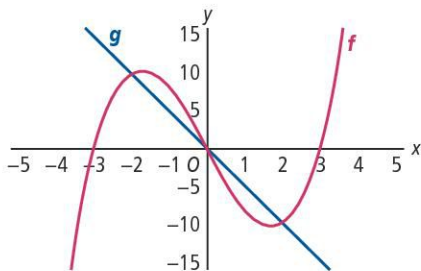


Vaardigheden 6

Vergelijkingen en ongelijkheden

- 1 a** $3x + 1 = -3x + 6$
 $6x = 5$
 $x = \frac{5}{6}$
- b** $7 - 3k = 2(k + 5)$
 $7 - 3k = 2k + 10$
 $-5k = 3$
 $k = -\frac{3}{5}$
- c** $3(2r - 7) = 33$
 $6r - 21 = 33$
 $6r = 54$
 $r = 9$
- d** $4(b - 10) = 8(b + 4)$
 $4b - 40 = 8b + 32$
 $-4b = 72$
 $b = -18$
- e** $13 + 8g = 15 - 2g$
 $10g = 2$
 $g = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$
- f** $45 + h = 3(h + 1)$
 $45 + h = 3h + 3$
 $-2h = -42$
 $h = 21$
- 2 a** $f(2) < g(2)$ want bij $x = 2$ ligt de grafiek van f onder de grafiek van g .
b $f(0) > g(0)$ want bij $x = 0$ ligt de grafiek van f boven de grafiek van g .
c $f(x) > g(x)$ als $-1 < x < 1$ of als $x > 4$.
 $f(x) \leq g(x)$ als $x \leq -1$ of als $1 \leq x \leq 4$.
- 3 a** In de snijpunten geldt $f(x) = g(x)$ dus moet gelden $2x^2 + 3x - 5 = 7x + 1$.
 Met de rekenmachine:
 Invoer: $y_1 = 2x^2 + 3x - 5$ en $y_2 = 7x + 1$
 Venster: $-10 \leq x \leq 10$, $-10 \leq y \leq 25$
 Optie: snijpunt (tweemaal)
 De oplossingen zijn $x = -1$ of $x = 3$.
b De dalparabool en lijn snijden elkaar bij $x = -1$ en $x = 3$.
 De grafiek van de dalparabool f ligt boven die van g als $x < -1$ of als $x > 3$.
c De ongelijkheid $2x^2 + 3x - 5 > 7x + 1$
- 4 a**
- 
- b** Met de rekenmachine:
 Invoer: $y_1 = x^3 - 9x$ en $y_2 = -5x$
 Venster: $-5 \leq x \leq 5$, $-15 \leq y \leq 15$
 Optie: snijpunt (driemaal)
 De oplossingen zijn $x = -2$ of $x = 0$ of $x = 2$.
c De grafiek van f ligt onder die van g als $x < -2$ of als $0 < x < 2$.
- 5 a** $x + 5 \geq 0$
 $x \geq -5$
- b** $2x + 3 < 9$
 $2x < 6$
 $x < 3$
- c** $5 - 3x > 6 - 2x$
 $-1 > x$
 $x < -1$

Vaardigheden 6

d $3(x+2) + 11x + 10 > 0$

$$3x + 6 + 11x + 10 > 0$$

$$14x > -16$$

$$x > -\frac{16}{14}$$

$$x > -1\frac{2}{7}$$

e $-3x^2 + 8x = 11 - 6x$

Met de rekenmachine:

Invoer: $y_1 = -3x^2 + 8x$ en $y_2 = 11 - 6x$

Venster: $-5 \leq x \leq 5$, $-15 \leq y \leq 10$

Optie: snijpunt (tweemaal)

De oplossingen zijn $x = 1$ en $x \approx 3,67$.

Aflezen van de ongelijkheid geeft de oplossing: $1 < x < 3,67$.

f $0,0343 \cdot x^{1,083} > 350$

Met de rekenmachine:

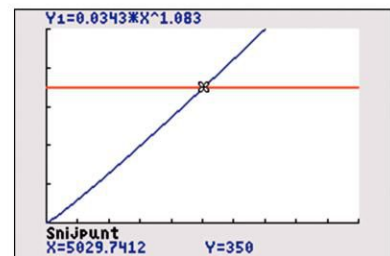
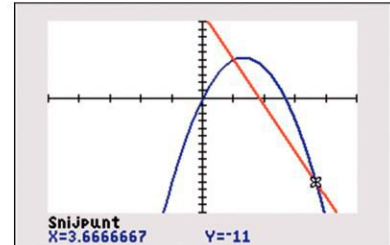
Invoer: $y_1 = 0,0343 \times x^{1,083}$ en $y_2 = 350$

Venster: $0 \leq x \leq 10000$, $0 \leq y \leq 500$

Optie: snijpunt

De oplossing is $x \approx 5029,7$.

Aflezen van de ongelijkheid geeft de oplossing $x > 5029,7$.



Groefactoren en percentages

6 a $1,2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1,2} \approx 1,095$

b $1,2^{\frac{1}{60}} = \sqrt[60]{1,2} \approx 1,00304$

c $1,2^{24} \approx 79,5$

7 a Afname van 1,7% per halve dag, dus groefactor 0,983 per halve dag.

De groefactor per dag is dan $0,983^2 = 0,966289$.

Dit komt overeen met een afname van 3,3711% per dag.

b Toename van 3% per uur, dus groefactor 1,03 per uur.

De groefactor per dag is dan $1,03^{24} = 2,0327\dots$

Dit komt overeen met een toename van ongeveer 103,3% per dag.

c Afname van 8,7% per week, dus groefactor 0,913 per week.

De groefactor per dag is dan $0,913^{\frac{1}{7}} = 0,98707\dots$

Dit komt overeen met een afname van 1,29% per dag.

d Afname van 0,02% per 10 minuten, dus groefactor 0,9998 per 10 minuten.

De groefactor per dag is dan $(0,9998^6)^{24} = 0,97160\dots$

Dit komt overeen met een afname van 2,84% per dag.

e Toename van 0,7% per uur, dus groefactor 1,007 per uur.

De groefactor per dag is dan $1,007^{24} = 1,18224\dots$

Dit komt overeen met een toename 18,22% per dag.

8 a $B = 800 \cdot 1,015^t$

b $B(15) = 800 \cdot 1,015^{15} \approx 1000,19$ euro

9 Stel de groefactor per uur is g .

Dan is $g^{3,5} = 2$ dus is $g = 2^{\frac{1}{3,5}} = 2^{\frac{2}{7}}$.

De formule is $N = 45 \cdot 2^{\frac{2}{7}t}$.

Substitueren en herleiden

10 a $q = 2(p + 2) - 5$
 $q = 2p + 4 - 5$
 $q = 2p - 1$

b $q = (p - 1)^2 - 2(p - 1) + 8$
 $q = p^2 - 2p + 1 - 2p + 2 + 8$
 $q = p^2 - 4p + 11$

c $q = 2(3 - 2p)^2 - (3 - 2p) + 7$
 $q = 2(9 - 12p + 4p^2) - 3 + 2p + 7$
 $q = 18 - 24p + 8p^2 - 3 + 2p + 7$
 $q = 8p^2 - 22p + 22$

11 a $N = (1 - 9)(0,5t + 2)$
 $N = -8(0,5t + 2)$
 $N = -4t - 16$

b $N = -4t - 16$
 $-4t - 16 = N$
 $-4t = N + 16$
 $t = -\frac{1}{4}N - 4$

12 a Uit $t + 2x = 1$ volgt $t = 1 - 2x$.

b $y \cdot (3(1 - 2x) - 7) = -12$
 $y \cdot (3 - 6x - 7) = -12$
 $y \cdot (-4 - 6x) = -12$
 $y = \frac{-12}{-4 - 6x}$
 $y = \frac{12}{4 + 6x}$
 $y = \frac{6}{2 + 3x}$

Gebroken formules

13 a $3 \cdot \frac{5}{18} = \frac{3}{1} \cdot \frac{5}{18} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$

b $\frac{-12a^2}{b^3} \cdot \frac{7b}{6a} = \frac{-84a^2b}{6ab^3} = \frac{-14a}{b^2}$

c $\frac{8}{p^2} \cdot \frac{3p}{4} \cdot \frac{-6p^3}{15p} \cdot p = \frac{8 \cdot 3 \cdot -6 \cdot p \cdot p \cdot p \cdot p \cdot p}{4 \cdot 15 \cdot p \cdot p \cdot p} = \frac{2 \cdot -6 \cdot p \cdot p}{5} = \frac{-12}{5} p^2 = -2\frac{2}{5} p^2$

d $3q^7 \cdot \frac{2}{q^2} \cdot \frac{1}{12q^3} = \frac{3q^7}{1} \cdot \frac{2}{q^2} \cdot \frac{1}{12q^3} = \frac{6q^7}{12q^5} = \frac{q^2}{2} = \frac{1}{2} q^2$

Vaardigheden 6

$$\begin{aligned}
 14 \quad t &= \frac{8}{p-1} \\
 t(p-1) &= 8 \\
 p-1 &= \frac{8}{t} \\
 p &= \frac{8}{t} + 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 15 \text{ a} \quad T &= 6 + \frac{1}{P} \\
 T-6 &= \frac{1}{P} \\
 P &= \frac{1}{T-6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b} \quad T &= \frac{-8}{0,5P} \\
 T &= \frac{-16}{P} \\
 P &= \frac{-16}{T}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c} \quad T &= \frac{-3}{4P+8} \\
 4P+8 &= \frac{-3}{T} \\
 4P &= \frac{-3}{T} - 8 \\
 P &= \frac{-3}{4T} - 2
 \end{aligned}$$

$$\text{d} \quad T \cdot (P+3) = 11$$

$$\begin{aligned}
 P+3 &= \frac{11}{T} \\
 P &= \frac{11}{T} - 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e} \quad 6 &= \frac{T}{\sqrt{P}} \\
 \sqrt{P} &= \frac{T}{6} \\
 P &= \frac{T^2}{6^2} = \frac{1}{36} T^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f} \quad T &= 4 - \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{P}} \\
 \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{P}} &= 4 - T \\
 \frac{1}{4-T} &= \frac{1}{2}\sqrt{P} \\
 \frac{2}{4-T} &= \sqrt{P} \\
 P &= \left(\frac{2}{4-T} \right)^2 \\
 P &= \frac{4}{(4-T)^2}
 \end{aligned}$$

$$16 \quad \text{Uit } L \cdot B = 30 \text{ volgt } B = \frac{30}{L}. \text{ De variabele } B \text{ hierdoor vervangen geeft:}$$

$$\begin{aligned}
 K &= \frac{18\,547}{L} + 56,6L + \frac{5280}{\frac{30}{L}} + 90,8 \cdot \frac{30}{L} \\
 K &= \frac{18\,547}{L} + 56,6L + \frac{5280 \cdot L}{30} + \frac{2724}{L} \\
 K &= 56,6L + 176 \cdot L + \frac{18\,547}{L} + \frac{2724}{L} \\
 K &= (56,6 + 176) \cdot L + \frac{21\,271}{L} \\
 K &= 232,6 \cdot L + \frac{21\,271}{L}
 \end{aligned}$$

Vaardigheden 7

Functies met machten

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ a } 3^2 \cdot 3^4 = 3^6 & \text{d } g^4 \cdot g^5 = g^9 \\ \text{b } \frac{7^5}{7^2} = 7^3 & \text{e } \frac{g^7}{g^5} = g^2 \\ \text{c } (3^{12})^4 = 3^{48} & \text{f } (g^5)^3 = g^{15} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \text{ a } N(t) = t^2 \cdot t^3 = t^{2+3} = t^5, \text{ dus } m = 5. \\ \text{b } N(t) = t^{1,3} \cdot t^{2,5} \cdot t = t^{1,3+2,5+1} = t^{4,8}, \text{ dus } m = 4,8. \\ \text{c } N(t) = \frac{t^{12}}{t^3} = t^{12-3} = t^9, \text{ dus } m = 9 \\ \text{d } \text{is niet in deze vorm te schrijven} \\ \text{e } N(t) = (t^3)^{2,6} = t^{3 \times 2,6} = t^{7,8}, \text{ dus } m = 7,8. \\ \text{f } N(t) = \frac{(t^{1,5})^4}{t^2 \cdot t} = \frac{t^{1,5 \times 4}}{t^{2+1}} = \frac{t^6}{t^3} = t^{6-3} = t^3, \text{ dus } m = 3. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 \text{ a } f(v) = v^3 \cdot v^{6,5} + 4v^{10} \cdot v^{-0,5} \\ f(v) = v^{9,5} + 4v^{9,5} \\ f(v) = 5v^{9,5} \\ \text{b } H(p) = 2p \cdot p^2 - 6p^3 \\ H(p) = 2p^3 - 6p^3 \\ H(p) = -4p^3 \\ \text{c } h(a) = \frac{a^2 \cdot 9a^3}{a^{6,4}} \\ h(a) = \frac{9a^5}{a^{6,4}} \\ h(a) = 9a^{-1,4} \\ \text{d } m(t) = 3t \cdot (t^{1,6})^2 - 7,8t^{3,1} \cdot t \\ m(t) = 3t \cdot t^{3,2} - 7,8t^{4,1} \\ m(t) = 3t^{4,2} - 7,8t^{4,1} \\ \text{e } N(d) = 15d^3 \cdot 2d^{1,5} \cdot 4\sqrt{d} \\ N(d) = 120d^{4,5} \cdot d^{\frac{1}{2}} \\ N(d) = 120d^5 \\ \text{f } K(q) = \frac{18q^{3,2} + 7q^{4,9} - 6,4q}{q} \\ K(q) = \frac{18q^{3,2}}{q} + \frac{7q^{4,9}}{q} - \frac{6,4q}{q} \\ K(q) = 18q^{2,2} + 7q^{3,9} - 6,4 \end{array}$$

Redeneren met formules

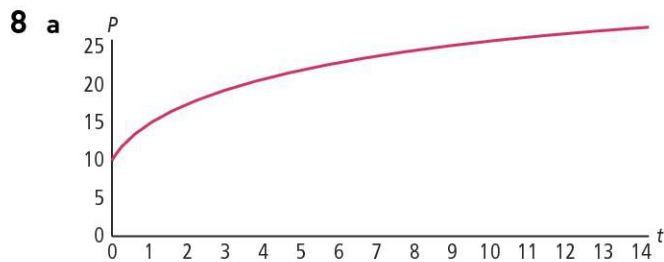
- 4 a Bij $t = 0$ is $P = 40 + 10 \cdot 0,5^0 = 50$.
Als t heel groot wordt, nadert $10 \cdot 0,5^t$ naar nul.
Dus P neemt af en nadert naar 40.
- b Bij $t = 0$ is $P = 560 - 13 \cdot 0,95^0 = 547$.
Als t heel groot wordt, nadert $13 \cdot 0,95^t$ naar nul.
Dus P neemt toe en nadert naar 560.

- c Bij $t = 0$ is $P = 200 - \frac{10}{5 + 0,3^0} = 200 - \frac{10}{6} = 198\frac{1}{3}$.
 Als t heel groot wordt, nadert $0,3^t$ naar nul.
 $\frac{10}{5 + 0,3^t}$ nader naar 2.
 Dus P neemt af en nadert naar $200 - 2 = 198$.
- d Bij $t = 0$ is $P = 250(2 - 65 \cdot 1,5^0) = 250 \cdot -63 = -15\,750$.
 Als t heel groot wordt, nadert $1,5^{-t} = \frac{1}{1,5^t}$ naar nul en dus $65 \cdot 1,5^{-t}$ ook.
 Dus P neemt toe en nadert naar $250 \times 2 = 500$.
- e Bij $t = 0$ is $P = 750 + 8(5 \cdot 0,2^t - 7) = 734$.
 Als t heel groot wordt, nadert $0,2^t$ naar nul.
 $5 \cdot 0,2^t - 7$ nader naar -7 .
 Dus P neemt af en nadert naar $750 + 8 \times -7 = 694$.
- f Bij $t = 0$ is $P = 1000 - \frac{235}{3,5 + 1,2^0} = 1000 - \frac{235}{4,5} = 947\frac{7}{9}$.
 Als t heel groot wordt, wordt $3,5 + 1,2^t$ ook heel groot.
 $\frac{235}{3,5 + 1,2^t}$ nadert dan naar 0.
 Dus P neemt toe en nadert naar $1000 - 0 = 1000$.
- 5 a invullen van $t = 0$ geeft $T = 6 - \frac{24}{\sqrt{3 \cdot 0 + 1}} = 6 - \frac{24}{1} = -18$, dus -18°C .
 b Als t toeneemt, wordt $\sqrt{3t + 1}$ steeds groter.
 $\frac{24}{\sqrt{3t + 1}}$ wordt dan steeds kleiner.
 Er wordt dus een steeds kleinere waarde van 6 afgetrokken.
 Dus T neemt toe.
 c $\frac{24}{\sqrt{3t + 1}}$ nadert naar nul bij toenemende waarde van t .
 Dus T neemt toe en nadert naar $6 - 0 = 6^\circ\text{C}$, de temperatuur van de koelcel.
- 6 a Als t onbeperkt toeneemt dan nadert $0,4^t$ naar nul.
 Dus de noemer $4 + 200 \cdot 0,4^t$ wordt steeds kleiner.
 Dus zal de uitkomst van $\frac{10\,000}{4 + 200 \cdot 0,4^t}$ steeds groter worden.
 Dit betekent dat de grafiek van G stijgend is bij toenemende t .
 b Dus de noemer $4 + 200 \cdot 0,4^t$ wordt steeds kleiner en nadert naar $4 + 0 = 4$.
 Dus zal de uitkomst van $\frac{10\,000}{4 + 200 \cdot 0,4^t}$ naderen naar $\frac{10\,000}{4} = 2500$.
 Het gewicht van de kippen nadert dus de grenswaarde 2500 gram.

Hellingen

- 7 a Op het interval $[6, 10]$ is er sprake van een constante daling.
 b Op het interval $[0, 3]$ is er sprake van een toenemende daling.
 c Op het interval $[3, 6]$ is er sprake van een afnemende daling.
 d Een raaklijn door $(3, 3)$ gaat door de punten $(2, 5)$ en $(4, 1)$.
 De helling van deze lijn is $\frac{1 - 5}{4 - 2} = -2$.
 De helling van de grafiek in het punt $(3, 3)$ is dus -2 .

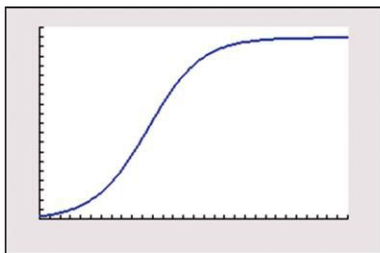
Vaardigheden 7



- b** Het is een afnemend stijgende grafiek, dat betekent dat het rendement steeds kleiner wordt.

9 a Invoer: $y_1 = \frac{1900}{1 + 58 \times 0,68^x}$

Venster: $0 \leq x \leq 30$, $0 \leq y \leq 2000$



Tot ongeveer $t = 10$ neemt het gewicht steeds sneller toe. Daarna neemt het gewicht steeds langzamer toe.

- b** $0,68^t$ gaat naar nul bij toenemende waarde van t .
 $1 + 58 \cdot 0,68^t$ gaat naar 1 bij toenemende waarde van t .
 $\frac{1900}{1 + 58 \cdot 0,68^t}$ gaat naar 1900 bij toenemende waarde van t .
 De courgette zal dus uiteindelijk 1900 gram wegen.

10 a $A(1) = 6 \cdot \sqrt{1} - 2 \cdot 1 - 1 = 3$ en $A(9) = 6\sqrt{9} - 2 \cdot 9 - 1 = -1$

De gemiddelde toename is dus $\frac{-1 - 3}{9 - 1} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$.

- b** $A(0) = 6 \cdot \sqrt{0} - 2 \cdot 0 - 1 = -1$ en $A(4) = 6\sqrt{4} - 2 \cdot 4 - 1 = 3$
 Het differentiequotiënt is $\frac{3 - (-1)}{4 - 0} = \frac{4}{4} = 1$.

Systematisch tellen

- 11 a** Voor de eerste bal heb je keuze uit drie kleuren. Voor de tweede bal heb je nog keuze uit twee kleuren. En voor de derde bal is er slechts één kleur beschikbaar. Dus $3 \times 2 \times 1 = 6$ mogelijke rijtjes.
- b** Je hebt steeds de keuze uit twee kleuren: zwart of wit.
 Dus $2 \times 2 \times 2 = 8$ mogelijke rijtjes.

- 12 a** Je hebt steeds de keuze uit drie kleuren: rood, blauw en geel.
Dus zijn er $3 \times 3 \times 3 = 27$ rijtjes mogelijk.
- b** RRG en RRB, RGR en RBR, GRR en BRR.
Er zijn dus zes rijtjes mogelijk.
- c** De rode bal kan op drie verschillende plaatsen liggen R^{**} , $*R^{*}$ en $**R$.
Op elk van de lege posities zijn er twee mogelijkheden, namelijk B of G.
Dus voor de lege posities zijn er $2 \times 2 = 4$ mogelijkheden.
Totaal zijn er dan $3 \times 4 = 12$ mogelijkheden.
- d** Minstens één rode bal betekent:
één rode bal, twee rode ballen of drie rode ballen.
De bijbehorende mogelijkheden zijn achtereenvolgens: 12, 6 en 1.
Totaal zijn er $12 + 6 + 1 = 19$ verschillende rijtjes.
- 13 a** $2 \times 2 \times 2 = 8$
- b** Bij 12d gaat het om ten minste één rode bal. Als je van het aantal van 12a (het totaal aantal 27) het aantal van 13a (8 geen rode) aftrekt hou je het aantal met ten minste één rode (19) over.
- 14 a** Voor elk blokje zijn drie kleuren beschikbaar.
Er zijn totaal 25 blokjes.
Het aantal verschillende kunstwerken is dus $3^{25} \approx 8,47 \times 10^{11}$.
- b** Voor de acht rode bordjes zijn $\binom{25}{8}$ mogelijkheden.
- Voor de zeven gele bordjes zijn dan nog $\binom{17}{7}$ mogelijkheden.
- De plaatsen die over zijn, zijn voor de tien blauwe bordjes.
- Het aantal mogelijkheden is dus $\binom{25}{8} \times \binom{17}{7} = 1\,081\,575 \times 19\,448 \approx 2,1 \times 10^{10}$.

Vaardigheden 8

Rijen

- 1 a** De toename is steeds één groter.
- b** $22 + 6 = 28$
 $28 + 7 = 35$
 $35 + 8 = 43$
- c** $u_2 = u_1 + 1 = 7 + 1 = 8$
 $u_3 = u_2 + 2 = 8 + 2 = 10$
 $u_4 = u_3 + 3 = 10 + 3 = 13$
 $u_5 = u_4 + 4 = 13 + 4 = 17$
 $u_6 = u_5 + 5 = 17 + 5 = 22$, klopt
- d** $v(0) = -3$
 $v(1) = 2 \cdot v(0) + 1 = 2 \times -3 + 1 = -5$
 $v(2) = 2 \cdot v(1) + 1 = 2 \times -5 + 1 = -9$
 $v(3) = 2 \cdot v(2) + 1 = 2 \times -9 + 1 = -17$
 $v(4) = 2 \cdot v(3) + 1 = 2 \times -17 + 1 = -33$
 $v(5) = 2 \cdot v(4) + 1 = 2 \times -33 + 1 = -65$
- 2 a** $u(0) = 2$
 $u(1) = 3 \cdot u(0) - 2 = 3 \cdot 2 - 2 = 6 - 2 = 4$
 $u(2) = 3 \cdot u(1) - 2 = 3 \cdot 4 - 2 = 12 - 2 = 10$
 $u(3) = 3 \cdot u(2) - 2 = 3 \cdot 10 - 2 = 30 - 2 = 28$
- b** $v_2 = 1,5 \cdot v_1 = 24$, dus $v_1 = \frac{24}{1,5} = 16$
 $v_2 = 24$
 $v_3 = 1,5 \cdot v_2 = 1,5 \cdot 24 = 36$
 $v_4 = 1,5 \cdot v_3 = 1,5 \cdot 36 = 54$
- 3** A: er komt steeds 6 bij, dus
 $u(n+1) = u(n) + 6$ met $u(0) = 12$
 B: de volgende term wordt steeds 2 keer groter, dus
 $u(n+1) = 2 \cdot u(n)$ met $u(0) = 3$
 C: $25 = 2 \times 12 + 1$ en $51 = 2 \times 25 + 1$ dus
 $u(n+1) = 2 \cdot u(n) + 1$ met $u(0) = 12$
 D: de volgende term wordt steeds $-\frac{1}{2}$ keer groter, dus
 $u(n+1) = -\frac{1}{2} \cdot u(n)$ met $u(0) = 320$
 E: er gaat steeds 7 af, dus
 $u(n+1) = u(n) - 7$ met $u(0) = 3$
- 4 a** Rijen met een lineair verband zijn de rijen A en E.
 Rijen met een exponentieel verband zijn de rijen B en D.
- b** A: $a = 6$ en $b = 12$, de directe formule is dus $u(n) = 12 + 6n$.
 B: $g = 2$ en $b = 3$, de directe formule is dus $u(n) = 3 \cdot 2^n$.
 D: $g = -\frac{1}{2}$ en $b = 320$, de directe formule is dus $u(n) = 320 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n$.
 E: $a = -7$ en $b = 3$, de directe formule is dus $u(n) = 3 - 7n$.
- 5 a** De rij is een rekenkundige rij want het verschil tussen elke maand is 0,35 euro, dus $a = 0,35$.
 Ze begint met 12 euro, dus de beginterm is $B_0 = 12$.
 De rij heeft dus als formule $B_n = 12 + 0,35n$.
 Een recursieve formule is $B_{n+1} = B_n + 0,35$ met $B_0 = 12$.

Vaardigheden 8

- b** Het zakgeld is dan met 18 euro toegenomen.

Daar zijn $\frac{18}{0,35} = 51,428\dots$ dus 52 verhogingen voor nodig.

Na 52 maanden zal het zakgeld voor het eerst boven de 30 euro uitkomen.

Rekenmachine

6 a $A(p) = (2p - 75)(3p + 81)$

$$(2p - 75)(3p + 81) = 0$$

$$2p - 75 = 0 \text{ of } 3p + 81 = 0$$

$$2p = 75 \text{ of } 3p = -81$$

$$p = \frac{75}{2} = 37,5 \text{ of } p = \frac{-81}{3} = -27$$

De coördinaten van de snijpunten met de p -as zijn $(37,5; 0)$ en $(-27, 0)$.

b Invoer: $y_1 = (2x - 75)(3x + 81)$

Venster: $-60 \leq x \leq 60, -10\,000 \leq y \leq 10\,000$

Optie: minimum

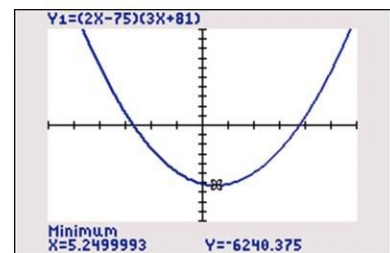
De coördinaten van de top zijn $(5,25; -6240,375)$.

c Invoer: $y_2 = 1000$

Opties: snijpunt (tweemaal)

Dit geeft $x = -29,488\dots$ en $x = 39,988\dots$

De p -coördinaten van de snijpunten zijn $p \approx -29,5$ en $p \approx 40,0$.



7 a $3\sqrt{4x - 1} = 5$

$$\sqrt{4x - 1} = \frac{5}{3}$$

$$4x - 1 = \frac{25}{9}$$

$$4x = \frac{34}{9}$$

$$x = \frac{34}{36} = \frac{17}{18}$$

b $\frac{12}{\sqrt{7 - 2x}} = 4$

$$\sqrt{7 - 2x} = 3$$

$$7 - 2x = 9$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

c Invoer: $y_1 = x - 4$ en $y_2 = x^3 - 3x$

Venster: $-10 \leq x \leq 10, -10 \leq y \leq 10$

Optie: snijpunt

Dit geeft $x \approx -2,38$, dus $p \approx -2,38$

d $\frac{2x}{x^2 + 5} = \frac{1}{3}$

$$x^2 + 5 = 6x$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x - 1)(x - 5) = 0$$

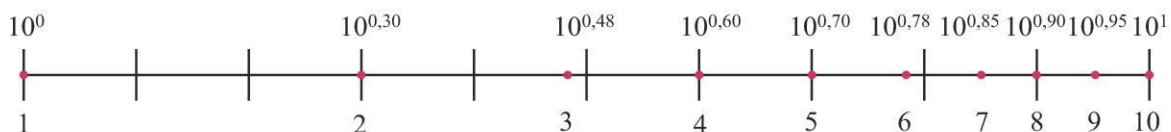
$$x = 1 \text{ en } x = 5$$

Logaritmische schalen

- 8 a** $0,1 = 10^{-1}$ en $1 = 10^0$ dus $p = 10^{-0,5} \approx 0,32$
 $10 = 10^1$ en $100 = 10^2$ dus $q = 10^{1,5} \approx 31,62$
- b** De exponent van 10 ligt voor q twee hoger dan voor p , dus q is $10 \times 10 = 100$ keer groter dan p .
- 9** Op de lineaire schaal: $p = -1,2$; op de logschaal $p = 10^{-1,2} \approx 0,06$.
 Op de lineaire schaal: $q = 0,6$; op de logschaal $q = 10^{0,6} \approx 3,98$.
 Op de lineaire schaal: $r = 2,4$; op de logschaal $r = 10^{2,4} \approx 251,19$.

- 10 a** $10^x = 2$ geeft $x = \log(2)$ dus $x = 0,301\dots$
 Tussen 10^0 en 10^1 zijn 10 stappen.
 Bij elke stap vermenigvuldig je dus met $10^{0,1}$.
 $10^{0,30} = 10^{0,1+0,1+0,1} = 10^{0,1} \cdot 10^{0,1} \cdot 10^{0,1}$
 $10^{0,30}$ ligt drie stappen rechts van 10^0 .
 $10^{0,30}$ en 2 horen dus bij de derde stap, dus bij het derde streepje.

- b** $10^x = 3$ geeft $x = \log(3)$ dus $x = 0,477\dots$
 Op de puntjes moet dus het getal 0,48 staan.
 Het getal 3 ligt dus op de juiste plek.
- c** $10^x = 4$ dus $x = \log(4) \approx 0,60$, $10^x = 5$ dus $x = \log(5) \approx 0,70$
 $10^x = 6$ dus $x = \log(6) \approx 0,78$, $10^x = 7$ dus $x = \log(7) \approx 0,85$
 $10^x = 8$ dus $x = \log(8) \approx 0,90$, $10^x = 9$ dus $x = \log(9) \approx 0,95$



- 11 a** De grafiek is een rechte lijn, met op de y -as een logaritmische schaalverdeling.
- b** Tussen P en Q liggen $3 - 1 = 2$ stappen.
 De groeifactor per twee stappen is $\frac{6144}{9600} = 0,64$.
 De groeifactor per stap is dus $0,64^{0,5} = 0,8$.
- c** De beginwaarde is $\frac{9600}{0,8} = 12\,000$, dus $y = 12\,000 \cdot 0,8^t$.
- d** Een evenwijdige lijn heeft dezelfde helling als de getekende grafiek.
 De groeifactor van de grafiek door $(1, 50\,000)$ is dan ook 0,8.
- e** Voor de nieuwe formule geldt $50\,000 = B \cdot 0,8^1$, dus $B = \frac{50\,000}{0,8} = 62\,500$.
 De formule bij de grafiek door $(1, 50\,000)$ is $y = 62\,500 \cdot 0,8^t$.

Vaardigheden 8

Systematisch tellen

- 12 a** Er zijn 6 verschillende ruiten kaarten en zes verschillende harten kaarten.
Je kunt dus $6 \times 6 = 36$ verschillende tweetallen krijgen.

b

+	2	3	4	5	6	7
2	4	5	6	7	8	9
3	5	6	7	8	9	10
4	6	7	8	9	10	11
5	7	8	9	10	11	12
6	8	9	10	11	12	13
7	9	10	11	12	13	14

−	2	3	4	5	6	7
2	0	1	2	3	4	5
3	1	0	1	2	3	4
4	2	1	0	1	2	3
5	3	2	1	0	1	2
6	4	3	2	1	0	1
7	5	4	3	2	1	0

In het schema zie je dat de uitkomst 8 vijf keer voorkomt.

- c** De uitkomst groter dan negen komt 15 keer voor.
d Het verschil 1 komt het meeste voor, namelijk 10 keer.

- 13** De mogelijke volgorden zijn:

114, 141, 411

123, 132, 213, 231, 321, 312

222

Dat zijn 10 manieren om een totaal aantal ogen 6 te krijgen.

- 14 a** Dat kan op $8! = 40320$ manieren.

- b** Zo'n drietal kunnen zij op $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$ manieren samenstellen.

- 15** Bij de voorste en middelste rij samen zijn $4 + 5 = 9$ posities beschikbaar.

Hiervoor zijn de 9 geplaatste huisjes en het reservehuisje beschikbaar.

De voorste twee rijen kunnen dus op $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 10!$ manieren gevuld worden.

Voor elke positie op de achterste rij zijn alleen de reeds geplaatste 4 huisjes beschikbaar.

De achterste rij kan dus op $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4!$ manieren gevuld worden.

Voor elke manier waarop de voorste twee rijen gevuld kan worden, kan de achterste rij op $4!$ manieren gevuld worden.

In totaal zijn er dus $10! \cdot 4! = 87091200$ opstellingen mogelijk.