

Scorevoorstel oefentoets havo B deel 2

Hoofdstuk 6 De afgeleide functie

In deze toets zijn de vragen gelabeld met K, T of I.

K = kennisvraag, T = toepassingsvraag, I = inzichtvraag

De toets bestaat uit dertien vragen met in totaal 50 punten.

Er zijn twee K-vragen met in totaal 2 punten, negen T-vragen met in totaal 37 punten en twee I-vragen met in totaal 11 punten.

OPGAVE 1

TOTAAL 2P

- K **a** nx^{n-1} 1p
- K **b** $rc_k \cdot rc_l = -1$ 1p

OPGAVE 2

TOTAAL 6P

- T **a** $f(x) = x^4 \cdot \sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{14}{3}}$ geeft $f'(x) = 4\frac{2}{3}x^{\frac{11}{3}} = 4\frac{2}{3}x^3 \cdot \sqrt[3]{x^2}$ 2p
- T **b** $f(x) = \frac{1}{3(2x-1)^3} = \frac{1}{3}(2x-1)^{-3}$ geeft $f'(x) = -(2x-1)^{-4} \cdot 2 = -\frac{2}{(2x-1)^4}$ 2p
- T **c** $f(x) = (5-x)\sqrt{5-x} = (5-x)^{\frac{3}{2}}$ geeft $f'(x) = 1\frac{1}{2}(5-x)^{\frac{1}{2}} \cdot -1 = -1\frac{1}{2}\sqrt{5-x}$ 2p

OPGAVE 3

TOTAAL 12P

- T **a** $f(x) = x^3 - 2\frac{1}{2}x^2 - 2x + 4$ geeft $f'(x) = 3x^2 - 5x - 2$ 1p
- $k: y = ax + b$ met $a = f'(-2) = 20$ 1p
- $f(-2) = -10$, dus $A(-2, -10)$ 1p
- $20 \cdot -2 + b = -10$ geeft $b = 30$, dus $k: y = 20x + 30$ 1p
- T **b** $f'(x) = 0$ geeft $3x^2 - 5x - 2 = 0$ met $D = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot -2 = 49$ en 2p
- $x = \frac{5+7}{6} = 2$ v $x = \frac{5-7}{6} = -\frac{1}{3}$
- $f(-\frac{1}{3}) = 4\frac{19}{54}$ en $f(2) = -2$, dus toppen $(-\frac{1}{3}, 4\frac{19}{54})$ en $(2, -2)$ 1p
- $a = \frac{-2 - 4\frac{19}{54}}{2 - (-\frac{1}{3})} = -2\frac{13}{18}$ 1p
- $l: y = ax + b$ met $-2\frac{13}{18} \cdot 2 + b = -2$ geeft $b = 3\frac{4}{9}$, dus $l: y = -2\frac{13}{18}x + 3\frac{4}{9}$ 1p
- I **c** $f'(x) = p$ geeft $3x^2 - 5x - 2 - p = 0$ 1p
- $D = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2 - p) = 12p + 49$ 1p
- geen oplossing als $D < 0$, dus voor $p < -4\frac{1}{12}$ 1p

OPGAVE 4

TOTAAL 6P

$$f(x) = 2\sqrt{3x+12} - \frac{3}{4}x + 2 \quad \text{geeft} \quad f'(x) = 2 \cdot \frac{3}{2\sqrt{3x+12}} - \frac{3}{4} = \frac{3}{\sqrt{3x+12}} - \frac{3}{4} \quad 2p$$

$$f'(x) = 0 \quad \text{geeft} \quad \frac{3}{\sqrt{3x+12}} = \frac{3}{4} \quad \text{oftewel} \quad \sqrt{3x+12} = 4, \quad \text{dus} \quad x = 1\frac{1}{3} \quad 2p$$

$$\text{max. is } f(1\frac{1}{3}) = 9 \quad \text{en} \quad B_f = \langle \leftarrow, 9 \rangle \quad 2p$$

I

OPGAVE 5**TOTAAL 8P**

$$f(x) = 0 \quad \text{geeft} \quad x\sqrt{x} - 1 = 0 \quad \text{oftewel} \quad x\sqrt{x} = 1, \quad \text{dus} \quad x = 1 \quad \text{en} \quad A(1, 0) \quad 1p$$

$$f(x) = \frac{x\sqrt{x} - 1}{x} = \sqrt{x} - x^{-1} \quad \text{geeft} \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + x^{-2} = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} \quad 2p$$

$$rc_k = f'(1) = 1\frac{1}{2} \quad 1p$$

$$rc_k \cdot rc_l = -1 \quad \text{geeft} \quad rc_l = -\frac{2}{3} \quad 1p$$

$$-\frac{2}{3} \cdot 1 + b = 0 \quad \text{geeft} \quad b = \frac{2}{3}, \quad \text{dus} \quad l: y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3} \quad 1p$$

$$-\frac{1}{3}x^2 - 4x - 7\frac{2}{3} = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3} \quad \text{oftewel} \quad -\frac{1}{3}x^2 - 3\frac{1}{3}x - 8\frac{1}{3} = 0 \quad \text{geeft} \quad x^2 + 10x + 25 = 0 \quad 1p$$

$$(x+5)^2 = 0 \quad \text{geeft} \quad x = -5, \quad \text{dus één oplossing en dus raakt } l \text{ de grafiek van } f \quad 1p$$

OPGAVE 6**TOTAAL 9P**

T

$$\text{a} \quad -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3 = 0 \quad \text{oftewel} \quad x^2 - x - 6 = 0 \quad \text{geeft} \quad (x+2)(x-3) = 0, \quad \text{dus} \quad x = -2 \vee x = 3 \quad 1p$$

$$BP = 3 - p \quad \text{en} \quad PQ = -\frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}p + 3 \quad 1p$$

voor de oppervlakte A van driehoek BPQ geldt

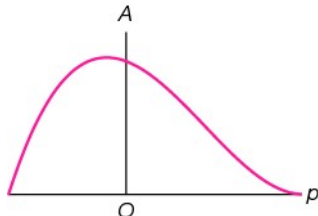
$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}(3-p)\left(-\frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}p + 3\right) \\ A &= \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}p + 9 + \frac{1}{2}p^3 - \frac{1}{2}p^2 - 3p\right) \\ &= \frac{1}{4}p^3 - p^2 - \frac{3}{4}p + 4\frac{1}{2} \end{aligned} \quad 2p$$

T

$$\text{b} \quad \frac{dA}{dp} = \frac{3}{4}p^2 - 2p - \frac{3}{4} \quad 1p$$

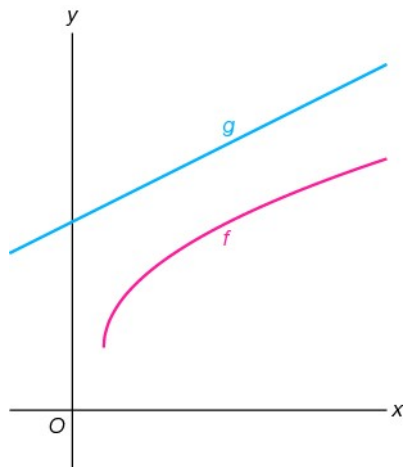
$$\frac{dA}{dp} = 0 \quad \text{geeft} \quad 3p^2 - 8p - 3 = 0 \quad \text{met} \quad D = (-8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot -3 = 100 \quad \text{en}$$

$$p = \frac{8+10}{6} = 3 \quad (\text{vold. niet}) \vee p = \frac{8-10}{6} = -\frac{1}{3} \quad 2p$$



$$\text{uit de schets volgt dat } A \text{ maximaal is voor } p = -\frac{1}{3} \quad 1p$$

$$A_{\max} = \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{3}{4} \cdot -\frac{1}{3} + 4\frac{1}{2} = 4\frac{17}{27} \quad 1p$$

T **OPGAVE 7****TOTAAL 7P**

voor de lengte L van het lijnstuk AB geldt $L = g(p) - f(p) = \frac{1}{2}p + 2 - \sqrt{2p-1}$

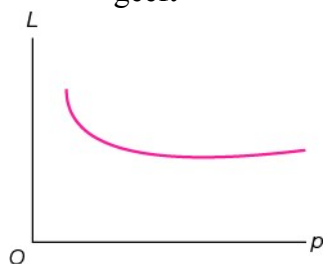
2p

$$\frac{dL}{dp} = \frac{1}{2} - \frac{2}{2\sqrt{2p-1}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2p-1}}$$

1p

$$\frac{dL}{dp} = 0 \quad \text{geeft} \quad \frac{1}{\sqrt{2p-1}} = \frac{1}{2} \quad \text{oftewel} \quad \sqrt{2p-1} = 2, \quad \text{dus} \quad p = 2\frac{1}{2}$$

2p



uit de schets volgt dat L minimaal is voor $p = 2\frac{1}{2}$

1p

$$L_{\min} = \frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2} + 2 - \sqrt{2 \cdot 2\frac{1}{2} - 1} = 1\frac{1}{4}$$

1p