

11 Verbanden en functies

Voorkennis Evenredig en omgekeerd evenredig

Bladzijde 96

1 a $\frac{15}{23} \mid \frac{60}{y}$ dus $y = \frac{23 \cdot 60}{15} = 92$

b $\frac{6}{3,6} \mid \frac{x}{30}$ dus $x = \frac{6 \cdot 30}{3,6} = 50$

2 a $\left. \begin{array}{l} W \text{ evenredig met } S, \text{ dus } W = aS \\ S = 50 \text{ en } W = 5,6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \cdot 50 = 5,6 \\ a = 0,112 \end{array}$

Dus $W = 0,112S$.

b $S = 80$ geeft $W = 0,112 \cdot 80 = 8,96$
Dus ongeveer 9 cm.

Bladzijde 97

3 a y is omgekeerd evenredig met x , dus $xy = a$.
 $a = 15 \cdot 23 = 345$

$xy = 345$ en $x = 60$ geeft $60y = 345$, dus $y = 5,75$.

b y is omgekeerd evenredig met x , dus $xy = a$.
 $a = 6 \cdot 3,6 = 21,6$
 $xy = 21,6$ en $y = 30$ geeft $30x = 21,6$, dus $x = 0,72$.

4 a T is omgekeerd evenredig met d , dus $T = \frac{a}{d}$.
 $a = Td = 1,6 \cdot 2,5 = 4$, dus $T = \frac{4}{d}$.

b $d = 4,835$ geeft $T = \frac{4}{4,835} \approx 0,8$

De temperatuur op 4835 meter diepte is ongeveer $0,8^\circ\text{C}$.

c $T = 1,4$ geeft $1,4 = \frac{4}{d}$
 $1,4d = 4$
 $d \approx 2,857$

Dus op ongeveer 2857 meter diepte is de temperatuur $1,4^\circ\text{C}$.

- 5 a recht evenredig
b omgekeerd evenredig
c omgekeerd evenredig
d recht evenredig
e omgekeerd evenredig

11.1 Evenredigheden

Bladzijde 98

1 a $\frac{7}{2} = 3,5; \frac{17,5}{5} = 3,5; \frac{28}{8} = 3,5; \frac{35}{10} = 3,5$ en $\frac{52,5}{15} = 3,5$

Dus N is evenredig met t .

De evenredigheidsconstante is 3,5.

b $2 \cdot 150 = 300; 5 \cdot 60 = 300; 8 \cdot 37,5 = 300; 10 \cdot 30 = 300$ en $15 \cdot 20 = 300$
Dus M is omgekeerd evenredig met t .

De formule van M is $M = \frac{300}{t}$.

Bladzijde 99

2 $p = {}^3\log(2,5) \approx 0,834$

3 a
$$\left. \begin{array}{l} y = ax^{1,8} \\ x = 6 \text{ en } y = 12 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \cdot 6^{1,8} = 12 \\ a = \frac{12}{6^{1,8}} \approx 0,48 \end{array}$$

De formule is $y = 0,48x^{1,8}$.

b
$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{a}{t^2} \\ t = 0,3 \text{ en } P = 10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{a}{0,3^2} = 10 \\ a = 10 \cdot 0,3^2 = 0,9 \end{array}$$

De formule is $P = \frac{0,9}{t^2}$.

c
$$\left. \begin{array}{l} y = 180x^p \\ x = 4 \text{ en } y = 900 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 180 \cdot 4^p = 900 \\ 4^p = 5 \\ p = {}^4\log(5) \approx 1,16 \end{array}$$

De formule is $y = 180x^{1,16}$.

4 a
$$\left. \begin{array}{l} y = ax^{2,15} \\ x = 8 \text{ en } y = 600 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \cdot 8^{2,15} = 600 \\ a = \frac{600}{8^{2,15}} \approx 6,86 \end{array}$$

b
$$\left. \begin{array}{l} y = 50x^b \\ x = 8 \text{ en } y = 600 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 50 \cdot 8^b = 600 \\ 8^b = 12 \\ b = {}^8\log(12) \approx 1,19 \end{array}$$

5 a
$$\left. \begin{array}{l} N = \frac{a}{t^{1,8}} \\ t = 6 \text{ en } N = 100 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{a}{6^{1,8}} = 100 \\ a = 100 \cdot 6^{1,8} \approx 2516 \end{array}$$

b
$$\left. \begin{array}{l} N = \frac{3000}{t^b} \\ t = 6 \text{ en } N = 100 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{3000}{6^b} = 100 \\ 6^b = 30 \\ b = {}^6\log(30) \approx 1,90 \end{array}$$

c
$$\left. \begin{array}{l} N = \frac{2000b}{t^b} \\ t = 6 \text{ en } N = 100 \end{array} \right\} \frac{2000b}{6^b} = 100$$

Voer in $y_1 = \frac{2000x}{6^x}$ en $y_2 = 100$.

De optie snijpunt geeft $x = 2,080...$

Dus $b \approx 2,08$ en $a = 2000 \cdot 2,080... \approx 4162$.

6
$$\left. \begin{array}{l} v = ax^{0,5} \\ x = 950 \text{ en } v = 480 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \cdot 950^{0,5} = 480 \\ a = \frac{480}{950^{0,5}} = 15,57... \end{array}$$

Dus $v = 15,57... x^{0,5}$.

Voer in $y_1 = 15,57... x^{0,5}$ en $y_2 = 141$.

De optie snijpunt geeft $x = 81,97...$

Dus de Iguazu watervallen zijn ongeveer 82 meter hoog.

Bladzijde 100

7 a 720 km/uur is $\frac{720}{3,6} = 200 \text{ m/s}$.

$$\left. \begin{array}{l} W_1 = av^2 \\ v = 200 \text{ en } W_1 = 120\,000 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \cdot 200^2 = 120\,000 \\ a = \frac{120\,000}{200^2} = 3 \end{array}$$

Dus $W_1 = 3v^2$.

$$\left. \begin{array}{l} W_i = \frac{b}{v^2} \\ v = 200 \text{ en } W_i = 300\,000 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{b}{200^2} = 300\,000 \\ b = 300\,000 \cdot 200^2 = 1,2 \cdot 10^{10} \end{array}$$

Dus $W_i = \frac{1,2 \cdot 10^{10}}{v^2}$.

b $W = W_1 + W_i = 3v^2 + \frac{1,2 \cdot 10^{10}}{v^2}$

Voer in $y_1 = 3x^2 + \frac{1,2 \cdot 10^{10}}{x^2}$.

De optie minimum geeft $x = 251,48\dots$ en $y_1 = 379\,473,3\dots$

Dus bij een snelheid van $3,6 \cdot 251,48\dots \approx 905 \text{ km/uur}$ is de totale weerstand minimaal.

c $v = 251,48\dots$ geeft $W_1 = 3 \cdot 251,48\dots^2 \approx 189\,737 \text{ N}$

$v = 251,48\dots$ geeft $W_i = \frac{1,2 \cdot 10^{10}}{251,48\dots^2} \approx 189\,737 \text{ N}$

Dus bij minimale totale weerstand geldt $W_1 = W_i$.

8 $y = 2,5x^{\frac{1}{3}}$
 $2,5x^{\frac{1}{3}} = y$
 $x^{\frac{1}{3}} = 0,4y$
 $(x^{\frac{1}{3}})^3 = (0,4y)^3$
 $x = 0,4^3 \cdot y^3$
 $x = 0,064y^3$

9 a $y = 5x^{2,6}$
 $5x^{2,6} = y$
 $x^{2,6} = 0,2y$
 $x = (0,2y)^{\frac{1}{2,6}} = 0,2^{\frac{1}{2,6}} \cdot y^{\frac{1}{2,6}} \approx 0,54 \cdot y^{0,38}$
 Dus $x = 0,54y^{0,38}$.

b $y = 0,2x^{-1,4}$
 $0,2x^{-1,4} = y$
 $x^{-1,4} = 5y$
 $x = (5y)^{-\frac{1}{1,4}} = 5^{-\frac{1}{1,4}} \cdot y^{-\frac{1}{1,4}} \approx 0,32 \cdot y^{-0,71}$
 Dus $x = 0,32y^{-0,71}$.

c $y = 1,5x^{0,9}$
 $1,5x^{0,9} = y$
 $x^{0,9} = \frac{1}{1,5}y$
 $x = (\frac{1}{1,5}y)^{\frac{1}{0,9}} = (\frac{1}{1,5})^{\frac{1}{0,9}} \cdot y^{\frac{1}{0,9}} \approx 0,64 \cdot y^{1,11}$
 Dus $x = 0,64y^{1,11}$.

Bladzijde 101

10 a $K = 16p^{1,18}$
 $16p^{1,18} = K$
 $p^{1,18} = \frac{1}{16}K$
 $p = (\frac{1}{16}K)^{\frac{1}{1,18}} = (\frac{1}{16})^{\frac{1}{1,18}} \cdot K^{\frac{1}{1,18}} \approx 0,10 \cdot K^{0,85}$
 Dus $p = 0,10K^{0,85}$.

$$\begin{aligned}
 \text{b } l &= 0,2 \cdot (2F)^{-1,5} \\
 0,2 \cdot (2F)^{-1,5} &= l \\
 (2F)^{-1,5} &= 5l \\
 2F &= (5l)^{-\frac{1}{1,5}} \\
 F &= \frac{1}{2} \cdot (5l)^{-\frac{1}{1,5}} = \frac{1}{2} \cdot 5^{-\frac{1}{1,5}} \cdot l^{-\frac{1}{1,5}} \approx 0,17 \cdot l^{-0,67}
 \end{aligned}$$

Dus $F = 0,17l^{-0,67}$.

$$\begin{aligned}
 \text{c } D &= 15 \cdot (0,2y)^{1,75} \\
 15 \cdot (0,2y)^{1,75} &= D \\
 (0,2y)^{1,75} &= \frac{1}{15}D \\
 0,2y &= \left(\frac{1}{15}D\right)^{\frac{1}{1,75}} \\
 y &= 5 \cdot \left(\frac{1}{15}\right)^{\frac{1}{1,75}} \cdot D^{\frac{1}{1,75}} \approx 1,06 \cdot D^{0,57} \\
 \text{Dus } y &= 1,06D^{0,57}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{11 a } h &= 10n^{-2,1} \\
 10n^{-2,1} &= 1,13h \\
 n^{-2,1} &= 0,113h \\
 n &= (0,113h)^{-\frac{1}{2,1}} = 0,113^{-\frac{1}{2,1}} \cdot h^{-\frac{1}{2,1}} \approx 2,82 \cdot h^{-0,48} \\
 \text{Dus } n &= 2,82h^{-0,48}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b } s &= 0,008(2t)^{5,12} \\
 0,008(2t)^{5,12} &= s \\
 (2t)^{5,12} &= 125s \\
 2t &= (125s)^{\frac{1}{5,12}} \\
 t &= \frac{1}{2} \cdot 125^{\frac{1}{5,12}} \cdot s^{\frac{1}{5,12}} \approx 1,28 \cdot s^{0,20} \\
 \text{Dus } t &= 1,28s^{0,20}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c } x &= 3,5y\sqrt{y} \\
 3,5y\sqrt{y} &= x \\
 y^{1,5} &= \frac{1}{3,5}x \\
 y &= \left(\frac{1}{3,5}x\right)^{\frac{1}{1,5}} = \left(\frac{1}{3,5}\right)^{\frac{1}{1,5}} \cdot x^{\frac{1}{1,5}} \approx 0,43 \cdot x^{0,67} \\
 \text{Dus } y &= 0,43x^{0,67}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{12 a } y &= 15x \cdot \sqrt[3]{x} \\
 15x \cdot \sqrt[3]{x} &= y \\
 15x^{\frac{4}{3}} &= y \\
 x^{\frac{4}{3}} &= \frac{1}{15}y \\
 x &= \left(\frac{1}{15}y\right)^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{1}{15}\right)^{\frac{3}{4}} \cdot y^{\frac{3}{4}} \approx 0,13 \cdot y^{0,75} \\
 \text{Dus } x &= 0,13y^{0,75}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b } y &= \frac{12}{x \cdot \sqrt[4]{x}} \\
 x \cdot \sqrt[4]{x} \cdot y &= 12 \\
 x \cdot x^{\frac{1}{4}} &= \frac{12}{y} \\
 x^{\frac{5}{4}} &= 12y^{-1} \\
 x &= (12y^{-1})^{\frac{4}{5}} = 12^{\frac{4}{5}} \cdot y^{-\frac{4}{5}} \approx 7,30 \cdot y^{-0,8} \\
 \text{Dus } x &= 7,30y^{-0,8}.
 \end{aligned}$$

13 a De formule $t = 25n^{0,6}$ geeft (t afgerond op gehele):

n	5	10	15	20
t	66	100	127	151

Dus de formule past bij de tabel.

- b** n verdubbelen van $n = 5$ naar $n = 10$ geeft een toename van de tijd van 65 naar 100 seconden.

Dat is een procentuele toename van $\frac{100 - 65}{65} \times 100\% \approx 54\%$.

n verdubbelen van $n = 10$ naar $n = 20$ geeft een toename van de tijd van 100 naar 150 seconden. Dat is een procentuele toename van 50%.

Manon heeft dus gelijk.

Bladzijde 102

- 14 a** Neem $3n$ voor n in de formule $t = 25n^{0,6}$.
Je krijgt $t = 25 \cdot (3n)^{0,6} = 25 \cdot 3^{0,6} \cdot n^{0,6} = 3^{0,6} \cdot 25n^{0,6} \approx 1,93 \cdot 25n^{0,6}$.
Dus de tijd neemt met ongeveer 93% toe.
- b** Neem $1,4t$ voor t in de formule $n = (0,04t)^{\frac{1}{0,6}}$.
Je krijgt $n = (0,04 \cdot 1,4t)^{\frac{1}{0,6}} = 1,4^{\frac{1}{0,6}} \cdot (0,04t)^{\frac{1}{0,6}} \approx 1,75 \cdot (0,04t)^{\frac{1}{0,6}}$.
Dus n moet met 1,75 worden vermenigvuldigd.

- 15 a** Neem in de formule $2v$ voor v .
Je krijgt $r = 0,016 \cdot (2v)^{1,75} = 0,016 \cdot 2^{1,75} \cdot v^{1,75} = 2^{1,75} \cdot 0,016v^{1,75} \approx 3,4 \cdot 0,016v^{1,75}$.
Dus de remweg is ongeveer 3,4 keer zo lang.
- b** Neem in de formule $2n$ voor n .
Je krijgt $M = 150\,000 \cdot (2n)^{-0,3} = 150\,000 \cdot 2^{-0,3} \cdot n^{-0,3} = 2^{-0,3} \cdot 150\,000n^{-0,3} \approx 0,812 \cdot 150\,000n^{-0,3}$.
Dus M neemt met ongeveer 18,8% af.

Bladzijde 103

- 16** $N = 4,4A^{0,3}$
 $4,4A^{0,3} = N$
 $A^{0,3} = \frac{1}{4,4}N$
 $A = (\frac{1}{4,4}N)^{\frac{1}{0,3}}$
Neem in deze formule $1,25N$ voor N .
Je krijgt $A = (\frac{1}{4,4} \cdot 1,25N)^{\frac{1}{0,3}} = 1,25^{\frac{1}{0,3}} \cdot (\frac{1}{4,4}N)^{\frac{1}{0,3}} \approx 2,1 \cdot (\frac{1}{4,4}N)^{\frac{1}{0,3}}$.
Dus eiland P is ongeveer 2,1 keer zo groot als eiland Q.

- 17 a** 2 meter = 20 dm, dus $l = 20$.
 $20 \cdot 4 = 80$ kg, dus $g = \frac{80}{2000} = 0,04$.
 $d = 0,0005 \cdot 0,04 \cdot 20^4 = 3,2$
De doorbuiging is 3,2 mm.
- b** $0,0005g \cdot 25^4 = 2,5$
 $195,3125g = 2,5$
 $g = 0,0128$
Het totale gewicht van de stenen is $0,0128 \cdot 2500 = 32$ kg.
- c** $g = 0,05$ geeft $d = 0,0005 \cdot 0,05 \cdot l^4 = 2,5 \cdot 10^{-5}l^4$
 $2,5 \cdot 10^{-5}l^4 = 2,2$
 $l^4 = 88\,000$
 $l = \sqrt[4]{88\,000} \approx 17,2$
De lengte is ongeveer 17,2 dm = 172 cm.
- d** Neem $1,2l$ voor l in de formule van vraag c.
Je krijgt $d = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot (1,2l)^4 = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 1,2^4 \cdot l^4 = 1,2^4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-5}l^4 \approx 2,07 \cdot 2,5 \cdot 10^{-5}l^4$.
Dus de doorbuiging neemt toe met ongeveer 107%.
- e** $d = 2,5 \cdot 10^{-5}l^4$
 $2,5 \cdot 10^{-5}l^4 = d$
 $l^4 = 40\,000d$
 $l = \sqrt[4]{40\,000d}$
 $l = \sqrt[4]{40\,000} \cdot \sqrt[4]{d}$
 $l \approx 14 \cdot \sqrt[4]{d}$
Dus $l = 14 \cdot \sqrt[4]{d}$.

- 18 a** Neem in de formule $1,2R$ voor R .
Je krijgt $G = a \cdot (1,2R)^3 = a \cdot 1,2^3 \cdot R^3 = 1,2^3 \cdot aR^3 = 1,728 \cdot aR^3$.
Dus het gewicht is 1,728 keer zo groot.
- b** $G = aR^3$
 $aR^3 = G$
 $R^3 = \frac{1}{a}G$
 $R = (\frac{1}{a}G)^{\frac{1}{3}}$
Neem in deze formule $2G$ voor G .
Je krijgt $R = (\frac{1}{a} \cdot 2G)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} \cdot (\frac{1}{a}G)^{\frac{1}{3}} \approx 1,26 \cdot (\frac{1}{a}G)^{\frac{1}{3}}$.
Dus de rompomvang is 1,26 keer zo groot.
- c** $G = aR^3$
 $R = 2,03$ en $G = 670$ $\left. \begin{array}{l} a \cdot 2,03^3 = 670 \\ a = \frac{670}{2,03^3} \approx 80,1 \end{array} \right\}$
- d** $80R^3 = 580$
 $R^3 = 7,25$
 $R = \sqrt[3]{7,25} \approx 1,94$
Dus de rompomvang is 1,94 meter.
(Met $G = 80,1R^3$ krijg je een rompomvang van 1,93 meter.)

Alternatieve uitwerking

$$80R^3 = 580$$

Voer in $y_1 = 80x^3$ en $y_2 = 580$.De optie snijpunt geeft $x \approx 1,94$.

Dus de rompomvang is 1,94 meter.

- e** $G = 80R^3$
 $R^3 = \frac{1}{80}G$
 $R = (\frac{1}{80}G)^{\frac{1}{3}} = (\frac{1}{80})^{\frac{1}{3}} \cdot G^{\frac{1}{3}} \approx 0,232 \cdot G^{\frac{1}{3}}$
Dus $R = 0,232G^{\frac{1}{3}}$.

Bladzijde 104

- 19 a** $L = \frac{a}{d^2}$
Neem in de formule $3d$ voor d .
Je krijgt $L = \frac{a}{(3d)^2} = \frac{a}{9d^2} = \frac{1}{9} \cdot \frac{a}{d^2}$.
Dus de geluidsstrekte wordt 9 keer zo klein.
- b** $L = \frac{a}{d^2}$
 $d^2 = \frac{a}{L}$
 $d = \sqrt{\frac{a}{L}}$
Neem in deze formule $\frac{1}{2}L$ voor L .
Je krijgt $d = \sqrt{\frac{a}{\frac{1}{2}L}} = \sqrt{\frac{2a}{L}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{a}{L}}$.
Dus d wordt $\sqrt{2} \cdot 3 = 4,24...$
Dus op een afstand van 4,2 meter.

Alternatieve uitwerking

$$\begin{array}{l}
 L_1 = \frac{a}{3^2} \text{ en } L_2 = \frac{a}{d^2} \\
 L_2 = \frac{1}{2}L_1
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\}
 \begin{array}{l}
 \frac{a}{d^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{3^2} \\
 \frac{a}{d^2} = \frac{a}{18} \\
 d^2 = 18 \\
 d = \sqrt{18} = 4,24...
 \end{array}$$

Dus op een afstand van 4,2 meter.

20 a $y = ax^{1,5}$
 $x = 9$ en $y = 162$ $\left\{ \begin{array}{l} a \cdot 9^{1,5} = 162 \\ a = \frac{162}{9^{1,5}} = 6 \end{array} \right.$

b $y = ax^{1,5}$
 $x = 16$ en $y = 384$ $\left\{ \begin{array}{l} a \cdot 16^{1,5} = 384 \\ a = \frac{384}{16^{1,5}} = 6 \end{array} \right.$

$y = ax^{1,5}$
 $x = 25$ en $y = 750$ $\left\{ \begin{array}{l} a \cdot 25^{1,5} = 750 \\ a = \frac{750}{25^{1,5}} = 6 \end{array} \right.$

c De bewering van Murat klopt, want elke keer is a hetzelfde.

Bladzijde 105

21 a Uit $A = al^2$ volgt $a = \frac{A}{l^2}$.

Bereken daarom steeds $\frac{A}{l^2}$.

$$\frac{19}{8^2} \approx 0,297$$

$$\frac{99}{18^2} \approx 0,306$$

$$\frac{635}{46^2} \approx 0,300$$

$$\frac{43}{12^2} \approx 0,299$$

$$\frac{305}{32^2} \approx 0,298$$

Telkens is $\frac{A}{l^2} \approx 0,30$.

Dus A is evenredig met l^2 en de formule is $A = 0,30l^2$.

b $2 \text{ cm}^2 = 200 \text{ mm}^2$

$$0,30l^2 = 200$$

$$l^2 = \frac{200}{0,3}$$

$$l = \sqrt{\frac{200}{0,3}} \approx 26$$

De lengte is ongeveer 26 mm.

22 a Uit $H = aG^{0,67}$ volgt $a = \frac{H}{G^{0,67}}$.

Bereken daarom steeds $\frac{H}{G^{0,67}}$.

$$\frac{19}{2^{0,67}} \approx 11,94$$

$$\frac{142}{40^{0,67}} \approx 11,99$$

$$\frac{490}{250^{0,67}} \approx 12,12$$

$$\frac{56}{10^{0,67}} \approx 11,97$$

$$\frac{380}{175^{0,67}} \approx 11,94$$

Telkens is $\frac{H}{G^{0,67}} \approx 12$.

Dus H is evenredig met $G^{0,67}$ en de formule is $H = 12G^{0,67}$.

b $G = 60$ geeft $H = 12 \cdot 60^{0,67} \approx 186$

De hersenmassa is ongeveer 186 gram.

23 a Uit $E = \frac{a}{G^{0,4}}$ volgt $a = E \cdot G^{0,4}$.

Bereken daarom steeds $E \cdot G^{0,4}$.

$$19,4 \cdot 300^{0,4} = 189,95...$$

$$5,22 \cdot 8000^{0,4} = 190,06...$$

$$13,1 \cdot 800^{0,4} = 189,89...$$

$$2,33 \cdot 60000^{0,4} = 189,93...$$

Telkens is $E \cdot G^{0,4} \approx 190$, dus E is omgekeerd evenredig met $G^{0,4}$ en de formule is $E = \frac{190}{G^{0,4}}$.

b Neem in de formule $10G$ voor G .

$$\text{Je krijgt } E = \frac{190}{(10G)^{0,4}} = \frac{190}{10^{0,4} \cdot G^{0,4}} = \frac{1}{10^{0,4}} \cdot \frac{190}{G^{0,4}} \approx 0,4 \cdot \frac{190}{G^{0,4}}$$

Dus een giraffe verbruikt ongeveer 0,4 keer zoveel energie per km als een kangoeroe.

$$c \quad E = \frac{190}{G^{0,4}}$$

$$G^{0,4} = \frac{190}{E}$$

$$G = \left(\frac{190}{E}\right)^{2,5}$$

Neem in deze formule $0,65E$ voor E .

$$\text{Je krijgt } G = \left(\frac{190}{0,65E}\right)^{2,5} = \frac{1}{0,65^{2,5}} \cdot \left(\frac{190}{E}\right)^{2,5} \approx 3 \cdot \left(\frac{190}{E}\right)^{2,5}.$$

Dus een nijlpaard is ongeveer 3 keer zo zwaar als een paard.

$$d \quad G = 4000 \text{ geeft } E = \frac{200}{4000^{0,4}} = 7,247...$$

Dus het konijn verbruikt 7,247... joule per gram per km, oftewel $7,247... \cdot 4000 : 2 \approx 15\,000$ joule per 500 meter.

$$e \quad G^* = 0,001G, \text{ oftewel } G = 1000G^*.$$

$$E^* = \frac{200}{(1000G^*)^{0,4}} = \frac{200}{1000^{0,4}} \cdot \frac{1}{(G^*)^{0,4}} \approx \frac{12,6}{(G^*)^{0,4}}$$

$$\text{Dus } E^* = \frac{12,6}{(G^*)^{0,4}}.$$

$$24 \quad a \quad xy = 15 \text{ geeft } y = \frac{15}{x}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot y = 1,2 \text{ geeft } y = \frac{1,2}{\left(\frac{1}{3}\right)^x}$$

$$b \quad \text{Voer in } y_1 = \frac{15}{x} \text{ en } y_2 = \frac{1,2}{\left(\frac{1}{3}\right)^x}.$$

De optie snijpunt geeft $x = 1,776...$ en $y = 8,445...$

Dus $x \approx 1,78$ en $y \approx 8,45$.

Bladzijde 106

$$25 \quad m = 3 \text{ en } F = 552 \text{ geeft } a \cdot 3^p = 552$$

$$m = 5 \text{ en } F = 1615 \text{ geeft } a \cdot 5^p = 1615$$

$$\text{Dit levert het stelsel vergelijkingen } \begin{cases} a \cdot 3^p = 552 \\ a \cdot 5^p = 1615 \end{cases}$$

$$\text{Je krijgt } a = \frac{552}{3^p} \text{ en } a = \frac{1615}{5^p}.$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{552}{3^x} \text{ en } y_2 = \frac{1615}{5^x}.$$

De optie snijpunt geeft $x = 2,101...$ en $y = 54,856...$

Dus $a \approx 55$ en $p \approx 2,1$.

$$26 \quad a \quad \left. \begin{array}{l} P = \frac{a}{Q^b} \\ P = 2,0 \text{ en } Q = 0,30 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{a}{0,30^b} = 2,0 \\ a = 2,0 \cdot 0,30^b \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{a}{Q^b} \\ P = 3,8 \text{ en } Q = 0,06 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{a}{0,06^b} = 3,8 \\ a = 3,8 \cdot 0,06^b \end{array}$$

Voer in $y_1 = 2,0 \cdot 0,30^x$ en $y_2 = 3,8 \cdot 0,06^x$.

De optie snijpunt geeft $x = 0,398...$ en $y = 1,237...$

$$\text{Dus } P = \frac{1,24}{Q^{0,40}}.$$

$$b \quad P = 7,4 \text{ geeft } \frac{1,24}{Q^{0,40}} = 7,4$$

$$\text{Voer in } y_3 = \frac{1,24}{x^{0,40}} \text{ en } y_4 = 7,4.$$

De optie snijpunt met y_3 en y_4 geeft $x = 0,011...$

Dus $Q \approx 0,01$.

c Neem $2Q$ voor Q in de formule $P = \frac{1,24}{Q^{0,40}}$.

$$\text{Je krijgt } P = \frac{1,24}{(2Q)^{0,40}} = \frac{1}{2^{0,40}} \cdot \frac{1,24}{Q^{0,40}} \approx 0,758 \cdot \frac{1,24}{Q^{0,40}}.$$

Dus P neemt ongeveer met 24,2% af.

$$\begin{aligned} 27 \quad & \left. \begin{aligned} W &= am^p \\ m &= 30 \text{ en } W = 90 \end{aligned} \right\} a \cdot 30^p &= 90 \\ & a = \frac{90}{30^p} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. \begin{aligned} W &= am^p \\ m &= 70 \text{ en } W = 190 \end{aligned} \right\} a \cdot 70^p &= 190 \\ & a = \frac{190}{70^p} \end{aligned}$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{90}{30^x} \text{ en } y_2 = \frac{190}{70^x}.$$

De optie snijpunt geeft $x = 0,881...$ en $y = 4,483...$

De formule is $W = 4,483...m^{0,881...}$.

1,2 liter per dag is $1200 : 24 = 50$ mL per uur.

Voer in $y_1 = 4,483...x^{0,881...}$ en $y_2 = 50$.

De optie snijpunt geeft $x = 15,40...$

Dus de massa van de gazelle is ongeveer 15,4 kg.

11.2 Standaardgrafieken en transformaties

Bladzijde 108

- 28 a $y = \frac{1}{2}x^2$
 $\downarrow$ translatie $(0, 3)$
 $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$
- b $y = \sqrt{x}$
 $\downarrow$ translatie $(3, 0)$
 $y = \sqrt{x - 3}$
- c $y = \frac{1}{x}$
 $\downarrow$ verm. x -as, 2
 $y = \frac{2}{x}$
- d $y = 2^x$
 $\downarrow$ verm. y -as, 3
 $y = 2^{\frac{1}{3}x}$

Bladzijde 110

- 29 a $y = 0,3x^4$
 $\downarrow$ translatie $(-5, 6)$
 $y = 0,3(x + 5)^4 + 6$
 $\downarrow$ verm. x -as, 3
 $y = 3(0,3(x + 5)^4 + 6)$
 oftewel $y = 0,9(x + 5)^4 + 18$
 De top is $(-5, 18)$.
- b $y = 0,3x^4$
 $\downarrow$ verm. x -as, 3
 $y = 3 \cdot 0,3x^4 = 0,9x^4$
 $\downarrow$ translatie $(-5, 6)$
 $y = 0,9(x + 5)^4 + 6$
 De top is $(-5, 6)$.

- 30 a** $g(x) = 0,01x^4$
 $\downarrow$ translatie $(8, -5)$
 $y = 0,01(x - 8)^4 - 5$
 $\downarrow$ verm. y -as, $\frac{1}{3}$
 $f(x) = 0,01(3x - 8)^4 - 5$
- b** De top van de grafiek van f is $(2\frac{2}{3}, -5)$.
 $(2\frac{2}{3}, -5)$
 $\downarrow$ translatie (a, b)
 $(4, 0)$
Dus $a = 1\frac{1}{3}$ en $b = 5$.

- 31 a** $y = \sqrt{x}$
 $\downarrow$ translatie $(-3, -1)$
 $y = \sqrt{x+3} - 1$
 $\downarrow$ verm. y -as, 2
 $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2}x + 3} - 1$
- b** $D_f = [-6, \rightarrow)$ en $B_f = [-1, \rightarrow)$
- c** $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2}x + 3} - 1$.
 $\downarrow$ translatie $(3, 5)$
 $g(x) = \sqrt{\frac{1}{2}(x - 3) + 3} - 1 + 5$ oftewel $g(x) = \sqrt{\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}} + 4$
- d** $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2}x + 3} - 1$
 $\downarrow$ translatie $(-1, -b)$
 $h(x) = \sqrt{\frac{1}{2}(x + 1) + 3} - 1 - b$ oftewel $h(x) = \sqrt{\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}} - b - 1$
 $h(1) = 0$ geeft $\sqrt{4 - b - 1} = 0$
 $2 - b - 1 = 0$
 $b = 1$

- 32 a** $y = \sqrt{x}$
 $\downarrow$ verm. x -as, 3
 $y = 3\sqrt{x}$
 $\downarrow$ translatie $(1, 2)$
 $y = 3\sqrt{x-1} + 2$
 $\downarrow$ verm. y -as, $\frac{1}{2}$
 $f(x) = 3\sqrt{2x-1} + 2$
- b** $D_f = [\frac{1}{2}, \rightarrow)$ en $B_f = [2, \rightarrow)$
- c** $f(x) = 3\sqrt{2x-1} + 2$
 $\downarrow$ translatie $(-b, -11)$
 $g(x) = 3\sqrt{2(x+b)-1} + 2 - 11$ oftewel $g(x) = 3\sqrt{2x+2b-1} - 9$
 $g(0) = 0$ geeft $3\sqrt{2b-1} - 9 = 0$
 $3\sqrt{2b-1} = 9$
 $\sqrt{2b-1} = 3$
 $2b-1 = 9$
 $2b = 10$
 $b = 5$

- 33 a** $y = \frac{1}{x}$
 $\downarrow$ verm. x -as, 2
 $y = \frac{2}{x}$
 $\downarrow$ translatie $(3, 4)$
 $f(x) = \frac{2}{x-3} + 4$

- b** verticale asymptoot $x = 3$
horizontale asymptoot $y = 4$

c $f(x) = \frac{2}{x-3} + 4$

↓ translatie $(-2, -4)$

$$y = \frac{2}{x+2-3} + 4 - 4 \text{ oftewel } y = \frac{2}{x-1}$$

↓ verm. x -as, 2

$$y = \frac{4}{x-1}$$

↓ verm. y -as, $\frac{1}{2}$

$$g(x) = \frac{4}{2x-1}$$

Alternatieve uitwerking

$$f(x) = \frac{2}{x-3} + 4 = \frac{4}{2x-6} + 4$$

↓ translatie $(-2\frac{1}{2}, -4)$

$$g(x) = \frac{4}{2(x+2\frac{1}{2})-6} \text{ oftewel } g(x) = \frac{4}{2x-1}$$

Bladzijde 111

34 a $f(x) = \frac{1}{2x}$

↓ verm. x -as, 6

$$y = 6 \cdot \frac{1}{2x} = \frac{3}{x}$$

↓ translatie $(5, 2)$

$$g(x) = \frac{3}{x-5} + 2$$

- b** De asymptoten zijn $x = 2$ en $y = 4$, dus $h(x) = \frac{a}{x-2} + 4$
door $A(3, 9)$ $\left. \begin{array}{l} \frac{a}{3-2} + 4 = 9 \\ a = 5 \end{array} \right\}$

$$\text{Dus } h(x) = \frac{5}{x-2} + 4.$$

$$f(x) = \frac{1}{2x}$$

↓ verm. x -as, 10

$$y = 10 \cdot \frac{1}{2x} = \frac{5}{x}$$

↓ translatie $(2, 4)$

$$h(x) = \frac{5}{x-2} + 4$$

35 a $y = 3^x$

↓ verm. x -as, 4

$$y = 4 \cdot 3^x$$

↓ translatie $(1, -6)$

$$f(x) = 4 \cdot 3^{x-1} - 6$$

- b** horizontale asymptoot $y = -6$
 $B_f = \langle -6, \rightarrow \rangle$

c $f(x) = 4 \cdot 3^{x-1} - 6$
 $\downarrow$ translatie $(-3, 0)$
 $y = 4 \cdot 3^{x+2} - 6$
 $\downarrow$ verm. x-as, $\frac{1}{3}$
 $g(x) = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3^{x+2} - 2$
 $g(x) = 3^{-1} \cdot 4 \cdot 3^{x+2} - 2$
 $g(x) = 4 \cdot 3^{x+1} - 2$
 $g(x) = 4(3^{x+1} - \frac{1}{2})$

36 a $y = \frac{1}{2}\log(x)$
 $\downarrow$ translatie $(-3, -2)$
 $f(x) = \frac{1}{2}\log(x+3) - 2$
b verticale asymptoot $x = -3$
 $D_f = \langle -3, \rightarrow \rangle$

c $f(x) = \frac{1}{2}\log(x+3) - 2$
 $\downarrow$ translatie $(0, a)$
 $y = \frac{1}{2}\log(x+3) - 2 + a$
 $\downarrow$ verm. y-as, b
 $g(x) = \frac{1}{2}\log\left(\frac{x}{b} + 3\right) + a - 2$

$x = 3$ is asymptoot geeft $\frac{3}{b} + 3 = 0$

$$\frac{3}{b} = -3$$

$$b = -1$$

$g(x) = \frac{1}{2}\log(-x+3) + a - 2$
door $A(2\frac{3}{4}, -2)$ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}\log(-2\frac{3}{4}+3) + a - 2 = -2 \\ \frac{1}{2}\log(\frac{1}{4}) + a = 0 \\ 2 + a = 0 \\ a = -2 \end{array} \right.$

d $h(x) = \frac{1}{2}\log(x+3) - 2$
 $\downarrow$ translatie $(c, 0)$
 $y = \frac{1}{2}\log(x-c+3) - 2$
 $\downarrow$ verm. y-as, d
 $y = \frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{d}x - c + 3\right) - 2 = \frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{d}x - c + 3\right) + \frac{1}{2}\log(4) = \frac{1}{2}\log\left(\frac{4}{d}x - 4c + 12\right)$

Dit moet zijn $f(x) = \frac{1}{2}\log(x)$, dus $-4c + 12 = 0$ en $\frac{4}{d} = 1$

$$-4c = -12 \text{ en } d = 4$$

$$c = 3 \text{ en } d = 4$$

Alternatieve uitwerking

Door achterstevoren te werken, krijg je

$$h(x) = \frac{1}{2}\log(x)$$

$$\downarrow \text{verm. y-as, } \frac{1}{d}$$

$$y = \frac{1}{2}\log(dx)$$

$$\downarrow \text{translatie } (-c, 0)$$

$$y = \frac{1}{2}\log(d(x+c)) = \frac{1}{2}\log(x+c) + \frac{1}{2}\log(d)$$

Dit moet zijn $f(x) = \frac{1}{2}\log(x+3) - 2$, dus $c = 3$ en $\frac{1}{2}\log(d) = -2$
 $c = 3$ en $d = 4$

37 $f(x) = 1 + 3 \sin(2x - \frac{1}{2}\pi) = 1 + 3 \sin(2(x - \frac{1}{4}\pi))$

Voor de grafiek van f geldt:

evenwichtsstand 1

amplitude 3

periode $\frac{2\pi}{2} = \pi$

beginpunt $(\frac{1}{4}\pi, 1)$

Dus voor de grafiek van g geldt:

evenwichtsstand $1 + 2 = 3$

amplitude $\frac{1}{2} \cdot 3 = 1\frac{1}{2}$

periode $\frac{1}{3}\pi$

beginpunt $(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{6}\pi, 1 + 2) = (\frac{5}{12}\pi, 3)$

Dit geeft $g(x) = 3 + 1\frac{1}{2}\sin(6(x - \frac{5}{12}\pi))$ oftewel $g(x) = 3 + 1\frac{1}{2}\sin(6x - 2\frac{1}{2}\pi)$.

Bladzijde 112

38 a $s(x) = f(x) + g(x) = x^2 - 4x + 2x - 1 = x^2 - 2x - 1$

$x_{\text{top}} = -\frac{-2}{2} = 1$ en $y_{\text{top}} = s(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 1 = -2$

De top is $(1, -2)$.

b $v(x) = f(x) - g(x) = x^2 - 4x - (2x - 1) = x^2 - 4x - 2x + 1 = x^2 - 6x + 1$

$x_{\text{top}} = -\frac{-6}{2} = 3$ en $y_{\text{top}} = v(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 1 = -8$

De top is $(3, -8)$.

c $k(x) = f(g(x)) = (2x - 1)^2 - 4(2x - 1) = 4x^2 - 4x + 1 - 8x + 4 = 4x^2 - 12x + 5$

$x_{\text{top}} = -\frac{-12}{8} = 1\frac{1}{2}$ en $y_{\text{top}} = k(1\frac{1}{2}) = 4 \cdot (1\frac{1}{2})^2 - 12 \cdot 1\frac{1}{2} + 5 = 9 - 18 + 5 = -4$

De top is $(1\frac{1}{2}, -4)$.

Bladzijde 113

39 a $n(x) = f(x) + 6 \cdot g(x) = 2^{x+3} + 6 \cdot 2^{x-1} = 8 \cdot 2^x + 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2^x = 11 \cdot 2^x$

b $p(x) = f(x) - 12 \cdot g(x) = 2^{x+3} - 12 \cdot 2^{x-1} = 8 \cdot 2^x - 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2^x = 2 \cdot 2^x = 2^{x+1}$

c $l(x) = g(h(x)) = 2^{2\log(x)-1} = 2^{2\log(x)} \cdot 2^{-1} = \frac{1}{2}x$ met $x > 0$

40 a $s(x) = f(x) + g(x) = \frac{2x-3}{x+1} + \frac{a}{x} \left\{ \begin{array}{l} \frac{2-3}{1+1} + \frac{a}{1} = 1\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} + a = 1\frac{1}{2} \\ a = 2 \end{array} \right.$

door $(1, 1\frac{1}{2})$

b $v(x) = f(x) - g(x) = \frac{2x-3}{x+1} - \frac{a}{x} = \frac{x(2x-3) - a(x+1)}{x(x+1)} = \frac{2x^2 - 3x - ax - a}{x^2 + x} = \frac{2x^2 - (a+3)x - a}{x^2 + x}$

$v(x) = \frac{2x^2+3}{x^2+x}$ geeft $a+3=0$ en $-a=3$, dus $a=-3$.

c $k(x) = f(g(x)) = \frac{2 \cdot \frac{a}{x} - 3}{\frac{a}{x} + 1} = \frac{2a - 3x}{a + x} \left\{ \begin{array}{l} \frac{2a-12}{a+4} = -2 \\ 2a-12 = -2a-8 \\ 4a = 4 \\ a = 1 \end{array} \right.$

door $(4, -2)$

41 a $s(x) = f(x) + g(x) = {}^3\log(6x) + {}^3\log(4,5x) = {}^3\log(6x \cdot 4,5x) = {}^3\log(27x^2)$
 $= {}^3\log(27) + {}^3\log(x^2) = 3 + 2 \cdot {}^3\log(x)$

Dus $a = 3$ en $b = 2$.

b $v(x) = f(x) - g(x) = {}^3\log(6x) - {}^3\log(4,5x) = {}^3\log\left(\frac{6x}{4,5x}\right) = {}^3\log\left(\frac{4}{3}\right) = {}^3\log(4) - {}^3\log(3)$
 $= {}^3\log(4) - 1 = -1 + {}^3\log(4)$

Dus $c = -1$ en $d = 4$.

c $k(x) = f(h(x)) = {}^3\log(6(3^{x+1})) = {}^3\log(6 \cdot 3^{x+1}) = {}^3\log(6 \cdot 3^x \cdot 3) = {}^3\log(3^x \cdot 18) = {}^3\log(3^x) + {}^3\log(18) = x + {}^3\log(18)$
Dus $p = {}^3\log(18) \approx 2,63$.

11.3 Tweede- en derdegraadsfuncties

Bladzijde 115

42 a $y = x^2$

↓ translatie (3, 4)

$$f(x) = (x - 3)^2 + 4$$

Dus top (3, 4) is nu af te lezen.

b $f(x) = (x - 3)^2 + 4 = x^2 - 6x + 9 + 4 = x^2 - 6x + 13$
 $f(0) = 13$, dus de coördinaten van het snijpunt met de y -as (0, 13) zijn direct af te lezen.

c $g(x) = 0$ geeft $2(x - 1)(x - 3) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = 1 \vee x = 3$

Omdat het functievoorschrift ontbonden is in factoren, zijn de coördinaten van de snijpunten met de x -as direct af te lezen.

d $x_{\text{top}} = \frac{1+3}{2} = 2$ en $y_{\text{top}} = 2(2-1)(2-3) = -2$

Dus de top is (2, -2).

Bladzijde 116

43 In het voorbeeld is de vorm $y = a(x - d)(x - e)$ gekozen omdat de snijpunten met de x -as bekend zijn.

Bladzijde 117

- 44 a** 1 Stel een formule van p op.
 2 Bereken de richtingscoëfficiënt van k .
 3 Stel de formule van l op en geef de coördinaten van S .

b p door $A(1, 0)$ en $B(7, 0)$, dus $p: y = a(x - 1)(x - 7)$.

$$\left. \begin{array}{l} y = a(x - 1)(x - 7) \\ \text{door } C(10, -18) \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \cdot 9 \cdot 3 = -18 \\ a = -\frac{2}{3} \end{array}$$

Dus $p: y = -\frac{2}{3}(x - 1)(x - 7)$.

$x_{\text{top}} = \frac{1+7}{2} = 4$ en $y_{\text{top}} = -\frac{2}{3} \cdot 3 \cdot -3 = 6$, dus $T(4, 6)$.

$$\left. \begin{array}{l} \text{rc}_k = \frac{0-6}{7-4} = -2, \text{ dus } \text{rc}_l = \frac{1}{2}, \text{ dus } l: y = \frac{1}{2}x + b \\ l \text{ door } T(4, 6) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot 4 + b = 6 \\ 2 + b = 6 \\ b = 4 \end{array}$$

Dus $l: y = \frac{1}{2}x + 4$ en $S(0, 4)$.

- 45** De top van p is $T(3, 1\frac{4}{5})$, dus $p: y = a(x-3)^2 + 1\frac{4}{5}$.

$$\left. \begin{array}{l} y = a(x-3)^2 + 1\frac{4}{5} \\ \text{door } A(2, 2) \end{array} \right\} a(2-3)^2 + 1\frac{4}{5} = 2$$

$$a = \frac{1}{5}$$

$$\text{Dus } p: y = \frac{1}{5}(x-3)^2 + 1\frac{4}{5} = \frac{1}{5}(x^2 - 6x + 9) + 1\frac{4}{5} = \frac{1}{5}x^2 - 1\frac{1}{5}x + 3\frac{3}{5}.$$

$$\text{Dit geeft } y' = \frac{2}{5}x - 1\frac{1}{5}.$$

$$\text{rc}_k = y'(2) = \frac{4}{5} - 1\frac{1}{5} = -\frac{2}{5}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{2}{5}x + b \\ \text{door } A(2, 2) \end{array} \right\} -\frac{2}{5} \cdot 2 + b = 2$$

$$b = 2\frac{4}{5}$$

$$\text{Dus } k: y = -\frac{2}{5}x + 2\frac{4}{5}.$$

$$x = 0 \text{ geeft } y = 2\frac{4}{5}$$

$$y = 0 \text{ geeft } -\frac{2}{5}x + 2\frac{4}{5} = 0$$

$$-\frac{2}{5}x = -2\frac{4}{5}$$

$$x = 7$$

$$O(\triangle OBC) = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 2\frac{4}{5} = 9\frac{4}{5}$$

- 46** De top van p is $T(2, 10)$, dus $p: y = a(x-2)^2 + 10$.

$$\left. \begin{array}{l} y = a(x-2)^2 + 10 \\ \text{door } A(-3, 0) \end{array} \right\} a(-3-2)^2 + 10 = 0$$

$$25a = -10$$

$$a = -\frac{2}{5}$$

$$\text{Dus } p: y = -\frac{2}{5}(x-2)^2 + 10.$$

$$\text{Dit geeft } y' = -\frac{4}{5}(x-2).$$

$$\text{rc}_l = \text{rc}_k = \frac{10-0}{2-(-3)} = 2$$

$$y' = 2 \text{ geeft } -\frac{4}{5}(x-2) = 2$$

$$x-2 = -2\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ geeft } y = -\frac{2}{5}(-\frac{1}{2}-2)^2 + 10 = -\frac{2}{5} \cdot \frac{25}{4} + 10 = 7\frac{1}{2}$$

$$\text{Dus } B(-\frac{1}{2}, 7\frac{1}{2}).$$

- 47 a** $f(x) = \frac{1}{4}x^3$

↓ translatie (1, 0)

$$y = \frac{1}{4}(x-1)^3$$

↓ verm. y-as, 3

$$y = \frac{1}{4}(\frac{1}{3}x-1)^3$$

↓ verm. x-as, 8

$$g(x) = 2(\frac{1}{3}x-1)^3$$

- b** $f(x) = \frac{1}{4}x^3$ geeft $f'(x) = \frac{3}{4}x^2$

Stel $k: y = ax + b$ met $a = f'(2) = 3$.

$$\left. \begin{array}{l} k: y = 3x + b \\ \text{door } A(2, 2) \end{array} \right\} 3 \cdot 2 + b = 2$$

$$b = -4$$

$$\text{Dus } k: y = 3x - 4.$$

- c** $g(x) = 2(\frac{1}{3}x-1)^3$ geeft $g'(x) = 6(\frac{1}{3}x-1)^2 \cdot \frac{1}{3} = 2(\frac{1}{3}x-1)^2$

Stel $l: y = ax + b$ met $a = g'(6) = 2(2-1)^2 = 2$

$$\left. \begin{array}{l} l: y = 2x + b \\ \text{door } B(6, 2) \end{array} \right\} 2 \cdot 6 + b = 2$$

$$b = -10$$

$$\text{Dus } l: y = 2x - 10.$$

Bladzijde 119

- 48 a** 1 Bereken de coördinaten van B .
 2 Bereken met behulp van de afgeleide van f de richtingscoëfficiënt van k .
 3 Stel een vergelijking op van l .
 4 Bereken de x -coördinaten van D en E door l te snijden met de grafiek van f .

b $\frac{1}{2}(x^2 - 1)(x - 5) = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$
 $2(x^2 - 1)(x - 5) = x - 1$
 $2(x - 1)(x + 1)(x - 5) = x - 1$
 $x - 1 = 0 \vee 2(x + 1)(x - 5) = 1$
 $x = 1 \vee 2(x^2 - 4x - 5) = 1$
 $x = 1 \vee 2x^2 - 8x - 10 = 1$
 $x = 1 \vee 2x^2 - 8x - 11 = 0$
 $D = (-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot -11 = 152$

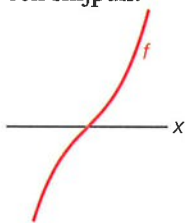
$$x = 1 \vee x = \frac{8 + \sqrt{152}}{4} \vee x = \frac{8 - \sqrt{152}}{4}$$

$$x = 1 \vee x = \frac{8 + 2\sqrt{38}}{4} \vee x = \frac{8 - 2\sqrt{38}}{4}$$

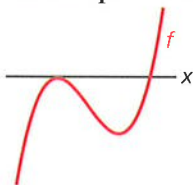
$$x = 1 \vee x = \frac{4 + \sqrt{38}}{2} \vee x = \frac{4 - \sqrt{38}}{2}$$

Bladzijde 120

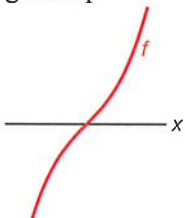
- 49 a** $A \cdot B = A \cdot C$ geeft $A = 0 \vee B = C$
 Met $C = 1$ krijg je $A \cdot B = A$ geeft $A = 0 \vee B = 1$.
b één snijpunt



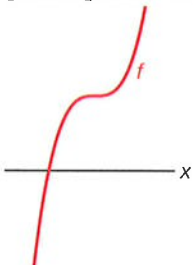
één raakpunt en één snijpunt



- c** geen top



geen top maar wel een punt met horizontale raaklijn



50 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$ geeft $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$$f'(x) = 0 \text{ geeft } 3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$

$$x = 1 \vee x = 3$$

$f(1) = 6$ en $f(3) = 2$, dus toppen $(1, 6)$ en $(3, 2)$.

Stel $k: y = ax + b$ met $a = \frac{2-6}{3-1} = -2$.

$$\left. \begin{array}{l} k: y = -2x + b \\ \text{door } (1, 6) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -2 \cdot 1 + b = 6 \\ b = 8 \end{array}$$

Dus $k: y = -2x + 8$.

$x = 2$ geeft $y = -2 \cdot 2 + 8 = 4$, dus $A(2, 4)$ op k .

$f(2) = 8 - 24 + 18 + 2 = 4$, dus $A(2, 4)$ op de grafiek van f .

Dus k snijdt de grafiek van f in $A(2, 4)$.

51 $f(x) = 0$ geeft $2x^3 - 11x^2 + 12x = 0$

$$x(2x^2 - 11x + 12) = 0$$

$$x = 0 \vee 2x^2 - 11x + 12 = 0$$

$$D = (-11)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 12 = 25$$

$$x = 0 \vee x = \frac{11 \pm 5}{4} = 4 \vee x = \frac{11 - 5}{4} = 1\frac{1}{2}$$

$$x_C = \frac{4 + 1\frac{1}{2}}{2} = 2\frac{3}{4}$$

$f(x) = 2x^3 - 11x^2 + 12x$ geeft $f'(x) = 6x^2 - 22x + 12$

$f'(x) = 0$ geeft $6x^2 - 22x + 12 = 0$

$$3x^2 - 11x + 6 = 0$$

$$D = (-11)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 6 = 49$$

$$x = \frac{11 \pm 7}{6} = 3 \vee x = \frac{11 - 7}{6} = \frac{2}{3}$$

$$x_D = 3$$

$$x_D - x_C = 3 - 2\frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

52 $f(x) = 0$ geeft $(\frac{1}{4}x - 1)^3 + 8 = 0$

$$(\frac{1}{4}x - 1)^3 = -8$$

$$\frac{1}{4}x - 1 = -2$$

$$\frac{1}{4}x = -1$$

$$x = -4$$

Dus $A(-4, 0)$.

$f(x) = (\frac{1}{4}x - 1)^3 + 8$ geeft $f'(x) = 3(\frac{1}{4}x - 1)^2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}(\frac{1}{4}x - 1)^2$

Stel $k: y = ax + b$ met $a = f'(-4) = \frac{3}{4}(-1 - 1)^2 = 3$.

$$\left. \begin{array}{l} k: y = 3x + b \\ \text{door } A(-4, 0) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \cdot -4 + b = 0 \\ b = 12 \end{array}$$

Dus $k: y = 3x + 12$.

Lijn l door O loodrecht op k heeft vergelijking $l: y = -\frac{1}{3}x$.

Het snijpunt van k en l is S .

$$3x + 12 = -\frac{1}{3}x$$

$$3\frac{1}{3}x = -12$$

$$\left. \begin{array}{l} x = -3\frac{3}{5} \\ y = -\frac{1}{3}x \end{array} \right\} y = 1\frac{1}{5}$$

Dus $S(-3\frac{3}{5}, 1\frac{1}{5})$.

$$d(O, k) = d(O, S) = \sqrt{(-3\frac{3}{5})^2 + (1\frac{1}{5})^2} = \sqrt{14\frac{2}{5}}$$

Bladzijde 121

- 53 a** $y = x^3$
 $\downarrow$ translatie $(1, 0)$
 $y = (x - 1)^3$
 $\downarrow$ verm. x -as, 4
 $y = 4(x - 1)^3$
 $\downarrow$ verm. y -as, 3
 $f(x) = 4(\frac{1}{3}x - 1)^3$
- b** $f(0) = 4(0 - 1)^3 = -4$, dus $A(0, -4)$.
 $f(x) = 4(\frac{1}{3}x - 1)^3$ geeft $f'(x) = 12(\frac{1}{3}x - 1)^2 \cdot \frac{1}{3} = 4(\frac{1}{3}x - 1)^2$
 $f'(0) = 4(0 - 1)^2 = 4$, dus $k: y = 4x - 4$.
 $y = 0$ geeft $4x - 4 = 0$
 $4x = 4$
 $x = 1$

Dus $B(1, 0)$.

- c** l snijden met de grafiek van f geeft $4(\frac{1}{3}x - 1)^3 = x - 3$
 $4(\frac{1}{3}x - 1)^3 = 3(\frac{1}{3}x - 1)$
 $\frac{1}{3}x - 1 = 0 \vee 4(\frac{1}{3}x - 1)^2 = 3$
 $\frac{1}{3}x = 1 \vee (\frac{1}{3}x - 1)^2 = \frac{3}{4}$
 $x = 3 \vee \frac{1}{3}x - 1 = \sqrt{\frac{3}{4}} \vee \frac{1}{3}x - 1 = -\sqrt{\frac{3}{4}}$
 $x = 3 \vee \frac{1}{3}x = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{3} \vee \frac{1}{3}x = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}$
 $x = 3 \vee x = 3 + 1\frac{1}{2}\sqrt{3} \vee x = 3 - 1\frac{1}{2}\sqrt{3}$

Dus $x_C = 3 - 1\frac{1}{2}\sqrt{3}$ en $x_E = 3 + 1\frac{1}{2}\sqrt{3}$.

$$x_E - x_C = 3 + 1\frac{1}{2}\sqrt{3} - (3 - 1\frac{1}{2}\sqrt{3}) = 3\sqrt{3}$$

- 54 a** $x^3 + px^2 + 9x = 0$
 $x(x^2 + px + 9) = 0$
 $x = 0 \vee x^2 + px + 9 = 0$
Van $x^2 + px + 9 = 0$ is $D = p^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = p^2 - 36$.
één oplossing als $D < 0$
 $p^2 - 36 < 0$
 $p^2 < 36$
 $-6 < p < 6$
- b** twee oplossingen als $D = 0$
 $p = 6 \vee p = -6$
- c** drie oplossingen als $D > 0$
 $p < -6 \vee p > 6$

11.4 Wortelfuncties**Bladzijde 123**

- 55 a** $4x - 5 = 0$
 $4x = 5$
 $x = 1\frac{1}{4}$
 $f(1\frac{1}{4}) = -3 + 2 \cdot 0 = -3$, dus $A(1\frac{1}{4}, -3)$.
- b** $D_f = [1\frac{1}{4}, \rightarrow)$ en $B_f = [-3, \rightarrow)$

Bladzijde 124

- 56 a** $D_f = \langle \leftarrow, 1\frac{1}{2} \rangle$ en $B_f = \langle \leftarrow, 3 \rangle$
- b** $f(x) = 0$ geeft $3 - \frac{1}{2}\sqrt{6-4x} = 0$
 $-\frac{1}{2}\sqrt{6-4x} = -3$
 $\sqrt{6-4x} = 6$
 $6-4x = 36$
 $-4x = 30$
 $x = -7\frac{1}{2}$
 $f(x) > 0$ geeft $-7\frac{1}{2} < x \leq 1\frac{1}{2}$
- c** $f(-2\frac{1}{2}) = 3 - \frac{1}{2}\sqrt{6-4 \cdot -2\frac{1}{2}} = 3 - \frac{1}{2}\sqrt{16} = 3 - 2 = 1$
 $x \geq -2\frac{1}{2}$ geeft $1 \leq f(x) \leq 3$

- 57 a** $y = 4 - 2\sqrt{3x-6}$
 $2\sqrt{3x-6} = 4 - y$
Omdat $2\sqrt{3x-6} \geq 0$, is $4 - y \geq 0$.
- b** $x = -y^2 + 6y - 7\frac{1}{2}$ is afgeleid uit $\frac{1}{2}\sqrt{6-4x} = 3 - y$.
Omdat $\frac{1}{2}\sqrt{6-4x} \geq 0$, is $3 - y \geq 0$.
Dus $y \leq 3$.

Bladzijde 125

- 58 a** $10 - 4x = 0$ geeft $-4x = -10$, dus $x = 2\frac{1}{2}$.
Het randpunt is $(2\frac{1}{2}, 3)$.
- b** $f(x) = -5$ geeft $3 - 2\sqrt{10-4x} = -5$
 $-2\sqrt{10-4x} = -8$
 $\sqrt{10-4x} = 4$
 $10-4x = 16$
 $-4x = 6$
 $x = -1\frac{1}{2}$
 $f(x) > -5$ geeft $-1\frac{1}{2} < x \leq 2\frac{1}{2}$
- c** $f(-6\frac{1}{2}) = 3 - 2\sqrt{10-4 \cdot -6\frac{1}{2}} = 3 - 2\sqrt{36} = 3 - 12 = -9$
 $x \geq -6\frac{1}{2}$ geeft $-9 \leq f(x) \leq 3$
- d** $f(x) = 3 - 2\sqrt{10-4x} = 3 - 2(10-4x)^{\frac{1}{2}}$ geeft $f'(x) = -(10-4x)^{-\frac{1}{2}} \cdot -4 = \frac{4}{(10-4x)^{\frac{1}{2}}} = \frac{4}{\sqrt{10-4x}}$
Stel $k: y = ax + b$ met $a = f'(1\frac{1}{2}) = \frac{4}{\sqrt{10-6}} = \frac{4}{\sqrt{4}} = 2$.
 $y = 2x + b$
 $f(1\frac{1}{2}) = -1$, dus $A(1\frac{1}{2}, -1)$ } $2 \cdot 1\frac{1}{2} + b = -1$
 $b = -4$
Dus $k: y = 2x - 4$.
- e** $y = 3 - 2\sqrt{10-4x}$
 $2\sqrt{10-4x} = 3 - y$
kwadrateren geeft
 $4(10-4x) = 9 - 6y + y^2$
 $40 - 16x = 9 - 6y + y^2$
 $-16x = -31 - 6y + y^2$
 $x = -\frac{1}{16}y^2 + \frac{3}{8}y + 1\frac{15}{16}$

59 a $f(x) = 3$ geeft $\sqrt{3x-8} = 3$
 $3x-8=9$
 $3x=17$
 $x=5\frac{2}{3}$

Dus $A(5\frac{2}{3}, 3)$.

$$f(x) = \sqrt{3x-8} = (3x-8)^{\frac{1}{2}} \text{ geeft } f'(x) = \frac{1}{2}(3x-8)^{-\frac{1}{2}} \cdot 3 = \frac{3}{2(3x-8)^{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{2\sqrt{3x-8}}$$

Stel $k: y = ax + b$ met $a = f'(5\frac{2}{3}) = \frac{3}{2\sqrt{3 \cdot 5\frac{2}{3} - 8}} = \frac{3}{2\sqrt{9}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{2}x + b \\ \text{door } A(5\frac{2}{3}, 3) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot 5\frac{2}{3} + b = 3 \\ 2\frac{5}{6} + b = 3 \\ b = \frac{1}{6} \end{array}$$

Dus $k: y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}$.

b $rc_l = 1\frac{1}{2}$ geeft $f'(x) = 1\frac{1}{2}$
 $\frac{3}{2\sqrt{3x-8}} = \frac{3}{2}$
 $2\sqrt{3x-8} = 2$
 $\sqrt{3x-8} = 1$
 $3x-8 = 1$
 $3x = 9$
 $x = 3$

$f(3) = 1$, dus $B(3, 1)$.

60 a $f(x) = a + b\sqrt{2x+c}$ geeft randpunt $(-\frac{1}{2}c, a)$

Dus $a = 2$ en $-\frac{1}{2}c = 2\frac{1}{2}$ oftewel $c = -5$.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 2 + b\sqrt{2x-5} \\ \text{door } B(3, -1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 + b\sqrt{6-5} = -1 \\ b = -3 \end{array}$$

b $f(x) = 3 - 1\frac{1}{2}\sqrt{2x+3}$
 $f(x) = 0$ geeft $3 - 1\frac{1}{2}\sqrt{2x+3} = 0$
 $1\frac{1}{2}\sqrt{2x+3} = 3$
 $\sqrt{2x+3} = 2$
 $2x+3 = 4$
 $2x = 1$
 $x = \frac{1}{2}$

Dus het snijpunt met de x -as is $(\frac{1}{2}, 0)$.

$$f(x) = 3 - 1\frac{1}{2}\sqrt{2x+3} = 3 - 1\frac{1}{2}(2x+3)^{\frac{1}{2}} \text{ geeft } f'(x) = -\frac{3}{4} \cdot (2x+3)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2 = -\frac{3}{2(2x+3)^{\frac{1}{2}}} = -\frac{3}{2\sqrt{2x+3}}$$

Stel $k: y = ax + b$ met $a = f'(\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2\sqrt{1+3}} = -\frac{3}{4}$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{3}{4}x + b \\ \text{door } (\frac{1}{2}, 0) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + b = 0 \\ b = \frac{3}{8} \end{array}$$

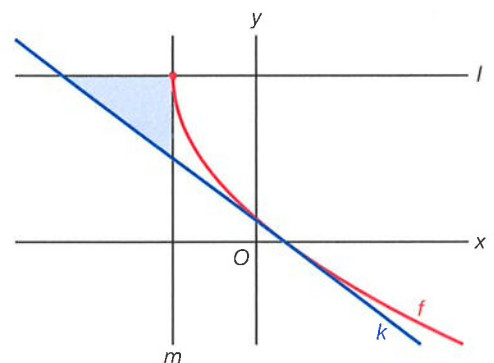
Dus $k: y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{8}$.

Het randpunt is $(-1\frac{1}{2}, 3)$.

k en $l: y = 3$ snijden geeft $-\frac{3}{4}x + \frac{3}{8} = 3$
 $-6x + 3 = 24$
 $-6x = 21$
 $x = -3\frac{1}{2}$

k en $m: x = -1\frac{1}{2}$ snijden geeft $y = -\frac{3}{4} \cdot -1\frac{1}{2} + \frac{3}{8} = 1\frac{1}{2}$.

De oppervlakte is $\frac{1}{2} \cdot (-1\frac{1}{2} - -3\frac{1}{2})(3 - 1\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$.



61 a $4x + 6 \geq 0$

$$4x \geq -6$$

$$x \geq -1\frac{1}{2}$$

$$\text{Dus } D_f = [-1\frac{1}{2}, \rightarrow).$$

$$\text{Het randpunt is } (-1\frac{1}{2}, 6) \text{ en } B_f = \langle \leftarrow, 6 \rangle.$$

b $f(x) = 0$ geeft $6 - 1\frac{1}{2}\sqrt{4x+6} = 0$

$$-1\frac{1}{2}\sqrt{4x+6} = -6$$

$$\sqrt{4x+6} = 4$$

$$4x + 6 = 16$$

$$4x = 10$$

$$x = 2\frac{1}{2}$$

$$f(x) > 0 \text{ geeft } -1\frac{1}{2} \leq x < 2\frac{1}{2}$$

c $f(7\frac{1}{2}) = 6 - 1\frac{1}{2}\sqrt{4 \cdot 7\frac{1}{2} + 6} = 6 - 1\frac{1}{2}\sqrt{36} = 6 - 1\frac{1}{2} \cdot 6 = 6 - 9 = -3$

$$x \leq 7\frac{1}{2} \text{ geeft } -3 \leq f(x) \leq 6$$

d $y = 6 - 1\frac{1}{2}\sqrt{4x+6}$

$$1\frac{1}{2}\sqrt{4x+6} = 6 - y$$

$$\sqrt{4x+6} = 4 - \frac{2}{3}y$$

kwadrateren geeft

$$4x + 6 = 16 - 5\frac{1}{3}y + \frac{4}{9}y^2$$

$$4x = 10 - 5\frac{1}{3}y + \frac{4}{9}y^2$$

$$x = \frac{1}{9}y^2 - 1\frac{1}{3}y + 2\frac{1}{2}$$

e $f(x) = 6 - 1\frac{1}{2}\sqrt{4x+6} = 6 - 1\frac{1}{2}(4x+6)^{\frac{1}{2}}$ geeft $f'(x) = -\frac{3}{4}(4x+6)^{-\frac{1}{2}} \cdot 4 = -\frac{3}{(4x+6)^{\frac{1}{2}}} = -\frac{3}{\sqrt{4x+6}}$

$$\text{Stel } k: y = ax + b \text{ met } a = f'(-\frac{1}{2}) = -\frac{3}{\sqrt{-2+6}} = -\frac{3}{\sqrt{4}} = -\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}.$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -1\frac{1}{2}x + b \\ f(-\frac{1}{2}) = 3, \text{ dus } A(-\frac{1}{2}, 3) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -1\frac{1}{2} \cdot -\frac{1}{2} + b = 3 \\ \frac{3}{4} + b = 3 \\ b = 2\frac{1}{4} \end{array}$$

$$\text{Dus } k: y = -1\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{4}.$$

f $rc_l = -1\frac{1}{5}$ geeft $f'(x) = -1\frac{1}{5}$

$$-\frac{3}{\sqrt{4x+6}} = -1\frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{\sqrt{4x+6}} = \frac{6}{5}$$

$$6\sqrt{4x+6} = 15$$

$$\sqrt{4x+6} = 2\frac{1}{2}$$

$$4x + 6 = 6\frac{1}{4}$$

$$4x = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1}{16}$$

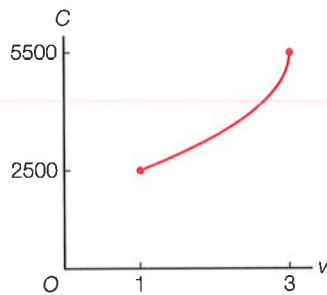
$$f(\frac{1}{16}) = 6 - 1\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4} + 6} = 6 - 1\frac{1}{2}\sqrt{6\frac{1}{4}} = 6 - 1\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2} = 2\frac{1}{4}, \text{ dus raakpunt } (\frac{1}{16}, 2\frac{1}{4}).$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -1\frac{1}{5}x + b \\ \text{door } (\frac{1}{16}, 2\frac{1}{4}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -1\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{16} + b = 2\frac{1}{4} \\ -\frac{3}{40} + b = 2\frac{1}{4} \end{array}$$

$$b = 2\frac{13}{40}$$

Bladzijde 126

- 62 a** $v = 1$ geeft $C = 2500$ en $v = 3$ geeft $C = 5500$.



Het bereik van C is $[2500, 5500]$.

- b** $p_4 = 0,3$, $p_2 = 0,5$ en $p_3 = 0,2$ geeft $v = 0,3 \cdot 3 + 0,5 \cdot 2 + 0,2 \cdot 1 = 2,1$.
 $v = 2,1$ geeft $C = 5500 - 1500\sqrt{6 - 2 \cdot 2,1} = 3487,5\dots$

Dus de capaciteit is 3488 voertuigen per uur.

- c** $C = 4000$ geeft $5500 - 1500\sqrt{6 - 2v} = 4000$

$$-1500\sqrt{6 - 2v} = -1500$$

$$\sqrt{6 - 2v} = 1$$

$$6 - 2v = 1$$

$$-2v = -5$$

$$v = 2,5$$

- d** $\left. \begin{array}{l} p_4 + p_2 + p_3 = 1 \\ p_4 = 0,2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,2 + p_2 + p_3 = 1 \\ p_3 = 0,8 - p_2 \end{array}$

- e** $C = 3250$ geeft $5500 - 1500\sqrt{6 - 2v} = 3250$

$$-1500\sqrt{6 - 2v} = -2250$$

$$\sqrt{6 - 2v} = 1,5$$

$$6 - 2v = 2,25$$

$$-2v = -3,75$$

$$v = 1,875$$

$$v = 1,875 \text{ geeft } 0,2 \cdot 3 + p_2 \cdot 2 + (0,8 - p_2) \cdot 1 = 1,875$$

$$0,6 + 2p_2 + 0,8 - p_2 = 1,875$$

$$p_2 = 0,475$$

Dus 47,5% van de voertuigen gaat in deze situatie rechtdoor.

- f** 40% neemt de rotonde een kwart, dus $p_4 = 0,4$.

$$\text{Er geldt dan dat } p_3 = 1 - 0,4 - p_2 = 0,6 - p_2.$$

$$C = 2800 \text{ geeft } 5500 - 1500\sqrt{6 - 2v} = 2800$$

$$-1500\sqrt{6 - 2v} = -2700$$

$$\sqrt{6 - 2v} = 1,8$$

$$6 - 2v = 3,24$$

$$-2v = -2,76$$

$$v = 1,38$$

$$v = 1,38 \text{ en } p_3 = 0,6 - p_2 \text{ geeft } 0,4 \cdot 3 + p_2 \cdot 2 + (0,6 - p_2) \cdot 1 = 1,38$$

$$1,2 + 2p_2 + 0,6 - p_2 = 1,38$$

$$p_2 = -0,42$$

$p_2 < 0$, dus deze situatie past niet binnen het gegeven model.

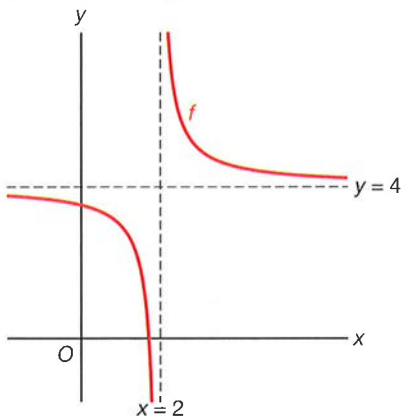
63 a $y = 1 + \sqrt{-x^2 + 8x + 9}$
 $y - 1 = \sqrt{-x^2 + 8x + 9}$
 kwadrateren geeft
 $(y - 1)^2 = -x^2 + 8x + 9$
 $(y - 1)^2 + x^2 - 8x = 9$
 $(y - 1)^2 + (x - 4)^2 - 16 = 9$
 $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 25$ } De grafiek van $f(x) = 1 + \sqrt{-x^2 + 8x + 9}$ is een halve cirkel.
 $y - 1 \geq 0$

b $y = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$
 kwadrateren geeft
 $y^2 = x^2 - 6x + 8$
 $y^2 = (x - 3)^2 - 9 + 8$
 $(x - 3)^2 - y^2 = 1$
 Dus de grafiek van $g(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$ is geen halve cirkel.
 $y = \sqrt{-x^2 - 6x + 8}$
 kwadrateren geeft
 $y^2 = -x^2 - 6x + 8$
 $x^2 + 6x + y^2 = 8$
 $(x + 3)^2 - 9 + y^2 = 8$
 $(x + 3)^2 + y^2 = 17$ } De grafiek van $h(x) = \sqrt{-x^2 - 6x + 8}$ is een halve cirkel.
 $y \geq 0$

11.5 Gebroken functies

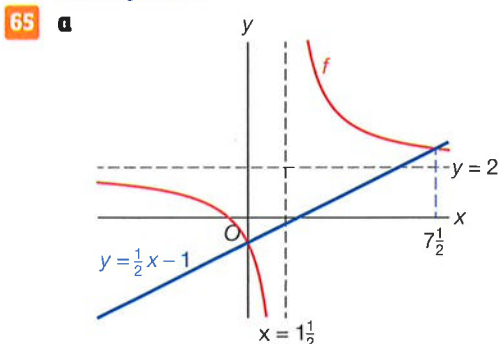
Bladzijde 128

- 64 a** De grafiek van $f(x) = 4 + \frac{1}{x-2}$ ontstaat uit de standaardgrafiek $y = \frac{1}{x}$ door de translatie $(2, 4)$.
b horizontale asymptoot $y = 4$
 verticale asymptoot $x = 2$



c $f(x) = 4 + \frac{1}{x-2} = \frac{4(x-2)}{x-2} + \frac{1}{x-2} = \frac{4x-8+1}{x-2} = \frac{4x-7}{x-2}$

Bladzijde 130



$f(x) \leq \frac{1}{2}x - 1$ geeft $0 \leq x < 1\frac{1}{2} \vee x \geq 7\frac{1}{2}$

$$\text{b } 2 + \frac{9}{2x-3} = \frac{2(2x-3)+9}{2x-3} = \frac{4x-6+9}{2x-3} = \frac{4x+3}{2x-3}$$

$$f(x) = 2 + \frac{9}{2x-3} = 2 + 9(2x-3)^{-1} \text{ geeft } f'(x) = -9(2x-3)^{-2} \cdot 2 = \frac{-18}{(2x-3)^2}$$

66 a noemer = 0 geeft $4 - x = 0$
 $x = 4$

Dus de verticale asymptoot is de lijn $x = 4$.

Voor grote x is $f(x) \approx \frac{3x}{-x} = -3$.

Dus de horizontale asymptoot is de lijn $y = -3$.

b noemer = 0 geeft $2x + 5 = 0$
 $2x = -5$
 $x = -2\frac{1}{2}$

Dus de verticale asymptoot is de lijn $x = -2\frac{1}{2}$.

Voor grote x is $g(x) \approx \frac{2x}{2x} = 1$.

Dus de horizontale asymptoot is de lijn $y = 1$.

c noemer = 0 geeft $4x - 1 = 0$
 $4x = 1$
 $x = \frac{1}{4}$

Dus de verticale asymptoot is de lijn $x = \frac{1}{4}$.

Voor grote x is $h(x) \approx 2 - \frac{x}{4x} = 2 - \frac{1}{4} = 1\frac{3}{4}$.

Dus de horizontale asymptoot is de lijn $y = 1\frac{3}{4}$.

67 a $y = \frac{3x}{4-x}$

$$\frac{3x}{4-x} = y$$

$$3x = y(4-x)$$

$$3x = 4y - xy$$

$$xy + 3x = 4y$$

$$x(y+3) = 4y$$

$$x = \frac{4y}{y+3}$$

b $y = \frac{2x-3}{2x+5}$

$$\frac{2x-3}{2x+5} = y$$

$$2x-3 = y(2x+5)$$

$$2x-3 = 2xy+5y$$

$$2x-2xy = 5y+3$$

$$x(2-2y) = 5y+3$$

$$x = \frac{5y+3}{2-2y}$$

c $y = 2 - \frac{x+3}{4x-1}$

$$\frac{x+3}{4x-1} = 2-y$$

$$x+3 = (4x-1)(2-y)$$

$$x+3 = 8x-4xy-2+y$$

$$4xy-7x = y-5$$

$$x(4y-7) = y-5$$

$$x = \frac{y-5}{4y-7}$$

68 a $\log(y) = \frac{x}{x+3}$

$$\frac{x}{x+3} = \log(y)$$

$$x = (x+3)\log(y)$$

$$x = x\log(y) + 3\log(y)$$

$$x - x\log(y) = 3\log(y)$$

$$x(1 - \log(y)) = 3\log(y)$$

$$x = \frac{3\log(y)}{1 - \log(y)}$$

b $2^y = 3 + \frac{1}{5-x}$

$$2^y - 3 = \frac{1}{5-x}$$

$$5-x = \frac{1}{2^y-3}$$

$$-x = -5 + \frac{1}{2^y-3}$$

$$x = 5 - \frac{1}{2^y-3}$$

c $\sin(y) = \frac{2\pi}{2x+1}$

$$2x+1 = \frac{2\pi}{\sin(y)}$$

$$2x = \frac{2\pi}{\sin(y)} - 1$$

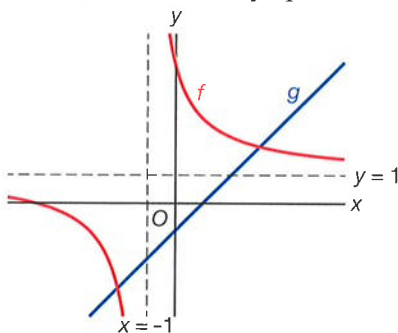
$$x = \frac{\pi}{\sin(y)} - \frac{1}{2}$$

69 a noemer = 0 geeft $x+1=0$
 $x=-1$

Dus de verticale asymptoot is de lijn $x=-1$.

Voor grote x is $f(x) \approx \frac{x}{x} = 1$.

Dus de horizontale asymptoot is de lijn $y=1$.



b $f(x) = g(x)$ geeft $\frac{x+5}{x+1} = x-1$
 $x+5 = (x+1)(x-1)$
 $x+5 = x^2-1$
 $x^2-x-6=0$
 $(x+2)(x-3)=0$
 $x=-2 \vee x=3$

Zie de figuur bij a.

$f(x) \leq g(x)$ geeft $-2 \leq x < -1 \vee x \geq 3$

$$\begin{aligned}
 \text{c } y &= \frac{x+5}{x+1} \\
 \frac{x+5}{x+1} &= y \\
 x+5 &= y(x+1) \\
 x+5 &= xy+y \\
 x-xy &= y-5 \\
 x(1-y) &= y-5 \\
 x &= \frac{y-5}{1-y}
 \end{aligned}$$

Bladzijde 131

$$\begin{aligned}
 \text{70 } f(x) = 0 \text{ geeft } \frac{10}{2x-1} + 5 &= 0 \\
 10 + 5(2x-1) &= 0 \\
 10 + 10x - 5 &= 0 \\
 10x &= -5 \\
 x &= -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Dus $A(-\frac{1}{2}, 0)$.

$$f(x) = \frac{10}{2x-1} + 5 = 10(2x-1)^{-1} + 5 \text{ geeft } f'(x) = -10(2x-1)^{-2} \cdot 2 = \frac{-20}{(2x-1)^2}$$

$$rc_k = f'(-\frac{1}{2}) = \frac{-20}{(2 \cdot -\frac{1}{2} - 1)^2} = \frac{-20}{4} = -5$$

$$l \perp k \text{ geeft } rc_l = \frac{1}{5}$$

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{1}{5}x + b \\ \text{door } A(-\frac{1}{2}, 0) \end{aligned} \right\} \frac{1}{5} \cdot -\frac{1}{2} + b = 0$$

$$b = \frac{1}{10}$$

$$\text{Dus } l: y = \frac{1}{5}x + \frac{1}{10}.$$

$$l \text{ snijden met de grafiek van } f \text{ geeft } \frac{1}{5}x + \frac{1}{10} = \frac{10}{2x-1} + 5$$

$$2x+1 = \frac{100}{2x-1} + 50$$

$$(2x+1)(2x-1) = 100 + 50(2x-1)$$

$$4x^2 - 1 = 100 + 100x - 50$$

$$4x^2 - 100x - 51 = 0$$

$$D = (-100)^2 - 4 \cdot 4 \cdot -51 = 10816$$

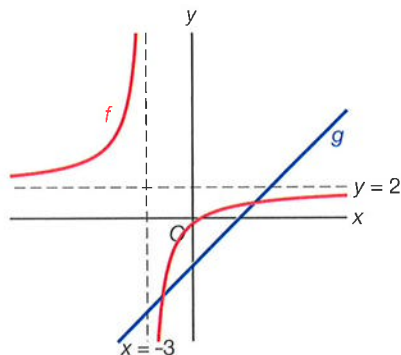
$$x = \frac{100 \pm 104}{8} = 25\frac{1}{2} \vee x = \frac{100 - 104}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$x = 25\frac{1}{2} \text{ geeft } y = \frac{1}{5} \cdot 25\frac{1}{2} + \frac{1}{10} = 5\frac{1}{5}, \text{ dus } B(25\frac{1}{5}, 5\frac{1}{5}).$$

$$\begin{aligned}
 \text{71 a noemer} &= 0 \text{ geeft } x+3=0 \\
 x &= -3
 \end{aligned}$$

Dus de verticale asymptoot is de lijn $x = -3$.

$$\text{Voor grote } x \text{ is } f(x) \approx \frac{2x}{x} = 2.$$

Dus de horizontale asymptoot is de lijn $y = 2$.

b $f(x) = g(x)$ geeft $\frac{2x-1}{x+3} = x-3$

$$2x-1 = (x+3)(x-3)$$

$$2x-1 = x^2-9$$

$$x^2-2x-8 = 0$$

$$(x+2)(x-4) = 0$$

$$x = -2 \vee x = 4$$

$f(x) \leq g(x)$ geeft $-3 < x \leq -2 \vee x \geq 4$

c $h(x) = f(x) + g(x) = \frac{2x-1}{x+3} + x-3 = \frac{2x-1}{x+3} + \frac{(x-3)(x+3)}{x+3} = \frac{2x-1+x^2-9}{x+3} = \frac{x^2+2x-10}{x+3}$

d $j(x) = f(g(x)) = \frac{2(x-3)-1}{x-3+3} = \frac{2x-6-1}{x} = \frac{2x-7}{x} = 2 - \frac{7}{x}$

e $k(x) = g(f(x)) = \frac{2x-1}{x+3} - 3 = \frac{2x-1}{x+3} - \frac{3(x+3)}{x+3} = \frac{2x-1-3(x+3)}{x+3} = \frac{2x-1-3x-9}{x+3} = \frac{-x-10}{x+3}$

72 $f(x) = \frac{32}{3x+12} = 32(3x+12)^{-1}$ geeft $f'(x) = -32(3x+12)^{-2} \cdot 3 = \frac{-96}{(3x+12)^2}$

Stel $k: y = ax + b$ met $a = f'(0) = \frac{-96}{144} = -\frac{2}{3}$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{2}{3}x + b \\ f(0) = 2\frac{2}{3}, \text{ dus } A(0, 2\frac{2}{3}) \end{array} \right\} b = 2\frac{2}{3}$$

Dus $k: y = -\frac{2}{3}x + 2\frac{2}{3}$.

Lijn l door O loodrecht op k heeft vergelijking $y = 1\frac{1}{2}x$.

l snijden met k geeft

$$1\frac{1}{2}x = -\frac{2}{3}x + 2\frac{2}{3}$$

$$9x = -4x + 16$$

$$13x = 16$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{16}{13} \\ y = 1\frac{1}{2}x \end{array} \right\} y = \frac{24}{13}$$

Het snijpunt is $S(\frac{16}{13}, \frac{24}{13})$.

$$d(O, k) = d(O, S) = \sqrt{(\frac{16}{13})^2 + (\frac{24}{13})^2} = \sqrt{4\frac{12}{13}}$$

73 a $f(x) = \frac{4x+2}{2x-3} - 2 = \frac{4x+2-2(2x-3)}{2x-3} = \frac{4x+2-4x+6}{2x-3} = \frac{8}{2x-3}$

b $g(x) = \frac{4x+2}{2x-3} = f(x) + 2 = \frac{8}{2x-3} + 2 = 8(2x-3)^{-1} + 2$ geeft

$$g'(x) = -8(2x-3)^{-2} \cdot 2 = \frac{-16}{(2x-3)^2}$$

$$g'(x) = -1 \text{ geeft } \frac{-16}{(2x-3)^2} = -1$$

$$(2x-3)^2 = 16$$

$$2x-3 = 4 \vee 2x-3 = -4$$

$$2x = 7 \vee 2x = -1$$

$$x = 3\frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{2}$$

$$g(3\frac{1}{2}) = 4 \text{ en } g(-\frac{1}{2}) = 0$$

Dus $A(3\frac{1}{2}, 4)$ en $B(-\frac{1}{2}, 0)$.

Bladzijde 132

74 a Voor grote t is $T \approx \frac{80t}{4t} = 20$, dus de horizontale asymptoot is de lijn $T = 20$.

Op den duur daalt de temperatuur tot vrijwel 20°C .

$$\text{b } T = \frac{80t + 240}{4t + 3}$$

$$\frac{80t + 240}{4t + 3} = T$$

$$80t + 240 = 4tT + 3T$$

$$80t - 4tT = 3T - 240$$

$$t(80 - 4T) = 3T - 240$$

$$t = \frac{3T - 240}{80 - 4T}$$

$$T = 25 \text{ geeft } t = \frac{75 - 240}{80 - 100} = \frac{-165}{-20} = 8,25$$

Dus na $8,25 \cdot 60 = 495$ minuten.

$$\text{c } a = T'(3) \approx \frac{T(3,001) - T(3)}{0,001} = \frac{31,9968... - 32}{0,001} = -3,199...$$

$$\left. \begin{array}{l} T_{\text{lin}} = -3,199...t + b \\ t = 3 \text{ en } T = 32 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -3,199... \cdot 3 + b = 32 \\ -9,597... + b = 32 \\ b = 41,597... \end{array}$$

$$\text{Dus } T_{\text{lin}} = -3,2t + 41,6.$$

$$\text{75 a } f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 18}{2x} = \frac{2x^2}{2x} - \frac{3x}{2x} + \frac{18}{2x} = x - \frac{3}{2} + \frac{9}{x}$$

$$\text{b } f(x) = x - \frac{3}{2} + 9x^{-1} \text{ geeft } f'(x) = 1 - 9x^{-2} = 1 - \frac{9}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \text{ geeft } 1 - \frac{9}{x^2} = 0$$

$$\frac{9}{x^2} = 1$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 \vee x = -3$$

$$\text{max. is } f(-3) = -7\frac{1}{2} \text{ en min. is } f(3) = 4\frac{1}{2}.$$

Bladzijde 133

$$\text{76 a } f'(x) = -1\frac{1}{2} \text{ geeft } \frac{1}{2} - \frac{2}{x^2} = -1\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{x^2} = 2$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1 \vee x = -1$$

$$f(1) = 3\frac{1}{4} \text{ en } f(-1) = -1\frac{3}{4}$$

Dus de raakpunten zijn $A(-1, -1\frac{3}{4})$ en $B(1, 3\frac{1}{4})$.

$$\text{b } f(x) = \frac{1}{2}x \text{ geeft } \frac{2x^2 + 3x + 8}{4x} = \frac{1}{2}x$$

$$2x^2 + 3x + 8 = 2x^2$$

$$3x = -8$$

$$x = -2\frac{2}{3}$$

$$x = -2\frac{2}{3} \text{ geeft } y = \frac{1}{2} \cdot -2\frac{2}{3} = -1\frac{1}{3}, \text{ dus het punt is } (-2\frac{2}{3}, -1\frac{1}{3}).$$

$$\text{c } f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} \text{ geeft } \frac{2x^2 + 3x + 8}{4x} = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$$

$$2x^2 + 3x + 8 = 2x^2 + 3x$$

$$8 = 0$$

geen oplossing

Dus de lijn $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$ snijdt de grafiek van f niet.

Bladzijde 134

77 a $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x} = x - 4 + \frac{4}{x} = x - 4 + 4x^{-1}$ geeft $f'(x) = 1 - 4x^{-2} = 1 - \frac{4}{x^2}$

$$f'(x) = 0 \text{ geeft } 1 - \frac{4}{x^2} = 0$$

$$\frac{4}{x^2} = 1$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \vee x = -2$$

$$f(2) = 0, \text{ dus top } (2, 0).$$

$$f(-2) = -8, \text{ dus top } (-2, -8).$$

b Stel $k: y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - -8}{2 - -2} = \frac{8}{4} = 2.$

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x + b \\ \text{door } (2, 0) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \cdot 2 + b = 0 \\ b = -4 \end{array}$$

$$\text{Dus } k: y = 2x - 4.$$

$$\text{De lijn } m \text{ door } O \text{ loodrecht op } k \text{ heeft vergelijking } y = -\frac{1}{2}x.$$

$$m \text{ snijden met } k \text{ geeft } -\frac{1}{2}x = 2x - 4$$

$$-2\frac{1}{2}x = -4$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 1\frac{3}{5} \\ y = -\frac{1}{2}x \end{array} \right\} y = -\frac{4}{5}$$

$$\text{Het snijpunt is } S(1\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}).$$

$$d(k, O) = d(S, O) = \sqrt{(1\frac{3}{5})^2 + (-\frac{4}{5})^2} = \sqrt{3\frac{1}{5}}$$

c $f(x) = x$ geeft $\frac{x^2 - 4x + 4}{x} = x$

$$x^2 - 4x + 4 = x^2$$

$$-4x = -4$$

$$x = 1$$

$$\text{Dus } A(1, 1).$$

$$\text{Stel } l: y = ax + b \text{ met } a = f'(1) = 1 - \frac{4}{1^2} = -3.$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -3x + b \\ \text{door } A(1, 1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -3 \cdot 1 + b = 1 \\ b = 4 \end{array}$$

$$\text{Dus } l: y = -3x + 4.$$

$$-3x + 4 = 0$$

$$-3x = -4$$

$$x = 1\frac{1}{3}$$

$$\text{Dus } B(1\frac{1}{3}, 0).$$

d $f'(x) = \frac{3}{4}$ geeft $1 - \frac{4}{x^2} = \frac{3}{4}$

$$\frac{4}{x^2} = \frac{1}{4}$$

$$x^2 = 16$$

$$x = 4 \vee x = -4$$

$$f(4) = 1, \text{ dus raakpunt } (4, 1).$$

$$f(-4) = -9, \text{ dus raakpunt } (-4, -9).$$

e $f(x) - g(x) < \frac{1}{10}$

$$x - 4 + \frac{4}{x} - (x - 4) < \frac{1}{10}$$

$$\frac{4}{x} < \frac{1}{40}$$

$$x > 40$$

78 a $p = f(1\frac{1}{2}) = \frac{25}{2 \cdot \frac{9}{4}} = \frac{50}{9} = 5\frac{5}{9}$

b $f(x) = 8$ geeft $\frac{25}{2x^2} = 8$
 $16x^2 = 25$
 $x^2 = \frac{25}{16}$
 $x = \frac{5}{4} \vee x = -\frac{5}{4}$

$d(C, D) = \frac{5}{4} - (-\frac{5}{4}) = 2\frac{1}{2}$

c $f(x) = \frac{25}{2x^2} = 12\frac{1}{2}x^{-2}$ geeft $f'(x) = -25x^{-3} = -\frac{25}{x^3}$
 Stel $k: y = ax + b$ met $a = f'(2) = -\frac{25}{8}$.

$y = -3\frac{1}{8}x + b$
 $f(2) = 3\frac{1}{8}$, dus $E(2, 3\frac{1}{8}) \left\{ \begin{array}{l} -3\frac{1}{8} \cdot 2 + b = 3\frac{1}{8} \\ b = 9\frac{3}{8} \end{array} \right.$

Dus het snijpunt met de y -as is $(0, 9\frac{3}{8})$.

d $f'(x) = \frac{1}{5}$ geeft $-\frac{25}{x^3} = \frac{1}{5}$
 $x^3 = -125$
 $x = -5$

$y = \frac{1}{5}x + b$
 $f(-5) = \frac{1}{2}$, dus door $(-5, \frac{1}{2}) \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{5} \cdot -5 + b = \frac{1}{2} \\ -1 + b = \frac{1}{2} \\ b = 1\frac{1}{2} \end{array} \right.$

Dus het snijpunt met de y -as is $(0, 1\frac{1}{2})$.

Bladzijde 135

79 a $f(x) = \frac{4}{5}$ geeft $\frac{2}{3 \sin(x) + 4} = \frac{4}{5}$
 $12 \sin(x) + 16 = 10$
 $12 \sin(x) = -6$
 $\sin(x) = -\frac{1}{2}$
 $x = -\frac{1}{6}\pi + k \cdot 2\pi \vee x = 1\frac{1}{6}\pi + k \cdot 2\pi$

x in $[-2\pi, 2\pi]$ geeft $x = -\frac{5}{6}\pi \vee x = -\frac{1}{6}\pi \vee x = 1\frac{1}{6}\pi \vee x = 1\frac{5}{6}\pi$

$f(x) > \frac{4}{5}$ geeft $-\frac{5}{6}\pi < x < -\frac{1}{6}\pi \vee 1\frac{1}{6}\pi < x < 1\frac{5}{6}\pi$

b $\sin(x)$ is maximaal 1 voor $x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$, dus
 $3 \sin(x) + 4$ is maximaal 7 voor $x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$.

Dus $f(x)$ is minimaal $\frac{2}{7}$ voor $x = -1\frac{1}{2}\pi$ en $x = \frac{1}{2}\pi$.

c $\sin(x)$ is minimaal -1 voor $x = -\frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$, dus
 $3 \sin(x) + 4$ is minimaal 1 voor $x = -\frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$.

Dus $f(x)$ is maximaal 2 voor $x = -\frac{1}{2}\pi$ en $x = 1\frac{1}{2}\pi$.

80 a $f(x) = \frac{3x^2 + 5x + a}{2x} = 1\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2} + \frac{a}{2x} = 1\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2} + \frac{1}{2}a \cdot x^{-1}$ geeft $f'(x) = 1\frac{1}{2} - \frac{1}{2}a \cdot x^{-2} = 1\frac{1}{2} - \frac{a}{2x^2}$

b $a = 12$ geeft $f(x) = \frac{3x^2 + 5x + 12}{2x}$ en $f'(x) = 1\frac{1}{2} - \frac{6}{x^2}$

$f'(x) = 0$ geeft $1\frac{1}{2} - \frac{6}{x^2} = 0$

$\frac{3}{2} = \frac{6}{x^2}$

$3x^2 = 12$

$x^2 = 4$

$x = 2 \vee x = -2$

max. is $f(-2) = -3\frac{1}{2}$ en min. is $f(2) = 8\frac{1}{2}$

- c Stel $k: y = ax + b$ met $a = f'(-1) = -4\frac{1}{2}$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -4\frac{1}{2}x + b \\ f(-1) = -5, \text{ dus } A(-1, -5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4\frac{1}{2} + b = -5 \\ b = -9\frac{1}{2} \end{array}$$

Dus $k: y = -4\frac{1}{2}x - 9\frac{1}{2}$.

De lijn l door O loodrecht op k heeft vergelijking $l: y = \frac{2}{9}x$.

l snijden met k geeft $\frac{2}{9}x = -4\frac{1}{2}x - 9\frac{1}{2}$

$$\frac{85}{18}x = -\frac{19}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = -\frac{171}{85} \\ y = \frac{2}{9}x \end{array} \right\} y = -\frac{38}{85}$$

Het snijpunt is $S(-\frac{171}{85}, -\frac{38}{85})$.

$$d(O, k) = d(O, S) = \sqrt{(-\frac{171}{85})^2 + (-\frac{38}{85})^2} \approx 2,06$$

- d $f'(x) = 1\frac{1}{8}$ geeft $1\frac{1}{2} - \frac{6}{x^2} = 1\frac{1}{8}$

$$\frac{6}{x^2} = \frac{3}{8}$$

$$3x^2 = 48$$

$$x^2 = 16$$

$$x = 4 \vee x = -4$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 1\frac{1}{8}x + b \\ f(4) = 10, \text{ dus door } B(4, 10) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1\frac{1}{8} \cdot 4 + b = 10 \\ 4\frac{1}{2} + b = 10 \\ b = 5\frac{1}{2} \end{array}$$

Dus $l: y = 1\frac{1}{8}x + 5\frac{1}{2}$.

l snijden met de grafiek van f geeft $\frac{3x^2 + 5x + 12}{2x} = 1\frac{1}{8}x + 5\frac{1}{2}$

$$3x^2 + 5x + 12 = 2\frac{1}{4}x^2 + 11x$$

$$\frac{3}{4}x^2 - 6x + 12 = 0$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$(x - 4)^2 = 0$$

$$x = 4$$

Dus geen ander punt gemeenschappelijk.

e $\frac{3x^2 + 5x + 12}{2x} = 1\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2}$

$$3x^2 + 5x + 12 = 3x^2 + 5x$$

$$12 = 0$$

geen oplossing

Dus m snijdt de grafiek van f niet.

- f $f'(1) = 0$ geeft $1\frac{1}{2} - \frac{a}{2 \cdot 1^2} = 0$

$$\frac{a}{2} = \frac{3}{2}$$

$$a = 3$$

$a = 3$ geeft $f(x) = \frac{3x^2 + 5x + 3}{2x}$ en $f'(x) = 1\frac{1}{2} - \frac{3}{2x^2}$

$f'(x) = 0$ geeft $1\frac{1}{2} - \frac{3}{2x^2} = 0$

$$1\frac{1}{2} = \frac{3}{2x^2}$$

$$3x^2 = 3$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1 \vee x = -1$$

$f(1) = 5\frac{1}{2}$ en $f(-1) = -\frac{1}{2}$, dus de gevraagde y -coördinaten zijn $5\frac{1}{2}$ en $-\frac{1}{2}$.

g $f'(x) = 0$ geeft $1\frac{1}{2} - \frac{a}{2x^2} = 0$

$$\frac{a}{2x^2} = \frac{3}{2}$$

$$2a = 6x^2$$

$$a = 3x^2$$

$f(x) = 7$ en $a = 3x^2$ geeft $\frac{3x^2 + 5x + 3x^2}{2x} = 7$

$$3x^2 + 5x + 3x^2 = 14x$$

$$6x^2 - 9x = 0$$

$$3x(2x - 3) = 0$$

$$x = 0 \vee 2x = 3$$

$$x = 0 \vee x = 1\frac{1}{2}$$

vold. niet

Dus de x -coördinaat van de top is $1\frac{1}{2}$.

Diagnostische toets

Bladzijde 138

1 a $\left. \begin{array}{l} A = ap^{0,55} \\ p = 10 \text{ en } A = 20 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \cdot 10^{0,55} = 20 \\ a = \frac{20}{10^{0,55}} \approx 5,64 \end{array}$

De formule is $A = 5,64p^{0,55}$.

b $\left. \begin{array}{l} B = \frac{a}{r^3} \\ r = 6 \text{ en } B = 0,5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{a}{6^3} = 0,5 \\ a = 108 \end{array}$

De formule is $B = \frac{108}{r^3}$.

2 a Neem in de formule $2t$ voor t .
Je krijgt $N = 3 \cdot (2t)^{2,1} = 2^{2,1} \cdot 3t^{2,1} \approx 4,3 \cdot 3t^{2,1}$.
Dus N wordt ongeveer 4,3 keer zo groot.

b $N = 3t^{2,1}$

$$3t^{2,1} = N$$

$$t^{2,1} = \frac{1}{3}N$$

$$t = \left(\frac{1}{3}N\right)^{\frac{1}{2,1}}$$

Neem in deze formule $2N$ voor N .

Je krijgt $t = \left(\frac{1}{3} \cdot 2N\right)^{\frac{1}{2,1}} = 2^{\frac{1}{2,1}} \cdot \left(\frac{1}{3}N\right)^{\frac{1}{2,1}} \approx 1,4 \cdot \left(\frac{1}{3}N\right)^{\frac{1}{2,1}}$.

Dus t wordt ongeveer 1,4 keer zo groot.

3 Uit $D = aL^{0,82}$ volgt $a = \frac{D}{L^{0,82}}$.

Bereken daarom steeds $\frac{D}{L^{0,82}}$.

$$\frac{15}{150^{0,82}} \approx 0,246$$

$$\frac{21}{220^{0,82}} \approx 0,252$$

$$\text{Telkens is } \frac{D}{L^{0,82}} \approx 0,25.$$

Dus D is evenredig met $L^{0,82}$ en de formule is $D = 0,25L^{0,82}$.

$$\frac{26}{290^{0,82}} \approx 0,249$$

$$\frac{37}{440^{0,82}} \approx 0,252$$

$$\frac{45}{570^{0,82}} \approx 0,247$$

$$\frac{64}{870^{0,82}} \approx 0,249$$

$$\begin{aligned}
 4 \quad a \quad & \left. \begin{aligned} A &= aT^b \\ A &= 108 \text{ en } T = 225 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} a \cdot 225^b &= 108 \\ a &= \frac{108}{225^b} \end{aligned} \\
 & \left. \begin{aligned} A &= aT^b \\ A &= 1427 \text{ en } T = 10753 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} a \cdot 10753^b &= 1427 \\ a &= \frac{1427}{10753^b} \end{aligned}
 \end{aligned}$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{108}{225^x} \text{ en } y_2 = \frac{1427}{10753^x}.$$

De optie snijpunt geeft $x = 0,6675\dots$ en $y = 2,9059\dots$

Dus $a \approx 2,906$ en $b \approx 0,668$ en dit geeft de formule $A = 2,906T^{0,668}$.

$$b \quad T = 30690 \text{ geeft } A = 2,9059\dots \cdot 30690^{0,6675\dots} = 2873,8\dots$$

Dus de gemiddelde afstand van Uranus tot de zon is 2874 miljoen km.

$$\begin{aligned}
 5 \quad a \quad & y = \sin(x) \\
 & \downarrow \text{translatie } (\pi, 0) \\
 & y = \sin(x - \pi) \\
 & \downarrow \text{verm. } y\text{-as, } \frac{1}{3} \\
 & y = \sin(3x - \pi) \\
 & \downarrow \text{verm. } x\text{-as, } 2 \\
 & y = 2 \sin(3x - \pi) \\
 & \downarrow \text{translatie } (0, 1) \\
 & f(x) = 1 + 2 \sin(3x - \pi) \\
 b \quad & f(x) = 1 + 2 \sin(3x - \pi) = 1 + 2 \sin(3(x - \frac{1}{3}\pi))
 \end{aligned}$$

Voor de grafiek van f geldt:

evenwichtsstand 1

amplitude 2

$$\text{periode } \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$$

$$\text{beginpunt } (\frac{1}{3}\pi, 1)$$

Dus voor de grafiek van g geldt:

$$\text{amplitude } \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

$$\text{periode } 2 \cdot \frac{2}{3}\pi = 1\frac{1}{3}\pi$$

$$\text{beginpunt } (\frac{1}{3}\pi + \frac{1}{2}\pi, 1 - 5) = (\frac{5}{6}\pi, -4)$$

evenwichtsstand -4

$$\text{Dit geeft } g(x) = -4 + \sin\left(\frac{2\pi}{1\frac{1}{3}\pi}(x - \frac{5}{6}\pi)\right) \text{ oftewel } g(x) = -4 + \sin(1\frac{1}{2}x - 1\frac{1}{4}\pi).$$

$$\begin{aligned}
 6 \quad a \quad & s(x) = f(x) + g(x) = 3^{x+2} + 3^{x-1} = 3^x \cdot 3^2 + 3^x \cdot 3^{-1} = 9 \cdot 3^x + \frac{1}{3} \cdot 3^x = 9\frac{1}{3} \cdot 3^x \\
 b \quad & v(x) = 4 \cdot f(x) - 27 \cdot g(x) = 4 \cdot 3^{x+2} - 27 \cdot 3^{x-1} = 4 \cdot 9 \cdot 3^x - 27 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3^x = 36 \cdot 3^x - 9 \cdot 3^x \\
 & = 27 \cdot 3^x = 3^3 \cdot 3^x = 3^{x+3} \\
 c \quad & k(x) = h(f(x)) = {}^3\log(3^{x+2}) - 2 = x + 2 - 2 = x
 \end{aligned}$$

Bladzijde 139

$$7 \quad p \text{ door } A(2, 0) \text{ en } B(8, 0), \text{ dus } p: y = a(x-2)(x-8).$$

$$\left. \begin{aligned} y &= a(x-2)(x-8) \\ \text{door } C(7, 6\frac{2}{3}) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} a \cdot 5 \cdot -1 &= 6\frac{2}{3} \\ a &= -1\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Dus } p: y = -1\frac{1}{3}(x-2)(x-8).$$

$$x_{\text{top}} = \frac{2+8}{2} = 5 \text{ en } y_{\text{top}} = -1\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot -3 = 12, \text{ dus } T(5, 12).$$

$$rc_k = \frac{12-0}{5-0} = \frac{12}{5}, \text{ dus } rc_l = -\frac{5}{12}.$$

$$\left. \begin{aligned} l: y &= -\frac{5}{12}x + b \\ \text{door } T(5, 12) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} -\frac{5}{12} \cdot 5 + b &= 12 \\ b &= 14\frac{1}{12} \end{aligned}$$

$$\text{Dus } l: y = -\frac{5}{12}x + 14\frac{1}{12} \text{ en } S(0, 14\frac{1}{12}).$$

8 $f(x) = 0$ geeft $-(x^2 - 4)(x - 1) = 0$
 $-(x + 2)(x - 2)(x - 1) = 0$
 $x = -2 \vee x = 2 \vee x = 1$

Dus $B(1, 0)$.

$$f(x) = -(x^2 - 4)(x - 1) = -(x^3 - x^2 - 4x + 4) = -x^3 + x^2 + 4x - 4 \text{ geeft } f'(x) = -3x^2 + 2x + 4$$

$$rc_k = f'(1) = -3 + 2 + 4 = 3, \text{ dus } rc_l = -\frac{1}{3}.$$

$$l: y = -\frac{1}{3}x + b \quad \left. \begin{array}{l} -\frac{1}{3} \cdot 1 + b = 0 \\ \text{door } B(1, 0) \end{array} \right\} b = \frac{1}{3}$$

$$\text{Dus } l: y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}.$$

$$l \text{ snijden met de grafiek van } f \text{ geeft } -(x^2 - 4)(x - 1) = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$-(x^2 - 4)(x - 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)$$

$$x - 1 = 0 \vee -(x^2 - 4) = -\frac{1}{3}$$

$$x = 1 \vee x^2 - 4 = \frac{1}{3}$$

$$x = 1 \vee x^2 = 4\frac{1}{3}$$

$$x = 1 \vee x = \sqrt{4\frac{1}{3}} \vee x = -\sqrt{4\frac{1}{3}}$$

$$\text{Dus } x_D = -\sqrt{4\frac{1}{3}} \text{ en } x_E = \sqrt{4\frac{1}{3}} \text{ en dit geeft } x_E - x_D = 2\sqrt{4\frac{1}{3}}.$$

9 a $5 - 2x \geq 0$ geeft $-2x \geq -5$ oftewel $x \leq 2\frac{1}{2}$

$$\text{Dus } D_f = \langle \leftarrow, 2\frac{1}{2} \rangle \text{ en } B_f = [-2, \rightarrow).$$

b $f(x) = 0$ geeft $-2 + \frac{1}{3}\sqrt{5 - 2x} = 0$

$$\frac{1}{3}\sqrt{5 - 2x} = 2$$

$$\sqrt{5 - 2x} = 6$$

$$5 - 2x = 36$$

$$-2x = 31$$

$$x = -15\frac{1}{2}$$

$$f(x) < 0 \text{ geeft } -15\frac{1}{2} < x \leq 2\frac{1}{2}$$

c $f(x) = -2 + \frac{1}{3}\sqrt{5 - 2x} = -2 + \frac{1}{3}(5 - 2x)^{\frac{1}{2}}$ geeft

$$f'(x) = \frac{1}{6}(5 - 2x)^{-\frac{1}{2}} \cdot -2 = -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{(5 - 2x)^{\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{3\sqrt{5 - 2x}}$$

$$\text{Stel } k: y = ax + b \text{ met } a = f'(2) = -\frac{1}{3\sqrt{5 - 4}} = -\frac{1}{3\sqrt{1}} = -\frac{1}{3}.$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{3}x + b \\ f(2) = -1\frac{2}{3}, \text{ dus } A(2, -1\frac{2}{3}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{3} \cdot 2 + b = -1\frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} + b = -1\frac{2}{3} \\ b = -1 \end{array}$$

$$\text{Dus } k: y = -\frac{1}{3}x - 1.$$

d $y = -2 + \frac{1}{3}\sqrt{5 - 2x}$

$$\frac{1}{3}\sqrt{5 - 2x} = y + 2$$

$$\sqrt{5 - 2x} = 3y + 6$$

kwadrateren geeft

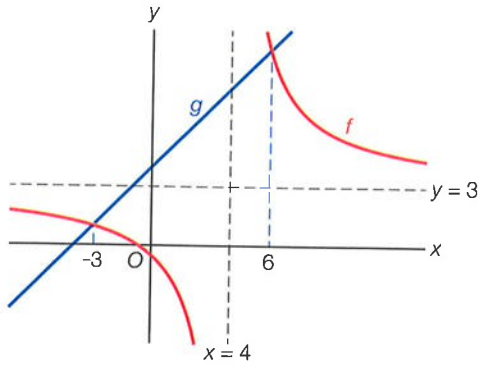
$$5 - 2x = 9y^2 + 36y + 36$$

$$-2x = 9y^2 + 36y + 31$$

$$x = -4\frac{1}{2}y^2 - 18y - 15\frac{1}{2}$$

- 10 a** noemer = 0 geeft $x = 4$, dus de verticale asymptoot is de lijn $x = 4$.

Voor grote x is $f(x) \approx \frac{3x}{x} = 3$, dus de horizontale asymptoot is de lijn $y = 3$.



b $f(x) = g(x)$ geeft $\frac{3x+2}{x-4} = x+4$

$$3x+2 = (x+4)(x-4)$$

$$3x+2 = x^2 - 16$$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x+3)(x-6) = 0$$

$$x = -3 \vee x = 6$$

Zie de figuur bij a.

$f(x) \geq g(x)$ geeft $x \leq -3 \vee 4 < x \leq 6$

c $y = \frac{3x+2}{x-4}$

$$\frac{3x+2}{x-4} = y$$

$$3x+2 = y(x-4)$$

$$3x+2 = xy-4y$$

$$3x-xy = -4y-2$$

$$x(3-y) = -4y-2$$

$$x = \frac{-4y-2}{3-y} \text{ oftewel } x = \frac{4y+2}{y-3}$$

11 a $f(x) = \frac{2x^2+x+18}{2x} = x + \frac{1}{2} + \frac{9}{x} = x + \frac{1}{2} + 9x^{-1}$ geeft $f'(x) = 1 - 9x^{-2} = 1 - \frac{9}{x^2}$

$$f'(x) = 0 \text{ geeft } 1 - \frac{9}{x^2} = 0$$

$$\frac{9}{x^2} = 1$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 \vee x = -3$$

$f(-3) = -5\frac{1}{2}$ en $f(3) = 6\frac{1}{2}$, dus de toppen zijn $(-3, -5\frac{1}{2})$ en $(3, 6\frac{1}{2})$.

b Stel $k: y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6\frac{1}{2} - (-5\frac{1}{2})}{3 - (-3)} = 2$.

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x + b \\ \text{door } (3, 6\frac{1}{2}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \cdot 3 + b = 6\frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{array}$$

Dus $k: y = 2x + \frac{1}{2}$.

De lijn l door O loodrecht op k heeft vergelijking $l: y = -\frac{1}{2}x$.

Het snijpunt van k en l is het punt S .

$$2x + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}x$$

$$2\frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = -\frac{1}{5} \\ y = -\frac{1}{2}x \end{array} \right\} y = \frac{1}{10}, \text{ dus } S(-\frac{1}{5}, \frac{1}{10})$$

$$d(O, k) = d(O, S) = \sqrt{(-\frac{1}{5})^2 + (\frac{1}{10})^2} \approx 0,224$$

c $f'(x) = -5$ geeft $1 - \frac{9}{x^2} = -5$

$$-\frac{9}{x^2} = -6$$

$$x^2 = 1\frac{1}{2}$$

$$x = \sqrt{1\frac{1}{2}} \vee x = -\sqrt{1\frac{1}{2}}$$

Dus de x -coördinaten van de raakpunten zijn $\sqrt{1\frac{1}{2}}$ en $-\sqrt{1\frac{1}{2}}$.