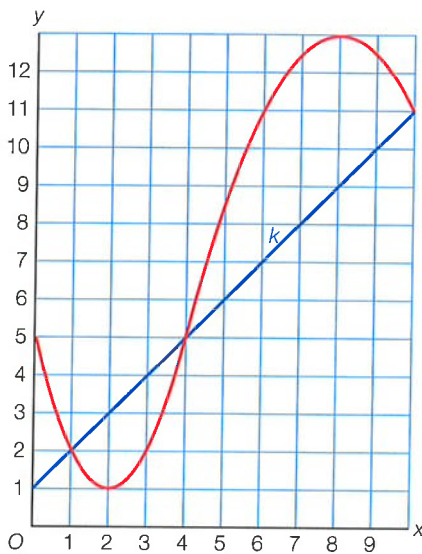
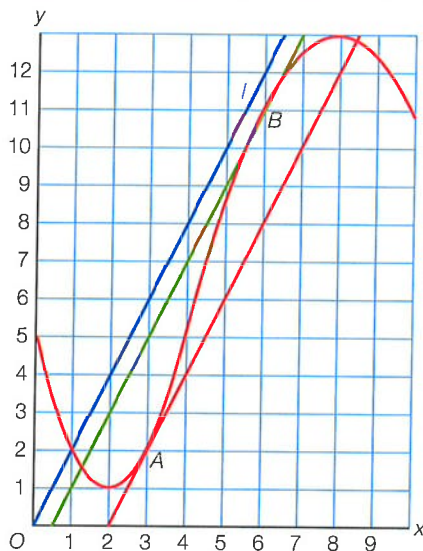


2 De afgeleide functie

- 12 a** Afnemend dalend op $\langle \leftarrow, 2 \rangle$.
 Toenemend stijgend op $\langle 2, 4 \rangle$.
 Afnemend stijgend op $\langle 4, 8 \rangle$.
 Toenemend dalend op $\langle 8, \rightarrow \rangle$.
- b** Teken de lijn k met $rc_k = 1$ door het punt $(10, 11)$ van de grafiek.

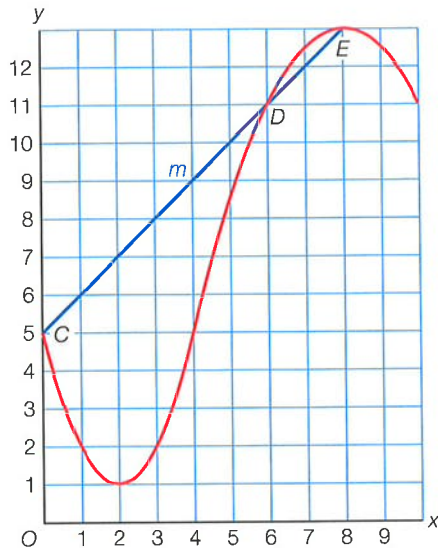


- k snijdt de grafiek links van $(10, 11)$ in de punten $(1, 2)$ en $(4, 5)$.
 Dus op $[1, 10]$ en op $[4, 10]$ is de gemiddelde verandering gelijk aan 1.
- c** De intervallen $[0, 4]$, $[1, 3]$ en $[6, 10]$ zijn de intervallen waarvan de grenzen gehele getallen zijn en waarop het differentiequotient gelijk is aan 0.
 Dus $[1, 3]$ is het gevraagde interval.
- d** Teken een lijn met richtingscoëfficiënt 2, bijvoorbeeld lijn l met $rc_l = 2$ door O in de figuur hieronder.
 Teken lijnen evenwijdig met l die de grafiek raken.



- In de raakpunten $A(3, 2)$ en $B(6, 11)$ is de helling van de grafiek gelijk aan 2.
- e** Er zijn geen lijnen met richtingscoëfficiënt -7 die de grafiek raken.
 Dus er ligt geen punt op de grafiek waarin de helling van de grafiek gelijk is aan -7 .

- f** In een top is de helling van de grafiek gelijk aan 0.
 Dus E is het hoogste punt van de grafiek, oftewel $E(8, 13)$.
 Teken de lijn m met $rc_m = 1$ door E .

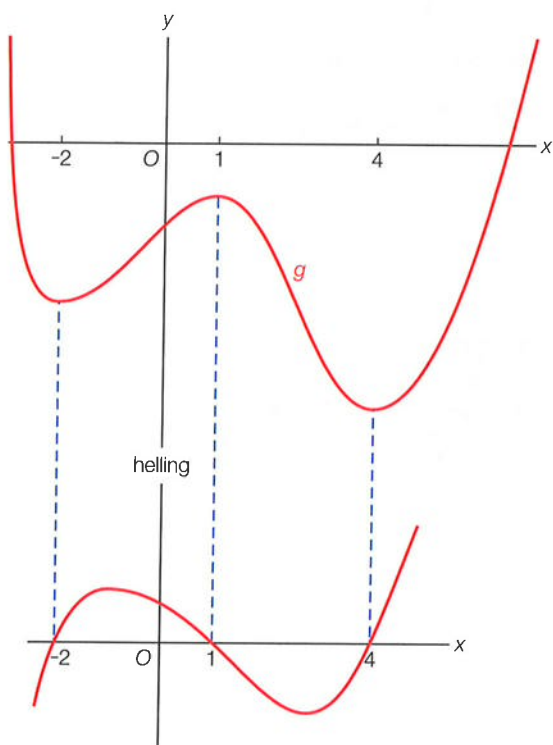
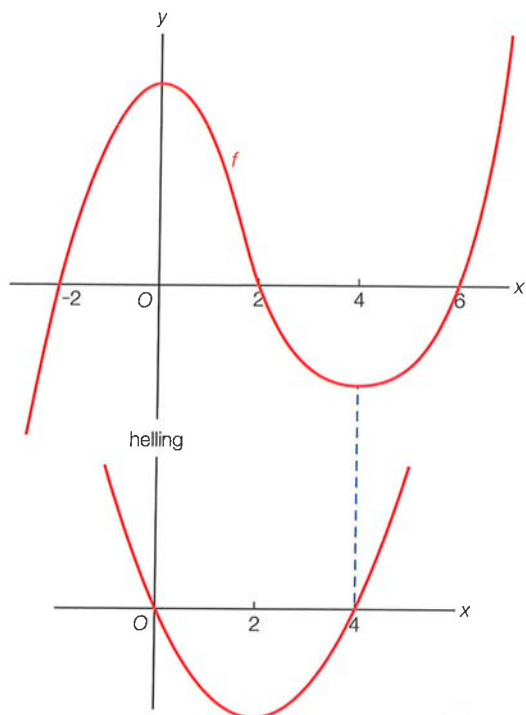


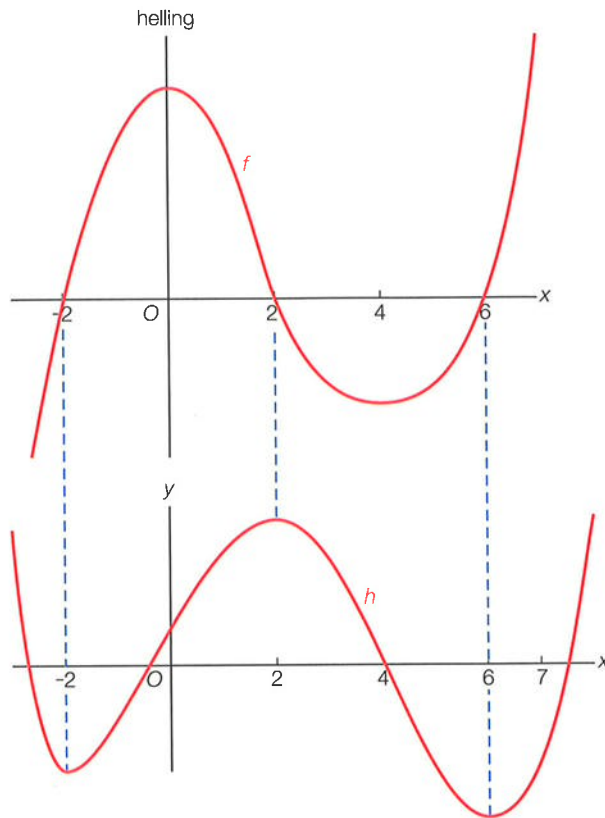
Dit geeft $C(0, 5)$ en $D(6, 11)$.

- 13 a** Op $[0, 4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{16a + 4b + c - (0 + 0 + c)}{4} = \frac{16a + 4b}{4}$.
 Dus $\frac{16a + 4b}{4} = 2$ oftewel $16a + 4b = 8$, dus $4a + b = 2$ oftewel $b = 2 - 4a$.
 Op $[2, 3]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} = \frac{9a + 3b + c - (4a + 2b + c)}{1} = \frac{5a + b}{1} = 5a + b$.
 Dus $5a + b = 4$ oftewel $b = 4 - 5a$.
 $b = 2 - 4a$ en $b = 4 - 5a$ geeft $2 - 4a = 4 - 5a$
 $a = 2$
 $a = 2$ geeft $b = 2 - 4 \cdot 2 = -6$
 Dus $f(x) = 2x^2 - 6x + c$.
 Op $[1, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(5) - f(1)}{5 - 1} = \frac{50 - 30 + c - (2 - 6 + c)}{4} = \frac{24}{4} = 6$.
b Op $[0, c]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(c) - f(0)}{c - 0} = \frac{2c^2 - 6c + c - (0 - 0 + c)}{c} = \frac{2c^2 - 6c}{c} = \frac{c(2c - 6)}{c} = 2c - 6$.
 Er moet dus gelden $2c - 6 = c$ en dit geeft $c = 6$.

Bladzijde 185

14 a



b

15 a Voer in $y_1 = \frac{500x^2}{x^2 + 400}$.

$$\left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=15} = 15,36$$

Op $t = 15$ is de snelheid $15,36 \cdot 3,6 \approx 55$ km/uur.

$$\left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=30} = 7,10\dots$$

Op $t = 30$ is de snelheid $7,10\dots \cdot 3,6 \approx 26$ km/uur.

b $t = 50$ geeft $s = \frac{500 \cdot 50^2}{50^2 + 400} = 431,03\dots$

$$\left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=50} = 2,37\dots$$

Dus na 1 minuut heeft de mountainbiker $431,03\dots + 10 \cdot 2,37\dots \approx 455$ meter afgelegd.

16 a Voer in $y_1 = \frac{5x+6}{\sqrt{2x+9}}$.

Stel $l: y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=-4} = 19$.

$$\left. \begin{array}{l} y = 19x + b \\ f(-4) = -14, \text{ dus } A(-4, -14) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 19 \cdot -4 + b = -14 \\ -76 + b = -14 \\ b = 62 \end{array}$$

Dus $l: y = 19x + 62$.

b Stel $k: y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=0} \approx 1,44$

$$\left. \begin{array}{l} y = 1,44x + b \\ f(0) = 2, \text{ dus } B(0, 2) \end{array} \right\} b = 2$$

Dus $k: y = 1,44x + 2$.

c Stel $m: y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=8} = 0,632$.

$$\left. \begin{array}{l} y = 0,632x + b \\ f(8) = 9,2, \text{ dus } C(8; 9,2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,632 \cdot 8 + b = 9,2 \\ 5,056 + b = 9,2 \\ b = 4,144 \end{array}$$

Dus $m: y = 0,632x + 4,144$.

m snijden met de x -as geeft $0,632x + 4,144 = 0$

$$0,632x = -4,144$$

$$x \approx -6,56$$

17 a $f(x) = -x(2x - 7) = -2x^2 + 7x$ geeft $f'(x) = -4x + 7$

b $f(x) = (x^2 - 1)(x - 1) = x^3 - x^2 - x + 1$ geeft $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$

c $f(x) = \frac{2x-1}{5-2x}$ geeft $f'(x) = \frac{(5-2x) \cdot 2 - (2x-1) \cdot (-2)}{(5-2x)^2} = \frac{10-4x+4x-2}{(5-2x)^2} = \frac{8}{(5-2x)^2}$

d $f(x) = 7 - \frac{x^2+8x}{16} = 7 - \frac{1}{16}(x^2+8x) = 7 - \frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{2}x$ geeft $f'(x) = -\frac{1}{8}x - \frac{1}{2}$

e $f(x) = x(3x+2)^2 = x(9x^2+12x+4) = 9x^3+12x^2+4x$ geeft $f'(x) = 27x^2+24x+4$

f $f(x) = 8 - (x-1)^2 = 8 - (x^2-2x+1) = 8 - x^2 + 2x - 1 = -x^2 + 2x + 7$ geeft $f'(x) = -2x + 2$

g $f(x) = \frac{x^2-2x}{x+1} + x^4$ geeft

$$f'(x) = \frac{(x+1) \cdot (2x-2) - (x^2-2x) \cdot 1}{(x+1)^2} + 4x^3 = \frac{2x^2-2x+2x-2-x^2+2x}{(x+1)^2} + 4x^3 = \frac{x^2+2x-2}{(x+1)^2} + 4x^3$$

h $f(x) = 3x^2 - \frac{4x+3}{2x-1}$ geeft

$$f'(x) = 6x - \frac{(2x-1) \cdot 4 - (4x+3) \cdot 2}{(2x-1)^2} = 6x - \frac{8x-4-8x-6}{(2x-1)^2} = 6x + \frac{10}{(2x-1)^2}$$

Bladzijde 186

18 a $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ geeft $f'(x) = x^2 - x - 2$

Stel $k: y = ax + b$ met $a = f'(0) = 0 - 0 - 2 = -2$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -2x + b \\ f(0) = 1, \text{ dus } A(0, 1) \end{array} \right\} b = 1$$

Dus $k: y = -2x + 1$.

b Raaklijn horizontaal, dus $rc = 0$, dus $f'(x) = 0$.

Dit geeft $x^2 - x - 2 = 0$

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$x = -1 \vee x = 2$$

$$f(-1) = 2\frac{1}{6} \text{ en } f(2) = -2\frac{1}{3}$$

De gevraagde punten zijn $(-1, 2\frac{1}{6})$ en $(2, -2\frac{1}{3})$.

c Raaklijnen evenwijdig met $l: y = 4x + 10$, dus $rc_{\text{raaklijn}} = rc_l = 4$, dus $f'(x) = 4$.

Dit geeft $x^2 - x - 2 = 4$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x+2)(x-3) = 0$$

$$x = -2 \vee x = 3$$

$$f(-2) = \frac{1}{3} \text{ en } f(3) = -\frac{1}{2}$$

Dus $B(-2, \frac{1}{3})$ en $C(3, -\frac{1}{2})$.

19 a $f(x) = (x^2+2)(1-x) = x^2 - x^3 + 2 - 2x = -x^3 + x^2 - 2x + 2$ geeft $f'(x) = -3x^2 + 2x - 2$

Stel $k: y = ax + b$ met $a = f'(2) = -12 + 4 - 2 = -10$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -10x + b \\ f(2) = -6, \text{ dus } A(2, -6) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -10 \cdot 2 + b = -6 \\ -20 + b = -6 \\ b = 14 \end{array}$$

Dus $k: y = -10x + 14$.

- b** $rc_k = -10$ en de raaklijn is evenwijdig met k , dus $f'(x) = -10$.

Dit geeft $-3x^2 + 2x - 2 = -10$

$$-3x^2 + 2x + 8 = 0$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot -3 \cdot 8 = 100$$

$$x = \frac{-2 \pm 10}{-6} = -1\frac{1}{3} \vee x = \frac{-2 - 10}{-6} = 2$$

Dus $x_B = -1\frac{1}{3}$.

- 20** $f(x) = (x^2 - 9)(x + p) = x^3 + px^2 - 9x - 9p$ geeft $f'(x) = 3x^2 + 2px - 9$

Voor de helling in A geldt $f'(-2) = 7$.

Dit geeft $3 \cdot (-2)^2 + 2p \cdot -2 - 9 = 7$

$$12 - 4p - 9 = 7$$

$$-4p = 4$$

$$p = -1$$

Dus $f(x) = x^3 - x^2 - 9x + 9$.

Stel $k: y = ax + b$ met $a = rc_k = rc_l = 7$.

$$y = 7x + b$$

$$f(-2) = 15, \text{ dus } A(-2, 15) \left\{ \begin{array}{l} 7 \cdot -2 + b = 15 \\ -14 + b = 15 \end{array} \right.$$

$$b = 29$$

Dus $k: y = 7x + 29$.

k snijden met de grafiek van f geeft $x^3 - x^2 - 9x + 9 = 7x + 29$.

Voer in $y_1 = x^3 - x^2 - 9x + 9$ en $y_2 = 7x + 29$.

De optie snijpunt geeft $x = -2$ en $y = 15$, en $x = 5$ en $y = 64$.

Dus $B(5, 64)$.

- 21 a** $s = 0,06t^3 + 1,2t^2$ geeft $v = 0,18t^2 + 2,4t$

Na vier seconden is de snelheid $v = 0,18 \cdot 4^2 + 2,4 \cdot 4 = 12,48$ m/s.

Na zes seconden is de snelheid $v = 0,18 \cdot 6^2 + 2,4 \cdot 6 = 20,88$ m/s.

b $100 \text{ km/uur} = \frac{100}{3,6} \text{ m/s}$

Voer in $y_1 = 0,18x^2 + 2,4x$ en $y_2 = \frac{100}{3,6}$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 7,43$.

Dus na ongeveer 7,43 seconden is de snelheid 100 km/uur.

- c** Na acht seconden is $s = 0,06 \cdot 8^3 + 1,2 \cdot 8^2 = 107,52$ m

en $v = 0,18 \cdot 8^2 + 2,4 \cdot 8 = 30,72$ m/s.

$$\frac{300 - 107,52}{30,72} \approx 6,3, \text{ dus na ongeveer } 8 + 6,3 = 14,3 \text{ seconden}$$

heeft de motor 300 meter afgelegd.

- 22 a** $f(x) = x - 2 + \frac{4}{x+3}$ geeft $f'(x) = 1 + \frac{(x+3) \cdot 0 - 4 \cdot 1}{(x+3)^2} = 1 - \frac{4}{(x+3)^2}$

Stel $k: y = ax + b$ met $a = f'(0) = 1 - \frac{4}{(0+3)^2} = \frac{5}{9}$.

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{5}{9}x + b \\ f(0) = -\frac{2}{3}, \text{ dus } A(0, -\frac{2}{3}) \end{array} \right\} b = -\frac{2}{3}$$

Dus $k: y = \frac{5}{9}x - \frac{2}{3}$.

b Stel $l: y = ax + b$ met $a = f'(-2) = 1 - \frac{4}{(-2+3)^2} = -3$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -3x + b \\ B(-2, 0) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -3 \cdot -2 + b = 0 \\ b = -6 \end{array}$$

Dus $l: y = -3x - 6$.

Stel $m: y = ax + b$ met $a = f'(1) = 1 - \frac{4}{(1+3)^2} = \frac{3}{4}$.

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{3}{4}x + b \\ C(1, 0) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{3}{4} \cdot 1 + b = 0 \\ b = -\frac{3}{4} \end{array}$$

Dus $m: y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$.

l en m snijden geeft $-3x - 6 = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$

$$-3\frac{3}{4}x = 5\frac{1}{4}$$

$$-15x = 21$$

$$x = -1\frac{2}{5}$$

$x = -1\frac{2}{5}$ geeft $y = -3 \cdot -1\frac{2}{5} - 6 = -1\frac{4}{5}$

Dus het snijpunt is $(-1\frac{2}{5}, -1\frac{4}{5})$.

23 a $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ geeft

$$f'(x) = \frac{(x-1)(2x-2) - (x^2-2x+2) \cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{2x^2-2x-2x+2-x^2+2x-2}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$$

Stel $k: y = ax + b$ met $a = f'(-2) = \frac{4+4}{(-2-1)^2} = \frac{8}{9}$.

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{8}{9}x + b \\ f(-2) = -3\frac{1}{3}, \text{ dus } A(-2, -3\frac{1}{3}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{8}{9} \cdot -2 + b = -3\frac{1}{3} \\ -\frac{16}{9} + b = -\frac{30}{9} \\ b = -\frac{14}{9} = -1\frac{5}{9} \end{array}$$

Dus $k: y = \frac{8}{9}x - 1\frac{5}{9}$.

b $rc_l = f'(-1) = \frac{1+2}{(-1-1)^2} = \frac{3}{4}$

$rc_m = f'(3) = \frac{9-6}{(3-1)^2} = \frac{3}{4}$

$rc_l = rc_m$, dus l en m zijn evenwijdig.

3 Meetkunde

Bladzijde 187

24 Stel $AD = x$, dan is $BD = x + 2$.

$BC = AB = AD + BD = x + x + 2 = 2x + 2$

In $\triangle BCD$ is $\tan(55^\circ) = \frac{2x+2}{x+2}$.

Voer in $y_1 = \tan(55^\circ)$ en $y_2 = \frac{2x+2}{x+2}$.

De optie snijpunt geeft $x = 1,497...$

Dus $AB = 2 \cdot 1,497... + 2 \approx 4,99$.

In $\triangle BCD$ is $\cos(55^\circ) = \frac{x+2}{CD} = \frac{1,497...+2}{CD}$.

Dus $CD = \frac{1,497...+2}{\cos(55^\circ)} \approx 6,10$.