

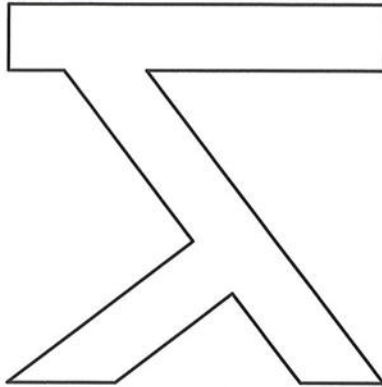
Gemengde opgaven

8 Meetkunde

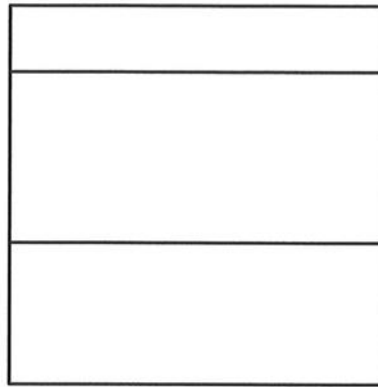
Bladzijde 188

1

a



vooraanzicht



linkerzijaanzicht

- b In het vooraanzicht zie je een rechthoek, een parallellogram en een trapezium.

$$O(\text{rechthoek}) = 40 \cdot 7 = 280 \text{ cm}^2$$

Bereken de lange zijde van het parallellogram met de stelling van Pythagoras.

$$\text{zijde}^2 = 33^2 + 25,3^2 = 1729,09, \text{ dus zijde} \approx 41,6 \text{ cm.}$$

$$O(\text{parallellogram}) = 41,6 \cdot 7 = 291,2 \text{ cm}^2$$

$$O(\text{trapezium}) = \frac{1}{2} \cdot (15,6 + 24,7) \cdot 7 = 141,05 \text{ cm}^2$$

$$\text{De inhoud van de tafel is } (280 + 291,2 + 141,05) \cdot 40 = 28\,490 \text{ cm}^3 = 28,49 \text{ dm}^3.$$

$$\text{Het gewicht van de tafel is } 700 \cdot 28,49 = 19\,943 \text{ gram} \approx 19,9 \text{ kg.}$$

2

In $\triangle DEF$ is $DE = DF$, dus er geldt $2 \cdot DE^2 = 5,5^2$

$$DE^2 = \frac{5,5^2}{2}$$

$$DE = 3,889...$$

$$O(ABEDFC) = O(\triangle ABC) - O(\triangle DEF) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 3,889... \cdot 3,889... = 10,4375$$

De straal van de kleine cirkel is $\frac{1}{2} \cdot 5,5 = 2,75$.

In $\triangle ABC$ is $AB = AC$, dus er geldt $BC^2 = 6^2 + 6^2 = 72$

$$BC = \sqrt{72}$$

De straal van de grote cirkel is $\frac{1}{2} \sqrt{72}$.

$$O(\text{ring}) = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (\frac{1}{2} \sqrt{72})^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2,75^2 = 16,395...$$

$$\text{Dus } O(\text{logo}) = 10,4375 + 16,395... \approx 26,8.$$

Bladzijde 189

3

Opmeten geeft lengte boot is 0,8 cm en breedte tussen de spijlen is 3,0 cm. Dus de boot heeft op de foto een lengte van

$$\frac{0,8}{3,0} \cdot 10 \approx 2,67 \text{ cm} = 0,0267 \text{ m.}$$

Zie de figuur hiernaast.

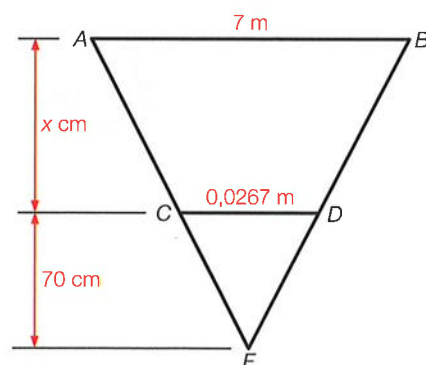
Driehoek ABF is een vergroting van driehoek CDF met

$$\text{vergrotingsfactor } \frac{7}{0,0267} \approx 262.$$

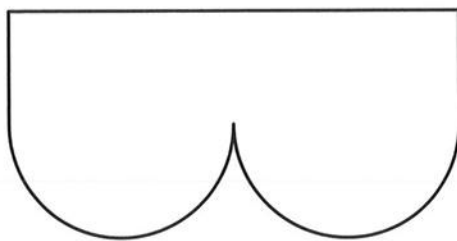
$$\text{Er geldt } 262 \cdot 70 = x + 70$$

$$x = 18\,270$$

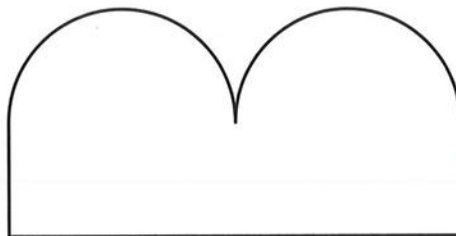
De boot vaart op een afstand van 18 270 cm $\approx$ 183 meter van het hek.



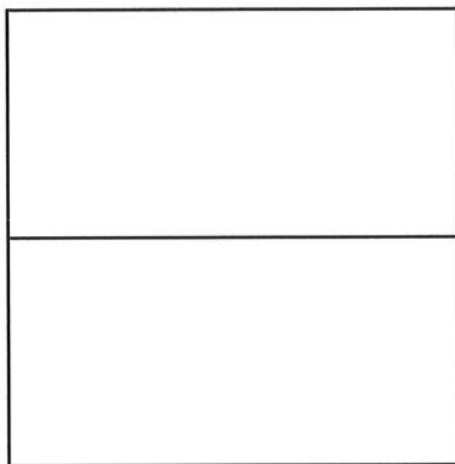
4 a



vooraanzicht



zijaanzicht



bovenaanzicht

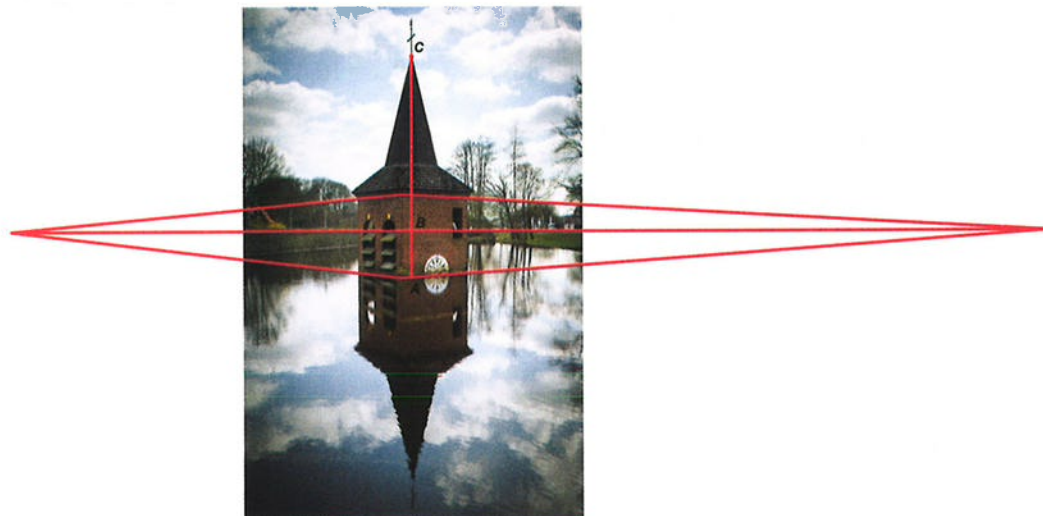
- b oppervlakte cilindermantels = $2 \cdot 2\pi \cdot 3,75 \cdot 15 = 225\pi \text{ dm}^2$
 oppervlakte kunstwerk = $225\pi + 4 \cdot \pi \cdot 3,75^2 \approx 884 \text{ dm}^2$
 c De inhoud van het kunstwerk is $2 \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 8 = 64\pi \text{ dm}^3$.
 Het gewicht is $2,75 \cdot 64\pi \approx 553 \text{ kg}$.

Bladzijde 190

5

a tweepuntsperspectief

b

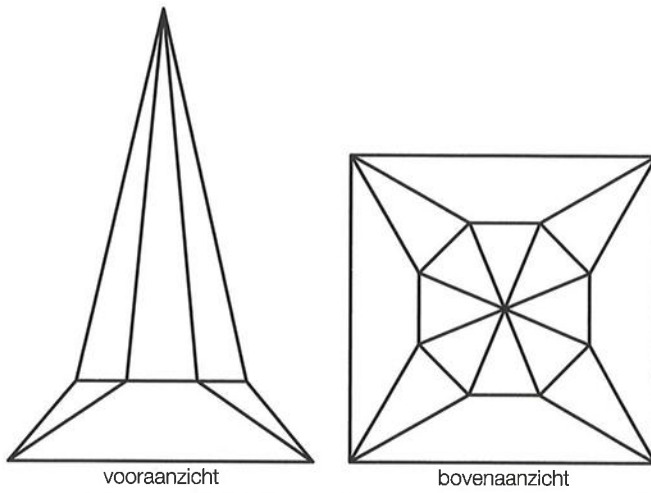


Opmeten op het werkblad geeft $AB = 0,6 \text{ cm}$ en $AC = 2,9 \text{ cm}$.

De foto is genomen vanaf een hoogte van $\frac{0,6}{2,9} \cdot 9,5 \approx 2,0 \text{ m} = 20 \text{ decimeter}$ boven het waterniveau.

- c $\frac{97}{2} = 48,5$ en $207 - 48,5 = 158,5$, dus de rechthoek is 97 bij 158,5 cm.
 $O(\text{raam}) = 97 \cdot 158,5 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 48,5^2 \approx 19\,069 \text{ cm}^2 \approx 191 \text{ dm}^2$

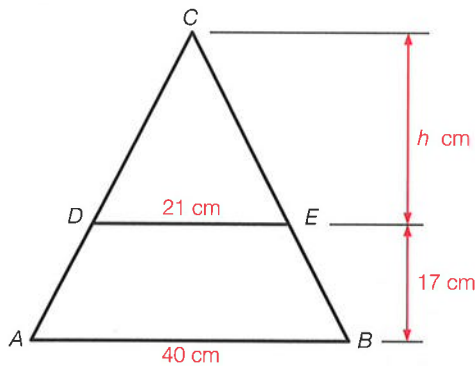
d



- e oppervlakte grondvlak is $22,3^2 - 2 \cdot 6,35^2 = 416,645 \text{ dm}^2$
 $I(\text{piramide}) = \frac{1}{3} \cdot 416,645 \cdot 49,5 \approx 6875 \text{ dm}^3$

Bladzijde 191

6 a



$\triangle ABC$ is een vergroting van $\triangle DEC$ met vergrotingsfactor $\frac{40}{21}$.

Er geldt $\frac{40}{21} \cdot h = h + 17$

$$\frac{19}{21}h = 17$$

$$h = 18,789...$$

$$18,789... \text{ cm} = 1,8789... \text{ dm}$$

$$18,789... + 17 = 35,789... \text{ cm} = 3,5789... \text{ dm}$$

$$\begin{aligned} I(\text{hoed}) &= I(\text{balk}) + I(\text{afgeknotte piramide}) \\ &= 4 \cdot 4 \cdot 0,5 + \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 3,5789... - \frac{1}{3} \cdot 2,1^2 \cdot 1,8789... \\ &\approx 24,3 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

b $54 \text{ dm}^3 = 54000 \text{ cm}^3 = \frac{54000}{2,54^3} = 3295,28... \text{ cubic inch}$

De inhoud van de miniatuurversie is $\frac{3295,28...}{12^3} \approx 1,9 \text{ cubic inch}$.

7 a éénpuntperspectief

b Opmeten op het werkblad geeft $AB = 2,1 \text{ cm}$ en $AC = 4,2 \text{ cm}$.

Dus de hoogte van de tunnel is

$$\frac{4,2}{21} \cdot 1,35 = 2,7 \text{ meter.}$$

De trap is dus hoog genoeg.



Bladzijde 192

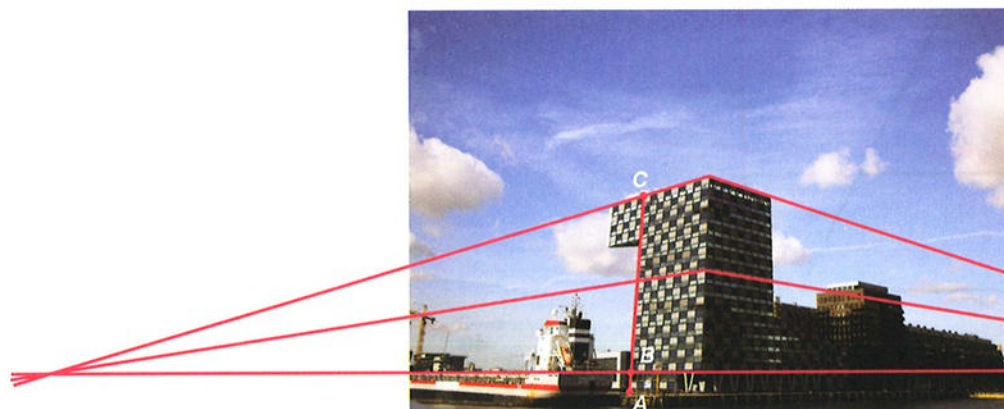
8 a



Opmeten op het werkblad geeft $AB = 0,6$ cm en $AC = 1,2$ cm.

De foto is genomen vanaf een hoogte van $\frac{0,6}{1,2} \cdot 12,5 \approx 6,3$ meter.

b



Opmeten op het werkblad geeft $AB = 0,2$ cm en $AC = 2,6$ cm.

De hoogte van het gebouw is $\frac{2,6}{0,2} \cdot 5 = 65$ meter.

9 Bereken het verschil van de inhoud van twee afgeknotte kegels.

Begin met de grootste afgeknotte kegel.

Zie de figuur hiernaast.

Driehoek ABT is een vergroting van driehoek CDT met

vergrotingsfactor $\frac{175}{159}$.

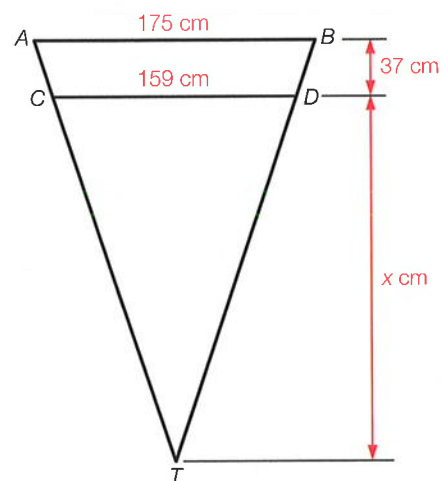
Er geldt $\frac{175}{159} \cdot x = x + 37$

$$\frac{16}{159} \cdot x = 37$$

$$x \approx 368$$

Inhoud grote afgeknotte kegel is

$$\frac{1}{3}\pi \cdot 8,75^2 \cdot 40,5 - \frac{1}{3}\pi \cdot 7,95^2 \cdot 36,8 \approx 811,5 \text{ dm}^3.$$



Dan de kleine afgeknotte kegel.

Zie de figuur hiernaast.

Driehoek PQT is een vergroting van driehoek RST met

vergrotingsfactor $\frac{115}{97}$.

$$\text{Er geldt } \frac{115}{97} \cdot y = y + 37$$

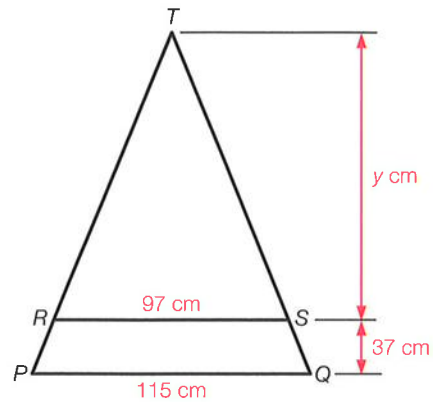
$$\frac{18}{97} \cdot y = 37$$

$$y \approx 199$$

Inhoud kleine afgeknotte kegel is

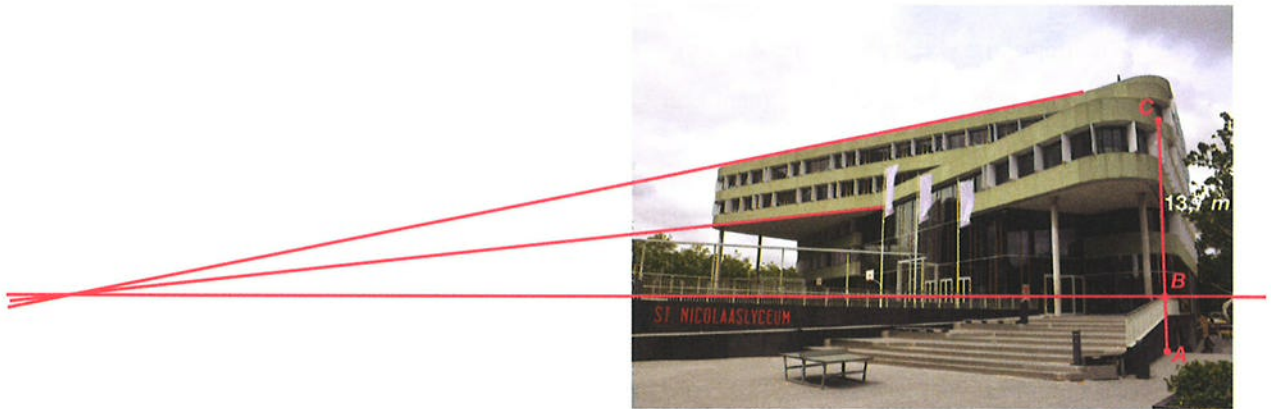
$$\frac{1}{3}\pi \cdot 5,75^2 \cdot 23,6 - \frac{1}{3}\pi \cdot 4,85^2 \cdot 19,9 \approx 326,9 \text{ dm}^3.$$

De inhoud van het bankje is $811,5 - 326,9 \approx 485 \text{ dm}^3$.



Bladzijde 193

10 a



Opmeten op het werkblad geeft $AB = 0,7 \text{ cm}$ en $AC = 3,1 \text{ cm}$.

De foto is genomen vanaf een hoogte van $\frac{0,7}{3,1} \times 13,7 \approx 3,1 \text{ m} = 31 \text{ dm}$.

b De hoogte van de pilaren in de maquette is $\frac{820}{75} \approx 10,9 \text{ cm} = 109 \text{ mm}$.

c $1422 \text{ cm}^2 = 0,1422 \text{ m}^2$

De oppervlakte van het echte sportveld is $75^2 \cdot 0,1422 \approx 800 \text{ m}^2$.

d Er is $\frac{2900}{2,4} \approx 1208 \text{ dm}^3 \approx 1,21 \text{ m}^3$ beton gebruikt.

e $1208 \text{ dm}^3 = 1208 \cdot 10^3 \text{ mL}$

Er is $\frac{1208 \cdot 10^3}{75^3} \approx 2,9 \text{ mL}$ plastic per lichtkoepel gebruikt.

9 Kansverdelingen

Bladzijde 194

11 a X = aantal keer 6 ogen
 X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = \frac{1}{6}$.

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$$

De GR geeft $P(X > 2) \approx 0,225$.

b X = aantal keer meer dan 9 ogen

X is binomiaal verdeeld met $n = 12$ en $p = P(\text{meer dan 9 ogen}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3)$$

De GR geeft $P(X \geq 4) \approx 0,125$.

c hoogstens 5 ogen, dus 3, 4 of 5

3 ogen 111

4 ogen 112, 121, 211

5 ogen 113, 131, 311, 122, 212, 221

$$P(\text{hoogstens 5 ogen}) = \frac{10}{216} = \frac{5}{108}$$

X = aantal keer hoogstens 5 ogen

X is binomiaal verdeeld met $n = 20$ en $p = \frac{5}{108}$.

De GR geeft $P(X \leq 2) \approx 0,937$.

SOM						
6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
	1	2	3	4	5	6

$$d \quad P(\text{minstens één keer 6 ogen}) = 1 - P(\text{niet één keer 6 ogen}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}$$

$$P(\text{vier keer gooien}) = \left(\frac{25}{36}\right)^3 \cdot \frac{11}{36} \approx 0,102$$

$$12 \quad a \quad P(X=100) = P(333) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{120} \approx 0,008$$

$$b \quad P(X=20) = P(444) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{4}{120}$$

$$P(X=5) = P(555) = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{12}{120}$$

$$P(X=0) = 1 - P(X=100) - P(X=20) - P(X=5) = 1 - \frac{1}{120} - \frac{4}{120} - \frac{12}{120} = \frac{103}{120}$$

x	0	5	20	100
$P(X=x)$	$\frac{103}{120}$	$\frac{12}{120}$	$\frac{4}{120}$	$\frac{1}{120}$

$$c \quad P(Y=10) = P(334) + P(343) + P(433) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} \approx 0,042$$

$$d \quad P(\text{twee keer een 3}) = P(333) + P(333) + P(333) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{6} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = 0,1$$

$$P(\text{elke keer twee keer het cijfer 3}) = 0,1^4 = 0,0001$$

$$e \quad P(\text{hoofdprijs}) = \frac{1}{120} \text{ en } P(\text{geen hoofdprijs}) = \frac{119}{120}$$

$$P(\text{acht of negen keer spelen}) = P(\text{acht keer spelen}) + P(\text{negentien keer spelen})$$

$$= \left(\frac{119}{120}\right)^7 \cdot \frac{1}{120} + \left(\frac{119}{120}\right)^8 \cdot \frac{1}{120} \approx 0,016$$

13 a X = aantal reizen dat niet wordt geannuleerd
 X is binomiaal verdeeld met $n = 1350$ en $p = 0,92$.
 De GR geeft $P(X \leq 1250) \approx 0,802$.
 De gevraagde kans is 0,802.

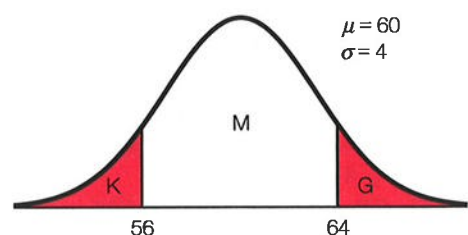
b X = aantal annuleringen
 X is binomiaal verdeeld met $n = 1300$ en $p = 0,08$.
 De verwachtingswaarde is $E(X) = np = 1300 \cdot 0,08 = 104$ en de standaardafwijking is
 $\sigma_X = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{1300 \cdot 0,08 \cdot 0,92} \approx 9,8$.
 $E(X) - \sigma_X \approx 104 - 9,8 = 94,2$
 $E(X) + \sigma_X \approx 104 + 9,8 = 113,8$
 $P(94,2 < X < 113,8) = P(95 \leq X \leq 113)$
 De GR geeft $P(94,2 < X < 113,8) \approx 0,669$.

c Stel men verkoopt maximaal n reizen.
 Voor welke n is $P(X \leq 1250) \geq 0,95$?
 Voer bij y_1 een formule in en maak een tabel.
 Op de TI: $y_1 = \text{binomcdf}(x, 0,92, 1250)$.
 Op de Casio: $y_1 = \text{BinomialCD}(1250, x, 0,92)$.
 Op de NW: $y_1 = \text{binomcdf}(1250, x, 0,92)$.
 Op de HP: $y_1 = \text{BINOMIAL-CDF}(x, 0,92, 1250)$.
 Je leest af voor $n = 1341$ is $P(X \leq 1250) \approx 0,957$
 voor $n = 1342$ is $P(X \leq 1250) \approx 0,947$.
 Dus maximaal 1341 reizen verkopen.

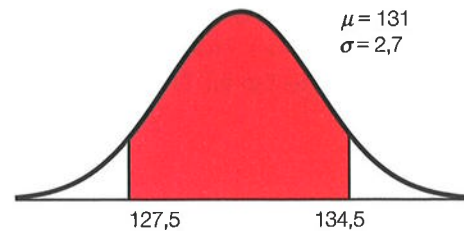
Bladzijde 195

14 a X = gewicht ei in gram
 X is normaal verdeeld met $\mu = 60$ en $\sigma = 4$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 56$ geeft de GR opp $= 0,1586...$
 Tot de klasse K behoren naar verwachting
 $5000 \cdot 0,1586... \approx 793$ eieren.
 Bij $l = 56$ en $r = 64$ geeft de GR opp $= 0,6826...$
 Tot de klasse M behoren naar verwachting
 $5000 \cdot 0,6828... \approx 3414$ eieren.

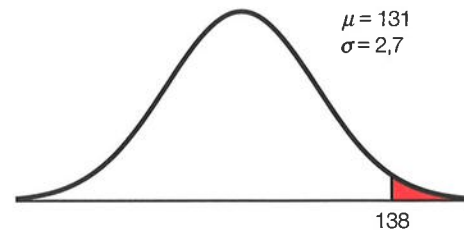
b In klasse G zitten naar verwachting
 $5000 - 3414 - 793 = 793$ eieren.
 De verwachte opbrengst is $793 \cdot 0,09 + 3414 \cdot 0,10 + 793 \cdot 0,11 = 500$ euro.
 De kosten zijn dan $300 + 5000 \cdot 0,015 = 375$ euro.
 Dus de verwachte winst is $500 - 375 = 125$ euro.



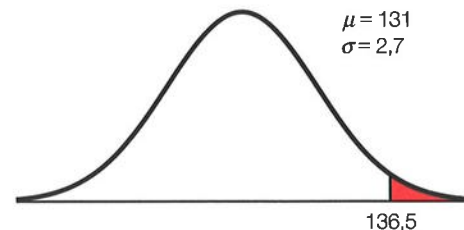
- 15 a** Normale verdeling met $\mu = 131$ en $\sigma = 2,7$.
 Bij $l = 127,5$ en $r = 134,5$ geeft de GR opp $\approx 0,805$.
 Dus van 80,5%.



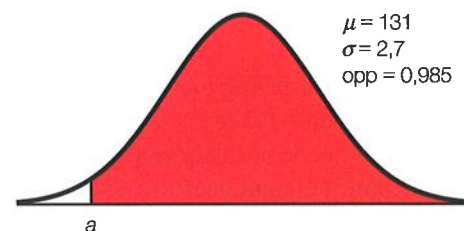
- b** Bij $l = 138$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp = 0,004...
 Dus $P(\text{meer dan } 138 \text{ }^\circ\text{Oe}) = 0,004...$
 $P(\text{minstens één}) = 1 - P(\text{geen}) = 1 - (1 - 0,004...) ^5 \approx 0,024$



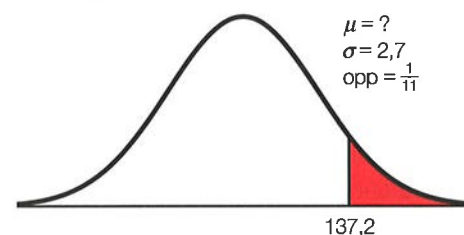
- c** Bij $l = 136,5$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp $\approx 0,021$.
 2,1% heeft een suikergehalte groter dan 136,5 $^\circ\text{Oe}$, dus de druif met een suikergehalte van 136,5 $^\circ\text{Oe}$ behoort niet tot de twee procent druiven met het hoogste suikergehalte.



- d** opp links van a is $1 - 0,985 = 0,015$
 De GR geeft $a \approx 125,14$.
 Dus deze ondergrens is 125,14 $^\circ\text{Oe}$ of meer.



- e** Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 2,7$, $l = 137,2$ en $r = 10^{99}$.
 Los op opp = $\frac{1}{11}$.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = \frac{1}{11}$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 133,595$.
 Dus gemiddeld 133,6 $^\circ\text{Oe}$.



Bladzijde 196

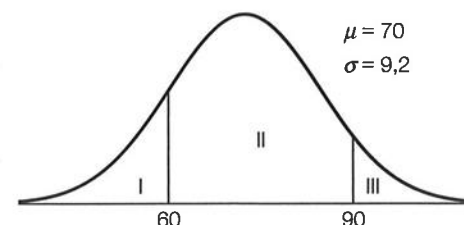
- 16 a** Er wordt net zolang gegooid totdat rood of geel heeft gewonnen. Bij zowel rood als geel leiden 5 van de 36 mogelijkheden tot winst. Dus deze kansen zijn gelijk en dus beide gelijk aan 0,5.
- b** Je wint 5 euro met dubbel 1 (voor rood) of dubbel 6 (voor geel).
 Dubbel 1 is één van de 5 mogelijkheden op winst van rood.
 Deze kans is dus $\frac{1}{5} \cdot 0,5 = 0,1$.
- c** $P(W = 5) = 0,1$
 $P(W = 10) = \frac{4}{5} \cdot 0,5 = 0,4$
 $P(W = -10) = P(\text{andere kleur wint}) = 0,5$

w	5	10	-10
$P(W = w)$	0,1	0,4	0,5

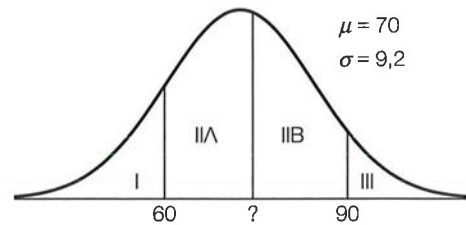
$$E(W) = 5 \cdot 0,1 + 10 \cdot 0,4 + (-10) \cdot 0,5 = -0,5$$

De verwachtingswaarde van de winst per spel is -50 cent.

- 17 a** Normale verdeling met $\mu = 70$ en $\sigma = 9,2$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 60$ geeft de GR opp (I) = 0,1385... $\approx 0,139$.
 Bij $l = 60$ en $r = 90$ geeft de GR opp (II) = 0,8466... $\approx 0,847$.
 Bij $l = 90$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp (III) = 0,0148 $\approx 0,015$.
 Dus tot groep I behoort 13,9%, tot II 84,7% en tot III 1,5%.

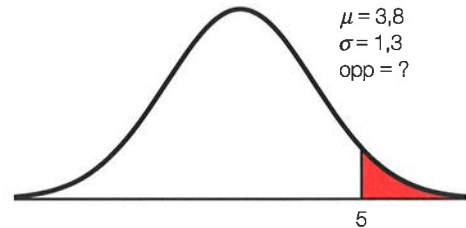


- b** opp links van a is $0,1385... + \frac{1}{2} \cdot 0,8466... = 0,5618...$
 De GR geeft $a \approx 71,43$.
 Dus de grens ligt bij 71.

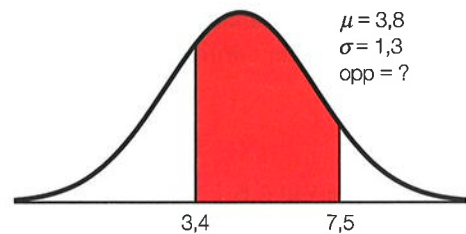


Bladzijde 197

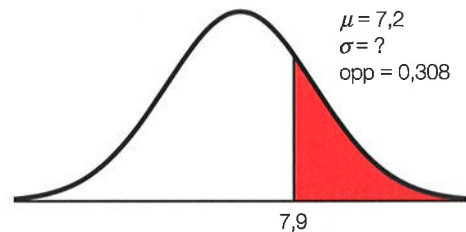
- 18 a** Normale verdeling met $\mu = 3,8$ en $\sigma = 1,3$.
 Bij $l = 5$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp = 0,177...
 Dus $0,177... \cdot 24 \cdot 365 \approx 1559$ uur.



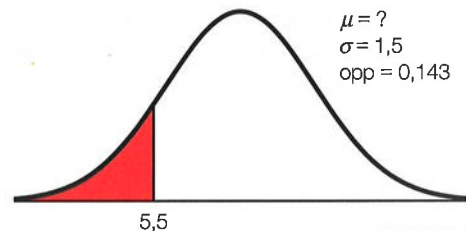
- b** Bij $l = 3,4$ en $r = 7,5$ geeft de GR opp = 0,618...
 Dus $0,618... \cdot 24 \cdot 365 \approx 5420$ uur.



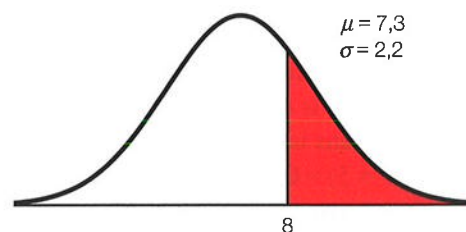
- c** Normale verdeling met $\mu = 7,2$, $\sigma = x$, $l = 7,9$ en $r = 10^{99}$.
 Los op opp = 0,308.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,308$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 1,4$, dus $\sigma = 1,4$ m/s.



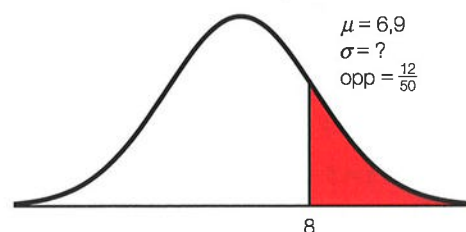
- d** Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 1,5$, $l = -10^{99}$ en $r = 5,5$.
 Los op opp = 0,143.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,143$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 7,1$, dus $\mu = 7,1$ m/s.



- 19 a** Vetpercentage is normaal verdeeld met $\mu = 7,3$ en $\sigma = 2,2$.
 Bij $l = 8$ en $r = 10^{99}$ geeft GR opp = 0,375...
 X = aantal bollen met een vetpercentage van meer dan 8%
 X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = 0,375...$
 $P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4)$
 De GR geeft $P(X > 4) \approx 0,306$.



- b** Normale verdeling met $\mu = 6,9$, $\sigma = x$, $l = 8$ en $r = 10^{99}$.
 Los op opp = $\frac{12}{50}$.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = \frac{12}{50}$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 1,557$.
 Dus de standaardafwijking is 1,6%.



- 20 a** 8 minuten en 24 seconden = 8,4 minuten
 2 minuten en 3 seconden = 2,05 minuten
 X is de tijd per adres
 $\bar{X}$ is normal verdeeld met $\mu_{\bar{X}} = \mu_X = 8,4$ en $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{2,05}{\sqrt{10}}$.
 De GR geeft $P(\bar{X} < 8) \approx 0,269$.

- b** 8 minuten en 24 seconden = 504 seconden
 2 minuten en 3 seconden = 123 seconden
 De bezorgtijd T van 10 adressen is normal verdeeld met $\mu_T = 10 \cdot 504 = 5040$ seconden
 en $\sigma_T = \sqrt{10} \cdot 123 = 123\sqrt{10}$ seconden.
 Tussen 18:37 uur en 19:50 uur zit 1 uur en 13 minuten, dat is 4380 seconden.
 De GR geeft $P(T > 4380) \approx 0,955$.
 De gevraagde kans is 0,955.

10 Exponenten en logaritmen

Bladzijde 198

- 21 a** $g_{\text{jaar}} = 1,096$, dus $g_{10 \text{ jaar}} = 1,096^{10} \approx 2,501$.
 De toename per 10 jaar is 150,1%.
- b** $g_{\text{jaar}} = 1,096$, dus $g_{\text{maand}} = 1,096^{\frac{1}{12}} \approx 1,008$.
 De toename per maand is 0,8%.
- c** Los op $1,096^t = 2$.
 Voer in $y_1 = 1,096^x$ en $y_2 = 2$.
 De optie snijpunt geeft $x = 7,56...$
 De hoeveelheid is na ongeveer 91 maanden verdubbeld.
- d** Los op $1,096^t = 10$.
 Voer in $y_1 = 1,096^x$ en $y_2 = 10$.
 De optie snijpunt geeft $x = 25,11...$
 De hoeveelheid is na ongeveer 25 jaar vertienvoudigd.
- 22 a** $g_{\text{dag}} = 0,83$, dus $g_{\text{week}} = 0,83^7 \approx 0,271$.
 De afname per week is 72,9%.
- b** $g_{\text{dag}} = 0,83$, dus $g_{\text{uur}} = 0,83^{\frac{1}{24}} \approx 0,992$.
 De afname per uur is 0,8%.
- c** Los op $0,83^t = \frac{1}{2}$.
 Voer in $y_1 = 0,83^x$ en $y_2 = \frac{1}{2}$.
 De optie snijpunt geeft $x = 3,72...$
 De hoeveelheid is na ongeveer 89 uur gehalveerd.
- d** Los op $0,83^t = \frac{1}{4}$.
 Voer in $y_1 = 0,83^x$ en $y_2 = \frac{1}{4}$.
 De optie snijpunt geeft $x = 7,44...$
 Na ongeveer 7,4 dagen is nog een kwart van de beginhoeveelheid over.
- 23 a** $\log(N) = 0,6t - 0,2$
 $N = 10^{0,6t - 0,2}$
 $N = 10^{0,6t} \cdot 10^{-0,2}$
 $N = 10^{-0,2} \cdot (10^{0,6})^t$
 $N \approx 0,63 \cdot 3,98^t$
 Dus $N = 0,63 \cdot 3,98^t$.
- b** $P = 6 \cdot 3^{2t+1}$
 $3^{2t+1} = \frac{1}{6}P$
 $2t + 1 = {}^3\log\left(\frac{1}{6}P\right)$
 $2t = -1 + {}^3\log\left(\frac{1}{6}P\right)$
 $t = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot {}^3\log\left(\frac{1}{6}P\right)$
- c** $Q = 3 + {}^4\log(2x + 1)$
 ${}^4\log(2x + 1) = Q - 3$
 $2x + 1 = 4^{Q-3}$
 $2x = -1 + 4^{Q-3}$
 $x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 4^{Q-3}$
 Dit is eventueel nog te herleiden tot $x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{128} \cdot 4^Q$.

$$\begin{aligned}
 \text{d } P &= 3 - 2^{3t+1} \\
 2^{3t+1} &= 3 - P \\
 3t + 1 &= {}^2\log(3 - P) \\
 3t &= -1 + {}^2\log(3 - P) \\
 t &= -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot {}^2\log(3 - P)
 \end{aligned}$$

24 a $g_{5 \text{ dagen}} = 2$ geeft $g_{\text{dag}} = 2^{\frac{1}{5}} = 1,148\dots$

Na 6 weken = 42 dagen bedekt de waterplant het gehele meer.
Dus de oppervlakte van het meer is $20 \cdot 1,148\dots^{42} \approx 6756 \text{ m}^2$.

b Los op $20 \cdot \left(2^{\frac{1}{5}}\right)^t = 0,3 \cdot 6756$.

Voer in $y_1 = 20 \cdot \left(2^{\frac{1}{5}}\right)^x$ en $y_2 = 0,3 \cdot 6756$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 33,3$.

$t = 0$ op 1 mei om 0:00 uur en $t = 30$ op 31 mei om 0:00 uur, dus $t = 33,3$ is op 3 juni.

25 a $N = b \cdot g^t$ met $g_{4 \text{ dagen}} = \frac{272}{160}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{272}{160}\right)^{\frac{1}{4}} = 1,1418\dots$

$$\begin{aligned}
 N = b \cdot 1,1418\dots^t \\
 t = 4 \text{ en } N = 160 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} N = b \cdot 1,1418\dots^t \\ t = 4 \text{ en } N = 160 \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} b \cdot 1,1418\dots^4 &= 160 \\ b &= \frac{160}{1,1418\dots^4} \approx 94 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

Dus $N = 94 \cdot 1,142^t$.

b $P = b \cdot g^t$ met $g_{12 \text{ dagen}} = 0,84$, dus $g_{\text{dag}} = 0,84^{\frac{1}{12}} \approx 0,986$.

$P = b \cdot g^t$ met $b = 100$ en $g = 0,986$ geeft $P = 100 \cdot 0,986^t$.

c Stel in de laatste 4 jaar is g de vermenigvuldigingsfactor per jaar.

Er geldt dan $1,092^6 \cdot g^4 = 1,85$.

Voer in $y_1 = 1,092^6 \cdot x^4$ en $y_2 = 1,85$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 1,022$, dus $g = 1,022$.

Het jaarlijkse toenamepercentage voor de laatste vier jaar is 2,2%.

Bladzijde 199

26 a $N = b \cdot g^t$ met $g_{45 \text{ jaar}} = \frac{109,5}{3,4}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\frac{109,5}{3,4}\right)^{\frac{1}{45}} \approx 1,080$.

$N = b \cdot g^t$ met $b = 3,4$ en $g = 1,080$ geeft $N = 3,4 \cdot 1,080^t$.

b Los op $1,080^t = 2$.

Voer in $y_1 = 1,080^x$ en $y_2 = 2$.

De optie snijpunt geeft $x = 9,00\dots$, dus de verdubbelingstijd is 9 jaar.

c Los op $3,4 \cdot 1,080^t = 42,8 \cdot \log(t + 10) + 19,1$.

Voer in $y_1 = 3,4 \cdot 1,080^x$ en $y_2 = 42,8 \cdot \log(x + 10) + 19,1$.

De optie snijpunt geeft $x = 42,97\dots$

Dus in $1970 + 43 = 2013$.

d Bij 1970 hoort $t = 0$ en dat geeft $N = 3,4 + 42,8 \cdot \log(0 + 10) + 19,1 = 65,3$

Bij 2015 hoort $t = 45$ en dat geeft $N = 109,5 + 42,8 \cdot \log(45 + 10) + 19,1 \approx 203,1$.

Dat is $\frac{203,1}{65,3} \approx 3,11$ keer zoveel.

Dus de gemiddelde wereldburger is in deze periode dus $\frac{3,11}{2} \approx 1,6$ keer zoveel vis gaan eten.

27 a $g_{35 \text{ weerkaatsingen}} = 0,90$, dus $g_{1 \text{ weerkaatsing}} = 0,90^{\frac{1}{35}} \approx 0,997$.

$P = b \cdot g^n$ met $b = 100$ en $g = 0,997$ geeft $P = 100 \cdot 0,997^n$.

b $n = 15$ geeft $P = 95,6$, dus 95,6%.

c $n = 20$ geeft $P = 94,2$, dus er is 5,8% geabsorbeerd.

Bladzijde 200

28 a Lees af: in april 2007 waren er 700 damherten.

b Lees af: in april 2004 waren er 400 damherten en in april 2015 waren dat er 3000.

$$g_{9 \text{ jaar}} = \frac{3000}{400} = 7,5, \text{ dus } g_{\text{jaar}} = 7,5^{\frac{1}{9}} \approx 1,251.$$

Dus met 25,1% per jaar.

- c** $3319 \text{ ha} = 33,19 \text{ km}^2$
 Dus er waren toen $40 \cdot 33,19 \approx 1328$ damherten.
 Los op $400 \cdot 1,20^t = 1328$.
 Voer in $y_1 = 400 \cdot 1,20^x$ en $y_2 = 1328$.
 De optie snijpunt geeft $x = 6,579\dots$
 Dit artikel verscheen ongeveer 6,6 jaar na april 2004, dus dat was eind 2010.

Bladzijde 201

- 29 a** $0,67 \cdot \log(0,5E) - 3 = 0$
 $0,67 \cdot \log(0,5E) = 3$
 $\log(0,5E) = 4,47\dots$
 $0,5E = 10^{4,47\dots}$
 $E = 2 \cdot 10^{4,47\dots} \approx 60\,000$
 De formule geldt voor waarden van E vanaf 60 000.
- b** $M = 0,67 \cdot \log(0,5 \cdot 2 \cdot 10^{18}) - 3 = 9,06$, dus een beving van 9,1 op de schaal van Richter.
- c** Los op $0,67 \cdot \log(0,5E) - 3 = 3,4$
 $0,67 \cdot \log(0,5E) = 6,4$
 $\log(0,5E) = 9,55\dots$
 $0,5E = 10^{9,55\dots}$
 $E = 2 \cdot 10^{9,55\dots} \approx 7,1 \cdot 10^9$ joule
- d** $E = 2 \cdot 10^{18}$ geeft $M = 9,06$
 $E = 4 \cdot 10^{18}$ geeft $M = 9,26\dots$
 Als E verdubbelt, dan neemt M met $9,26\dots - 9,06 \approx 0,20$ toe.
- e** $0,67 \cdot \log(0,5E) - 3 = M$
 $0,67 \cdot \log(0,5E) = M + 3$
 $\log(0,5E) = \frac{M+3}{0,67} = 1,49\dots M + 4,47\dots$
 $0,5E = 10^{1,49\dots M + 4,47\dots}$
 $E = 2 \cdot (10^{1,49\dots})^M \cdot 10^{4,47\dots}$
 $E \approx 60\,000 \cdot 31^M$
 Dus $b = 60\,000$ en $g = 31$.
- f** Neem $M+1$ voor M in de formule $E = 60\,000 \cdot 31^M$.
 Dit geeft $E = 60\,000 \cdot 31^{M+1} = 60\,000 \cdot 31^M \cdot 31^1 = 31 \cdot 60\,000 \cdot 31^M$.
 Dus het getal is 31.
- 30 a** Los op $0,4^d = 0,5$, met d de diepte in meters.
 Voer in $y_1 = 0,4^x$ en $y_2 = 0,5$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 0,76$.
 Dus van rood licht is op 76 cm nog 50% van de oorspronkelijke hoeveelheid licht zichtbaar.
 Los op $0,9^d = 0,5$, met d de diepte in meters.
 Voer in $y_1 = 0,9^x$ en $y_2 = 0,5$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 6,58$.
 Dus van rood licht is op 658 cm nog 50% van de oorspronkelijke hoeveelheid licht zichtbaar.
- b** P_{rood} is het percentage rood licht, P_{blauw} is het percentage blauw licht en d is de diepte in meters.
 $P_{\text{rood}} = 100 \cdot 0,4^d$ en $P_{\text{blauw}} = 100 \cdot 0,9^d$
 Los op $P_{\text{blauw}} = 10 \cdot P_{\text{rood}}$.
 Voer in $y_1 = 100 \cdot 0,9^x$ en $y_2 = 1000 \cdot 0,4^x$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 2,84$.
 Dus op een diepte van 284 cm.

Bladzijde 202

- 31 a** Lees af: bij $t = 0$ hoort $B = 10^3$ en bij $t = 9$ hoort $B = 10^6$.

Dus $\frac{10^6}{10^3} = 1000$ keer zoveel.

- b** Lees af: bij $t = 12$ hoort $B = 10^7 = 10$ miljoen bacteriën.
Dus na 12 dagen mag de kip nog gegeten worden.

- c** $B = 50 \cdot 10^6$ geeft $\frac{1}{3}t + 3 = \log(50 \cdot 10^6)$

$$\frac{1}{3}t + 3 = 7,69\dots$$

$$\frac{1}{3}t = 4,69\dots$$

$$t \approx 14,1$$

Dus na 14,1 dagen.

- d** $\log(B) = \frac{1}{3}t + 3$

$$B = 10^{\frac{1}{3}t + 3}$$

$$B = 10^{\frac{1}{3}t} \cdot 10^3$$

$$B = 10^3 \cdot (10^{\frac{1}{3}})^t$$

$$B \approx 1000 \cdot 2,154^t$$

$$\text{Dus } B = 1000 \cdot 2,154^t.$$

11 Logisch redeneren**Bladzijde 203**

- 32 a** Deze redenering is logisch geldig.

- b** A : Persoon is hoogopgeleid.

B : Persoon is handig.

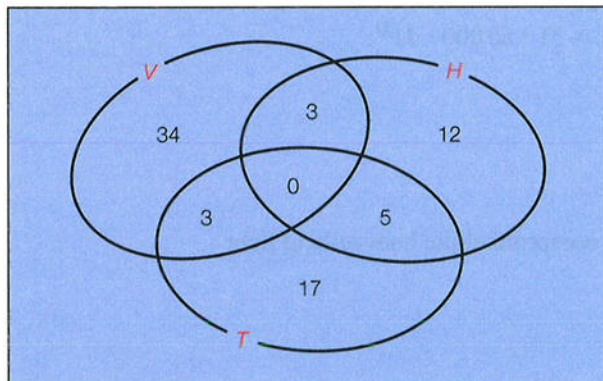
$A \vee B, \neg B$ conclusie A .

- 33 a** Als een persoon lid is van een hockeyclub en van een tennisclub, dan is de persoon niet lid van een voetbalclub.

Deze bewering is waar voor deze groep, want voor geen van de personen geldt

$$V \wedge H \wedge T.$$

- b** 95 PERSONEN



$$95 - 40 - 12 - 5 - 17 = 21$$

Dus voor 21 personen geldt $\neg(V \vee H \vee T)$.

- 34 a** $B \Leftrightarrow \neg C \vee \neg D$

$$C \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$$

$$D \Leftrightarrow C$$

- b** Als Ad de waarheid spreekt, dan geldt:

$$A \Rightarrow \neg B \Rightarrow C \wedge D \text{ en } C \Rightarrow \neg A \wedge \neg B.$$

Nu hebben we A en $\neg A$ en dat is een tegenspraak.

Ad spreekt dus niet de waarheid.

Als Ben de waarheid spreekt, dan geldt $B \Rightarrow \neg C \vee \neg D$ en dit levert het volgende schema met mogelijkheden op:

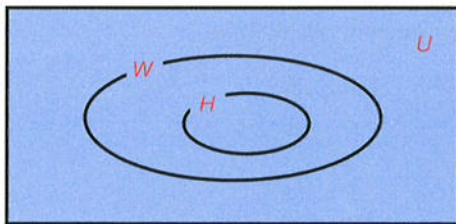
$\neg C \Rightarrow A \vee B$		$\neg D \Rightarrow \neg C$	
$A \Rightarrow \neg B$	B	$\neg C \Rightarrow A \vee B$	
Tegenspraak!	Omdat $\neg C$ geldt $\neg D$. Omdat B geldt $\neg A$. Dus Ad, Cor en Daan liegen.	$A \Rightarrow \neg B$ Tegenspraak!	B Omdat B geldt $\neg A$. Dus Ad, Cor en Daan liegen.

Uit de tabel blijkt dat Ad, Cor en Daan liegen.

Bladzijde 204

- 35** **a** Sam neemt minstens 6 wc-rollen mee, Joke minstens 0 en Anja minstens 1. In totaal nemen ze minstens 7 wc-rollen mee. Eddy moet dus $20 - 7 = 13$ wc-rollen meenemen.
- b** Sam neemt dan 8 wc-rollen mee, Joke 4 en Anja 7. Eddy moet dus $20 - 19 = 1$ wc-rol meenemen.

- 36** **a** W : alles wat ik wil
 H : alles wat ik heb



- b** Bewering A volgt uit uitspraak II.
Bewering B volgt uit geen van beide uitspraken.
- c** *

- 37** $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$

Bladzijde 205

- 38** **a** De leerlingen beredeneren dat de overhoring niet onverwacht gegeven kan worden en toch komt de overhoring onverwacht.
- b** *

c

opgave	soort
65	1
66	1
67	3
68	1
69	2

- 39** Uit de informatie volgt dat er een rode en twee witte petten zijn, of een rode, een witte en een blauwe pet. Alle mogelijke situaties staan in het schema hiernaast.
- Als Ad geen rode pet ziet, dan weet hij dat hij zelf een rode pet op heeft. Ad weet het niet, dus de situaties 1, 8 en 9 vallen af.
- Als Ad een rode en een blauwe pet ziet, dan weet hij dat hij zelf een witte pet op heeft. Ad weet het niet, dus de situaties 4 en 5 vallen ook af.
- De situaties 2, 3, 6 en 7 zijn nu nog over.
- Voor Ben geven de situaties 2 en 6 geen probleem: hij ziet geen rode pet, dus hij moet zelf een rode pet op hebben.
- Ook situatie 7 is geen probleem: hij ziet een rode en een blauwe pet, dus hij moet zelf een witte pet op hebben.
- Voor situatie 3 heeft hij nog nodig dat Ad geen * b r kan hebben gezien, want dan had Ad geweten dat hij een witte pet op had.
- Dus Ben weet nu op grond van de uitspraak van Ad en wat hij ziet, dat hij een rode pet (situaties 2 en 6) of een witte pet op heeft (situaties 3 en 7).
- Voor Cor geven de situaties 3 en 7 geen probleem: hij ziet geen rode pet, dus hij moet zelf een rode pet op hebben.
- Ook situatie 6 is geen probleem: hij ziet een rode en een blauwe pet, dus hij moet zelf een witte pet op hebben.
- Voor situatie 2 heeft hij nog nodig dat Ad geen * r b kan hebben gezien, want dan had Ad geweten dat hij een witte pet op had.
- Dus Cor weet nu ook op grond van de uitspraak van Ad en wat hij ziet, dat hij een rode pet (situaties 3 en 7) of een witte pet op heeft (situaties 2 en 6).

①	r	w	w
②	w	r	w
③	w	w	r
④	w	r	b
⑤	w	b	r
⑥	b	r	w
⑦	b	w	r
⑧	r	w	b
⑨	r	b	w
Ad Ben Cor			

Bladzijde 206

- 40**
- a** $A \Rightarrow (B \wedge C \wedge D)$
 - b** $E \Rightarrow (F \vee G \vee H)$
 - c** De eerste regel is een voldoende voorwaarde. De tweede regel is een noodzakelijke voorwaarde.

Bladzijde 207

- 41**
- a** *
 - b**
 - I: $K \Rightarrow E, \neg K$ geen conclusie.
 - II: $K \Rightarrow E, E$ geen conclusie.
 - III: $K \Rightarrow E, \neg E$ conclusie $\neg K$.
 - c** Je kunt een conclusie trekken als je een kaart met een klinker of een oneven getal omdraait. Je moet dus de A en de 7 omdraaien.