

Scorevoorstel oefentoets vwo B deel 3

Hoofdstuk 9 Exponentiële en logaritmische functies

In deze toets zijn de vragen gelabeld met K, T of I.

K = kennisvraag, T = toepassingsvraag, I = inzichtvraag

De toets bestaat uit tweeëntwintig vragen met in totaal 65 punten.

Er zijn twee K-vragen met in totaal 2 punten, zeventien T-vragen met in totaal 45 punten en drie I-vragen met in totaal 18 punten.

OPGAVE 1

TOTAAL 2P

- K **a** ${}^g\log\left(\frac{a}{b}\right)$ 1p
- K **b** $\frac{{}^p\log(a)}{{}^p\log(g)}$ 1p

OPGAVE 2

TOTAAL 8P

- T **a** $3 \cdot {}^2\log(6) + 3 \cdot {}^5\log\left(\frac{1}{5}\right) = {}^2\log(216) - 3 = {}^2\log(216) - {}^2\log(8) = {}^2\log(27)$ 2p
- T **b** ${}^3\log(324) = {}^3\log(81) + {}^3\log(4) = 4 + {}^3\log(2^2) = 4 + 2 \cdot {}^3\log(2)$ 2p
- T **c** $\frac{e^{2x} - 4}{e^{2x} + 2e^x} = \frac{(e^x + 2)(e^x - 2)}{e^x(e^x + 2)} = \frac{e^x - 2}{e^x}$ 2p
- T **d** $1 - 2\ln(3) = \ln(e) - \ln(9) = \ln\left(\frac{1}{9}e\right)$ 2p

OPGAVE 3

TOTAAL 4P

- translatie (3, -4) geeft $y = \frac{1}{3}\log(p(x-3)-2) - 4$ 1p
- verm. y-as, 2 geeft $g(x) = \frac{1}{3}\log(p(\frac{1}{2}x-3)-2) - 4$ 1p
- $g(8) = -6$ geeft $\frac{1}{3}\log(p \cdot 1 - 2) - 4 = -6$ 1p
- $\frac{1}{3}\log(p-2) = -2$ geeft $p-2=9$, dus $p=11$ 1p

OPGAVE 4

TOTAAL 6P

- T **a** er geldt $g_{27,5 \text{ dagen}} = \frac{1}{2}$ 1p
- $g_{\text{dag}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{27,5}} \approx 0,975$ 1p
- de afname is 2,5% per dag 1p
- T **b** $g_{\text{week}} = 1,087$, dus los op $1,087^T = 2$ 1p
- $T = {}^{1,087}\log(2) = 8,30\dots$ 1p
- de verdubbelingstijd is $8,30\dots \cdot 7 \approx 58$ dagen 1p

OPGAVE 5**TOTAAL 12P**

- T **a** ${}^{\frac{1}{2}}\log(x) = 3 - {}^2\log(4x^2 + 3)$ geeft ${}^2\log(4x^2 + 3) = 3 - {}^{\frac{1}{2}}\log(x)$ oftewel
 ${}^2\log(4x^2 + 3) = {}^2\log(8) + {}^2\log(x)$ 1p
 ${}^2\log(4x^2 + 3) = {}^2\log(8x)$ geeft $4x^2 + 3 = 8x$ oftewel $4x^2 - 8x + 3 = 0$ met $D = 16$ 1p
 $x = \frac{8+4}{16} = 1\frac{1}{2} \vee x = \frac{8-4}{16} = \frac{1}{4}$ 1p
- T **b** $3 - 2 \cdot {}^3\log^2(x) = 5 \cdot {}^9\log(x)$ geeft $3 - 2 \cdot {}^3\log^2(x) = 5 \cdot \frac{{}^3\log(x)}{{}^3\log(9)}$ oftewel
 $3 - 2 \cdot {}^3\log^2(x) = 5 \cdot \frac{{}^3\log(x)}{2}$, dus $3 - 2 \cdot {}^3\log^2(x) = 2\frac{1}{2} \cdot {}^3\log(x)$ 1p
 ${}^3\log(x) = u$ geeft $3 - 2u^2 = 2\frac{1}{2}u$ oftewel $4u^2 + 5u - 6 = 0$ met $D = 121$ 1p
 $u = \frac{-5+11}{8} = \frac{3}{4} \vee u = \frac{-5-11}{8} = -2$ 1p
 ${}^3\log(x) = \frac{3}{4} \vee {}^3\log(x) = -2$ geeft $x = \sqrt[4]{27} \vee x = \frac{1}{9}$ 1p
- T **c** $e^{2x+3} - 2e^x = 0$ oftewel $e^{2x+3} = 2e^x$ geeft $e^{x+3} = 2$ 1p
 $x+3 = \ln(2)$ geeft $x = -3 + \ln(2)$ 1p
- T **d** $(2x+6)\ln(x) = x+3$ oftewel $2(x+3)\ln(x) = x+3$ geeft $x+3 = 0 \vee 2\ln(x) = 1$ 2p
 $x = -3$ (vold. niet) $\vee x = \sqrt{e}$ 1p

OPGAVE 6**TOTAAL 8P**

- T **a** $\ln(5-2M) = 3N-1$ oftewel $5-2M = e^{3N-1}$ geeft $M = 2\frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{3N-1}$ 1p
 $M = 2\frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{3N} \cdot e^{-1}$ geeft $M = 2\frac{1}{2} - \frac{1}{2e} \cdot (10^{\log(e^3)})^N$ 2p
 $M \approx 2\frac{1}{2} - 0,18 \cdot 10^{1,30N}$ 1p
- T **b** $A = 3 \cdot 5^{2B-1}$ oftewel $5^{2B-1} = \frac{1}{3}A$ geeft $2B-1 = {}^5\log(\frac{1}{3}A)$ 1p
 $2B = 1 + {}^5\log(\frac{1}{3}A)$ geeft $B = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot {}^5\log(\frac{1}{3}) + \frac{1}{2} \cdot {}^5\log(A)$ 1p
 $B = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot {}^5\log(\frac{1}{3}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\log(A)}{\log(5)}$ geeft $B \approx 0,16 + 0,72 \cdot \log(A)$ 2p

OPGAVE 7**TOTAAL 8P**

- T **a** $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x}+1}$ geeft $f'(x) = \frac{(e^{2x}+1) \cdot 2e^{2x} \cdot 2 - 2e^{2x} \cdot e^{2x} \cdot 2}{(e^{2x}+1)^2} = \frac{4e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$ 2p
- T **b** $g(x) = \log(x^2+5)$ geeft $g'(x) = \frac{1}{(x^2+5)\ln(10)} \cdot 2x = \frac{2x}{(x^2+5)\ln(10)}$ 2p
- T **c** $h(x) = 3^{x^2+1}$ geeft $h'(x) = 3^{x^2+1} \cdot \ln(3) \cdot 2x = 2x \cdot 3^{x^2+1} \cdot \ln(3)$ 2p
- T **d** $k(x) = x\ln(x) - x$ geeft $k'(x) = 1 \cdot \ln(x) + x \cdot \frac{1}{x} - 1 = \ln(x)$ 2p

I	OPGAVE 8	TOTAAL 7P
	$f(x) = xe^{-x} + e$ geeft $f'(x) = 1 \cdot e^{-x} + x \cdot e^{-x} \cdot -1 = (1-x)e^{-x}$	1p
	$f'(x) = (1-x)e^{-x}$ geeft $f''(x) = -1 \cdot e^{-x} + (1-x) \cdot e^{-x} \cdot -1 = (x-2)e^{-x}$	1p
	$f''(x) = 0$ geeft $x = 2$	1p
	$rc_k = f'(2) = -\frac{1}{e^2}$	1p
	$f(2) = \frac{2}{e^2} + e$, dus buigpunt $\left(2, \frac{2}{e^2} + e\right)$	1p
	$k: y = -\frac{1}{e^2}x + \frac{4}{e^2} + e$	1p
	k snijden met de x -as geeft $\frac{1}{e^2}x = \frac{4}{e^2} + e$, dus $x = e^3 + 4$	1p
	OPGAVE 9	TOTAAL 10P
T	a $f(x) = g_6(x)$ geeft $\ln(2x) = \ln(6-x)$ oftewel $2x = 6-x$	1p
	$3x = 6$ geeft $x = 2$	1p
	$f(x) \geq g_6(x)$ geeft $2 \leq x < 6$	1p
I	b $s_a(x) = \ln(2x) + \ln(a-x)$ geeft $s'_a(x) = \frac{1}{2x} \cdot 2 + \frac{1}{a-x} \cdot -1 = \frac{1}{x} - \frac{1}{a-x}$	2p
	$s'_a(x) = 0$ geeft $\frac{1}{x} = \frac{1}{a-x}$ oftewel $x = a-x$, dus $x = \frac{1}{2}a$	1p
	$s_a(\frac{1}{2}a) = 0$ geeft $\ln(a) + \ln(\frac{1}{2}a) = 0$ oftewel $\ln(\frac{1}{2}a^2) = 0$	1p
	$\frac{1}{2}a^2 = 1$ oftewel $a^2 = 2$ geeft $a = \sqrt{2} \vee a = -\sqrt{2}$	1p
	$a = -\sqrt{2}$ geeft $x = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$ vold. niet	1p
	$a = \sqrt{2}$ geeft $x = \frac{1}{2}\sqrt{2}$, dus $x_{\text{top}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$	1p