

10 Exponenten en logaritmen

Voorkennis Lineaire en exponentiële groei

Bladzijde 100

- 1** a $N = b \cdot g^t$ met $b = 11,14$ en $g = 1,015$ geeft $N = 11,14 \cdot 1,015^t$.
 b Bij 1 januari 2024 hoort $t = 6$.
 $t = 6$ geeft $N = 11,14 \cdot 1,015^6 = 12,180...$
 Dus 12,18 miljoen.
 c Voer in $y_1 = 11,14 \cdot 1,015^x$ en $y_2 = 13$.
 De optie snijpunt geeft $x = 10,37...$
 Dus in het jaar $2018 + 10 = 2028$.
 d Bij 1 januari 2010 hoort $t = -8$.
 $t = -8$ geeft $N = 9,889...$
 Dus 9,89 miljoen.
 e In 2025, dus van $t = 7$ tot $t = 8$.
 $t = 7$ geeft $N = 12,363...$ en $t = 8$ geeft $N = 12,549...$
 De toename is ongeveer $0,19$ miljoen = 190 000.

- 2** a $N = b \cdot g^t$ met $b = 100$ en $g = 0,8$ geeft $N = 100 \cdot 0,8^t$.
 b Voer in $y_1 = 100 \cdot 0,8^x$ en $y_2 = 25$.
 De optie snijpunt geeft $x = 6,21...$
 Dus na 6,2 uur.

- 3** a $V_z = b \cdot g^t$ met $b = 290$ en $g = 1,4$ geeft $V_z = 290 \cdot 1,4^t$.
 $V_w = at + b$ met $a = 310$ en $b = 2430$ geeft $V_w = 310t + 2430$.
 b Los op $290 \cdot 1,4^t = 2(310t + 2430)$.
 Voer in $y_1 = 290 \cdot 1,4^x$ en $y_2 = 2(310x + 2430)$.
 De optie snijpunt geeft $x = 10,98...$
 Dus in het jaar $2012 + 10 = 2022$.

Bladzijde 101

- 4** a $\frac{16,07}{13,84} \approx 1,16$; $\frac{18,72}{16,07} \approx 1,16$; $\frac{21,65}{18,72} \approx 1,16$; $\frac{25,02}{21,65} \approx 1,16$
 De quotiënten zijn bij benadering gelijk, dus je mag uitgaan van exponentiële groei.
 b De formule is $O = 13,84 \cdot 1,16^t$.
 c Bij 2023 hoort $t = 9$.
 $t = 9$ geeft $O = 13,84 \cdot 1,16^9 \approx 52,63$, dus de omzet in 2023 is 52,63 miljard euro.
 De omzet per Nederlander in 2023 is naar verwachting $\frac{52,63 \text{ miljard}}{17,6 \text{ miljoen}} \approx 2990$ euro.

10.1 Exponentiële groei

Bladzijde 102

- 1** De groeifactor is 1,05 per jaar.

Bladzijde 103

- 2** a x tussen 0 en 40, y tussen 0 en 250.
 b Voer in $y_1 = 250 \cdot 0,955^x$ en $y_2 = 125$.
 De optie snijpunt geeft $x = 15,05...$
 Dus in het jaar 2015.

3 groeipercentage	13%	3,3%	120%	0,7%	12%	6%	150%	23,7%
groeifactor	1,13	1,033	2,20	1,007	1,12	1,06	2,5	1,237

4	afname in procenten	13%	41,8%	6,2%	0,3%	2%	0,1%	75,4%
	groeifactor	0,87	0,582	0,938	0,997	0,98	0,999	0,246

5 a $R = b \cdot g^t$ met $b = 215\,000$ en $g = 1,02$ geeft $R = 215\,000 \cdot 1,02^t$.

b Los op $215\,000 \cdot 1,02^t = 400\,000$.

Voer in $y_1 = 215\,000 \cdot 1,02^x$ en $y_2 = 400\,000$.

De optie snijpunt geeft $x = 31,35\dots$

Dus in februari 2019.

c Bij december 2023 hoort $t = 90$ en bij januari 2023 hoort $t = 79$.

$t = 79$ geeft $R \approx 1\,027\,666$ en $t = 90$ geeft $R \approx 1\,277\,774$.

De toename is 250 108 ritten.

6 a $N = b \cdot g^t$ met $b = 400$ en $g = 1,12$ geeft $N = 400 \cdot 1,12^t$.

b Los op $400 \cdot 1,12^t = 15\,000$.

Voer in $y_1 = 400 \cdot 1,12^x$ en $y_2 = 15\,000$.

De optie snijpunt geeft $x = 31,98\dots$

Dus in $1990 + 32 = 2022$.

c Voor de schade S in miljoenen euro's per jaar geldt $S = 2 \cdot 1,10^t$ met $t = 0$ in 2015.

In 2025 is $S = 2 \cdot 1,10^{10} = 5,187\dots$ en $N = 400 \cdot 1,12^{35} \approx 21\,120$.

In 2025 is de gemiddelde schade die een halsbandparkiet aanbrengt $\frac{5,187\dots \text{ miljoen}}{21120} \approx 246$ euro.

Bladzijde 104

7 a Dat was $\frac{15,65}{190} \times 100\% \approx 8,2\%$.

b $K_W = b \cdot g^t$ met $b = 190$ en $g = 1,018$ geeft $K_W = 190 \cdot 1,018^t$.

c $20\,000 = 0,02$ miljoen

$K_E = at + b$ met $a = -0,02$ en $b = 15,65$ geeft $K_E = -0,02t + 15,65$.

d Bij 2025 hoort $t = 10$.

$t = 10$ geeft $K_W = 190 \cdot 1,018^{10} = 227,1\dots$ en $K_E = -0,02 \cdot 10 + 15,65 = 15,45$.

Dat is $\frac{15,45}{227,1\dots} \times 100\% \approx 6,8\%$.

8 $N_{VS} = 1,8t + 333,5$ met t in jaren en $t = 0$ op 1 januari 2020.

$N_{Rusland} = 142,9 \cdot 0,996^t$ met t in jaren en $t = 0$ op 1 januari 2020.

Los op $1,8t + 333,5 = 3 \cdot 142,9 \cdot 0,996^t$.

Voer in $y_1 = 1,8x + 333,5$ en $y_2 = 3 \cdot 142,9 \cdot 0,996^x$.

De optie snijpunt geeft $x = 27,78\dots$

Dus in het jaar 2047.

9 Het percentage biomassa is $P_b = 0,21t + 3,89$ en het percentage zonne-energie is

$P_z = 0,25 \cdot 1,35^t$ met t in jaren en $t = 0$ in 2015.

Bij 2023 hoort $t = 8$.

$t = 8$ geeft $P_b = 0,21 \cdot 8 + 3,89 = 5,57$ en $P_z = 0,25 \cdot 1,35^8 \approx 2,76$.

Dus in 2023 is $5,57 + 2,26 = 8,33\%$ van het totale energieverbruik afkomstig van biomassa en zonne-energie.

10 Noem het percentage windenergie en overig P_{wo} .

In 2015 is $P_{wo} = 5,74 - 3,89 - 0,25 = 1,60$.

Dus $P_{wo} = 1,60 \cdot 1,13^t$ met t in jaren en $t = 0$ in 2015.

Bij 2030 hoort $t = 15$.

$t = 15$ geeft $P_b = 0,21 \cdot 15 + 3,89 = 7,04$, $P_z = 0,25 \cdot 1,35^{15} \approx 22,54$ en

$P_{wo} = 1,60 \cdot 1,13^{15} \approx 10,01$.

In totaal is in 2030 het aandeel hernieuwbare bronnen ongeveer

$7,04 + 22,54 + 10,01 \approx 39,6\%$.

Dus het doel wordt gehaald.

Bladzijde 105

- 11 a** Los op $500 \cdot 1,0175^t = 1000$.
 Voer in $y_1 = 500 \cdot 1,0175^x$ en $y_2 = 1000$.
 De optie snijpunt geeft $x = 39,95\dots$
 Dus na ongeveer 40 maanden is de hoeveelheid verdubbeld.
- b** Los op $1740 \cdot 1,0175^t = 3480$.
 Voer in $y_1 = 1740 \cdot 1,0175^x$ en $y_2 = 3480$.
 De optie snijpunt geeft $x = 39,95\dots$
 Dus na ongeveer 40 maanden is de hoeveelheid verdubbeld.
- c** Een verdubbeling van de hoeveelheid duurt in beide gevallen ongeveer 40 maanden.

Bladzijde 106

- 12 a** $g_{\text{jaar}} = 1,131$, dus los op $1,131^t = 2$.
 Voer in $y_1 = 1,131^x$ en $y_2 = 2$.
 De optie snijpunt geeft $x = 5,63\dots$
 De verdubbelingstijd is 5 jaar en $0,63\dots \cdot 12 \approx 8$ maanden.
- b** Er geldt $g^7 = 2$ met g de groeifactor per dag.
 $g^7 = 2$ geeft $g = 2^{\frac{1}{7}} \approx 1,104$
 Het groeipercentage per dag is 10,4%.
- 13 a** $g_{\text{dag}} = 0,917$, dus los op $0,917^t = \frac{1}{2}$.
 Voer in $y_1 = 0,917^x$ en $y_2 = \frac{1}{2}$.
 De optie snijpunt geeft $x = 7,99\dots$
 De halveringstijd is 8 dagen.
- b** Los op $0,917^t = 0,1$.
 Voer in $y_1 = 0,917^x$ en $y_2 = 0,1$.
 De optie snijpunt geeft $x = 26,57\dots$
 Na ongeveer 26,6 dagen.
- 14 a** $g_{\text{jaar}} = 1,025$, dus los op $1,025^t = 2$.
 Voer in $y_1 = 1,025^x$ en $y_2 = 2$.
 De optie snijpunt geeft $x = 28,07\dots$
 De verdubbelingstijd is ongeveer 28 jaar.
- b** De bevolking van Gabon groeit langzamer, dus deze verdubbelt minder snel.
 De verdubbelingstijd van de bevolking van Gabon is dus langer.
- c** Er geldt $g^{11,5} = 2$ met g de groeifactor per jaar.
 $g^{11,5} = 2$ geeft $g = 2^{\frac{1}{11,5}} \approx 1,062$
 Het groeipercentage per jaar was 6,2%.

Bladzijde 107

- 15** Voor de loopkevers in Drenthe geldt $g^{12} = \frac{1}{2}$ met g de groeifactor per jaar.
 $g^{12} = \frac{1}{2}$ geeft $g^{27} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{27}{12}} \approx 0,210$ en dat betekent een afname van 79% in 27 jaar.
 Dit is in lijn met het onderzoek in Duitsland.
- 16 a** In periode I is de groeifactor per jaar 1,097.
 Daarbij hoort een verdubbelingstijd van $7,48\dots \approx 7$ jaar.
 In periode II is de groeifactor per jaar 1,038.
 Daarbij hoort een verdubbelingstijd van $18,58\dots \approx 19$ jaar.
 In periode III is de groeifactor per jaar 1,050.
 Daarbij hoort een verdubbelingstijd van $14,20\dots \approx 14$ jaar.
 In periode IV is de groeifactor per jaar 1,039.
 Daarbij hoort een verdubbelingstijd van $18,11\dots \approx 18$ jaar.
- b** Bij de periode 2000 t/m 2012 hoort een groeifactor van
 $1,097^4 \cdot 1,038^2 \cdot 1,050^2 \cdot 1,039^5 \approx 2,083$.
 De zorgkosten zijn in de periode 2000 t/m 2012 dus verdubbeld.
- c** Er geldt $g^{26} = 2$ met g de groeifactor per jaar.
 $g^{26} = 2$ geeft $g = 2^{\frac{1}{26}} \approx 1,027$
 Het groeipercentage per jaar was 2,7%.
- d** In 2015 waren de uitgaven $\frac{100 \text{ miljard}}{1,027^3} \approx 92$ miljard euro.

- 17** Bij groeipercentage 20% hoort $g = 1,20$.
 Bij groeipercentage 40% hoort $g = 1,40$.
 Voer in $y_1 = 1,20^x$, $y_2 = 1,40^x$ en $y_3 = 2$.
 De optie snijpunt bij y_1 en y_3 geeft $x \approx 3,802$.
 De optie snijpunt bij y_2 en y_3 geeft $x \approx 2,060$.
 $\frac{2,060}{3,802} \approx 0,54$

Een verdubbeling van het groeipercentage heeft dus in het algemeen geen halvering van de verdubbelingstijd tot gevolg.

- 18** Stel in de laatste 2 jaar is g de vermenigvuldigingsfactor per jaar.
 Er geldt dan $1,12^3 \cdot g^2 = 2$.

Dit geeft $g^2 = \frac{2}{1,12^3}$, dus $g = \sqrt{\frac{2}{1,12^3}} \approx 1,193$.

Het jaarlijkse toenamepercentage voor de laatste twee jaar is 19,3%.

Bladzijde 108

- 19** a Op $t = 0$ zijn er N exemplaren.
 Na T jaar zijn er $2N$ exemplaren.
 Na $2T$ jaar zijn er $4N$ exemplaren.
 Na $3T$ jaar zijn er $8N$ exemplaren.
 Na $4T$ jaar zijn er $16N$ exemplaren.
 Dus na drie keer T jaar zijn er 8 keer zoveel exemplaren en na vier keer T jaar zijn er 16 keer zoveel exemplaren.
- b $10\,000 + 30\,000 = 40\,000$ exemplaren, dus dat is vier keer zoveel.
 Dat duurt twee verdubbelingstijden, oftewel $2 \cdot 1,5 = 3$ jaar.
- c Dan duurt het $2 \cdot 5 = 10$ jaar.

10.2 Groeipercentages en formules

Bladzijde 110

- 20** a
- | tijd in jaren | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----------------|---|----|-----|------|--------|---------|
| hoeveelheid N | 2 | 18 | 162 | 1458 | 13 122 | 118 098 |
- b $\frac{162}{2} = \frac{1458}{18} = \frac{13\,122}{162} = \frac{118\,098}{1458} = 81$, dus met 81.
- c Vermenigvuldigen met 4,5 per halfjaar geeft een vermenigvuldiging met $4,5 \cdot 4,5 = 20,25$ per jaar.
 Dat is groter dan 9, dus per halfjaar wordt N met minder dan 4,5 vermenigvuldigd.

Bladzijde 111

- 21** a $g_{\frac{1}{4}\text{uur}} = 1,12$
 $g_{\text{uur}} = 1,12^4 \approx 1,574$
 De toename per uur is 57,4%.
- b $g_{15\text{ minuten}} = 1,12$
 $g_{5\text{ minuten}} = 1,12^{\frac{1}{3}} \approx 1,038$
 De toename per vijf minuten is 3,8%.
- c $g_{\text{uur}} = 1,12^4$
 $g_{5\text{ uur}} = (1,12^4)^5 = 1,12^{20} \approx 9,65$
 De toename per 5 uur is 865%.
- 22** a $g_{\text{dag}} = 0,84$
 $g_{\text{week}} = 0,84^7 \approx 0,295$
- b $g_{\text{dag}} = 0,84$
 $g_{\text{uur}} = 0,84^{\frac{1}{24}} \approx 0,993$
 De afname per uur is 0,7%.
- c $g_{\text{dag}} = 0,84$
 $g_{\text{kwartier}} = 0,84^{\frac{1}{6}} \approx 0,9982$
 De afname per kwartier is 0,18%.

Bladzijde 112

- 23 a** $g_{\text{jaar}} = 1,066$
 $g_{10 \text{ jaar}} = 1,066^{10} \approx 1,895$
 De toename per 10 jaar is 89,5%.
- b** $g_{\text{uur}} = 0,805$
 $g_{\text{kwartier}} = 0,805^{\frac{1}{4}} \approx 0,947$
 De afname per kwartier is 5,3%.
- c** $g_{\text{jaar}} = 1,0008$
 $g_{\text{eeuw}} = 1,0008^{100} \approx 1,083$
 De toename per eeuw is 8,3%.
- d** $g_{\text{week}} = 2,80$
 $g_{\text{dag}} = 2,80^{\frac{1}{7}} \approx 1,158$
 De toename per dag is 15,8%.
- 24 a** $g_{48 \text{ maanden}} = 2$
 $g_{\text{maand}} = 2^{\frac{1}{48}} \approx 1,015$
 Het groeipercentage per maand is 1,5%.
- b** $1,5 \text{ jaar} = 1,5 \cdot 52 = 78 \text{ weken}$
 $g_{78 \text{ weken}} = 2$
 $g_{\text{week}} = 2^{\frac{1}{78}} \approx 1,009$
 Het groeipercentage per week is 0,9%.
- c** $15 \text{ seconden} = \frac{1}{4} \text{ minuut}$
 $g_{\frac{1}{4} \text{ minuut}} = \frac{1}{2}$
 $g_{\text{minuut}} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \approx 0,063$
 De afname per minuut is 93,7%.
- 25 a** Bij een toename van 5% per dag hoort $g_{\text{dag}} = 1,05$, dus $g_{\text{week}} = 1,05^7 \approx 1,407$.
 De toename per week is dus ongeveer 40,7%.
- b** Bij een afname van 20% per uur hoort $g_{\text{uur}} = 0,8$, dus $g_{\text{kwartier}} = 0,8^{\frac{1}{4}} \approx 0,946$.
 De afname per kwartier is dus ongeveer 5,4%.
- 26 a** $g_{3 \text{ jaar}} = 2,5$
 $g_{\text{jaar}} = 2,5^{\frac{1}{3}} \approx 1,357$
 Het groeipercentage per jaar is 35,7%.
- b** $g_{5 \text{ jaar}} = 2$
 $g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{5}} \approx 1,149$
 Het groeipercentage per jaar is 14,9%.
- c** $g_{12 \text{ jaar}} = 0,78$
 $g_{\text{jaar}} = 0,78^{\frac{1}{12}} = 0,9795... \approx 0,980$
 De afname per jaar is 2,0%.

Bladzijde 113

- 27** Voor de hoeveelheid wereldwijd geproduceerd plastic geldt:

$$g_{39 \text{ jaar}} = \frac{250}{44}, \text{ dus } g_{\text{jaar}} = \left(\frac{250}{44}\right)^{\frac{1}{39}} \approx 1,046.$$

Het groeipercentage per jaar is 4,6%.

Voor de hoeveelheid microplastic in de lagen van de bodem geldt:

$$g_{22 \text{ jaar}} = \frac{17}{6}, \text{ dus } g_{\text{jaar}} = \left(\frac{17}{6}\right)^{\frac{1}{22}} \approx 1,048.$$

Het groeipercentage per jaar is 4,8%.

Dus de hoeveelheden nemen met ongeveer hetzelfde percentage toe.

- 28** $g_{6 \text{ jaar}} = 12$
 $g_{\text{jaar}} = 12^{\frac{1}{6}} \approx 1,513$
 Het totaal piekvermogen eind 2017 was $\frac{4400}{1,513} \approx 2908$ megawattpiek.
 Dus op daken van particulieren was $0,58 \cdot 2908 \approx 1687$ megawattpiek geïnstalleerd.

- 29 a** $g_{4 \text{ uur}} = \frac{300\,000}{50\,000} = 6$ geeft $g_{\text{uur}} = 6^{\frac{1}{4}} \approx 1,565$
- b** De formule is $N = b \cdot 1,565^t$.
Invullen van $t = 5$ en $N = 50\,000$ geeft $b \cdot 1,565^5 = 50\,000$.

Bladzijde 114

- 30 a** $N = b \cdot g^t$ met $g_{7 \text{ uur}} = \frac{4100}{1600}$, dus $g_{\text{uur}} = \left(\frac{4100}{1600}\right)^{\frac{1}{7}} = 1,1438\dots$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,1438\dots^t \\ t = 3 \text{ en } N = 1600 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,1438\dots^3 = 1600 \\ b = \frac{1600}{1,1438\dots^3} \approx 1069 \end{array}$$

 Dus $N = 1100 \cdot 1,144^t$.
- b** $B = b \cdot g^t$ met $g_{5 \text{ uur}} = \frac{1250\,000}{150\,000}$, dus $g_{\text{uur}} = \left(\frac{1250\,000}{150\,000}\right)^{\frac{1}{5}} = 1,5281\dots$

$$\left. \begin{array}{l} B = b \cdot 1,5281\dots^t \\ t = 3 \text{ en } B = 150\,000 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,5281\dots^3 = 150\,000 \\ b = \frac{150\,000}{1,5281\dots^3} \approx 42\,034 \end{array}$$

 Dus $B = 42\,000 \cdot 1,528^t$.
- c** $H = b \cdot g^t$ met $g_{3 \text{ dagen}} = \frac{0,47}{0,60}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{0,47}{0,60}\right)^{\frac{1}{3}} = 0,9218\dots$

$$\left. \begin{array}{l} H = b \cdot 0,9218\dots^t \\ t = 5 \text{ en } H = 0,60 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 0,9218\dots^5 = 0,60 \\ b = \frac{0,60}{0,9218\dots^5} \approx 0,90 \end{array}$$

 Dus $H = 0,90 \cdot 0,922^t$.

Bladzijde 115

- 31 a** $N = b \cdot g^t$ met $g_{6 \text{ dagen}} = \frac{2510}{1040}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{2510}{1040}\right)^{\frac{1}{6}} = 1,1581\dots$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,1581\dots^t \\ t = 4 \text{ en } N = 1040 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,1581\dots^4 = 1040 \\ b = \frac{1040}{1,1581\dots^4} \approx 578 \end{array}$$

 Dus $N = 580 \cdot 1,158^t$.
- b** $N = b \cdot g^t$ met $g_{5 \text{ dagen}} = \frac{200}{800}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{200}{800}\right)^{\frac{1}{5}} = 0,7578\dots$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 0,7578\dots^t \\ t = 2 \text{ en } N = 800 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 0,7578\dots^2 = 800 \\ b = \frac{800}{0,7578\dots^2} \approx 1393 \end{array}$$

 Dus $N = 1400 \cdot 0,758^t$.
- 32 a** $\frac{6,05}{4,89} \approx 1,24$; $\frac{7,49}{6,05} \approx 1,24$; $\frac{9,27}{7,49} \approx 1,24$; $\frac{11,47}{9,27} \approx 1,24$
 De quotiënten zijn bij benadering gelijk, dus je mag uitgaan van exponentiële groei.
- b** $g_{32 \text{ verdiepingen}} = \frac{11,47}{4,89}$, dus $g_{\text{verdieping}} = \left(\frac{11,47}{4,89}\right)^{\frac{1}{32}} = 1,0270\dots$
 De totale bouwkosten bij 20 verdiepingen bedragen $4,89 \cdot 1,0270\dots^{20} \approx 8,33$ miljoen euro.
- c** $K = b \cdot g^n$ met $b = 4,89$ en $g = 1,027$ geeft $K = 4,89 \cdot 1,027^n$.
 Los op $4,89 \cdot 1,027^n = 10,3$.
 Voer in $y_1 = 4,89 \cdot 1,027^x$ en $y_2 = 10,3$.
 De optie snijpunt geeft $x = 27,96\dots$
 Zij kan dus 27 verdiepingen bouwen voor dit bedrag.

Bladzijde 116

33 a $g_{8 \text{ jaar}} = \frac{1000}{700}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\frac{1000}{700}\right)^{\frac{1}{8}} \approx 1,046$.

2008 is 13 jaar na 1995, dus in 1995 waren er $\frac{700}{1,046^{13}} \approx 390$ broedparen.

b $N = b \cdot g^t$ met $b = 700$, $g = 1,046$ en t de tijd in jaren met $t = 0$ in 2008 geeft $N = 700 \cdot 1,046^t$.

Los op $700 \cdot 1,046^t = 1500$.

Voer in $y_1 = 700 \cdot 1,046^x$ en $y_2 = 1500$.

De optie snijpunt geeft $x = 16,94\dots$

Dus in het jaar $2008 + 17 = 2025$.

34 a $V = b \cdot g^t$ met V het verlies van het zicht van de patiënt in procenten en t de tijd in dagen.

$g_{39 \text{ dagen}} = \frac{9}{56}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{9}{56}\right)^{\frac{1}{39}} = 0,9542\dots$

$V = b \cdot 0,9542\dots^t$

$t = 10$ en $V = 56$ $\left. \begin{array}{l} b \cdot 0,9542\dots^{10} = 56 \\ b = \frac{56}{0,9542\dots^{10}} = 89,48\dots \end{array} \right\}$

Dus op het moment dat de patiënt last kreeg, was het verlies van het zicht 89,5%.

b Los op $89,5 \cdot 0,954^t = 1$.

Voer in $y_1 = 89,5 \cdot 0,954^x$ en $y_2 = 1$.

De optie snijpunt geeft $x = 95,43\dots$

Dus na 95,4 dagen, dat is ongeveer 14 weken.

35 In 2025 zijn er naar verwachting $313 \cdot 1,095^{10} \approx 776$ mannelijke honderdplussers.

Voor de vrouwen geldt $g_{15 \text{ jaar}} = \frac{2112}{928}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\frac{2112}{928}\right)^{\frac{1}{15}} = 1,0563\dots$

In 2025 zijn er dus naar verwachting $2112 \cdot 1,0563\dots^{10} \approx 3654$ vrouwelijke honderdplussers.

Dus naar verwachting is in 2025 van de honderdplussers $\frac{776}{3654 + 776} \times 100\% \approx 17,5\%$ man.

36 $H = b \cdot g^n$ met $b = 5$ en $g_{3 \text{ stuiters}} = \frac{2,56}{5}$, dus $g_{\text{stuiters}} = \left(\frac{2,56}{5}\right)^{\frac{1}{3}} = 0,8$.

$H = 5 \cdot 0,8^n$ met H de maximale hoogte in meters na n keer stuiten.

De afgelegde afstand is $5 + 2 \cdot 5 \cdot 0,8 + 2 \cdot 5 \cdot 0,8^2 + 2 \cdot 2,56 = 24,52$ meter = 2452 cm.

10.3 Logaritmen**Bladzijde 118**

37 a $x = 3$

c $x = 6$

e $x = \frac{1}{2}$

b $x = 2$

d $x = 4$

f $x = -1$

Bladzijde 119

38 a De afspraak ${}^3\log(g^a) = a$. Je krijgt ${}^3\log\left(\frac{1}{27}\right) = {}^3\log\left(\frac{1}{3^3}\right) = {}^3\log(3^{-3}) = -3$.

b De afspraak $g^{{}^3\log(x)} = x$. Je krijgt $3^{{}^3\log(50)} = 50$.

c De afspraak ${}^3\log(x) = a$ betekent $x = g^a$. Je krijgt ${}^3\log(x) = 5$ geeft $x = 3^5 = 243$.

39 a ${}^2\log(32) = 5$, want $2^5 = 32$

e ${}^3\log\left(\frac{1}{3}\right) = -1$, want $3^{-1} = \frac{1}{3}$

b ${}^2\log(4) = 2$, want $2^2 = 4$

f ${}^5\log(25) = 2$, want $5^2 = 25$

c ${}^2\log(1) = 0$, want $2^0 = 1$

d ${}^3\log(27) = 3$, want $3^3 = 27$

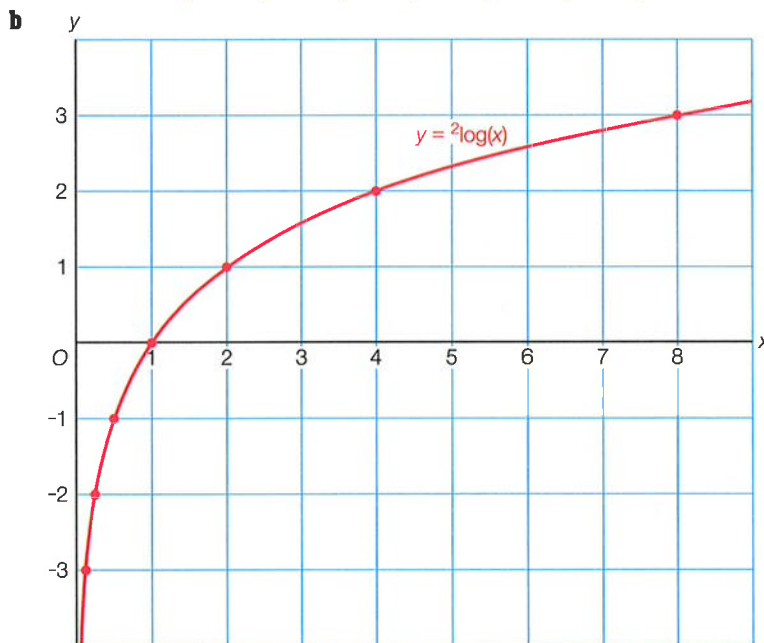
- 40 a ${}^4\log(16) = 2$ d ${}^5\log(\frac{1}{5}) = -1$ g ${}^2\log(2) = 1$
 b ${}^{10}\log(1000) = 3$ e ${}^6\log(1) = 0$ h ${}^2\log(\frac{1}{4}) = -2$
 c ${}^3\log(\sqrt{3}) = \frac{1}{2}$ f ${}^{10}\log(\frac{1}{10}) = -1$ i ${}^4\log(0,25) = -1$

- 41 a ${}^2\log(256\sqrt{2}) = {}^2\log(2^8 \cdot 2^{\frac{1}{2}}) = {}^2\log(2^{8\frac{1}{2}}) = 8\frac{1}{2}$
 b ${}^3\log(\frac{1}{9}\sqrt{3}) = {}^3\log(\frac{1}{3^2} \cdot 3^{\frac{1}{2}}) = {}^3\log(3^{-1\frac{1}{2}}) = -1\frac{1}{2}$
 c $\frac{1}{2}\log(4 \cdot \sqrt[3]{2}) = \frac{1}{2}\log((\frac{1}{2})^{-2} \cdot (\frac{1}{2})^{-\frac{1}{3}}) = \frac{1}{2}\log((\frac{1}{2})^{-2\frac{1}{3}}) = -2\frac{1}{3}$

- 42 a Omdat $2^{-2} = \frac{1}{4}$ en dus niet $2^{-2} = -4$.
 b Omdat $1^8 = 1$ en dus niet $1^8 = 8$.
 c Er geldt $1^8 = 1$, maar bijvoorbeeld ook $1^7 = 1$, dus dan zou ${}^1\log(1)$ ook gelijk aan 7 moeten zijn.
 Dit kan natuurlijk niet.
 d $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$ en dus niet $(-2)^{-3} = 8$.
 Het klopt dus niet.

43 a

x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = {}^2\log(x)$	-3	-2	-1	0	1	2	3



Bladzijde 121

- 44 a ${}^3\log(5) \approx 1,46$ d $\frac{1}{3}\log(10) + \log(\frac{1}{3}) \approx -2,57$
 b $\frac{1}{3}\log(18) \approx -1,49$ e $3 \cdot {}^2\log(7) \approx 8,42$
 c ${}^2\log(20) - {}^2\log(6) \approx 1,74$ f $\frac{5}{{}^4\log(12)} \approx 2,79$

- 45 a $N = 50 \cdot {}^5\log(t) = 50 \cdot \frac{\log(t)}{\log(5)} = \frac{50}{\log(5)} \cdot \log(t) \approx 71,5 \cdot \log(t)$
 Dus $N = 71,5 \cdot \log(t)$.
 b $P = 100 - \frac{1}{3}\log(q) = 100 - \frac{\log(q)}{\log(\frac{1}{2})} = 100 - \frac{1}{\log(\frac{1}{2})} \cdot \log(q) \approx 100 + 3,3 \cdot \log(q)$
 Dus $P = 100 + 3,3 \cdot \log(q)$.

- 46 a** $h = 29$ geeft $m = 37 \cdot \log(29) + 31 \approx 85$
Dus 85 jaar.
- b** $m = 75$ geeft $37 \cdot \log(h) + 31 = 75$
Voer in $y_1 = 37 \cdot \log(x) + 31$ en $y_2 = 75$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 15$.
Dus 15 jaar.
- c** Bij de vuistregel hoort de formule $m = 7h$.
Voer in $y_2 = 7x$.
De optie snijpunt geeft $x = 9,62...$
Dus vanaf $h = 10$.

Bladzijde 122

- 47 a** $t = 2\frac{1}{4}$ geeft $h = 70,2 + 5,1 \cdot 2\frac{1}{4} + 21,2 \cdot \log(2\frac{1}{4}) \approx 89,1$
De lengte is ongeveer 89 cm.
- b** $t = 4$ geeft $h = 103,36...$
 $t = 5$ geeft $h = 110,51...$
De toename is $\frac{110,51... - 103,36...}{103,36...} \times 100\% \approx 6,9\%$.
- c** Bij 1 december 2020 hoort $t = \frac{9}{12}$ en bij 1 januari 2021 hoort $t = \frac{10}{12}$.
 $t = \frac{9}{12}$ geeft $h = 71,37...$
 $t = \frac{10}{12}$ geeft $h = 72,77...$
Hij is dus $72,77... - 71,37... \approx 1,4 \text{ cm} = 14 \text{ mm}$ gegroeid.
- d** Voer in $y_1 = 70,2 + 5,1x + 21,2 \cdot \log(x)$ en $y_2 = 100$.
De optie snijpunt geeft $x = 3,55...$
De leeftijd is 3 jaar en $0,55... \times 12 \approx 7$ maanden.

48 a

x	1	2	4	8	16
N	40	43,0	46,0	49,0	52,0

- b** Uit de tabel bij vraag a volgt: als x verdubbelt, dan neemt N steeds met 3 toe.
- c** I: $x = 1$ geeft $N = 100$ en $x = 2$ geeft $N \approx 105,0$.
Het getal is waarmee N toeneemt als x verdubbelt is 5.
- II: $x = 1$ geeft $N = 653$ en $x = 2$ geeft $N \approx 643,0$.
Het getal is waarmee N afneemt als x verdubbelt is 10.

- 49 a** Los op $59,27 \cdot \log(n) - 191,40 = 0$.
Voer in $y_1 = 59,27 \cdot \log(x) - 191,40$.
De optie nulpunt geeft $x \approx 1695$.
De formule geldt vanaf $n = 1700$.
- b** $n = 158\,000$ geeft $V = 116,72...$
 $n = 158\,000 + 56\,000 = 214\,000$ geeft $V = 124,53...$
Het bedrijf betaalt $124,53... - 116,72... \approx €7,81$ meer.
- c** Het vaste bedrag per jaar is $50 \cdot 12 = 600$ euro.
Het variabele bedrag is in dat jaar $2200 - 600 = 1600$ euro en dat is per maand
 $\frac{1600}{12} = 133\frac{1}{3}$ euro.
Los op $59,27 \cdot \log(n) - 191,40 = 133\frac{1}{3}$.
Voer in $y_2 = 133\frac{1}{3}$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 301\,219$, dus ongeveer 301 200 bezoekers.
- d** $n = 2000$ geeft $V = 4,25...$
 $n = 4000$ geeft $V = 22,09...$
Als n verdubbelt, dan neemt het variabele bedrag met $22,09... - 4,25... \approx €17,84$ toe.

Bladzijde 123

- 50 a** Bij een storing van 3 uur krijg je geen vergoeding.
 Bij een storing van 7,5 uur krijg je €35.
 Bij een storing van 10 uur en 15 minuten krijg je $35 + 20 = €55$.
- b** Los op $-20 + 100 \cdot \log(t) = 0$.
 Voer in $y_1 = -20 + 100 \cdot \log(x)$.
 De optie nulpunt geeft $x = 1,584...$
 $1,584... \cdot 60 \approx 95$, dus tot een onderbreking van 95 minuten krijg je geen compensatie.
- c** Bij $t = 7,5$ is de vergoeding van Liander €35 en is $B = -20 + 100 \cdot \log(7,5) = 67,50...$
 Het verschil is dan $67,50... - 35 \approx €32,51$.
 Bij $t = 11,5$ is de vergoeding van Liander €55 en is $B = -20 + 100 \cdot \log(11,5) = 86,06...$
 Het verschil is dan $86,06... - 55 \approx €31,07$.
 Bij $t = 7,5$ is het verschil $32,51 - 31,07 = €1,44$ groter dan bij $t = 11,5$.
- d** In de figuur kun je zien dat het ging om een vergoeding van $35 + 4 \cdot 20 = €115$.
 Los op $-20 + 100 \cdot \log(t) = 115$.
 Voer in $y_2 = 115$.
 De optie snijpunt geeft $x = 22,38...$
 De onderbreking duurde 22 uur en $0,38... \cdot 60 \approx 23$ minuten.
- e** Bij $t = 7,5$ is $B = -20 + 100 \cdot \log(7,5) = 67,50...$
 Bij $t = 15$ is $B = -20 + 100 \cdot \log(15) = 97,60...$
 Als t verdubbelt, dan neemt B met $97,60... - 67,50... \approx €30,10$ toe.

Bladzijde 124

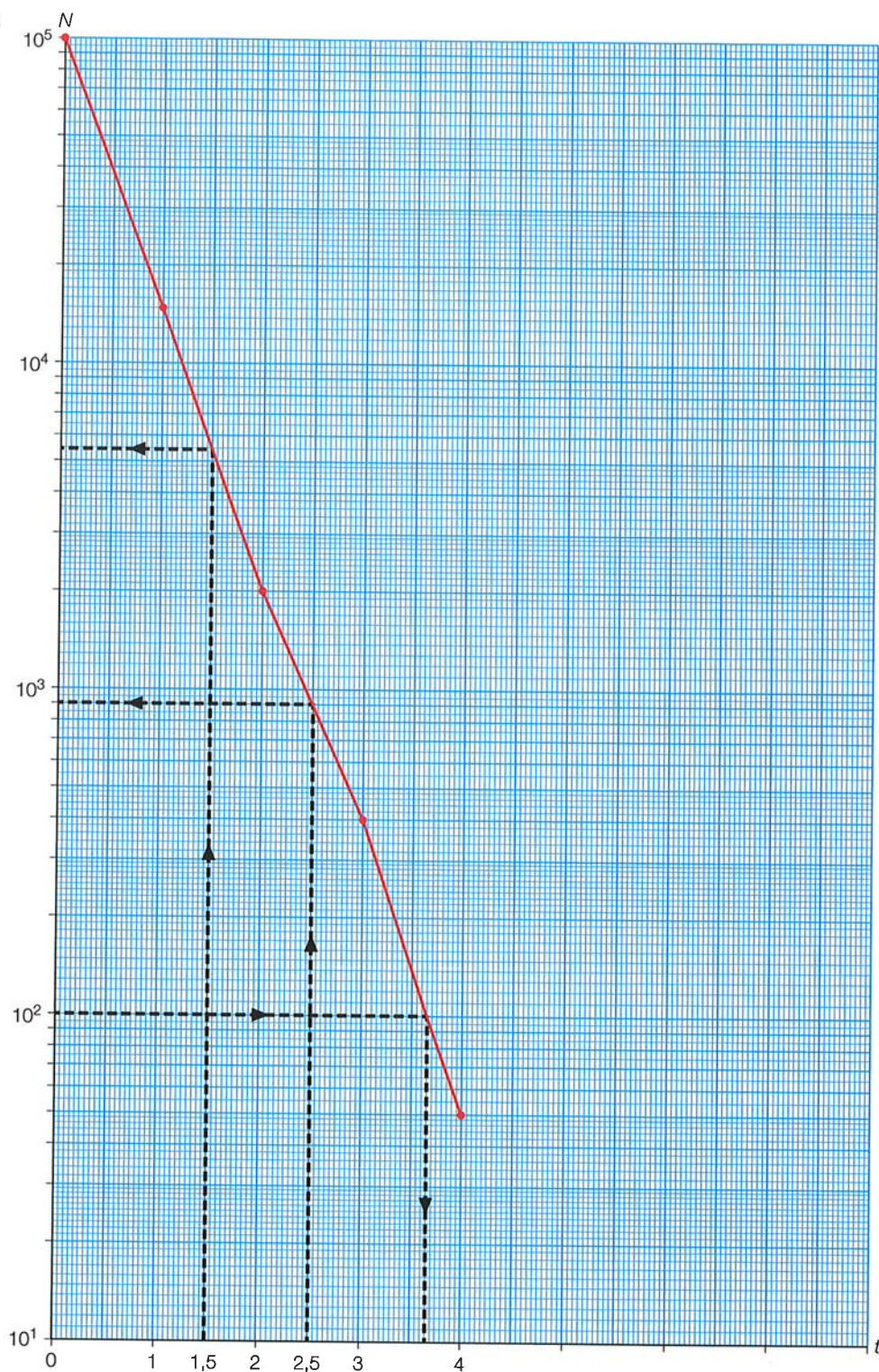
- 51 a** $B = 11\,275$ geeft $V = 1139 \cdot \log(11\,275) - 4539 \approx 887$
 Dus $907 - 887 = 20$ kcal per persoon per dag meer.
- b** $B = 22\,591$ geeft $V = 1139 \cdot \log(22\,591) - 4539 \approx 1291$
 $1017 < 1291$, dus Nederland gaat zuiniger om met voedsel dan op basis van de formule verwacht mag worden.
- c** Dat betekent dat mensen in Zimbabwe minder voedsel kopen dan ze nodig hebben.
- d** $V = 0$ geeft $1139 \cdot \log(B) - 4539 = 0$
 Voer in $y_1 = 1139 \cdot \log(x) - 4539$.
 De optie nulpunt geeft $x \approx 2454$.
 Dus bij bestedingen van 2454 dollar per persoon per jaar is de voedselverspilling gelijk aan 0.
- e** Het gaat om voedselverspilling per persoon per dag. Dat is een gemiddelde. Er zullen in India zowel mensen zijn die minder voedsel kopen dan ze nodig hebben als mensen die meer voedsel kopen dan ze nodig hebben.

10.4 Werken met logaritmen**Bladzijde 126**

- 52 a** De walvis is $\frac{100\,000}{10} = 10\,000$ keer zo zwaar als de wasbeer en $\frac{100\,000}{0,002} = 50\,000\,000$ keer zo zwaar als de kolibrie.
- b** Het verschil in gewicht tussen het zwaarste en het lichtste dier is 99 999 998 gram.
 De getallenlijn moet dus 99 999 998 mm ≈ 100 km lang worden.
- c** De getallenlijn moet dan ongeveer 100 mm = 10 cm lang worden.
 Het verschil in gewicht tussen de lichtere dieren zal niet meer afleesbaar zijn.

Bladzijde 128

- 53 a** Bij A hoort 1,3, bij B hoort 7,5, bij C hoort 23 en bij D hoort 55.
- b** Bij 9,5 en 2,4 is een lijn getekend.
- c** De getallen worden dan allemaal $10^3 = 1000$ keer zo groot, dus bij B hoort 7500, bij C hoort 23 000 en bij D hoort 55 000.

54 a

- b** Zie de figuur.
Bij $t = 1,5$ lees je af $N = 5500$ en bij $t = 2,5$ lees je af $N = 900$.
- c** Zie de figuur.
Na ongeveer 3,7 minuten.

Bladzijde 129

- 55 a** Lees af: bij een lengte van 0,5 m hoort een gewicht van 9 kg.
- b** Lees af: bij een gewicht van 20 kg hoort een lengte van 1 m.
- c** Bij een gewicht van 100 kg hoort een lengte van 2 m.
Dus het verschil in lengte is $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$.

- 56 a** Bij 2000 hoort $t = 16$.
Lees af: bij $t = 16$ hoort een internetsnelheid van $10^{5,5} \approx 320\,000$ bps.
- b** Lees af: bij 10 000 bps hoort $t = 8$ en bij 10 Mbps = 10^7 bps hoort $t = 24$.
Dus in 16 jaar.
- c** Bij 1984 hoort $t = 0$ en bij 2016 hoort $t = 32$.
Lees af: de snelheid nam toe van $10^{2,5}$ tot $10^{8,5}$ bps.
$$g_{32\text{jaar}} = \frac{10^{8,5}}{10^{2,5}} = 10^6, \text{ dus } g_{\text{jaar}} = (10^6)^{\frac{1}{32}} \approx 1,540$$

De toename is 54,0% per jaar.

Bladzijde 130

- 57 a** Bij soort A hoort gewicht 0,05 kg en populatiedichtheid 1000 per km^2 .
Bij soort B hoort gewicht 500 kg en populatiedichtheid 1 per km^2 .
Bij soort C hoort gewicht 4 kg en populatiedichtheid 70 per km^2 .
- b** Lees met behulp van de rode lijn af dat bij 1 kg een populatiedichtheid van 100 per km^2 hoort.
- c** 150 bavianen op 25 km^2 geeft populatiedichtheid $\frac{150}{25} = 6$ per km^2 .
Lees met behulp van de rode lijn af dat hierbij een gewicht van ongeveer 50 kg hoort.
- 58 a** Dit volgt uit de afspraak ${}^a\log(x) = a$ betekent $x = g^a$.
- b** $y = 4 + 3^x$
 $3^x = y - 4$
 $x = {}^3\log(y - 4)$

Bladzijde 131

- 59 a** $N = \log(x - 4) - 3$
 $\log(x - 4) = N + 3$
 $x - 4 = 10^{N+3}$
 $x = 4 + 10^N \cdot 10^3$
 $x = 4 + 1000 \cdot 10^N$
Dus $a = 4$ en $b = 1000$.
- b** $y = 2 + 4^{x-3}$
 $4^{x-3} = y - 2$
 $x - 3 = {}^4\log(y - 2)$
 $x = 3 + {}^4\log(y - 2)$
- c** $P = 2 \cdot {}^3\log(x) - 4$
 $2 \cdot {}^3\log(x) = P + 4$
 ${}^3\log(x) = \frac{1}{2}P + 2$
 $x = 3^{\frac{1}{2}P+2} = 3^{\frac{1}{2}P} \cdot 3^2 = 3^2 \cdot \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^P \approx 9 \cdot 1,732^P$
Dus $x = 9 \cdot 1,732^P$
- d** $K = 10 - 2 \cdot 4^x$
 $2 \cdot 4^x = 10 - K$
 $4^x = 5 - \frac{1}{2}K$
 $x = {}^4\log\left(5 - \frac{1}{2}K\right)$

Bladzijde 132

- 60 a** $M = {}^2\log(2t - 6)$
 $2t - 6 = 2^M$
 $2t = 6 + 2^M$
 $t = 3 + \frac{1}{2} \cdot 2^M = 3 + 2^{-1} \cdot 2^M = 3 + 2^{M-1}$
- b** $F = 16 - 2^{2N-1}$
 $2^{2N-1} = 16 - F$
 $2N - 1 = {}^2\log(16 - F)$
 $2N = 1 + {}^2\log(16 - F)$
 $N = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot {}^2\log(16 - F)$

c $x = 3^{0,25y-0,6}$

$$0,25y - 0,6 = {}^3\log(x)$$

$$0,25y = 0,6 + {}^3\log(x)$$

$$y = 2,4 + 4 \cdot {}^3\log(x)$$

$$\text{Dus } a = 2,4 \text{ en } b = 4.$$

d $y = \log(2x + 3) - 0,8$

$$\log(2x + 3) = y + 0,8$$

$$2x + 3 = 10^{y+0,8}$$

$$2x = -3 + 10^y \cdot 10^{0,8}$$

$$x = -1,5 + \frac{1}{2} \cdot 10^{0,8} \cdot 10^y \approx -1,5 + 3,15 \cdot 10^y$$

$$\text{Dus } a = -1,5 \text{ en } b = 3,15.$$

61 a $Z = {}^3\log(4n + 1) - 6$

$${}^3\log(4n + 1) = Z + 6$$

$$4n + 1 = 3^{Z+6}$$

$$4n = -1 + 3^Z \cdot 3^6$$

$$n = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot 3^6 \cdot 3^Z = -\frac{1}{4} + 182\frac{1}{4} \cdot 3^Z$$

$$\text{Dus } n = -\frac{1}{4} + 182\frac{1}{4} \cdot 3^Z.$$

b $y = 3 + 2^{2x-3}$

$$2^{2x-3} = y - 3$$

$$2x - 3 = {}^2\log(y - 3)$$

$$2x = 3 + \frac{\log(y - 3)}{\log(2)}$$

$$x = 1\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot \log(2)} \cdot \log(y - 3) \approx 1,5 + 1,66 \cdot \log(y - 3)$$

$$\text{Dus } a = 1,5 \text{ en } b = 1,66.$$

c $D = \log(\sqrt{E}) - 1\frac{1}{2}$

$$\log(\sqrt{E}) = D + 1\frac{1}{2}$$

$$\sqrt{E} = 10^{D+1\frac{1}{2}}$$

$$E = (10^{D+1\frac{1}{2}})^2 = 10^{2D+3}$$

$$\text{Dus } E = 10^{2D+3}.$$

62 a $\log(W) = 0,38 + 0,008 \cdot 130 = 1,42$

$$W = 10^{1,42} \approx 26$$

$$\text{Dus Robert weegt 26 kg.}$$

b $\log(23,5) = 0,38 + 0,008h$

$$0,008h = \log(23,5) - 0,38$$

$$0,008h = 0,99\dots$$

$$h \approx 124$$

$$\text{Dus de lengte van Chantal is 124 cm.}$$

c $\log(W) = 0,38 + 0,008h$

$$W = 10^{0,38+0,008h}$$

$$W = 10^{0,38} \cdot 10^{0,008h}$$

$$W = 10^{0,38} \cdot (10^{0,008})^h$$

$$W \approx 2,4 \cdot 1,0186^h$$

$$\text{Dus } W = 2,4 \cdot 1,0186^h$$

- 63 a** Op het moment dat Stijn het pak melk uit de koelkast pakt, geldt $t = 0$ en $T = 5$.
 $25 - k \cdot \log(20 - 5) = 0$
 $k \cdot \log(15) = 25$
 $k = \frac{25}{\log(15)} \approx 21,26$
- b** $t = 25 - 21 \cdot \log(20 - T)$
 $21 \cdot \log(20 - T) = 25 - t$
 $\log(20 - T) = \frac{25}{21} - \frac{1}{21}t$
 $20 - T = 10^{\frac{25}{21} - \frac{1}{21}t}$
 $-T = -20 + 10^{\frac{25}{21} - \frac{1}{21}t}$
 $T = 20 - 10^{\frac{25}{21} - \frac{1}{21}t}$
 $T = 20 - 10^{\frac{25}{21}} \cdot 10^{-\frac{1}{21}t}$
 $T = 20 - 10^{\frac{25}{21}} \cdot (10^{-\frac{1}{21}})^t$
 $T \approx 20 - 15,5 \cdot 0,896^t$
Dus $a = 20$, $b = -15,5$ en $g = 0,896$.
- c** Bij 45 seconden hoort $t = 0,75$.
 $T = 20 - 15,5 \cdot 0,896^{0,75} \approx 5,7$
De temperatuur is ongeveer $5,7^\circ\text{C}$.

Bladzijde 133

- 64 a** $S = 290 \cdot \log(185 + 100) - 550 \approx 162$
De schouderhoogte is 162 cm.
- b** $S = 290 \cdot \log(g + 100) - 550$
 $290 \cdot \log(g + 100) = S + 550$
 $\log(g + 100) = \frac{1}{290}S + \frac{55}{29}$
 $g + 100 = 10^{\frac{1}{290}S + \frac{55}{29}}$
 $g + 100 = 10^{\frac{55}{29}} \cdot 10^{\frac{1}{290}S}$
 $g = 10^{\frac{55}{29}} \cdot 10^{\frac{1}{290}S} - 100$
 $g \approx 79 \cdot 1,008^S - 100$
Dus $g = 79 \cdot 1,008^S - 100$.
- c** $S = 205$ geeft $g = 79 \cdot 1,008^{205} - 100 \approx 305$
De spanwijdte van het gewei is 305 cm.
- 65 a** Voor de personenauto is $L = 74,8 + 33,0 \cdot \log\left(\frac{90}{80}\right) \approx 76,5$.
Voor de vrachtauto is $L = 83,5 + 22,8 \cdot \log\left(\frac{90}{70}\right) \approx 86,0$.
Het geluidsniveau van een vrachtauto is $\frac{86,0 - 76,5}{76,5} \times 100\% \approx 12,4\%$ hoger.
- b** Er geldt $L = 74,8 + 33,0 \cdot \log\left(\frac{v}{80}\right)$.
Als v afneemt vanaf $v = 80$, dan neemt $\frac{v}{80}$ af, dus dan neemt $\log\left(\frac{v}{80}\right)$ af, dus dan neemt $L = 74,8 + 33,0 \cdot \log\left(\frac{v}{80}\right)$ af.
Het geluidsniveau daalt dus naarmate de snelheid meer onder de 80 km/uur ligt.
- c** $L = 82$ geeft $74,8 + 33,0 \cdot \log\left(\frac{v}{80}\right) = 82$
 $33,0 \cdot \log\left(\frac{v}{80}\right) = 7,2$
 $\log\left(\frac{v}{80}\right) = 0,218\dots$
 $\frac{v}{80} = 10^{0,218\dots}$
 $v = 80 \cdot 10^{0,218\dots} \approx 132$
De snelheid is 132 km/uur.

$$\begin{aligned}
 \text{d } L &= 83,5 + 22,8 \cdot \log\left(\frac{v}{70}\right) \\
 22,8 \cdot \log\left(\frac{v}{70}\right) &= L - 83,5 \\
 \log\left(\frac{v}{70}\right) &= \frac{1}{22,8}L - \frac{83,5}{22,8} \\
 \frac{v}{70} &= 10^{\frac{1}{22,8}L - \frac{83,5}{22,8}} \\
 v &= 70 \cdot 10^{\frac{83,5}{22,8}} \cdot (10^{\frac{1}{22,8}})^L \\
 v &\approx 0,015 \cdot 1,106^L \\
 \text{Dus } v &= 0,015 \cdot 1,106^L.
 \end{aligned}$$

Diagnostische toets

Bladzijde 136

- 1 K is de kostprijs in euro's per MWh geleverde energie.
Er geldt $K = 375 \cdot 0,78^t$ met t in jaren en $t = 0$ in 2009.
De gevraagde kosten zijn $500 \cdot 375 \cdot 0,78^{12} \approx 9509$ euro.

- 2 Er geldt $g^{25} = \frac{1}{2}$, met g de groeifactor per minuut.
 $g^{25} = \frac{1}{2}$ geeft $g = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{25}} \approx 0,973$
De afname is 2,7% per minuut.

- 3 a $g_{\text{dag}} = 1,36$
 $g_{\text{week}} = 1,36^7 \approx 8,61$
Het groeipcentage per week is 761%.
b $g_{\text{dag}} = 1,36$
 $g_{\text{uur}} = 1,36^{\frac{1}{24}} \approx 1,013$
Het groeipcentage per uur is 1,3%.
c $g_{10 \text{ jaar}} = 3$
 $g_{\text{maand}} = 3^{\frac{1}{120}} \approx 1,009$
De toename per maand is 0,9%.

- 4 $N = b \cdot g^t$ met $g_3 \text{ dagen} = \frac{1200}{1500}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{1200}{1500}\right)^{\frac{1}{3}} = 0,9283...$

$$\left. \begin{aligned} N &= b \cdot 0,9283...^t \\ t &= 4 \text{ en } N = 1500 \end{aligned} \right\} b \cdot 0,9283...^4 = 1500$$

$$b = \frac{1500}{0,9283...^4} \approx 2020$$
Dus $N = 2020 \cdot 0,928^t$.

- 5 a De groeifactor per mm materiaal is 0,7.
 $0,7^5 \approx 0,168$, dus 16,8% van het licht komt door een laag van 5 mm.
b $0,7^{10} \approx 0,028$, dus 97,2% van het licht wordt geabsorbeerd.
c Los op $0,7^n < 0,01$.
Voer in $y_1 = 0,7^x$ en $y_2 = 0,01$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 12,9$.
De plaat moet dus minstens 13 mm dik zijn.

- 6 a ${}^5\log(625) = {}^5\log(5^4) = 4$
b ${}^2\log\left(\frac{1}{8}\right) = {}^2\log(2^{-3}) = -3$
c ${}^{\frac{1}{2}}\log\left(\frac{1}{4}\right) = {}^{\frac{1}{2}}\log\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right) = 2$

Bladzijde 137

7 a $N = 5 \cdot {}^3\log(t) = 5 \cdot \frac{\log(t)}{\log(3)} = \frac{5}{\log(3)} \cdot \log(t) \approx 10,5 \cdot \log(t)$

Dus $N = 10,5 \cdot \log(t)$.

b Neem bijvoorbeeld $x = 2$ en $x = 4$.

$$N = 50 + 119,6 \cdot \log(2) = 86,00\dots$$

$$N = 50 + 119,6 \cdot \log(4) = 122,00\dots$$

N neemt dus met ongeveer 36 toe als x verdubbelt.

8 a Lees af: in 2008 is er 4000 miljoen kWh geproduceerd en in 2016 was dat 8000 miljoen kWh.

Dus twee keer zoveel.

b Bij 2030 hoort $t = 28$.

$$t = 28 \text{ geeft } \log(W) = 3,146 + 0,057 \cdot 28 = 4,742$$

$$W = 10^{4,742} \approx 55\,208 \text{ miljoen kWh} \approx 5,5 \cdot 10^{10} \text{ kWh}$$

c $\log(W) = 3,146 + 0,057t$

$$W = 10^{3,146 + 0,057t}$$

$$W = 10^{3,146} \cdot 10^{0,057t}$$

$$W = 10^{3,146} \cdot (10^{0,057})^t$$

$$W \approx 1400 \cdot 1,14^t$$

$$\text{Dus } W = 1400 \cdot 1,14^t.$$

9 a $10\,000 = 10^4$

Lees af: bij $N = 10^4$ hoort $t = 6$.

Dus om 13:00 uur.

b Bij 11:00 uur hoort $t = 4$.

Lees af: bij $t = 4$ hoort $N = 10^{3,5}$.

Dus $10^{3,5} \approx 3200$ bacteriën.

10 a $y = {}^3\log(5x - 1) - 2$
 ${}^3\log(5x - 1) = y + 2$

$$5x - 1 = 3^{y+2}$$

$$5x = 1 + 3^y \cdot 3^2$$

$$5x = 1 + 9 \cdot 3^y$$

$$x = 0,2 + 1,8 \cdot 3^y$$

b $q = 3 - 2^{p-2}$

$$2^{p-2} = 3 - q$$

$$p - 2 = {}^2\log(3 - q)$$

$$p = 2 + {}^2\log(3 - q)$$