

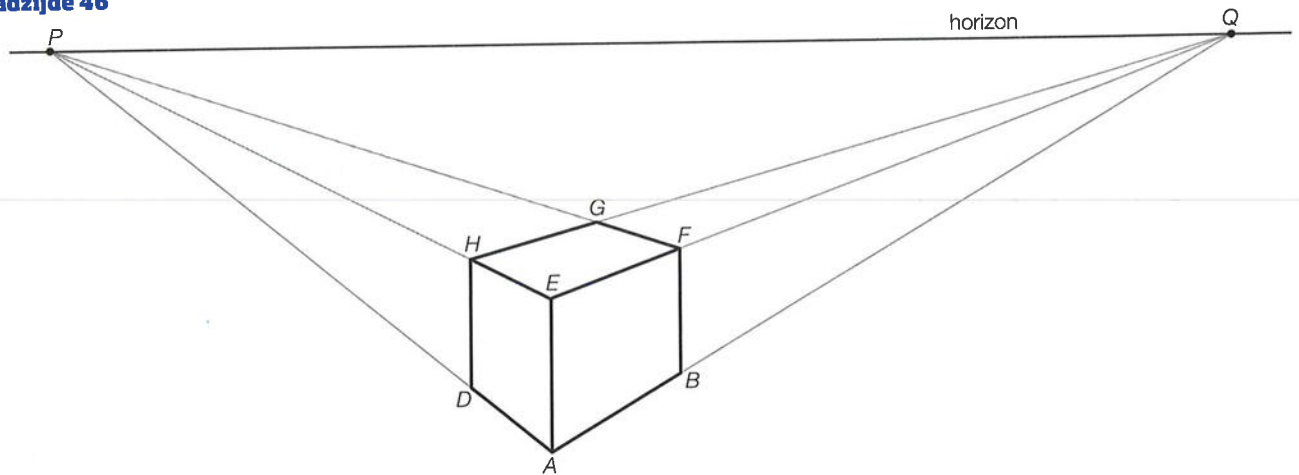
13 Meetkunde toepassen

Voorkennis Perspectief

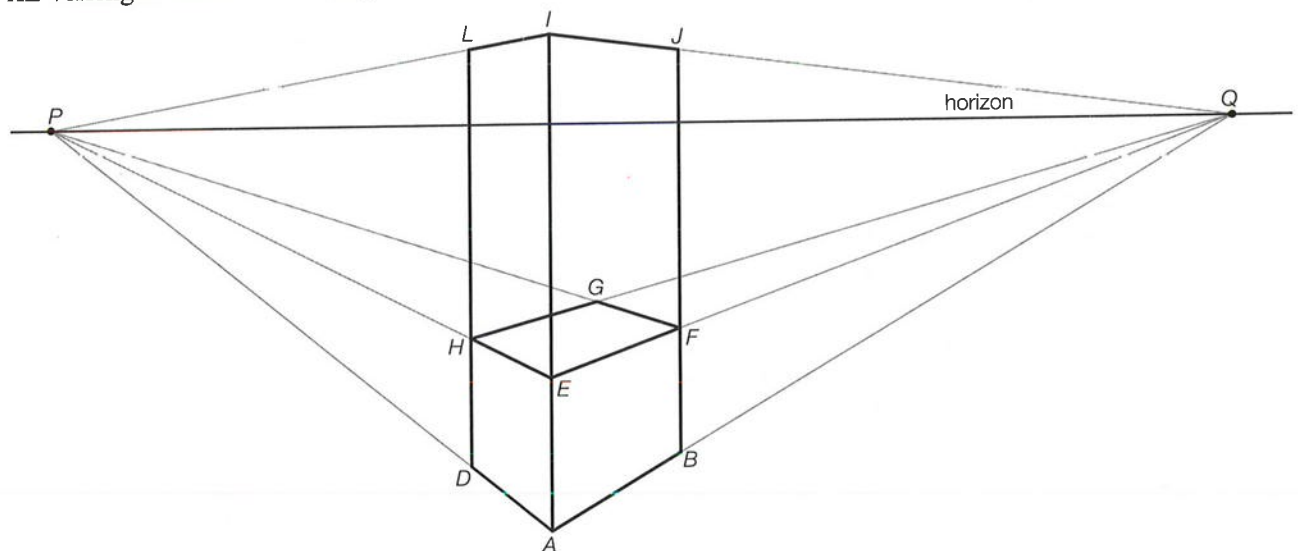
Bladzijde 46

1

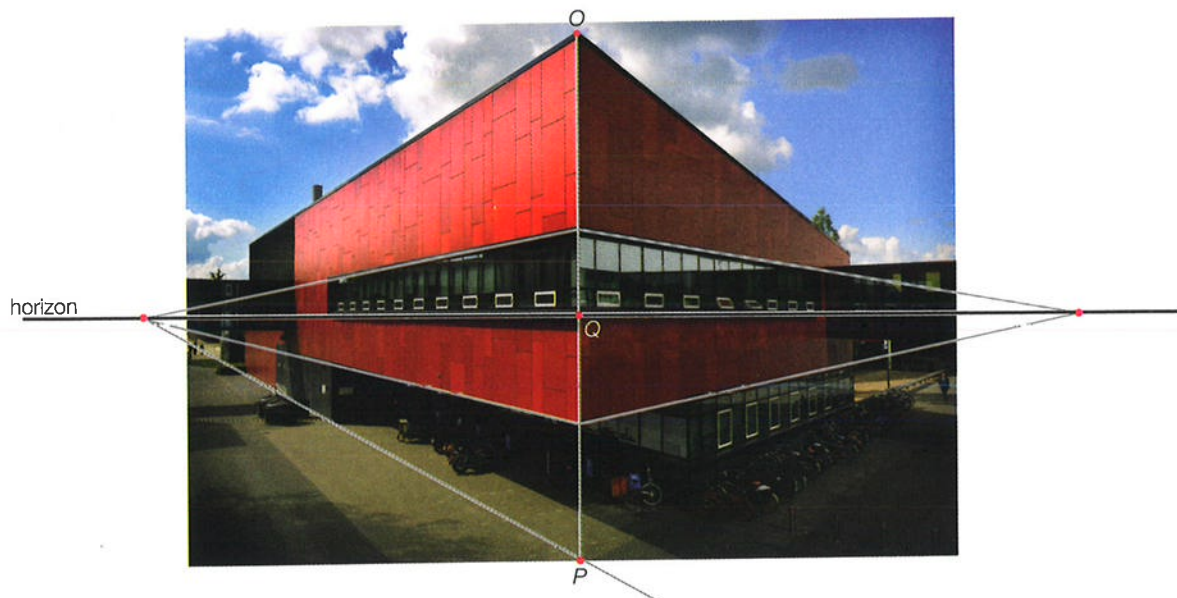
a



b AE verlengen zodat $EI = 2 \cdot AE$.



2



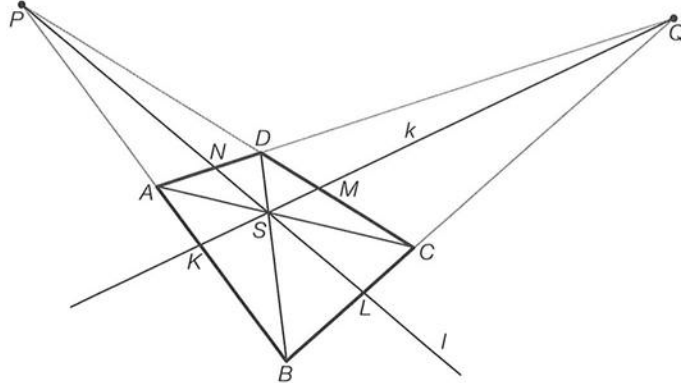
Opmeten geeft $OP = 7,0$ cm en $PQ = 3,3$ cm.

Het dak op deze hoek heeft een hoogte van $\frac{7,0}{3,3} \cdot 5,4 \approx 11,5$ m.

13.1 Halveren en verdubbelen in perspectief

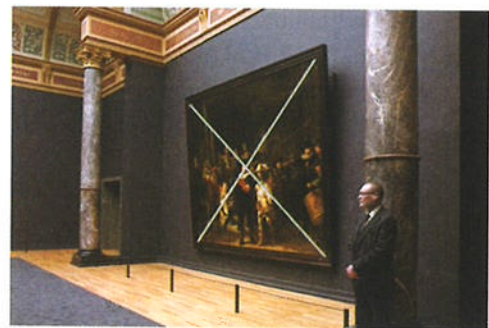
Bladzijde 47

1 a, b

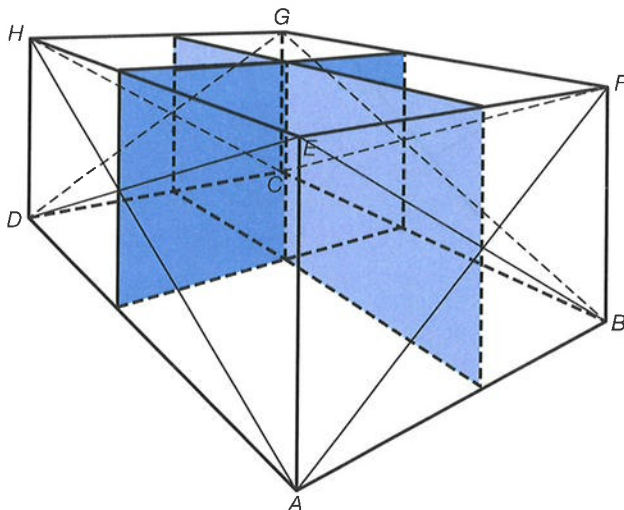


Bladzijde 49

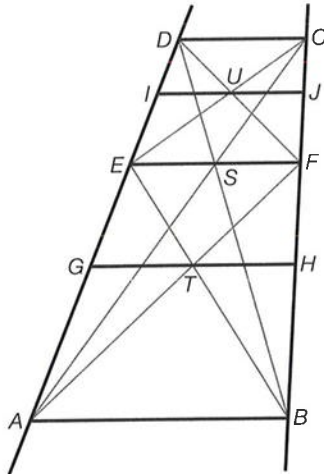
2 De twee diagonalen snijden op de plek van het hoofd. Het hoofd staat dus in het midden van het schilderij afgebeeld.



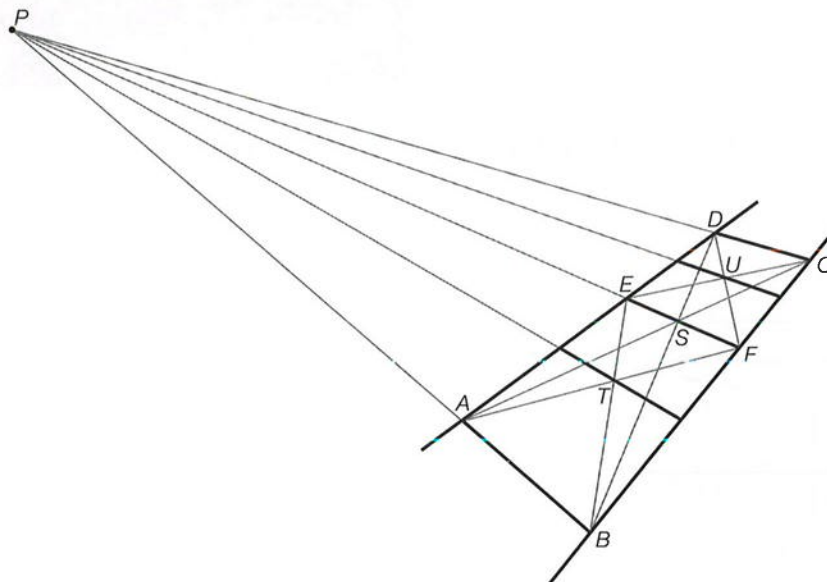
- 3
- de snijpunten van de diagonalen van de vier zijvlakken geven de middens van de zijvlakken
 - verticale lijnstukken door deze middens
 - afmaken van de vlakken



- 4 a**
- rechthoek $ABCD$ met snijpunt S van diagonalen geeft sport EF
 - rechthoek $ABFE$ met snijpunt T van diagonalen geeft sport GH
 - rechthoek $EFCD$ met snijpunt U van diagonalen geeft sport IJ

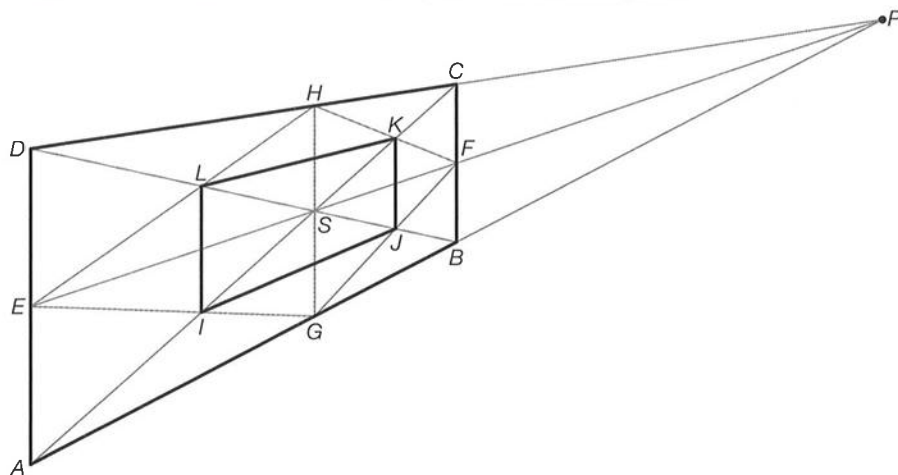


- b**
- verdwijnpunt P
 - rechthoek $ABCD$ met snijpunt S van diagonalen
 - sport door P en S
 - rechthoek $ABFE$ met snijpunt T van diagonalen
 - sport door P en T
 - rechthoek $EFCD$ met snijpunt U van diagonalen
 - sport door P en U

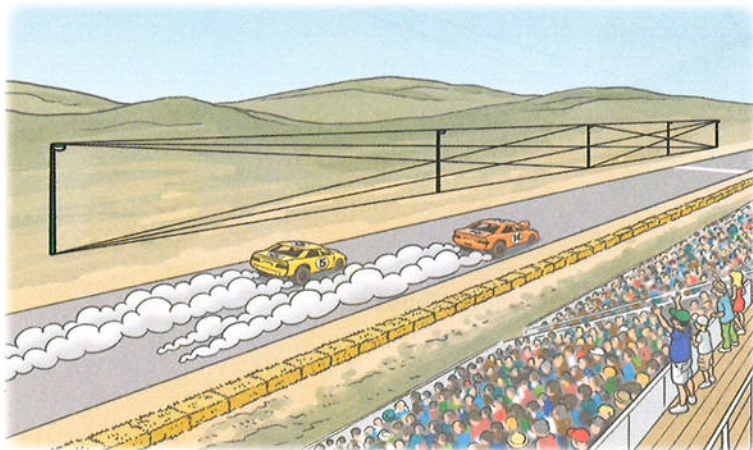


Bladzijde 50

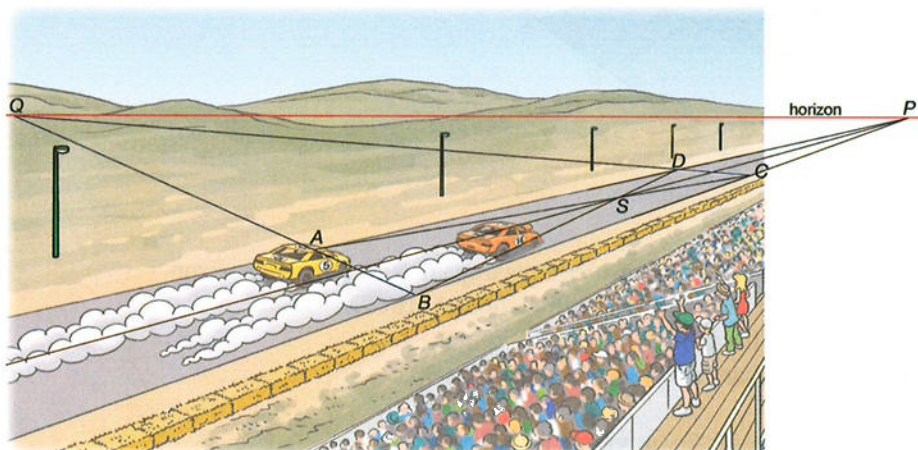
- 5**
- verdwijnpunt P
 - rechthoek $ABCD$ met snijpunt S van diagonalen
 - lijn door P en S geeft middens E en F
 - lijn door S evenwijdig met AD geeft middens G en H
 - diagonalen in ontstane rechthoeken geven het schilderij $IJKL$



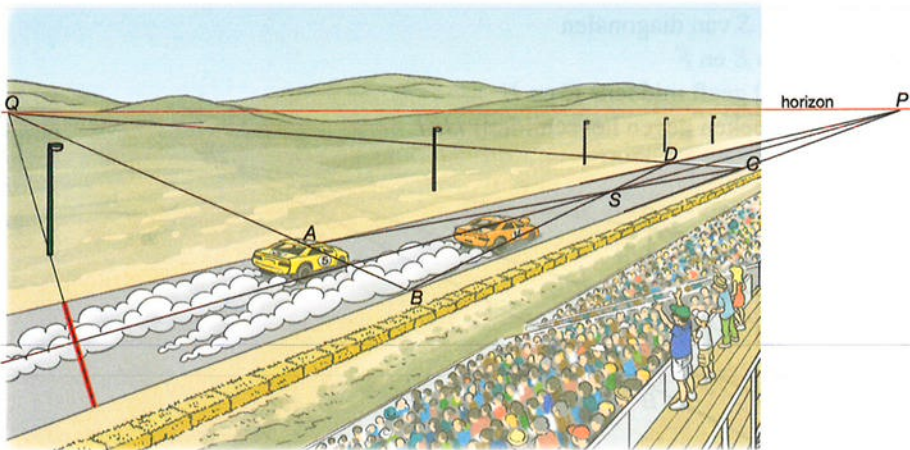
- 6 a** Teken eerst de middelste van de drie lantaarnpalen.



- b**
- verdwijnpunt P en de horizon
 - lijn door finishlijn geeft Q op de horizon
 - rechthoek $ABCD$ met snijpunt S van diagonalen
 - middenstreep door P en S

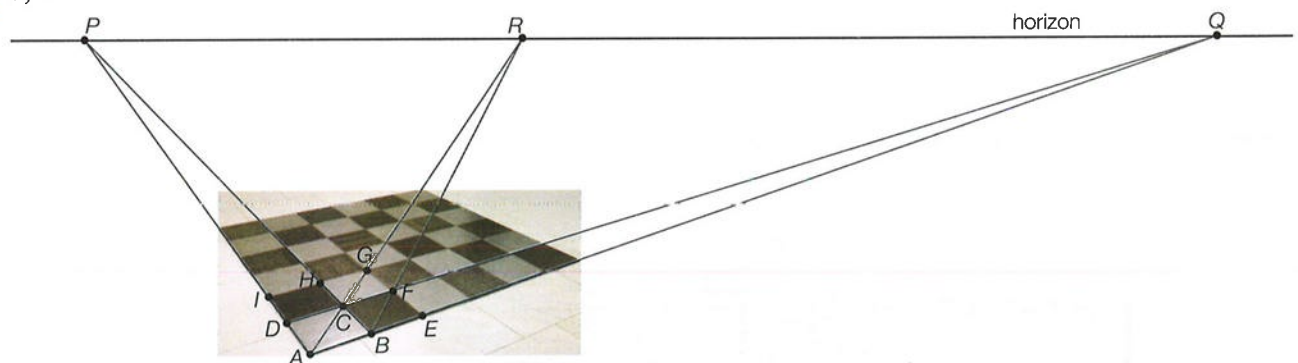


- c • lijn door Q en onderkant linker lichtmast geeft startstreep



Bladzijde 51

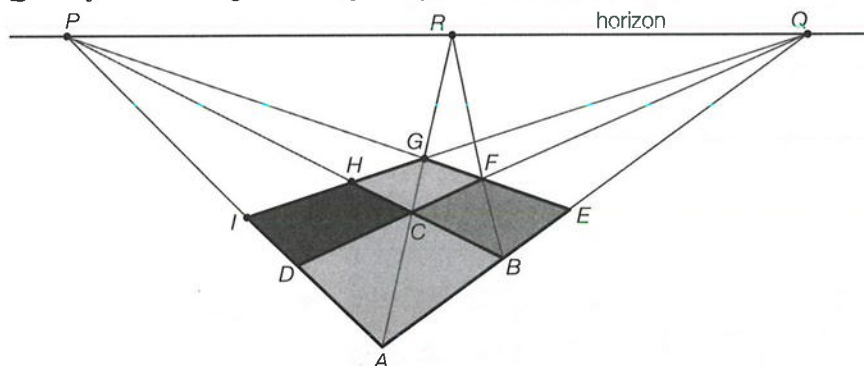
7 a, b



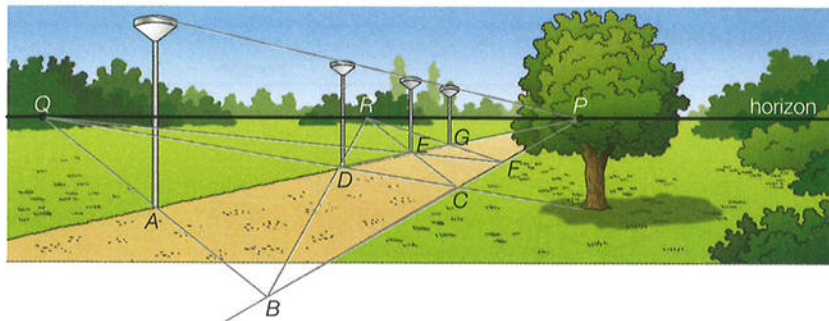
Bladzijde 52

8 AC en BF hebben hetzelfde verdwijnpunt, omdat dit evenwijdige lijnen zijn.

- 9 • PE snijden met AR geeft G
• QG snijden met PA geeft I en QG snijden met PB geeft H

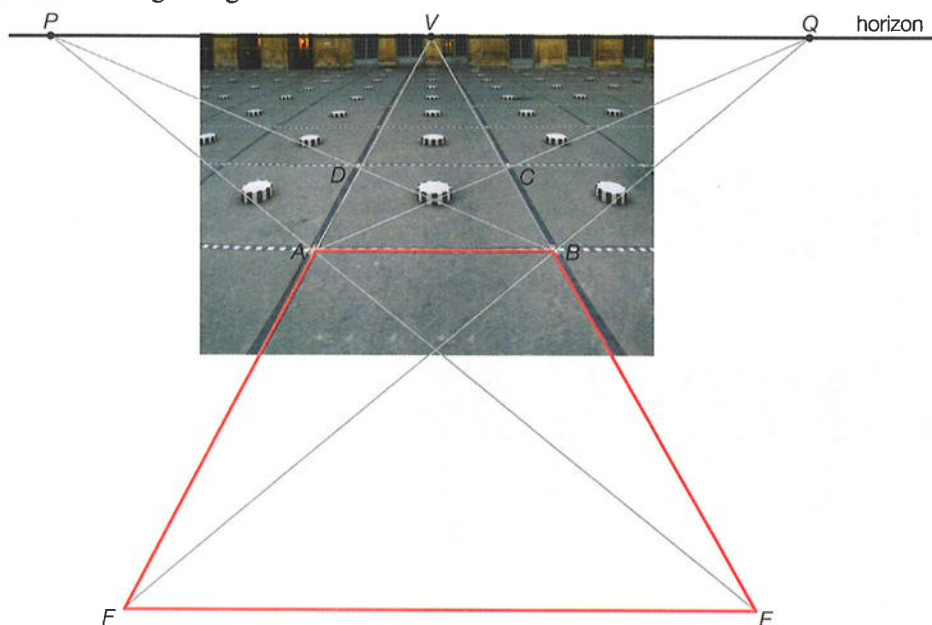


- 10 • verdwijnpunt P en de horizon
• lijn van onderkant boom door onderkant rechter lantaarnpaal geeft Q op de horizon
• lijn door Q en onderkant linker lantaarnpaal geeft rechthoek $ABCD$
• lijn door B en D geeft R op de horizon
• PA snijden met RC geeft onderkant E van derde lantaarnpaal
• PB snijden met QE geeft F
• PA snijden met RF geeft onderkant G van vierde lantaarnpaal
• lijn door P en bovenkant eerste lantaarnpaal geeft hoogte van derde en vierde lantaarnpaal

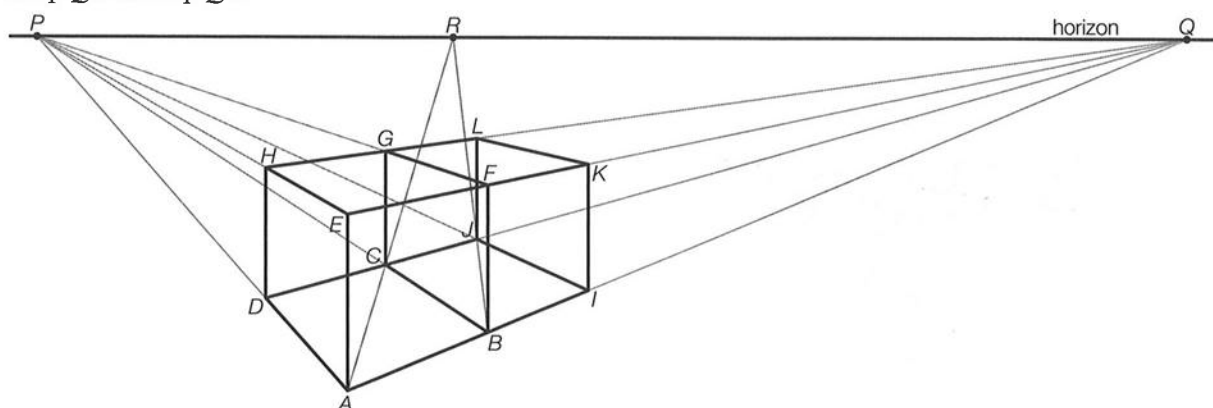


Bladzijde 53

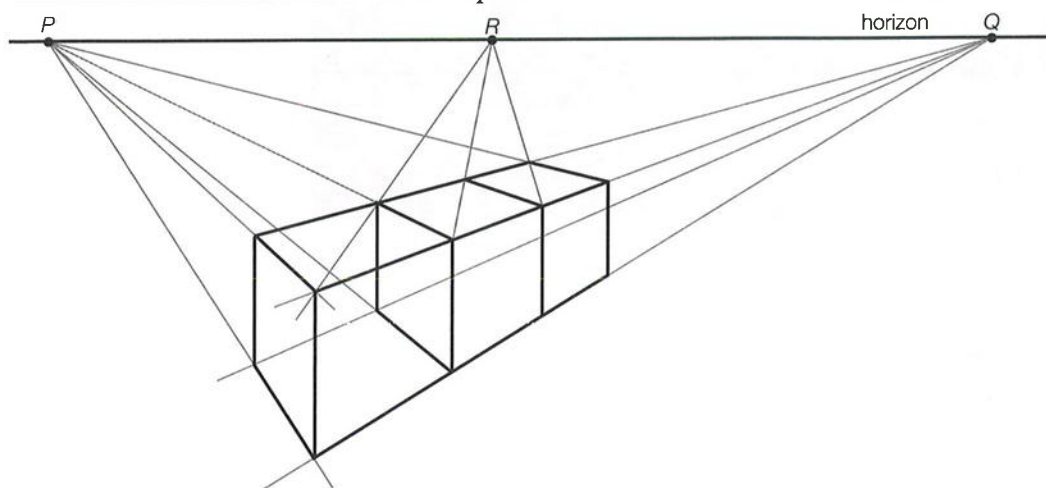
- 11
- verdwijnpunt V en de horizon
 - BD snijden met de horizon geeft verdwijnpunt P
 - PA snijden met VB geeft E
 - AC snijden met de horizon geeft verdwijnpunt Q
 - QB snijden met VA geeft F
 - $ABEF$ is het gevraagde vlak



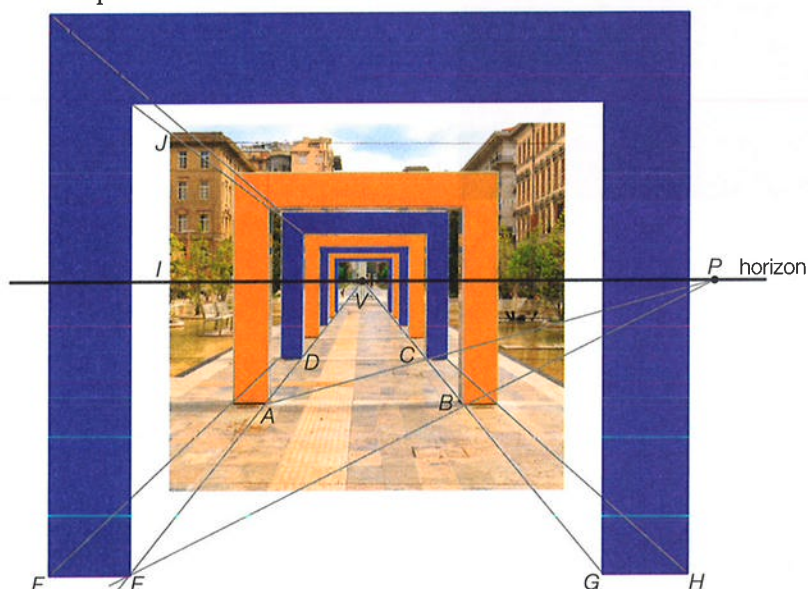
- 12
- a
- verdwijnpunt P en de horizon
 - AB verlengen geeft Q op de horizon
 - PB snijden met QD geeft C
 - F op QE en G op QH
- b
- AC verlengen geeft R op de horizon
 - RB snijden met QD geeft J
 - PJ snijden met QA geeft I
 - K op QE en L op QH



- 13**
- verdwijnpunten P en Q en de horizon
 - verdubbel bovenvlak twee keer met behulp van R



- 14 a**
- AD snijden met BC geeft verdwijnpunt V en de horizon
 - AC snijden met de horizon geeft verdwijnpunt P
 - PB snijden met VA geeft E
 - punten F , G en H door gebruikt te maken van V
 - de hoekpunten aan de bovenkant

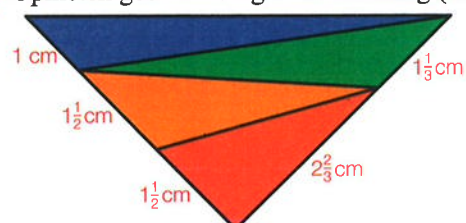


- b** Zie de figuur.
Opmeten geeft $EI = 3,9$ cm en $EJ = 6,3$ cm.
De hoogte van de doorgang onder de bogen is $\frac{6,3}{3,9} \cdot 1,8 \approx 2,9$ m.

13.2 Regelmatige veelhoeken

Bladzijde 55

- 15** Opmeten geeft de volgende verdeling (onderste helft vierkant).



Nu is:

$$O(\text{blauw}) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 = 2 \text{ cm}^2$$

$$O(\text{groen}) = \frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} \cdot 3 = 2 \text{ cm}^2$$

$$O(\text{oranje}) = O(\text{rood}) = \frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{3} = 2 \text{ cm}^2.$$

Dus het klopt met de eis dat er acht driehoeken zijn met gelijke oppervlakte.

Bladzijde 56

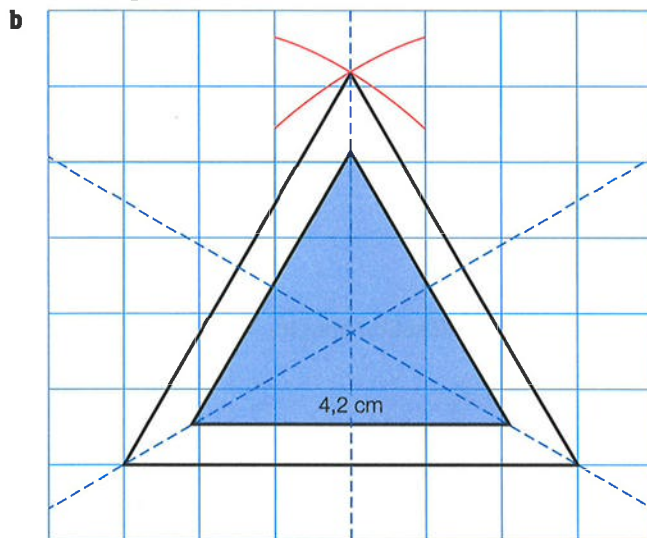
16 a lengte zijde gele driehoek $= \frac{2,5}{6} \cdot \text{lengte zijde grote driehoek}$, dus $k = \frac{2,5}{6} = \frac{5}{12}$.

$$O(\text{gele driehoek}) = k^2 \cdot O(\text{grote driehoek})$$

$$k^2 = \left(\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{25}{144}, \text{ dus } O(\text{gele driehoek}) = \frac{25}{144} \cdot O(\text{grote driehoek}) \text{ en dus}$$

$$O(\text{rode gedeelte}) = \frac{119}{144} \cdot O(\text{grote driehoek}).$$

Dus de oppervlakte van het rode deel is $\frac{119}{25} = 4,76$ keer zo groot als de oppervlakte van de gele driehoek.



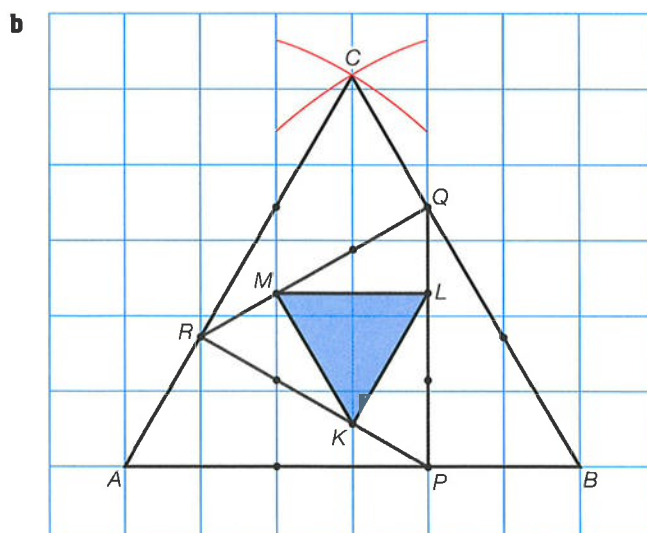
17 a De stelling van Pythagoras in driehoek PBQ geeft $PQ^2 = BQ^2 - PB^2 = 4^2 - 2^2 = 12$, dus $PQ = \sqrt{12}$.

$$\text{lengte zijde } \triangle PQR = \frac{\sqrt{12}}{6} \times \text{lengte zijde } \triangle ABC, \text{ dus } k = \frac{1}{6}\sqrt{12}.$$

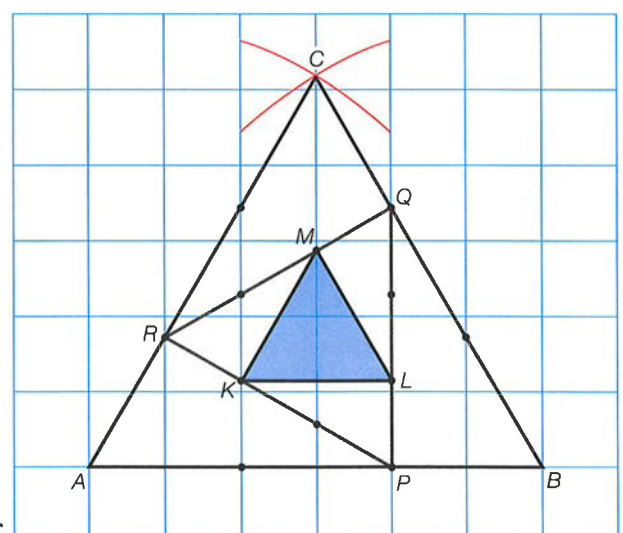
$$\text{oppervlakte } \triangle PQR = k^2 \cdot \text{oppervlakte } \triangle ABC$$

$$k^2 = \left(\frac{1}{6}\sqrt{12}\right)^2 = \frac{1}{3}, \text{ dus } O(\triangle PQR) = \frac{1}{3} \cdot O(\triangle ABC).$$

Dus $\frac{2}{3}$ e deel van de driehoek is rood.



of



$$O(\triangle KLM) = \frac{1}{3} \cdot O(\triangle PQR) \text{ en } O(\triangle PQR) = \frac{1}{3} \cdot O(\triangle ABC), \text{ dus is } O(\triangle KLM) = \frac{1}{9} \cdot O(\triangle ABC).$$

Dus $\frac{1}{9}$ e deel van de driehoek ABC is blauw.

Bladzijde 57

- 18** Figuur a: Alle driehoeken hebben gelijke zijde en bijbehorende hoogte. Alle driehoeken hebben dus gelijke oppervlakten.

Figuur b: De twee driehoeken in de bovenste helft van het vierkant zijn even groot en hebben elk een oppervlakte die een kwart is van de oppervlakte van de bovenste helft. Omdat de twee parallelogrammen in de bovenste helft ook even groot zijn, wordt de bovenste helft verdeeld in vier stukken met gelijke oppervlakte. Voor de onderste helft geldt dit op gelijke wijze.

- 19 a** Er geldt $O(ABCD) = 5^2 = 25$, dus $O(\triangle ASC) = \frac{1}{10} \cdot 25 = 2\frac{1}{2}$.

$$O(\triangle ASC) = \frac{1}{2} \cdot SC \cdot AB$$

$$\frac{1}{2} \cdot SC \cdot 5 = 2\frac{1}{2}$$

$$CS = 1$$

- b** Driehoek QRS en driehoek QBR hebben dezelfde oppervlakte en dezelfde hoogte.

De zijden zijn dus ook gelijk. Er geldt dat $BR = RS = \frac{5-1}{2} = 2$.

$$\text{c } O(\triangle QBR) = \frac{1}{2} \cdot BR \cdot BQ$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot BQ = 2\frac{1}{2}$$

$$\text{Dus } BQ = 2\frac{1}{2}.$$

Driehoek APS en driehoek PQS hebben dezelfde oppervlakte en dezelfde hoogte.

De zijden zijn dus ook gelijk. Er geldt dat $AP = PQ = \frac{5-2\frac{1}{2}}{2} = 1\frac{1}{4}$.

- 20 a** De stelling van Pythagoras in $\triangle ANM$ geeft $AN^2 + MN^2 = AM^2$

$$6^2 + MN^2 = 12^2$$

$$36 + MN^2 = 144$$

$$MN^2 = 108$$

$$MN = \sqrt{108}$$

$$O(\triangle ABM) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \sqrt{108} \approx 62,354$$

$$\text{b } O(ABCDEF) = 6 \cdot O(\triangle ABM) = 6 \cdot 6\sqrt{108} \approx 374,1$$

- c** De stelling van Pythagoras in $\triangle GPM$ geeft $2^2 + MP^2 = 4^2$, dus $MP^2 = 12$ en $MP = \sqrt{12}$.

$$O(GHIJKL) = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{12} \approx 41,57$$

Alternatieve uitwerking

Zeshoek $GHIJKL$ is een verkleining van zeshoek $ABCDEF$ met factor $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

$$\text{Dus } O(GHIJKL) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot O(ABCDEF) = \frac{1}{9} \cdot 36\sqrt{108} \approx 41,57.$$

- d** Zeshoek $GHIJKL$ is een verkleining van zeshoek $ABCDEF$ met factor $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

$$\text{Dus } O(GHIJKL) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot O(ABCDEF) = \frac{1}{16} \cdot O(ABCDEF).$$

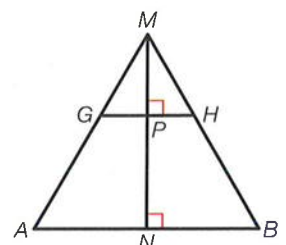
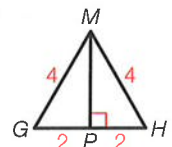
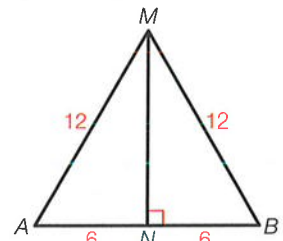
$$\text{e } k^2 = \frac{1}{10}, \text{ dus } k = \sqrt{\frac{1}{10}} \text{ en } GH = \sqrt{\frac{1}{10}} \cdot AB = \sqrt{\frac{1}{10}} \cdot 12 \approx 3,79.$$

$$\text{f } GH = 5, \text{ dus } k = \frac{5}{12}.$$

$$\text{Dus ook } MP = \frac{5}{12} \cdot MN = \frac{5}{12} \cdot \sqrt{108}.$$

De afstand tussen de evenwijdige zijden AB en GH is

$$PN = MN - MP = \sqrt{108} - \frac{5}{12} \cdot \sqrt{108} \approx 6,06.$$



Bladzijde 58

- 21 a** M is het midden van de grote zeshoek en AB is een zijde van de grote zeshoek.

De stelling van Pythagoras in $\triangle APM$ geeft $AP^2 + MP^2 = AM^2$

$$\left(1\frac{1}{2}\right)^2 + MP^2 = 3^2$$

$$MP^2 = 6\frac{3}{4}$$

$$MP = \sqrt{6\frac{3}{4}}$$

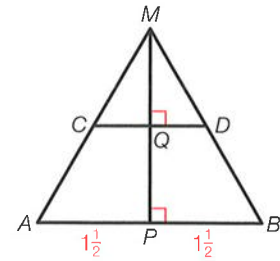
Driehoek CDM is een verkleining van driehoek ABM met factor $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, dus

$$MQ = \frac{1}{2}\sqrt{6\frac{3}{4}}.$$

$$\text{Dus } d = MP - MQ = \sqrt{6\frac{3}{4}} - \frac{1}{2}\sqrt{6\frac{3}{4}} \approx 1,30.$$

- b** Er geldt $k^2 = \frac{1}{2}$, dus $k = \sqrt{\frac{1}{2}}$ en $MQ = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{6\frac{3}{4}} = \sqrt{3\frac{3}{8}}$.

$$\text{Dus } d = MP - MQ = \sqrt{6\frac{3}{4}} - \sqrt{3\frac{3}{8}} \approx 0,76.$$



- 22** $AB = 275$ m, dus $AM = 275$ m en $AP = 137,5$ m.

De stelling van Pythagoras in $\triangle APM$ geeft $AP^2 + MP^2 = AM^2$

$$137,5^2 + MP^2 = 275^2$$

$$MP^2 = 56\,718,75$$

$$MP = 238,15\dots$$

Dus $MP = 238,15\dots$ m.

CD is een zijde van de blauwe zeshoek, dus $CD = 50$ m.

Driehoek CDM is een verkleining van driehoek ABM met factor $\frac{50}{275}$, dus

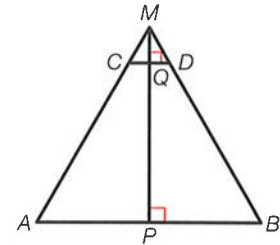
$$MQ = \frac{50}{275} \cdot 238,15\dots = 43,30\dots \text{ m.}$$

De lengte van de weg die met rood is aangegeven is $PQ = 238,15\dots - 43,30\dots \approx 194,86$ m.

Jonas legt een afstand af van $2 \cdot 194,86 + 6 \cdot 275 = 2039,72$ m.

Hij loopt met een snelheid van 4500 m/uur, dus hij doet $\frac{2039,72}{4500} = 0,453\dots$ uur ≈ 27 minuten

over de wandeling.



- 23** Er geldt $O(ABCD) = 8^2 = 64 \text{ cm}^2$,

$$\text{dus } O(\triangle DPB) = \frac{1}{8} \cdot 64 = 8 \text{ cm}^2.$$

$$O(\triangle DPB) = \frac{1}{2} \cdot DP \cdot AB$$

$$\frac{1}{2} \cdot DP \cdot 8 = 8$$

$$DP = 2 \text{ cm}$$

Driehoek PQR en driehoek QAR hebben dezelfde oppervlakte en dezelfde hoogte AR . De zijden

PQ en AQ zijn dus ook gelijk. Er geldt dat

$$PQ = AQ = \frac{8 - 2}{2} = 3 \text{ cm.}$$

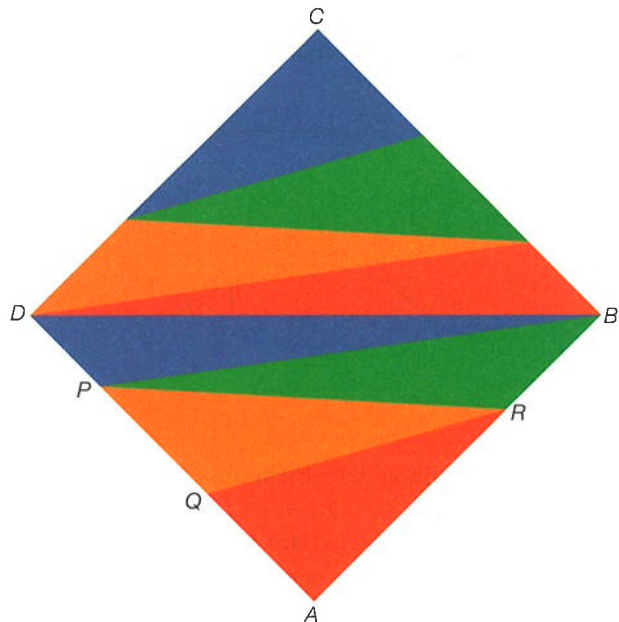
$$O(\triangle QAR) = \frac{1}{2} \cdot AQ \cdot AR$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot AR = 8$$

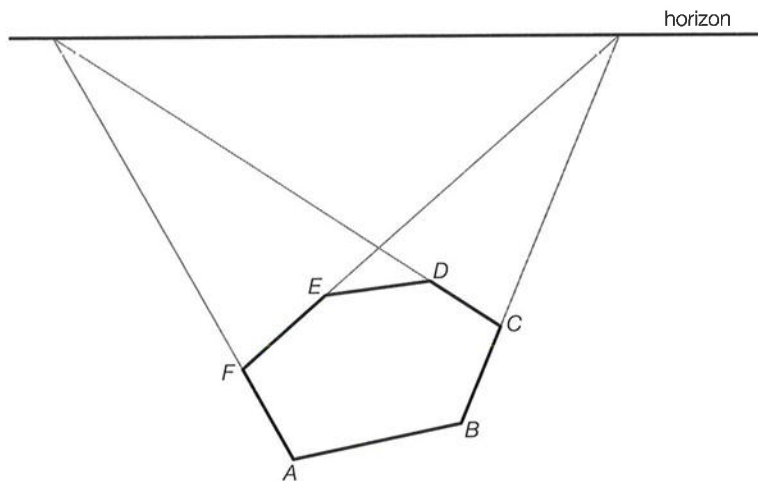
$$AR = 5\frac{1}{3} \text{ cm}$$

$$\text{Hieruit volgt dat } BR = 8 - 5\frac{1}{3} = 2\frac{2}{3} \text{ cm.}$$

De zijden van de bovenste helft van het werk zijn op dezelfde manier verdeeld.



24 a

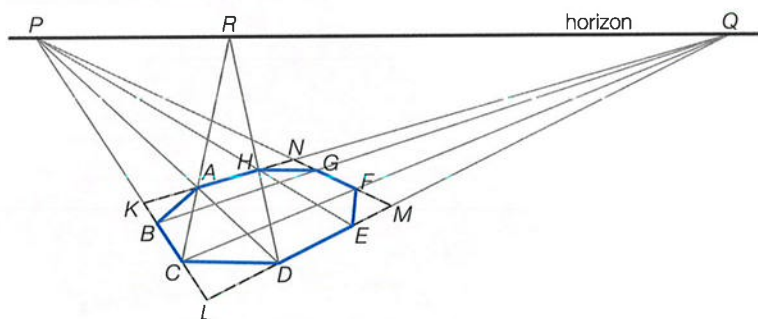


- b De lijnen BC en EF snijden elkaar op de horizon. Dat is ook het geval met de lijnen AF en CD .
In een regelmatige zeshoek zijn de zijden BC en EF evenwijdig.
Dit is ook het geval met de zijden AF en CD .

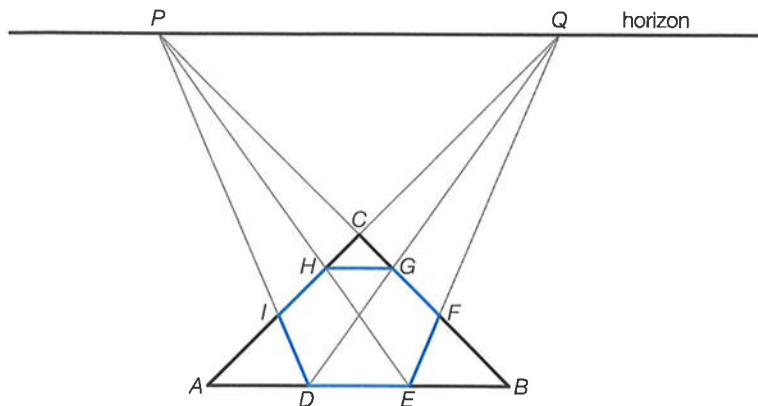
Bladzijde 60

- 25 Uit het gegeven dat KL , en dus BC , evenwijdig is met de horizon.

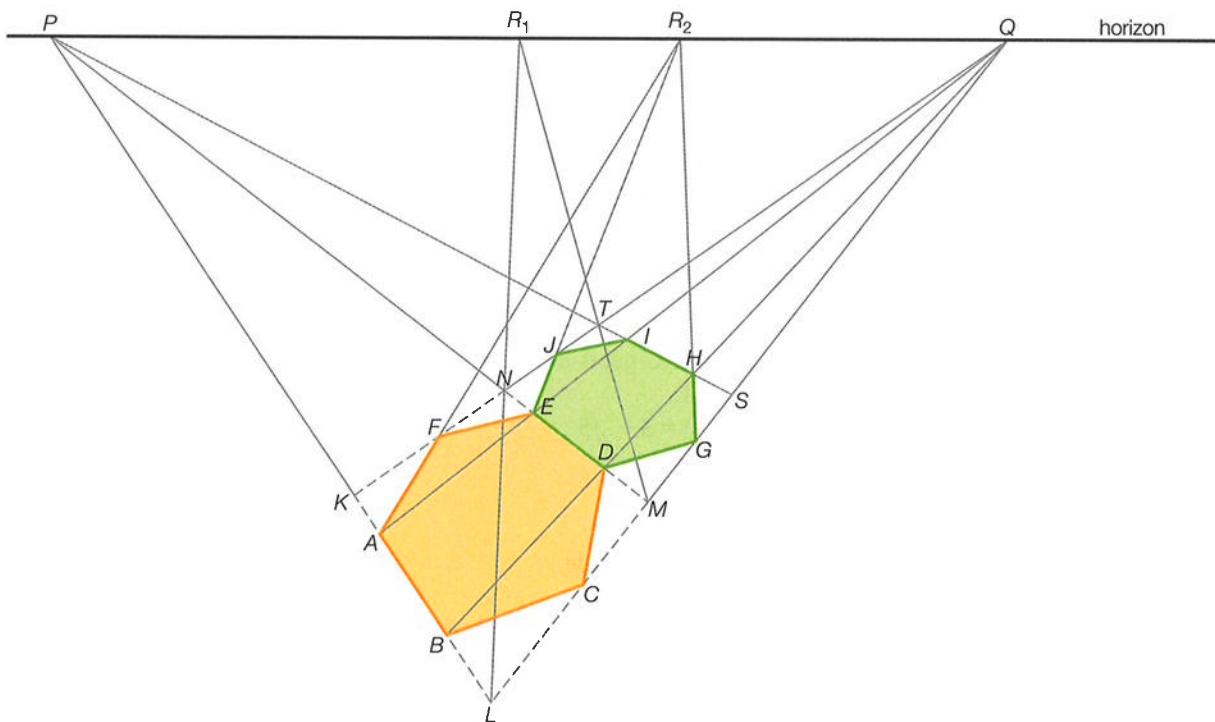
- 26
- KL en MN verlengen geeft verdwijnpunt P
 - KN en LM verlengen geeft verdwijnpunt Q
 - horizon door P en Q
 - PA en LM snijden geeft D
 - CA heeft verdwijnpunt R
 - RD en KN snijden geeft H
 - PH en LM snijden geeft E
 - BQ en MN snijden geeft G
 - CQ en MN snijden geeft F
 - achthoek $ABCDEFGH$



- 27 a $AD = DI$ (gelijkzijdige driehoek) en $DI = DE$ (regelmatige zeshoek), dus $AD = DE$.
Evenzo is $DE = BE$, dus $AD = DE = BE$.
- b
- D en E op AB zo, dat $AD = DE = BE$
 - BC verlengen geeft verdwijnpunt P
 - PD en AC snijden geeft I
 - PE en AC snijden geeft H
 - AC verlengen geeft verdwijnpunt Q
 - QE en BC snijden geeft F
 - QD en BC snijden geeft G
 - zeshoek $DEFGHI$



- 28**
- KL en MN verlengen geeft verdwijnpunt P
 - KN en LM verlengen geeft verdwijnpunt Q
 - horizon door P en Q
 - LN heeft verdwijnpunt R_1
 - R_1M en QK snijden geeft T
 - PT en QL snijden geeft S
 - QB en ST snijden geeft H
 - QA en ST snijden geeft I
 - AF heeft verdwijnpunt R_2
 - R_2E en TN snijden geeft J
 - R_2H en MS snijden geeft G
 - achthoek $EDGHIJ$



13.3 De gulden snede

Bladzijde 62

- 29**
- a** $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$ en $b = 1$ en $a = \varphi$ geeft $\frac{\varphi}{1} = \frac{\varphi+1}{\varphi}$.
Kruislings vermenigvuldigen geeft $\varphi^2 = \varphi + 1$.
- b** Voer in $y_1 = x^2$ en $y_2 = x + 1$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 1,618$, dus $\varphi = 1,618$.

Bladzijde 63

- 30** $AD = 1$, dus ook $AE = 1$ en dus $BE = AB - AE = \varphi - 1$.

Er geldt dus dat $\frac{BC}{BE} = \frac{1}{\varphi - 1}$.

Gebruik dat $\varphi = \frac{\varphi + 1}{\varphi}$ (zie opgave 29).

$$\text{Dus } \frac{BC}{BE} = \frac{1}{\varphi - 1} = \frac{1}{\frac{\varphi + 1}{\varphi} - 1} \cdot \frac{\varphi}{\varphi} = \frac{\varphi}{\varphi + 1 - \varphi} = \varphi.$$

Uit $\frac{BC}{BE} = \varphi$ volgt $BC = \varphi \cdot BE$ en dus is $EBCF$ ook een gulden rechthoek.

- 31** I $\frac{5,5}{3,8} \approx 1,4$, dus geen gulden rechthoek.
 II $\frac{6,3}{3,8} \approx 1,7$, dus bij benadering een gulden rechthoek.
 III $\frac{5,1}{4,2} \approx 1,2$, dus geen gulden rechthoek.
 IV $\frac{5,1}{4,1} \approx 1,2$, dus geen gulden rechthoek.

- 32** Het schilderij heeft bij benadering de verhoudingen van een gulden rechthoek. De verticale lijn rechts naast de man met de trombone verdeelt het schilderij in een vierkant en een gulden rechthoek.

Bladzijde 64

- 33** a Er zijn 10 rechthoeken in de lengte en dus $\frac{80}{10} = 8$ rechthoeken in de breedte.
 De 20° decimaal correspondeert met de 21° rechthoek, dus met de eerste rechthoek op de derde rij.
 Deze rechthoek is blauw, dus de 20° decimaal is even.
 b Elk van de rechthoeken heeft afmetingen $\frac{90}{10} = 9$ cm bij $\frac{44,5}{8} = 5,5625$ cm.
 $\frac{9}{5,5625} \approx 1,618$, dus bij benadering een gulden rechthoek.

- 34** a De stelling van Pythagoras in driehoek ABC geeft $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 2^2 + 1^2 = 5$,
 dus $BC = \sqrt{5}$ en $BD = BC - CD = \sqrt{5} - 1$.
 b $AE = AB - EB = AB - BD = 2 - (\sqrt{5} - 1) = 3 - \sqrt{5}$
 c $\frac{BE}{AE} = \frac{\sqrt{5} - 1}{3 - \sqrt{5}} \approx 1,618$
 AB wordt door E verdeeld volgens de gulden snede.

- 35** De stelling van Pythagoras in driehoek EBC geeft $EC^2 = EB^2 + BC^2 = 1^2 + 2^2 = 5$, dus
 $EC = EG = \sqrt{5}$.
 $BG = EG - EB = \sqrt{5} - 1$
 $\frac{AB}{BG} = \frac{2}{\sqrt{5} - 1} \approx 1,618$
 AG wordt door B verdeeld volgens de gulden snede.

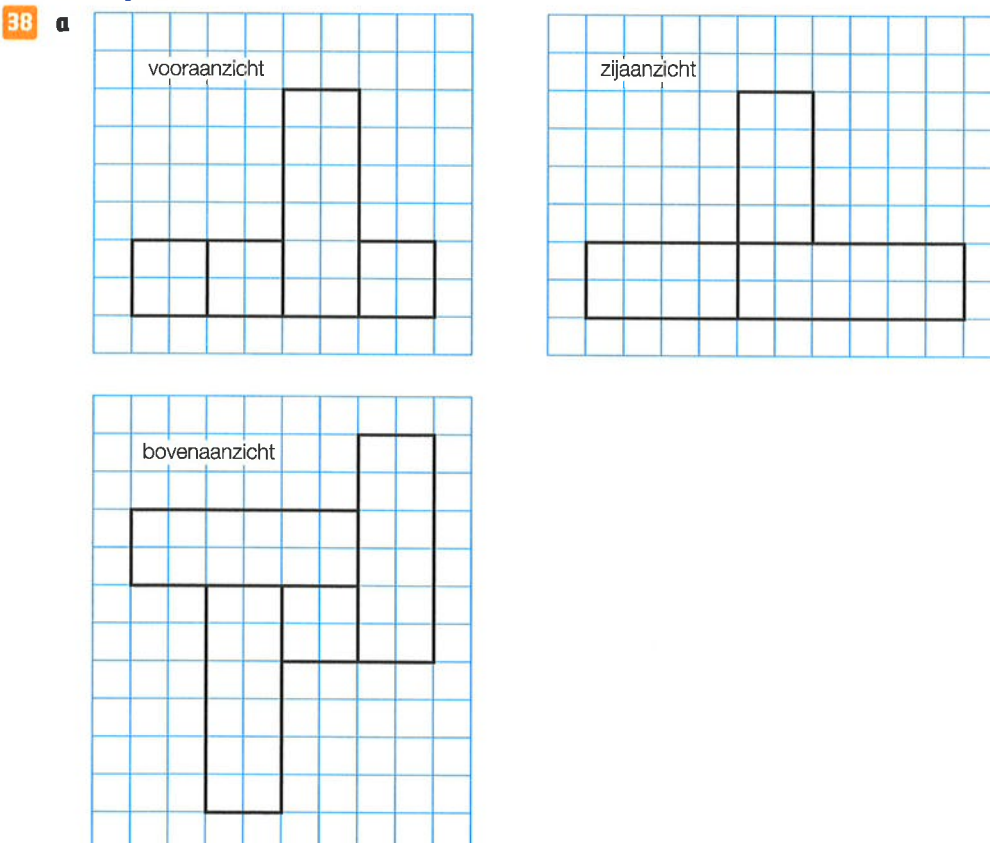
Bladzijde 65

- 36** a In $ABCS$ zijn AB en CS evenwijdig en ook zijn AS en BC evenwijdig. Dus $ABCS$ is een parallelogram en dus is $AB = BC = CS = AS$.
 b $ABCS$ is een parallelogram waarin de diagonalen AC en BS loodrecht op elkaar staan, dus $ABCS$ is een ruit en daaruit volgt dat $AB = CS = BC = AS$.
 c $AC = AD$ (diagonalen regelmatige vijfhoek) en $DE = AB$ (zijden regelmatige vijfhoek) en dus ook $DE = AS$ (want $ABCS$ is een ruit).
 Dus $k = \frac{AC}{DE} = \frac{AD}{AS}$.

- d Er geldt dus $\frac{AS}{DS} = \frac{AD}{AS}$ en dit is de verhouding die bij de gulden snede hoort, dus $AS = \varphi \cdot DS$.
- e Uit $\frac{AS}{DS} = \frac{AD}{AS}$ volgt ook dat $AD = \varphi \cdot AS$. Omdat $AB = AS$ geldt dus ook dat $AD = \varphi \cdot AB$, of algemeen gezegd: in een regelmatige vijfhoek is een diagonaal φ keer zo lang als een zijde van de vijfhoek.

Bladzijde 66

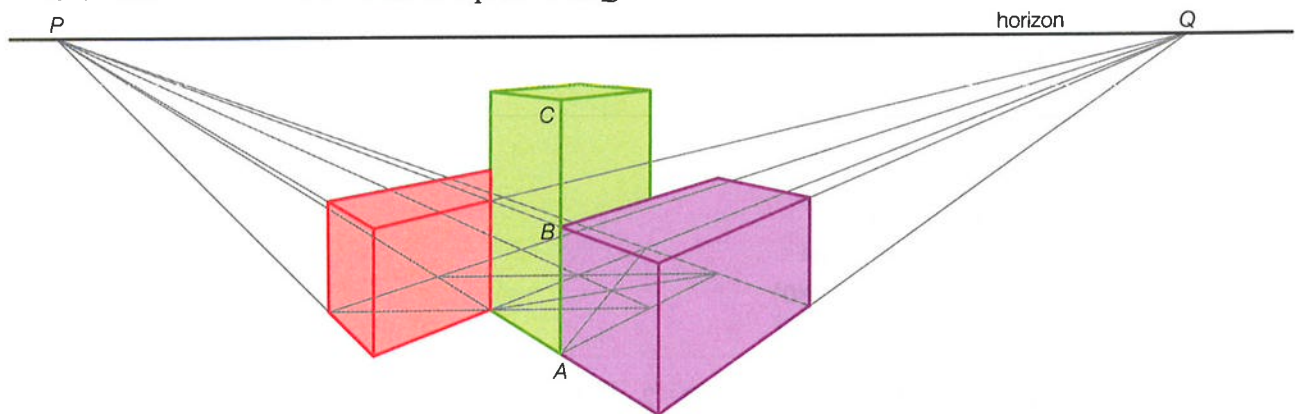
- 37 a $PQ = EC$ en EC is een diagonaal van de vijfhoek, dus $EC = \varphi \cdot AB$ en dus ook $PQ = \varphi \cdot AB \approx 1,618 \cdot 280 \approx 453$ m.
- b $AP = BQ$, dus $2BQ \approx 453 - 280 = 173$ m.
 $BQ \approx 86,5$ m
 In $\triangle BQC$ is $BQ^2 + CQ^2 = BC^2$
 $86,5^2 + CQ^2 = 280^2$
 $CQ^2 = 280^2 - 86,5^2$
 $CQ \approx 266,3$ m
- c In $\triangle CDR$ is $CR^2 + DR^2 = CD^2$
 $CR^2 + 226,5^2 = 280^2$
 $CR^2 = 280^2 - 226,5^2$
 $CR \approx 164,6$ m
- d $O(ABCDE) = PQ \cdot QR - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot BQ \cdot CQ - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot DR \cdot CR$
 $\approx 453 \cdot (266,3 + 164,6) - 86,5 \cdot 266,3 - 226,5 \cdot 164,6$
 $= 195\,197,7 - 23\,034,95 - 37\,281,9$
 $= 134\,880,85 \text{ m}^2 \approx 13,5 \text{ ha}$

13.4 Aanzichten en inhoud**Bladzijde 68**

- b De inhoud van een balk is $3 \cdot 3 \cdot 9 = 81 \text{ dm}^3$, dus de totale inhoud is $4 \cdot 81 = 324 \text{ dm}^3$.
 Het kunstwerk weegt $324 \cdot 0,55 = 178,2 \text{ kg}$.

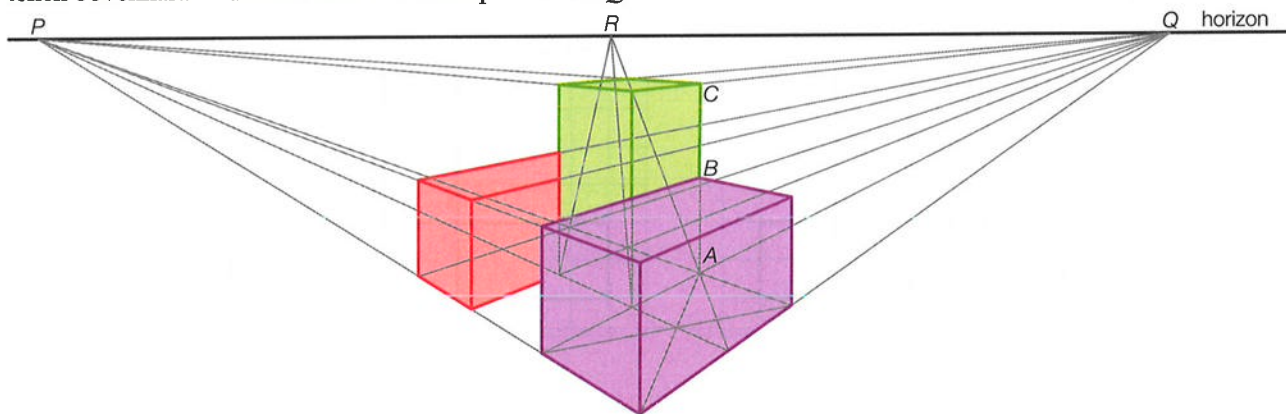
Bladzijde 69

- 39 a** De ribben AB en AC zijn evenwijdig met het tafereel, dus hier treedt geen vertekening op.
- b** Snijden van de lijn PC met de verticale lijn door een hoekpunt van het grondvlak. Evenzo snijden van de lijn QC met de verticale lijn door een hoekpunt van het grondvlak. Daarna de gevonden punten verbinden met respectievelijk Q en P .
- c**
- verdwijnpunten P en Q en de horizon
 - verdubbel grondvlak middelste balk en verdubbel dit voor grondvlak linker balk
 - de lijn PB geeft de hoogte van de linker balk
 - teken bovenkant linker balk met behulp van P en Q



Bladzijde 70

- 40 a**
- verdwijnpunten P en Q en de horizon
 - halveer grondvlak rechter balk en verdubbel dit voor grondvlak middelste balk
 - opmeten AB geeft AC , want $AC = 2 \cdot AB$
 - teken bovenkant middelste balk met behulp van P en Q
 - verdubbel grondvlak middelste balk en verdubbel dit voor grondvlak linker balk
 - teken bovenkant middelste balk met behulp van P en Q

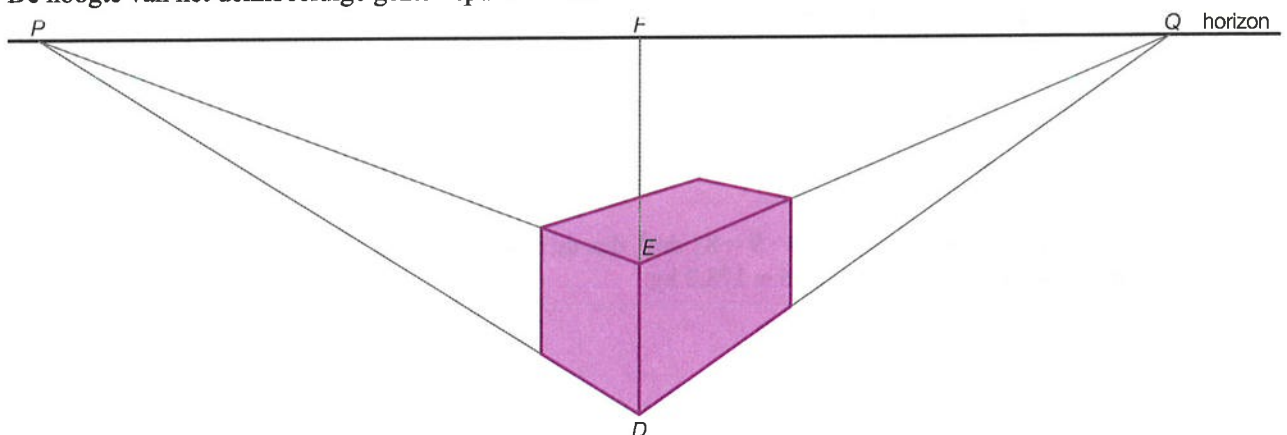


- b** Opmeten in figuur 13.61 geeft hoogte rechter balk = 1,5 cm, dus in werkelijkheid hoogte = $30 \cdot 1,5 = 45$ cm.

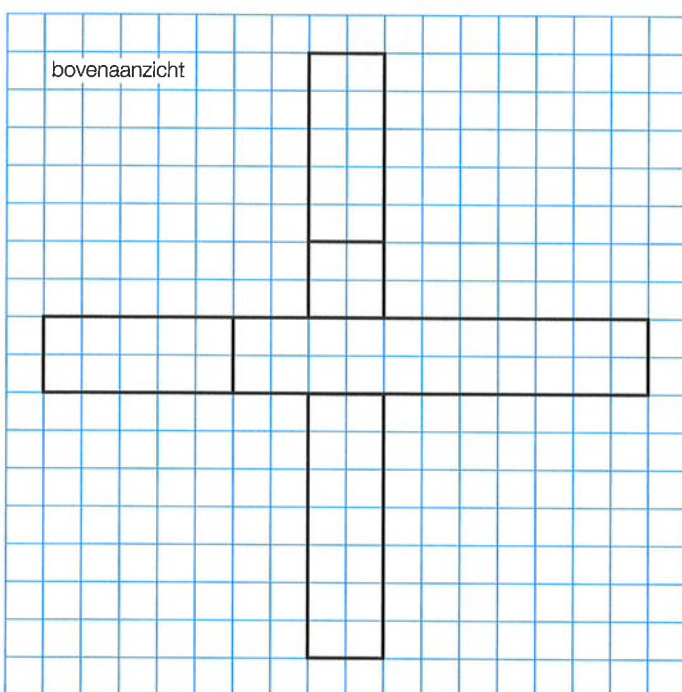
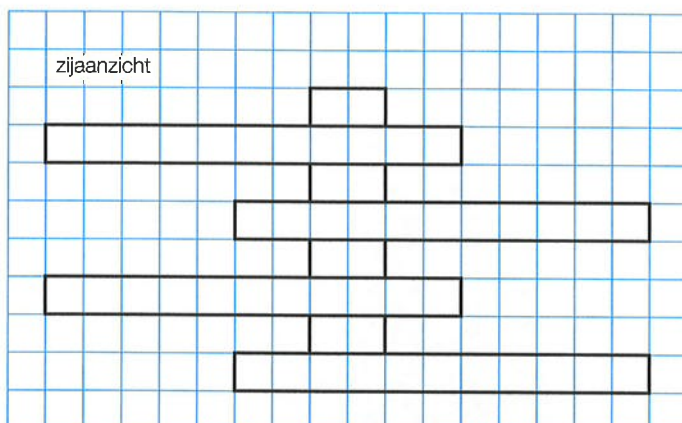
Opmeten in perspectieftekening geeft $DE = 2,0$ cm en $DF = 5,0$ cm.

Dus in werkelijkheid $DF = \frac{5,0}{2,0} \cdot 45 \approx 113$ cm.

De hoogte van het denkbeeldige gezichtspunt is 113 cm.



- c** In figuur 13.61 zijn de afmetingen van een balk $1,5 \times 1,5 \times 3$ cm, dat komt in werkelijkheid dus overeen met $45 \times 45 \times 90$ cm. De inhoud van een balk is $4,5 \cdot 4,5 \cdot 9 = 182,25 \text{ dm}^3$, dus de totale inhoud is $3 \cdot 182,25 = 546,75 \text{ dm}^3$. Het kunstwerk weegt $546,75 \cdot 2,7 \approx 1476$ kg.

41 a

- b** In figuur 13.63b zijn de afmetingen van een balk $0,5 \times 1,0 \times 5,5$ cm, dat komt in werkelijkheid dus overeen met $12,5 \times 25 \times 137,5$ cm. De inhoud van een balk is $1,25 \cdot 2,5 \cdot 13,75 = 42,96... \text{ dm}^3$, dus de totale inhoud is $8 \cdot 42,96... \approx 344 \text{ dm}^3$.
- c** In de aanzichten kun je zien dat de totale lengte van de kist $8 \cdot 25 = 200$ cm moet zijn, dat de breedte ook $8 \cdot 25 = 200$ cm moet zijn en dat de hoogte $4 \cdot 25 = 100$ cm moet zijn. De kist heeft dus een inhoud van $20 \cdot 20 \cdot 10 = 4000 \text{ dm}^3$.
Dus $\frac{344}{4000} \times 100\% = 8,6\%$ van de kist wordt door het kunstwerk in beslag genomen.

Bladzijde 71**42**

- a** De derde balk bestaat uit $6 \times 3 \times 6 = 108$ kubusjes.
- b** $8 \times 1 \times 8 = 64$; $7 \times 2 \times 7 = 98$; $6 \times 3 \times 6 = 108$; $5 \times 4 \times 5 = 100$
Het aantal kubusjes wordt kleiner na de derde balk. De derde balk bevat het grootste aantal kubusjes.
- c** De derde balk bestaat uit $3 \times 3 \times 6 = 54$ kubusjes.
- d** Het kunstwerk bestaat uit 8 balken.
In totaal zijn $1 \times 1 \times 8 + 2 \times 2 \times 7 + 3 \times 3 \times 6 + 4 \times 4 \times 5 + 5 \times 5 \times 4 + 6 \times 6 \times 3 + 7 \times 7 \times 2 + 8 \times 8 \times 1 = 540$ kubusjes gebruikt.

- e De eerste balk is opgebouwd uit $1 \times 1 \times 1$ kubus. De tweede balk is opgebouwd uit $2 \times 2 \times 1$ kubussen. De derde balk is opgebouwd uit $3 \times 3 \times 1$ kubussen. Enzovoort.

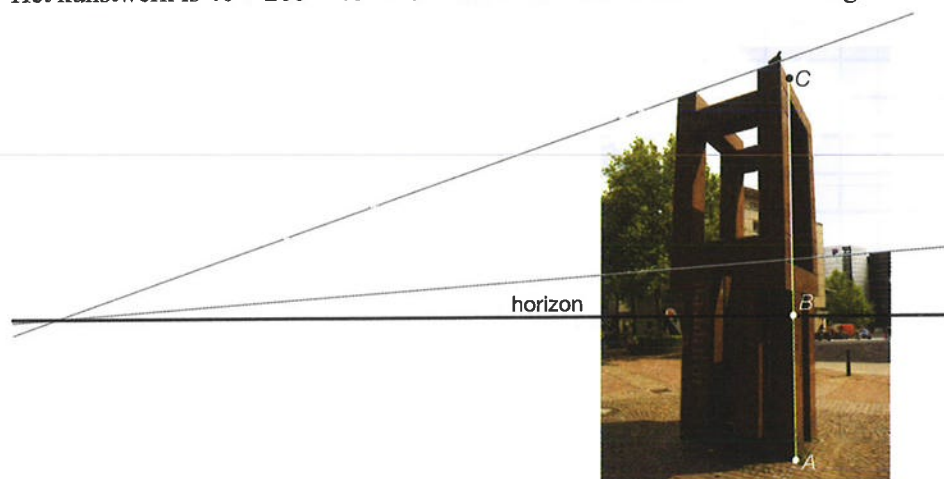
In totaal zijn er

$$1 \times 1 \times 1 + 2 \times 2 \times 1 + 3 \times 3 \times 1 + 4 \times 4 \times 1 + 5 \times 5 \times 1 + 6 \times 6 \times 1 + 7 \times 7 \times 1 + 8 \times 8 \times 1 = 204 \text{ kubusjes.}$$

Bladzijde 72

- 43 a Het kunstwerk is $40 + 200 + 40 + 40 + 200 + 40 + 40 = 600 \text{ cm} = 6 \text{ m}$ hoog.

b



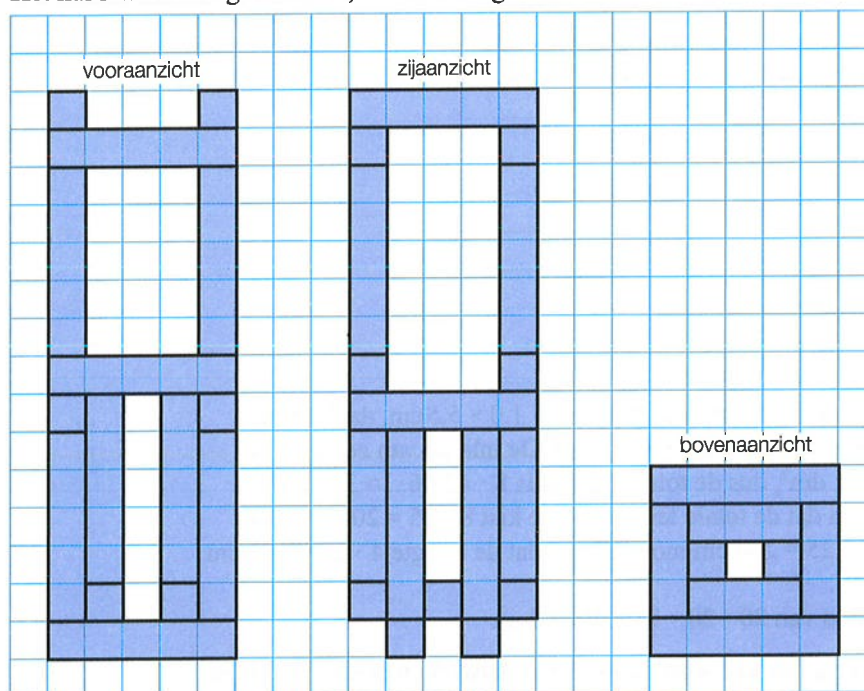
Opmeten geeft $AB = 1,9 \text{ cm}$ en $AC = 5,0 \text{ cm}$.

Dus de hoogte waarop de foto is genomen is $\frac{1,9}{5,0} \cdot 6 \approx 2,3 \text{ m}$.

- c De inhoud van een balk is $4 \cdot 4 \cdot 20 = 320 \text{ dm}^3$, dus de inhoud van het hele kunstwerk is $24 \cdot 320 = 7680 \text{ dm}^3$.

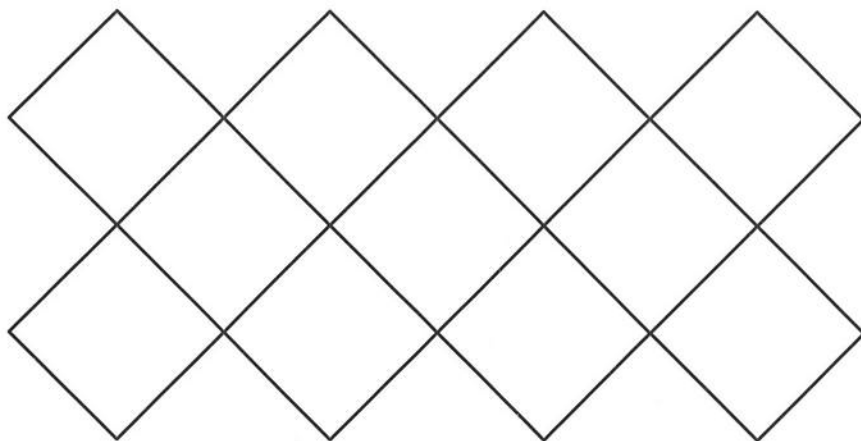
Het kunstwerk weegt $7680 \cdot 2,7 = 20736 \text{ kg}$.

d

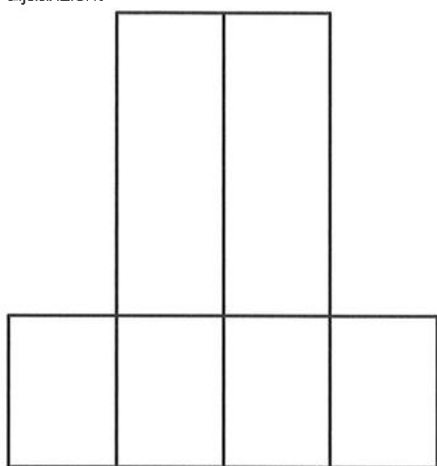


- 44 a** Teken eerst het bovenaanzicht. Hierin kun je de benodigde afmetingen van de andere aanzichten opmeten.

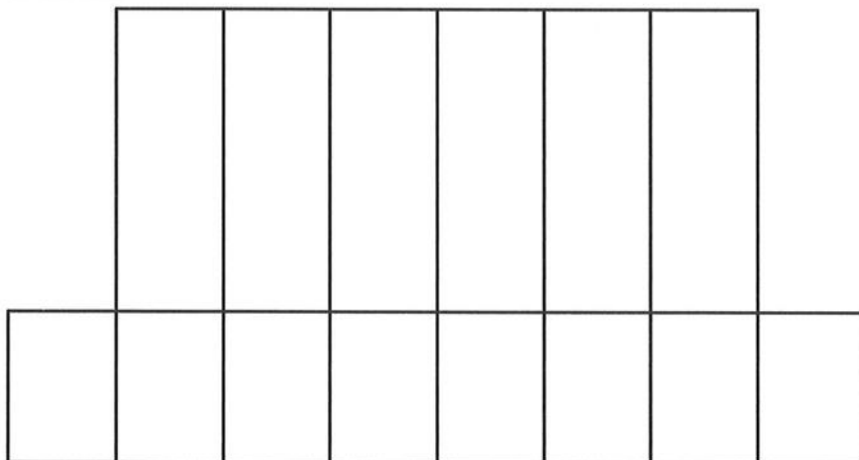
bovenaanzicht



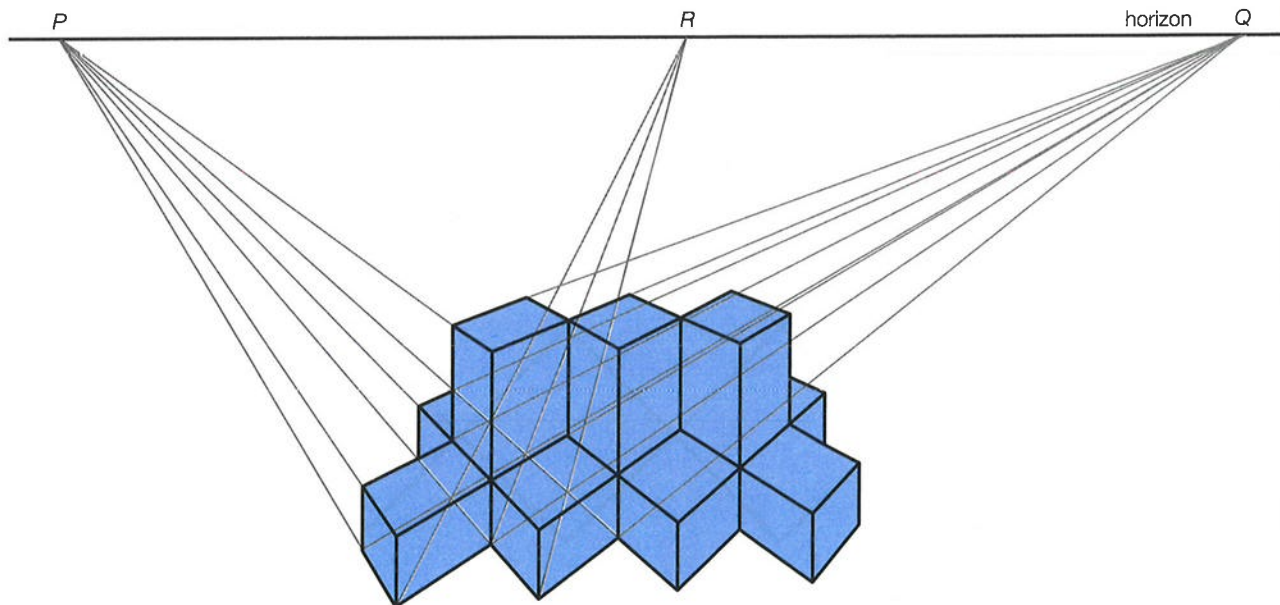
zijaanzicht



vooraanzicht



- b** De totale inhoud van het kunstwerk is $8 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot 6 = 136 \text{ dm}^3$.
Het kunstwerk weegt $136 \cdot 2,8 = 380,8 \text{ kg}$.
- c**
- verdwijnpunten P en Q en de horizon
 - grondvlak kubus linksvoor met behulp van P en Q
 - verdubbel grondvlak kubus linksvoor met behulp van verdwijnpunt R
 - verdubbelen herhalen voor overige grondvlakken
 - teken bovenkanten bij gevonden grondvlakken met behulp van P en Q

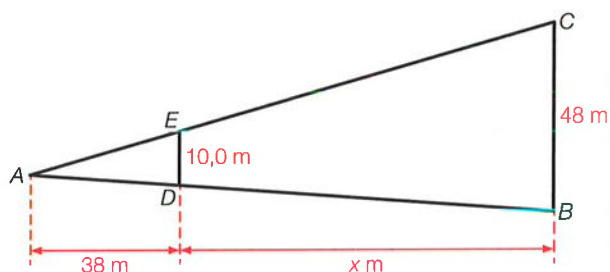


Bladzijde 73

- 45 a** De grootste hoogte van de maquette is $\frac{89}{125} = 0,712 \text{ m} = 71,2 \text{ cm}$.
- b** De maquette heeft $\frac{45\,000}{125^2} = 2,88 \text{ m}^2 = 288 \text{ dm}^2$ kantoorruimte.
- c** De maquette heeft een inhoud van $\frac{225\,000}{125^3} = 0,1152 \text{ m}^3 \approx 115 \text{ dm}^3$.

Bladzijde 74

- 46 a** Opmeten in figuur 13.73 geeft hoogte poort = 4,6 cm en hoogte zuil = 2,7 cm.
De hoogte van de zuil lijkt ter hoogte van de poort $\frac{2,7}{4,6} \cdot 17 \approx 10,0 \text{ m}$ te zijn.



Driehoek ABC is een vergroting van driehoek ADE met vergrotingsfactor $\frac{48}{10,0}$.

Er geldt $\frac{48}{10,0} \cdot 38 = 38 + x$.

Dit geeft $x \approx 144 \text{ m}$.

De fotograaf stond $38 + 144 = 182 \text{ m}$ van de zuil.

- b** $9\frac{1}{2} \text{ inch} = 9\frac{1}{2} \cdot 2,54 = 24,13 \text{ cm}$

De zuil is een vergroting van het model met vergrotingsfactor $\frac{4800}{24,13} \approx 199$.

Het model zou $\frac{700\,000}{199^3} = 0,0888... \text{ kg} \approx 89 \text{ gram}$ wegen.

c



Opmeten geeft $PQ = 1,5$ cm en $PR = 4,4$ cm.

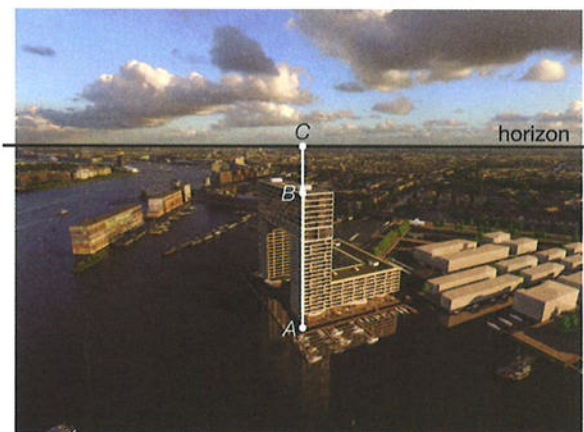
De foto is genomen vanaf een hoogte van $\frac{1,5}{4,4} \cdot 48 \approx 16,4$ m.

Bladzijde 75

- 47 a Voor de vergrotingsfactor k geldt $k^3 = \frac{200\,000\,000}{59}$, dus $k = \sqrt[3]{\frac{200\,000\,000}{59}} \approx 150$.

De grootste hoogte van de maquette is $\frac{90}{150} = 0,6$ m = 60 cm.

b



Opmeten geeft $AB = 1,8$ cm en $AC = 2,4$ cm.

De hoogte van dit denkbeeldige punt is $\frac{2,4}{1,8} \cdot 90 = 120$ m.

- 48 a 1 square foot = $0,3048^2$ m²

De oppervlakte van het grondvlak is $24\,192 \cdot 0,3048^2 \approx 2248$ m².

- b De oppervlakte van het dak is $63 \cdot 43 = 2709$ m².

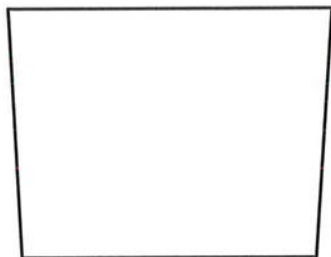
Het dak is een vergroting van het grondvlak met $k = \sqrt{\frac{2709}{2248}} \approx 1,1$.

Dus de afmetingen van het grondvlak zijn $\frac{63}{1,1} \approx 57,3$ m bij $\frac{43}{1,1} \approx 39,1$ m.

(Je kunt ook op het werkblad de lengte van het dak en van het grondvlak meten om k te berekenen.)

Opmeten op het werkblad geeft hoogte gebouw = 3,3 cm.

Het zijaanzicht is een trapezium met zijden van 4,3 cm en 3,91 cm en een hoogte van 3,3 cm.

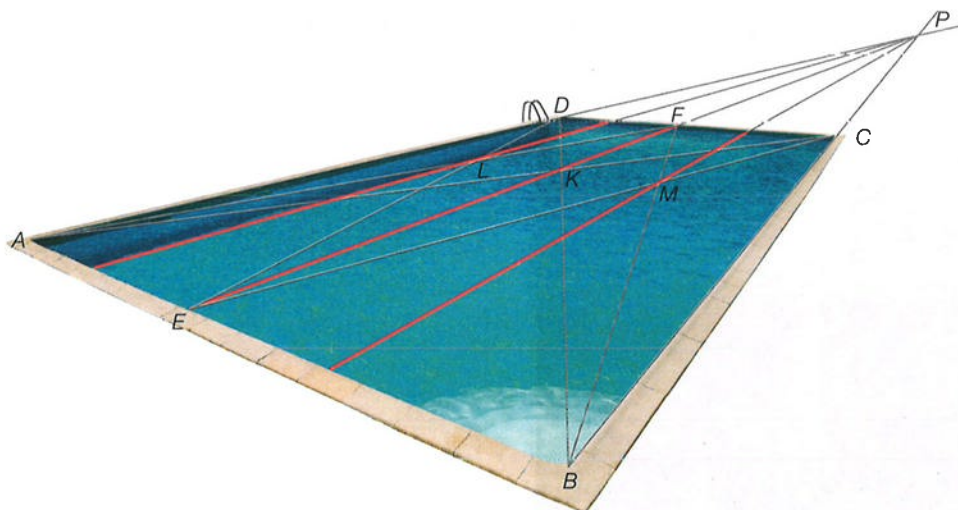


- c Het gewicht zou $\frac{75\,000}{160^3} = 0,0183... \text{ kg} \approx 18 \text{ gram}$ zijn.

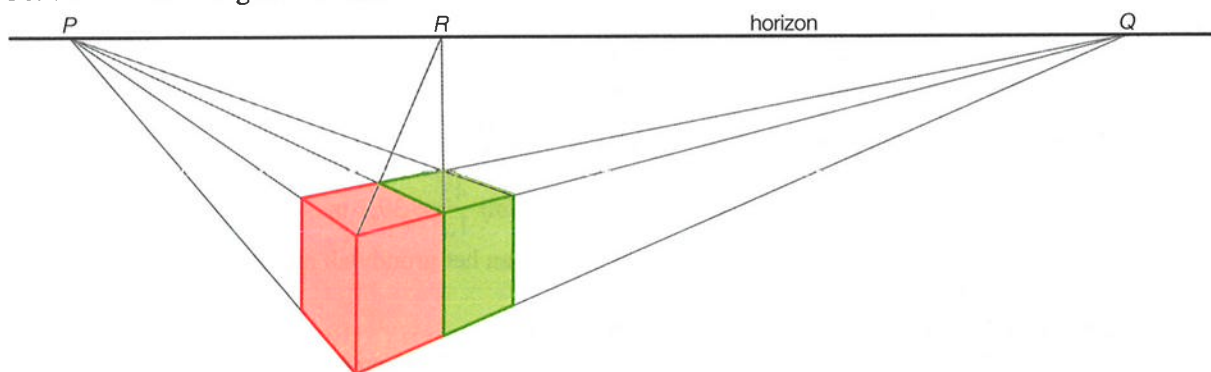
Diagnostische toets

Bladzijde 78

- 1
 - verdwijnpunt P
 - de diagonalen van $ABCD$ geven middelpunt K
 - PK verlengen geeft de middelste rode lijn
 - de diagonalen van $AEFD$ geven middelpunt L
 - PL verlengen geeft de linker rode lijn
 - de diagonalen van $EBCF$ geven middelpunt M
 - PM verlengen geeft de rechter rode lijn

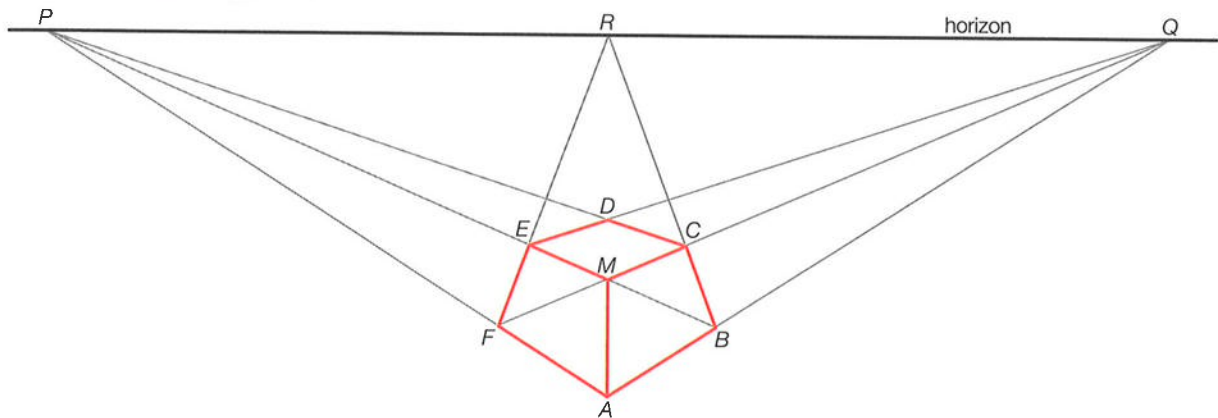


- 2
 - verdwijnpunten P en Q en de horizon
 - verdubbel het bovenzvlak van de rode kubus met behulp van verdwijnpunt R
 - het bovenzvlak van de groene kubus met behulp van P en Q
 - het voorvlak van de groene kubus



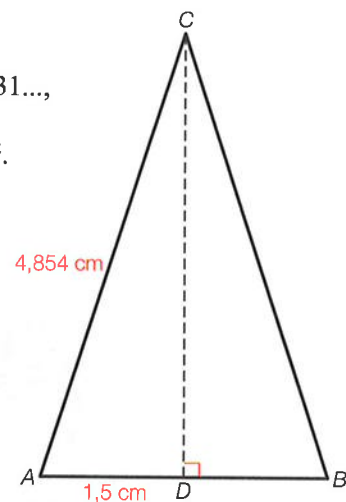
- 3 a** De zijde wordt verdeeld in vier stukken van 20 cm.
 De oppervlakte van een driehoek is $\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20 = 200 \text{ cm}^2$.
 De oppervlakte van een trapezium is $\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 40 - 200 = 800 - 200 = 600 \text{ cm}^2$.
 Dus de oppervlakte van een trapezium is drie keer zo groot als de oppervlakte van een driehoek.
- b** De oppervlakte van de vier vierkanten samen is even groot als de oppervlakte van de vier driehoeken en de vier trapezia samen.
 De vier vierkanten hebben samen dus een oppervlakte van $4 \cdot 200 + 4 \cdot 600 = 3200 \text{ cm}^2$.
 Een vierkant heeft dus een oppervlakte van $\frac{3200}{4} = 800 \text{ cm}^2$.
 $4 \cdot 200 = 800$, dus er geldt $4 \cdot O(\text{driehoek}) = O(\text{vierkant})$.

- 4**
- AF en BE verlengen geeft verdwijnpunt P en de horizon
 - EF heeft verdwijnpunt R en AB heeft verdwijnpunt Q
 - QF snijden met BR geeft C
 - QE snijden met PC geeft D
 - QF snijden met PB geeft M

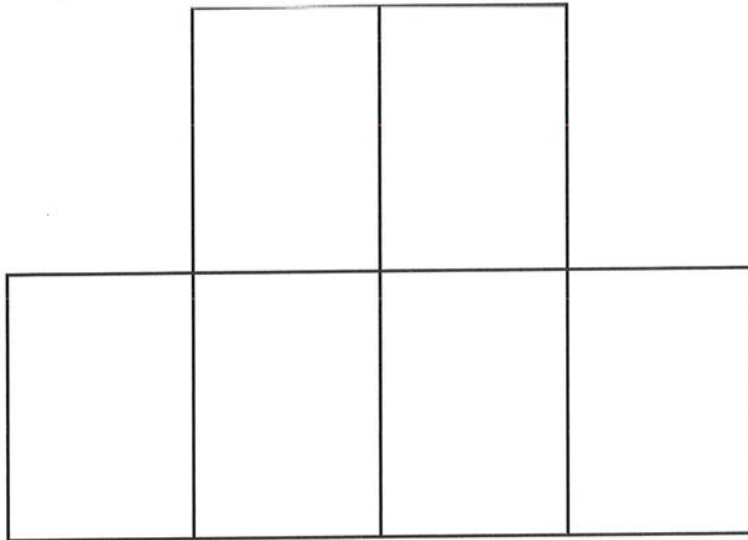


Bladzijde 79

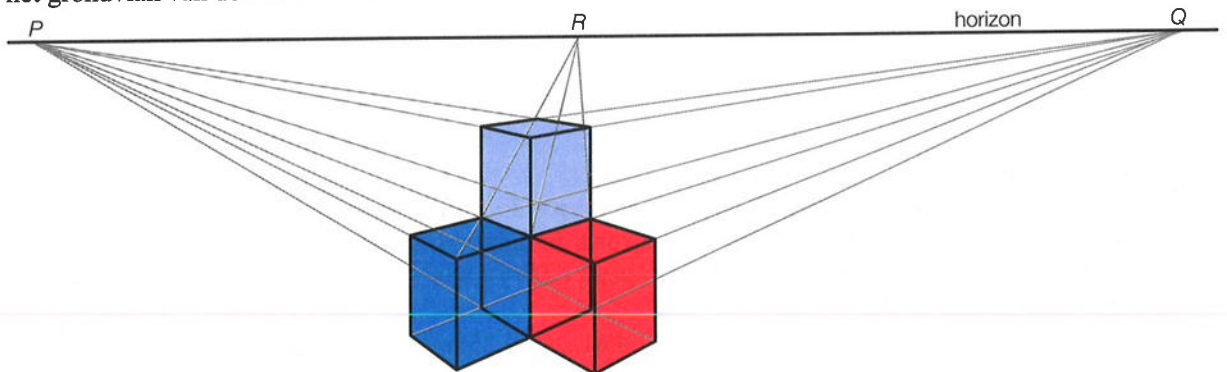
- 5** Er geldt dat de straal van de cirkel gelijk is aan $3 \cdot \varphi = 3 \cdot 1,618 = 4,854 \text{ cm}$.
 Elke driehoek van de tienhoek ziet er dus uit zoals de figuur hiernaast.
 De stelling van Pythagoras in driehoek ADC geeft $CD^2 = 4,854^2 - 1,5^2 = 21,31\dots$,
 dus $CD = \sqrt{21,31\dots} = 4,61\dots$
 De oppervlakte van de tienhoek is $10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4,61\dots \approx 69,25 \text{ cm}^2 = 6925 \text{ mm}^2$.



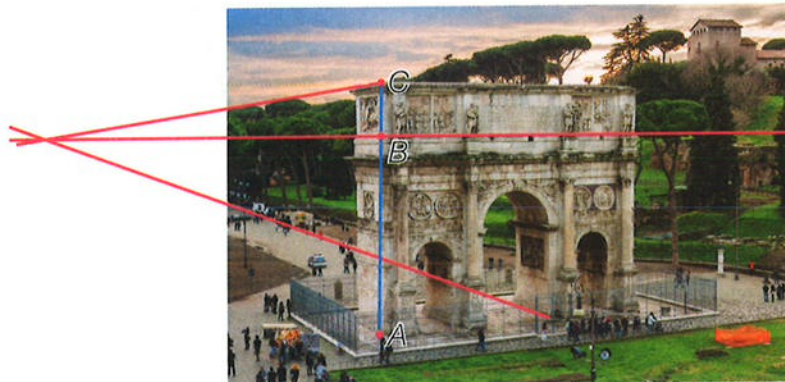
- 6 a** De zijvlakken van de kubus hebben een diagonaal van $\sqrt{35^2 + 35^2} \approx 49,5$ cm.



- b**
- verdwijnpunten P en Q en de horizon
 - verdubbel het bovenvlak met behulp van verdwijnpunt R voor het grondvlak van de bovenste kubus
 - bepaal de hoogte van de bovenste kubus door de hoogte van de kubus te verdubbelen
 - het bovenvlak van de bovenste kubus
 - verdubbel het grondvlak van de bovenste kubus voor het bovenvlak van de rechter kubus
 - het grondvlak van de rechter kubus



- 7 a**



Opmeten geeft $AB = 2,6$ cm en $AC = 3,3$ cm.

De foto is genomen vanaf een hoogte van $\frac{2,6}{3,3} \cdot 21 \approx 17$ m.

- b** 1 kubieke inch = $2,54^3$ cm³ en $10 \text{ dm}^3 = 10 \cdot 10^3$ cm³

Het volume van de miniatuurversie is $\frac{10 \cdot 10^3}{2,54^3} \approx 610$ kubieke inch.

- c** De echte boog is $\frac{21}{0,3} = 70$ keer zo groot, dus de inhoud van de echte boog is

$70^3 = 343\,000$ keer zo groot.

De echte boog heeft een inhoud van $10 \cdot 343\,000 = 3\,430\,000 \text{ dm}^3 = 3430 \text{ m}^3$.