

Scorevoorstel oefentoets vwo B deel 2

Hoofdstuk 6 Differentiaalrekening

In deze toets zijn de vragen gelabeld met K, T of I.

K = kennisvraag, T = toepassingsvraag, I = inzichtvraag

De toets bestaat uit elf vragen met in totaal 57 punten.

Er zijn twee K-vragen met in totaal 2 punten, zeven T-vragen met in totaal 39 punten en twee I-vragen met in totaal 16 punten.

OPGAVE 1

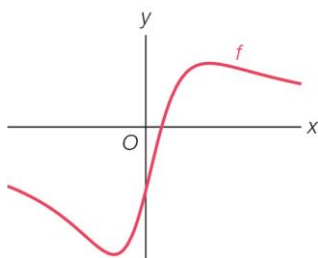
TOTAAL 2P

- K a nx^{n-1} voor elke n van ; 1p
K b $f(x) = g(x) \wedge f'(x) \cdot g'(x) = -1$ 1p

OPGAVE 2

TOTAAL 14P

- T a $f(x) = \frac{4x-1}{2x^2+1}$ geeft $f'(x) = \frac{(2x^2+1) \cdot 4 - (4x-1) \cdot 4x}{(2x^2+1)^2} = \frac{-8x^2+4x+4}{(2x^2+1)^2}$ 2p
 $f'(x) = 0$ geeft $-8x^2+4x+4=0$ oftewel $-2x^2+x+1=0$ met $D=9$ en $x = -\frac{1}{2} \vee x=1$ 2p



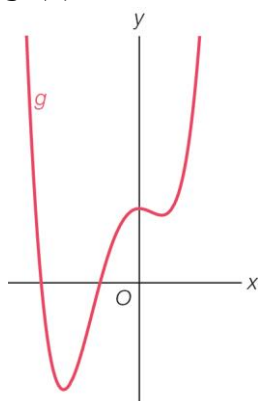
schets

1p

min. is $f(-\frac{1}{2}) = -2$ en max. is $f(1) = 1$

2p

- T b $g(x) = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{2}x^3 - 2x^2 + 30$ geeft $g'(x) = \frac{1}{3}x^3 + 1\frac{1}{2}x^2 - 4x$ 1p
 $g'(x) = \frac{1}{3}x^3 + 1\frac{1}{2}x^2 - 4x$ geeft $g''(x) = x^2 + 3x - 4$ 1p
 $g''(x) = 0$ oftewel $x^2 + 3x - 4 = 0$ geeft $x=1 \vee x=-4$ 1p



uit de schets volgt dat er buigpunten zijn voor $x=1$ en $x=-4$

1p

$x=1$ geeft buigpunt $(1, 28\frac{7}{12})$

1p

$y = ax + b$ met $a = g'(1) = -2\frac{1}{6}$

1p

$(1, 28\frac{7}{12})$ op $y = -2\frac{1}{6}x + b$ geeft $y = -2\frac{1}{6}x + 30\frac{3}{4}$

1p

OPGAVE 3

TOTAAL 9P

- T a $f(x) = \frac{3x^3 - 10x\sqrt{x} + 20}{3\sqrt{x}} = \frac{3x^3 - 10x^{\frac{1}{2}} + 20}{3x^{\frac{1}{2}}} = x^{2\frac{1}{2}} - \frac{10}{3}x + \frac{20}{3}x^{-\frac{1}{2}}$ 1p
- $f'(x) = 2\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} - \frac{10}{3} - \frac{10}{3}x^{-\frac{1}{2}} = 2\frac{1}{2}x\sqrt{x} - \frac{10}{3} - \frac{10}{3x\sqrt{x}} = \frac{15x^3 - 20x\sqrt{x} - 20}{6x\sqrt{x}}$ 2p
- I b $f'(x) = 0$ geeft $15x^3 - 20x\sqrt{x} - 20 = 0$ oftewel $3x^3 - 4x\sqrt{x} - 4 = 0$ 2p
- $x\sqrt{x} = u$ stellen geeft $3u^2 - 4u - 4 = 0$ met $D = 64$ en $u = 2 \vee u = -\frac{2}{3}$ 1p
- $x\sqrt{x} = 2$ geeft $x = \sqrt[3]{4}$ en $x\sqrt{x} = -\frac{2}{3}$ heeft geen oplossingen 1p
- $y = \frac{3 \cdot 4 - 10 \cdot 2 + 20}{3 \cdot \sqrt[3]{2}} = \frac{4}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2^2}{\sqrt[3]{2}} = 2^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{32}$ 2p
- mogelijke waarden zijn $a = 3$, $b = 4$ en $c = 32$ 1p

OPGAVE 4

TOTAAL 7P

- T $f(x) = x\sqrt{6-2x} - 1\frac{1}{2}x$ geeft 1p
- $f'(x) = 1 \cdot \sqrt{6-2x} + x \cdot \frac{1}{2\sqrt{6-2x}} \cdot -2 - 1\frac{1}{2} = \sqrt{6-2x} - \frac{x}{\sqrt{6-2x}} - 1\frac{1}{2} = \frac{6-3x}{\sqrt{6-2x}} - 1\frac{1}{2}$ 2p
- $f'(x) = 0$ geeft $\frac{6-3x}{\sqrt{6-2x}} = \frac{3}{2}$ oftewel $\sqrt{6-2x} = 4-2x$ 1p
- kwadrateren en herleiden geeft $2x^2 - 7x + 5 = 0$ 1p
- van $2x^2 - 7x + 5 = 0$ is $D = 9$ en $x = 2\frac{1}{2}$ (vold. niet) $\vee x = 1$ 1p
- max. is $f(1) = \frac{1}{2}$ en $B_f = \langle \leftarrow, \frac{1}{2} \rangle$ 2p

OPGAVE 5

TOTAAL 8P

- T a $f_p(x) = \frac{1}{6}x^3 + px^2 - 2px + 4$ geeft $f'_p(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2px - 2p$ 1p
- geen extreme waarden als $f'_p(x) \geq 0$ voor elke waarde van x 1p
- van $\frac{1}{2}x^2 + 2px - 2p = 0$ is $D = 4p^2 + 4p$ 1p
- $D \leq 0$ geeft $-1 \leq p \leq 0$, dus geen extreme waarden voor $-1 \leq p \leq 0$ 2p
- T b $f'_p(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2px - 2p$ geeft $f''_p(x) = x + 2p$ 1p
- $f''_p(x) = 0$ geeft $p = -\frac{1}{2}x$ 1p
- $y = \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^3 + x^2 + 4 = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 4$ 1p

I	OPGAVE 6	TOTAAL 10P
	$f_p(x) = 0$ geeft $x = 1$, dus $A(1, 0)$	1p
	$A(1, 0)$ op $k: y = ax - \frac{1}{4}$ geeft $a = \frac{1}{4}$	1p
	$f_p(x) = \frac{x-1}{x^2+p}$ geeft $f'_p(x) = \frac{(x^2+p) \cdot 1 - (x-1) \cdot 2x}{(x^2+p)^2} = \frac{-x^2+2x+p}{(x^2+p)^2}$	2p
	$f'_p(1) = \frac{1}{4}$ geeft $\frac{1+p}{(1+p)^2} = \frac{1}{4}$ oftewel $\frac{1}{1+p} = \frac{1}{4}$, dus $p = 3$	2p
	$f_3(x) = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$ geeft $\frac{x-1}{x^2+3} = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$ oftewel $\frac{x-1}{x^2+3} = \frac{x-1}{4}$	2p
	$x-1=0 \vee x^2+3=4$ geeft $x=1 \vee x=-1$, dus $x_B = -1$	1p
	$f'_3(-1) = \frac{-1-2+3}{(x^2+3)^2} = 0$, dus B is een top van de grafiek	1p
T	OPGAVE 7	TOTAAL 7P
	$f(x) = x^2 + 4x$ geeft $f'(x) = 2x + 4$	1p
	$g_p(x) = 3 - \frac{p}{x} = 3 - px^{-1}$ geeft $g'_p(x) = px^{-2} = \frac{p}{x^2}$	1p
	$f'(x) = g'_p(x)$ geeft $2x + 4 = \frac{p}{x^2}$, dus $p = 2x^3 + 4x^2$	1p
	$g(x) = 3 - \frac{2x^3 + 4x^2}{x} = 3 - 2x^2 - 4x$	1p
	$f(x) = g(x)$ geeft $x^2 + 4x = 3 - 2x^2 - 4x$ oftewel $3x^2 + 8x - 3 = 0$	1p
	$3x^2 + 8x - 3 = 0$ geeft $x = \frac{1}{3} \vee x = -3$	1p
	$x = \frac{1}{3}$ geeft $p = \frac{14}{27}$ en $x = -3$ geeft $p = -18$	1p