

12 Rijen

Voorkennis Lineaire en exponentiële groei

Bladzijde 10

- 1** Als n met 1 toeneemt, dan neemt y steeds met 35 toe.
Bij $n = 0$ hoort $y = 250$, dus de formule is $y = 35n + 250$.
- 2** Als n met 1 toeneemt, dan wordt y steeds met 1,6 vermenigvuldigd.
Bij $n = 0$ hoort $y = 250$, dus de formule is $y = 250 \cdot 1,6^n$.

3 $g^3 = \frac{2160}{1250}$, dus $g = \left(\frac{2160}{1250}\right)^{\frac{1}{3}} = 1,2$

$$\left. \begin{array}{l} y = b \cdot 1,2^n \\ n = 2 \text{ en } y = 1250 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,2^2 = 1250 \\ b = \frac{1250}{1,2^2} \approx 868 \end{array}$$

Dus $b = 868$ en $g = 1,2$.

4 $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{212 - 293}{25 - 10} = -5,4$

$$\left. \begin{array}{l} y = -5,4n + b \\ n = 10 \text{ en } y = 293 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -5,4 \cdot 10 + b = 293 \\ -54 + b = 293 \\ b = 347 \end{array}$$

Dus $a = -5,4$ en $b = 347$.

- 5 a** Als n met 1 toeneemt, dan neemt y steeds met 8 af.
Bij $n = 0$ hoort $y = 256$, dus de formule is $y = -8n + 256$.
 $n = 13$ geeft $y = -8 \cdot 13 + 256 = 152$
- b** Los op $-8n + 256 = 0$
 $-8n = -256$
 $n = 32$
 Dus bij $n = 32$ is $y = 0$.

6 a $g^4 = \frac{829,44}{576}$, dus $g = \left(\frac{829,44}{576}\right)^{\frac{1}{4}} = 1,2$.
 Bij $n = 6$ hoort $y = 576 \cdot 1,2 = 691,2$.

b
$$\left. \begin{array}{l} y = b \cdot 1,2^n \\ n = 3 \text{ en } y = 400 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,2^3 = 400 \\ b = \frac{400}{1,2^3} \end{array}$$

Dus $y = \frac{400}{1,2^3} \cdot 1,2^n = 400 \cdot 1,2^{n-3}$.

Voer in $y_1 = 400 \cdot 1,2^{x-3}$ en maak een tabel.

Uit de tabel volgt $n = 16$ geeft $y \approx 4280$ en $n = 17$ geeft $y \approx 5136$.

Dus vanaf $n = 17$ is $y > 5000$.

7 a $y = an + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{20 - 320}{7 - 3} = -75$

$$\left. \begin{array}{l} y = -75n + b \\ n = 3 \text{ en } y = 320 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -75 \cdot 3 + b = 320 \\ -225 + b = 320 \\ b = 545 \end{array}$$

Dus $y = -75n + 545$.

b $y = b \cdot g^n$ met $g^4 = \frac{20}{320}$, dus $g = \left(\frac{20}{320}\right)^{\frac{1}{4}} = 0,5$.

$$\left. \begin{array}{l} y = b \cdot 0,5^n \\ n = 3 \text{ en } y = 320 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 0,5^3 = 320 \\ b = \frac{320}{0,5^3} = 2560 \end{array}$$

Dus $y = 2560 \cdot 0,5^n$.

12.1 Rijen en verbanden

Bladzijde 11

- 1 A Er komt steeds 7 bij. Het volgende getal is 46.
 B Steeds keer 2. Het volgende getal is 128.
 C Er gaat steeds 32 af. Het volgende getal is 78.
 D Steeds keer $\frac{2}{3}$. Het volgende getal is 16.
 E Het zijn kwadraten. Het volgende getal is 49.

Bladzijde 13

- 2 Je laat zien dat u_9 nog kleiner is dan 500 en dat u_{10} de eerste term is die groter is dan 500.
- 3 a De GR geeft de zevende term is $u_6 \approx 340,57$ en de achtste term is $u_7 \approx 356,51$.
 b $u_{10} \approx 395,40$ en $u_{11} \approx 405,86$
 Dus vanaf de 12^e term is $u_n > 400$.
- 4 a De GR geeft de vierde term is $u_3 = 330,07$ en de vijfde term is $u_4 = 373,35$.
 b $u_{11} \approx 419,44$ en $u_{12} \approx 419,60$
 Dus vanaf de 13^e term is $u_n > 419,5$.
 c Nee, vanaf $n = 17$ is $u_n \approx 419,76$ en dus is er geen term waarvoor $u_n > 420$.
- 5 a Voer in $y_1 = 2x^2 + 7x - 3$.
 De tabel geeft de zesde term is $u_5 = 82$ en de zevende term is $u_6 = 111$.
 b Uit de tabel volgt $u_{14} = 487$ en $u_{15} = 552$.
 Dus vanaf de 16^e term is $u_n > 500$.
- 6 a Voer in $y_1 = 3x + \frac{24}{x+2}$.
 De tabel geeft de vijfde term is $u_4 = 16$ en de zevende term is $u_6 = 21$.
 b Uit de tabel volgt $u_{16} \approx 49,3$ en $u_{17} \approx 52,3$.
 Dus vanaf de 18^e term is $u_n > 50$.
 c Geheel getal als 24 wordt gedeeld door 2, 3, 4, 6, 8, 12 of 24.
 Dat zijn de termen $u_0, u_1, u_2, u_4, u_6, u_{10}$ en u_{22} .
- 7 a De GR geeft $u_{10} \approx 34,67$ en $u_{11} \approx 35,64$.
 Dus vanaf de 12^e term is $u_n > 35$.
 b Voer in $y_1 = -0,3x^2 + 5x - 10$.
 De tabel geeft $u_2 = -1,2$, $u_3 = 2,3$, $u_{14} = 1,2$ en $u_{15} = -2,5$.
 De termen u_3 tot en met u_{14} zijn positief. Dat zijn 12 termen.

Bladzijde 14

- 8 A Er komt steeds 3 bij.
 B Er komt steeds 20 bij.
 C Eerst +3, dan +5, dan +7, dan...
 D Er gaat steeds 5 af.
 E Er gaat steeds 1 af.
 F Er komt steeds 7 bij.
 Dus rij C heeft een afwijkende regelmaat.

Bladzijde 15

- 9** Bij het doorrekenen op het basisscherm van de GR met [ans] moet je dan heel ver doorgaan en kun je eenvoudig de tel kwijtraken.

- 10 a** Rij bij lineair verband met $u_0 = 218$ en $v = 5$, dus $u_n = 218 + 5 \cdot n$.

- b** De 25^e term is $u_{24} = 218 + 5 \cdot 24 = 338$.

- c** Los op $218 + 5n = 498$

$$5n = 280$$

$$n = 56$$

Dus de 57^e term is 498.

- 11 a** Het verschil van twee opeenvolgende termen is steeds hetzelfde getal, namelijk 5.

- b** $u_0 = 13$ en $v = 5$, dus de recursieve formule is $u_n = u_{n-1} + 5$ met $u_0 = 13$.

De directe formule is $u_n = 13 + 5 \cdot n$.

- c** De 38^e term is $u_{37} = 13 + 5 \cdot 37 = 198$.

- d** Los op $13 + 5n = 650$

$$5n = 637$$

$$n = 127,4$$

Dus $u_{127} < 650$ en $u_{128} > 650$.

Er zijn 128 termen kleiner dan 650.

- 12 a** Rij bij lineair verband met $u_0 = 1023$ en $v = -7$, dus de directe formule is

$$u_n = 1023 - 7 \cdot n$$

Los op $1023 - 7n = 246$

$$-7n = -777$$

$$n = 111$$

Dus de 112^e term is 246.

- b** Los op $1023 - 7n = 0$

$$-7n = -1023$$

$$n \approx 146,1$$

Dus $u_{146} > 0$ en $u_{147} < 0$.

De rij heeft 147 positieve termen.

- 13** Stel de rij is $u_n = u_0 + v \cdot n$.

De eerste term is u_0 , de tweede term is $u_0 + v$, de derde term is $u_0 + 2v$, de vierde term is

$u_0 + 3v$ en de vijfde term is $u_0 + 4v$.

Er geldt $u_0 + u_0 + 3v = 10$, oftewel $2u_0 + 3v = 10$.

Ook geldt $u_0 + u_0 + v + u_0 + 2v + u_0 + 3v = u_0 + 4v$, oftewel $4u_0 + 6v = u_0 + 4v$,

dus $3u_0 + 2v = 0$.

Uit $3u_0 + 2v = 0$ volgt $2v = -3u_0$, dus $v = -1\frac{1}{2}u_0$.

$v = -1\frac{1}{2}u_0$ invullen bij $2u_0 + 3v = 10$ geeft

$$2u_0 + 3 \cdot -1\frac{1}{2}u_0 = 10$$

$$2u_0 - 4\frac{1}{2}u_0 = 10$$

$$-2\frac{1}{2}u_0 = 10$$

$$u_0 = -4$$

$$u_0 = -4 \text{ en } v = -1\frac{1}{2}u_0 \text{ geeft } v = -1\frac{1}{2} \cdot -4 = 6.$$

De eerste vijf termen zijn -4, 2, 8, 14 en 20.

- 14 A** Steeds keer 2.

B Steeds gedeeld door 2, oftewel keer $\frac{1}{2}$.

C Eerst +2, dan +3, dan +4, dan...

D Steeds keer $1\frac{1}{2}$.

Dus rij C heeft een afwijkende regelmaat.

Bladzijde 17

- 15** a Het quotiënt van twee opeenvolgende termen is steeds hetzelfde getal, namelijk 1,2.
 b Rij bij exponentieel verband met $u_0 = 1250$ en $r = 1,2$, dus $u_n = 1250 \cdot 1,2^n$.
 c De 13^e term is $u_{12} = 1250 \cdot 1,2^{12} \approx 11\,145$.
 d Voer in $y_1 = 1250 \cdot 1,2^x$.
 Uit de tabel volgt $x = 13$ geeft $y \approx 13\,374$ en $x = 14$ geeft $y \approx 16\,049$.
 Dus vanaf de 15^e term is $u_n > 15\,000$.
- 16** a Rij bij exponentieel verband met $u_0 = 200$ en $r = 0,5$, dus $u_n = 200 \cdot 0,5^n$.
 b Rij bij lineair verband met $u_0 = 50$ en $v = 3,5$, dus $u_n = 50 + 3,5 \cdot n$.
 c Rij bij exponentieel verband met $u_0 = 14$ en $r = \frac{1}{0,4} = 2,5$, dus $u_n = 14 \cdot 2,5^n$.
- 17** A Rij bij lineair verband met $u_0 = 11$ en $v = 7$, dus $u_n = 11 + 7 \cdot n$.
 De tiende term is $u_9 = 11 + 7 \cdot 9 = 74$.
 B Rij bij exponentieel verband met $u_0 = 2$ en $r = 2$, dus $u_n = 2 \cdot 2^n$.
 De tiende term is $u_9 = 2 \cdot 2^9 = 1024$.
 C Rij bij lineair verband met $u_0 = 238$ en $v = -32$, dus $u_n = 238 - 32 \cdot n$.
 De tiende term is $u_9 = 238 - 32 \cdot 9 = -50$.
 D Rij bij exponentieel verband met $u_0 = 121\frac{1}{2}$ en $r = \frac{2}{3}$, dus $u_n = 121\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$.
 De tiende term is $u_9 = 121\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^9 \approx 3,16$.

12.2 Notaties en rijen op de GR**Bladzijde 19**

- 18** Ook bij de rij $u_n = u_{n-1} + 3$ met beginterm $u_1 = 12$ horen de termen 12, 15, 18, 21, 24, ...
 Het voordeel van deze notatie is dat de eerste term u_1 is en bijvoorbeeld de tiende term u_{10} .
 Ook is u_2 de tweede term en bijvoorbeeld u_{15} de vijftiende term.

Bladzijde 20

- 19** a $u_n = 80 - 5 \cdot (n - 1) = 80 - 5n + 5 = 85 - 5 \cdot n$
 b De fictieve term die voorafgaat aan 80 is $80 + 5 = 85$.
 c $u_n = 80 \cdot 0,5^{n-1} = 80 \cdot 0,5^n \cdot 0,5^{-1} = 80 \cdot 0,5^n \cdot 2 = 160 \cdot 0,5^n$
 d De fictieve term die voorafgaat aan 80 is $\frac{80}{0,5} = 160$.
- 20** a Rij bij exponentieel verband met $u_1 = 24$ en $r = 1,25$, dus $u_n = 24 \cdot 1,25^{n-1}$.
 b Rij bij lineair verband met $u_1 = 63$ en $v = 7$, dus $u_n = 63 + 7 \cdot (n - 1)$.
 c Rij bij lineair verband met $u_1 = 13,5$ en $v = -0,7$, dus $u_n = 13,5 - 0,7 \cdot (n - 1)$.
 d Rij bij exponentieel verband met $u_1 = 1024$ en $r = \frac{1}{4}$, dus $u_n = 1024 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$.
- 21** a Rij bij lineair verband met $u_1 = 12,6$ en $v = -0,8$, dus $u_n = 12,6 - 0,8 \cdot (n - 1)$.
 b Rij bij exponentieel verband met $u_1 = 36$ en $r = \frac{2}{3}$, dus $u_n = 36 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$.
- 22** a $3v = 324 - 12 = 312$, dus $v = \frac{312}{3} = 104$.
 b $r^3 = \frac{324}{12} = 27$, dus $r = 27^{\frac{1}{3}} = 3$.

Bladzijde 21

- 23 a** Bij het lineaire verband is dan $u_n = u_1 + 104 \cdot (n - 1)$.

Met $u_2 = 12$ krijg je $u_1 + 104 \cdot (2 - 1) = 12$

$$u_1 + 104 = 12$$

$$u_1 = -92$$

Dus $u_n = -92 + 104 \cdot (n - 1)$ en dit is te herleiden.

Je krijgt $u_n = -92 + 104 \cdot n - 104 = -196 + 104 \cdot n$ en dat is dezelfde directe formule als in de theorie.

Bij het exponentiële verband is dan $u_n = u_1 \cdot 3^{n-1}$.

Met $u_2 = 12$ krijg je $u_1 \cdot 3^{2-1} = 12$

$$u_1 \cdot 3 = 12$$

$$u_1 = 4$$

Dus $u_n = 4 \cdot 3^{n-1}$ en dit is te herleiden.

Je krijgt $u_n = 4 \cdot 3^n \cdot 3^{-1} = 4 \cdot 3^n \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \cdot 3^n$ en dat is dezelfde directe formule als in de theorie.

b *

- 24 a** Stel $u_n = u_0 + v \cdot n$.

$$10v = 90 - 130 = -40, \text{ dus } v = -4.$$

$$u_n = u_0 - 4 \cdot n \text{ en } u_5 = 130 \text{ geeft } u_0 - 4 \cdot 5 = 130, \text{ dus } u_0 = 150.$$

De directe formule is $u_n = 150 - 4 \cdot n$.

- b** Stel $u_n = u_0 \cdot r^n$.

$$r^7 = \frac{118098}{54} = 2187, \text{ dus } r = 2187^{\frac{1}{7}} = 3.$$

$$u_n = u_0 \cdot 3^n \text{ en } u_3 = 54 \text{ geeft } u_0 \cdot 3^3 = 54, \text{ dus } u_0 = 2.$$

De directe formule is $u_n = 2 \cdot 3^n$.

Bladzijde 22

- 25 a** $\frac{u_5}{u_3} = \frac{1024}{576}$ zou geven $r = \left(\frac{1024}{576}\right)^{\frac{1}{2}} = 1\frac{1}{3}$.
 $\frac{u_8}{u_5} = \frac{1696}{1024}$ zou geven $r = \left(\frac{1696}{1024}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 1,183$.

Omdat $1\frac{1}{3} \neq 1,183$ kunnen deze termen niet bij een rij met constante factor horen.

- b** $u_5 - u_3 = 1024 - 576 = 448$ zou geven $v = \frac{448}{2} = 224$.

$$u_8 - u_5 = 1696 - 1024 = 672 \text{ zou geven } v = \frac{672}{3} = 224.$$

Dus deze termen kunnen bij een rij met constant verschil horen.

- 26 a** Stel $u_n = u_0 + v \cdot n$.
 $5v = 16384 - 16 = 16368$, dus $v = 3273,6$.
 $u_n = u_0 + 3273,6 \cdot n$ en $u_3 = 16$ geeft $u_0 + 3273,6 \cdot 3 = 16$, dus $u_0 = -9804,8$.
 De directe formule is $u_n = -9804,8 + 3273,6 \cdot n$.

- b** Stel $u_n = u_0 \cdot r^n$.

$$r^5 = \frac{16384}{16} = 1024, \text{ dus } r = 1024^{\frac{1}{5}} = 4.$$

$$u_n = u_0 \cdot 4^n \text{ en } u_3 = 16 \text{ geeft } u_0 \cdot 4^3 = 16, \text{ dus } u_0 = \frac{1}{4}.$$

De directe formule is $u_n = \frac{1}{4} \cdot 4^n$.

Dit is te herleiden tot $u_n = 4^{n-1}$.

- 27 a** De formule geeft $u_1 = 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 5 = 4$, dus de eerste term is u_1 .
 De tiende term is $u_{10} = 2 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10 + 5 = 175$.
b Voer in $y_1 = 2x^2 - 3x + 5$.
 In de tabel zie je dat bij $x = 15$ hoort 410.
 Dus de 15^e term is 410.

- 28 a** In beide gevallen krijg je de rij 100, 115, 130, 145,...
- b** Vervang in de formule n door $n + 1$.
Je krijgt $u_{n+1} = 100 + 15 \cdot (n + 1 - 1)$, dus $u_{n+1} = 100 + 15 \cdot n$.

Bladzijde 23

- 29 a** $A_n = A_{n-1} + 15$ met $A_1 = 100$
- b** $A(n) = A(n-1) + 15$ met $A(1) = 100$
- c** $A_{n+1} = A_n + 15$ met $A_1 = 100$
- 30 a** $u(n+1) = u(n) + 2 \cdot (n+1)$ met $u(0) = 32$
- b** $u_{n+1} = 3 \cdot 4^n$ met $u_0 = 8$
- 31 a** $u(n+1) = u(n) + 5 \cdot (n+1)$ met $u(0) = 100$
- b** $a_n = 4 \cdot a_{n-1} - 3$ met $a_0 = 12$
- 32 a** Het aantal glazen in de bovenste laag is $D_1 = \frac{1}{2} \cdot 1^2 + \frac{1}{2} \cdot 1 = 1$.
- b** $D_{20} = \frac{1}{2} \cdot 20^2 + \frac{1}{2} \cdot 20 = 210$ en $D_{21} = \frac{1}{2} \cdot 21^2 + \frac{1}{2} \cdot 21 = 231$, dus de 21^e laag bevat $231 - 210 = 21$ glazen meer dan de 20^e laag.
- c** Een toren van 40 lagen bestaat uit $P_{40} = \frac{1}{6} \cdot 40 \cdot 41 \cdot 42 = 11\,480$ glazen.
- d** Voer in $y_1 = \frac{1}{6}x(x+1)(x+2)$ en maak een tabel.
Uit de tabel volgt $P_{68} = 54\,740$, dus de toren bestond uit 68 lagen.
De onderste laag bestond uit $D_{68} = \frac{1}{2} \cdot 68^2 + \frac{1}{2} \cdot 68 = 2346$ glazen.
- e** $P_{69} = \frac{1}{2} \cdot 69 \cdot 70 \cdot 71 = 57\,155$, dus er zijn $57\,155 - 54\,740 = 2415$ extra glazen nodig.

Bladzijde 24

- 33 a** De GR geeft de achtste term is $u_7 \approx 42,2$.
- b** $u_{13} \approx 397$ en $u_{14} \approx 592$
Dus de 15^e term is de eerste term die groter is dan 500.

Bladzijde 25

- 34 a** Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
De tabel geeft $L(7) \approx 1994$, $L(8) \approx 2114$, $L(11) \approx 2448$ en $L(12) \approx 2549$.
Dus voor $n = 8$, $n = 9$, $n = 10$ en $n = 11$ ligt $L(n)$ tussen 2000 en 2500.
- b** $L(16) \approx 2918$ en $L(17) \approx 3002$
Dus vanaf $n = 17$ is $L(n) > 3000$.
- 35 a** Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
De tabel geeft $P_9 \approx 996$, $P_{10} \approx 1145$, $P_{11} \approx 1331$ en $P_{12} \approx 1564$.
Dus voor $n = 10$ en $n = 11$ ligt P_n tussen 1000 en 1500.
- b** $P_{18} \approx 4841$ en $P_{19} \approx 5951$
Dus vanaf $n = 19$ is $P_n > 5000$.
- 36 a** Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
De tabel geeft $G(11) \approx -13$ als eerste negatieve term.
Dus de elfde term is de eerste die negatief is.
- b** De tabel geeft de volgende termen tussen 500 en 700:
 $G(12) \approx 514$, $G(14) \approx 547$, $G(16) \approx 585$, $G(18) \approx 627$ en $G(20) \approx 675$.
Dus er liggen vijf termen tussen 500 en 700.
- 37 a** Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
De tiende term is $u_9 \approx 797,75$.
- b** $u_{15} \approx 9562$ en $u_{16} \approx 14374$
Dus vanaf de 17^e term is $u_n > 10\,000$.

- 38 a** Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
In de tabel is te zien dat $H_8 \approx 274$ het dichtst bij 275 ligt. Dus de achtste term ligt het dichtst bij 275.
- b** $H_{17} \approx 968$ en $H_{18} \approx 1114$
Er zijn 17 termen kleiner dan 1000.
- c** $H_{20} - H_{19} \approx 1473 - 1281 = 192$
 $H_{21} - H_{20} \approx 1694 - 1473 = 221$
Dus voor $k = 21$ is $H_k - H_{k-1}$ voor het eerst groter dan 200.

Bladzijde 26

- 39 a** $A_1 = 10$ geeft $A_2 = 10 - 2 = 8$
 $A_2 = 8$ geeft $A_3 = 8 - 3 = 5$
 $A_3 = 5$ geeft $A_4 = 5 - 4 = 1$
Dit klopt met de toren in de figuur.
- b** Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
De tabel geeft $A_{13} = 10$ en $A_{14} = -4$.
Deze toren bestaat uit 13 lagen en de bovenste laag van deze toren heeft 10 kubussen.
- c** Probeer $A_1 = 200$. Dit geeft $A_{19} = 11$ en $A_{20} = -9$.
Probeer $A_1 = 210$. Dit geeft $A_{20} = 1$ en $A_{21} = -20$.
Probeer $A_1 = 209$. Dit geeft $A_{20} = 0$ en $A_{21} = -21$.
Dus A_1 is minstens 210.
Probeer $A_1 = 230$. Dit geeft $A_{20} = 21$ en $A_{21} = 0$.
Probeer $A_1 = 231$. Dit geeft $A_{20} = 22$ en $A_{21} = 1$.
Dus A_1 is hoogstens 230.
Joop moet A_1 zo kiezen dat geldt $210 \leq A_1 \leq 230$.

- 40 a** De rij $A(n)$ heeft beginterm $A(1) = 6$ en verschil $v = 6$,
dus de directe formule is $A(n) = 6 + 6(n - 1) = 6 + 6n - 6 = 6n$
en de recursieve formule is $A(n) = A(n - 1) + 6$ met $A(1) = 6$.
- b** Los op $6n = 240$
 $n = 40$
De 40^e ring bevat 240 zeshoeken.
In de even ringen zitten blauwe zeshoeken, dus ook in de 40^e ring zijn de zeshoeken blauw.
- c** De rij $B(p)$ heeft beginterm $B(1) = 12$ en verschil $v = 12$,
dus de directe formule is $B(p) = 12 + 12(p - 1) = 12 + 12p - 12 = 12p$
en de recursieve formule is $B(p) = B(p - 1) + 12$ met $B(1) = 12$.
- d** De rij $G(q)$ heeft beginterm $G(1) = 6$ en verschil $v = 12$,
dus de directe formule is $G(q) = 6 + 12(q - 1) = 6 + 12q - 12 = 12q - 6$
en de recursieve formule is $G(q) = G(q - 1) + 12$ met $G(1) = 6$.

12.3 Rijen en meetkundige figuren**Bladzijde 28**

- 41 a** Achtereenvolgens 1, 4, 9 en 16.
- b** $K_n = n^2$
- c** De verschillen zijn 3, 5 en 7.
Er komt steeds 2 bij, dus bij de verschillen hoort een lineair verband.

Bladzijde 29

- 42 a** Het twaalfde driehoeksgetal is $D_{12} = \frac{1}{2} \cdot 12^2 + \frac{1}{2} \cdot 12 = 78$.
- b** Voer in $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$ en maak een tabel.
Uit de tabel volgt dat $D_{25} = 325$, dus het 25^e driehoeksgetal is 325.
- c** $D_{n-1} = \frac{1}{2}(n-1)^2 + \frac{1}{2}(n-1)$
 $= \frac{1}{2}(n^2 - 2n + 1) + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{2}n^2 - n + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$
 $D_n - D_{n-1} = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n - \left(\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n\right) = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n = n$
Dus $D_n = D_{n-1} + n$ met $D_1 = 1$.

43 In figuur 12.5 is te zien dat $2 \cdot D_3 = 4 \cdot 3$.

En zo is $2 \cdot D_4 = 5 \cdot 4$.

Algemeen is $2 \cdot D_n = (n+1) \cdot n$.

Dus $D_n = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot n = \frac{1}{2}n(n+1) = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$.

44 a Uit de figuur volgt $R_1 = 2 \cdot 1$, $R_2 = 3 \cdot 2$ en $R_3 = 4 \cdot 3$.

Algemeen is $R_n = (n+1) \cdot n$, oftewel $R_n = n^2 + n$.

b Voer in $y = x^2 + x$ en maak een tabel.

Uit de tabel volgt dat $R_{12} = 156$, dus het 12^e rechthoeksgetal is 156.

c $R_{n-1} = (n-1)^2 + n - 1 = n^2 - 2n + 1 + n - 1 = n^2 - n$

$R_n - R_{n-1} = n^2 + n - (n^2 - n) = n^2 + n - n^2 + n = 2n$

Dus $R_n = R_{n-1} + 2n$ met $R_1 = 2$.

$$\begin{aligned} \mathbf{45} \quad V_{n-1} &= 1\frac{1}{2}(n-1)^2 - \frac{1}{2}(n-1) \\ &= 1\frac{1}{2}(n^2 - 2n + 1) - \frac{1}{2}n + \frac{1}{2} \\ &= 1\frac{1}{2}n^2 - 3n + 1\frac{1}{2} - \frac{1}{2}n + \frac{1}{2} \\ &= 1\frac{1}{2}n^2 - 3\frac{1}{2}n + 2 \end{aligned}$$

$$V_n - V_{n-1} = 1\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n - (1\frac{1}{2}n^2 - 3\frac{1}{2}n + 2) = 1\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n - 1\frac{1}{2}n^2 + 3\frac{1}{2}n - 2 = 3n - 2$$

Dus $V_n = V_{n-1} + 3n - 2$ met $V_1 = 1$.

Bladzijde 30

46 a De zijde van vierkant 11 is $z(11) = \frac{1}{2} \cdot 11 + \frac{1}{2} = 6$.

b Los op $\frac{1}{2}n + \frac{1}{2} = 10$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}n &= 9\frac{1}{2} \\ n &= 19 \end{aligned}$$

Vierkant 19 heeft zijde 10.

c Voer in $y_1 = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$.

Uit de tabel volgt $O(21) = 121$, $O(22) = 132,25$, $O(23) = 144$ en $O(24) = 156,25$.

Van de vierkanten 22 en 23 ligt de oppervlakte tussen 125 en 150.

$$\begin{aligned} \mathbf{d} \quad O(n-1) &= \frac{1}{4}(n-1)^2 + \frac{1}{2}(n-1) + \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{4}(n^2 - 2n + 1) + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{4}n^2 - \frac{1}{2}n + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}n - \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{4}n^2 \end{aligned}$$

$$O(n) - O(n-1) = \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}n^2 = \frac{1}{2}n + \frac{1}{4}$$

De recursieve formule is $O(n) = O(n-1) + \frac{1}{2}n + \frac{1}{4}$ met $O(1) = 1$.

Bladzijde 32

47 a De vergrotingsfactor $k = 1\frac{1}{2}$ en de omtrek is een afmeting, dus ook de omtrek wordt met $1\frac{1}{2}$ vermenigvuldigd.

b De oppervlakte O van een vierkant is gelijk aan de zijde Z in het kwadraat.

$$\mathbf{c} \quad O_n = (Z_n)^2 = \left(\left(1\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right)^2 = 1\frac{1}{2}^{2n-2} = \left(1\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^{2n} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)^n = \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} \cdot \left(\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)^n = \frac{1}{\frac{9}{4}} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^n = \frac{4}{9} \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^n$$

48 a Zowel de korte als de lange zijde wordt steeds 0,5 langer.

Rechthoek 5 heeft dus lange zijde $3 + 0,5 = 3,5$ en korte zijde $2,5 + 0,5 = 3$.

b recursieve formule $L_n = L_{n-1} + 0,5$ met $L_1 = 1,5$

directe formule $L_n = 1,5 + 0,5 \cdot (n-1) = 1,5 + 0,5n - 0,5 = 0,5n + 1$

recursieve formule $K_n = K_{n-1} + 0,5$ met $K_1 = 1$

directe formule $K_n = 1 + 0,5 \cdot (n-1) = 1 + 0,5n - 0,5 = 0,5n + 0,5$

c Er geldt $P_1 = 5$, $P_2 = 7$, $P_3 = 9$ en $P_4 = 11$, dus de recursieve formule is

$P_n = P_{n-1} + 2$ met $P_1 = 5$.

directe formule $P_n = 5 + 2 \cdot (n-1) = 5 + 2n - 2 = 2n + 3$

- d Los op $2n + 3 > 50$

$$2n > 47$$

$$n > 23,5$$

Dus vanaf $n = 24$ is $P_n > 50$.

- e $O_n = L_n \cdot K_n = (0,5n + 1)(0,5n + 0,5) = 0,25n^2 + 0,25n + 0,5n + 0,5 = 0,25n^2 + 0,75n + 0,5$

- f Voer in $y_1 = 0,25x^2 + 0,75x + 0,5$.

Uit de tabel volgt $O_{18} = 95$ en $O_{19} = 105$.

Dus vanaf $n = 19$ is $O_n > 100$.

- g $O_{n-1} = 0,25(n-1)^2 + 0,75(n-1) + 0,5$
 $= 0,25(n^2 - 2n + 1) + 0,75n - 0,75 + 0,5$
 $= 0,25n^2 - 0,5n + 0,25 + 0,75n - 0,25$
 $= 0,25n^2 + 0,25n$

$$O_n - O_{n-1} = 0,25n^2 + 0,75n + 0,5 - (0,25n^2 + 0,25n)$$

$$= 0,5n + 0,5$$

Dus $O_n = O_{n-1} + 0,5n + 0,5$ met $O_1 = 1,5$.

- h $O_1 + O_2 + O_3 + O_4 = 1,5 + 3 + 5 + 7,5 = 17$

Bladzijde 33

- 49 a Zowel de korte als de lange zijde wordt met $1\frac{1}{2}$ vermenigvuldigd.

Driehoek 4 heeft dus lange zijde $9 \cdot 1\frac{1}{2} = 13\frac{1}{2}$ en korte zijde $6\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{2} = 10\frac{1}{8}$.

- b recursieve formule $L(n) = 1\frac{1}{2} \cdot L(n-1)$ met $L(1) = 4$

$$\text{directe formule } L(n) = 4 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

recursieve formule $K(n) = 1\frac{1}{2} \cdot K(n-1)$ met $K(1) = 3$

$$\text{directe formule } K(n) = 3 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

- c Lengte zijden keer $1\frac{1}{2}$, dus omtrek ook keer $1\frac{1}{2}$.

De omtrek van driehoek 1 is $3 + 4 + 5 = 12$.

De recursieve formule is $P(n) = 1\frac{1}{2} \cdot P(n-1)$ met $P(1) = 12$.

De directe formule is $P(n) = 12 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 12 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^n \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^{-1} = 12 \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^n = 8 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^n$.

- d Voer in $y_1 = 8 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^x$.

Uit de tabel volgt $P(11) \approx 692$ en $P(12) \approx 1038$.

Dus vanaf $n = 12$ is $P(n) > 1000$.

- e Lengte zijden keer $1\frac{1}{2}$, dus oppervlakte keer $\left(1\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$.

De oppervlakte van driehoek 1 is $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$.

De directe formule is dus

$$O(n) = 6 \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^{n-1} = 6 \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^n \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^{-1} = 6 \cdot \frac{4}{9} \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^n = 2\frac{2}{3} \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^n$$

- f Voer in $y_1 = 2\frac{2}{3} \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^x$.

Uit de tabel volgt $O(7) \approx 778$ en $O(8) \approx 1752$.

Dus vanaf $n = 8$ is $O(n) > 1000$.

- g $O(4) + O(5) + O(6) = 68,34... + 153,77... + 345,99... \approx 568,11$

Bladzijde 34

- 50 a B_n is een rij bij een lineair verband met $B_1 = 7$ en $v = 2$, dus

$$B_n = 7 + 2 \cdot (n-1) = 7 + 2n - 2 = 2n + 5$$

L_n is een rij bij een lineair verband met $L_1 = 8$ en $v = 3$, dus

$$L_n = 8 + 3 \cdot (n-1) = 7 + 3n - 3 = 3n + 5$$

$$\text{Dus } u_n = \frac{B_n}{L_n} = \frac{2n+5}{3n+5}$$

- b $L_n - B_n = (3n + 5) - (2n + 5) = 3n + 5 - 2n - 5 = n$

- c $L_n = p \cdot B_n$ geeft $p = \frac{L_n}{B_n}$
 $n = 100$ geeft $p = \frac{305}{205} = 1,48...$
 $n = 1000$ geeft $p = \frac{3005}{2005} = 1,49...$
Dus $p = 1,5$.
- d De oppervlakte van de n^e rechthoek is $O_n = L_n \cdot B_n = (3n + 5)(2n + 5)$.
Voer in $y_1 = (3x + 5)(2x + 5)$ en maak een tabel.
Uit de tabel volgt $O_{10} = 875$ en $O_{11} = 1026$.
Dus vanaf $n = 11$ is de oppervlakte van de rechthoek meer dan 1000.

- 51** a recursieve formule $Z_n = 0,8 \cdot Z_{n-1}$ met $Z_1 = 4$ cm
directe formule $Z_n = 4 \cdot 0,8^{n-1} = 4 \cdot 0,8^n \cdot 0,8^{-1} = 5 \cdot 0,8^n$
- b Voer in $y_1 = 5 \cdot 0,8^x$.
Uit de tabel volgt $Z_7 \approx 1,05$ en $Z_8 \approx 0,84$.
Dus vanaf $n = 8$ is $Z_n < 1$ cm.
- c Lengte zijden keer 0,8, dus de oppervlakte keer $0,8^2 = 0,64$.
De oppervlakte van vierkant 1 is $4^2 = 16$.
De recursieve formule is dus $O_n = 0,64 \cdot O_{n-1}$ met $O_1 = 16$.
- d De directe formule is $O_n = 16 \cdot 0,64^{n-1} = 16 \cdot 0,64^n \cdot 0,64^{-1} = 16 \cdot 1,5625 \cdot 0,64^n = 25 \cdot 0,64^n$.
Dus $a = 25$ en $b = 0,64$.
- e Voer in $y_1 = 25 \cdot 0,64^x$.
Uit de tabel volgt $O_{12} \approx 0,12$ en $O_{13} \approx 0,08$.
Dus vanaf $n = 13$ is $O_n < 0,1$ cm².
- f $O_1 + O_2 + O_3 + O_4 + O_5 = 16 + 10,24 + 6,55... + 4,19... + 2,68... \approx 39,67$

Bladzijde 35

- 52** a $P(1) = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 9 = 30$, dus $P(n) = 30 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}$.
- b Voer in $y_1 = 30 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{x-1}$ en maak een tabel.
Uit de tabel volgt $P(19) \approx 1,13$ en $P(20) \approx 0,94$.
Dus vanaf $n = 20$ is $P(n) < 1$ cm.
- c $O(1) = 54$, dus $O(n) = 54 \cdot \left(\left(\frac{5}{6}\right)^2\right)^{n-1}$.
 $O(n) = 54 \cdot \left(\frac{25}{36}\right)^{n-1} = 54 \cdot \left(\frac{25}{36}\right)^n \cdot \left(\frac{25}{36}\right)^{-1} = 77,76 \cdot \left(\frac{25}{36}\right)^n$
Dus $a = 77,76$ en $b = \frac{25}{36}$.
- d Voer in $y_1 = 77,76 \cdot \left(\frac{25}{36}\right)^x$ en maak een tabel.
Uit de tabel volgt $O(18) \approx 0,11$ en $O(19) \approx 0,08$.
Dus vanaf $n = 19$ is $O(n) < 0,1$ cm².
- 53** a De stelling van Pythagoras in driehoek APS geeft $PS^2 = AP^2 + AS^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$, dus $PS = 5$ cm.
 PS is dus $\frac{5}{7} \cdot AB$. De constante factor is $\frac{5}{7}$.
- b De omtrek van vierkant 1 is $4 \cdot 7 = 28$ cm.
De directe formule is dus $P(n) = 28 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{n-1}$.
Voer in $y_1 = 28 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{x-1}$.
Uit de tabel volgt $P(10) \approx 1,36$ en $P(11) \approx 0,97$.
Dus vanaf $n = 11$ is $P(n) < 1$ cm.
- c Lengte zijde keer $\frac{5}{7}$, dus oppervlakte keer $\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49}$.
De oppervlakte van vierkant 1 is $7^2 = 49$.
De recursieve formule is $O(n) = \frac{25}{49} \cdot O(n-1)$ met $O(1) = 49$.
De directe formule is $O(n) = 49 \cdot \left(\frac{25}{49}\right)^{n-1}$.
- d Voer in $y_1 = 49 \cdot \left(\frac{25}{49}\right)^{x-1}$.
Uit de tabel volgt $O(13) \approx 0,015$ en $O(14) \approx 0,008$.
Dus vanaf $n = 14$ is $O(n) < 0,01$ cm².

Bladzijde 36

- 54 a** $b_1 = 2 \cdot 1 + 2 = 4$ en $h_1 = 6 + (-1)^1 = 6 - 1 = 5$, dus $O_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 10$.
 $b_3 = 2 \cdot 3 + 2 = 8$ en $h_3 = 6 + (-1)^3 = 6 - 1 = 5$, dus $O_3 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 = 20$.
 $b_5 = 2 \cdot 5 + 2 = 12$ en $h_5 = 6 + (-1)^5 = 6 - 1 = 5$, dus $O_5 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 = 30$.
 Je hebt te maken met een rij bij een lineair verband waarbij $O_1 = 10$ en $v = 10$.

- b** $b_2 = 2 \cdot 2 + 2 = 6$ en $h_2 = 6 + (-1)^2 = 6 + 1 = 7$, dus $O_2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 7 = 21$.
 $b_4 = 2 \cdot 4 + 2 = 10$ en $h_4 = 6 + (-1)^4 = 6 + 1 = 7$, dus $O_4 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 7 = 35$.
 $b_6 = 2 \cdot 6 + 2 = 14$ en $h_6 = 6 + (-1)^6 = 6 + 1 = 7$, dus $O_6 = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 7 = 49$.
 Je hebt te maken met een rij bij een lineair verband waarbij $O_2 = 21$ en $v = 14$.

- c** De oppervlakte van de n^e driehoek is $O_n = \frac{1}{2}(2n+2)(6+(-1)^n)$.

Voer in $y_1 = \frac{1}{2}(2x+2)(6+(-1)^x)$ en maak een tabel.

De tabel geeft $O_{24} = 175$, dus van de 24^e driehoek is de oppervlakte 175.

- d** $O_{n+1} = \frac{1}{2}(2(n+1)+2)(6+(-1)^{n+1})$
 Voer in $y_1 = \frac{1}{2}(2(x+1)+2)(6+(-1)^{x+1}) - \frac{1}{2}(2x+2)(6+(-1)^x)$ en maak een tabel.
 De tabel geeft $O_{13} = 35$, dus $n = 13$.

- 55 a** $r^4 = \frac{1,5}{6} = \frac{1}{4}$, dus $r = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \approx 0,7071$.
b De ribbe van de n^e kubus is $R(n) = 6 \cdot 0,7071^{n-1}$.
 De hoogte van de stapel is
 $R(1) + R(2) + R(3) + R(4) + R(5) + R(6) = 6 + 4,2426 + 3 + 2,12... + 1,5 \approx 16,9$ cm.

Diagnostische toets**Bladzijde 40**

- 1 a** Voer in $y_1 = x^2 + 0,5x + 5$.
 De tabel geeft de vijfde term is $u_4 = 23$ en de tiende term is $u_9 = 90,5$.
b $u_6 \approx 19,87$ en $u_7 \approx 24,65$
 Dus vanaf de achtste term is $u_n > 20$.
- 2 a** $u_0 = 3125$ en $v = -625$, dus de recursieve formule is $u_n = u_{n-1} - 625$ met $u_0 = 3125$.
 De directe formule is $u_n = 3125 - 625 \cdot n$.
b $u_n = 0$ geeft $3125 - 625n = 0$
 $-625n = -3125$
 $n = 5$
 Dus de rij heeft vijf positieve termen.
- 3 a** $u_0 = 2$ en $r = 1,3$, dus de recursieve formule is $u_n = 1,3 \cdot u_{n-1}$ met $u_0 = 2$.
 De directe formule is $u_n = 2 \cdot 1,3^n$.
b De achtste term van de rij is $u_7 = 2 \cdot 1,3^7 \approx 12,55$.
- 4 a** Stel $w_n = w_1 + v \cdot (n-1)$.
 $3v = 324 - 12 = 312$, dus $v = \frac{312}{3} = 104$.
 $w_n = w_1 + 104 \cdot (n-1)$ en $w_4 = 12$ geeft $w_1 + 104 \cdot 3 = 12$, dus $w_1 = -300$.
 De directe formule is $w_n = -300 + 104 \cdot (n-1)$, oftewel $w_n = -404 + 104 \cdot n$.
b Stel $w_n = w_0 \cdot r^n$.
 $r^3 = \frac{324}{12} = 27$, dus $r = 27^{\frac{1}{3}} = 3$.
 $w_n = w_0 \cdot 3^n$ en $w_4 = 12$ geeft $w_0 \cdot 3^4 = 12$, dus $w_0 = \frac{4}{27}$.
 De directe formule is $w_n = \frac{4}{27} \cdot 3^n$.

- 5 a** $u_{n+1} = u_n - 7 \cdot (n+1)$ met $u_0 = 12$
b $w(n) = 3 \cdot w(n-1) + 6$ met $w(1) = 10$
- 6 a** Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
 De tabel geeft de vierde term is $A_3 = 10,125$.
b De tabel geeft $A_{10} \approx 29,35$, $A_{11} \approx 33,01$, $A_{15} \approx 48,32$ en $A_{16} \approx 52,24$.
 Dus A_n ligt tussen 30 en 50 voor $n = 11$ tot en met 15.

Bladzijde 41

- 7 a** $K_{32} = (2 \cdot 32 - 1)^2 = 3969$ en $T_{32} = \frac{1}{3} \cdot 32 \cdot 65 \cdot 63 = 43\,680$
 De toren bestaat uit 43 680 kratten en er zitten 3969 kratten in de onderste laag.

- b** Los op $\frac{1}{3}n(2n+1)(2n-1) = 105\,995$.

Voer in $y_1 = \frac{1}{3}x(2x+1)(2x-1)$ en maak een tabel.

De tabel geeft $T_{43} = 105\,995$, dus de stapel heeft 43 lagen.

De hoogte was $43 \cdot 0,25 = 10,75$ meter.

$K_{43} = (2 \cdot 43 - 1)^2 = 7225$, dus in de onderste laag zitten 7225 kratten.

Van één krat is het grondvlak $0,4 \cdot 0,3 = 0,12 \text{ m}^2$.

Dus het grondvlak van het bouwwerk was $7225 \cdot 0,12 = 867 \text{ m}^2$.

- 8** $V(n-1) = 2(n-1)^2 - 2(n-1) + 1 = 2(n^2 - 2n + 1) - 2n + 2 + 1 = 2n^2 - 4n + 2 - 2n + 3 = 2n^2 - 6n + 5$
 $V(n) - V(n-1) = 2n^2 - 2n + 1 - (2n^2 - 6n + 5) = 2n^2 - 2n + 1 - 2n^2 + 6n - 5 = 4n - 4$
 Dus $V(n) = V(n-1) + 4n - 4$ met $V(1) = 1$.

- 9 a** De lengte van de zijden wordt steeds met 1,5 vermenigvuldigd.
 recursieve formule $K(n) = 1,5 \cdot K(n-1)$ met $K(1) = 4$
 directe formule $K(n) = 4 \cdot 1,5^{n-1}$
- b** De gelijkbenige driehoek opdelen in twee rechthoekige driehoeken en gebruiken van de stelling van Pythagoras in driehoek ADC geeft $CD^2 = 6^2 - 2^2 = 32$, dus $CD = \sqrt{32} = 5,65\dots$
 De oppervlakte van driehoek 1 is $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5,65\dots \approx 11,3137$.
- c** Lengte zijde keer 1,5, dus oppervlakte keer $1,5^2 = 2,25$.
 De directe formule is dus $O(n) = 11,3137 \cdot 2,25^{n-1}$.
- d** $O(1) + O(2) + O(3) + O(4) = 11,3137 + 25,45\dots + 57,27\dots + 128,87\dots \approx 222,9$

