

9 Kansverdelingen

Voorkennis Kansberekeningen

Bladzijde 51

- 1 a $P(\text{één keer } 2) = \binom{8}{1} \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^7 \approx 0,090$
 b $P(\text{minstens één keer } 1) = 1 - P(\text{geen enkele } 1) = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^8 \approx 0,983$
 c $P(\text{vijf keer } 1 \text{ en drie keer } 3) = \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \approx 0,005$
 d $P(\text{vier keer } 1 \text{ en één keer } 3 \text{ en drie keer } 2) = \binom{8}{4} \cdot \binom{4}{1} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \approx 0,092$
- 2 a $P(\text{minstens } 2) = 1 - P(\text{geen of } 1) = 1 - P(\text{geen}) - P(1) = 1 - 0,78^8 - \binom{8}{1} \cdot 0,22 \cdot 0,78^7 \approx 0,554$
 b $P(\text{zes of zeven}) = P(\text{zes}) + P(\text{zeven}) = \binom{12}{6} \cdot 0,53^6 \cdot 0,47^6 + \binom{12}{7} \cdot 0,53^7 \cdot 0,47^5 \approx 0,434$

Bladzijde 52

- 3 a $P(\text{minstens één prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \frac{\binom{70}{5}}{\binom{80}{5}} \approx 0,497$
 b $P(\text{tweede en derde prijs}) = \frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{6}{1} \cdot \binom{70}{3}}{\binom{80}{5}} \approx 0,041$
- 4 a $P(\text{drie keer } 2 \text{ ogen, één keer } 3 \text{ ogen en acht keer } 1, 4, 5 \text{ of } 6 \text{ ogen})$
 $= \binom{12}{3} \cdot \binom{9}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^8 \approx 0,060$
 b $P(\text{elk aantal ogen } 2 \text{ keer}) = \binom{12}{2} \cdot \binom{10}{2} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{12} \approx 0,003$
 c $P(\text{bij de twaalfde worp evenveel als bij de eerste worp}) = \frac{1}{6} \approx 0,167$

9.1 Toevalsvariabelen en verwachtingswaarde

Bladzijde 53

- 1 a $P(X = 17) = \frac{5}{25} = 0,2$
 b $P(Y = 1) = \frac{8}{25} = 0,32$
 c $P(X = 16 \text{ en } Y = 1) = \frac{7}{25} = 0,28$

Bladzijde 54

- 2 a $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$
 b $P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$
 c $P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1)$
 d $P(\text{minstens één witte}) = P(X \geq 1)$
 e $P(\text{hoogstens drie witte}) = P(X \leq 3)$
 f $P(\text{alleen maar witte}) = P(X = 4)$

$$3 \quad a \quad P(X=2) = P(2 \text{ witte en } 3 \text{ niet-witte}) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{10}{3}}{\binom{15}{5}} \approx 0,400$$

$$b \quad P(Y=0) = P(\text{rrrr}) = \left(\frac{7}{15}\right)^4 \approx 0,047$$

$$c \quad P(Y \leq 3) = 1 - P(Y=4) = 1 - P(\text{rrrr}) = 1 - \left(\frac{8}{15}\right)^4 \approx 0,919$$

$$4 \quad a \quad P(X=2) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{5}{2}}{\binom{10}{4}} \approx 0,476$$

$$b \quad P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \frac{\binom{5}{4}}{\binom{10}{4}} \approx 0,976$$

$$5 \quad a \quad P(X=8) = \binom{10}{8} \cdot 0,86^8 \cdot 0,14^2 \approx 0,264$$

$$b \quad P(X < 9) = 1 - P(X=9) - P(X=10) = 1 - \binom{10}{9} \cdot 0,86^9 \cdot 0,14 - 0,86^{10} \approx 0,418$$

Bladzijde 55

$$6 \quad a \quad P(X=6) = \binom{10}{6} \cdot 0,70^6 \cdot 0,30^4 \approx 0,200$$

$$b \quad P(Y=3) = \binom{10}{3} \cdot 0,23^3 \cdot 0,77^7 \approx 0,234$$

$$c \quad P(Y \geq 2) = 1 - P(Y=0) - P(Y=1) = 1 - 0,77^{10} - \binom{10}{1} \cdot 0,23 \cdot 0,77^9 \approx 0,708$$

$$d \quad P(X=8 \text{ en } Y=2) = \binom{10}{8} \cdot 0,70^8 \cdot 0,23^2 \approx 0,137$$

$$7 \quad P(X=20) = P(2 \text{ enveloppen met } 10 \text{ euro}) = \frac{8}{20} \cdot \frac{7}{19} \approx 0,147$$

$$P(X > 0) = 1 - P(X=0) = 1 - P(2 \text{ lege enveloppen}) = 1 - \frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} \approx 0,653$$

$$8 \quad a \quad P(X=16) = \frac{25}{83} \approx 0,301$$

$$b \quad P(X=16) + P(X=17) + P(X=18) = 1$$

Bladzijde 56

9 a Omdat er drie niet-witte knikkers zijn en er zonder terugleggen wordt gepakt, is het mogelijk om als vierde knikker een witte te pakken, maar niet als vijfde.

b $P(X=4) = 1 - P(X=1) - P(X=2) - P(X=3)$, want
 $P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = 1.$

Bladzijde 57

$$10 \quad P(X=1) = P(r) = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$P(X=2) = P(wr) = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} \approx 0,267$$

$$P(X=3) = P(wwr) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} = 0,1$$

$$P(X=4) = P(wwwr) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{6}{7} \approx 0,029$$

$$P(X=5) = P(wwwwr) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot 1 \approx 0,005$$

x	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0,6	0,267	0,1	0,029	0,005

11 $P(X=0) = 0,25^3 \approx 0,016$

$$P(X=1) = \binom{3}{1} \cdot 0,75 \cdot 0,25^2 \approx 0,141$$

$$P(X=2) = \binom{3}{2} \cdot 0,75^2 \cdot 0,25 \approx 0,422$$

$$P(X=3) = 0,75^3 \approx 0,422$$

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0,016	0,141	0,422	0,422

12 a $P(\text{Lotte wint in 2 sets}) = P(LL) = 0,6 \cdot 0,6 = 0,36$

b $P(\text{Gijs wint de eerste set en Lotte de volgende twee sets}) = P(GLL) = 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 0,144$

c $P(\text{de partij duurt 3 sets}) = P(LGL) + P(LGG) + P(GLL) + P(GLG)$
 $= 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,6 + 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,6 + 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,4 = 0,48$

Alternatieve uitwerking

$$P(\text{de partij duurt 3 sets}) = P(LG^*) + P(GL^*) = 0,6 \cdot 0,4 \cdot 1 + 0,4 \cdot 0,6 \cdot 1 = 0,48$$

d $P(Y=2) = P(LL) + P(GG) = 0,6 \cdot 0,6 + 0,4 \cdot 0,4 = 0,52$

$$P(Y=3) = 0,48 \text{ (zie vraag c)}$$

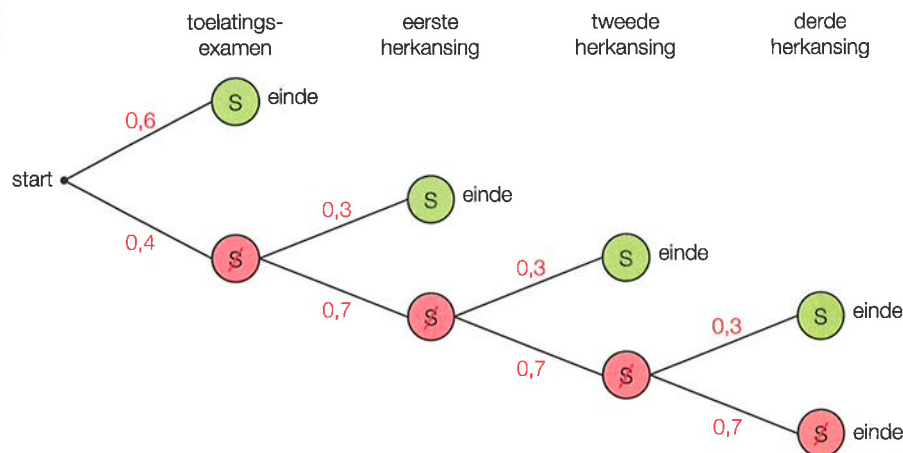
y	2	3
$P(Y=y)$	0,52	0,48

13 $P(Z=2) = P(BB) + P(FF) = 0,65 \cdot 0,65 + 0,35 \cdot 0,35 = 0,545$

$$P(Z=3) = 1 - P(Z=2) = 1 - 0,545 = 0,455$$

z	2	3
$P(Z=z)$	0,545	0,455

14



$$P(A=1) = P(S) = 0,6$$

$$P(A=2) = P(SS) = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12$$

$$P(A=3) = P(SSS) = 0,4 \cdot 0,7 \cdot 0,3 = 0,084$$

$$P(A=4) = P(SSS^*) = 0,4 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 1 = 0,196$$

a	1	2	3	4
$P(A=a)$	0,6	0,12	0,084	0,196

$$15 \quad P(X=4) = P(\text{zw zw zw zw}) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$$

$$P(X=5) = P(1 \text{ witte}) = \binom{4}{1} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{15}$$

$$P(X=6) = P(2 \text{ witte}) = \binom{5}{2} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot 1 = \frac{2}{3}$$

x	4	5	6
$P(X=x)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{3}$

Bladzijde 58

- 16 De opbrengst per week is $1000 \cdot 5 = 5000$ euro.
 De uitbetaling per week is $2000 + 100 \cdot 20 = 4000$ euro.
 De winst per week is $5000 - 4000 = 1000$ euro.
 Dat is gemiddeld per lot 1 euro.

Bladzijde 59

- 17 a
- | | | | | |
|----------|----------------|----------------|-----------------|----------------|
| u | 15 | 11 | 7 | 3 |
| $P(U=u)$ | $\frac{1}{27}$ | $\frac{6}{27}$ | $\frac{12}{27}$ | $\frac{8}{27}$ |
- $$E(U) = 15 \cdot \frac{1}{27} + 11 \cdot \frac{6}{27} + 7 \cdot \frac{12}{27} + 3 \cdot \frac{8}{27} = 7 \text{ euro}$$
- b $E(W) = E(U) - \text{inleg} = 7 - 8 = -1$ euro

- 18 a $W = \text{winst per spel, dus } W = \text{uitbetaling} - 2$
 $P(W=48) = \frac{1}{100} = 0,01$
 $P(W=8) = \frac{3}{100} = 0,03$
 $P(W=-2) = \frac{96}{100} = 0,96$
- | | | | |
|----------|------|------|------|
| w | 48 | 8 | -2 |
| $P(W=w)$ | 0,01 | 0,03 | 0,96 |
- $$E(W) = -2 \cdot 0,96 + 8 \cdot 0,03 + 48 \cdot 0,01 = -1,20$$
- De winstverwachting is -€1,20 per lot.
- b Een lot moet dan $2 - 1,20 = €0,80$ kosten.

Bladzijde 60

19

SOM					
8	11	11	11	11	16
3	6	6	6	6	11
3	6	6	6	6	11
3	6	6	6	6	11
3	6	6	6	6	11
3	6	6	6	6	11
	3	3	3	3	8

$W = \text{winst per spel, dus } W = \text{uitbetaling} - 8$

w	8	3	-2
$P(W=w)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{25}{36}$

$$E(W) = 8 \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{10}{36} - 2 \cdot \frac{25}{36} = -\frac{12}{36} \approx -0,33$$

De verwachtingswaarde van de winst is -€0,33 per spel.

- 20 a** $P(\text{één keer 5 ogen}) = \binom{3}{1} \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$
- b** $P(2 \text{ dollar uitbetaald}) = P(\text{twee keer 5 ogen}) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{216}$
- c** $P(\text{geen uitbetaling}) = P(\text{geen 5 ogen}) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$
- d** $W = \text{winst per spel voor de organisator} = 1 - \text{uitbetaling}$
 $P(W = -2) = P(\text{drie keer 5 ogen}) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$

w	1	0	-1	-2
$P(W = w)$	$\frac{125}{216}$	$\frac{75}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{1}{216}$

$$E(W) = 1 \cdot \frac{125}{216} + 0 \cdot \frac{75}{216} - 1 \cdot \frac{15}{216} - 2 \cdot \frac{1}{216} = \frac{108}{216} = 0,5$$

Het spel brengt naar verwachting $500 \cdot 0,5 = 250$ dollar op.

- 21** $X = \text{aantal knikkers dat Monique pakt}$
 $P(X = 1) = P(w) = \frac{6}{10}$

$$P(X = 2) = P(r w) = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{24}{90}$$

$$P(X = 3) = P(r r w) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{72}{720}$$

$$P(X = 4) = P(r r r w) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{6}{7} = \frac{144}{5040}$$

$$P(X = 5) = P(r r r r w) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot 1 = \frac{24}{5040}$$

x	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	$\frac{6}{10}$	$\frac{24}{90}$	$\frac{72}{720}$	$\frac{144}{5040}$	$\frac{24}{5040}$

$$E(X) = 1 \cdot \frac{6}{10} + 2 \cdot \frac{24}{90} + 3 \cdot \frac{72}{720} + 4 \cdot \frac{144}{5040} + 5 \cdot \frac{24}{5040} = \frac{7920}{5040} = 1\frac{4}{7}$$

9.2 De binomiale verdeling

Bladzijde 62

- 22 a** $P(\text{drie keer 6 ogen}) = \binom{8}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 \approx 0,104$
- b** $P(\text{meer dan 2 ogen}) = P(3, 4, 5 \text{ of } 6 \text{ ogen}) = \frac{4}{6}$
 $P(\text{vijf keer meer dan 2 ogen}) = \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^3 \approx 0,273$

Bladzijde 63

- 23 a** $n = 10$, $p = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ en $k = 6$
- b** $P(Y = 6) = \binom{10}{6} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \approx 0,228$ en dat is hetzelfde antwoord.

Bladzijde 64

- 24 a** $n = 6$ en $p = \frac{8}{20} = 0,4$
 $P(X = 4) = \binom{6}{4} \cdot 0,4^4 \cdot 0,6^2 \approx 0,138$
- b** $n = 12$ en $p = \frac{8+10}{20} = 0,9$
 $P(Y = 10) = \binom{12}{10} \cdot 0,9^{10} \cdot 0,1^2 \approx 0,230$
- c** Nee, ze pakt zonder terugleggen en dus voert ze niet telkens hetzelfde experiment uit.

$$P(Z = 3) = P(3 \text{ groene en } 1 \text{ niet-groene}) = \frac{\binom{10}{3} \cdot \binom{10}{1}}{\binom{20}{4}} \approx 0,248$$

- 25 a** X = aantal keer slag

$$P(X=5) = \binom{10}{5} \cdot 0,3^5 \cdot 0,7^5 \approx 0,103$$

- b** $P(\text{alleen de laatste beurt slag}) = P(\text{sssss}) = 0,7^4 \cdot 0,3 \approx 0,072$

- 26 a** $P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = 0,512 + 0,384 + 0,096 = 0,992$

- b** $P(X \leq 3)$ is de kans op alle mogelijke uitkomsten bij dit kansexperiment en deze kans is 1.

- c** Er zijn geen waarden kleiner dan 0 mogelijk.

d

x	0	1	2	3
$P(X \leq x)$	0,512	0,896	0,992	1

Bladzijde 65

- 27 a** $P(X=3) = \binom{7}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \approx 0,273$

- b** Er is geen sprake van succes en mislukking.

- 28 a** X = aantal keer wit
 X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = \frac{1}{6}$.
 De GR geeft $P(X=3) \approx 0,155$.

- b** X = aantal keer rood
 X is binomiaal verdeeld met $n = 12$ en $p = \frac{2}{6}$.
 De GR geeft $P(X \leq 5) \approx 0,822$.

- c** X = aantal keer blauw
 X is binomiaal verdeeld met $n = 9$ en $p = \frac{3}{6}$.
 $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$
 De GR geeft $P(X \geq 1) \approx 0,998$.

- d** $P(\text{vijf keer blauw en drie keer rood}) = \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^3 \approx 0,065$

- e** $P(\text{acht keer blauw, vijf keer rood en drie keer wit}) = \binom{16}{8} \cdot \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^8 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \approx 0,054$

Bladzijde 66

- 29 a** X = aantal keer eerste opslag in
 X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = 0,55$.
 De GR geeft $P(X=5) \approx 0,234$.

- b** $P(\text{alleen de laatste vier in}) = 0,45^2 \cdot 0,55^4 \approx 0,019$

- 30 a** X = aantal dat te hard rijdt
 X is binomiaal verdeeld met $n = 60$ en $p = 0,16$.
 De GR geeft $P(X=10) \approx 0,136$.

- b** X = aantal dat 140 km/uur of meer rijdt
 X is binomiaal verdeeld met $n = 60$ en $p = \frac{1}{4} \cdot 0,16 = 0,04$.
 De GR geeft $P(X \leq 2) \approx 0,568$.

- c** X = aantal met een snelheid tussen 120 en 140 km/uur
 Een kwart van 60 is $\frac{1}{4} \cdot 60 = 15$.
 X is binomiaal verdeeld met $n = 60$ en $p = 0,16 - \frac{1}{4} \cdot 0,16 = 0,12$.
 De GR geeft $P(X=15) \approx 0,003$.

- 31** X = aantal ondeugdelijke accu's
 X is binomiaal verdeeld met $n = 54$ en $p = 0,2$.
 De GR geeft $P(X \leq 3) \approx 0,003$.

- 32**
- a $P(X \geq 4)$
 - b $P(X < 8)$
 - c $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5)$
 - d $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$
 - e $P(X < 7) = P(X \leq 6)$
 - f $P(12 \leq X \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 11)$
 - g $P(4 < X < 12) = P(X \leq 11) - P(X \leq 4)$
 - h $P(2 \leq X < 5) = P(X \leq 4) - P(X \leq 1)$
 - i $P(4 < X \leq 8) = P(X \leq 8) - P(X \leq 4)$
 - j $P(X \text{ tussen } 8 \text{ en } 20) = P(8 < X < 20) = P(X \leq 19) - P(X \leq 8)$

Bladzijde 68

- 33**
- a $P(X < 10) = P(X \leq 9)$
De GR geeft $P(X < 10) \approx 0,347$.
 - b $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7)$
De GR geeft $P(X \geq 8) \approx 0,889$.
 - c $P(\text{meer dan } 12 \text{ keer succes}) = P(X > 12) = 1 - P(X \leq 12)$
De GR geeft $P(\text{meer dan } 12 \text{ keer succes}) \approx 0,208$.
 - d $P(\text{tussen } 9 \text{ en } 16 \text{ keer succes}) = P(9 < X < 16) = P(X \leq 15) - P(X \leq 9)$
De GR geeft $P(\text{tussen } 9 \text{ en } 16 \text{ keer succes}) \approx 0,631$.
 - e $P(\text{minstens } 6 \text{ keer succes}) = P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5)$
De GR geeft $P(\text{minstens } 6 \text{ keer succes}) \approx 0,982$.
 - f $P(9 \text{ of } 10 \text{ keer succes}) = P(X = 9 \text{ of } X = 10) = P(X = 9) + P(X = 10)$
De GR geeft $P(9 \text{ of } 10 \text{ keer succes}) \approx 0,294$.

- 34**
- a $X = \text{aantal keer appel}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
 $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4)$
De GR geeft $P(X \geq 5) \approx 0,623$.
 - b $X = \text{aantal keer appel}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 25$ en $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
 $P(10 < X < 20) = P(X \leq 19) - P(X \leq 10)$
De GR geeft $P(10 < X < 20) \approx 0,786$.
 - c $X = \text{aantal keer appel}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 100$ en $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
 $P(X > 60) = 1 - P(X \leq 60)$
De GR geeft $P(X > 60) \approx 0,018$.
 - d $X = \text{aantal keer kersen}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 35$ en $p = \frac{1}{6}$.
De GR geeft $P(X = 7) \approx 0,146$.

- 35** a $X = \text{aantal keer twee rode knikkers}$

$$X \text{ is binomiaal verdeeld met } n = 15 \text{ en } p = P(\text{twee rode}) = \frac{\binom{12}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{11}{50}.$$

De GR geeft $P(X = 3) \approx 0,246$.

- b $X = \text{aantal keer één zwarte knikker}$

$$X \text{ is binomiaal verdeeld met } n = 15 \text{ en } p = P(\text{één zwarte}) = \frac{\binom{8}{1} \cdot \binom{17}{1}}{\binom{25}{2}} = \frac{34}{75}.$$

$$P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$$

De GR geeft $P(X \geq 10) \approx 0,081$.

- c X = aantal keer twee knikkers van dezelfde kleur

X is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = P(\text{twee van dezelfde kleur}) =$

$$P(\text{twee rode}) + P(\text{twee zwarte}) + P(\text{twee witte}) = \frac{\binom{12}{2}}{\binom{25}{2}} + \frac{\binom{8}{2}}{\binom{25}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{26}{75}.$$

$$P(X < 6) = P(X \leq 5)$$

De GR geeft $P(X < 6) \approx 0,575$.

- d X = aantal keer minstens één rode knikker

X is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = P(\text{minstens één rode}) =$

$$1 - P(\text{geen rode}) = 1 - \frac{\binom{13}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{37}{50}.$$

$$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7)$$

De GR geeft $P(X \geq 8) \approx 0,978$.

Bladzijde 69

- 36 a X = aantal kinderen uit een eenoudergezin
 X is binomiaal verdeeld met $n = 11$ en $p = 0,11$.
 De GR geeft $P(X = 0) \approx 0,278$.

- b X = aantal kinderen uit een eenoudergezin
 X is binomiaal verdeeld met $n = 22$ en $p = 0,11$.
 De GR geeft $P(X \leq 2) \approx 0,558$.

- c $P(\text{twee uit een eenoudergezin}) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{30}{4}}{\binom{35}{6}} \approx 0,169$

- 37 X = aantal passagiers dat komt opdagen
 X is binomiaal verdeeld met $n = 100$ en $p = 0,88$.
 De GR geeft $P(X \leq 92) \approx 0,924$.
 De kans dat iedereen die komt opdagen een plaats heeft is 0,924.

- 38 X = aantal gasten dat komt opdagen
 X is binomiaal verdeeld met onbekende n en $p = 0,92$.
 Voor welke n is $P(X \leq 190) \geq 0,95$?
 Voer bij y_1 een formule in en maak een tabel.
 Op de TI: $y_1 = \text{binomcdf}(x, 0,92, 190)$.
 Op de Casio: $y_1 = \text{BinomialCD}(190, x, 0,92)$.
 Op de NW: $y_1 = \text{binomcdf}(190, x, 0,92)$.
 Op de HP: $y_1 = \text{BINOMIAL_CDF}(x, 0,92, 190)$.
 Je leest af voor $n = 200$ is $P(X \leq 190) \approx 0,963$
 voor $n = 201$ is $P(X \leq 190) \approx 0,933$.
 Er kunnen dagelijks hoogstens 200 stoelen worden verhuurd.

- 39 a $P(6 \text{ ogen}) = \frac{1}{6}$ en $30 \cdot \frac{1}{6} = 5$.
 b X is binomiaal verdeeld met $n = 30$ en $p = \frac{1}{6}$.
 De GR geeft de kansen in de tabel.

x	3	4	5	6	7
$P(X = x)$	0,137	0,185	0,192	0,160	0,110

Bladzijde 70

- 40 a** De verwachtingswaarde is $E(X) = np = 140 \cdot 0,4 = 56$ en de standaardafwijking is
 $\sigma_X = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{140 \cdot 0,4 \cdot 0,6} \approx 5,8$.
 $E(X) - \sigma_X \approx 56 - 5,8 = 50,2$
 $E(X) + \sigma_X \approx 56 + 5,8 = 61,8$
 $P(50,2 < X < 61,8) = P(51 \leq X \leq 61)$
 De GR geeft $P(51 \leq X \leq 61) \approx 0,657$.
- b** X = aantal keer zes ogen
 $E(X) = np = 1000 \cdot \frac{1}{6} = 166,66\dots$
 $\sigma_X = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{1000 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} = 11,78\dots$
 $E(X) - 2\sigma_X = 166,66\dots - 2 \cdot 11,78\dots = 143,09\dots$
 $E(X) + 2\sigma_X = 166,66\dots + 2 \cdot 11,78\dots = 190,23\dots$
 $P(X < 143,09\dots) + P(X > 190,23\dots) = P(X \leq 143) + P(X \geq 191) = P(X \leq 143) + 1 - P(X \leq 190)$
 De GR geeft $P(X \leq 143) + P(X \geq 191) \approx 0,046$.

41 *

Deze bewering is waar.

- 42 a** X = aantal offertes voor occasions dat tot verkoop leidt
 X is binomiaal verdeeld met onbekende n en $p = 0,28$.
 $E(X) = np = 21$
 $0,28n = 21$
 $n = 75$
 Dus Nico heeft 75 offertes voor occasions opgesteld.
- b** X is binomiaal verdeeld met $n = 100$ en $p = 0,28$.
 $E(X) = np = 100 \cdot 0,28 = 28$
 $\sigma_X = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{100 \cdot 0,28 \cdot 0,72} = 4,489\dots$
 $E(X) - 2\sigma_X = 28 - 2 \cdot 4,489\dots = 19,02\dots$
 Dus 19 of minder offertes leidden tot verkoop.
- c** Y = aantal offertes voor nieuwe auto's dat tot verkoop leidt
 Y is binomiaal verdeeld met $n = 217$ en onbekende p .
 $E(Y) + 2\sigma_Y = 90$, oftewel $np + 2 \cdot \sqrt{np(1-p)} = 90$.
 Los op $217p + 2 \cdot \sqrt{217p(1-p)} = 90$.
 Voer in $y_1 = 217x + 2 \cdot \sqrt{217x(1-x)}$ en $y_2 = 90$.
 De optie snijpunt geeft $x = 0,3499\dots$
 Dus $p = 0,350$.

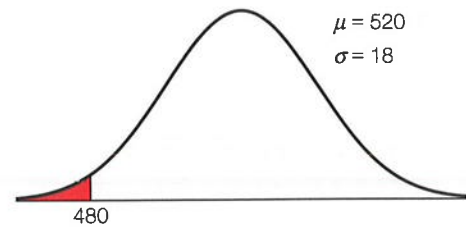
9.3 Berekeningen bij normaalkrommen**Bladzijde 72**

- 43 a** Dit volgt uit de vuistregels bij de normale verdeling.
 $13,5\% + 2,5\% = 16\%$ komt overeen met een oppervlakte van 0,16.
- b** a oppervlakte = 0,135
 b oppervlakte = 0,975
 c oppervlakte = 0,05
 d oppervlakte = 0,84

Bladzijde 73

- 44 a** Normale verdeling met $\mu = 3,5$ en $\sigma = 1,1$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 5$ geeft de GR opp $\approx 0,914$.
- b** Normale verdeling met $\mu = 850$ en $\sigma = 120$.
 Bij $l = 700$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp $\approx 0,894$.
- c** Normale verdeling met $\mu = 1080$ en $\sigma = 60$.
 Bij $l = 1000$ en $r = 1100$ geeft de GR opp $\approx 0,539$.

- 45 a** Normale verdeling met $\mu = 520$ en $\sigma = 18$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 480$ geeft de GR opp $\approx 0,013$.
b Bij $l = 510$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp $\approx 0,711$.



Bladzijde 74

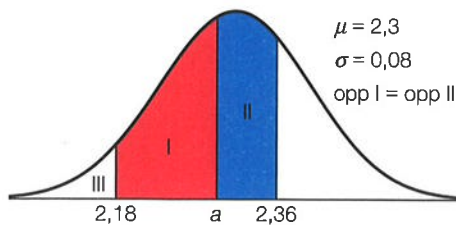
- 46 a** Normale verdeling met $\mu = 5,8$ en $\sigma = 0,4$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 5,1$ geeft de GR opp $\approx 0,040$.
 Dus 4,0%.
b Bij $l = 5,25$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp $\approx 0,915$.
 Dus 91,5%.
c Bij $l = 6,1$ en $r = 6,4$ geeft de GR opp $\approx 0,160$.
 Dus 16,0%.
- 47 a** Neem bijvoorbeeld een normale verdeling met $\mu = 0$ en $\sigma = 1$.
 Bij $l = -1$ en $r = 1$ geeft de GR opp $\approx 0,6827$.
 Dus dat percentage is 68,27%.
b Ga weer uit van $\mu = 0$ en $\sigma = 1$.
 Bij $l = -2$ en $r = 2$ geeft de GR opp $\approx 0,9545$.
 Dat percentage is 95,45%.

- 48** Deze oppervlakte is $1 - 0,65 = 0,35$.

Bladzijde 76

- 49 a** Normale verdeling met $\mu = 16$ en $\sigma = 2$.
 opp links van a is 0,3
 De GR geeft $a \approx 15,0$.
b Normale verdeling met $\mu = 50$ en $\sigma = 8$.
 opp links van a is $1 - 0,7 = 0,3$
 De GR geeft $a \approx 45,8$.
c Normale verdeling met $\mu = 600$ en $\sigma = 70$.
 opp links van a is 0,86
 De GR geeft $a \approx 676$.
d Normale verdeling met $\mu = 0,8$ en $\sigma = 0,2$.
 opp links van a is $1 - 0,08 = 0,92$
 De GR geeft $a \approx 1,08$.
- 50** Normale verdeling met $\mu = 40$ en $\sigma = 5$.
 opp links van a is $\frac{1}{3}$ en links van b is $\frac{2}{3}$
 De GR geeft $a \approx 37,8$ en $b \approx 42,2$.
- 51 a** Normale verdeling met $\mu = 1000$ en $\sigma = 50$.
 opp links van a is $\frac{1}{5}$, links van b is $\frac{2}{5}$, links van c is $\frac{3}{5}$ en links van d is $\frac{4}{5}$
 De GR geeft $a \approx 958$ en $b \approx 987$ en $c \approx 1013$ en $d \approx 1042$.
b Normale verdeling met $\mu = 150$ en $\sigma = 12$.
 opp links van p is $\frac{1}{2}(1 - 0,82) = 0,09$ en links van q is $1 - 0,09 = 0,91$
 De GR geeft $p \approx 133,9$ en $q \approx 166,1$.
 Normale verdeling met $\mu = 58$ en $\sigma = 6$.
 opp links van r is $\frac{1}{2} \cdot 0,12 = 0,06$ en links van s is $1 - 0,06 = 0,94$
 De GR geeft $r \approx 48,7$ en $s \approx 67,3$.

52



Normale verdeling met $\mu = 2,3$ en $\sigma = 0,08$.

Bij $l = 2,18$ en $r = 2,36$ geeft de GR opp $(I + II) \approx 0,70657$,

dus opp $(I) \approx \frac{1}{2} \cdot 0,70657 \approx 0,3533$.

Bij $l = -10^{99}$ en $r = 2,18$ geeft de GR opp $(III) \approx 0,0668$,

dus opp $(I + III) \approx 0,3533 + 0,0668 = 0,4201$.

De GR geeft $a \approx 2,284$.

53

a Een schatting van σ is 3, want 7 ligt ongeveer σ van $\mu = 10$ af.

b Een schatting van σ is 50, want 600 ligt ongeveer 2σ van $\mu = 500$ af.

c Een schatting van μ is 90, want 105 ligt ongeveer $\sigma = 15$ van μ af.

Bladzijde 78

54

a Een schatting van σ is 60, want 450 ligt iets minder dan σ van $\mu = 400$ af.

Neem x bijvoorbeeld tussen 50 en 70.

Neem y bijvoorbeeld tussen 0 en 1,5.

b Normale verdeling met $\mu = 400$, $\sigma = x$, $l = -10^{99}$ en $r = 450$.

Los op opp = 0,78.

Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,78$.

De optie snijpunt geeft $x = 64,751\dots$, dus $\sigma \approx 64,8$.

55

a Een schatting van μ is 190, want 170 ligt iets meer dan $\sigma = 12$ van μ af.

Neem x bijvoorbeeld tussen 180 en 200.

Neem y bijvoorbeeld tussen 0 en 0,15.

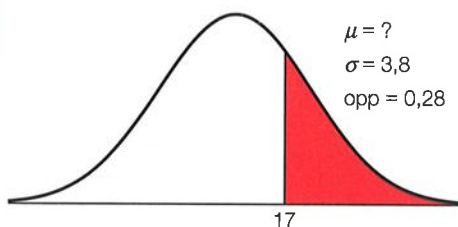
b Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 12$, $l = -10^{99}$ en $r = 170$.

Los op opp = 0,08.

Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,08$.

De optie snijpunt geeft $x = 186,8\dots$, dus $\mu \approx 187$.

56



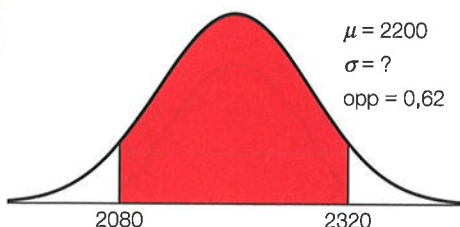
Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 3,8$, $l = 17$ en $r = 10^{99}$.

Los op opp = 0,28.

Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,28$.

De optie snijpunt geeft $x = 14,78\dots$, dus $\mu \approx 14,8$.

57



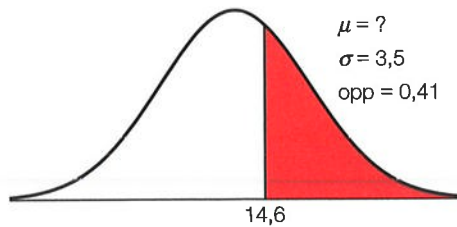
Normale verdeling met $\mu = 2200$, $\sigma = x$, $l = 2080$ en $r = 2320$.

Los op opp = 0,62.

Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,62$.

De optie snijpunt geeft $x = 136,6\dots$, dus $\sigma \approx 140$.

58 a



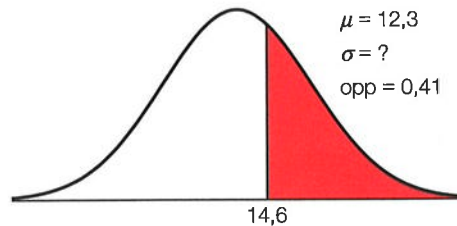
Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 3,5$, $l = 14,6$ en $r = 10^{99}$.

Los op $\text{opp} = 0,41$.

Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,41$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 13,80\dots$, dus $\mu \approx 13,8$.

b



Normale verdeling met $\mu = 12,3$, $\sigma = x$, $l = 14,6$ en $r = 10^{99}$.

Los op $\text{opp} = 0,41$.

Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,41$.

De optie snijpunt geeft $x = 10,10\dots$, dus $\sigma \approx 10,1$.

59 Normale verdeling met $\mu = 28$ en $\sigma = x$.

opp links van 23 is $1 - 0,83 = 0,17$

Op de TI: voer in $y_1 = \text{invNorm}(0.17, 28, x, \text{LINKS})$.

Op de Casio: voer in $y_1 = \text{InvNormCD}(0.17, x, 28)$.

Op de NW: voer in $y_1 = \text{invnorm}(0.17, 28, x)$.

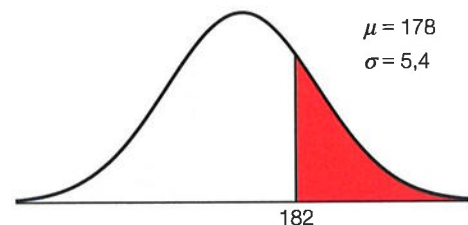
Op de HP: voer in $y_1 = \text{NORMALD_ICDF}(28, x, 0.17)$.

De optie snijpunt geeft hetzelfde antwoord.

9.4 Toepassingen van de normale verdeling

Bladzijde 80

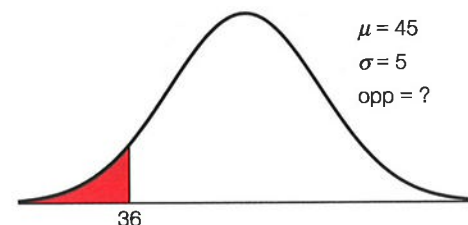
- 60 a Normale verdeling met $\mu = 178$ en $\sigma = 5,4$.
 Bij $l = 182$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR $\text{opp} \approx 0,229$.
 b Van de jongens is 22,9% langer dan 182 cm.
 c De gevraagde kans is 0,229.



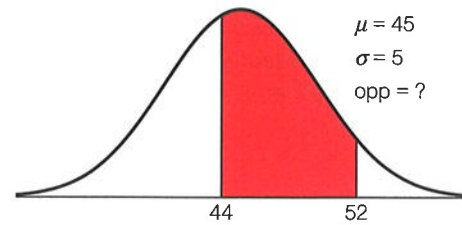
Bladzijde 81

- 61 a Nee, het maakt voor de oppervlakte niet uit of de grens er wel of niet bijhoort.
 Dus $P(X > 575) = P(X \geq 575)$.
 b Bij een score van 74 zit je nog niet bij de beste 20% van de deelnemers. Dat is pas het geval bij een score van 75 of meer.

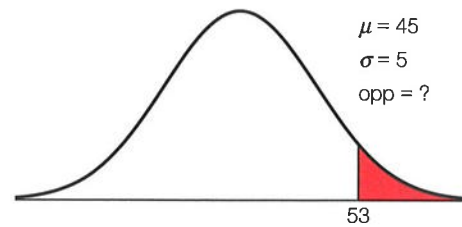
- 62 a Normale verdeling met $\mu = 45$ en $\sigma = 5$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 36$ geeft de GR $\text{opp} \approx 0,036$.
 Dus 3,6%.



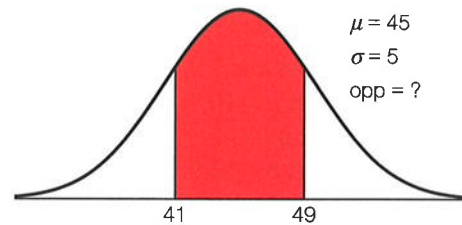
- b** X = lengte volwassen forel
 X is normaal verdeeld met $\mu = 45$ en $\sigma = 5$.
 De GR geeft $P(44 < X < 52) \approx 0,499$.



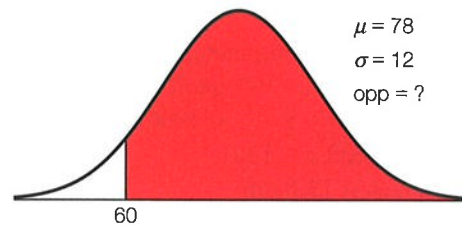
- c** Bij $l = 53$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp $\approx 0,054...$
 Je verwacht $0,054... \cdot 240 \approx 13$ forellen.



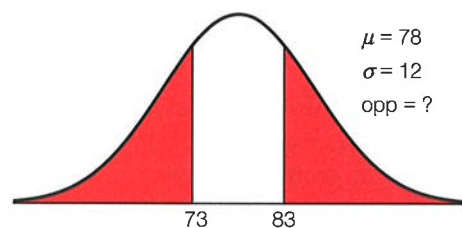
- d** Bij $l = 41$ en $r = 49$ geeft de GR opp $\approx 0,576$.
 Dus 57,6%.



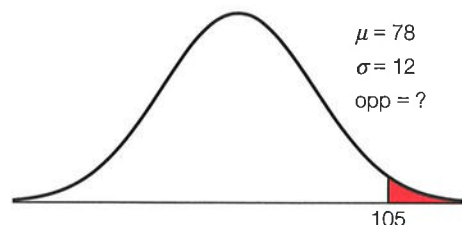
- 63 a** Normale verdeling met $\mu = 78$ en $\sigma = 12$.
 Bij $l = 60$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp $\approx 0,933...$
 Dus $0,933... \cdot 1600 \approx 1493$ mannen zijn zwaarder dan 60 kg.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 65$ geeft de GR opp $\approx 0,139...$
 Dus $0,139... \cdot 1600 \approx 223$ mannen zijn lichter dan 65 kg.



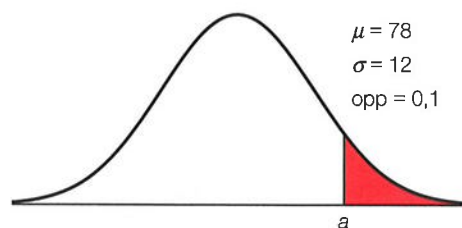
- b** X = gewicht mannelijke werknemer in kg
 X is normaal verdeeld met $\mu = 78$ en $\sigma = 12$.
 De GR geeft $1 - P(73 \leq X \leq 83) \approx 0,677$.



- c** Bij $l = 105$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp $\approx 0,012...$
 Dus $0,012... \cdot 1600 \approx 20$ werknemers wegen meer dan 105 kg.

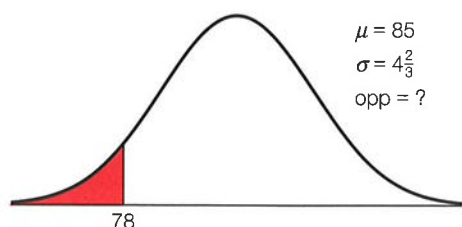


- d** opp links van a is $1 - 0,1 = 0,9$
 De GR geeft $a \approx 93,4$.
 Dus vanaf 94 kg.

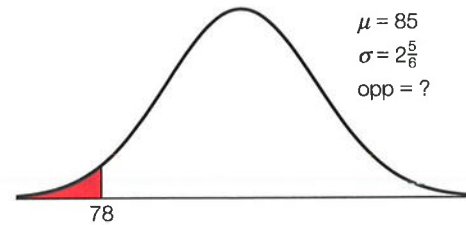


Bladzijde 82

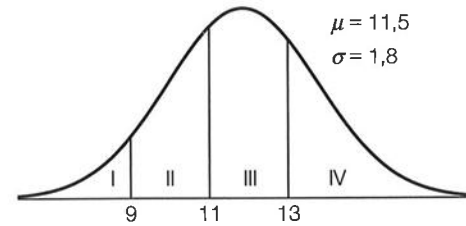
- 64 a** 280 minuten = $4\frac{2}{3}$ uur
 Normale verdeling met $\mu = 85$ en $\sigma = 4\frac{2}{3}$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 78$ geeft de GR opp $\approx 0,067$.
 Dus 6,7%.



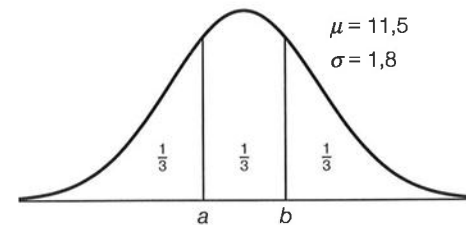
- b** 170 minuten = $2\frac{5}{6}$ uur
 Normale verdeling met $\mu = 85$ en $\sigma = 2\frac{5}{6}$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 78$ geeft de GR opp $\approx 0,007$.
 Dus 0,7%.



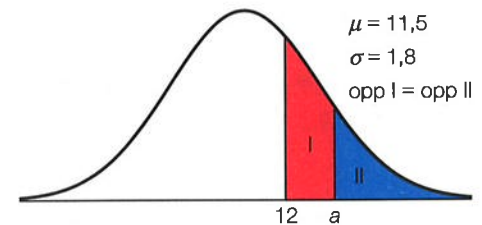
- 65 a** 18 mm = 1,8 cm
 Normale verdeling met $\mu = 11,5$ en $\sigma = 1,8$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 9$ geeft de GR opp (I) $\approx 0,082$.
 Bij $l = 9$ en $r = 11$ geeft de GR opp (II) $\approx 0,308$.
 Bij $l = 11$ en $r = 13$ geeft de GR opp (III) $\approx 0,407$.
 Bij $l = 13$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp (IV) $\approx 0,202$.
 De percentages zijn 8,2%, 30,8%, 40,7% en 20,2%.



- b** opp links van a is $\frac{1}{3}$
 De GR geeft $a \approx 10,7$.
 opp links van b is $\frac{2}{3}$
 De GR geeft $b \approx 12,3$.
 De grenzen zijn 10,7 en 12,3 cm.

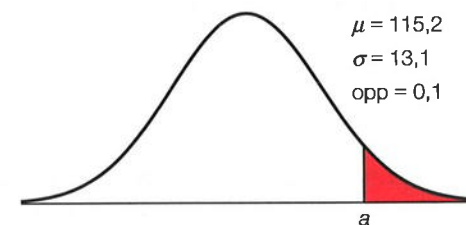


- 66** Normale verdeling met $\mu = 11,5$ en $\sigma = 1,8$.
 Bij $l = 12$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp (I + II) $\approx 0,3906$.
 Dus opp (II) $\approx 1 - \frac{1}{2} \cdot 0,3906 = 0,8047$.
 De GR geeft $a \approx 13,0$.
 De grens is 13,0 cm.

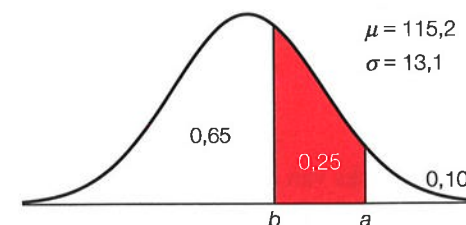


Bladzijde 83

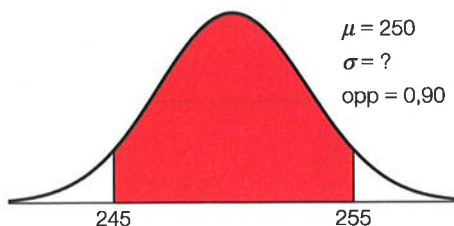
- 67 a** Normale verdeling met $\mu = 115,2$ en $\sigma = 13,1$.
 opp links van a is $1 - 0,1 = 0,9$
 De GR geeft $a \approx 131,99$.
 Dus vanaf een IQ van 132.



- b** opp links van b is $0,9 - 0,25 = 0,65$
 De GR geeft $b \approx 120,25$.
 Je krijgt een herkansing bij een IQ van 121 tot en met 131.

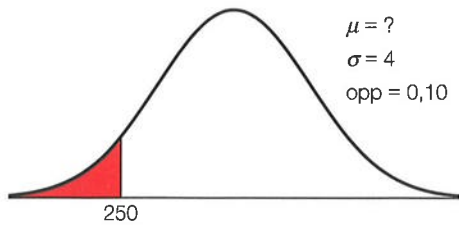


- 68 a**



Normale verdeling met $\mu = 250$, $\sigma = x$, $l = 245$ en $r = 255$.
 Los op opp = 0,90.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,90$.
 De optie snijpunt geeft $x = 3,039...$, dus maximaal $\sigma = 3,03$ gram.

b



Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 4$, $l = -10^{99}$ en $r = 250$.

Los op $\text{opp} = 0,10$.

Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,10$.

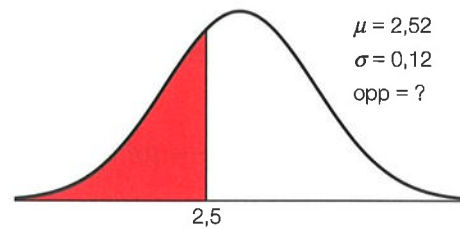
De optie snijpunt geeft $x = 255,1\dots$, dus op een gemiddelde van 255 gram.

69

a $X = \text{inhoud pak in kg}$

X is normaal verdeeld met $\mu = 2,52$ en $\sigma = 0,12$.

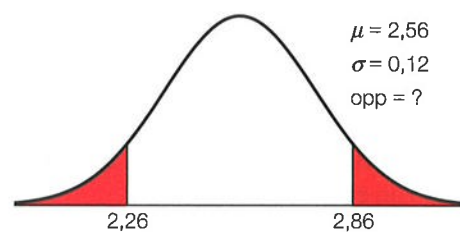
De GR geeft $P(X < 2,5) \approx 0,434$.



b Bij $l = 2,26$ en $r = 2,86$ geeft de GR $\text{opp} \approx 0,988$.

De gevraagde oppervlakte is $1 - 0,988 = 0,012$.

Dus 1,2%.



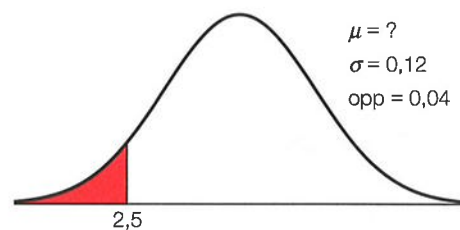
c Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 0,12$, $l = -10^{99}$ en $r = 2,5$.

Los op $\text{opp} = 0,04$.

Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,04$.

De optie snijpunt geeft $x = 2,710\dots$

De vulmachine moet worden ingesteld op een gemiddelde van 2,71 kg of meer.



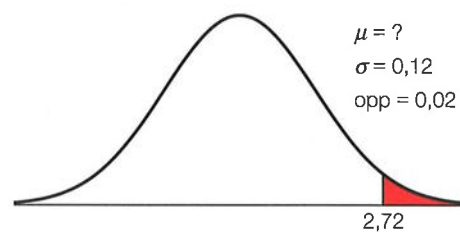
d Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 0,12$, $l = 2,72$ en $r = 10^{99}$.

Los op $\text{opp} = 0,02$.

Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,02$.

De optie snijpunt geeft $x = 2,473\dots$

De vulmachine is ingesteld op een gemiddelde van 2,47 kg.



e Normale verdeling met $\mu = 2,53$ en $\sigma = 0,12$.

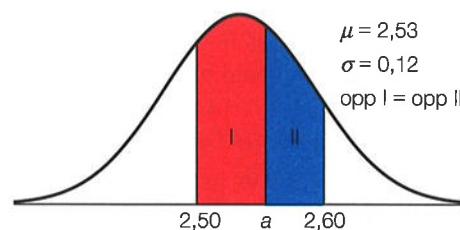
Los op $\text{opp (I)} = \text{opp (II)}$.

Voer bij y_1 de normale verdeling in met $l = 2,50$ en $r = x$ en

bij y_2 de normale verdeling met $l = x$ en $r = 2,60$.

De optie snijpunt geeft $x = 2,548\dots$

Hij moet de grens leggen bij een gewicht van 2,548 kg.



Bladzijde 84

70

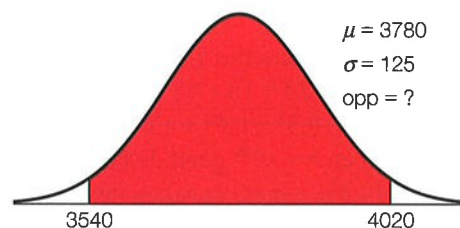
a 1 uur en 3 minuten = $63 \cdot 60 = 3780$ seconden

4 minuten = 240 seconden

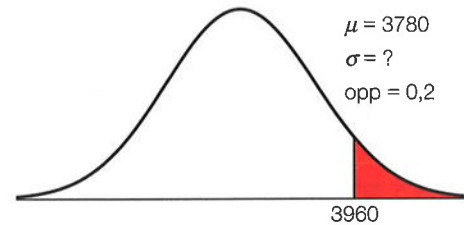
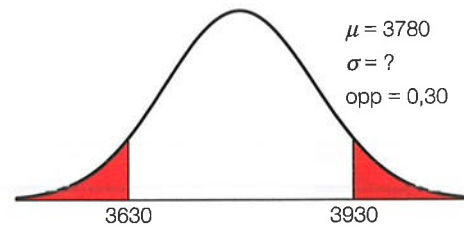
$X = \text{productietijd in minuten}$

X is normaal verdeeld met $\mu = 3780$ en $\sigma = 125$.

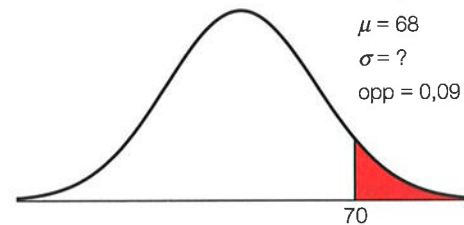
De GR geeft $P(3540 < X < 4020) \approx 0,945$.



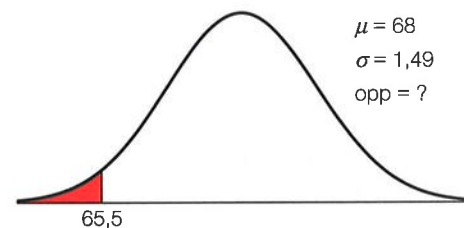
- b** 2,5 minuten = 150 seconden
 Normale verdeling met $\mu = 3780$, $\sigma = x$,
 $l = 3780 - 150 = 3630$ en $r = 3780 + 150 = 3930$.
 Los op $\text{opp} = 1 - 0,30 = 0,70$.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,70$.
 De optie snijpunt geeft $x = 144,7\dots$
 Dus $\sigma = 145$ seconden.
- c** 66 minuten = $66 \cdot 60 = 3960$ seconden
 Normale verdeling met
 $\mu = 3780$, $\sigma = x$, $l = 3960$ en $r = 10^{99}$.
 Los op $\text{opp} = 0,2$.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,2$.
 De optie snijpunt geeft $x = 213,8\dots$
 Dus $\sigma = 214$ seconden.



- 71** Normale verdeling met
 $\mu = 68$, $\sigma = x$, $l = 70$ en $r = 10^{99}$.
 Los op $\text{opp} = 0,09$.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,09$.
 De optie snijpunt geeft $x = 1,491\dots$
 Dus $\sigma = 1,49\%$.



Normale verdeling met $\mu = 68$ en $\sigma = 1,49$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 65,5$ geeft GR $\text{opp} = 0,046\dots$
 Dat zijn er $0,046\dots \cdot 500 \approx 23$.



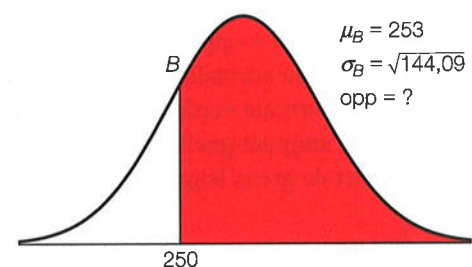
9.5 De wortel-n-wet

Bladzijde 86

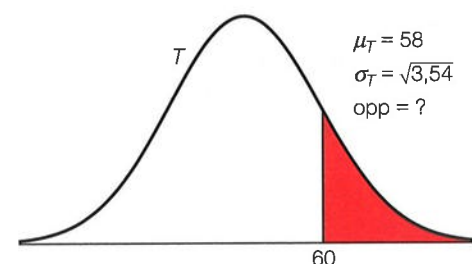
- 72 a** Paul denkt dat de man hoogstens 82 kg mag wegen en de vrouw hoogstens 68 kg.
 Dat is samen hoogstens 150 kg.
 $P(X \leq 82) \cdot P(Y \leq 68) = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$
- b** Bijvoorbeeld: als een man 85 kg weegt en een vrouw 65 kg weegt is het ook goed.
- c** Ja. Deze kans is 0,5, want 150 kg is het gemiddelde gewicht van de man en de vrouw samen.

Bladzijde 87

- 73** Het brutogewicht is $B = X + Y$.
 B is normaal verdeeld met $\mu_B = 5 + 248 = 253$ gram en
 $\sigma_B = \sqrt{0,3^2 + 12^2} = \sqrt{144,09}$ gram.
 Bij $l = 250$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR $\text{opp} \approx 0,599$.
 Dus in 59,9% van de gevallen is het brutogewicht meer dan 250 gram.



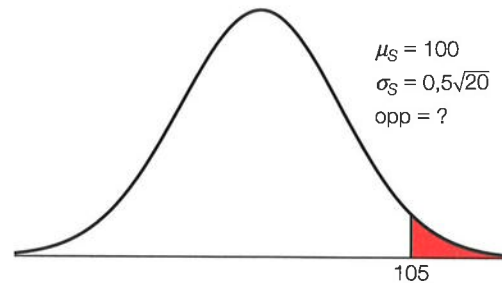
- 74** De totale productietijd T is normaal verdeeld met
 $\mu_T = 12 + 8 + 20 + 18 = 58$ seconden en
 $\sigma_T = \sqrt{0,5^2 + 0,3^2 + 0,8^2 + 1,6^2} = \sqrt{3,54}$ seconden.
 Bij $l = 60$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR $\text{opp} \approx 0,144$.
 Dus in 14,4% van de gevallen duurt het produceren van een artikel langer dan een minuut.



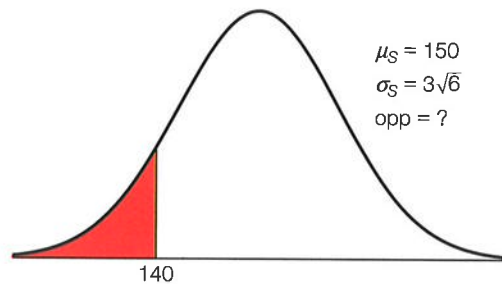
- 75** Er geldt wel dat $\mu_S = 8 \cdot \mu_X$, maar niet dat $\sigma_S = 8 \cdot \sigma_X$.
 Immers bij $S = X + X$ krijg je $\mu_S = \mu_X + \mu_X = 2 \cdot \mu_X$ en $\sigma_S = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_X^2} \neq 2 \cdot \sigma_X$.

Bladzijde 88

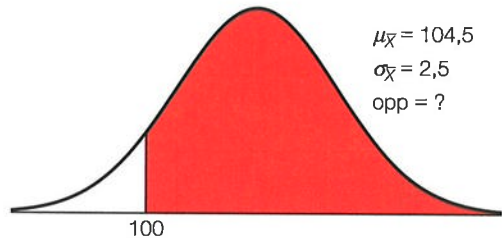
- 76 a** S is de dikte van een stapel van 20 tegels.
 S is normaal verdeeld met $\mu_S = 20 \cdot 5 = 100$ cm en
 $\sigma_S = \sqrt{20} \cdot 0,5 = 0,5\sqrt{20}$ cm.
 De GR geeft $P(S > 105) = 0,0126... \approx 0,013$
- b** X = aantal stapels dat niet in een krat past
 X is binomiaal verdeeld met $n = 12$ en $p = 0,0126...$
 $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$
 De GR geeft $P(X \geq 2) \approx 0,010$.



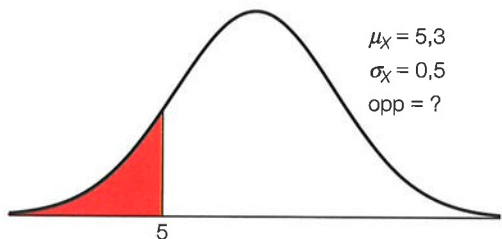
- 77** S is het gewicht van de koeken in een pak.
 S is normaal verdeeld met $\mu_S = 6 \cdot 25 = 150$ gram en
 $\sigma_S = \sqrt{6} \cdot 3 = 3\sqrt{6}$ gram.
 De GR geeft $P(S < 140) = 0,0867... \approx 0,087$.

**Bladzijde 90**

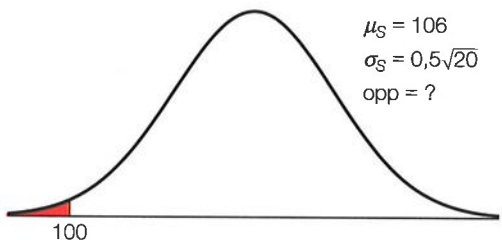
- 78** X is het gewicht van een kaasbroodje.
 $\bar{X}$ is normaal verdeeld met $\mu_{\bar{X}} = \mu_X = 104,5$ gram en
 $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{10}{\sqrt{16}} = 2,5$ gram.
 De GR geeft $P(\bar{X} \geq 100) \approx 0,964$.
 Dus 96,4%.



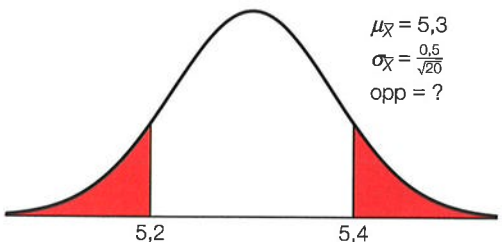
- 79 a** X is het gewicht van een zakje.
 X is normaal verdeeld met $\mu_X = 5,3$ gram en
 $\sigma_X = 0,5$ gram.
 De GR geeft $P(X < 5) \approx 0,274$.



- b** S is de totale hoeveelheid thee in een pakje van 20 stuks.
 S is normaal verdeeld met $\mu_S = 20 \cdot 5,3 = 106$ gram en
 $\sigma_S = \sqrt{20} \cdot 0,5 = 0,5\sqrt{20}$ gram.
 De GR geeft $P(S < 100) \approx 0,004$.



- c** X is het gewicht van een zakje.
 $\bar{X}$ is normaal verdeeld met $\mu_{\bar{X}} = 5,3$ gram en
 $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{0,5}{\sqrt{20}}$ gram.
 $P(\bar{X} < 5,2 \text{ of } \bar{X} > 5,4) = 2 \cdot P(\bar{X} < 5,2)$
 De GR geeft $P(\bar{X} < 5,2 \text{ of } \bar{X} > 5,4) \approx 0,371$.
 Dus van 37,1%.



Diagnostische toets

Bladzijde 94

1

a

SOM VAN DE GETALLEN

8	11	12	13	14	15	16
7	10	11	12	13	14	15
6	9	10	11	12	13	14
5	8	9	10	11	12	13
4	7	8	9	10	11	12
3	6	7	8	9	10	11
	3	4	5	6	7	8

1^o keer draaien

2^o keer draaien

$$P(X \leq 8) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

b $P(Y > 0) = 1 - P(Y = 0) = 1 - \frac{6}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

c

Z = 5

8						
7						
6						
5	X	X	X			
4			X			
3			X			
	3	4	5	6	7	8

1^o keer draaien

2^o keer draaien

$$P(Z = 5) = \frac{5}{36}$$

2 $P(A = 3) = P(RRR) + P(UUU) = 0,65^3 + 0,35^3 = 0,3175 \approx 0,318$

$$P(A = 4) = \binom{3}{2} \cdot P(RRUR) + \binom{3}{2} \cdot P(UURU) = \binom{3}{2} \cdot 0,65^3 \cdot 0,35 + \binom{3}{2} \cdot 0,35^3 \cdot 0,65 = 0,3719... \approx 0,372$$

$$P(A = 5) = 1 - P(A = 3) - P(A = 4) = 1 - 0,3175 - 0,3719... \approx 0,311$$

a	3	4	5
$P(A = a)$	0,318	0,372	0,311

- 3** $W = \text{uitbetaling} - 1$
- | | | | |
|----------|-----|--------|--|
| som = 18 | 666 | 1 keer | $P(W = 99) = P(\text{som} = 18) = \frac{1}{216}$ |
| som = 17 | 665 | 3 keer | $P(W = 14) = P(\text{som} = 17) = \frac{3}{216}$ |
| som = 16 | 664 | 3 keer | |
| | 655 | 3 keer | $P(W = 4) = \frac{6}{216}$ |

$$P(W = -1) = 1 - P(W = 99) - P(W = 14) - P(W = 4) = 1 - \frac{1}{216} - \frac{3}{216} - \frac{6}{216} = \frac{206}{216}$$

w	99	14	4	-1
$P(W = w)$	$\frac{1}{216}$	$\frac{3}{216}$	$\frac{6}{216}$	$\frac{206}{216}$

$$E(W) = 99 \cdot \frac{1}{216} + 14 \cdot \frac{3}{216} + 4 \cdot \frac{6}{216} + (-1) \cdot \frac{206}{216} \approx -0,19$$

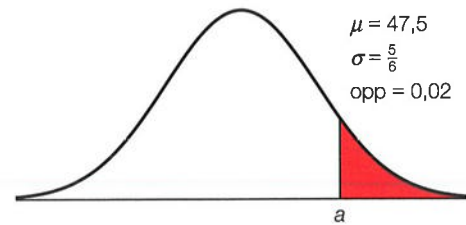
De verwachtingswaarde van de winst per spel is -19 cent.

- 4** **a** $X = \text{aantal leerlingen met wiskunde A of wiskunde C}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = 0,45 + 0,09 = 0,54$.
 De GR geeft $P(X \leq 10) \approx 0,894$.
- b** $Y = \text{aantal leerlingen dat geen wiskunde C heeft}$
 Y is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = 1 - 0,09 = 0,91$.
 $P(Y = 0) = 0,91^{15} \approx 0,243$
- 5** **a** $X = \text{aantal dat met het vliegtuig gaat}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 20$ en $p = 0,42$.
 $P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10)$
 De GR geeft $P(X > 10) \approx 0,170$.
- b** $P(10 \text{ met de auto en } 10 \text{ met het vliegtuig}) = \binom{20}{10} \cdot 0,51^{10} \cdot 0,42^{10} \approx 0,038$
- 6** **a** $n = 40$ en $E(X) = np = 22,4$ geeft $40p = 22,4$, dus $p = 0,56$.
 $\sigma_X = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{40 \cdot 0,56 \cdot 0,44} \approx 3,14$
- b** $E(Y) = 45$, dus $np = 45$ } $\sqrt{45(1-p)} = 6$
 $\sigma_Y = \sqrt{np(1-p)} = 6$ } $45(1-p) = 36$
 $1-p = 0,8$
 $p = 0,2$
 $p = 0,2$ en $np = 45$ geeft $0,2n = 45$, dus $n = 225$.
 Dus $n = 225$ en $p = 0,2$.

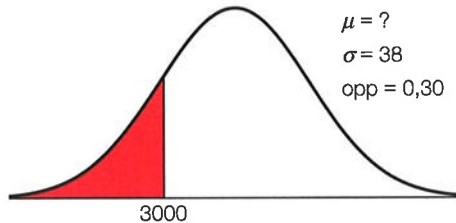
Bladzijde 95

- 7** **a** Normale verdeling met $\mu = 201$ en $\sigma = 44$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 256$ geeft de GR opp $\approx 0,894$.
 Dus 89,4%.
- b** Bij $l = 188$ en $r = 241$ geeft de GR opp $\approx 0,435$.
 Dus 43,5%.
- 8** **a** Normale verdeling met $\mu = 168$ en $\sigma = 12$.
 opp links van a is $\frac{1}{2}(1 - 0,75) = 0,125$
 De GR geeft $a \approx 154,2$.
- b** Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 18$, $l = 112$ en $r = 10^{99}$.
 Los op opp = 0,71.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,71$.
 De optie snijpunt geeft $x = 121,96\dots$, dus $\mu \approx 122$.
- c** Normale verdeling met $\mu = 18$, $\sigma = x$, $l = 14$ en $r = 22$.
 Los op opp = 0,74.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,74$.
 De optie snijpunt geeft $x = 3,551\dots$, dus $\sigma \approx 3,55$.

- 9 a** 47 minuten en 30 seconden = 47,5 minuten
 50 seconden = $\frac{5}{6}$ minuut
 Normale verdeling met $\mu = 47,5$ en $\sigma = \frac{5}{6}$.
 opp. links van a is $1 - 0,02 = 0,98$
 De GR geeft $a \approx 49,21$.
 0,21 minuut ≈ 13 seconden.
 Dus 49 minuten en 13 seconden.

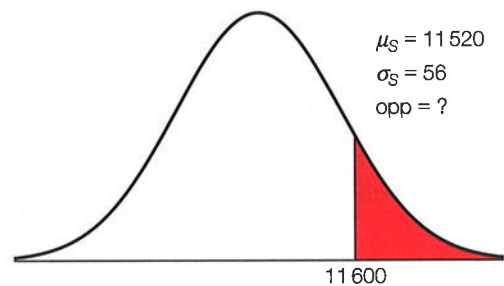


- b** Bij een snelheid van 20 km per uur hoort een tijd van
 $\frac{15}{20} = 0,75$ uur = 45 minuten.
 Snelheid meer dan 20 km per uur, dus tijd minder dan 45 minuten.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 45$ geeft de GR opp $\approx 0,001$.
 Dus in 0,1% van de gevallen.
- c** 50 minuten = 3000 seconden



Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 38$, $l = -10^{99}$ en $r = 3000$.
 Los op opp = 0,30.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,30$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 3020$.
 Dus Nadine loopt de 15 km in een gemiddelde tijd van 50 minuten en 20 seconden.

- 10 a** S is de inhoud van een doos.
 S is normaal verdeeld met $\mu_S = 16 \cdot 720 = 11\,520$ gram en
 $\sigma_S = \sqrt{16 \cdot 14} = 4 \cdot 14 = 56$ gram.
 De GR geeft $P(S > 11\,600) \approx 0,077$.



- b** X is de inhoud van een pot appelmoes.
 $\bar{X}$ is normaal verdeeld met $\mu_{\bar{X}} = 720$ gram en
 $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{14}{\sqrt{16}} = 3,5$ gram.
 De GR geeft $P(\bar{X} < 710) \approx 0,002$.
 Dus 0,2%.

