

Scorevoorstel oefentoets havo B deel 2

Hoofdstuk 7 Lijnen en cirkels

In deze toets zijn de vragen gelabeld met K, T of I.

K = kennisvraag, T = toepassingsvraag, I = inzichtvraag

De toets bestaat uit achttien vragen met in totaal 66 punten.

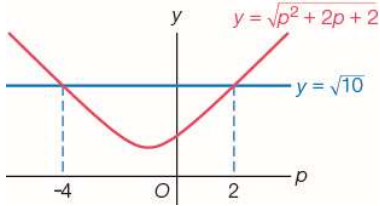
Er zijn drie K-vragen met in totaal 5 punten, twaalf T-vragen met in totaal 45 punten en drie I-vragen met in totaal 16 punten.

OPGAVE 1		TOTAAL 5P
K	a als $\alpha - \beta \leq 90^\circ$	1p
	$180^\circ - (\alpha - \beta)$ als $\alpha - \beta > 90^\circ$	1p
K	b $x_M = \frac{1}{2}(x_A + x_B)$ en $y_M = \frac{1}{2}(y_A + y_B)$	2p
K	c $(x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = r^2$	1p
OPGAVE 2		TOTAAL 16P
T	a $l: y = 2\frac{1}{2}x - 6$ oftewel $l: 5x - 2y = 12$	1p
	samenvallen, dus $\frac{a}{5} = \frac{b}{-2} = \frac{8}{12}$	1p
	$\frac{a}{5} = \frac{8}{12}$ geeft $a = \frac{5 \cdot 8}{12} = 3\frac{1}{3}$	1p
	$\frac{b}{-2} = \frac{8}{12}$ geeft $b = \frac{-2 \cdot 8}{12} = -1\frac{1}{3}$	1p
T	b $x = 6$ en $y = 2\frac{1}{2}x - 6$ geeft $y = 2\frac{1}{2} \cdot 6 - 6 = 9$	1p
	$(6, 9)$ op $k: 5x + by = 8$ geeft $5 \cdot 6 + 9b = 8$	1p
	$30 + 9b = 8$ geeft $b = -2\frac{4}{9}$	1p
T	c $k: 5x + 3y = 8$ geeft $y = -\frac{5}{3}x + 2\frac{2}{3}$	1p
	$\tan(\alpha) = \text{rc}_k = -\frac{5}{3}$ geeft $\alpha = -59,03\dots^\circ$	1p
	$\tan(\beta) = \text{rc}_l = 2\frac{1}{2}$ geeft $\beta = 68,19\dots^\circ$	1p
	$\beta - \alpha = 68,19\dots^\circ - (-59,03\dots^\circ) \approx 127,2^\circ$, dus de hoek tussen k en l is $180^\circ - 127,2^\circ = 52,8^\circ$	1p
I	d $4x + by = 8$ geeft $y = -\frac{4}{b}x + \frac{8}{b}$, dus $\text{rc}_k = -\frac{4}{b}$	1p
	$\alpha = 68,19\dots^\circ - 20^\circ = 48,19\dots^\circ$ geeft $\text{rc}_k = 1,118\dots$	1p
	$-\frac{4}{b} = 1,118\dots$ geeft $b \approx -3,58$	1p
	$\alpha = 68,19\dots^\circ + 20^\circ = 88,19\dots^\circ$ geeft $\text{rc}_k = 31,795\dots$	1p
	$-\frac{4}{b} = 31,795\dots$ geeft $b \approx -0,13$	1p

T	OPGAVE 3	TOTAAL 6P
	$rc_l = \frac{7\frac{1}{2} - 3}{1 - -2} = 1\frac{1}{2}$	1p
	$l: y = 1\frac{1}{2}x + b$ door $B(-2, 3)$ geeft $l: y = 1\frac{1}{2}x + 6$	1p
	k loodrecht l , dus $rc_k = -\frac{2}{3}$	1p
	$k: y = -\frac{2}{3}x + b$ door $A(-4, 6\frac{1}{2})$ geeft $k: y = -\frac{2}{3}x + 3\frac{5}{6}$	1p
	k snijden met l geeft $-\frac{2}{3}x + 3\frac{5}{6} = 1\frac{1}{2}x + 6$, dus $x = -1$	1p
	$D(-1, 4\frac{1}{2})$	1p
	OPGAVE 4	TOTAAL 12P
T	a $c_1: (x+4)^2 + (y+1)^2 = r^2$	1p
	door $O(0, 0)$ geeft $r^2 = 4^2 + 1^2 = 17$, dus $c_1: (x+4)^2 + (y+1)^2 = 17$	1p
T	b $r = d(B, x\text{-as}) = 2\frac{1}{2}$	1p
	$c_2: (x-3)^2 + (y-2\frac{1}{2})^2 = 6\frac{1}{4}$	1p
T	c middelpunt is $M(\frac{1}{2}(-4+3), \frac{1}{2}(-1+2\frac{1}{2})) = M(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$	1p
	de straal is $d(M, A) = \sqrt{(-4 - -\frac{1}{2})^2 + (-1 - \frac{3}{4})^2} = \sqrt{15\frac{5}{16}}$	1p
	$c_3: (x + \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{3}{4})^2 = 15\frac{5}{16}$	1p
T	d $rc_k = \frac{2\frac{1}{2} - -1}{3 - -4} = \frac{1}{2}$ en k door $A(-4, -1)$ geeft $k: y = \frac{1}{2}x + 1$	1p
	l loodrecht k en door $C(3, 0)$ geeft $l: y = -2x + 6$	1p
	k snijden met l geeft het punt $D(2, 2)$	1p
	$r = d(C, k) = d(C, D) = \sqrt{(2-3)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5}$	1p
	$c_4: (x-3)^2 + y^2 = 5$	1p

OPGAVE 5

TOTAAL 11P

- T a $(x-4)^2 + (y+1)^2 = 10$ 1p
 $r = \sqrt{10}$ en $M(4, -1)$ 1p
 $d(A, M) = \sqrt{(4-2)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{8}$ 1p
 $d(A, M) < r$, dus A ligt binnen c 1p
- I b $d(B, M) = \sqrt{(4 - -\frac{1}{2})^2 + (-1 - \frac{1}{2})^2} = \sqrt{22\frac{1}{2}}$ 1p
 $d(B, c) = d(B, M) - r = \sqrt{22\frac{1}{2}} - \sqrt{10}$ 1p
 $\sqrt{22\frac{1}{2}} - \sqrt{10} = \sqrt{\frac{45}{2}} - \sqrt{10} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \sqrt{10} = 1\frac{1}{2}\sqrt{10} - \sqrt{10} = \frac{1}{2}\sqrt{10}$ 1p
- T c $d(P, M) = \sqrt{(4-5)^2 + (-1-p)^2} = \sqrt{p^2 + 2p + 2}$ 1p
 $d(P, M) = r$ geeft $p^2 + 2p - 8 = 0$, dus $p = 2 \vee p = -4$ 1p
- 
- schets 1p
 $d(P, M) > \sqrt{10}$ geeft $p < -4 \vee p > 2$ dus voor $p < -4 \vee p > 2$ ligt P buiten c 1p

OPGAVE 6**TOTAAL 16P**

T **a** $c_1: (x+5)^2 + (y-3)^2 = 13$ geeft middelpunt $M_1(-5, 3)$ 1p

lijn n door $M_1(-5, 3)$ en $A(-2, 1)$ heeft $rc_n = \frac{1-3}{-2-(-5)} = -\frac{2}{3}$ 1p

$k \perp n$ door A geeft $k: y = 1\frac{1}{2}x + 4$ 1p

T **b** substitutie van $y = ax + 2$ in $x^2 + y^2 + 10x - 6y + 21 = 0$ geeft

$$x^2 + (ax+2)^2 + 10x - 6(ax+2) + 21 = 0 \text{ oftewel}$$

$$x^2 + a^2x^2 + 4ax + 4 + 10x - 6ax - 12 + 21 = 0 \quad 1p$$

$$(a^2+1)x^2 + (10-2a)x + 13 = 0 \quad 1p$$

$$D = (10-2a)^2 - 4 \cdot (a^2+1) \cdot 13 = -48a^2 - 40a + 48 \quad 1p$$

$$D = 0 \text{ geeft } 6a^2 + 5a - 6 = 0 \quad 1p$$

$$a = \frac{-5+13}{12} = \frac{2}{3} \vee a = \frac{-5-13}{12} = -\frac{3}{2} \quad 1p$$

I **c** $c_2: x^2 + y^2 - 12x - 8y + 44 = 0$ 1p

substitutie van $y = x + b$ geeft $x^2 + (x+b)^2 - 12x - 8(x+b) + 44 = 0$ oftewel

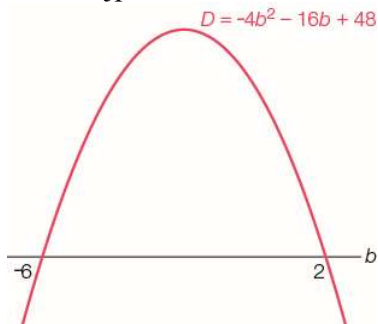
$$x^2 + x^2 + 2bx + b^2 - 12x - 8x - 8b + 44 = 0 \quad 1p$$

$$2x^2 + (2b-20)x + b^2 - 8b + 44 = 0 \quad 1p$$

$$D = (2b-20)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (b^2 - 8b + 44) = -4b^2 - 16b + 48 \quad 1p$$

$$D = 0 \text{ geeft } b^2 + 4b - 12 = 0, \text{ dus } b = 2 \vee b = -6 \quad 1p$$

twee snijpunten als $-4b^2 - 16b + 48 > 0$ 1p



schets 1p

$$-6 < b < 2 \quad 1p$$