

Scorevoorstel oefentoets vwo B deel 4

Hoofdstuk 14 Meetkunde toepassen

In deze toets zijn de vragen gelabeld met K, T of I.

K = kennisvraag, T = toepassingsvraag, I = inzichtvraag

De toets bestaat uit elf vragen met in totaal 68 punten.

Er zijn twee K-vragen met in totaal 4 punten, zeven T-vragen met in totaal 42 punten en twee I-vragen met in totaal 22 punten.

OPGAVE 1

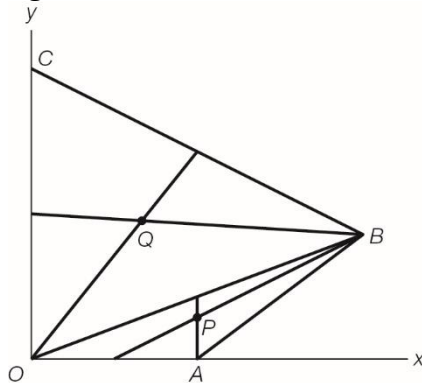
TOTAAL 4P

- K **a** de afstand van P tot A is gelijk aan de afstand van P tot B 2p
- K **b** de afstand van P tot lijn k is gelijk aan de afstand van P tot lijn l 2p

OPGAVE 2

TOTAAL 11P

- T **a** $A(2, 0)$, $B(4, 1\frac{1}{2})$ en $C(0, 3\frac{1}{2})$ 1p
- figuur zoals hieronder 1p



$P(2, \frac{1}{2})$ met massa $1\frac{1}{2}$ 1p

$Q(1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3})$ met massa 7 1p

$$\vec{r}_z = \frac{1}{8\frac{1}{2}} \left(1\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} + 7 \cdot \begin{pmatrix} 1\frac{1}{3} \\ 1\frac{2}{3} \end{pmatrix} \right) \quad 1p$$

$$\vec{r}_z = \frac{1}{8\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 12\frac{1}{3} \\ 12\frac{5}{12} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1,45 \\ 1,46 \end{pmatrix}, \text{ dus } Z(1,45; 1,46) \quad 1p$$

- T **b** $P(x, y)$ op bissectrice en 1p
- $$d(P, k) = d(P, x\text{-as}) \text{ geeft } \frac{|3x - 4y - 6|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|y|}{1}$$

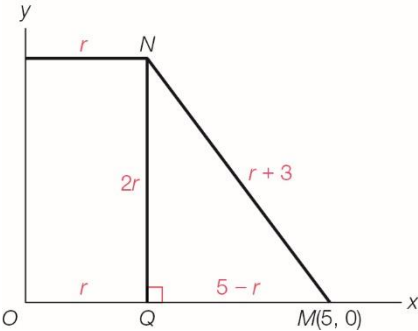
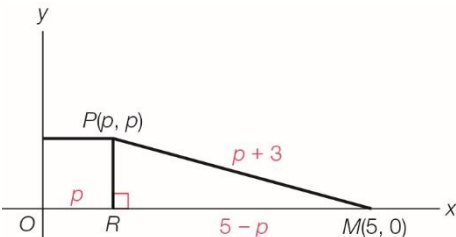
$$|3x - 4y - 6| = 5|y| \text{ geeft } 3x - 9y = 6 \vee 3x + y = 6 \quad 1p$$

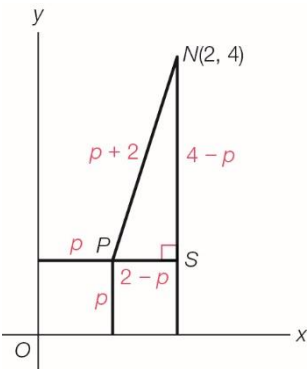
$$b_1: x - 3y = 2 \text{ snijden met } l \text{ geeft } D(5, 1) \quad 1p$$

$$b_2: 3x + y = 6 \text{ snijden met } l \text{ geeft } E(1, 3) \quad 1p$$

$$DE = \sqrt{(5-1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \quad 1p$$

I	OPGAVE 3	TOTAAL 9P
	stel $l: y = ax$ oftewel $l: ax - y = 0$	1p
	$r_1 = d(M, y\text{-as}) = 1$, dus ook $d(M, l) = 1$	1p
	$d(M, l) = 1$ geeft $\frac{ a-5 }{\sqrt{a^2+1}} = 1$, dus $ a-5 = \sqrt{a^2+1}$	1p
	$a^2 - 10a + 25 = a^2 + 1$ geeft $-10a = -24$, dus $a = 2,4$	1p
	stel $N(p, -p+6)$ op k	1p
	$d(N, l) = d(N, x\text{-as})$ geeft $\frac{ 2,4p + p - 6 }{\sqrt{2,4^2 + (-1)^2}} = \frac{ -p+6 }{1}$, dus $\frac{ 3,4p-6 }{2,6} = -p+6 $	1p
	$3,4p - 6 = 2,6(-p+6) \vee 3,4p - 6 = 2,6(p-6)$	1p
	$6p = 21,6 \vee 0,8p = -9,6$ geeft $p = 3,6 \vee p = -12$	1p
	$c_2: (x-3,6)^2 + (y-2,4)^2 = 5,76$ en $c_3: (x+12)^2 + (y-18)^2 = 324$	1p

I	OPGAVE 4	TOTAAL 13P
	$c: (x-5)^2 + y^2 = 9$, dus $M(5, 0)$ en de straal is 3	1p
		stel de straal van cirkel d is r in $VMNQ$ is $NQ = 2r$, $MQ = 5 - r$ en $MN = r + 3$
	$NQ^2 + MQ^2 = MN^2$, dus $(2r)^2 + (5-r)^2 = (r+3)^2$	2p
	$4r^2 + 25 - 10r + r^2 = r^2 + 6r + 9$ geeft $4r^2 - 16r + 16 = 0$	1p
	oftewel $r^2 - 4r + 4 = 0$, dus $r = 2$ en $N(2, 4)$	1p
		stel de straal van cirkel e is p in $VMPR$ is $PR = p$, $MR = 5 - p$ en $MP = p + 3$
	$PR^2 + MR^2 = MP^2$ geeft $p^2 + (5-p)^2 = (p+3)^2$	1p
	$p^2 + 25 - 10p + p^2 = p^2 + 6p + 9$ oftewel	1p
	$p^2 - 16p + 16 = 0$	1p

	als cirkel e de cirkel d raakt, krijg je de figuur hieronder	1p
		1p
	$PS^2 + NS^2 = NP^2$ geeft $(2-p)^2 + (4-p)^2 = (p+2)^2$	1p
	$4 - 4p + p^2 + 16 - 8p + p^2 = p^2 + 4p + 4$ oftewel $p^2 - 16p + 16 = 0$	1p
	dit is dezelfde vergelijking als hierboven, dus de cirkel e raakt ook de cirkel d	1p

T	OPGAVE 5	TOTAAL 6P
	$c_1: x^2 + y^2 - 8x + 8 = 0$ en $c_2: x^2 + y^2 - 16y + 24 = 0$	1p
	$\begin{cases} x^2 + y^2 - 8x + 8 = 0 \\ x^2 + y^2 - 16y + 24 = 0 \end{cases} \quad -$ $-8x + 16y - 16 = 0, \text{ dus } x = 2y - 2$	1p
	$x = 2y - 2$ invullen in $x^2 + y^2 - 16y + 24 = 0$ geeft $(2y - 2)^2 + y^2 - 16y + 24 = 0$	1p
	$4y^2 - 8y + 4 + y^2 - 16y + 24 = 0$ geeft $5y^2 - 24y + 28 = 0$ met $D = 16$	1p
	$y = \frac{24 \pm 4}{10} = 2\frac{4}{5} \vee y = \frac{24 - 4}{10} = 2$	1p
	de snijpunten zijn $(2, 2)$ en $(3\frac{3}{5}, 2\frac{4}{5})$	1p
T	OPGAVE 6	TOTAAL 8P
	een parametervoorstelling van c is $x = 6 + \sqrt{10} \cdot \cos(t) \wedge y = \sqrt{10} \cdot \sin(t)$	1p
	het midden Q van AP is $Q(3\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{10} \cdot \cos(t), 1 + \frac{1}{2}\sqrt{10} \cdot \sin(t))$	1p
	Q ligt op de cirkel $e: (x - 3\frac{1}{2})^2 + (y - 1)^2 = 2\frac{1}{2}$	1p
	$d: x^2 + y^2 - 9y + 7\frac{1}{4} = 0$ en $e: x^2 + y^2 - 7x - 2y + 10\frac{3}{4} = 0$	1p
	$\begin{cases} x^2 + y^2 - 9y + 7\frac{1}{4} = 0 \\ x^2 + y^2 - 7x - 2y + 10\frac{3}{4} = 0 \end{cases} \quad -$ $7x - 7y - 3\frac{1}{2} = 0, \text{ dus } y = x - \frac{1}{2}$	1p
	$y = x - \frac{1}{2}$ invullen in $x^2 + y^2 - 9y + 7\frac{1}{4} = 0$ geeft $x^2 + (x - \frac{1}{2})^2 - 9(x - \frac{1}{2}) + 7\frac{1}{4} = 0$	1p
	$x^2 + x^2 - x + \frac{1}{4} - 9x + 4\frac{1}{2} + 7\frac{1}{4} = 0$ geeft $2x^2 - 10x + 12 = 0$	1p
	$x^2 - 5x + 6 = 0$ geeft $(x - 2)(x - 3) = 0$, dus $x = 2 \vee x = 3$ en $Q(2, 1\frac{1}{2})$ en $Q(3, 2\frac{1}{2})$	1p

OPGAVE 7**TOTAAL 17P**

- T a** $x(t) = 0$ geeft $\sin(2t) + \sin(t) = 0$ oftewel $\sin(2t) = -\sin(t)$, dus $\sin(2t) = \sin(-t)$ 1p
 $2t = -t + k \cdot 2\pi \vee 2t = \pi + t + k \cdot 2\pi$, dus $3t = k \cdot 2\pi \vee t = \pi + k \cdot 2\pi$ en dit
geeft $t = k \cdot \frac{2}{3}\pi \vee t = \pi + k \cdot 2\pi$ 1p
 t in $\langle -\pi, \pi \rangle$ geeft $t = -\frac{2}{3}\pi \vee t = 0 \vee t = \frac{2}{3}\pi \vee t = \pi$ 1p
 $y(-\frac{2}{3}\pi) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, $y(0) = 0$, $y(\frac{2}{3}\pi) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ en $y(\pi) = 0$, dus $t = -\frac{2}{3}\pi$ geeft $A(0, \frac{1}{2}\sqrt{3})$ 1p
 $x'(t) = 2\cos(2t) + \cos(t)$ en $y'(t) = 2\cos(2t)$ 1p
 $x'(-\frac{2}{3}\pi) = 2 \cdot -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1\frac{1}{2}$ en $y'(-\frac{2}{3}\pi) = 2 \cdot -\frac{1}{2} = -1$ 1p
de baansnelheid in A is $v(-\frac{2}{3}\pi) = \sqrt{(-1\frac{1}{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{2\frac{1}{4} + 1} = \sqrt{3\frac{1}{4}} (= \frac{1}{2}\sqrt{13})$ cm/s 1p
- T b** raaklijn horizontaal, dus $y'(t) = 0 \wedge x'(t) \neq 0$ 1p
 $2\cos(2t) = 0$ geeft $\cos(2t) = 0$ oftewel $2t = \frac{1}{2}\pi + k \cdot \pi$ en dus $t = \frac{1}{4}\pi + k \cdot \frac{1}{2}\pi$ 1p
 t in $\langle -\pi, \pi \rangle$ geeft $t = -\frac{3}{4}\pi \vee t = -\frac{1}{4}\pi \vee t = \frac{1}{4}\pi \vee t = \frac{3}{4}\pi$ 1p
 $t = -\frac{3}{4}\pi$ geeft het punt $(1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}, 1)$ en $t = -\frac{1}{4}\pi$ geeft het punt $(-1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}, -1)$ 1p
 $t = \frac{1}{4}\pi$ geeft het punt $(1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}, 1)$ en $t = \frac{3}{4}\pi$ geeft het punt $(-1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}, -1)$ 1p
- T c** $\sin(2t) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ geeft $2t = \frac{1}{3}\pi + k \cdot 2\pi \vee 2t = \frac{2}{3}\pi + k \cdot 2\pi$
oftewel $t = \frac{1}{6}\pi + k \cdot \pi \vee t = \frac{1}{3}\pi + k \cdot \pi$ 1p
 t in $\langle -\pi, \pi \rangle$ geeft $t = -\frac{5}{6}\pi \vee t = \frac{1}{6}\pi \vee t = -\frac{2}{3}\pi \vee t = \frac{1}{3}\pi$ 1p
 $x(-\frac{5}{6}\pi) = \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}$, $x(-\frac{2}{3}\pi) = 0$, $x(\frac{1}{6}\pi) = \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}$ en $x(\frac{1}{3}\pi) = \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{3} = \sqrt{3}$ 1p
 $x_C = \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}$ en $x_E = \sqrt{3}$ 1p
 $CE = \sqrt{3} - (\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}$ 1p