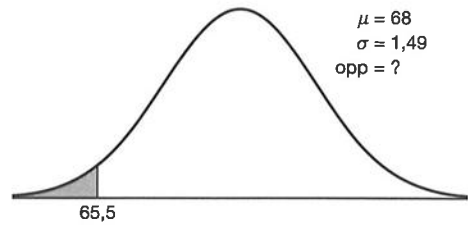
- 50 a Normale verdeling met $\mu = 501$ en $\sigma = 3$.
 $\text{opp} = \text{normalcdf}(-10^9, 500, 501, 3) \approx 0,369$
Dus 36,9%.



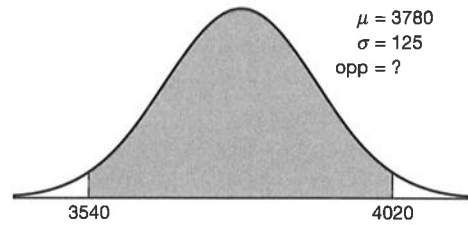
- 55 a** Normale verdeling met $\mu = 68$ en onbekende σ .
 $\text{normalcdf}(70, 10^{99}, 68, \sigma) = \frac{29}{325}$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(70, 10^{99}, 68, x)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(70, 10^{99}, x, 68)$ (Casio) en $y_2 = \frac{29}{325}$.
 Intersect geeft $x \approx 1,49$.
 Dus $\sigma \approx 1,49\%$.



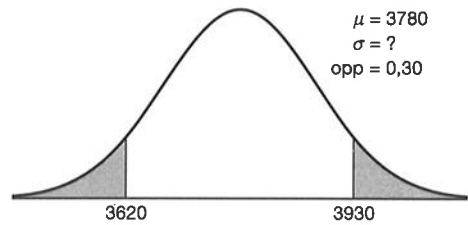
- b** Normale verdeling met $\mu = 68$ en $\sigma = 1,49$.
 opp = $\text{normalcdf}(-10^{99}, 65,5, 68, 1,49) = 0,046\dots$
 Dat zijn er $0,046\dots \cdot 500 \approx 23$.



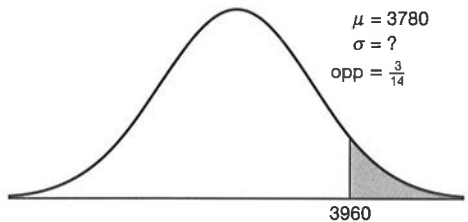
- 56 a** $\mu = 1$ uur en 3 minuten = $63 \cdot 60 = 3780$ seconden
 4 minuten = 240 seconden
 Normale verdeling met $\mu = 3780$ en $\sigma = 125$.
 $3780 - 240 = 3540$
 $3780 + 240 = 4020$
 opp = $\text{normalcdf}(3540, 4020, 3780, 125) \approx 0,945$
 De kans is 0,945.



- b** Normale verdeling met $\mu = 3780$ en onbekende σ .
 2,5 minuten = 150 seconden
 $3780 - 150 = 3630$
 $3780 + 150 = 3930$
 $\text{normalcdf}(3630, 3930, 3780, \sigma) = 0,70$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(3630, 3930, 3780, x)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(3630, 3930, x, 3780)$ (Casio) en $y_2 = 0,70$.
 Intersect geeft $x \approx 145$.
 Dus $\sigma \approx 145$ seconden.



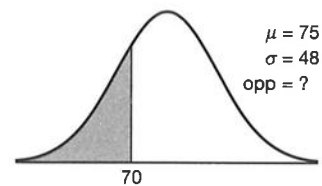
- c** $\frac{1500}{7000} = \frac{3}{14}$
 66 minuten = $66 \cdot 60 = 3960$ seconden
 Normale verdeling met $\mu = 3780$ en onbekende σ .
 $\text{normalcdf}(3960, 10^{99}, 3780, \sigma) = \frac{3}{14}$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(3960, 10^{99}, 3780, x)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(3960, 10^{99}, x, 3780)$ (Casio) en $y_2 = \frac{3}{14}$.
 Intersect geeft $x \approx 227$.
 Dus $\sigma \approx 227$ seconden.



7.5 De binomiale en de normale verdeling

Bladzijde 140

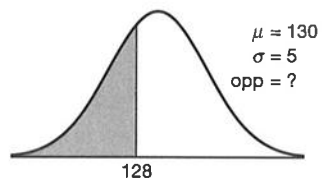
- 57 a** Normale verdeling met $\mu = 75$ en $\sigma = 48$.
 $P(\text{conifeer kleiner dan } 70 \text{ cm}) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 70, 75, 18) \approx 0,391$



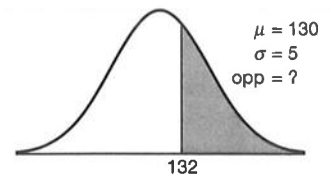
- b** $P(\text{alle drie kleiner dan } 70 \text{ cm}) = 0,390\dots^3 \approx 0,060$

Bladzijde 141

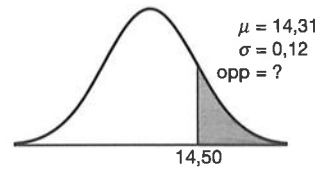
- 58 a** Normale verdeling met $\mu = 130$ en $\sigma = 5$.
 $P(\text{pak weegt minder dan } 128 \text{ gram}) =$
 $\text{normalcdf}(-10^{99}, 128, 130, 5) = 0,344\dots$
 $X =$ het aantal pakken dat minder dan 128 gram weegt.
 X is binomiaal verdeeld met $n = 50$ en $p = 0,344\dots$
 $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(50, 0,344\dots, 7) \approx 0,999$



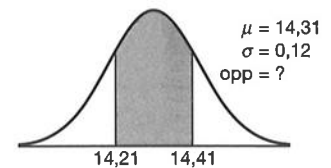
- b $P(\text{pak weegt meer dan 132 gram}) =$
 $\text{normalcdf}(132, 10^{99}, 130, 5) = 0,344\dots$
 $X = \text{het aantal pakken dat meer dan 132 gram weegt.}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 50$ en $p = 0,344\dots$
 $P(X = 8) = \text{binompdf}(50, 0,344\dots, 8) \approx 0,002$



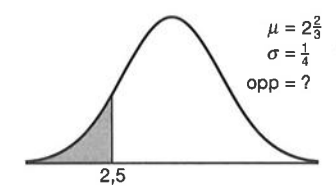
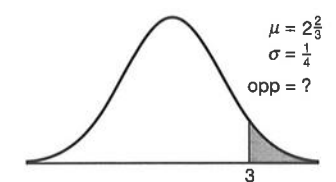
- 59 a Normale verdeling met $\mu = 14,31$ en $\sigma = 0,12$.
 $P(\text{diameter groter dan } 14,50 \text{ mm}) =$
 $\text{normalcdf}(14,50, 10^{99}, 14,31, 0,12) = 0,056\dots$
 $X = \text{het aantal moeren met een diameter groter dan } 14,50 \text{ mm.}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 100$ en $p = 0,056\dots$
 $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - \text{binomcdf}(100, 0,056\dots, 9) \approx 0,057$



- b $P(\text{diameter tussen } 14,21 \text{ mm en } 14,41 \text{ mm}) =$
 $\text{normalcdf}(14,21, 14,41, 14,31, 0,12) = 0,595\dots$
 $X = \text{het aantal moeren met een diameter tussen } 14,21 \text{ mm en } 14,41 \text{ mm.}$
 $P(X \geq 20) > 0,95$
 $1 - P(X \leq 19) > 0,95$
 Voer in $y_1 = 1 - \text{binomcdf}(x, 0,595\dots, 19)$.
 De tabel geeft
 $x = 41$ en $y_1 = 0,939\dots < 0,95$
 $x = 42$ en $y_1 = 0,957\dots > 0,95$
 De steekproef bestaat uit minstens 42 moeren.



- 60 a Normale verdeling met $\mu = 2\frac{2}{3}$ en $\sigma = \frac{1}{4}$.
 $P(\text{handeling duurt langer dan 3 minuten}) =$
 $\text{normalcdf}(3, 10^{99}, 2\frac{2}{3}, \frac{1}{4}) = 0,091\dots$
 $X = \text{het aantal handelingen dat langer dan 3 minuten duurt.}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 80$ en $p = 0,091\dots$
 $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - \text{binomcdf}(80, 0,091\dots, 9) \approx 0,192$
- b $P(\text{handeling duurt minder dan 2,5 minuten}) =$
 $\text{normalcdf}(-10^{99}, 2,5, 2\frac{2}{3}, \frac{1}{4}) = 0,252\dots$
 Van 180 handelingen kosten naar verwachting $180 \cdot 0,252\dots \approx 45$
 handelingen minder dan 2,5 minuten.

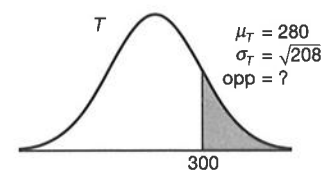


- 61 a Ja, $-X$ is ook normaal verdeeld.
 b Ja, zie de post-it.
 c Nee, er geldt $\sigma_{-X} = \sigma_X$. Zie de post-it.

Bladzijde 143

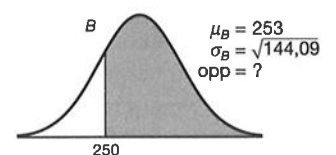
- 62 De bout is te dik voor de moer als $M < B$, dus $V < 0$ met $V = M - B$.
 V is normaal verdeeld met $\mu_V = 7,8 - 7,0 = 0,8 \text{ mm}$ en $\sigma_V = \sqrt{0,60^2 + 0,45^2} = 0,75 \text{ mm}$.
 $P(\text{bout te dik voor moer}) = P(V < 0) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 0, 0,8, 0,75) \approx 0,143$

- 63 De totale afhandelings tijd is $T = X + Y$.
 T is normaal verdeeld met $\mu_T = 170 + 110 = 280$ seconden en
 $\sigma_T = \sqrt{12^2 + 8^2} = \sqrt{208}$ seconden.
 opp = $\text{normalcdf}(300, 10^{99}, 280, \sqrt{208}) \approx 0,083$
 Dus in 8,3% van de gevallen voldoet de werknemer niet aan de eis van vijf minuten afhandelings tijd.

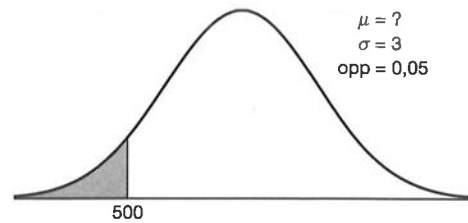


Bladzijde 144

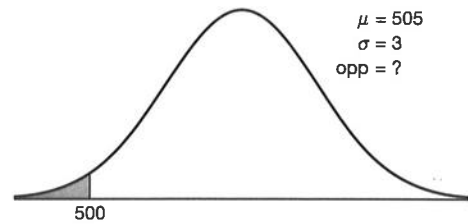
- 64 Het brutogewicht is $B = X + Y$.
 B is normaal verdeeld met $\mu_B = 5 + 248 = 253 \text{ gram}$ en
 $\sigma_B = \sqrt{0,3^2 + 12^2} = \sqrt{144,09} \text{ gram}$.
 opp = $\text{normalcdf}(250, 10^{99}, 253, \sqrt{144,09}) \approx 0,599$
 Dus in 59,9% van de gevallen is het brutogewicht meer dan 250 gram.



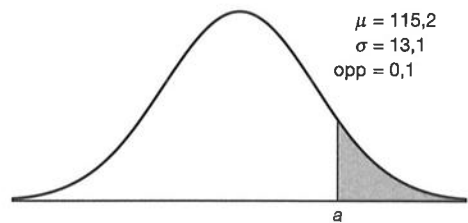
- b** Normale verdeling met onbekende μ en $\sigma = 3$.
 $\text{normalcdf}(-10^{99}, 500, \mu, 3) = 0,05$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(-10^{99}, 500, x, 3)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(-10^{99}, 500, 3, x)$ (Casio) en $y_2 = 0,05$.
 Intersect geeft $x \approx 504,9$.
 Dus op een gemiddelde van minstens 504,9 gram.



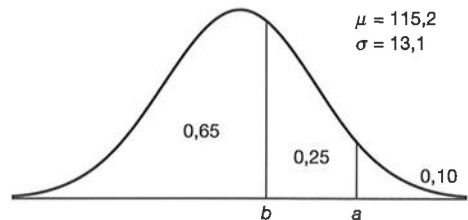
- c** Normale verdeling met $\mu = 505$ en $\sigma = 3$.
 $\text{opp} = \text{normalcdf}(-10^{99}, 500, 505, 3) \approx 0,048$
 Bij een gemiddeld instelgewicht van 505 gram bevat 4,8% van de pakken minder dan 500 gram koffie.
 Dus de fabrikant kan de bewering niet waarmaken.

**Bladzijde 137**

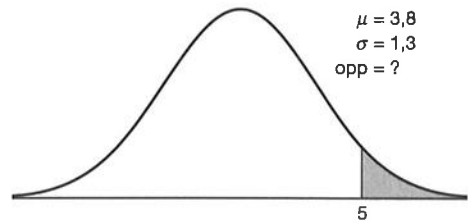
- 51 a** Normale verdeling met $\mu = 115,2$ en $\sigma = 13,1$.
 $\text{opp links} = 1 - 0,1 = 0,9$
 $a = \text{invNorm}(0,9, 115,2, 13,1) \approx 131,99$
 Dus vanaf een IQ van 132.



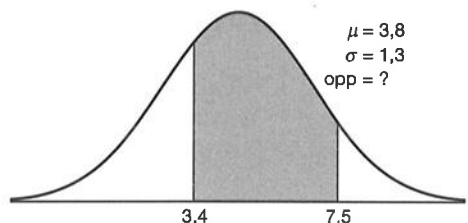
- b** $b = \text{invNorm}(0,65, 115,2, 13,1) \approx 120,25$
 Je krijgt een herkansing bij een IQ van 121 tot en met 131



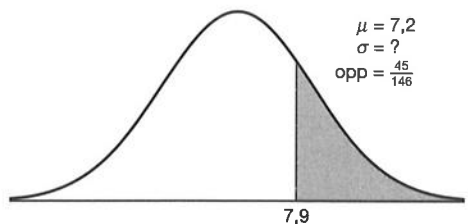
- 52 a** Normale verdeling met $\mu = 3,8$ en $\sigma = 1,3$.
 $\text{opp} = \text{normalcdf}(5, 10^{99}, 3,8, 1,3) = 0,177...$
 Dus $0,177... \cdot 24 \cdot 365 \approx 1559$ uur.



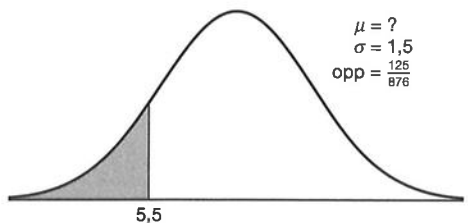
- b** $\text{opp} = \text{normalcdf}(3,4, 7,5, 3,8, 1,3) = 0,618...$
 Dus $0,618... \cdot 24 \cdot 365 \approx 5420$ uur.



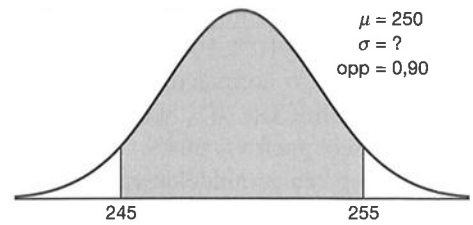
- c** $\text{opp} = \frac{2700}{24 \cdot 365} = \frac{45}{146}$
 Normale verdeling met $\mu = 7,2$ en $\sigma = \frac{45}{146}$.
 $\text{normalcdf}(7,9, 10^{99}, 7,2, \sigma) = \frac{45}{146}$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(7,9, 10^{99}, 7,2, x)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(7,9, 10^{99}, x, 7,2)$ (Casio) en $y_2 = \frac{45}{146}$.
 Intersect geeft $x \approx 1,4$, dus $\sigma \approx 1,4$ m/s.



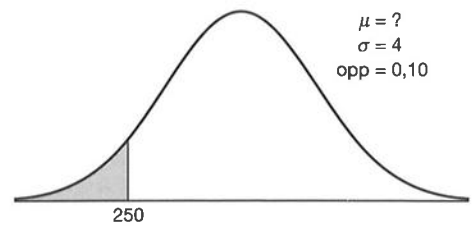
- d** $\text{opp} = \frac{1250}{24 \cdot 365} = \frac{125}{876}$
 Normale verdeling met onbekende μ en $\sigma = \frac{125}{876}$.
 $\text{normalcdf}(-10^{99}, 5,5, \mu, \sigma) = \frac{125}{876}$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(-10^{99}, 5,5, x, \sigma)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(-10^{99}, 5,5, \sigma, x)$ (Casio) en $y_2 = \frac{125}{876}$.
 Intersect geeft $x \approx 7,1$, dus $\mu \approx 7,1$ m/s.



- 53 a** Normale verdeling met $\mu = 250$ en onbekende σ .
 $\text{normalcdf}(245, 255, 250, \sigma) = 0,90$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(245, 255, 250, x)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(245, 255, x, 250)$ (Casio) en $y_2 = 0,90$.
 Intersect geeft $x \approx 3,0398$.
 Dus maximaal $\sigma \approx 3,03$ gram.

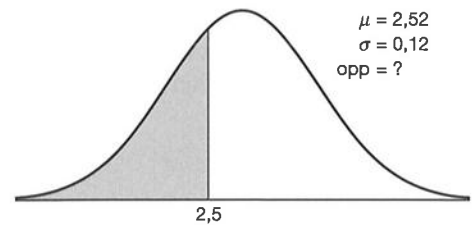


- b** Normale verdeling met onbekende μ en $\sigma = 4$.
 $\text{normalcdf}(-10^{99}, 250, \mu, 4) = 0,10$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(-10^{99}, 250, x, 4)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(-10^{99}, 250, 4, x)$ (Casio) en $y_2 = 0,10$.
 Intersect geeft $x \approx 255,1$.
 Dus op een gemiddelde van 255 gram.

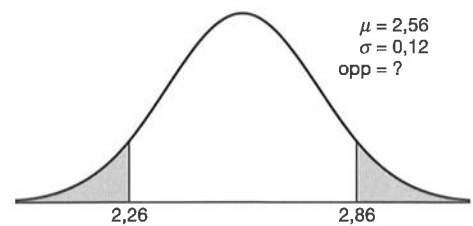


Bladzijde 138

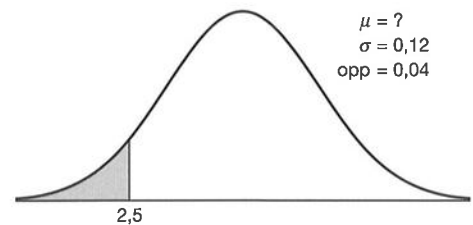
- 54 a** Normale verdeling met $\mu = 2,52$ en $\sigma = 0,12$.
 $\text{opp} = \text{normalcdf}(-10^{99}, 2,5, 2,52, 0,12) \approx 0,434$
 De kans is 0,434.



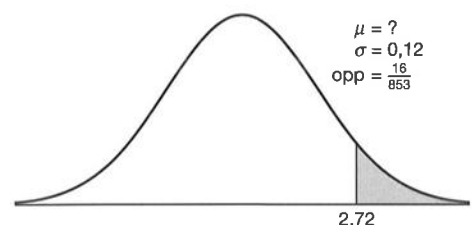
- b** Normale verdeling met $\mu = 2,56$ en $\sigma = 0,12$.
 $\text{opp} = 2 \cdot \text{normalcdf}(-10^{99}, 2,26, 2,56, 0,12) \approx 0,012$
 Dus 1,2%.



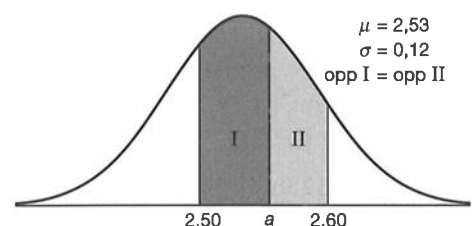
- c** Normale verdeling met onbekende μ en $\sigma = 0,12$.
 $\text{normalcdf}(-10^{99}, 2,5, \mu, 0,12) = 0,04$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(-10^{99}, 2,5, x, 0,12)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(-10^{99}, 2,5, 0,12, x)$ (Casio) en $y_2 = 0,04$.
 Intersect geeft $x \approx 2,71008$.
 De vulmachine moet worden ingesteld op een gemiddelde van 2,72 kg of meer.



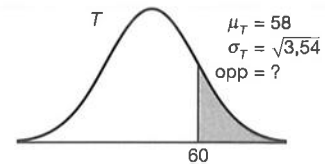
- d** Normale verdeling met onbekende μ en $\sigma = 0,12$.
 $\text{normalcdf}(2,72, 10^{99}, \mu, 0,12) = \frac{16}{853}$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(2,72, 10^{99}, x, 0,12)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(2,72, 10^{99}, 0,12, x)$ (Casio) en $y_2 = \frac{16}{853}$.
 Intersect geeft $x \approx 2,47$.
 De vulmachine is ingesteld op een gemiddelde van 2,47 kg.



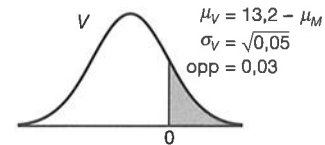
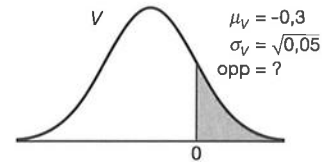
- e** Normale verdeling met onbekende $\mu = 2,53$ en $\sigma = 0,12$.
 $\text{normalcdf}(2,50, a, 2,53, 0,12) = \text{normalcdf}(a, 2,60, 2,53, 0,12)$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(2,50, x, 2,53, 0,12)$ en
 $y_2 = \text{normalcdf}(x, 2,60, 2,53, 0,12)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(2,50, x, 0,12, 2,53)$ en
 $y_2 = \text{NormCD}(x, 2,60, 0,12, 2,53)$ (Casio).
 Intersect geeft $x \approx 2,548$.
 De ene partij heeft gewichten van 2,50 tot 2,548 kg en de andere partij van 2,548 tot 2,60 kg.



- 65** De totale productietijd T is normaal verdeeld met
 $\mu_T = 12 + 8 + 20 + 18 = 58$ s en $\sigma_T = \sqrt{0,5^2 + 0,3^2 + 0,8^2 + 1,6^2} = \sqrt{3,54}$ s.
 opp = normalcdf(60, 10⁹⁹, 58, $\sqrt{3,54}$) $\approx 0,144$
 Dus in 14,4% van de gevallen duurt de productie van een artikel langer dan een minuut.

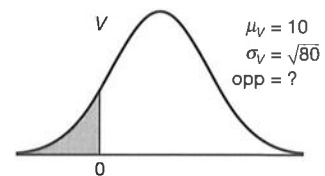


- 66 a** De bout is te dik voor de moer als $B > M$ ofwel $B - M > 0$, dus $V > 0$ met $V = B - M$.
 V is normaal verdeeld met $\mu_V = 13,2 - 13,5 = -0,3$ mm en
 $\sigma_V = \sqrt{0,1^2 + 0,2^2} = \sqrt{0,05}$ mm.
 opp = normalcdf(0, 10⁹⁹, -0,3, $\sqrt{0,05}$) $\approx 0,090$
 Dus in 9,0% van de gevallen is de bout te dik voor de moer.
- b** De bout is te dik voor de moer als $B > M$, dus als $V > 0$ met $V = B - M$.

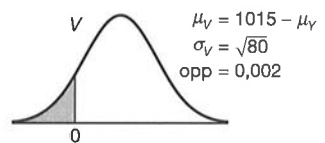


V is normaal verdeeld met $\mu_V = 13,2 - \mu_M$ en $\sigma_V = \sqrt{0,05}$ mm.
 normalcdf(0, 10⁹⁹, $13,2 - \mu_M$, $\sqrt{0,05}$) = 0,03.
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(0, 10^{99}, 13,2 - x, \sqrt{0,05})$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(0, 10^{99}, \sqrt{0,05}, 13,2 - x)$ (Casio) en $y_2 = 0,03$.
 Intersect geeft $x \approx 13,6206$.
 Dus de gemiddelde diameter van de moeren moet minstens 13,63 mm zijn.

- 67 a** Er gaat limonade verloren als $X < Y$ ofwel $X - Y < 0$, dus $V < 0$ met $V = X - Y$.
 V is normaal verdeeld met $\mu_V = 1015 - 1005 = 10$ mL en
 $\sigma_V = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80}$ mL.
 opp = normalcdf(-10⁹⁹, 0, 10, $\sqrt{80}$) $\approx 0,132$
 Dus in 13,2% van de gevallen gaat er bij het vullen limonade verloren.

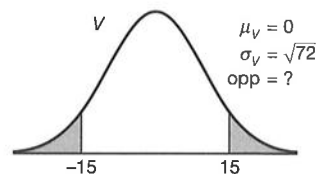


- b** Er gaat limonade verloren als $X < Y$, dus als $V < 0$ met $V = X - Y$.
 V is normaal verdeeld met $\mu_V = 1015 - \mu_Y$ en $\sigma_V = \sqrt{80}$ mL.
 normalcdf(-10⁹⁹, 0, $1015 - \mu_Y$, $\sqrt{80}$) = 0,002
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(-10^{99}, 0, 1015 - x, \sqrt{80})$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(-10^{99}, 0, \sqrt{80}, 1015 - x)$ (Casio) en $y_2 = 0,002$.
 Intersect geeft $x \approx 989,26$.



Dus de vulmachine moet worden afgesteld op een gemiddelde van 989,2 mL of lager.

- 68 a** X = lengte man 1, Y = lengte man 2
 Het verschil is meer dan 15 cm als $X - Y > 15$ of $X - Y < -15$, dus als $V > 15$ of $V < -15$ met $V = X - Y$.
 V is normaal verdeeld met $\mu_V = 178 - 178 = 0$ cm en
 $\sigma_V = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72}$ cm.
 $P(\text{twee mannen verschillen meer dan 15 cm}) =$
 $P(V > 15 \text{ of } V < -15) = P(V > 15) + P(V < -15) =$
 normalcdf(15, 10⁹⁹, 0, $\sqrt{72}$) + normalcdf(-10⁹⁹, -15, 0, $\sqrt{72}$) $\approx 0,077$
- b** X = het aantal tweetallen met een onderling lengteverschil van meer dan 15 cm.
 X is binomiaal verdeeld met $n = 12$ en $p = 0,077\dots$
 $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - \text{binomcdf}(12, 0,077\dots, 1) \approx 0,235$

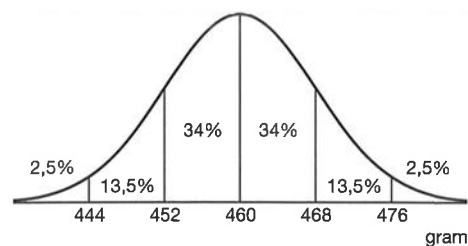


Diagnostische toets

Bladzijde 146

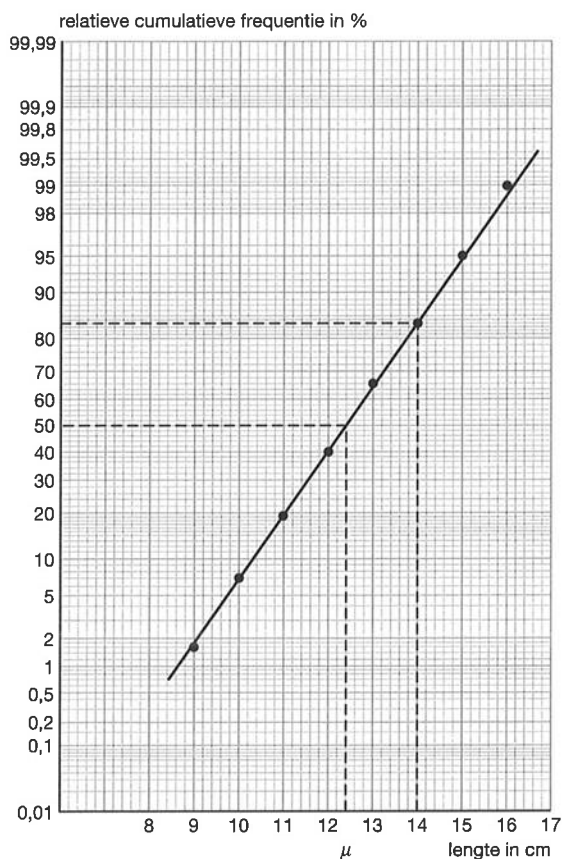
- 1 a** Voer in lijst 1 = {1750, 2250, 2750, 3250, 3750, 4250} en lijst 2 = {35, 60, 134, 182, 135, 96}.
 1-Var Stats L1,L2 (TI) of 1VAR (Casio) geeft $\bar{x} \approx 3225,1$ kWh en $\sigma \approx 685,4$ kWh.
 Dus op tientallen afgerond is het gemiddelde 3230 kWh en de standaardafwijking 690 kWh.
- b** $\bar{x} - \sigma \approx 2540$ kWh en $\bar{x} + \sigma \approx 3920$ kWh
 aantal = $\frac{460}{500} \times 134 + 182 + \frac{420}{500} \times 135 \approx 419$
 Dat is $\frac{419}{642} \times 100\% \approx 65,3\%$.

- 2 a 97,5% van 750 is $0,975 \cdot 750 \approx 731$.
b 13,5% van 750 is $0,135 \cdot 750 \approx 101$.



3 a

klasse	frequentie	cumulatieve frequentie	relatieve cumulatieve frequentie
8 - < 9	7	7	1,8%
9 - < 10	20	27	7,1%
10 - < 11	46	73	19,2%
11 - < 12	80	153	40,3%
12 - < 13	98	251	66,1%
13 - < 14	68	319	83,9%
14 - < 15	42	361	95,0%
15 - < 16	15	376	98,9%
16 - < 17	4	380	100%



De punten liggen vrijwel op een rechte lijn, dus de lengte is bij benadering normaal verdeeld.

- b Bij 50% hoort $\mu \approx 12,4$.
Bij 84% hoort $\mu + \sigma \approx 14,0$.
Dus $\mu \approx 12,4$ cm en $\sigma \approx 14,0 - 12,4 = 1,6$ cm.

4 a opp links van a is $\frac{1 - 0,75}{2} = 0,125$.

Normale verdeling met $\mu = 158$ en $\sigma = 12$.

$$a = \text{invNorm}(0,125, 158, 12) \approx 144,2$$

b Normale verdeling met onbekende μ en $\sigma = 16$.

$$\text{normalcdf}(112, 10^{99}, \mu, 16) = 0,71$$

Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(112, 10^{99}, x, 16)$ (TI) of $y_1 = \text{NormCD}(112, 10^{99}, 16, x)$ (Casio) en $y_2 = 0,71$.

Intersect geeft $x \approx 121$.

Dus $\mu \approx 121$.

c Normale verdeling met $\mu = 18$ en onbekende σ .

$$\text{normalcdf}(14, 22, 18, \sigma) = 0,74$$

Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(14, 22, 18, x)$ (TI) of $y_1 = \text{NormCD}(14, 22, x, 18)$ (Casio) en $y_2 = 0,74$.

Intersect geeft $x \approx 3,55$.

Dus $\sigma \approx 3,55$.

Bladzijde 147

5 Normale verdeling met $\mu = 220$ en $\sigma = 35$.

$$\text{normalcdf}(230, a, 220, 35) = \text{normalcdf}(a, 260, 220, 35)$$

Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(230, x, 220, 35)$ en

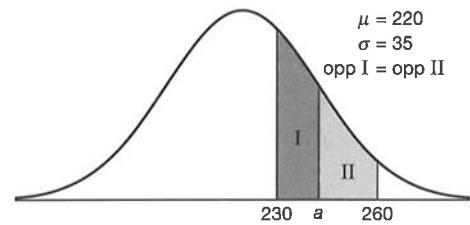
$y_2 = \text{normalcdf}(x, 260, 220, 35)$ (TI) of

$y_1 = \text{NormalCD}(230, x, 35, 220)$ en

$y_2 = \text{NormalCD}(x, 260, 35, 220)$ (Casio).

Intersect geeft $x \approx 242,8$.

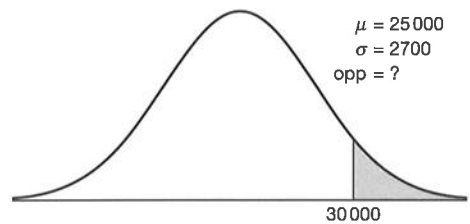
Dus $a = 242,8$.



6 a Normale verdeling met $\mu = 25\,000$ en $\sigma = 2700$.

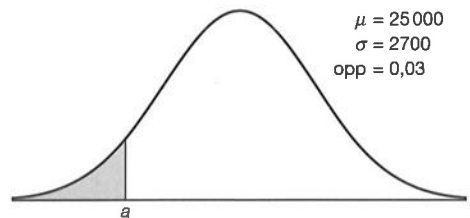
$$\text{opp} = \text{normalcdf}(30\,000, 10^{99}, 25\,000, 2700) \approx 0,032$$

Dus 3,2%.



$$b \ a = \text{invNorm}(0,03, 25\,000, 2700) \approx 19\,922$$

Na ongeveer 19920 uur.

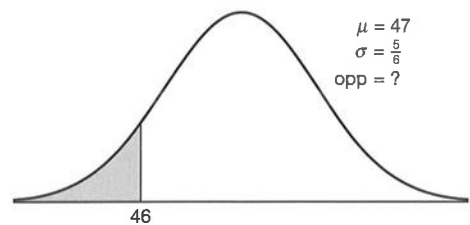


7 a 50 seconden = $\frac{5}{6}$ minuut

Normale verdeling met $\mu = 47$ en $\sigma = \frac{5}{6}$.

$$\text{opp} = \text{normalcdf}(-10^{99}, 46, 47, \frac{5}{6}) \approx 0,115$$

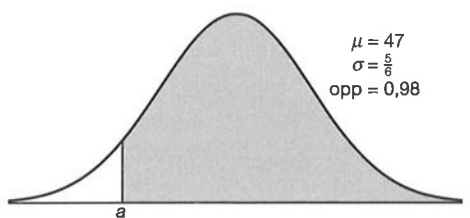
De kans is 0,115.



$$b \ a = \text{invNorm}(0,98, 47, \frac{5}{6}) \approx 48,71$$

0,71 minuut $\approx$ 43 seconden

Dus 48 minuten en 43 seconden.



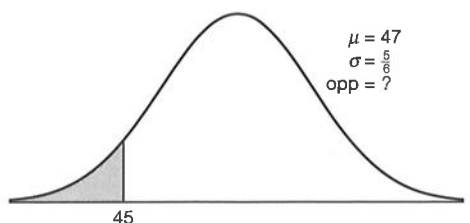
c Bij een snelheid van 20 km per uur hoort een tijd van

$$\frac{15}{20} = 0,75 \text{ uur, dat is 45 minuten.}$$

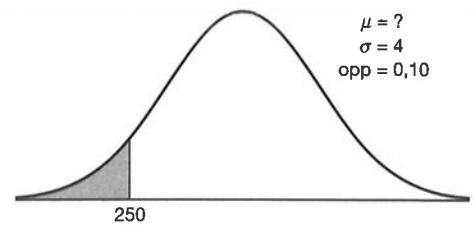
Snelheid meer dan 20 km per uur, dus tijd minder dan 45 minuten.

$$\text{opp} = \text{normalcdf}(-10^{99}, 45, 47, \frac{5}{6}) \approx 0,008$$

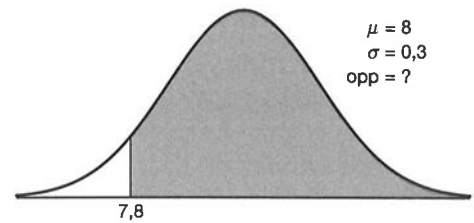
Dus in 0,8% van de gevallen.



- 8 Normale verdeling met onbekende μ en $\sigma = 4$.
 $\text{normalcdf}(-10^{99}, 250, \mu, 4) = 0,10$
 Voer in $y_1 = \text{normalcdf}(-10^{99}, 250, x, 4)$ (TI) of
 $y_1 = \text{NormCD}(-10^{99}, 250, 4, x)$ (Casio) en $y_2 = 0,10$.
 Intersect geeft $x \approx 255,1$.
 Dus bij een gemiddelde van 255,1 gram.



- 9 Normale verdeling met $\mu = 8$ en $\sigma = 0,3$.
 $P(\text{bout langer dan } 7,8 \text{ mm}) = \text{normalcdf}(7,8, 10^{99}, 8, 0,3) = 0,747\dots$
 X = het aantal bouten langer dan 7,8 mm.
 X is binomiaal verdeeld met $n = 5$ en $p = 0,747\dots$
 $P(X = 5) = \text{binompdf}(5, 0,747\dots, 5) \approx 0,233$



- 10 De totale productietijd T is normaal verdeeld met
 $\mu_T = 19,3 + 12,5 + 10,7 = 42,5$ minuten en
 $\sigma_T = \sqrt{2,5^2 + 1,5^2 + 1,2^2} = \sqrt{9,94}$ minuten.
 opp = $\text{normalcdf}(45, 10^{99}, 42,5, \sqrt{9,94}) \approx 0,214$
 Dus in 21,4% van de gevallen.

