

Oefentoets vwo B deel 4

Hoofdstuk 15 Afgeleiden en primitieven

OPGAVE 1

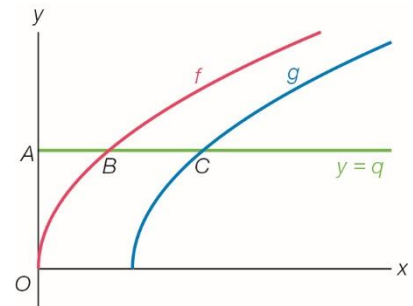
Vul in.

- 1p **a** Als bij de functie f geldt $f'(x) < 0$ en $f''(x) > 0$ dan is f ...
- 1p **b** Z is een functie van t .
Met de d-notatie wordt de tweede afgeleide van Z genoteerd als ...

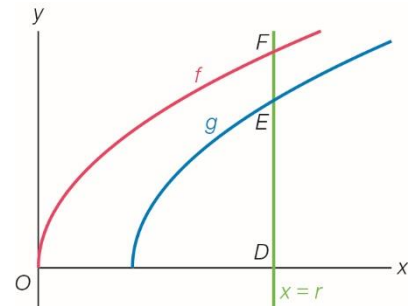
OPGAVE 2

Gegeven zijn de functies $f(x) = \sqrt{5x}$ en $g(x) = \sqrt{5x-12}$.

- 4p **a** De lijn $y = q$ snijdt de y -as in het punt A , de grafiek van f in het punt B en de grafiek van g in het punt C waarbij $AB : BC = 3 : 4$.
Bereken exact de waarde van q .



- 3p **b** De lijn $x = r$ snijdt de x -as in het punt D , de grafiek van g in het punt E en de grafiek van f in het punt F waarbij $DE = 4 \cdot EF$.
Bereken exact de waarde van r .



OPGAVE 3

Voor $x > 0$ zijn gegeven de functies $f(x) = \ln(x^2 + 4x)$ en $g(x) = \frac{2}{3}x$.

De snijpunten van de grafieken zijn A en B met $x_A < x_B$.

De lijn $x = p$ met $x_A < p < x_B$ snijdt de grafieken in de punten C en D .

- 7p Bereken exact de maximale lengte van het lijnstuk CD .

OPGAVE 4

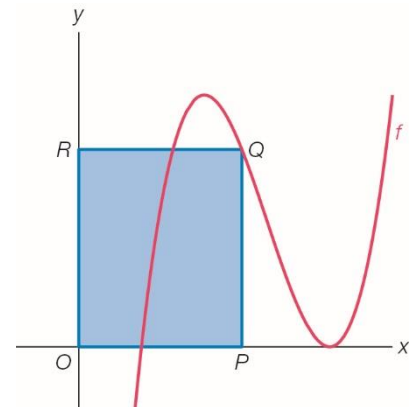
Gegeven is de functie $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 16$. De grafiek van f snijdt de x -as in het punt $(1, 0)$ en raakt de x -as in het punt $(4, 0)$.

5p

a Bewijs dit.

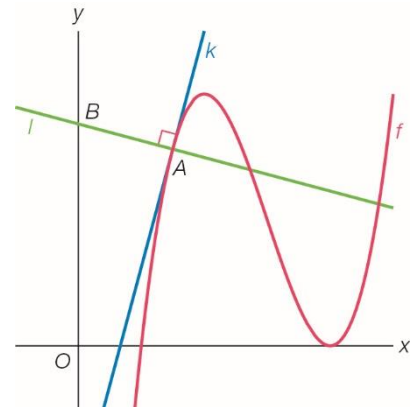
5p

b Van de rechthoek $OPQR$ ligt het punt P op de x -as met $2 < x_p < 4$, het punt Q op de grafiek van f en het punt R op de y -as. Zie de figuur hiernaast. Er is een waarde van x_p met $2 < x_p < 3$ waarvoor de oppervlakte van $OPQR$ maximaal is. Bewijs dit.



5p

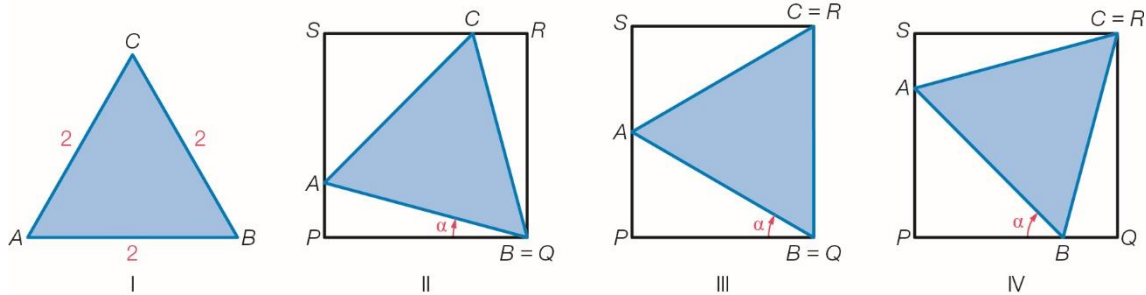
c Zie de figuur hiernaast waarbij A het punt $(1\frac{1}{2}, 3\frac{1}{8})$ is. De lijn k raakt de grafiek van f in A . De lijn l snijdt k loodrecht in A en l snijdt de y -as in het punt B . Nu is de minimale afstand van B tot een punt van de grafiek van f gelijk aan de afstand tussen A en B . Bereken exact deze minimale afstand.



OPGAVE 5

Gegeven is de gelijkzijdige driehoek ABC met zijde 2.

De driehoek wordt om het punt B gedraaid over een hoek α graden zoals hieronder is aangegeven. In situatie I is $\alpha = 0^\circ$, in situatie II is $0 < \alpha < 30^\circ$, in situatie III is $\alpha = 30^\circ$ en in situatie IV is $30^\circ < \alpha < 60^\circ$.



We bekijken steeds de oppervlakte O van de kleinste rechthoek $PQRS$ waarin de driehoek precies past. Het punt B ligt steeds op de zijde PQ van deze rechthoek, waarbij PQ samenvalt met de zijde AB in situatie I. Deze rechthoeken zijn in de situaties II, III en IV in de figuur getekend.

In situatie II geldt $O = 2 \cos(\alpha)(2 \sin(\alpha) + 2 \cos(\alpha + 30^\circ))$.

- 8p **a** Bewijs dat deze formule juist is en herleid de formule tot de vorm
 $O = \sin(2\alpha) + \sqrt{3} \cdot \cos(2\alpha) + \sqrt{3}$.
- 4p **b** Neem in de formule $O = \sin(2\alpha) + \sqrt{3} \cdot \cos(2\alpha) + \sqrt{3}$ de hoek in radialen en bereken exact de maximale oppervlakte van rechthoek $PQRS$ in situatie II.
- 7p **c** Om de hoek α te berekenen waarbij in situatie IV de oppervlakte van de rechthoek maximaal is, kun je de formule $O = 2 \sin(2\alpha) + \sqrt{3}$ gebruiken. Bewijs dat deze formule juist is.

OPGAVE 6

Voor elke $p > 0$ is gegeven de functie $f_p(x) = \frac{10x}{x^2 + p}$.

- 6p Bereken exact voor welke waarde van p de grafiek van f_p in het punt A met $x_A = \sqrt{6}$ overgaat van toenemend dalend naar afnemend dalend.

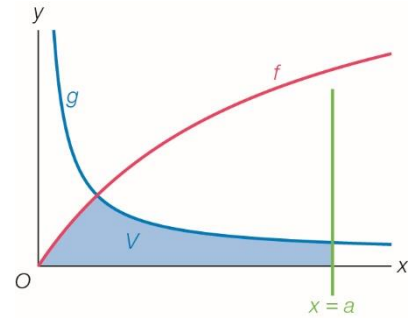
OPGAVE 7

Voor $x \geq 0$ is gegeven de functie $f(x) = \frac{6x}{x+4}$ en voor

$x > 0$ is gegeven de functie $g(x) = \frac{x+5}{5x}$. Het snijpunt

van de grafieken is het punt $(1, 1\frac{1}{5})$. Het vlakdeel V

wordt ingesloten door de grafiek van f , de grafiek van g , de x -as en de lijn $x = a$ met $a > 1$. Zie de figuur hiernaast.



7p

a Bereken met behulp van primitiveren voor welke waarde

van a de oppervlakte van V gelijk is aan 3. Rond af op drie decimalen.

6p

b Het vlakdeel W wordt ingesloten door de grafiek van g , de y -as en de lijnen $y = 2$ en $y = 3$. Het lichaam L ontstaat als W wentelt om de y -as. Bereken exact de inhoud van L .