

Scorevoorstel oefentoets vwo B deel 3

Hoofdstuk 10 Meetkunde met vectoren

In deze toets zijn de vragen gelabeld met K, T of I.

K = kennisvraag, T = toepassingsvraag, I = inzichtvraag

De toets bestaat uit zeventien vragen met in totaal 70 punten.

Er zijn twee K-vragen met in totaal 2 punten, dertien T-vragen met in totaal 52 punten en drie I-vragen met in totaal 16 punten.

OPGAVE 1		TOTAAL 2P
K	a $\begin{pmatrix} -q \\ p \end{pmatrix}$	1p
K	b $a_x b_x + a_y b_y$	1p
OPGAVE 2		TOTAAL 9P
T	a $\vec{c} \triangleq \vec{r}_l = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	1p
	$\cos(\angle(\vec{a}, \vec{c})) = \frac{\left \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right }{\left \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \end{pmatrix} \right \cdot \left \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right } = \frac{12+10}{\sqrt{136} \cdot \sqrt{5}} = \frac{22}{\sqrt{680}}$	2p
	$\angle(\vec{a}, \vec{c}) \approx 32,5^\circ$	1p
T	b lijn door A(6, 10) evenwijdig met k is m: $3x + y = 28$	1p
	l en m snijden geeft C(8, 4), dus $\vec{c} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}$	1p
	$\vec{b} = \vec{c} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$	1p
	$ \vec{b} = \left \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix} \right = \sqrt{4+36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$	1p
	$ \vec{c} = \left \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix} \right = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$	1p
OPGAVE 3		TOTAAL 11P
T	a $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ d \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ d \end{pmatrix}$ geeft $\overrightarrow{AD}_R = \begin{pmatrix} d \\ a \end{pmatrix}$	2p
	$\vec{c} = \vec{a} + \overrightarrow{AD}_R = \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+d \\ a \end{pmatrix}$, dus C(a + d, a)	1p
	$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} a+d \\ a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-b+d \\ a \end{pmatrix}$ geeft $\overrightarrow{BC}_R = \begin{pmatrix} a \\ -a+b-d \end{pmatrix}$	2p
	$\vec{f} = \vec{b} + \overrightarrow{BC}_R = \begin{pmatrix} b \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ -a+b-d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b \\ -a+b-d \end{pmatrix}$, dus F(a + b, -a + b - d)	2p

- I **b** $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} a+d \\ a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d \\ a \end{pmatrix}$ en $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} a-b+d \\ a \end{pmatrix}$ 1p
- $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BC}$ geeft $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ 1p
- $\begin{pmatrix} d \\ a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a-b+d \\ a \end{pmatrix} = 0$ geeft $ad - bd + d^2 + a^2 = 0$ oftewel $a^2 + d^2 = bd - ad$
- hieruit volgt $a^2 + d^2 = d(b-a)$ 2p

OPGAVE 4**TOTAAL 6P**

- T **a** $\vec{r}_k = \vec{c} - \vec{b}$ 1p
- $k: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{a} + t \cdot (\vec{c} - \vec{b})$ 1p
- T **b** $\vec{d} = \vec{a} + (\vec{c} - \vec{b}) = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ 1p
- $\vec{r}_{BD} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c} - \vec{b} = \vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ 1p
- lijnstuk BD: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{b} + t \cdot (\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$ met $0 \leq t \leq 1$ 2p

OPGAVE 5**TOTAAL 6P**

- T **a** $\begin{cases} x = 4t - 2 \\ y = -3t + 6 \end{cases}$ geeft $\begin{cases} 3x = 12t - 6 \\ 4y = -12t + 24 \end{cases}$ dus $k: 3x + 4y = 18$ 2p
- T **b** substitutie van $x = -2t + 5$ en $y = 3t - 4$ in $3x + 5y = 40$ geeft $-6t + 15 + 15t - 20 = 40$ 1p
- $9t = 45$ oftewel $t = 5$ geeft $S(-5, 11)$ 1p
- $\vec{r}_m = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, dus $\vec{r}_l = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ 1p
- $m: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 11 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ 1p

OPGAVE 6**TOTAAL 10P**

- T **a** $\vec{r}_k = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ en $\vec{r}_l = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$ 2p
- $\cos(\angle(k, l)) = \frac{\left| \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} \right|}{\left| \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} \right|} = \frac{|35-4|}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{53}} = \frac{31}{\sqrt{1537}}$ 2p
- $\angle(k, l) \approx 37,7^\circ$ 1p

- I **b** $\begin{pmatrix} q \\ -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$ geeft $-q - 12 = 0$, dus $q = -12$ 1p
- $3 - u = -5 + 2u$ geeft $u = 2\frac{2}{3}$ 1p
- het snijpunt op de lijn $y = x$ is het punt $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ 1p
- $p - 12t = \frac{1}{3} \wedge 3 - 6t = \frac{1}{3}$ geeft $t = \frac{4}{9}$ en hieruit volgt $p = 5\frac{2}{3}$ 2p

OPGAVE 7**TOTAAL 11P**

- T **a** $\vec{r}_{AC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, dus $\vec{n}_k = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ 2p
- AC: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ en $k: 2x - y = -1$ 2p
- $2(-2 + 2t) - (7 - t) = -1$ oftewel $5t = 10$, dus $t = 2$ 1p
- $S(2, 5)$ 1p
- T **b** $\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ en $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ 2p
- $\cos(\angle ABC) = \frac{\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right|} = \frac{-9+4}{\sqrt{25} \cdot \sqrt{10}} = \frac{-5}{5\sqrt{10}} = \frac{-1}{\sqrt{10}}$ 2p
- $\angle ABC \approx 108,4^\circ$ 1p

OPGAVE 8**TOTAAL 15P**

- T **a** $x'(t) = 2t - 2$ en $y'(t) = 3t^2 - 6t$ 1p
- $y'(t) = 0 \wedge x'(t) \neq 0$ geeft $t = 0 \vee t = 2$, dus raaklijn evenwijdig x-as in $(0, 6)$ en $(0, 2)$ 2p
- $x'(t) = 0 \wedge y'(t) \neq 0$ geeft $t = 1$, dus raaklijn evenwijdig y-as in $(-1, 4)$ 1p
- I **b** $x(t) = 2$ geeft $t^2 - 2t = 2$ oftewel $t^2 - 2t - 2 = 0$ 1p
- $t = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = 1 + \sqrt{3} \vee t = 1 - \sqrt{3}$ 1p
- $\vec{v}(1 + \sqrt{3}) = \begin{pmatrix} x'(1 + \sqrt{3}) \\ y'(1 + \sqrt{3}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\sqrt{3} \\ 6 \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 3 \end{pmatrix}$ 1p
- $\vec{v}(1 - \sqrt{3}) = \begin{pmatrix} x'(1 - \sqrt{3}) \\ y'(1 - \sqrt{3}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\sqrt{3} \\ 6 \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ 3 \end{pmatrix}$ 1p
- $\cos(\varphi) = \frac{\left| \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ 3 \end{pmatrix} \right|}{\left| \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 3 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ 3 \end{pmatrix} \right|} = \frac{|3-9|}{\sqrt{12} \cdot \sqrt{12}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 2p
- $\varphi = 60^\circ$ 1p

-
- T c $v(t) = \sqrt{(2t - 2)^2 + (3t^2 - 6t)^2}$ 1p
- invoeren van $y_1 = \sqrt{(2x - 2)^2 + (3x^2 - 6x)^2}$ 1p
- optie minimum geeft $x = 0,118..$ en $y = 1,885..$ en $x = 1,881..$ en $y = 1,885..$ 1p
- baansnelheid is minimaal 1,89 voor $t \approx 0,12$ en voor $t \approx 1,88$ 1p