

14 Werken met formules

Voorkennis Intervallen en de delta-notatie

Bladzijde 83

- 1 a $0 < x < 6$
 b $3,5 < x < 6,4$
 c $x > 7$
 d $x < 12,5$

- 2 a $1 < x < 4,5$
 b $0,5 < x < 5$
 c $x < 2$
 d $x > 1,5$

Bladzijde 84

- 3 a Stijn lag halverwege voor.
 b Bram heeft de wedstrijd gewonnen.
 c In het tijdsinterval $0 < t < 60$ lag Stijn voor op Bram.

- 4 a $\Delta x = 7 - 2 = 5$
 De bijbehorende Δy is $10 - 4 = 6$.
 b $y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6}{5} = 1,2$

$$\left. \begin{array}{l} y = 1,2x + b \\ \text{door } P(2, 4) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1,2 \cdot 2 + b = 4 \\ 2,4 + b = 4 \\ b = 1,6 \end{array}$$

 Dus $l: y = 1,2x + 1,6$.

- 5 $N = at + b$ met $a = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{10 - 4}{12 - 2} = 0,6$

$$\left. \begin{array}{l} N = 0,6t + b \\ \text{door } A(2, 4) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,6 \cdot 2 + b = 4 \\ 1,2 + b = 4 \\ b = 2,8 \end{array}$$

 Dus $k: N = 0,6t + 2,8$.

14.1 Stijgen en dalen van grafieken

Bladzijde 85

- 1 Tot en met 2017 neemt de stijging toe.
 Vanaf 2018 neemt de stijging af.

Bladzijde 86

- 2 a toenemend stijgend op $\langle 2, 4 \rangle$ en op $\langle 8, 10 \rangle$
 afnemend stijgend op $\langle 4, 5 \rangle$ en op $\langle 10, 12 \rangle$
 b afnemend dalend op $\langle 0, 2 \rangle$ en op $\langle 7, 8 \rangle$
 toenemend dalend op $\langle 5, 7 \rangle$

Bladzijde 87

- 3 a constant stijgend op $\langle 0, 3 \rangle$
 afnemend stijgend op $\langle 3, 4 \rangle$
 toenemend dalend op $\langle 4, 5 \rangle$
 afnemend dalend op $\langle 5, 7 \rangle$
 toenemend stijgend op $\langle 7, 10 \rangle$
 b Bij het klimmen neemt de snelheid van de fietser af. Dus op het interval $\langle 4, 7 \rangle$.

- 4 Stijn vergeet rekening te houden met de lengten van de perioden.

Bladzijde 88

- 5 a De gemiddelde verandering op $[2, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6-5}{5-2} = \frac{1}{3}$.

De gemiddelde verandering op $[3, 6]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-8}{6-3} = -1$.

De gemiddelde verandering op $[-1, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6-2}{5-(-1)} = \frac{2}{3}$.

- b Bijvoorbeeld $[2, 6]$.

Bladzijde 89

- 6 a In de periode 1980-1987 neemt N met $5,59 - 4,85 = 0,74$ toe.
Hier is $\Delta t = 1987 - 1980 = 7$ en $\Delta N = 0,74$.

De gemiddelde toename is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{0,74}{7} \approx 0,106$ miljoen per jaar.

b

periode	Δt	ΔN	$\frac{\Delta N}{\Delta t}$
1920-1947	27	0,75	0,028
1947-1964	17	1,03	0,061
1964-1970	6	0,60	0,100
1970-1980	10	1,10	0,110
1980-1987	7	0,74	0,106
1987-1995	8	0,71	0,089
1995-2000	5	0,29	0,058
2000-2019	19	1,23	0,065

- c De gemiddelde toename is het grootst in de periode 1970-1980.
d De woningvoorraad nam steeds toe, maar de sterkste toename was in de periode tussen 1964 en 1987.

- 7 a Op $[0, 10]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{2250 - 250}{10 - 0} = \frac{2000}{10} = 200$.

De gemiddelde toename gedurende de eerste 10 dagen is 200 vliegjes per dag.

- b Op $[2, 8]$ loopt de grafiek steiler dan op $[10, 14]$.
c Het grootst op $[4, 8]$, het kleinst op $[0, 4]$.

Bladzijde 90

- 8 a Op $[9, 13]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1600 - 800}{13 - 9} = 200$.

- b Op $[12, 17]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1600 - 2000}{17 - 12} = -80$.

$\frac{\Delta N}{\Delta t} < 0$, dus er is sprake van een afname.

- c Op $[9, 17]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1600 - 800}{17 - 9} = \frac{800}{8} = 100$, dus $[9, 17]$.

- d Op $[15, 18]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1200 - 1800}{18 - 15} = \frac{-600}{3} = -200$, dus $[15, 18]$.

- 9 a Op elk interval is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 5$.

- b Bij een lijn zijn alle gemiddelde veranderingen gelijk.

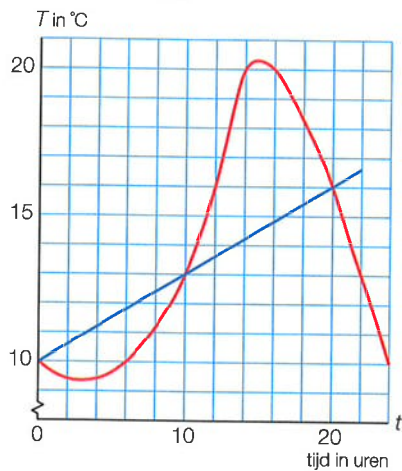
10 a Op $[6, 10]$ is $\Delta T = 13 - 10 = 3$, dus $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{3}{4} = 0,75^\circ\text{C}$ per uur.

Op $[9, 14]$ is $\Delta T = 20 - 12 = 8$, dus $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{8}{5} = 1,6^\circ\text{C}$ per uur.

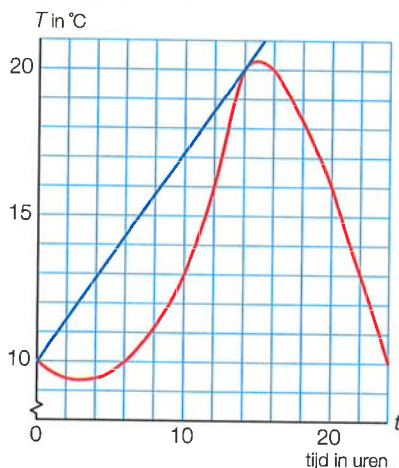
b Bijvoorbeeld op $[12, 22]$ is $\Delta T = 13 - 16 = -3$, dus $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{-3}{10} = -0,3$.

Dus op het interval $[12, 22]$ is de gemiddelde verandering $-0,3^\circ\text{C}$ per uur.

c Teken de lijn door $(0, 10)$ en $(10, 13)$. Deze lijn snijdt de grafiek ook in het punt $(20, 16)$.
Dus voor $t = 20$.



d De gemiddelde toename is maximaal als de lijn het steilst is. Teken dus een lijn die zo steil mogelijk is door $(0, 10)$ en een ander punt van de grafiek. Dat is de lijn door $(14, 20)$.
Dus voor $t = 14$.



11 a Teken de volgende punten. Begin met $(0, 2)$.

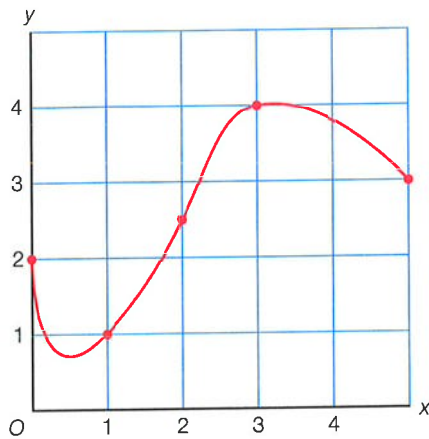
Op $[0, 2]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{4}$, dus door $(2, 2 + 2 \cdot \frac{1}{4}) = (2, 2\frac{1}{2})$.

Op $[0, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{5}$, dus door $(5, 2 + 5 \cdot \frac{1}{5}) = (5, 3)$.

Op $[1, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2}$, dus door $(1, 3 - 4 \cdot \frac{1}{2}) = (1, 1)$.

Op $[1, 3]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 1\frac{1}{2}$, dus door $(3, 1 + 2 \cdot 1\frac{1}{2}) = (3, 4)$.

Teken door deze punten een mogelijke grafiek.



De gemiddelde verandering op $[3, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - 4}{5 - 3} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$.

- b** Dat is mogelijk, want bij $x = 4$ is elke y -coördinaat mogelijk, dus ook $y = 5\frac{1}{2}$.

En op $[1, 4]$ geeft dit $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5\frac{1}{2} - 1}{4 - 1} = \frac{4\frac{1}{2}}{3} = 1\frac{1}{2}$.

Bladzijde 91

- 12** Van de vier lijnen komt de lijn AB_4 het dichtst bij de lijn die de grafiek in A raakt.

Bladzijde 93

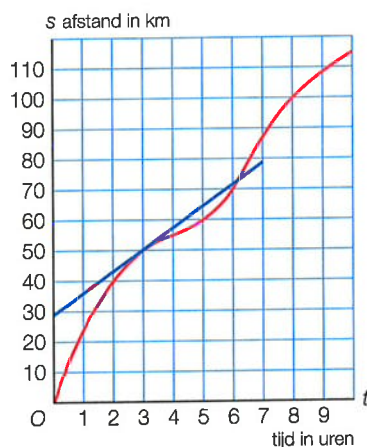
- 13 a** De raaklijn gaat door de punten $(5, 70)$ en $(10, 120)$.

De helling is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{120 - 70}{10 - 5} = 10$.

De snelheid op $t = 8$ is 10 km/uur.

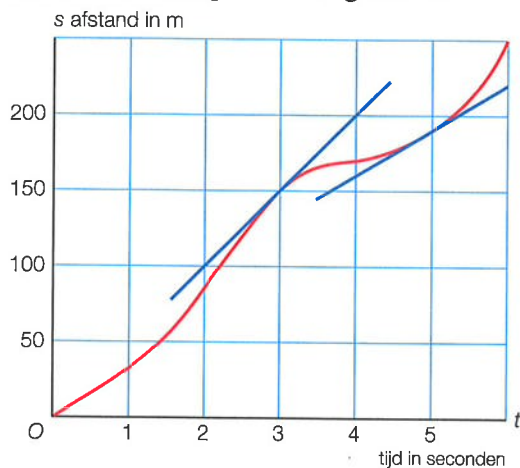
- b** Teken de raaklijn in het punt met $t = 3$. Deze gaat door de punten $(0, 29)$ en $(7, 79)$.

De helling is $\frac{79 - 29}{7 - 0} \approx 7,1$. De snelheid op $t = 3$ is 7,1 km/uur.

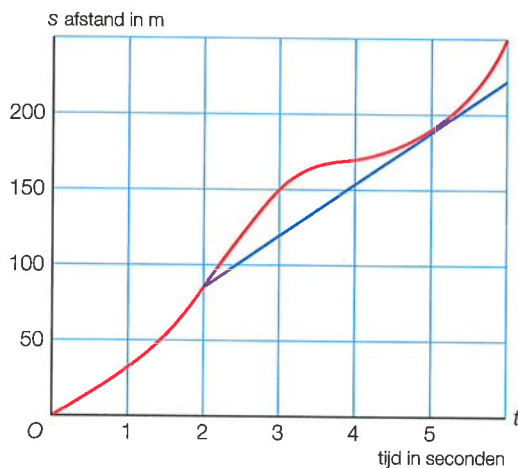


- c** Omdat de grafiek afnemend stijgend is op $[0, 4]$, neemt de snelheid af.
d De helling is het kleinst voor $t = 4$. Dus daar is de snelheid minimaal.

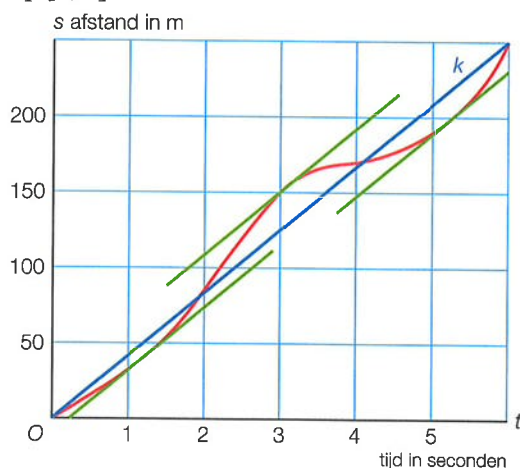
- 14 a** Teken de raaklijn in het punt $(3, 150)$. De helling van deze raaklijn is ongeveer 50. Dus de snelheid op $t = 3$ is ongeveer 50 m/s.
Teken de raaklijn in het punt $(5, 190)$. De helling van deze raaklijn is ongeveer 30. Dus de snelheid op $t = 5$ is ongeveer 30 m/s.



- b** De helling is het kleinst voor $t = 4$. Dus daar is de snelheid minimaal.
c De gemiddelde snelheid is minimaal als de lijn het minst steil is. Teken dus de minst steile lijn door $(2, 85)$ en een ander punt van de grafiek. Dat is de lijn door $(5, 180)$. Dus voor $t = 5$.

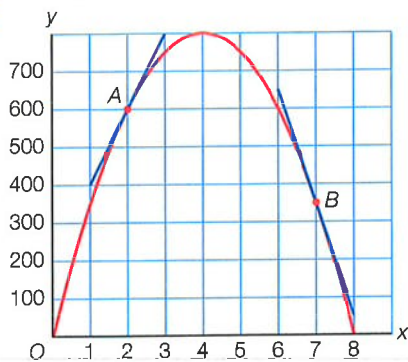


- d** Teken de lijn k door $(0, 0)$ en $(6, 250)$. De grafiek heeft drie raaklijnen die evenwijdig zijn met k . Dus er zijn drie tijdstippen waarop de snelheid gelijk is aan de gemiddelde snelheid op $[0, 6]$.



Bladzijde 94

15



- a Teken de raaklijn in het punt $A(2, 600)$.

De raaklijn gaat door het punt $(1, 400)$.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{600 - 400}{2 - 1} = 200$$

Dus de snelheid van verandering in het punt A is 200.

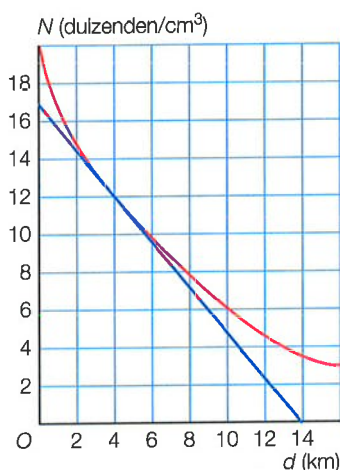
- b Teken de raaklijn in het punt $B(7, 350)$.

De raaklijn gaat door het punt $(8, 50)$.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{50 - 350}{8 - 7} = -300$$

Dus de helling in het punt B is -300 .

16



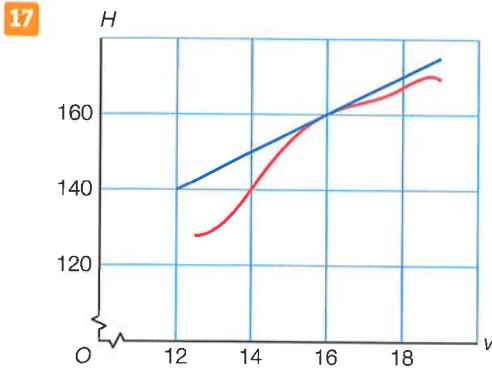
Teken de raaklijn in het punt $(4, 12)$.

Deze raaklijn gaat door het punt $(14, 0)$.

$$\frac{\Delta N}{\Delta d} = \frac{0 - 12}{14 - 4} = -1,2$$

Dus de helling van de grafiek bij $d = 4$ is $-1,2$.

De betekenis is dat het aantal ultrafijnstofdeeltjes op een afstand van 4 km met 1200 per cm^3 vermindert bij elke km die je verder weggaat van het vliegveld.



Teken de raaklijn in het punt (16, 160).

Deze raaklijn gaat door het punt (12, 140).

$$\frac{\Delta H}{\Delta v} = \frac{160 - 140}{16 - 12} = 5$$

Dus de helling van de grafiek bij $v = 16$ is 5.

De betekenis is dat de hartslag bij een snelheid van 16 km/uur met 5 slagen per minuut toeneemt bij elke km/uur die Hans harder loopt.

Bladzijde 95

- 18
- a De periode is 11 jaar.
 - b In 1988 en in 1992 zijn er 150 zonnevlekken. Dus 4 jaar achtereenvolgend.
 - c Laatste maximum in de figuur is in 2012.
Dus in $2012 + 2 \cdot 11 = 2034$.
 - d $2012 - 10 \cdot 11 = 1902$ en $2012 - 11 \cdot 11 = 1891$.
Dus in 1891.

Bladzijde 97

- 19
- a De periode is 20 uur.
 - b Na 140 uur is de helderheid 70% en na 6 dagen = 144 uur is de helderheid 94%.
 - c De overgang van maximale naar minimale helderheid duurt 16 uur en de overgang van minimale naar maximale helderheid duurt 4 uur.
 - d De helderheid is gedurende 7 uren achter elkaar groter dan 80%.
 - e Op 2 maart kan zij om 1:00 uur en om 21:00 uur maximale helderheid waarnemen.
Op 6 maart kan zij om 5:00 uur maximale helderheid waarnemen.

Bladzijde 98

- 20
- a De periode is 5 seconden.
 - b Deze persoon ademt $\frac{60}{5} = 12$ keer per minuut in.
 - c Na 48 seconden is het verschil in druk 1 mm kwikdruk.
Na 4 minuten en 26 seconden, dus na 266 seconden, is het verschil in druk -1 mm kwikdruk.
 - d Per etmaal wordt er $0,5 \cdot 12 \cdot 60 \cdot 24 = 8640$ liter lucht ingeademd.
 - e De periode is dan $\frac{5}{2} = 2,5$ seconde. Per kwartier wordt er dan $3 \cdot 24 \cdot 15 = 1080$ liter lucht ingeademd.

21

a $N = at + b$ met $a = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{200 - 140}{3 - 0} = 20$

$$\left. \begin{array}{l} N = 20t + b \\ \text{door } (0, 140) \end{array} \right\} b = 140$$

Dus $N = 20t + 140$.

- b In het eerste kwartaal van 2022 worden naar verwachting $175 + 3 \cdot 20 = 235$ elektrische fietsen verkocht.

- c In 2016 zijn er in totaal $115 + 190 + 165 + 130 = 600$ elektrische fietsen verkocht.
 Per jaar worden er $4 \cdot 20 = 80$ meer verkocht.
 Dus in 2023 worden naar schatting $600 + 7 \cdot 80 = 1160$ elektrische fietsen verkocht.

14.2 Formules herschrijven

Bladzijde 100

- 22 a $\frac{5}{x} \cdot \frac{6}{y} = \frac{5 \cdot 6}{xy} = \frac{30}{xy}$, dus uitkomst I is juist.
 b $\frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{5y}{xy} + \frac{6x}{xy} = \frac{6x + 5y}{xy}$, dus uitkomst IV is juist.

Bladzijde 101

- 23 a $y = \frac{x}{\left(\frac{200}{x^2}\right)} = x \cdot \frac{x^2}{200} = \frac{x^3}{200}$
 b $y = \frac{x}{\left(\frac{200}{x^2}\right)} = \frac{x \cdot x^2}{\frac{200}{x^2} \cdot x^2} = \frac{x^3}{200}$
 c Omdat $\frac{x^2}{x^2} = 1$ is $\frac{\text{teller}}{\text{noemer}} \cdot \frac{x^2}{x^2}$ hetzelfde als $\frac{\text{teller}}{\text{noemer}} \cdot 1$.

Bladzijde 102

- 24 a $A = \frac{3}{x} \cdot \frac{5}{y} = \frac{15}{xy}$
 b $y = 5 + \frac{3}{x-2} = \frac{5}{1} + \frac{3}{x-2} = \frac{5(x-2)}{x-2} + \frac{3}{x-2} = \frac{5(x-2)+3}{x-2} = \frac{5x-10+3}{x-2} = \frac{5x-7}{x-2}$
 c $N = \frac{500}{a} - 70 = \frac{500}{a} - \frac{70}{1} = \frac{500}{a} - \frac{70a}{a} = \frac{500-70a}{a}$
 d $D = \frac{350}{x} \left(1 - \frac{2}{x}\right) = \frac{350}{x} - \frac{350}{x} \cdot \frac{2}{x} = \frac{350}{x} - \frac{700}{x^2} = \frac{350x}{x^2} - \frac{700}{x^2} = \frac{350x-700}{x^2}$
 e $P = \frac{1}{t+1} - \frac{1}{t-1} = \frac{t-1}{(t+1)(t-1)} - \frac{t+1}{(t+1)(t-1)} = \frac{t-1-(t+1)}{(t+1)(t-1)} = \frac{t-1-t-1}{(t+1)(t-1)} = \frac{-2}{(t+1)(t-1)}$
 f $C = \frac{6000}{\left(\frac{2x}{x-4}\right)} = \frac{6000(x-4)}{\frac{2x}{x-4} \cdot (x-4)} = \frac{6000(x-4)}{2x} = \frac{3000(x-4)}{x} = \frac{3000x-12000}{x}$
- 25 a $N = \frac{100}{a} + \frac{200}{b} = \frac{100b}{ab} + \frac{200a}{ab} = \frac{200a+100b}{ab}$
 b $B = \frac{3}{2x} \cdot \frac{x^3}{5y} = \frac{3x^3}{10xy} = \frac{3x^2}{10y}$
 c $y = \frac{0,5}{x+3} - 0,2x = \frac{0,5}{x+3} - \frac{0,2x}{1} = \frac{0,5}{x+3} - \frac{0,2x(x+3)}{x+3} = \frac{0,5-0,2x(x+3)}{x+3} = \frac{0,5-0,2x^2-0,6x}{x+3}$
 d $P = \frac{380}{t^2} - \frac{40}{t} = \frac{380}{t^2} - \frac{40t}{t^2} = \frac{380-40t}{t^2}$
 e $E = \frac{150}{x} : \frac{x-4}{x} = \frac{150}{x} \cdot \frac{x}{x-4} = \frac{150x}{x(x-4)} = \frac{150x}{x-4}$
 f $F = 8x \left(3 + \frac{5}{x^2}\right) = 24x + \frac{40x}{x^2} = \frac{24x}{1} + \frac{40}{x} = \frac{24x^2}{x} + \frac{40}{x} = \frac{24x^2+40}{x}$

$$26 \quad a \quad \frac{15 + \frac{3}{x}}{x} = \frac{\left(15 + \frac{3}{x}\right) \cdot x}{x^2} = \frac{15x + \frac{3}{x} \cdot x}{x^2} = \frac{15x + 3}{x^2}$$

$$b \quad \frac{20a}{b + \frac{a^2}{2b}} = \frac{20a \cdot 2b}{\left(b + \frac{a^2}{2b}\right) \cdot 2b} = \frac{40ab}{2b^2 + \frac{a^2}{2b} \cdot 2b} = \frac{40ab}{2b^2 + a^2}$$

$$c \quad \frac{\left(\frac{50}{x}\right)}{10} = \frac{\left(\frac{50}{x}\right) \cdot x}{10 \cdot x} = \frac{50}{10x} = \frac{5}{x}$$

$$d \quad \frac{50}{\left(\frac{10}{t}\right)} = 50 \cdot \frac{t}{10} = \frac{50t}{10} = 5t$$

$$e \quad p + 25 \cdot \frac{\left(\frac{100}{p}\right)}{5} = p + 25 \cdot \frac{\left(\frac{100}{p}\right) \cdot p}{5 \cdot p} = p + 25 \cdot \frac{100}{5p} = p + \frac{2500}{5p} = p + \frac{500}{p}$$

$$f \quad \frac{3 + \frac{2}{x}}{7 - \frac{1}{x}} = \frac{\left(3 + \frac{2}{x}\right) \cdot x}{\left(7 - \frac{1}{x}\right) \cdot x} = \frac{3x + \frac{2}{x} \cdot x}{7x - \frac{1}{x} \cdot x} = \frac{3x + 2}{7x - 1}$$

$$27 \quad a \quad A = \frac{5x^2 + 4x + 3}{x} = \frac{5x^2}{x} + \frac{4x}{x} + \frac{3}{x} = 5x + 4 + \frac{3}{x}$$

$$b \quad T = \frac{3x^2 + 6x + 180}{4x} = \frac{3x^2}{4x} + \frac{6x}{4x} + \frac{180}{4x} = \frac{3}{4}x + 1\frac{1}{2} + \frac{45}{x}$$

$$c \quad y = \frac{5a^2 + 10a}{2a^2} = \frac{5a^2}{2a^2} + \frac{10a}{2a^2} = 2\frac{1}{2} + \frac{5}{a}$$

$$28 \quad a \quad A = 18 \cdot \frac{\left(\frac{500}{x}\right)}{10} + 25x = 18 \cdot \frac{\left(\frac{500}{x}\right) \cdot x}{10 \cdot x} + 25x = 18 \cdot \frac{500}{10x} + 25x = \frac{9000}{10x} + 25x = \frac{900}{x} + 25x,$$

dus $A = \frac{900}{x} + 25x$.

$$b \quad T = \frac{50a}{\frac{a^2}{5b} + 2b} = \frac{50a \cdot 5b}{\left(\frac{a^2}{5b} + 2b\right) \cdot 5b} = \frac{250ab}{\frac{a^2}{5b} \cdot 5b + 10b^2} = \frac{250ab}{a^2 + 10b^2}, \text{ dus } T = \frac{250ab}{a^2 + 10b^2}.$$

$$c \quad N = \frac{2t^2 - 5t + 50}{2t} = \frac{2t^2}{2t} - \frac{5t}{2t} + \frac{50}{2t} = t - 2\frac{1}{2} + \frac{25}{t}$$

$$29 \quad a \quad A = 5 - \frac{2}{p} - \frac{1}{p^2} = \frac{5p^2}{p^2} - \frac{2p}{p^2} - \frac{1}{p^2} = \frac{5p^2 - 2p - 1}{p^2}$$

$$b \quad B = \frac{6}{x} \cdot \frac{5}{x+y} \cdot \frac{4}{x+y} = \frac{30}{x(x+y)} \cdot \frac{x+y}{4} = \frac{30(x+y)}{4x(x+y)} = \frac{15}{2x}$$

$$c \quad C = \frac{12x^7 + 6x^5 + 18x^3}{36x^5} = \frac{12x^7}{36x^5} + \frac{6x^5}{36x^5} + \frac{18x^3}{36x^5} = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{6} + \frac{1}{2x^2}$$

Bladzijde 103

$$30 \quad a \quad y = 4x - 15$$

$$4x = y + 15$$

$$x = \frac{1}{4}y + 3\frac{3}{4}$$

$$b \quad Q = 5\sqrt{2p-3}$$

$$\sqrt{2p-3} = \frac{1}{5}Q$$

$$2p-3 = \left(\frac{1}{5}Q\right)^2$$

$$2p-3 = \frac{1}{25}Q^2$$

$$2p = \frac{1}{25}Q^2 + 3$$

$$p = \frac{1}{50}Q^2 + 1\frac{1}{2}$$

$$c \quad y = 50x^{1,25}$$

$$x^{1,25} = \frac{1}{50}y$$

$$x = \left(\frac{1}{50}y\right)^{\frac{1}{1,25}}$$

$$x = \left(\frac{1}{50}\right)^{\frac{1}{1,25}} \cdot y^{\frac{1}{1,25}}$$

$$x \approx 0,044y^{0,8}$$

Dus $x = 0,044y^{0,8}$.

Bladzijde 104

31 a $y = 4(x-1) + 6$

$$y = 4x - 4 + 6$$

$$y = 4x + 2$$

$$4x = y - 2$$

$$x = \frac{1}{4}y - \frac{1}{2}$$

b $5x - 3y = 20$

$$5x = 3y + 20$$

$$x = \frac{3}{5}y + 4$$

c $y = \frac{1}{2}\sqrt{6x+15}$

$$\sqrt{6x+15} = 2y$$

$$6x+15 = 4y^2$$

$$6x = 4y^2 - 15$$

$$x = \frac{2}{3}y^2 - 2\frac{1}{2}$$

d $y = 125(4x-1)^3$

$$(4x-1)^3 = \frac{1}{125}y$$

$$4x-1 = \left(\frac{1}{125}y\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$4x-1 = \left(\frac{1}{125}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{3}}$$

$$4x = \frac{1}{5}y^{\frac{1}{3}} + 1$$

$$x = \frac{1}{20}y^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{4}$$

e $y = 0,2x^{1,6}$

$$x^{1,6} = 5y$$

$$x = (5y)^{\frac{1}{1,6}}$$

$$x = 5^{\frac{1}{1,6}} \cdot y^{\frac{1}{1,6}}$$

$$x \approx 2,73y^{0,625}$$

$$\text{Dus } x = 2,73y^{0,625}.$$

f $y = 5x^{-1,25}$

$$x^{-1,25} = \frac{1}{5}y$$

$$x = \left(\frac{1}{5}y\right)^{-\frac{1}{1,25}}$$

$$x = \left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{1}{1,25}} \cdot y^{-\frac{1}{1,25}}$$

$$x \approx 3,62y^{-0,8}$$

$$\text{Dus } x = 3,62y^{-0,8}.$$

32 $A = 5 - \frac{12}{B+1}$

$$\frac{12}{B+1} = 5 - A$$

$$B+1 = \frac{12}{5-A}$$

$$B = \frac{12}{5-A} - 1$$

Bladzijde 105

33 $t = \frac{5}{2N-20} - 1\frac{1}{2}$

$$t = \frac{5}{2N-20} - \frac{1\frac{1}{2}(2N-20)}{2N-20}$$

$$t = \frac{5-3N+30}{2N-20}$$

$$t = \frac{-3N+35}{2N-20}$$

34 a $N = 6 - \frac{2}{t+1}$

$$\frac{2}{t+1} = 6 - N$$

$$t+1 = \frac{2}{6-N}$$

$$t = \frac{2}{6-N} - 1$$

$$t = \frac{2}{6-N} - \frac{6-N}{6-N}$$

$$t = \frac{2-6+N}{6-N}$$

$$t = \frac{N-4}{6-N}$$

Dus $a = -4$, $b = -1$ en $c = 6$.

b $\frac{4A}{A+B} = 3 - A$

$$A+B = \frac{4A}{3-A}$$

$$B = \frac{4A}{3-A} - A$$

$$B = \frac{4A}{3-A} - \frac{A(3-A)}{3-A}$$

$$B = \frac{4A}{3-A} - \frac{3A-A^2}{3-A}$$

$$B = \frac{A^2+A}{3-A}$$

c $\frac{3}{v-2} = \frac{5}{b-6}$

$$5 \cdot (v-2) = 3 \cdot (b-6)$$

$$5v - 10 = 3b - 18$$

$$5v = 3b - 8$$

$$v = \frac{3}{5}b - 1\frac{3}{5}$$

Bladzijde 106

- 35 a** $q = 2p - 3$
 $2p = q + 3$
 $p = \frac{1}{2}q + 1\frac{1}{2}$
- b** $\left. \begin{array}{l} N = 3p + 4q - 5 \\ p = \frac{1}{2}q + 1\frac{1}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} N = 3(\frac{1}{2}q + 1\frac{1}{2}) + 4q - 5 \\ N = 1\frac{1}{2}q + 4\frac{1}{2} + 4q - 5 \\ N = 5\frac{1}{2}q - \frac{1}{2} \end{array}$
- 36** $A = 23t + 1010$, dus los op $23t + 1010 = 2321$.
 $23t = 1311$
 $t = 57$
 $t = 57$ geeft $s = 2\frac{1}{2} \cdot 57 + 20 = 162\frac{1}{2}$
Dus $t = 57$ en $s = 162\frac{1}{2}$.
- 37 a** $r + 8s = 100$
 $r = -8s + 100$
 $T = 3r + 6s + 80$ $\left. \begin{array}{l} T = 3(-8s + 100) + 6s + 80 \\ T = -24s + 300 + 6s + 80 \\ T = -18s + 380 \end{array} \right\}$
- b** $5a - 8b = 160$
 $-8b = -5a + 160$
- $\left. \begin{array}{l} b = \frac{5}{8}a - 20 \\ C = 2a - 3b + 64 \end{array} \right\} \begin{array}{l} C = 2a - 3(\frac{5}{8}a - 20) + 64 \\ C = 2a - 1\frac{7}{8}a + 60 + 64 \\ C = \frac{1}{8}a + 124 \end{array}$

Bladzijde 107

- 38 a** $3m + 5n = 12$
 $5n = -3m + 12$
 $n = -\frac{3}{5}m + 2\frac{2}{5}$ $\left. \begin{array}{l} Q = 5m - (-\frac{3}{5}m + 2\frac{2}{5}) + 125 \\ Q = 5m - n + 125 \end{array} \right\} \begin{array}{l} Q = 5\frac{3}{5}m + 122\frac{3}{5} \end{array}$
- b** $5\frac{3}{5}m + 122\frac{3}{5} = 201$
 $5\frac{3}{5}m = 78\frac{2}{5}$
 $m = 14$
 $m = 14$ geeft $n = 2\frac{2}{5} - \frac{3}{5} \cdot 14 = -6$
Dus $m = 14$ en $n = -6$.
- 39 a** $t = -\frac{1}{3}p + 3\frac{2}{3}$
 $\frac{1}{3}p = -t + 3\frac{2}{3}$
 $p = -3t + 11$ $\left. \begin{array}{l} A = 2t + 5p + 9 \\ A = 2t + 5(-3t + 11) + 9 \\ A = 2t - 15t + 55 + 9 \\ A = -13t + 64 \end{array} \right\}$
Dus $a = -13$ en $b = 64$.
- b** $3x - 2y = 6$
 $-2y = -3x + 6$
 $y = 1,5x - 3$ $\left. \begin{array}{l} B = 5x(1,5x - 3) + 20 \\ B = 5xy + 20 \end{array} \right\} \begin{array}{l} B = 7,5x^2 - 15x + 20 \end{array}$
Dus $a = 7,5$, $b = -15$ en $c = 20$.

40 a $N = \frac{5x}{8} (16(2x-1) - 4\frac{4}{5}(6x-1))$

$$N = \frac{5x}{8} (32x - 16 - 28\frac{4}{5}x + 4\frac{4}{5})$$

$$N = \frac{5x}{8} (3\frac{1}{5}x - 11\frac{1}{5})$$

$$N = \frac{5x(3\frac{1}{5}x - 11\frac{1}{5})}{8}$$

$$N = \frac{16x^2 - 56x}{8}$$

$$N = 2x^2 - 7x$$

Dus $a = 2$ en $b = -7$.

b $xy = 2$ geeft $y = \frac{2}{x}$

$$P = \frac{18x^2 - 6}{3x} + \frac{\left(\frac{2}{x}\right)^2 + 2}{2 \cdot \frac{2}{x}}$$

$$P = \frac{18x^2 - 6}{3x} + \frac{\frac{4}{x^2} + 2}{\frac{4}{x}}$$

$$P = \frac{6x^2 - 2}{x} + \frac{4 + 2x^2}{4x}$$

$$P = 6x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{2}x$$

$$P = 6,5x - \frac{1}{x}$$

Dus $a = 6,5$ en $b = -1$.

41 a $x = 20$ geeft $K = \frac{1200}{20} + 2,5\sqrt{20} + 30 = 101,180\dots$

$$x = 40$$
 geeft $K = \frac{1200}{40} + 2,5\sqrt{40} + 30 = 75,811\dots$

De relatieve verandering is $\frac{75,811\dots - 101,180\dots}{101,180\dots} \times 100\% \approx -25,1\%$.

Dus afname met 25,1%.

b Voer in $y_1 = \frac{1200}{x} + 2,5\sqrt{x} + 30$.

De optie minimum geeft $x \approx 97$ en $y \approx 67$.

Dus bij 97 km² per deelgebied zijn de kosten minimaal.

c $n = \frac{6000}{x}$

$$x = \frac{6000}{n}$$

$$K = \frac{1200}{x} + 2,5\sqrt{x} + 30 \left\{ \begin{aligned} K &= \frac{1200}{\left(\frac{6000}{n}\right)} + 2,5\sqrt{\frac{6000}{n}} + 30 \\ K &= 1200 \cdot \frac{n}{6000} + 2,5 \cdot \frac{\sqrt{6000}}{\sqrt{n}} + 30 \\ K &= 0,2n + \frac{193,649\dots}{\sqrt{n}} + 30 \\ K &\approx 0,2n + \frac{194}{\sqrt{n}} + 30 \end{aligned} \right.$$

Dus $a = 0,2$ en $b = 194$.

14.3 Formules met exponenten en logaritmen

Bladzijde 109

- 42 a $x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$, dus III is juist.
 b $\frac{x^2}{x^3} = x^{2-3} = x^{-1}$, dus IV is juist.
 c $\frac{3}{x} = \frac{3}{x^1} = 3x^{-1}$, dus II is juist.

Bladzijde 110

- 43 a $\sqrt{x} = \sqrt[2]{x} = x^{\frac{1}{2}}$
 Je gebruikt dus de rekenregel $a^{\frac{1}{q}} = \sqrt[q]{a}$.
 b $\frac{1}{x} = \frac{1}{x^1} = x^{-1}$
 Je gebruikt dus de rekenregel $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$.
 44 a $a^5 \cdot \left(\frac{1}{a^3}\right)^2 = a^5 \cdot (a^{-3})^2 = a^5 \cdot a^{-6} = a^{-1}$
 b $\frac{a}{a^{10}} \cdot (a^4)^n = a^{-9} \cdot a^{4n} = a^{4n-9}$
 c $\frac{\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{a^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{2}{3}}} = a^{\frac{3}{4}-\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{12}}$
 45 a $\frac{2}{3}a^{-\frac{1}{4}} \cdot b^{2\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{a^{\frac{1}{4}}} \cdot b^2 \cdot b^{\frac{1}{2}} = \frac{2b^2 \cdot \sqrt{b}}{3 \cdot \sqrt[4]{a}}$
 b $(6a^2)^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{(6a^2)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{6a^2}}$
 c $\left(\frac{1}{a^2}\right)^{-\frac{1}{4}} \cdot (b^{-1\frac{1}{2}})^3 = (a^{-2})^{-\frac{1}{4}} \cdot b^{-4\frac{1}{2}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{b^{4\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{a}}{b^4 \cdot \sqrt{b}}$

- 46 a $16\sqrt{2} = 2^4 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{4\frac{1}{2}}$
 b $\frac{1}{27} \cdot \sqrt[3]{3} = \frac{1}{3^3} \cdot 3^{\frac{1}{3}} = 3^{-3} \cdot 3^{\frac{1}{3}} = 3^{-2\frac{2}{3}}$
 c $\frac{1}{2} \cdot \sqrt[4]{2} = 2^{-1} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = 2^{-\frac{3}{4}}$
 d $9 \cdot \sqrt[4]{9} = 3^2 \cdot (3^{-2})^{\frac{1}{4}} = 3^2 \cdot 3^{-\frac{1}{2}} = 3^{1\frac{1}{2}}$
 e $32 \cdot 2^x = 2^5 \cdot 2^x = 2^{x+5}$
 f $\frac{3^x}{81} = \frac{3^x}{3^4} = 3^{x-4}$

- 47 a $y = 20 \cdot \left(\frac{1}{2}x^2\right)^3 = 20 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot (x^2)^3 = 20 \cdot \frac{1}{8} \cdot x^6 = 2\frac{1}{2}x^6$
 Dus $y = 2\frac{1}{2}x^6$.
 b $y = 153 \cdot 3^{3x-2} = 153 \cdot (3^3)^x \cdot 3^{-2} = 153 \cdot 27^x \cdot \frac{1}{9} = 17 \cdot 27^x$
 Dus $y = 17 \cdot 27^x$.
 c $y = \frac{10}{x^3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \sqrt[3]{x^2} = 10x^{-3} \cdot \frac{2}{5} \cdot x^{\frac{2}{3}} = 4x^{-2\frac{1}{3}}$
 Dus $y = 4x^{-2\frac{1}{3}}$.
 d $y = 0,001 \cdot 4^{\frac{1}{2}x+6} = 0,001 \cdot (4^{\frac{1}{2}})^x \cdot 4^6 = 0,001 \cdot 2^x \cdot 4096 = 4,096 \cdot 2^x$
 Dus $y = 4,096 \cdot 2^x$.

- 48 a $2^5 = 32$, dus $x = 5$.
 b ${}^2\log(32) = 5$, want $2^5 = 32$.
 c $g = 10$
 d De GR geeft $\log(100) = 2$.
 Omdat $\log(100) = \log(10^2)$ kun je ook zonder GR zeggen dat $\log(100) = 2$.
 e ${}^2\log(5) = \frac{\log(5)}{\log(2)}$, dus $g = 2$ en $a = 5$.

Bladzijde 112

- 49** a De afspraak ${}^s\log(x) = a$ betekent $x = g^a$.
 b De rekenregel $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$.
 c De rekenregel $(a^p)^q = a^{pq}$.
- 50** a $N = 20 \cdot 1,3^{t-2}$
 $N = 20 \cdot 1,3^{-2} \cdot 1,3^t$
 $N \approx 12 \cdot 1,3^t$
 Dus $N = 12 \cdot 1,3^t$.
 b $P = 1500 \cdot 0,85^{3t+1}$
 $P = 1500 \cdot 0,85^1 \cdot 0,85^{3t}$
 $P = 1500 \cdot 0,85^1 \cdot (0,85^3)^t$
 $P \approx 1275 \cdot 0,614^t$
 Dus $P = 1275 \cdot 0,614^t$.
 c $\log(N) = 0,243t + 2,3$
 $N = 10^{0,243t+2,3}$
 $N = 10^{2,3} \cdot 10^{0,243t}$
 $N = 10^{2,3} \cdot (10^{0,243})^t$
 $N \approx 200 \cdot 1,75^t$
 Dus $N = 200 \cdot 1,75^t$.
- d $\log(T) = 3,93 - 0,086t$
 $T = 10^{3,93-0,086t}$
 $T = 10^{3,93} \cdot 10^{-0,086t}$
 $T = 10^{3,93} \cdot (10^{-0,086})^t$
 $T \approx 8511 \cdot 0,82^t$
 Dus $T = 8511 \cdot 0,82^t$.
- e $t = 5,7 \cdot \log(Q) = 12,4$
 $5,7 \cdot \log(Q) = t + 12,4$
 $\log(Q) = \frac{1}{5,7}t + \frac{12,4}{5,7}$
 $\log(Q) = 0,175...t + 2,175...$
 $Q = 10^{0,175...t+2,175...}$
 $Q = 10^{2,175...} \cdot 10^{0,175...t}$
 $Q = 10^{2,175...} \cdot (10^{0,175...})^t$
 $Q \approx 150 \cdot 1,50^t$
 Dus $Q = 150 \cdot 1,50^t$.

Bladzijde 113

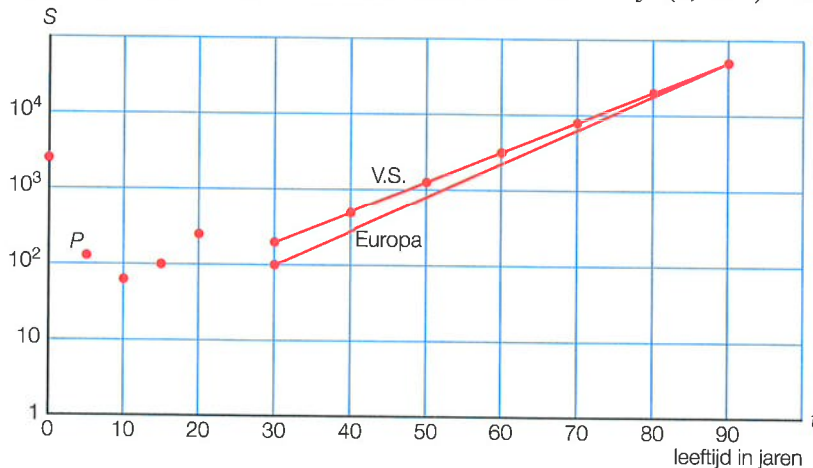
- 51** a $N = 50 \cdot 2^{4t-1}$
 $N = 50 \cdot 2^{-1} \cdot 2^{4t}$
 $N = 50 \cdot 2^{-1} \cdot (2^4)^t$
 $N = 25 \cdot 16^t$
 b $N = 50 \cdot 2^{4t-1}$
 $50 \cdot 2^{4t-1} = N$
 $2^{4t-1} = \frac{1}{50}N$
 $4t - 1 = {}^{2\log}\left(\frac{1}{50}N\right)$
 $4t = 1 + {}^{2\log}\left(\frac{1}{50}N\right)$
 $t = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot {}^{2\log}\left(\frac{1}{50}N\right)$
- c $\log(N) = 0,54t + 3,12$
 $N = 10^{0,54t+3,12}$
 $N = 10^{3,12} \cdot 10^{0,54t}$
 $N = 10^{3,12} \cdot (10^{0,54})^t$
 $N \approx 1318 \cdot 3,47^t$
 Dus $N = 1318 \cdot 3,47^t$.
- d $K = 40 \cdot 10^{2t-0,8}$
 $40 \cdot 10^{2t-0,8} = K$
 $10^{2t-0,8} = 0,025K$
 $2t - 0,8 = \log(0,025K)$
 $2t = \log(0,025K) + 0,8$
 $t = 0,5 \cdot \log(0,025K) + 0,4$

- 52** a $\log(x) = 3 \cdot \log(y)$
 $x = 10^{3 \cdot \log(y)} = (10^{\log(y)})^3 = y^3$
 Dus $y = x^3$.
 b $\log(P) = 2 + 3 \cdot \log(Q)$
 $P = 10^{2+3 \cdot \log(Q)}$
 $P = 10^2 \cdot 10^{3 \cdot \log(Q)}$
 $P = 100 \cdot (10^{\log(Q)})^3$
 $P = 100 \cdot Q^3$
 Dus $a = 100$ en $b = 3$.

- 53** a Bij 2021 hoort $t = 5$.
 $t = 5$ geeft $\log(N) = 0,0107 \cdot 5 + 1,518 = 1,5715$
 $\log(N) = 1,5715$ geeft $N = 10^{1,5715} \approx 37$
 Dus 37 miljoen.
 b Los op $0,0107t + 1,518 = \log(70)$
 $0,0107t = 0,327...$
 $t \approx 30,6$
 Dus in $2016 + 31 = 2047$.
 c $\log(N) = 0,0107t + 1,518$
 $N = 10^{0,0107t+1,518}$
 $N = 10^{1,518} \cdot 10^{0,0107t}$
 $N = 10^{1,518} \cdot (10^{0,0107})^t$
 $N \approx 33 \cdot 1,025^t$
 Dus $N = 33 \cdot 1,025^t$.

Bladzijde 114

- 54 a** Bij $l = 20$ hoort $s = 10^{2+0,4} = 10^{2,4} \approx 251$, dus 251 sterfgevallen per 100 000 inwoners.
b Bij $l = 0$ hoort $s = 10^{3+0,4} = 10^{3,4} \approx 2512$.
 $\frac{2512}{100\,000} \times 100\% \approx 2,5\%$ van de pasgeboren baby's sterft binnen een jaar.
c $\log(126) \approx 2,1$, dus $10^{2,1} \approx 126$. De coördinaten van P zijn $(5, 10^{2,1})$. Zie de figuur.



- d** $s = 12\,600$ geeft $0,04l + 1,1 = \log(12\,600)$
 $0,04l = 3,00\dots$
 $l \approx 75$

Dus bij een leeftijd van ongeveer 75 jaar zijn er 12 600 sterfgevallen per 100 000 inwoners.

- e** $\log(s) = 0,04l + 1,1$
 $s = 10^{0,04l+1,1}$
 $s = 10^{1,1} \cdot 10^{0,04l}$
 $s = 10^{1,1} \cdot (10^{0,04})^l$
 $s \approx 12,6 \cdot 1,096^l$
Dus $s = 12,6 \cdot 1,096^l$.

- f** Neem $t = 30$ en $t = 90$ en bereken s en $\log(s)$.

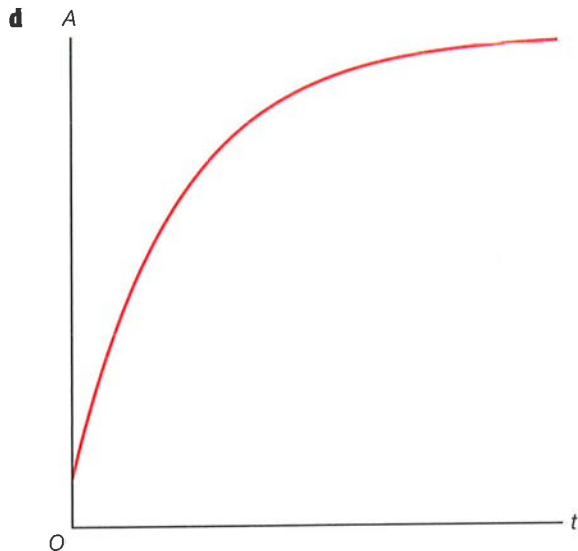
l	30	90
s	107	53098
$\log(s)$	2,03	4,73

Gebruik de waarden van l en $\log(s)$ om de lijn te tekenen. Zie de figuur bij vraag c.

- g** Er geldt dan $12,6 \cdot 1,096^l = 4,8 \cdot 1,109^l$.
Voer in $y_1 = 12,6 \cdot 1,096^x$ en $y_2 = 4,8 \cdot 1,109^x$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 81,8$.
Dus bij een leeftijd van ongeveer 82 jaar.

14.4 Redeneren met formules**Bladzijde 116**

- 55 a** Als t heel groot wordt, dan nadert $90 \cdot 0,8^t$ tot 0, dus dan wordt
 $A = 100 - 90 \cdot 0,8^t \approx 100 - 0 = 100$.
b Als t toeneemt, dan neemt $0,8^t$ af, dus dan neemt $90 \cdot 0,8^t$ af, dus dan neemt
 $100 - 90 \cdot 0,8^t$ toe.
c Als t toeneemt, dan neemt $A = 100 - 90 \cdot 0,8^t$ toe, dus de grafiek van A is stijgend.



De grafiek is inderdaad stijgend.

Bladzijde 118

- 56 a** Als t toeneemt, dan neemt $0,5^t$ af, dus ook $32 \cdot 0,5^t$ neemt af, dus ook $1 + 32 \cdot 0,5^t$ neemt af, dus $\frac{260}{1 + 32 \cdot 0,5^t}$ neemt toe.
Dus de zonnebloem wordt voortdurend hoger.
- b** $t = 3$ geeft $h = \frac{260}{1 + 32 \cdot 0,5^3} = 52$
Dus 52 cm hoog.
- c** Als t heel groot wordt, dan nadert $0,5^t$ tot 0. Dan wordt $32 \cdot 0,5^t \approx 0$ en $1 + 32 \cdot 0,5^t \approx 1$.
Dus dan wordt $\frac{260}{1 + 32 \cdot 0,5^t} \approx \frac{260}{1} = 260$, dus de grenswaarde is 260 cm.
- d** Los op $\frac{260}{1 + 32 \cdot 0,5^t} = 250$.
Voer in $y_1 = \frac{260}{1 + 32 \cdot 0,5^x}$ en $y_2 = 250$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 9,64$.
Dus vanaf $t = 9,7$.

- 57 a** Als t toeneemt, dan neemt $0,7^t$ af, dus $1 - 0,7^t$ neemt toe, dus ook $1200(1 - 0,7^t)$ neemt toe.
De grafiek van N is dus stijgend.
- b** Als t heel groot wordt, dan nadert $0,7^t$ tot 0. Dan wordt $1 - 0,7^t \approx 1$. Dus dan wordt $1200(1 - 0,7^t) \approx 1200 \cdot 1 = 1200$, dus het verzadigingsniveau is 1200 leerlingen.
De lijn is $N = 1200$.
De praktische betekenis van het verzadigingsniveau is dat op den duur 1200 leerlingen van het feit op de hoogte zijn.
- c** Los op $1200(1 - 0,7^t) = 950$.
Voer in $y_1 = 1200(1 - 0,7^x)$ en $y_2 = 950$.
De optie snijpunt geeft $x = 4,398...$
Dus na 4 uur en $0,398... \times 60 \approx 24$ minuten, dat is om 13:24 uur.

Bladzijde 119

- 58 a** Omdat $2^{-0,23t} = (2^{-0,23})^t \approx 0,85^t$ geldt: als t heel groot wordt, dan nadert $2^{-0,23t}$ tot 0. Dan wordt $13 \cdot 2^{-0,23t} \approx 0$ en $20 + 13 \cdot 2^{-0,23t} \approx 20$.
Dus dan wordt $\frac{500}{20 + 13 \cdot 2^{-0,23t}} \approx \frac{500}{20} = 25$, dus het verzadigingsniveau is 25.
- b** Als t toeneemt, dan neemt ook $1,8^t$ toe, dus ook $2,1 \cdot 1,8^t$ neemt toe, dus ook $8 + 2,1 \cdot 1,8^t$ neemt toe, dus $\frac{720}{8 + 2,1 \cdot 1,8^t}$ neemt af.
Dus de grafiek van N is dalend.

- c Als t toeneemt, dan neemt $1,5^t$ toe, dus ook $1 + 1,5^t$ neemt toe, dus ook $8000(1 + 1,5^t)$ neemt toe.
Dus de grafiek van N is stijgend.
- d Als t heel groot wordt, dan nadert $0,8^t$ tot 0. Dan wordt $50 \cdot 0,8^t \approx 0$.
Dus dan wordt $160 - 50 \cdot 0,8^t \approx 160 - 0 = 160$, dus de grenswaarde is 160.

- 59** a De toename is $\frac{961 - 705}{705} \times 100\% \approx 36,3\%$.
- b $g_{10 \text{ dagen}} = \frac{280}{63}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{280}{63}\right)^{\frac{1}{10}} \approx 1,1609$.
Het groeipercentage per dag is 16,1%.
- c Op 23 april om 0:00 uur is $t = 22$, dat is 7 dagen na $t = 15$.
Dit geeft $N = 63 \cdot 1,16^7 \approx 178$, dus 178 fruitvliegjes.
- d Voor $t = 45$ is de telling 961 en geeft de formule $N = \frac{1035}{1 + 210 \cdot 0,84^{45}} \approx 956$.
De afwijking is $\frac{961 - 956}{961} \times 100\% \approx 0,5\%$.
- e Als t heel groot wordt, dan nadert $0,84^t$ tot 0.
Dan wordt $210 \cdot 0,84^t \approx 0$ en $1 + 210 \cdot 0,84^t \approx 1$.
Dus dan wordt $\frac{1035}{1 + 210 \cdot 0,84^t} \approx \frac{1035}{1} = 1035$, dus het verzadigingsniveau is 1035.
Dat is in overeenstemming met de verwachting van de bioloog.

Bladzijde 120

- 60** a Voor $t = 0,5$ geeft de formule $P = \frac{92}{2,39^{0,5}} + \frac{32}{1,04^{0,5}} + 10 \approx 100,9$. En het is niet mogelijk meer dan 100% van de woorden te herinneren.
- b De helft is 50 procent, dus los op $\frac{92}{2,39^t} + \frac{32}{1,04^t} + 10 = 50$.
Voer in $y_1 = \frac{92}{2,39^x} + \frac{32}{1,04^x} + 10$ en $y_2 = 50$.
De optie snijpunt geeft $x = 2,445\dots$
Het duurt 2 minuten en $0,445\dots \times 60 \approx 27$ seconden.
- c Als t heel groot wordt, dan nadert $\frac{92}{2,39^t}$ tot 0 en ook nadert $\frac{32}{1,04^t}$ tot 0.
Dus dan wordt $\frac{92}{2,39^t} + \frac{32}{1,04^t} + 10 \approx 0 + 0 + 10 = 10$, dus de grenswaarde is 10.
Dat betekent dat op den duur nog 10% van de woorden correct wordt herinnerd.
- d $P = \frac{92}{2,39^t} + \frac{32}{1,04^t} + 10 = 92 \cdot 2,39^{-t} + 32 \cdot 1,04^{-t} + 10$
 $= 92 \cdot (2,39^{-1})^t + 32 \cdot (1,04^{-1})^t + 10 \approx 92 \cdot 0,418^t + 32 \cdot 0,962^t + 10$
Dus $a = 0,418$ en $b = 0,962$.

- 61** a y neemt toe
b y neemt af
c y neemt af
d y neemt toe

Bladzijde 121

- 62** a $y = 5x^{-3} = \frac{5}{x^3}$
Als x toeneemt, dan neemt x^3 toe, dus $\frac{5}{x^3}$ neemt af.
De grafiek van y is dalend.

- b** Als x heel groot wordt, dan wordt $3x$ heel groot en dan wordt $3x + 1$ heel groot, dus dan nadert $\frac{20}{3x+1}$ tot 0 en dan wordt $100 - \frac{20}{3x+1} \approx 100 - 0 = 100$.
Dus de grenswaarde is 100.

Als x heel groot wordt, dan wordt x^2 heel groot en dan wordt $x^2 + 1$ heel groot, dus dan nadert $\frac{10}{x^2+1}$ tot 0 en dan wordt $\frac{10}{x^2+1} - 5 \approx 0 - 5 = -5$. Dus de grenswaarde is -5.

Als x heel groot wordt, dan nadert $0,8^x$ tot 0, dus dan is $50 \cdot 0,8^x \approx 0$.

Als x heel groot wordt, dan wordt $\sqrt{x}$ heel groot.

Als x heel groot wordt, dan wordt van $\frac{50 \cdot 0,8^x}{\sqrt{x}}$ de teller ongeveer nul en de noemer heel groot, dus dan wordt $\frac{50 \cdot 0,8^x}{\sqrt{x}} \approx 0$.

De grenswaarde is 0.

63 a stijgen of dalen

Als x toeneemt, dan neemt $\frac{100}{x}$ af, dus dan neemt $250 - \frac{100}{x}$ toe.

Dus de grafiek van y is stijgend.

grenswaarde

Als x heel groot wordt, dan nadert $\frac{100}{x}$ tot 0, dus dan wordt $250 - \frac{100}{x} \approx 250 - 0 = 250$.

Dus de grenswaarde is 250.

b stijgen of dalen

Als x toeneemt, dan neemt $0,98^x$ af en $100 \cdot 0,98^x$ neemt af.

Als x toeneemt, dan neemt x^2 toe en $x^2 + 1$ neemt toe.

Van $\frac{100 \cdot 0,98^x}{x^2+1}$ neemt de teller af en de noemer toe, dus $\frac{100 \cdot 0,98^x}{x^2+1}$ neemt af.

Dus de grafiek van y is dalend.

grenswaarde

Als x heel groot wordt, dan nadert $0,98^x$ tot 0, dus dan wordt $100 \cdot 0,98^x \approx 0$.

Als x heel groot wordt, dan wordt x^2 heel groot, dus dan wordt $x^2 + 1$ heel groot.

Als x heel groot wordt, dan wordt van $\frac{100 \cdot 0,98^x}{x^2+1}$ de teller ongeveer nul en de

noemer heel groot, dus dan wordt $\frac{100 \cdot 0,98^x}{x^2+1} \approx 0$.

De grenswaarde is 0.

c stijgen of dalen

Als t toeneemt, dan neemt $0,75^t$ af, dus dan neemt $3 \cdot 0,75^t$ af en daarom neemt $2 - 3 \cdot 0,75^t$ toe.

Dus ook $1250(2 - 3 \cdot 0,75^t)$ neemt toe.

Dus de grafiek van N is stijgend.

grenswaarde

Als t heel groot wordt, dan nadert $0,75^t$ tot 0, dus dan wordt $3 \cdot 0,75^t \approx 0$ en dan wordt $2 - 3 \cdot 0,75^t \approx 2 - 0 = 2$. Dus dan wordt $1250(2 - 3 \cdot 0,75^t) \approx 1250 \cdot 2 = 2500$.

De grenswaarde is 2500.

Bladzijde 122**64 a** stijgen of dalen

Als x toeneemt, dan neemt x^2 toe, dus dan neemt $\frac{12}{x^2}$ af en dan neemt $25 + \frac{12}{x^2}$ ook af.

Dus de grafiek van y is dalend.

grenswaarde

Als x heel groot wordt, dan wordt x^2 heel groot, dus dan nadert $\frac{12}{x^2}$ tot 0 en dan wordt

$$25 + \frac{12}{x^2} \approx 25 + 0 = 25.$$

De grenswaarde is 25.

b stijgen of dalen

Als x toeneemt, dan neemt $\sqrt{x}$ toe, dus dan neemt $2 + \sqrt{x}$ toe en dan neemt $\frac{80}{2 + \sqrt{x}}$ dus af. Daarom neemt $40 - \frac{80}{2 + \sqrt{x}}$ toe.

De grafiek van y is stijgend.

grenswaarde

Als x heel groot wordt, dan wordt $\sqrt{x}$ heel groot, dus dan wordt $2 + \sqrt{x}$ heel groot en dan nadert $\frac{80}{2 + \sqrt{x}}$ tot 0. Dus dan wordt $40 - \frac{80}{2 + \sqrt{x}} \approx 40 - 0 = 40$.

De grenswaarde is 40.

c stijgen of dalen

Als t toeneemt, dan neemt $0,65^t$ af, dus dan neemt $333 \cdot 0,65^t$ af, dus ook

$250 + 333 \cdot 0,65^t$ neemt af. Daarom neemt $\frac{18000}{250 + 333 \cdot 0,65^t}$ toe.

De grafiek van N is stijgend.

grenswaarde

Als t heel groot wordt, dan nadert $0,65^t$ tot 0, dus dan wordt $333 \cdot 0,65^t \approx 0$ en dan wordt $250 + 333 \cdot 0,65^t \approx 250 + 0 = 250$.

$$\text{Dan wordt } \frac{18000}{250 + 333 \cdot 0,65^t} \approx \frac{18000}{250} = 72.$$

De grenswaarde is 72.

65 a Als x toeneemt, dan neemt $\frac{x}{22}$ toe, dus dan neemt $3 + \frac{x}{22}$ toe.

Daarom neemt $x\left(3 + \frac{x}{22}\right)$ ook toe.

De grafiek van A is stijgend.

b Als x toeneemt, dan neemt $x^{2,3}$ toe, dus dan neemt $x^{2,3} + 1$ toe.

Als x toeneemt, dan neemt $0,3^x$ af, dus dan neemt $20 \cdot 0,3^x$ af.

Van $\frac{x^{2,3} + 1}{20 \cdot 0,3^x}$ neemt de teller toe en de noemer af, dus $\frac{x^{2,3} + 1}{20 \cdot 0,3^x}$ neemt toe.

De grafiek van B is stijgend.

c Als x toeneemt, dan neemt 3^{2x} toe, dus dan neemt $3^{2x} + 1$ toe.

Omdat $3^{-x} = (3^{-1})^x \approx 0,4^x$ geldt: als x toeneemt, dan neemt 3^{-x} af, dus dan neemt $1 + 3^{-x}$ af.

Van $\frac{3^{2x} + 1}{1 + 3^{-x}}$ neemt de teller toe en de noemer af, dus $\frac{3^{2x} + 1}{1 + 3^{-x}}$ neemt toe.

De grafiek van C is stijgend.

66 a Als v toeneemt, dan neemt v^2 toe, dus dan neemt (bij gelijkblijvende f) ook $\frac{v^2}{25f}$ toe.

Dus als v toeneemt, neemt L toe, oftewel bij een hogere snelheid hoort een langere remweg.

- b** Als f afneemt, dan neemt $25f$ af, dus dan neemt (bij gelijkblijvende v) $\frac{v^2}{25f}$ toe.
Dus als f afneemt, neemt L toe, oftewel bij minder grip hoort een langere remweg.
- c** $L = 38$ geeft $\frac{v^2}{25f} = 38$, dus $25f \cdot 38 = v^2$

$$f = \frac{v^2}{25 \cdot 38} = \frac{v^2}{950}$$

 Dus $f = \frac{1}{950} v^2$.
- d** Bij een snelheid van a km/uur is $L = \frac{a^2}{25f}$.
 Bij een 20% hogere snelheid, dus bij $v = 1,2a$ is $L = \frac{(1,2a)^2}{25f} = \frac{1,44a^2}{25f} = 1,44 \cdot \frac{a^2}{25f}$
 Dus de lengte van de remweg neemt met 44% toe bij een 20% hogere snelheid.
- e** $L = 40$ geeft $\frac{v^2}{25f} = 40$, dus $v^2 = 1000f$ en $v = \sqrt{1000f}$.
 8,4% toename van f , dus vul in de formule $1,084f$ in voor f .
 Je krijgt $v = \sqrt{1000 \cdot 1,084f} = \sqrt{1,084} \cdot \sqrt{1000f}$.
 Dus $\sqrt{1,084} \approx 1,041$ keer zo hoge snelheid, dat is 4,1% hoger.

67 Voor de grote schildpad geldt $\frac{g}{\beta} = 0,17$.

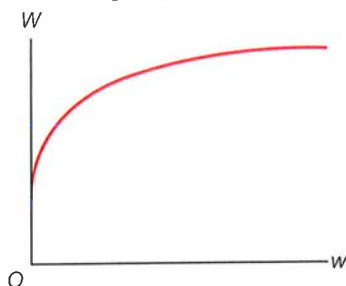
Voor de kleine schildpad is l kleiner dan bij de grote, terwijl g gelijk is.

Dus de teller is gelijk en de noemer is kleiner, dus de breuk $\frac{g}{\beta}$ is groter.

Dus voor de kleine schildpad is $\frac{g}{\beta} > 0,17$, dus deze verkeert in voldoende conditie.

Bladzijde 123

- 68 a** $T = 33$ en $G = 33 + (T - 33) \cdot W$ geeft $G = 33 + (33 - 33)W = 33 + 0W = 33$.
 Dus bij een luchttemperatuur van 33°C is de gevoelstemperatuur 33°C ongeacht de windsnelheid.
- b** Voer in $y_1 = 0,474 + 0,454\sqrt{x} \cdot (1 - 0,1\sqrt{x})$



- De grafiek van W is afnemend stijgend.
- c** Voor temperaturen rond het vriespunt geldt $T \approx 0$, dus dan is $T - 33$ negatief. De grafiek van G daalt dus als W toeneemt. Uit de schets blijkt dat W toeneemt als w toeneemt.
 Dus de gevoelstemperatuur neemt af als de windsnelheid toeneemt.

Diagnostische toets

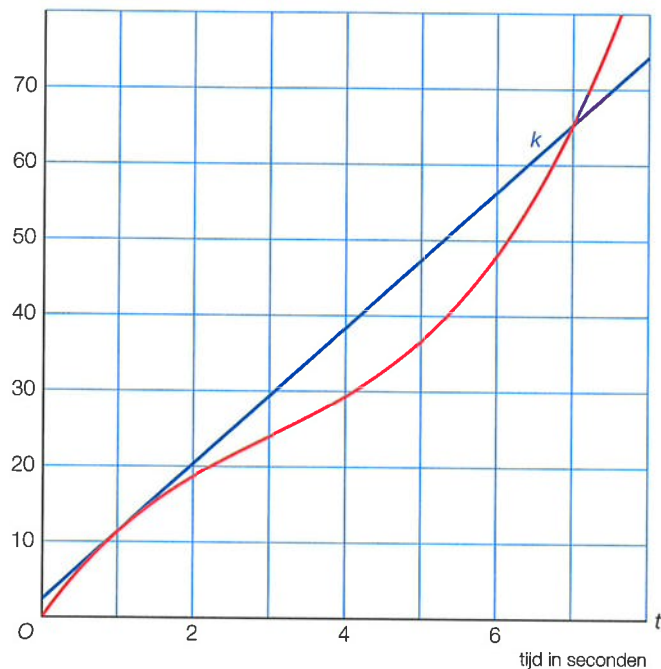
Bladzijde 126

- 1 a** afnemend stijgend op $\langle 0, 4 \rangle$ en op $\langle 9, 10 \rangle$
 toenemend dalend op $\langle 4, 6 \rangle$ en op $\langle 10, 12 \rangle$
 afnemend dalend op $\langle 6, 7 \rangle$
 toenemend stijgend op $\langle 7, 9 \rangle$

b De gemiddelde verandering op $[0, 4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9 - 4}{4 - 0} = 1,25$.

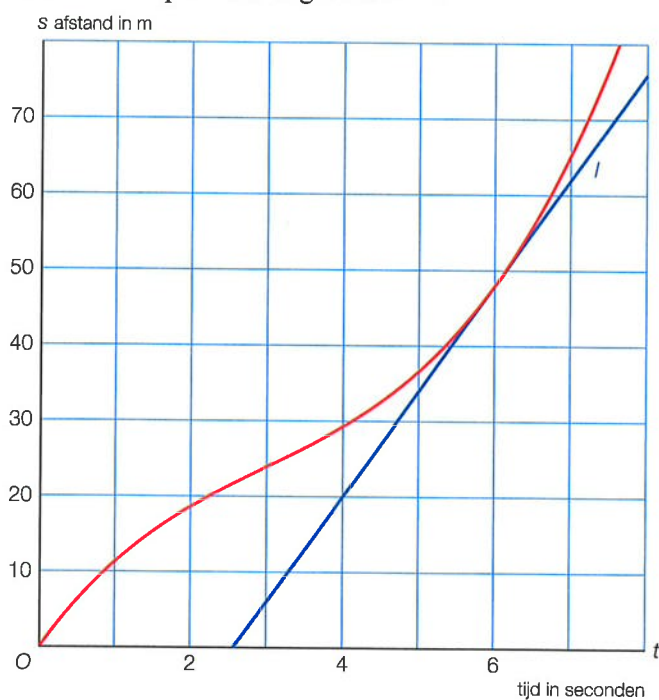
De gemiddelde verandering op $[2, 12]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 8}{12 - 2} = -0,4$.

2 a s afstand in m



Raaklijn k door $(0, 2)$ en $(8, 74)$, dus $rc_k = \frac{74 - 2}{8 - 0} = 9$.

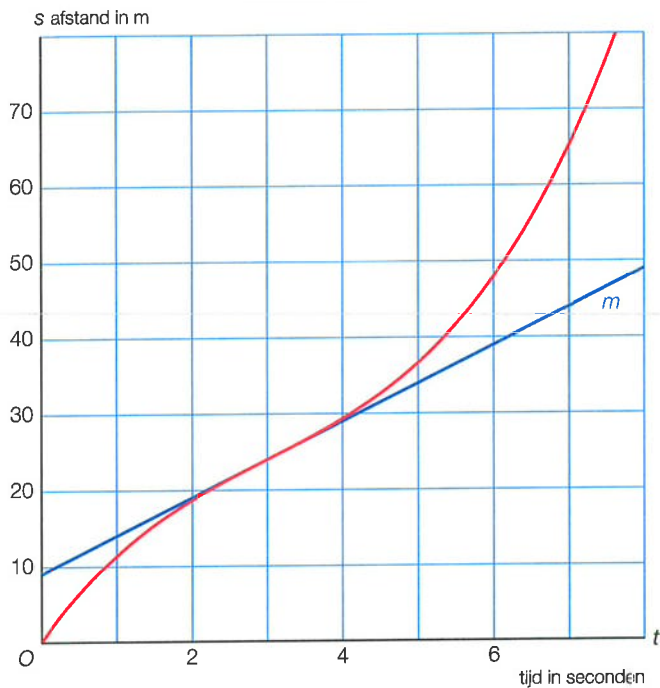
De snelheid op $t = 1$ is ongeveer 9 m/s.



Raaklijn l door $(4, 20)$ en $(8, 76)$, dus $rc_l = \frac{76 - 20}{8 - 4} = 14$.

De snelheid op $t = 6$ is ongeveer 14 m/s.

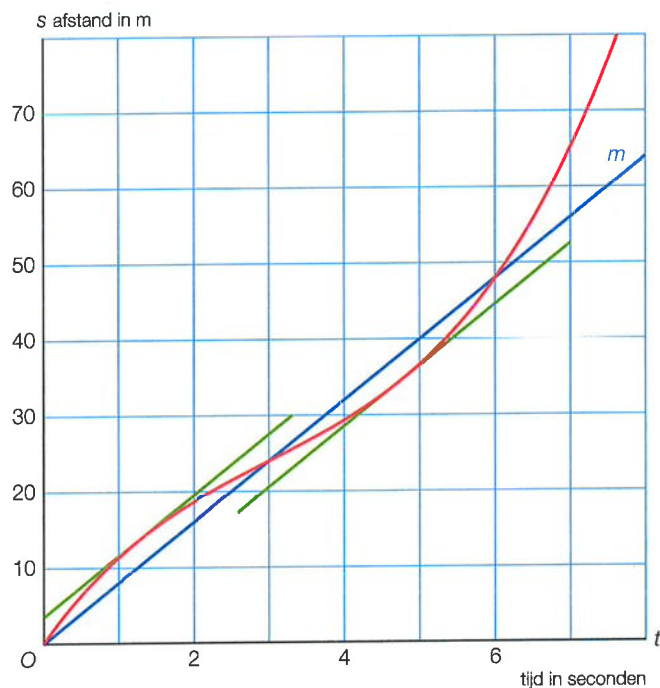
- b** Voor $t = 3$ krijg je de raaklijn met de kleinste richtingscoëfficiënt.
Dus voor $t = 3$ is de snelheid minimaal.



Raaklijn m door $(0, 9)$ en $(8, 49)$, dus $rc_m = \frac{49 - 9}{8 - 0} = 5$.

Dus de minimale snelheid is ongeveer 5 m/s.

- c** Teken de lijn door $(0, 0)$ en $(6, 48)$.
Er zijn twee lijnen die raken aan de grafiek en evenwijdig zijn met deze lijn.
Zie de figuur.



Er zijn dus twee tijdstippen tussen $t = 0$ en $t = 6$ waarop de snelheid gelijk is aan de gemiddelde snelheid op $[0, 6]$.

3 periode = 30

$$\text{evenwichtswaarde} = \frac{25 + 10}{2} = 7,5$$

$$\text{amplitude} = 10 - -10 = 20$$

Bladzijde 127

$$4 \quad a \quad y = \frac{25}{2x} \left(3 + \frac{5}{x} \right) = \frac{75}{2x} + \frac{125}{2x^2} = \frac{75x}{2x^2} + \frac{125}{2x^2} = \frac{75x + 125}{2x^2}$$

$$b \quad H = \frac{120x}{\frac{x}{4y} + 3xy} = \frac{120x \cdot 4y}{\left(\frac{x}{4y} + 3xy \right) \cdot 4y} = \frac{480xy}{x + 12xy^2} = \frac{480y}{1 + 12y^2}$$

$$\text{Dus } H = \frac{480y}{1 + 12y^2}.$$

$$c \quad P = \frac{3f^2 + 120f + 6}{6f} = \frac{3f^2}{6f} + \frac{120f}{6f} + \frac{6}{6f} = \frac{1}{2}f + 20 + \frac{1}{f}$$

$$5 \quad a \quad q = \frac{3-p}{2p+1}$$

$$q(2p+1) = 3-p$$

$$2pq + q = 3-p$$

$$2pq + p = 3-q$$

$$p(2q+1) = 3-q$$

$$p = \frac{3-q}{2q+1}$$

$$b \quad y = 2\sqrt{2x-5}$$

$$2\sqrt{2x-5} = y$$

$$\sqrt{2x-5} = \frac{1}{2}y$$

$$2x-5 = \left(\frac{1}{2}y\right)^2$$

$$2x-5 = \frac{1}{4}y^2$$

$$2x = \frac{1}{4}y^2 + 5$$

$$x = \frac{1}{8}y^2 + 2\frac{1}{2}$$

$$c \quad \frac{2}{s+3} = \frac{6}{t+2}$$

$$6 \cdot (s+3) = 2 \cdot (t+2)$$

$$6s + 18 = 2t + 4$$

$$6s = 2t - 14$$

$$s = \frac{1}{3}t - 2\frac{1}{3}$$

$$6 \quad a \quad \left. \begin{array}{l} A = 3s - 4t + 8 \\ s - 2t = 5 \text{ geeft } s = 2t + 5 \end{array} \right\} A = 3(2t + 5) - 4t + 8 = 6t + 15 - 4t + 8 = 2t + 23$$

Dus $A = 2t + 23$.

$$b \quad y = x - 3 \text{ en } z = 2x + 5 \text{ invullen bij } A = \frac{3x}{2}(12y - 3z) \text{ geeft}$$

$$A = \frac{3x}{2}(12(x-3) - 3(2x+5))$$

$$A = \frac{3x}{2}(12x - 36 - 6x - 15)$$

$$A = \frac{3x}{2}(6x - 51)$$

$$A = \frac{3x}{2} \cdot 6x - \frac{3x}{2} \cdot 51$$

$$A = 9x^2 - 76\frac{1}{2}x$$

$$\text{Dus } p = 9 \text{ en } q = -76\frac{1}{2}.$$

$$7 \quad a \quad N = 80 \cdot \left(\frac{1}{4}x^3\right)^2 = 80 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot (x^3)^2 = 80 \cdot \frac{1}{16} \cdot x^6 = 5x^6$$

$$\text{Dus } N = 5x^6.$$

$$b \quad N = 12 \cdot 1,25^{2t+1} = 12 \cdot 1,25^1 \cdot 1,25^{2t} = 12 \cdot 1,25^1 \cdot (1,25^2)^t = 15 \cdot 1,5625^t$$

$$\text{Dus } N = 15 \cdot 1,5625^t.$$

- 8 a** $N = \frac{1}{4} \cdot 10^{3-2t}$
 $\frac{1}{4} \cdot 10^{3-2t} = N$
 $10^{3-2t} = 4N$
 $3 - 2t = \log(4N)$
 $-2t = \log(4N) - 3$
 $t = -\frac{1}{2} \cdot \log(4N) + 1\frac{1}{2}$
Dus $t = -\frac{1}{2} \cdot \log(4N) + 1\frac{1}{2}$.
- b** $1,3 \cdot \log(N) = 0,65t + 3,38$
 $\log(N) = 0,5t + 2,6$
 $N = 10^{0,5t+2,6}$
 $N = 10^{0,5t} \cdot 10^{2,6}$
 $N = 10^{2,6} \cdot (10^{0,5})^t$
 $N \approx 398 \cdot 3,162^t$
Dus $N = 398 \cdot 3,162^t$.

- 9 a** Als t toeneemt, dan neemt $0,78^t$ af, dus dan neemt $12 \cdot 0,78^t$ af, dus ook $200 + 12 \cdot 0,78^t$ neemt af. Daarom neemt $\frac{5000}{200 + 12 \cdot 0,78^t}$ toe.
De grafiek van N is stijgend.
- b** Als t heel groot wordt, dan nadert $0,78^t$ tot 0, dus dan wordt $12 \cdot 0,78^t \approx 0$ en dan wordt $200 + 12 \cdot 0,78^t \approx 200 + 0 = 200$. Dan wordt $\frac{5000}{200 + 12 \cdot 0,78^t} \approx \frac{5000}{200} = 25$.
Het verzadigingsniveau is 25.

- 10 a** stijgen of dalen
Als t toeneemt, dan neemt $2t$ toe, dus dan neemt $2t + 1$ toe en dan neemt $\frac{7}{2t+1}$ af.
Daarom neemt $4 - \frac{7}{2t+1}$ toe.
De grafiek van K is stijgend.
- grenswaarde
Als t heel groot wordt, dan wordt $2t$ heel groot, dus dan wordt $2t + 1$ heel groot en dan nadert $\frac{7}{2t+1}$ tot 0. Dus dan wordt $4 - \frac{7}{2t+1} \approx 4 - 0 = 4$.
De grenswaarde is 4.

- b** stijgen of dalen
Als x toeneemt, dan neemt $0,3^x$ af, dus dan neemt $50 \cdot 0,3^x$ af.
Als x toeneemt, dan neemt $\sqrt{x}$ toe, dus dan neemt $\sqrt{x} + 2$ toe.
Van $\frac{50 \cdot x^{0,3}}{\sqrt{x} + 2}$ neemt de teller af en de noemer toe, dus $\frac{50 \cdot x^{0,3}}{\sqrt{x} + 2}$ neemt af en dus neemt ook $\frac{50 \cdot x^{0,3}}{\sqrt{x} + 2} + 1200$ af.
De grafiek van y is dalend.
- grenswaarde
Als x heel groot wordt, dan nadert $0,3^x$ tot 0, dus dan wordt $50 \cdot 0,3^x \approx 0$.
Als x heel groot wordt, dan wordt $\sqrt{x}$ heel groot, dus dan wordt $\sqrt{x} + 2$ heel groot.
Dan nadert $\frac{50 \cdot x^{0,3}}{\sqrt{x} + 2}$ tot nul en wordt $\frac{50 \cdot x^{0,3}}{\sqrt{x} + 2} + 1200 \approx 0 + 1200 = 1200$.
De grenswaarde is 1200.