

Scorevoorstel oefentoets havo B deel 3

Hoofdstuk 10 Meetkundige berekeningen

In deze toets zijn de vragen gelabeld met K, T of I.

K = kennisvraag, T = toepassingsvraag, I = inzichtvraag

De toets bestaat uit veertien vragen met in totaal 55 punten.

Er zijn twee K-vragen met in totaal 2 punten, tien T-vragen met in totaal 41 punten en twee I-vragen met in totaal 12 punten.

OPGAVE 1		TOTAAL 2P
K	a $(x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = r^2$	1p
K	b $d(A, c) = r - d(A, M)$	1p
OPGAVE 2		TOTAAL 6P
T	cosinusregel in driehoek ABC geeft $10,4^2 = 6,8^2 + 8,9^2 - 2 \cdot 6,8 \cdot 8,9 \cdot \cos(\angle ACB)$	1p
	$\cos(\angle ACB) = \frac{17,29}{121,04} = 0,14... \text{ geeft } \angle ACB = 81,78...^\circ$	1p
	cosinusregel in driehoek CDE geeft $DE^2 = 3,4^2 + 6,6^2 - 2 \cdot 3,4 \cdot 6,6 \cdot \cos(81,78...^\circ) = 48,70...$	1p
	$DE = 6,97...$	1p
	nieuwe route = $3,4 + 6,97... + 2,3 = 12,67...$	1p
	oude route = $6,8 + 8,9 = 15,7$, dus $15,7 - 12,67... = 3,02$ km korter	1p
OPGAVE 3		TOTAAL 7P
T	a $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ geeft $\frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD}$ oftewel $\frac{x+8}{x} = \frac{BC}{8}$	2p
	$BC = \frac{8(x+8)}{x} = \frac{8x+64}{x}$	1p
T	b stelling van Pythagoras in driehoek ABC geeft $AB^2 + AC^2 = BC^2$ oftewel $25 + (x+8)^2 = \left(\frac{8x+64}{x}\right)^2$	2p
	invullen van $y_1 = 25 + (x+8)^2$ en $y_2 = \left(\frac{8x+64}{x}\right)^2$	1p
	optie snijpunt geeft $x = 7,619...$, dus $AD \approx 7,62$	1p
OPGAVE 4		TOTAAL 5P
I	noem het midden van AB punt P en het midden van AE punt Q	
	de stelling van Pythagoras in driehoek AMP geeft $AP^2 + MP^2 = AM^2$	
	oftewel $1 + (3-r)^2 = r^2$	1p
	$1 + 9 - 6r + r^2 = r^2$ geeft $r = 1\frac{2}{3}$	1p
	$EQ = MP = 3 - r = \frac{4}{3}$	1p
	$DE = MN - EQ = 1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$	2p

OPGAVE 5		TOTAAL 8P
T	a k en l snijden geeft $S(4,2)$ $d(A,S) = \sqrt{(4 - -5)^2 + (2 - 4)^2} = \sqrt{85}$	1p 1p
T	b $k: y = \frac{1}{4}x + 1$ geeft $\tan(\alpha) = \frac{1}{4}$, dus $\alpha = 14,03\dots^\circ$ $l: y = -\frac{1}{2}x + 4$ geeft $\tan(\beta) = -\frac{1}{2}$, dus $\beta = -26,56\dots^\circ$ hoek tussen k en l is $14,03\dots^\circ - -26,56\dots^\circ \approx 40,6^\circ$	1p 1p 1p
T	c lijn door A loodrecht k is $m: 4x + y = -16$ k en m snijden geeft $B(-4,0)$ $d(A,k) = d(A,B) = \sqrt{(-4 - -5)^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{17}$	1p 1p 1p
OPGAVE 6		TOTAAL 12P
T	a $c: (x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 10$ geeft $M(5,2)$ en $r = \sqrt{10}$ $d(A,M) = \sqrt{(5 - 3)^2 + (2 - 4)^2} = \sqrt{8}$ $d(A,M) < r$, dus A ligt binnen c	1p 1p 1p
T	b $rc_{BM} = \frac{2-3}{5-8} = \frac{1}{3}$ geeft $rc_k = -3$ $k: y = -3x + b$ door $A(8,3)$ geeft $b = 27$ $k: y = -3x + 27$	1p 1p 1p
T	c $y = 3x + b$ substitueren in $x^2 + y^2 - 10x - 4y + 19 = 0$ geeft $x^2 + (3x + b)^2 - 10x - 4(3x + b) + 19 = 0$ $10x^2 + (6b - 22)x + b^2 - 4b + 19 = 0$ $D = (6b - 22)^2 - 4 \cdot 10 \cdot (b^2 - 4b + 19) = -4b^2 - 104b - 276$ $D = 0$ geeft $-4b^2 - 104b - 276 = 0$ oftewel $b^2 + 26b + 69 = 0$ $(b + 3)(b + 23) = 0$ geeft $b = -3 \vee b = -23$ de raaklijnen zijn $y = 3x - 3$ en $y = 3x - 23$	1p 1p 1p 1p 1p 1p
OPGAVE 7		TOTAAL 8P
T	$M(2, -4)$ en $A(6,0)$ $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ $k: y = ax + b$ met $a = f'(6) = \frac{1}{2}$ geeft $k: y = \frac{1}{2}x + b$ $k: y = \frac{1}{2}x + b$ door $A(6,0)$ geeft $b = -3$, dus $k: y = \frac{1}{2}x - 3$ lijn door M loodrecht k is $m: y = -2x$ k en m snijden geeft $B(1\frac{1}{5}, -2\frac{2}{5})$ $r = d(M,k) = d(M,B) = \sqrt{(1\frac{1}{5} - 2)^2 + (-2\frac{2}{5} - -4)^2} = \frac{4}{5}\sqrt{5}$	2p 1p 1p 1p 1p 1p

I	OPGAVE 8	TOTAAL 7P
	$c_1: (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$ geeft $M(2,4)$ en $r_1 = 2$	2p
	$c_2: (x - 6)^2 + (y - 1)^2 = 1$ geeft $N(6,1)$ en $r_2 = 1$	2p
	$d(M, N) = \sqrt{(6 - 2)^2 + (1 - 4)^2} = 5$	1p
	$r_3 = \frac{d(M, N) + r_1 + r_2}{2} = \frac{5 + 2 + 1}{2} = 4$	1p
	oppervlakte gekleurde gebied is $\pi \cdot r_3^2 - \pi \cdot r_1^2 - \pi \cdot r_2^2 = 16\pi - 4\pi - \pi = 11\pi$	1p