

9 Exponentiële en logaritmische formules

Voorkennis Exponentiële groei

Bladzijde 9

- 1** a $N = 87 \cdot 1,05^t$
 b $t = 4$ geeft $N = 87 \cdot 1,05^4 \approx 106$
 c $t = 9$ geeft $N = 87 \cdot 1,05^9 = 134,9...$
 $t = 10$ geeft $N = 87 \cdot 1,05^{10} = 141,7...$
 De toename is $141,7... - 134,9... \approx 7$.
- 2** a $N = 725 \cdot 0,87^t$
 b $t = 5$ geeft $N = 725 \cdot 0,87^5 \approx 361$
 c $t = 7$ geeft $N = 725 \cdot 0,87^7 = 273,5...$
 $t = 8$ geeft $N = 725 \cdot 0,87^8 = 237,9...$
 De afname is $273,5... - 237,9... \approx 36$.
- 3** a $N = 11,48 \cdot 1,015^t$
 b $t = 5$ geeft $N = 11,48 \cdot 1,015^5 = 12,367...$
 Dus ongeveer 12,37 miljoen inwoners op 1 januari 2025.
 c 2030 is van $t = 10$ tot $t = 11$.
 $t = 10$ geeft $N = 11,48 \cdot 1,015^{10} = 13,323...$
 $t = 11$ geeft $N = 11,48 \cdot 1,015^{11} = 13,522...$
 In 2030 komen er naar verwachting $13,522... - 13,323... \approx 0,20$ miljoen inwoners bij.
 d 1 januari 2010 is tien jaar terug ten opzichte van 1 januari 2020.
 Op 1 januari 2010 had Bolivia $\frac{11,48}{1,015^{10}} \approx 9,89$ miljoen inwoners.

Bladzijde 10

- 4** a $\frac{16,07}{13,84} \approx 1,16; \frac{18,72}{16,07} \approx 1,16; \frac{21,65}{18,72} \approx 1,16$ en $\frac{25,02}{21,65} \approx 1,16$
 Elk jaar wordt de omzet met ongeveer 1,16 vermenigvuldigd, dus exponentiële groei.
 b $O = 13,84 \cdot 1,16^t$
 c $t = 9$ geeft $O = 13,84 \cdot 1,16^9 = 52,632...$
 Verwachte omzet van de webwinkels per Nederlander in 2023 is $\frac{52,632... \cdot 10^9}{17,6 \cdot 10^6} \approx 2990$ euro.
- 5** a $\frac{10750}{15000} \approx 0,72; \frac{7700}{10750} \approx 0,72; \frac{5500}{7700} \approx 0,71; \frac{3950}{5500} \approx 0,72$ en $\frac{2850}{3950} \approx 0,72$
 Elke vier jaar wordt het aantal kikkers met ongeveer 0,72 vermenigvuldigd, dus exponentiële afname.
 b $N = 15000 \cdot 0,72^t$
 c $t = 6$ geeft $N = 15000 \cdot 0,72^6 \approx 2090$
 Dus ongeveer 2090 kikkers op 1 september 2024.
 $t = 7,5$ geeft $N = 15000 \cdot 0,72^{7,5} \approx 1277$
 Dus ongeveer 1280 kikkers op 1 september 2030.

9.1 Groeifactoren en groeipercentages

Bladzijde 11

- 1** a Jaarlijkse toename van 5%, dus de vermenigvuldigingsfactor is 1,05.
 Het bedrag op 1 januari 2021 is $1000 \cdot 1,05 = 1050$ euro.
 Het bedrag op 1 januari 2025 is $1000 \cdot 1,05^5 \approx 1276,28$ euro.
 b $g = 1,05$

Bladzijde 12

- 2 a** x tussen 0 en 40.
 y tussen 0 en 250.
b Voer in $y_1 = 250 \cdot 0,955^x$ en $y_2 = 125$.
 De optie snijpunt geeft $x = 15,05\dots$
 Dus in 2015.

3 a

toename in procenten	13%	3,3%	120%	0,7%	12%	6%	150%	23,7%
groefactor	1,13	1,033	2,2	1,007	1,12	1,06	2,5	1,237

b

afname in procenten	13%	41,8%	6,2%	0,3%	2%	0,1%	75,4%
groefactor	0,87	0,582	0,938	0,997	0,98	0,999	0,246

- 4 a** De groefactor per jaar is $g = 1,127$.
b De groefactor per maand is $g = 0,932$.
c Het groeipercentage per maand is 73,5%.
d De afname per dag is 15,5%.
e Het groeipercentage per jaar is 142%.
f De groefactor per dag is $g = 0,993$.

- 5 a** $N = b \cdot g^t$ met $b = 400$ en $g = 1,12$ geeft $N = 400 \cdot 1,12^t$
b 2015 is van $t = 25$ tot $t = 26$.
 $t = 25$ geeft $N = 400 \cdot 1,12^{25} \approx 6800$
 $t = 26$ geeft $N = 400 \cdot 1,12^{26} \approx 7616$
 De toename is $7616 - 6800 \approx 800$.
c Voer in $y_1 = 400 \cdot 1,12^x$ en $y_2 = 20\,000$.
 De optie snijpunt geeft $x = 34,51\dots$
 Dus in 2024.

Bladzijde 13

- 6 a** $B = b \cdot g^t$ met $b = 78$ en $g = 1,023$ geeft $B = 78 \cdot 1,023^t$
b Voer in $y_1 = 78 \cdot 1,023^x$ en $y_2 = 10\,000$.
 De optie snijpunt geeft $x = 213,44\dots$
 Dus na 214 dagen.
c $t = 237$ geeft $B = 78 \cdot 1,023^{237} \approx 17\,085$
 Zonder maatregelen:
 $t = 500$ geeft $B = 78 \cdot 1,023^{500} \approx 6\,759\,452$
 toename = $6\,759\,452 - 17\,085 = 6\,742\,367$
 Met maatregelen:
 $t = 500$ geeft $B = 700\sqrt{500 - 233} + 15\,685 \approx 27\,123$
 toename = $27\,123 - 17\,085 = 10\,038$
 Dus er zijn $6\,742\,367 - 10\,038 = 6\,732\,329$ besmettingsgevallen voorkomen.
- 7 a** $V_z = b \cdot g^t$ met $b = 290$ en $g = 1,4$ geeft $V_z = 290 \cdot 1,4^t$
b De jaarlijkse toename is constant, dus de toename is lineair en dus is de formule van de vorm $V_w = at + b$.
 $a = 310$ en $b = 2430$ geeft $V_w = 310t + 2430$
c Gevraagd wordt op 1 januari van welk jaar voor het eerst geldt $V_z > 2V_w$.
 Voer in $y_1 = 290 \cdot 1,4^x$ en $y_2 = 2(310x + 2430)$.
 De optie snijpunt geeft $x = 10,98\dots$
 Dus op 1 januari 2023.

- 8** N_{VS} is het aantal inwoners van de Verenigde Staten in miljoenen.
 N_{Rus} is het aantal inwoners van Rusland in miljoenen.
 t is de tijd in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2020.
 $N_{VS} = at + b$ met $a = 1,8$ en $b = 333,5$ geeft $N_{VS} = 1,8t + 333,5$
 $N_{Rus} = b \cdot g^t$ met $b = 142,9$ en $g = 0,996$ geeft $N_{Rus} = 142,9 \cdot 0,996^t$
 Los op $N_{VS} = 3N_{Rus}$.
 Voer in $y_1 = 1,8x + 333,5$ en $y_2 = 3(142,9 \cdot 0,996^x)$.
 De optie snijpunt geeft $x = 27,7...$
 Dus in 2047.

Bladzijde 14

- 9** Stel op $t = 0$ zijn er b kikkers, dan zijn er dus $2b$ salamanders.
 aantal kikkers = $b \cdot 1,06^t$
 aantal salamanders = $2b \cdot 0,94^t$
 aantal kikkers = aantal salamanders geeft $b \cdot 1,06^t = 2b \cdot 0,94^t$ oftewel $1,06^t = 2 \cdot 0,94^t$.
 Voer in $y_1 = 1,06^x$ en $y_2 = 2 \cdot 0,94^x$.
 De optie snijpunt geeft $x = 5,76...$
 Dus na 5,8 jaar.

10 **a**

tijd in jaren	0	1	2	3	4
hoeveelheid N	2	18	162	1458	13 122

- b** Per 2 jaar wordt N met 81 vermenigvuldigd.
c Minder, want $4,5^2 = 20,25$ en dat is groter dan 9.

Bladzijde 15

- 11** **a** $g_{\text{kwartier}} = 1,12$
 $g_{\text{uur}} = 1,12^4 \approx 1,574$
 De toename is 57,4% per uur.
b $g_{\text{kwartier}} = 1,12$
 $g_{5 \text{ minuten}} = 1,12^{\frac{1}{4}} \approx 1,038$
 De procentuele toename per vijf minuten is 3,8%.
c $g_{\text{kwartier}} = 1,12$
 $g_{5 \text{ uur}} = 1,12^{20} \approx 9,65$
 De toename is 865% per vijf uur.
- 12** **a** $g_{\text{dag}} = 1,3$
 $g_{\text{week}} = 1,3^7 \approx 6,27$
 Het groeipercentage per week is 527%.
b $g_{\text{dag}} = 1,3$
 $g_{4 \text{ uur}} = 1,3^{\frac{1}{6}} \approx 1,045$
 Het groeipercentage per vier uur is 4,5%.

- 13** **a** $g_{\text{dag}} = 0,84$
 $g_{\text{week}} = 0,84^7 \approx 0,295$
b $g_{\text{dag}} = 0,84$
 $g_{\text{uur}} = 0,84^{\frac{1}{24}} \approx 0,993$
 De hoeveelheid neemt met 0,7% per uur af.
c $g_{\text{dag}} = 0,84$
 $g_{\text{kwartier}} = 0,84^{\frac{1}{24 \cdot 4}} \approx 0,9982$
 De procentuele afname per kwartier is 0,18%.

Bladzijde 16

- 14** **a** $g_{\text{uur}} = 0,805$
 $g_{\text{kwartier}} = 0,805^{\frac{1}{4}} \approx 0,947$
 De afname is 5,3% per kwartier.

- b** $g_{\text{jaar}} = 1,086$
 $g_{25 \text{ jaar}} = 1,086^{25} \approx 7,87$
 De toename is 687% per 25 jaar.

- c** $g_{\text{week}} = 2,80$
 $g_{\text{dag}} = 2,80^{\frac{1}{7}} \approx 1,158$

- 15 a** $g_{\text{dag}} = 1,05$
 $g_{\text{week}} = 1,05^7 \approx 1,407$
 Bij een toename van 5% per dag hoort een toename van ongeveer 40,7% per week.
- b** Bij een groeifactor van 1,5 per dag hoort een groeifactor van $1,5^7 \approx 17,1$ per week.
- c** $g_{\text{uur}} = 0,8$
 $g_{\text{kwartier}} = 0,8^{\frac{1}{4}} \approx 0,946$
 Bij een afname van 20% per uur hoort een afname van ongeveer 5,4% per kwartier.
- d** Bij een groeifactor van 0,7 per uur hoort een groeifactor van $0,7^{\frac{1}{4}} \approx 0,915$ per kwartier.

- 16 a** $g_{3 \text{ jaar}} = 2,5$
 $g_{\text{jaar}} = 2,5^{\frac{1}{3}} \approx 1,357$
 Het groeipercentage per jaar is 35,7%.
- b** $g_{5 \text{ jaar}} = 2$
 $g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{5}} \approx 1,149$
 Het groeipercentage per jaar is 14,9%.
- c** $g_{12 \text{ jaar}} = 0,78$
 $g_{\text{jaar}} = 0,78^{\frac{1}{12}} \approx 0,980$
 De afname per jaar is 2,0%.

- 17 a** $g_{4 \text{ jaar}} = 3$ geeft $g_{\text{jaar}} = 3^{\frac{1}{4}} \approx 1,316$
 Dus $N = 500 \cdot 1,316^t$.
- b** $g_{3 \text{ jaar}} = \frac{1000}{800} = 1,25$ geeft $g_{\text{jaar}} = 1,25^{\frac{1}{3}} = 1,077...$
- c** $t = 2$, $M = 800$ en $g = 1,077...$ invullen bij $M = b \cdot g^t$ geeft $b \cdot 1,077...^2 = 800$.
 $b = \frac{800}{1,077...^2} = 689,4... \approx 690$
- d** $M = 690 \cdot 1,077^t$

Bladzijde 17

- 18 a** Stel $N = b \cdot g^t$.
 $g_{6 \text{ maanden}} = \frac{4500}{1500} = 3$
 $g_{\text{maand}} = 3^{\frac{1}{6}} = 1,2009...$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,2009...^t \\ t = 4 \text{ en } N = 1500 \end{array} \right\} b \cdot 1,2009...^4 = 1500$$

$$b = \frac{1500}{1,2009...^4} \approx 720$$

 Dus $N = 720 \cdot 1,201^t$.
- b** Stel $A = b \cdot g^t$.
 $g_{9 \text{ jaar}} = \frac{7520}{8550} = 0,8795...$
 $g_{\text{jaar}} = 0,8795...^{\frac{1}{9}} = 0,9858...$

$$\left. \begin{array}{l} A = b \cdot 0,9858...^t \\ t = 6 \text{ en } A = 8550 \end{array} \right\} b \cdot 0,9858...^6 = 8550$$

$$b = \frac{8550}{0,9858...^6} \approx 9310$$

 Dus $A = 9310 \cdot 0,986^t$.
- c** Stel $M = b \cdot g^t$.
 $g_{10 \text{ jaar}} = 3$ geeft $g_{\text{jaar}} = 3^{\frac{1}{10}} = 1,1161...$
 Dus $M = 75 \cdot 1,116^t$.

19 a $g_{3 \text{ km}} = \frac{555}{800} = 0,69375$
 $g_{\text{km}} = 0,69375^{\frac{1}{3}} = 0,8852\dots$

$$\left. \begin{aligned} P &= b \cdot 0,8852\dots^h \\ h &= 2 \text{ en } P = 800 \end{aligned} \right\} b \cdot 0,8852\dots^2 = 800$$

$$b = \frac{800}{0,8852\dots^2} \approx 1021$$

Dus $P = 1021 \cdot 0,8852^h$.

- b** $h = 7,5$ geeft $P = 1021 \cdot 0,8852^{7,5} \approx 408$
 Dus de luchtdruk op die hoogte is 408 hPa.

20 Voor de wereldproductie van plastic geldt $g_{39 \text{ jaar}} = \frac{250}{44} = 5,6818\dots$, dus $g_{\text{jaar}} = 5,6818\dots^{\frac{1}{39}} \approx 1,046$.

Dus de toename per jaar is 4,6%.

Voor de hoeveelheid microplastic in de lagen van de bodem geldt $g_{22 \text{ jaar}} = \frac{17}{6} = 2,8333\dots$,

dus $g_{\text{jaar}} = 2,8333\dots^{\frac{1}{22}} \approx 1,048$. Dus de toename per jaar is 4,8%.

Dus de hoeveelheid microplastic in de lagen van de bodem neemt ongeveer met hetzelfde percentage per jaar toe als de wereldwijde productie van plastic.

21 Stel $A = b \cdot g^t$.
 $g_{4 \text{ dagen}} = \frac{11}{31} = 0,3548\dots$
 $g_{\text{dag}} = 0,3548\dots^{\frac{1}{4}} = 0,7718\dots$

$$\left. \begin{aligned} A &= b \cdot 0,7718\dots^t \\ t &= 3 \text{ en } A = 31 \end{aligned} \right\} b \cdot 0,7718\dots^3 = 31$$

$$b = \frac{31}{0,7718\dots^3} = 67,4\dots$$

60 uur = $\frac{60}{24}$ dag = 2,5 dag

$t = 2,5$ geeft $A = 67,4\dots \cdot 0,7718\dots^{2,5} \approx 35$

Na 60 uur was de oppervlakte van de wond ongeveer 35 mm².

Bladzijde 18

- 22 a** Voer in $y_1 = 17,0 \cdot 1,031^x$ en $y_2 = 34,0$.
 De optie snijpunt geeft $x = 22,70\dots$
 Na 22,7 jaar is het aantal verdubbeld.
- b** Voer in $y_1 = 12,9 \cdot 1,031^x$ en $y_2 = 25,8$.
 De optie snijpunt geeft $x = 22,70\dots$
 Na 22,7 jaar is het aantal verdubbeld.

Bladzijde 19

- 23 a** $g_{\text{jaar}} = 1,131$, dus los op $1,131^T = 2$.
 Voer in $y_1 = 1,131^x$ en $y_2 = 2$.
 De optie snijpunt geeft $x = 5,63\dots$
 De verdubbelingstijd is 5 jaar en $0,63\dots \times 12 \approx 8$ maanden.
- b** Er geldt $g^{25} = 2$ met g de groeifactor per jaar.
 $g^{25} = 2$ geeft $g = 2^{\frac{1}{25}} \approx 1,028$
 Het groeipcentage per jaar is 2,8%.
- c** $g_{\text{week}} = 0,915$, dus los op $0,915^T = \frac{1}{2}$.
 Voer in $y_1 = 0,915^x$ en $y_2 = \frac{1}{2}$.
 De optie snijpunt geeft $x = 7,80\dots$
 De halveringstijd is 7 weken en $0,80\dots \times 7 \approx 6$ dagen.
- d** Er geldt $g^{28} = \frac{1}{2}$ met g de groeifactor per jaar.
 $g^{28} = \frac{1}{2}$ geeft $g = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{28}} \approx 0,976$
 De afname is 2,4% per jaar.

- 24 a** $g_{\text{jaar}} = 1,0325$, dus los op $1,0325^T = 2$.
 Voer in $y_1 = 1,0325^x$ en $y_2 = 2$.
 De optie snijpunt geeft $x = 21,67...$
 De verdubbelingstijd is 22 jaar.
- b** $g_{10 \text{ jaar}} = 0,942$, dus los op $0,942^T = \frac{1}{2}$.
 Voer in $y_1 = 0,942^x$ en $y_2 = \frac{1}{2}$.
 De optie snijpunt geeft $x = 11,60...$
 De halveringstijd is $11,60... \times 10 \text{ jaar} \approx 116 \text{ jaar}$.

- 25 a** $g_{\text{dag}} = 0,917$, dus los op $0,917^T = \frac{1}{2}$.
 Voer in $y_1 = 0,917^x$ en $y_2 = \frac{1}{2}$.
 De optie snijpunt geeft $x = 7,99...$
 De halveringstijd is 8 dagen.
- b** $g_{\text{dag}} = 0,917$, dus los op $0,917^T = 0,1$.
 Voer in $y_1 = 0,917^x$ en $y_2 = 0,1$.
 De optie snijpunt geeft $x = 26,57...$
 Na 27 dagen is nog 10% van de beginhoeveelheid over.

- 26** Volgens het onderzoek van Natuurmonumenten geldt $g^{12} = \frac{1}{2}$ met g de groeifactor per jaar.
 $g^{12} = \frac{1}{2}$ geeft $g = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{12}} = 0,943...$
 $0,943...^{27} \approx 0,210$
 Dus een afname van 79,0% in 27 jaar.
 Dat is redelijk in lijn met het onderzoek in Duitsland.

Bladzijde 20

- 27 a** $1,46 \cdot 1,56 \cdot 1,53 \cdot 1,39 \cdot 1,64 \approx 7,9$
 $1,46 \cdot 1,56 \cdot 1,53 \cdot 1,39 \cdot 1,64 \cdot 1,32 \approx 10,5$
 Dus 6 dagen na 22 januari was het aantal besmettingsgevallen voor het eerst meer dan 10 keer zo veel als op 22 januari.
- b** Omdat de procentuele toename per dag niet constant is en er dus geen sprake is van exponentiële groei.
- c** Dan geldt $g^6 = 10$ met g de groeifactor per dag.
 $g^6 = 10$ geeft $g = 10^{\frac{1}{6}} = 1,467... \approx 1,468$
 Het groeipcentage is 46,8% per dag.
- d** $g_{\text{dag}} = 1,467...$, dus los op $1,467...^T = 2$.
 Voer in $y_1 = 1,467...^x$ en $y_2 = 2$.
 De optie snijpunt geeft $x = 1,806...$
 De verdubbelingstijd is $1,806... \times 24 \approx 43 \text{ uur}$.
- 28 a** $g_{\text{jaar}} = 0,999879...$, dus los op $0,999879^T = \frac{1}{2}$.
 Voer in $y_1 = 0,999879^x$ en $y_2 = \frac{1}{2}$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 5728$.
 De halveringstijd is ongeveer 5730 jaar.
- b** $t = 3000$ geeft $N = 12,5 \cdot 0,999879^{3000} = 8,69...$
 De radioactiviteit van de koolstof-14 in dit hout is ongeveer 8,7 cpm.
- c** Los op $0,999879^T = 0,773$.
 Voer in $y_1 = 0,999879^x$ en $y_2 = 0,773$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 2128$.
 $2006 + 217 = 2223$
 Dus $2223 - 2128 = 95 \text{ jaar}$ afwijking.

9.2 Werken met logaritmen

Bladzijde 22

29 **a** ${}^2\log(16) = 4$
b ${}^3\log(81) = 4$

c ${}^5\log(\frac{1}{25}) = -2$
d ${}^6\log(1) = 0$

30 **a** ${}^2\log(8) = 3$
b ${}^3\log(9) = 2$

c ${}^5\log(\frac{1}{5}) = -1$
d ${}^6\log(\sqrt{6}) = \frac{1}{2}$

Bladzijde 23

31 **a** ${}^3\log(x-1) = 5$
 $x-1 = 3^5$
 $x-1 = 243$
 $x = 244$
b $5 + {}^5\log(x+3) = 7$
 ${}^5\log(x+3) = 2$
 $x+3 = 5^2$
 $x+3 = 25$
 $x = 22$

c $\frac{1}{2}\log(3x+4) = -2$
 $3x+4 = (\frac{1}{2})^{-2}$
 $3x+4 = 4$
 $3x = 0$
 $x = 0$
d $4 - 2 \cdot {}^3\log(x) = 3$
 $-2 \cdot {}^3\log(x) = -1$
 ${}^3\log(x) = \frac{1}{2}$
 $x = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

32 **a** $3^{x-1} = 5$
 $x-1 = {}^3\log(5)$
 $x = 1 + {}^3\log(5)$
b $4^x + 3 = 21$
 $4^x = 18$
 $x = {}^4\log(18)$

c $5 + 4^{-x} = 17$
 $4^{-x} = 12$
 $-x = {}^4\log(12)$
 $x = -{}^4\log(12)$
d $6 - 5^{3+x} = 1$
 $-5^{3+x} = -5$
 $5^{3+x} = 5^1$
 $3+x = 1$
 $x = -2$

33 **a** ${}^2\log(3x+7) = 4$
 $3x+7 = 2^4$
 $3x+7 = 16$
 $3x = 9$
 $x = 3$
b $7 + 2^{x-3} = 10$
 $2^{x-3} = 3$
 $x-3 = {}^2\log(3)$
 $x = 3 + {}^2\log(3)$
c $3 + {}^2\log(5 - 1\frac{1}{2}x) = 0$
 ${}^2\log(5 - 1\frac{1}{2}x) = -3$
 $5 - 1\frac{1}{2}x = 2^{-3}$
 $5 - 1\frac{1}{2}x = \frac{1}{8}$
 $-1\frac{1}{2}x = -4\frac{7}{8}$
 $x = 3\frac{1}{4}$

d $3 \cdot 5^{2x+1} = 75$
 $5^{2x+1} = 25$
 $5^{2x+1} = 5^2$
 $2x+1 = 2$
 $2x = 1$
 $x = \frac{1}{2}$
e $9 \cdot 3^x = 3^{2x-3}$
 $3^2 \cdot 3^x = 3^{2x-3}$
 $3^{2+x} = 3^{2x-3}$
 $2+x = 2x-3$
 $-x = -5$
 $x = 5$
f $2^{3x+1} = 4^{2x}$
 $2^{3x+1} = (2^2)^{2x}$
 $2^{3x+1} = 2^{4x}$
 $3x+1 = 4x$
 $-x = -1$
 $x = 1$

34 a $2^{\frac{1}{2}x+1} + 3 = 5$
 $2^{\frac{1}{2}x+1} = 2^1$
 $\frac{1}{2}x + 1 = 1$
 $\frac{1}{2}x = 0$
 $x = 0$

b ${}^3\log(2x - 4) + 6 = 9$
 ${}^3\log(2x - 4) = 3$
 $2x - 4 = 3^3$
 $2x - 4 = 27$
 $2x = 31$
 $x = 15\frac{1}{2}$

c $1 - {}^4\log(2(x + 1)) = -2$
 $-{}^4\log(2(x + 1)) = -3$
 ${}^4\log(2(x + 1)) = 3$
 $2(x + 1) = 4^3$
 $2(x + 1) = 64$
 $x + 1 = 32$
 $x = 31$

d $3 + 2^{0,4x} = 12$
 $2^{0,4x} = 9$
 $0,4x = {}^2\log(9)$
 $x = 2\frac{1}{2} \cdot {}^2\log(9)$

e ${}^2\log(x^2 - 6x + 12) - 5 = -3$
 ${}^2\log(x^2 - 6x + 12) = 2$
 $x^2 - 6x + 12 = 2^2$
 $x^2 - 6x + 8 = 0$
 $(x - 2)(x - 4) = 0$
 $x = 2 \vee x = 4$

f $2 \cdot 5^{0,2x+3} = 34$
 $5^{0,2x+3} = 17$
 $0,2x + 3 = {}^5\log(17)$
 $0,2x = -3 + {}^5\log(17)$
 $x = -15 + 5 \cdot {}^5\log(17)$

35 a $y = 3^{x-1}$
 $3^{x-1} = y$
 $x - 1 = {}^3\log(y)$
 $x = 1 + {}^3\log(y)$

b $y = {}^2\log(x - 5)$
 ${}^2\log(x - 5) = y$
 $x - 5 = 2^y$
 $x = 2^y + 5$

Bladzijde 24

36 De regel $g^x = a$ geeft $x = {}^g\log(a)$ bij $3^{2x-1} = y - 8$ geeft $2x - 1 = {}^3\log(y - 8)$.
 De regel ${}^g\log(x) = y$ geeft $x = g^y$ bij ${}^2\log(5t + 3) = N + 4$ geeft $5t + 3 = 2^{N+4}$.

37 a $y = 2^{3x-4}$
 $2^{3x-4} = y$
 $3x - 4 = {}^2\log(y)$
 $3x = 4 + {}^2\log(y)$
 $x = 1\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot {}^2\log(y)$

b $y = 8 + 3^{x-2}$
 $3^{x-2} = y - 8$
 $x - 2 = {}^3\log(y - 8)$
 $x = 2 + {}^3\log(y - 8)$

c $y = 2 \cdot 5^{0,1x}$
 $2 \cdot 5^{0,1x} = y$
 $5^{0,1x} = \frac{1}{2}y$
 $0,1x = {}^5\log(\frac{1}{2}y)$
 $x = 10 \cdot {}^5\log(\frac{1}{2}y)$

d $y = 20 + 5 \cdot 3^{0,4x}$
 $5 \cdot 3^{0,4x} = y - 20$
 $3^{0,4x} = \frac{1}{5}y - 4$
 $0,4x = {}^3\log(\frac{1}{5}y - 4)$
 $x = 2\frac{1}{2} \cdot {}^3\log(\frac{1}{5}y - 4)$

38 a $y = {}^3\log(x) + 2$
 ${}^3\log(x) = y - 2$
 $x = 3^{y-2}$

b $y = \frac{1}{5} \cdot {}^2\log(3x)$
 ${}^2\log(3x) = 5y$
 $3x = 2^{5y}$
 $x = \frac{1}{3} \cdot 2^{5y}$

c $y = {}^5\log(2x + 1)$
 ${}^5\log(2x + 1) = y$
 $2x + 1 = 5^y$
 $2x = -1 + 5^y$
 $x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 5^y$

d $y = 2 \cdot \frac{1}{2}\log(5 - 3x) - 1$
 $2 \cdot \frac{1}{2}\log(5 - 3x) = y + 1$
 $\frac{1}{2}\log(5 - 3x) = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}$
 $5 - 3x = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}}$
 $-3x = -5 + (\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}}$
 $x = 1\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot (\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}}$

Bladzijde 25

39 a $N = 10 \cdot 5^{3t-1}$

$$5^{3t-1} = \frac{1}{10} N$$

$$3t - 1 = {}^5\log\left(\frac{1}{10} N\right)$$

$$3t - 1 + {}^5\log\left(\frac{1}{10} N\right)$$

$$t = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot {}^5\log\left(\frac{1}{10} N\right)$$

b $N = {}^3\log(2t + 1) - 6$

$${}^3\log(2t + 1) = N + 6$$

$$2t + 1 = 3^{N+6}$$

$$2t = -1 + 3^{N+6}$$

$$t = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 3^{N+6}$$

c $N = 100 + 2^{0,2t-1}$

$$2^{0,2t-1} = N - 100$$

$$0,2t - 1 = {}^2\log(N - 100)$$

$$0,2t = 1 + {}^2\log(N - 100)$$

$$t = 5 + 5 \cdot {}^2\log(N - 100)$$

d $N = 4 - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\log(2(t+3))$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\log(2(t+3)) = -N + 4$$

$$\frac{1}{2}\log(2(t+3)) = -\frac{1}{2}N + 6$$

$$2(t+3) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}N+6}$$

$$t+3 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}N+6}$$

$$t = -3 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}N+7}$$

40 a $A = 500 - 50 \cdot 1,75^{B-2,5}$

$$50 \cdot 1,75^{B-2,5} = -A + 500$$

$$1,75^{B-2,5} = -\frac{1}{50}A + 10$$

$$B - 2,5 = {}^{1,75}\log\left(-\frac{1}{50}A + 10\right)$$

$$B = 2,5 + {}^{1,75}\log\left(-\frac{1}{50}A + 10\right)$$

b $C = 20 + 0,4 \cdot {}^3\log(2 - 8S)$

$$0,4 \cdot {}^3\log(2 - 8S) = C - 20$$

$${}^3\log(2 - 8S) = 2\frac{1}{2}C - 50$$

$$2 - 8S = 3^{2\frac{1}{2}C - 50}$$

$$-8S = -2 + 3^{2\frac{1}{2}C - 50}$$

$$S = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \cdot 3^{2\frac{1}{2}C - 50}$$

c $N = 50 \cdot 2^{4t-1}$

$$N = 50 \cdot (4^{\frac{1}{2}})^{4t-1}$$

$$N = 50 \cdot 4^{2t - \frac{1}{2}}$$

$$4^{2t - \frac{1}{2}} = \frac{1}{50}N$$

$$2t - \frac{1}{2} = {}^4\log\left(\frac{1}{50}N\right)$$

$$2t = \frac{1}{2} + {}^4\log\left(\frac{1}{50}N\right)$$

$$t = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot {}^4\log\left(\frac{1}{50}N\right)$$

d $y = 3 - {}^2\log(4x - 1)$

$${}^2\log(4x - 1) = -y + 3$$

$$4x - 1 = 2^{-y+3}$$

$$4x = 1 + 2^{-y+3}$$

$$x = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot 2^{-y+3}$$

$$x = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot 2^{-y} \cdot 2^3$$

$$x = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot (2^{-1})^y \cdot 8$$

$$x = \frac{1}{4} + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^y$$

$$\text{Dus } a = \frac{1}{4}, b = 2 \text{ en } g = \frac{1}{2}.$$

41 a Voer in $y_1 = 3^x$ en $y_2 = 8$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 1,893$.

b $3^x = 8$ exact oplossen geeft $x = {}^3\log(8)$.

$$\text{Dus } {}^3\log(8) \approx 1,893.$$

Bladzijde 26

42 a ${}^3\log(5) \approx 1,46$

b $\frac{1}{2}\log(18) \approx -1,49$

c ${}^2\log(20) - {}^2\log(6) \approx 1,74$

d $\frac{1}{3}\log(10) + \log\left(\frac{1}{3}\right) \approx -2,57$

e $3 \cdot {}^2\log(7) \approx 8,42$

f $\frac{5}{{}^4\log(12)} \approx 2,79$

43 a $t = 30$ geeft $N = \log(30) + 150 \approx 151,48$

b $a = 12$ geeft $P = 11,8 - \frac{120}{{}^5\log(12)} \approx -65,92$

c $K = 5 \cdot 10^{16}$ geeft $0,25q - 30 = \log(5 \cdot 10^{16})$

$$0,25q - 30 = 16,698\dots$$

$$0,25q = 46,698\dots$$

$$q \approx 186,80$$

d $L = 12,4$ en $M = 100$ geeft $\log(100) + 3 \cdot \log(T) + 11 = 12,4$

$$2 + 3 \cdot \log(T) + 11 = 12,4$$

$$3 \cdot \log(T) = -0,6$$

$$\log(T) = -0,2$$

$$T = 10^{-0,2} \approx 0,63$$

- 44 a** $h = 29$ geeft $m = 37 \cdot \log(29) + 31 \approx 85$
 Hierbij hoort een mensenleeftijd van 85 jaar.
- b** Los op $37 \cdot \log(h) + 31 < 7h$.
 Voer in $y_1 = 37 \cdot \log(x) + 31$ en $y_2 = 7x$.
 De optie snijpunt geeft $x = 9,627\dots$
 Dus vanaf $h = 10$.
- c** $m = 37 \cdot \log(h) + 31$
 $37 \cdot \log(h) = m - 31$
 $\log(h) = \frac{1}{37}m - \frac{31}{37}$
 $h = 10^{\frac{1}{37}m - \frac{31}{37}}$
 $h \approx 10^{0,027m - 0,838}$
 Dus $h = 10^{0,027m - 0,838}$.
- d** $m = 75$ geeft $h = 10^{0,027 \cdot 75 - 0,838} \approx 15,4$
 Dus een hondenleeftijd van 15 jaar.

Bladzijde 27

- 45 a** $B = 11\,275$ geeft $V = 1339 \cdot \log(11\,275) - 4539 \approx 887$
 Dus $907 - 887 = 20$ kcal per persoon per dag meer.
- b** $B = 22\,591$ geeft $V = 1339 \cdot \log(22\,591) - 4539 \approx 1291$
 $1017 < 1291$, dus Nederland gaat zuiniger om met voedsel dan op basis van de formule verwacht mag worden.
- c** Dat betekent dat mensen in Zimbabwe minder voedsel kopen dan ze nodig hebben.
- d** $V = 0$ geeft $1339 \cdot \log(B) - 4539 = 0$
 $1339 \cdot \log(B) = 4539$
 $\log(B) = 3,389\dots$
 $B = 10^{3,389\dots} \approx 2454$
 Dus bij bestedingen van 2454 dollar per persoon per jaar is de voedselverspilling gelijk aan 0.
- e** Het gaat om voedselverspilling per persoon per dag. Dat is een gemiddelde. Er zullen in India zowel mensen zijn die minder voedsel kopen dan ze nodig hebben als mensen die meer voedsel kopen dan ze nodig hebben.

9.3 Rekenregels voor logaritmen**Bladzijde 29**

- 46** De beweringen II, III, V en VIII zijn waar.

Bladzijde 30

- 47 a** $p \cdot {}^s\log(a) = {}^s\log(a^p)$ en ${}^s\log(a) - {}^s\log(b) = {}^s\log\left(\frac{a}{b}\right)$
- b** Uit ${}^s\log(g^a) = a$ volgt $4 = \log(10^4) = \log(10\,000)$ en uit $p \cdot {}^s\log(a) = {}^s\log(a^p)$ volgt $3 \cdot \log(2) = \log(2^3)$.
- c** $\log(1250) = \log(10 \cdot 125) = \log(10) + \log(125) = 1 + \log(125)$
- 48 a** $10^{-0,30} = 0,5011\dots$, dus $K = \log(0,5011M^{3,25})$.
- b** ${}^2\log(96) = 6,5849\dots$, dus $N = 6,585 + 3 \cdot {}^2\log(x)$.
- 49 a** ${}^2\log(6) + {}^2\log(10) = {}^2\log(60)$
- b** ${}^3\log(30) - {}^3\log(6) = {}^3\log(5)$
- c** $2 \cdot {}^5\log(3) + {}^5\log(\frac{1}{2}) = {}^5\log(3^2) + {}^5\log(\frac{1}{2}) = {}^5\log(9) + {}^5\log(\frac{1}{2}) = {}^5\log(4\frac{1}{2})$
- d** $\log(50) - 2 \cdot \log(5) = \log(50) - \log(5^2) = \log(50) - \log(25) = \log(2)$
- 50 a** $4 + {}^2\log(3) = {}^2\log(16) + {}^2\log(3) = {}^2\log(48)$
- b** $2 - \log(5) = \log(100) - \log(5) = \log(20)$
- c** ${}^2\log(12) - {}^3\log(9) = {}^2\log(12) - 2 = {}^2\log(12) - {}^2\log(4) = {}^2\log(3)$
- d** $\frac{1}{2} \cdot {}^3\log(16) + \frac{1}{2}\log(8) = {}^3\log(16^{\frac{1}{2}}) + \frac{1}{2}\log((\frac{1}{2})^{-3}) = {}^3\log(4) - 3 = {}^3\log(4) - {}^3\log(27) = {}^3\log(\frac{4}{27})$

Bladzijde 31

- 51** a $\frac{1}{2}\log(15) - 4 \cdot \frac{1}{2}\log(3) = \frac{1}{2}\log(15) - \frac{1}{2}\log(3^4) = \frac{1}{2}\log(15) - \frac{1}{2}\log(81) = \frac{1}{2}\log(\frac{15}{81}) = \frac{1}{2}\log(\frac{5}{27})$
 b $-2 \cdot {}^4\log(6) + {}^4\log(12) = {}^4\log(6^{-2}) + {}^4\log(12) = {}^4\log(\frac{1}{36}) + {}^4\log(12) = {}^4\log(\frac{12}{36}) = {}^4\log(\frac{1}{3})$
 c $3 - \frac{1}{2}\log(10) = \frac{1}{2}\log(\frac{1}{8}) - \frac{1}{2}\log(10) = \frac{1}{2}\log(\frac{1}{80})$
 d $\log(500) - {}^5\log(125) = \log(500) - 3 = \log(500) - \log(1000) = \log(\frac{1}{2})$

- 52** a $P = 1,4 \cdot {}^2\log(Q) + 3$
 $P = {}^2\log(Q^{1,4}) + {}^2\log(8)$
 $P = {}^2\log(8Q^{1,4})$
 b $N = {}^3\log(81x^2)$
 $N = {}^3\log(81) + {}^3\log(x^2)$
 $N = 4 + 2 \cdot {}^3\log(x)$
 c $V = 3,5 + {}^5\log(1,2a)$
 $V = 3,5 + \frac{\log(1,2a)}{\log(5)}$
 $V = 3,5 + \frac{1}{\log(5)} \cdot \log(1,2a)$
 $V \approx 3,5 + 1,43 \cdot \log(1,2a)$
 Dus $V = 3,5 + 1,43 \cdot \log(1,2a)$.

- 53** a $N = 2,3 - 0,7 \cdot \log(Q)$
 $N = \log(10^{2,3}) + \log(Q^{-0,7})$
 $N = \log(10^{2,3} \cdot Q^{-0,7})$
 $N \approx \log(200Q^{-0,7})$
 Dus $N = \log(200Q^{-0,7})$.
 b $A = \log\left(\frac{150}{B^3}\right)$
 $A = \log(150) - \log(B^3)$
 $A \approx 2,18 - 3 \cdot \log(B)$
 Dus $A = 2,18 - 3 \cdot \log(B)$.
 c $T = {}^{1,4}\log(8,3t) - 2,7$
 $T = {}^{1,4}\log(8,3) + {}^{1,4}\log(t) - 2,7$
 $T = {}^{1,4}\log(8,3) - 2,7 + \frac{\log(t)}{\log(1,4)}$
 $T = {}^{1,4}\log(8,3) - 2,7 + \frac{1}{\log(1,4)} \cdot \log(t)$
 $T \approx 3,59 + 6,84 \cdot \log(t)$
 Dus $T = 3,59 + 6,84 \cdot \log(t)$.

- 54** a $y = {}^2\log(48x)$
 $y = {}^2\log(16) + {}^2\log(3x)$
 $y = 4 + {}^2\log(3x)$
 b $N = \log(300p) - 1$
 $N = \log(100) + \log(3p) - 1$
 $N = 2 + \log(3p) - 1$
 $N = 1 + \log(3p)$
 c $R = 4 \cdot {}^3\log(54q)$
 $R = 4 \cdot ({}^3\log(27) + {}^3\log(2q))$
 $R = 4 \cdot (3 + {}^3\log(2q))$
 $R = 12 + 4 \cdot {}^3\log(2q)$
 d $P = {}^2\log(96s) + {}^2\log(48s)$
 $P = {}^2\log(32) + {}^2\log(3s) + {}^2\log(16) + {}^2\log(3s)$
 $P = 5 + {}^2\log(3s) + 4 + {}^2\log(3s)$
 $P = 9 + 2 \cdot {}^2\log(3s)$

Bladzijde 32

- 55 a** $W = 4,5 + 2,6 \cdot {}^2\log(N) - {}^2\log(P)$
 $W = {}^2\log(2^{4,5}) + {}^2\log(N^{2,6}) - {}^2\log(P)$
 $W = {}^2\log\left(2^{4,5} \cdot \frac{N^{2,6}}{P}\right)$
 $W \approx {}^2\log\left(22,63 \cdot \frac{N^{2,6}}{P}\right)$
Dus $W = {}^2\log\left(22,63 \cdot \frac{N^{2,6}}{P}\right)$.
- b** $G = 2 \cdot \log(T) - 1,2 \cdot \log(Q) + 3,2$
 $G = \log(T^2) + \log(Q^{-1,2}) + \log(10^{3,2})$
 $G = \log(10^{3,2} T^2 Q^{-1,2})$
 $G \approx \log(1585 T^2 Q^{-1,2})$
Dus $G = \log(1585 T^2 Q^{-1,2})$.

- 56** $\log(x) + \log(5) = 2$
 $\log(5x) = 2$
 $5x = 10^2$
 $5x = 100$
 $x = 20$

Bladzijde 33

- 57 a** ${}^g\log(a) - {}^g\log(b) = {}^g\log\left(\frac{a}{b}\right)$
- b** $x = 1$ geeft ${}^3\log(-1) = 1 - {}^3\log(-3)$, maar een logaritme van een getal kleiner dan of gelijk aan nul bestaat niet.
Dus $x = 1$ voldoet niet.
- 58 a** ${}^3\log(4x) + {}^3\log(5) = 2$
 ${}^3\log(20x) = 2$
 $20x = 9$
 $x = \frac{9}{20}$
- b** ${}^2\log(x) = 4 - {}^2\log(3)$
 ${}^2\log(x) + {}^2\log(3) = 4$
 ${}^2\log(3x) = 4$
 $3x = 16$
 $x = 5\frac{1}{3}$
- c** ${}^4\log(x) + {}^4\log(3) = {}^4\log(x+1)$
 ${}^4\log(3x) = {}^4\log(x+1)$
 $3x = x+1$
 $2x = 1$
 $x = \frac{1}{2}$
- d** ${}^3\log(2x) = 1 + {}^3\log(x-1)$
 ${}^3\log(2x) = {}^3\log(3) + {}^3\log(x-1)$
 ${}^3\log(2x) = {}^3\log(3(x-1))$
 $2x = 3(x-1)$
 $2x = 3x - 3$
 $-x = -3$
 $x = 3$
- e** ${}^2\log(x+6) = 4 - {}^2\log(x)$
 ${}^2\log(x+6) + {}^2\log(x) = 4$
 ${}^2\log(x(x+6)) = 4$
 $x(x+6) = 16$
 $x^2 + 6x - 16 = 0$
 $(x-2)(x+8) = 0$
 $x = 2 \vee x = -8$
vold. niet
- f** ${}^3\log(2x+1) - {}^3\log(x-3) - 2 = 0$
 ${}^3\log(2x+1) = 2 + {}^3\log(x-3)$
 ${}^3\log(2x+1) = {}^3\log(9) + {}^3\log(x-3)$
 ${}^3\log(2x+1) = {}^3\log(9(x-3))$
 $2x+1 = 9(x-3)$
 $2x+1 = 9x-27$
 $-7x = -28$
 $x = 4$

59 a $\log(4x - 30) + \log(x) = 2$
 $\log(x(4x - 30)) = 2$
 $x(4x - 30) = 100$
 $4x^2 - 30x - 100 = 0$
 $2x^2 - 15x - 50 = 0$
 $D = (-15)^2 - 4 \cdot 2 \cdot -50 = 625$
 $x = \frac{15 \pm 25}{4} \vee x = \frac{15 - 25}{4}$
 $x = 10 \vee x = -2\frac{1}{2}$
 vold. niet

b ${}^4\log(3x + 4) = 3 - {}^4\log(x)$
 ${}^4\log(3x + 4) + {}^4\log(x) = 3$
 ${}^4\log(x(3x + 4)) = 3$
 $x(3x + 4) = 64$
 $3x^2 + 4x - 64 = 0$
 $D = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot -64 = 784$
 $x = \frac{-4 \pm 28}{6} \vee x = \frac{-4 - 28}{6}$
 $x = 4 \vee x = -5\frac{1}{3}$
 vold. niet

c $\frac{1}{2}\log(x - 2) + 3 + \frac{1}{2}\log(x) = 0$
 $\frac{1}{2}\log(x(x - 2)) = -3$
 $x(x - 2) = 8$
 $x^2 - 2x - 8 = 0$
 $(x + 2)(x - 4) = 0$
 $x = -2 \vee x = 4$
 vold. niet

d ${}^4\log(x) + {}^4\log(x - 1) = {}^4\log(x + 3)$
 ${}^4\log(x(x - 1)) = {}^4\log(x + 3)$
 $x(x - 1) = x + 3$
 $x^2 - x = x + 3$
 $x^2 - 2x - 3 = 0$
 $(x + 1)(x - 3) = 0$
 $x = -1 \vee x = 3$
 vold. niet

60 a $y = 2^x \xrightarrow{\text{translatie } (-3, 0)} y = 2^{x+3}$

b $y = 2^x \xrightarrow{\text{verm. } x\text{-as, } 8} y = 8 \cdot 2^x$
 Er geldt $8 \cdot 2^x = 2^3 \cdot 2^x = 2^{x+3}$.

Dus de grafiek van f ontstaat ook uit die van $y = 2^x$ door de vermenigvuldiging ten opzichte van de x -as met 8.

c $y = {}^2\log(x) \xrightarrow{\text{verm. } y\text{-as, } \frac{1}{8}} y = {}^2\log(8x)$

d $y = {}^2\log(x) \xrightarrow{\text{translatie } (0, 3)} y = 3 + {}^2\log(x)$
 Er geldt $3 + {}^2\log(x) = {}^2\log(8) + {}^2\log(x) = {}^2\log(8x)$.

Dus de grafiek van g ontstaat ook uit die van $y = {}^2\log(x)$ bij de translatie $(0, 3)$.

Bladzijde 34

61 a $y = 2^x \xrightarrow{\text{translatie } (5, 0)} y = 2^{x-5}$

Er geldt $2^{x-5} = 2^x \cdot 2^{-5} = \frac{1}{32} \cdot 2^x$.

Dus de vermenigvuldiging ten opzichte van de x -as met $\frac{1}{32}$.

b $y = 2^x \xrightarrow{\text{verm. } x\text{-as, } \frac{1}{2}} y = \frac{1}{2} \cdot 2^x$

Er geldt $\frac{1}{2} \cdot 2^x = 2^{-1} \cdot 2^x = 2^{x-1}$.

Dus de translatie $(1, 0)$.

c $y = {}^2\log(x) \xrightarrow{\text{verm. } y\text{-as, } \frac{1}{32}} y = {}^2\log(32x)$

Er geldt ${}^2\log(32x) = {}^2\log(32) + {}^2\log(x) = 5 + {}^2\log(x)$.

Dus de translatie $(0, 5)$.

d $y = {}^2\log(x) \xrightarrow{\text{translatie } (0, 4)} y = 4 + {}^2\log(x)$

Er geldt $4 + {}^2\log(x) = {}^2\log(16) + {}^2\log(x) = {}^2\log(16x)$.

Dus de vermenigvuldiging ten opzichte van de y -as met $\frac{1}{16}$.

62 a $y = 2^x \xrightarrow{\text{translatie } (-4, 0)} y = 2^{x+4} \xrightarrow{\text{verm. } x\text{-as, } \frac{1}{4}} y = \frac{1}{4} \cdot 2^{x+4}$

Er geldt $\frac{1}{4} \cdot 2^{x+4} = \frac{1}{4} \cdot 2^x \cdot 2^4 = \frac{1}{4} \cdot 2^x \cdot 16 = 4 \cdot 2^x$.

Dus $a = 4$.

b $y = {}^2\log(x) \xrightarrow{\text{translatie } (3, 0)} y = {}^2\log(x - 3) \xrightarrow{\text{verm. } y\text{-as, } \frac{1}{4}} y = {}^2\log(4x - 3)$

Er geldt ${}^2\log(4x - 3) = {}^2\log(4(x - \frac{3}{4})) = {}^2\log(4) + {}^2\log(x - \frac{3}{4}) = 2 + {}^2\log(x - \frac{3}{4})$.

Dus $p = 2$ en $q = -\frac{3}{4}$.

Bladzijde 35

$$63 \quad a \quad y = 10 - 3^{2x-1} \xrightarrow{\text{translatie } (-2, -12)} y = 10 - 3^{2(x+2)-1} - 12$$

$$y = -2 - 3^{2x+4-1}$$

$$y = -2 - 3^{2x+3}$$

Er geldt $-2 - 3^{2x+3} = -2 - 3^{2x} \cdot 3^3 = -2 - 3^3 \cdot (3^2)^x = -2 - 27 \cdot 9^x$.

Dus $a = -2$, $b = -27$ en $g = 9$.

$$b \quad y = {}^2\log(4x + 10) + 1$$

$$y = {}^2\log(4(x + 2\frac{1}{2})) + 1$$

$$y = {}^2\log(4) + {}^2\log(x + 2\frac{1}{2}) + 1$$

$$y = 2 + {}^2\log(x + 2\frac{1}{2}) + 1$$

$$y = {}^2\log(x + 2\frac{1}{2}) + 3$$

$$y = {}^2\log(x) \xrightarrow{\text{translatie } (-2\frac{1}{2}, 3)} y = {}^2\log(x + 2\frac{1}{2}) + 3$$

Dus $m = -2\frac{1}{2}$ en $n = 3$.

$$c \quad y = 3^x \xrightarrow{\text{translatie } (-5, 36)} y = 3^{x+5} + 36 \xrightarrow{\text{verm. x-as, } \frac{1}{9}} y = \frac{1}{9}(3^{x+5} + 36)$$

$$y = \frac{1}{9} \cdot 3^{x+5} + 4$$

$$y = 3^{-2} \cdot 3^{x+5} + 4$$

$$y = 4 + 3^{x+3}$$

Dus $p = 4$ en $q = 3$.

$$64 \quad a \quad f(x) = (\frac{1}{2})^{3-x} - 4$$

$$f(x) = (2^{-1})^{3-x} - 4$$

$$f(x) = 2^{-3+x} - 4$$

$$f(x) = 2^{x-3} - 4$$

$$y = 2^x \xrightarrow{\text{translatie } (3, -4)} y = 2^{x-3} - 4$$

$$b \quad g(x) = 1 + \frac{1}{2}\log(4x + 6)$$

$$g(x) = 1 + \frac{1}{2}\log(4(x + 1\frac{1}{2}))$$

$$g(x) = 1 + \frac{1}{2}\log(4) + \frac{1}{2}\log(x + 1\frac{1}{2})$$

$$g(x) = 1 - 2 + \frac{1}{2}\log(x + 1\frac{1}{2})$$

$$g(x) = -1 + \frac{1}{2}\log(x + 1\frac{1}{2})$$

$$y = \frac{1}{2}\log(x) \xrightarrow{\text{translatie } (-1\frac{1}{2}, -1)} y = -1 + \frac{1}{2}\log(x + 1\frac{1}{2})$$

$$c \quad f(6) = (\frac{1}{2})^{3-6} - 4 = (\frac{1}{2})^{-3} - 4 = 8 - 4 = 4, \text{ dus } P(6, 4).$$

$$g(x) = 4 \text{ geeft } 1 + \frac{1}{2}\log(4x + 6) = 4$$

$$\frac{1}{2}\log(4x + 6) = 3$$

$$4x + 6 = \frac{1}{8}$$

$$4x = -5\frac{7}{8}$$

$$x = -1\frac{15}{32}$$

Dus $Q(-1\frac{15}{32}, 4)$.

$$PQ = 6 - (-1\frac{15}{32}) = 7\frac{15}{32}$$

$$65 \quad a \quad y = (\frac{1}{5})^x \xrightarrow{\text{verm. y-as, } a} y = (\frac{1}{5})^{\frac{x}{a}}, \text{ dus } g(x) = (\frac{1}{5})^{\frac{x}{a}}.$$

$$g(3) = 25 \text{ geeft } (\frac{1}{5})^{\frac{3}{a}} = 25$$

$$(5^{-1})^{\frac{3}{a}} = 5^2$$

$$5^{-\frac{3}{a}} = 5^2$$

$$-\frac{3}{a} = 2$$

$$2a = -3$$

$$a = -1\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b } h(x) = 0 & \text{ geeft } {}^2\log(x^2 - 2x + 1) = 0 \\
 x^2 - 2x + 1 &= 1 \\
 x^2 - 2x &= 0 \\
 x(x - 2) &= 0 \\
 x &= 0 \vee x = 2 \\
 (0, 0) &\xrightarrow{\text{translatie } (3, 0)} (3, 0), \text{ dus } a = 3. \\
 (2, 0) &\xrightarrow{\text{translatie } (1, 0)} (3, 0), \text{ dus } a = 1.
 \end{aligned}$$

9.4 Formules omwerken

Bladzijde 37

66 a $N = 200 \cdot 1,08^t$

$$\begin{aligned}
 \log(N) &= \log(200 \cdot 1,08^t) \\
 \log(N) &= \log(200) + \log(1,08^t) \\
 \log(N) &= \log(200) + t \cdot \log(1,08)
 \end{aligned}$$

67 a $N = 8000 \cdot 1,18^t$

$$\begin{aligned}
 \log(N) &= \log(8000 \cdot 1,18^t) \\
 \log(N) &= \log(8000) + \log(1,18^t) \\
 \log(N) &= \log(8000) + t \cdot \log(1,18) \\
 \log(N) &\approx 3,90 + t \cdot 0,0719 \\
 \text{Dus } \log(N) &= 0,0719t + 3,90.
 \end{aligned}$$

b $N = 22\,000 \cdot 0,83^t$

$$\begin{aligned}
 \log(N) &= \log(22\,000 \cdot 0,83^t) \\
 \log(N) &= \log(22\,000) + \log(0,83^t) \\
 \log(N) &= \log(22\,000) + t \cdot \log(0,83) \\
 \log(N) &\approx 4,34 + t \cdot -0,0809 \\
 \text{Dus } \log(N) &= -0,0809t + 4,34.
 \end{aligned}$$

68 a $y = 50x^{1,35}$

$$\begin{aligned}
 \log(y) &= \log(50x^{1,35}) \\
 \log(y) &= \log(50) + \log(x^{1,35}) \\
 \log(y) &= \log(50) + 1,35 \cdot \log(x) \\
 \log(y) &\approx 1,70 + 1,35 \cdot \log(x) \\
 \text{Dus } \log(y) &= 1,70 + 1,35 \cdot \log(x).
 \end{aligned}$$

b $y = \frac{500}{x^2}$

$$\begin{aligned}
 \log(y) &= \log\left(\frac{500}{x^2}\right) \\
 \log(y) &= \log(500) - \log(x^2) \\
 \log(y) &= \log(500) - 2 \cdot \log(x) \\
 \log(y) &\approx 2,70 - 2 \cdot \log(x) \\
 \text{Dus } \log(y) &= 2,70 - 2 \cdot \log(x).
 \end{aligned}$$

Bladzijde 38

69 a $y = 600 \cdot 2,18^x$

$$\begin{aligned}
 \log(y) &= \log(600 \cdot 2,18^x) \\
 \log(y) &= \log(600) + \log(2,18^x) \\
 \log(y) &= \log(600) + x \cdot \log(2,18) \\
 \log(y) &\approx 2,78 + x \cdot 0,34 \\
 \text{Dus } \log(y) &= 0,34x + 2,78.
 \end{aligned}$$

b $F = 20L^3$

$$\begin{aligned}
 \log(F) &= \log(20L^3) \\
 \log(F) &= \log(20) + \log(L^3) \\
 \log(F) &= \log(20) + 3 \cdot \log(L)
 \end{aligned}$$

c $N = 6500 \cdot 1,25^{t-2}$

$$\begin{aligned}
 \log(N) &= \log(6500 \cdot 1,25^{t-2}) \\
 \log(N) &= \log(6500) + \log(1,25^{t-2}) \\
 \log(N) &= \log(6500) + (t-2) \cdot \log(1,25) \\
 \log(N) &= \log(6500) + t \cdot \log(1,25) - 2 \cdot \log(1,25) \\
 \log(N) &\approx 3,62 + t \cdot 0,0969 \\
 \text{Dus } \log(N) &= 0,0969t + 3,62.
 \end{aligned}$$

d $N = 18\,000 \cdot 0,74^{2t-3}$

$$\begin{aligned}
 \log(N) &= \log(18\,000 \cdot 0,74^{2t-3}) \\
 \log(N) &= \log(18\,000) + \log(0,74^{2t-3}) \\
 \log(N) &= \log(18\,000) + (2t-3) \cdot \log(0,74) \\
 \log(N) &= \log(18\,000) + 2t \cdot \log(0,74) - 3 \cdot \log(0,74) \\
 \log(N) &\approx 4,65 + t \cdot -0,2615 \\
 \text{Dus } \log(N) &= -0,2615t + 4,65.
 \end{aligned}$$

c $y = 260x^{-2,1}$

$$\begin{aligned}
 \log(y) &= \log(260x^{-2,1}) \\
 \log(y) &= \log(260) + \log(x^{-2,1}) \\
 \log(y) &= \log(260) - 2,1 \cdot \log(x) \\
 \log(y) &\approx 2,41 - 2,1 \cdot \log(x) \\
 \text{Dus } \log(y) &= 2,41 - 2,1 \cdot \log(x).
 \end{aligned}$$

d $y = \frac{80}{x\sqrt{x}} = \frac{80}{x \cdot x^{\frac{1}{2}}} = \frac{80}{x^{\frac{3}{2}}}$

$$\begin{aligned}
 \log(y) &= \log\left(\frac{80}{x^{\frac{3}{2}}}\right) \\
 \log(y) &= \log(80) - \log(x^{\frac{3}{2}}) \\
 \log(y) &= \log(80) - \frac{3}{2} \cdot \log(x) \\
 \log(y) &\approx 1,90 - 1,5 \cdot \log(x) \\
 \text{Dus } \log(y) &= 1,90 - 1,5 \cdot \log(x).
 \end{aligned}$$

b $y = 600x^{2,18}$

$$\begin{aligned}
 \log(y) &= \log(600x^{2,18}) \\
 \log(y) &= \log(600) + \log(x^{2,18}) \\
 \log(y) &= \log(600) + 2,18 \cdot \log(x) \\
 \log(y) &\approx 2,78 + 2,18 \cdot \log(x) \\
 \text{Dus } \log(y) &= 2,78 + 2,18 \cdot \log(x).
 \end{aligned}$$

c $y = 400 \cdot 1,75^{x-3}$
 $\log(y) = \log(400 \cdot 1,75^{x-3})$
 $\log(y) = \log(400) + \log(1,75^{x-3})$
 $\log(y) = \log(400) + (x-3) \cdot \log(1,75)$
 $\log(y) = \log(400) + x \cdot \log(1,75) - 3 \cdot \log(1,75)$
 $\log(y) \approx 1,87 + 0,24x$
Dus $\log(y) = 0,24x + 1,87$.

d $y = \frac{400}{x \cdot \sqrt[3]{x}} = \frac{400}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}} = \frac{400}{x^{\frac{4}{3}}}$
 $\log(y) = \log\left(\frac{400}{x^{\frac{4}{3}}}\right)$
 $\log(y) = \log(400) - \log(x^{\frac{4}{3}})$
 $\log(y) = \log(400) - \frac{4}{3} \cdot \log(x)$
 $\log(y) \approx 2,60 - 1,33 \cdot \log(x)$
Dus $\log(y) = 2,60 - 1,33 \cdot \log(x)$.

70 $H = 7,7 \cdot 10^{-9} \cdot 1,0032^t$
 $\log(H) = \log(7,7 \cdot 10^{-9} \cdot 1,0032^t)$
 $\log(H) = \log(7,7 \cdot 10^{-9}) + \log(1,0032^t)$
 $\log(H) = \log(7,7 \cdot 10^{-9}) + t \cdot \log(1,0032)$
 $\log(H) = -8,11350... + t \cdot 0,00138...$
De pH is het tegengestelde van $\log(H)$ geeft $P = 8,11350... - t \cdot 0,00138...$
Dus $P = -0,0014t + 8,1135$.

71 **a** In opgave 66a is de formule $N = 200 \cdot 1,08^t$ herleid tot $\log(N) = \log(200) + t \cdot \log(1,08)$.
Dus deze formules komen op hetzelfde neer.
b In opgave 66b is de formule $F = 20L^3$ herleid tot $\log(F) = \log(20) + 3 \cdot \log(L)$.
Dus deze formules komen op hetzelfde neer.

Bladzijde 39

72 **a** $\log(N) = 0,097t + 2,45$
 $N = 10^{0,097t + 2,45}$
 $N = 10^{0,097t} \cdot 10^{2,45}$
 $N = 10^{2,45} \cdot (10^{0,097})^t$
 $N \approx 282 \cdot 1,25^t$
Dus $N = 282 \cdot 1,25^t$.
b $\log(N) = -0,022t + 3,75$
 $N = 10^{-0,022t + 3,75}$
 $N = 10^{-0,022t} \cdot 10^{3,75}$
 $N = 10^{3,75} \cdot (10^{-0,022})^t$
 $N \approx 5623 \cdot 0,95^t$
Dus $N = 5623 \cdot 0,95^t$.

c $t = 5 \cdot \log(N) - 11$
 $5 \cdot \log(N) = t + 11$
 $\log(N) = 0,2t + 2,2$
 $N = 10^{0,2t + 2,2}$
 $N = 10^{0,2t} \cdot 10^{2,2}$
 $N = 10^{2,2} \cdot (10^{0,2})^t$
 $N \approx 158 \cdot 1,58^t$
Dus $N = 158 \cdot 1,58^t$.
d $t = 30 - 8 \cdot \log(N)$
 $8 \cdot \log(N) = -t + 30$
 $\log(N) = -0,125t + 3,75$
 $N = 10^{-0,125t + 3,75}$
 $N = 10^{-0,125t} \cdot 10^{3,75}$
 $N = 10^{3,75} \cdot (10^{-0,125})^t$
 $N \approx 5623 \cdot 0,75^t$
Dus $N = 5623 \cdot 0,75^t$.

73 **a** $\log(y) = 1,70 + 1,45 \cdot \log(x)$
 $\log(y) = \log(10^{1,70}) + \log(x^{1,45})$
 $\log(y) = \log(10^{1,70} \cdot x^{1,45})$
 $y = 10^{1,70} \cdot x^{1,45}$
 $y \approx 50 \cdot x^{1,45}$
Dus $y = 50x^{1,45}$.
b $\log(y) = 3,50 - 1,12 \cdot \log(x)$
 $\log(y) = \log(10^{3,50}) + \log(x^{-1,12})$
 $\log(y) = \log(10^{3,50} \cdot x^{-1,12})$
 $y = 10^{3,50} \cdot x^{-1,12}$
 $y \approx 3162 \cdot x^{-1,12}$
Dus $y = 3162x^{-1,12}$.

c $\log(x) = 0,5 \cdot \log(y) - 2,75$
 $0,5 \cdot \log(y) = \log(x) + 2,75$
 $\log(y) = 2 \cdot \log(x) + 5,5$
 $\log(y) = \log(x^2) + \log(10^{5,5})$
 $\log(y) = \log(x^2 \cdot 10^{5,5})$
 $y = 10^{5,5} \cdot x^2$
 $y \approx 316228 \cdot x^2$
Dus $y = 316228x^2$.
d $3 \cdot \log(x) - 4 \cdot \log(y) + 5 = 0$
 $4 \cdot \log(y) = 3 \cdot \log(x) + 5$
 $\log(y) = 0,75 \cdot \log(x) + 1,25$
 $\log(y) = \log(x^{0,75}) + \log(10^{1,25})$
 $\log(y) = \log(x^{0,75} \cdot 10^{1,25})$
 $y = 10^{1,25} \cdot x^{0,75}$
 $y \approx 18 \cdot x^{0,75}$
Dus $y = 18x^{0,75}$.

74 a $\log(y) = 0,19x + 2,74$
 $y = 10^{0,19x + 2,74}$
 $y = 10^{0,19x} \cdot 10^{2,74}$
 $y = 10^{2,74} \cdot (10^{0,19})^x$
 $y \approx 550 \cdot 1,55^x$
Dus $y = 550 \cdot 1,55^x$.

b $\log(y) = 0,65 \cdot \log(x) + 2,84$
 $\log(y) = \log(x^{0,65}) + \log(10^{2,84})$
 $\log(y) = \log(x^{0,65} \cdot 10^{2,84})$
 $y = 10^{2,84} \cdot x^{0,65}$
 $y \approx 692 \cdot x^{0,65}$
Dus $y = 692x^{0,65}$.

c $x = 2,5 \cdot \log(y) - 12$
 $2,5 \cdot \log(y) = x + 12$
 $\log(y) = 0,4x + 4,8$
 $y = 10^{0,4x + 4,8}$
 $y = 10^{0,4x} \cdot 10^{4,8}$
 $y = 10^{4,8} \cdot (10^{0,4})^x$
 $y \approx 63\,096 \cdot 2,51^x$
Dus $y = 63\,096 \cdot 2,51^x$.

d $2,2 \cdot \log(x) + 5 \cdot \log(y) = 12$
 $5 \cdot \log(y) = -2,2 \cdot \log(x) + 12$
 $\log(y) = -0,44 \cdot \log(x) + 2,4$
 $\log(y) = \log(x^{-0,44}) + \log(10^{2,4})$
 $\log(y) = \log(x^{-0,44} \cdot 10^{2,4})$
 $y = 10^{2,4} \cdot x^{-0,44}$
 $y \approx 251 \cdot x^{-0,44}$
Dus $y = 251x^{-0,44}$.

75 a $N = 25\,000 \cdot 0,82^{2t+3}$
 $\log(N) = \log(25\,000 \cdot 0,82^{2t+3})$
 $\log(N) = \log(25\,000) + \log(0,82^{2t+3})$
 $\log(N) = \log(25\,000) + (2t+3) \cdot \log(0,82)$
 $\log(N) = \log(25\,000) + 2t \cdot \log(0,82) + 3 \cdot \log(0,82)$
 $\log(N) \approx 4,14 + t \cdot -0,1724$
Dus $\log(N) = -0,1724t + 4,14$.

b $\log(N) = 0,193t + 2,75$
 $N = 10^{0,193t + 2,75}$
 $N = 10^{0,193t} \cdot 10^{2,75}$
 $N = 10^{2,75} \cdot (10^{0,193})^t$
 $N \approx 562 \cdot 1,56^t$
Dus $N = 562 \cdot 1,56^t$.

c $6 \cdot \log(D) - \log(R) = 15$
 $6 \cdot \log(D) = \log(R) + 15$
 $\log(D) = \frac{1}{6} \cdot \log(R) + 2,5$
 $\log(D) = \log(R^{\frac{1}{6}}) + \log(10^{2,5})$
 $\log(D) = \log(R^{\frac{1}{6}} \cdot 10^{2,5})$
 $D = 10^{2,5} \cdot R^{\frac{1}{6}}$
 $D \approx 316 \cdot R^{0,17}$
Dus $D = 316R^{0,17}$.

d $L = 6 \cdot \log(K) - 27$
 $6 \cdot \log(K) = L + 27$
 $\log(K) = \frac{1}{6}L + 4,5$
 $K = 10^{\frac{1}{6}L + 4,5}$
 $K = 10^{\frac{1}{6}L} \cdot 10^{4,5}$
 $K = 10^{4,5} \cdot (10^{\frac{1}{6}})^L$
 $K \approx 31\,623 \cdot 1,47^L$
Dus $K = 31\,600 \cdot 1,47^L$.

e $N = \frac{1280}{t^2 \cdot \sqrt{t}} = \frac{1280}{t^2 \cdot t^{\frac{1}{2}}} = \frac{1280}{t^{\frac{5}{2}}}$
 $\log(N) = \log\left(\frac{1280}{t^{\frac{5}{2}}}\right)$
 $\log(N) = \log(1280) - \log(t^{\frac{5}{2}})$
 $\log(N) = \log(1280) - 2\frac{1}{2} \cdot \log(t)$
 $\log(N) \approx 3,1 - 2,5 \cdot \log(t)$
Dus $\log(N) = 3,1 - 2,5 \cdot \log(t)$.

f $\log(P) = 0,05h + 2,14$
 $P = 10^{0,05h + 2,14}$
 $P = 10^{0,05h} \cdot 10^{2,14}$
 $P = 10^{2,14} \cdot (10^{0,05})^h$
 $P \approx 138 \cdot 1,12^h$
Dus $P = 138 \cdot 1,12^h$.

Bladzijde 40

76 a $A = 1000$ en $P = 75\,000$ geeft $\log(C) = 3 + 0,79 \cdot \log(1000) - 0,79 \cdot \log(75\,000) = 1,51\dots$
Dus $C = 10^{1,51\dots} \approx 33,014$.

Dus de CO₂-uitstoot is ongeveer 33 000 kg per persoon per jaar.

b $C = 20$ en $P = 10\,000$ geeft $3 + 0,79 \cdot \log(A) - 0,79 \cdot \log(10\,000) = \log(20)$
 $0,79 \cdot \log(A) = \log(20) - 3 + 0,79 \cdot \log(10\,000)$
 $0,79 \cdot \log(A) = 1,461\dots$
 $\log(A) = 1,849\dots$
 $A = 10^{1,849\dots} \approx 71$

De oppervlakte van het gebied is ongeveer 71 km².

$$\begin{aligned}
 \text{c} \quad & \log(C) = 3 + 0,79 \cdot \log(A) - 0,79 \cdot \log(P) \\
 & \log(C) = \log(10^3) + \log(A^{0,79}) - \log(P^{0,79}) \\
 & \log(C) = \log\left(1000 \cdot \frac{A^{0,79}}{P^{0,79}}\right) \\
 & C = 1000 \cdot \frac{A^{0,79}}{P^{0,79}} \\
 & C = 1000 \cdot \frac{P^{-0,79}}{A^{-0,79}} \\
 & C = 1000 \cdot \left(\frac{P}{A}\right)^{-0,79}
 \end{aligned}$$

d Stel de bevolkingsdichtheid is B , dan is $B = \frac{P}{A}$.

Dit geeft $C = 1000B^{-0,79}$.

Verdubbelen, dus vervang in de formule B door $2B$.

Dit geeft $C = 1000 \cdot (2B)^{-0,79} = 1000 \cdot 2^{-0,79} \cdot B^{-0,79} \approx 0,578 \cdot 1000B^{-0,79}$.

De procentuele afname is 42,2%.

- 77** a $\log(N) = 3$ geeft $N = 10^3 = 1000$
 Dus bij $t = 2$ hoort $N = 1000$.
- b Je leest af: bij $t = 4$ hoort $\log(N) = 2$.
 $\log(N) = 2$ geeft $N = 10^2 = 100$
 Dus bij $t = 4$ hoort $N = 100$.
- c Je leest af: bij $t = 3$ hoort $\log(N) = 2,5$.
 $\log(N) = 2,5$ geeft $N = 10^{2,5} \approx 316$
 Dus bij $t = 3$ hoort $N \approx 316$.

Bladzijde 41

- 78** a $\log(N) = -\frac{2}{3}t + 4\frac{2}{3}$
 $N = 10^{-\frac{2}{3}t + 4\frac{2}{3}}$
 $N = 10^{-\frac{2}{3}t} \cdot 10^{4\frac{2}{3}}$
 $N = 10^{4\frac{2}{3}} \cdot (10^{-\frac{2}{3}})^t$
 $N \approx 46400 \cdot 0,215^t$
 Dus de beginwaarde is 46400 en de groeifactor is 0,215.

- b $N = 150 \cdot 2,25^t$
 $\log(N) = \log(150 \cdot 2,25^t)$
 $\log(N) = \log(150) + \log(2,25^t)$
 $\log(N) = \log(150) + t \cdot \log(2,25)$
 $\log(N) = \log(2,25) \cdot t + \log(150)$
 Deze formule is van de vorm $\log(N) = at + b$, dus de grafiek is in de figuur van het voorbeeld een rechte lijn.

Bladzijde 42

- 79** a $P = 4$ geeft $\log(Q) \approx 2,5$, dus $Q \approx 10^{2,5} \approx 316$.
- b $Q = 3000$ geeft $\log(Q) = \log(3000) \approx 3,5$
 $\log(Q) = 3,5$ geeft $P \approx 8,0$
- c De lijn gaat door de punten $(2, 2)$ en $(10, 4)$.
 $\log(Q) = m \cdot P + n$ met $m = \frac{4-2}{10-2} = \frac{1}{4}$
 $\log(Q) = \frac{1}{4}P + n$
 door $(10, 4)$ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4} \cdot 10 + n = 4 \\ 2\frac{1}{2} + n = 4 \end{array} \right.$
 $n = 1\frac{1}{2}$
 Dus $m = \frac{1}{4}$ en $n = 1\frac{1}{2}$.

$$\begin{aligned} \text{d } \log(Q) &= \frac{1}{4}P + 1\frac{1}{2} \\ Q &= 10^{\frac{1}{4}P + 1\frac{1}{2}} \\ Q &= 10^{\frac{1}{4}P} \cdot 10^{1\frac{1}{2}} \\ Q &= 10^{1\frac{1}{2}} \cdot (10^{\frac{1}{4}})^P \\ Q &\approx 32 \cdot 1,78^P \\ \text{Dus } Q &= 32 \cdot 1,78^P. \end{aligned}$$

- 80 a** Lees af: $M = 2$ geeft $\log(E) \approx 4,4$, dus $E \approx 10^{4,4} \approx 25\,000$ kJ.
b Lees af: $M = 3,6$ geeft $\log(E) \approx 6,8$, dus $E \approx 10^{6,8} \approx 6 \cdot 10^6$ kJ.
c $E = 9,3 \cdot 10^{15}$ geeft $\log(E) = \log(9,3 \cdot 10^{15}) \approx 16,0$
 Lees af: $\log(E) = 16,0$ geeft $M \approx 9,8$.
d $E = 330\,000$ geeft $\log(E) = \log(330\,000) \approx 5,5$
 Lees af: $\log(E) = 5,5$ geeft $M \approx 2,8$.
 Dit komt overeen met 2,8 op de schaal van Richter.
e Neem bijvoorbeeld $E = 10^{10}$ en $E = 10^6 \cdot 10^{10} = 10^{16}$.
 $E = 10^{10}$ geeft $\log(E) = \log(10^{10}) = 10$, aflezen geeft $M \approx 5,8$.
 $E = 10^{16}$ geeft $\log(E) = \log(10^{16}) = 16$, aflezen geeft $M \approx 9,8$.
 Dus het klopt voor $E = 10^{10}$ en $E = 10^{16}$.
 Zie de grafiek. Als $\log(E)$ met 6 toeneemt, neemt M met 4 toe.
 Dus de bewering is algemeen ook waar.
f Uit het voorgaande volgt: als M met 2 toeneemt, dan neemt $\log(E)$ met 3 toe.
 Dus de hoeveelheid energie die bij de tweede beving vrijkwam was $10^3 = 1000$ keer zoveel als bij de eerste beving.
g Door $(6; 3,1)$ en $(18; 11,1)$ geeft $p = \frac{\Delta M}{\Delta \log(E)} = \frac{11,1 - 3,1}{18 - 6} = 0,666\dots$

$$\begin{aligned} M &= 0,666\dots \cdot \log(E) + q \\ \text{door } (6; 3,1) &\left\{ \begin{array}{l} 0,666\dots \cdot 6 + q = 3,1 \\ 4 + q = 3,1 \\ q = -0,9 \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= 0,666\dots \cdot \log(E) - 0,9 \\ 0,666\dots \cdot \log(E) &= M + 0,9 \\ \log(E) &= 1,5M + 1,35 \\ E &= 10^{1,5M + 1,35} \\ E &= 10^{1,5M} \cdot 10^{1,35} \\ E &= 10^{1,35} \cdot (10^{1,5})^M \\ E &\approx 22 \cdot 32^M \\ \text{Dus } E &= 22 \cdot 32^M. \end{aligned}$$

Bladzijde 43

- 81 a** Bij de zwaarste walvis in de figuur is $\log(E) \approx 6,1$.
 Dit geeft $E = 10^{6,1} \approx 1\,258\,925$.
 Dus de zwaarste walvis in de figuur krijgt per hap voedsel ongeveer 1 259 000 kJ energie binnen.
b $\log(G) = 5$ geeft $G = 100\,000$ kg
 $\log(G) = 3,8$ geeft $G \approx 6310$ kg
 Dus voor de baleinwalvissen is het verschil ongeveer 93 690 kg.
 $\log(G) = 4,3$ geeft $G \approx 19\,950$ kg
 $\log(G) = 1,6$ geeft $G \approx 40$ kg
 Dus voor de tandwalvissen is het verschil ongeveer 19 910 kg.
 Het grootste verschil in gewicht is dus bij de baleinwalvissen.
c $a = \frac{\Delta \log(E_B)}{\Delta \log(G_B)} = \frac{6,1 - 3,8}{5,0 - 3,8} = 1,916\dots$
 $\log(E_B) = 1,916\dots \cdot \log(G_B) + b$
 door $(3,8; 3,8)$ $\left\{ \begin{array}{l} 1,916\dots \cdot 3,8 + b = 3,8 \\ 7,283\dots + b = 3,8 \\ b = -3,483\dots \end{array} \right.$
 Dus $a \approx 1,92$ en $b \approx -3,48$.

$$\begin{aligned}
 d \quad & \log(E_T) = 0,74 \cdot \log(G_T) + 0,45 \\
 & \log(E_T) = \log(G_T^{0,74}) + \log(10^{0,45}) \\
 & \log(E_T) = \log(G_T^{0,74} \cdot 10^{0,45}) \\
 & E_T = 10^{0,45} \cdot G_T^{0,74} \\
 & E_T \approx 2,82 \cdot G_T^{0,74} \\
 & \text{Dus } E_T = 2,82 \cdot G_T^{0,74}.
 \end{aligned}$$

- 82** De grafiek van E_T is afnemend stijgend.
 De grafiek van E_B is toenemend stijgend.
 Dus tandwalvissen hebben te maken met teruglopende opbrengsten per hap ten opzichte van hun lichaamsgewicht, en baleinwalvissen halen steeds meer energie per hap binnen per kilogram lichaamsgewicht.

Bladzijde 44

- 83 a** Bij 1990 hoort $T = 10^6$ en bij 2010 hoort $T = 10^9$.
 20 jaar komt overeen met 240 maanden.

$$g_{240 \text{ maanden}} = \frac{10^9}{10^6} = 1000 \text{ geeft } g_{\text{maand}} = 1000^{\frac{1}{240}} \approx 1,0292$$

 Dus in twee decimalen is dit groeipercentage 2,92%.
- b** $1,029^T = 2$ geeft $T = {}^{1,029}\log(2) \approx 24$
 Dus in 24 maanden.
- c** Neem de tijd t in jaren met $t = 0$ in 1990.
 Stel $\log(T) = at + b$ met $a = \frac{\Delta \log(T)}{t} = \frac{6-3}{20} = 0,15$.

$$\left. \begin{aligned} \log(T) &= 0,15t + b \\ t=0 \text{ en } \log(T) &= 6 \end{aligned} \right\} \log(T) &= 0,15t + 6$$

 Bij 2025 hoort $t = 2025 - 1990 = 35$.
 Dit geeft $\log(T) = 0,15 \cdot 35 + 6 = 11,25$, dus $T = 10^{11,25} \approx 1,8 \cdot 10^{11}$.
 Dus een voorspelling van het aantal transistoren per microprocessor in 2025 is $1,8 \cdot 10^{11}$.

Bladzijde 45

- 84 a** $B = 0,035 \cdot \left(\frac{H}{D}\right)^{0,79} \cdot D^{2,98}$

$$\begin{aligned}
 B &= 0,035 \cdot (H \cdot D^{-1})^{0,79} \cdot D^{2,98} \\
 B &= 0,035 \cdot H^{0,79} \cdot D^{-0,79} \cdot D^{2,98} \\
 B &= 0,035 \cdot H^{0,79} \cdot D^{2,19}
 \end{aligned}$$
- b** $H = 26,4$ en $D = 43,6$ geeft $B = 0,035 \cdot 26,4^{0,79} \cdot 43,6^{2,19} \approx 1810$
 Het bovengrondse gewicht is ongeveer 1810 kg.
- c** $G = 150$ geeft $\log(G) \approx 2,2$
 Aflezen geeft: bij $\log(G) \approx 2,2$ hoort $\log(D) \approx 1,6$.
 $\log(D) = 1,6$ geeft $D = 10^{1,6} \approx 40$
 De diameter is ongeveer 40 cm.
- d** Gebruik de punten (1; 0,9) en (2, 3).
 Stel $\log(G) = m + n \cdot \log(D)$ met $n = \frac{\Delta \log(G)}{\Delta \log(D)} = \frac{3-0,9}{2-1} = 2,1$.

$$\left. \begin{aligned} \log(G) &= m + 2,1 \cdot \log(D) \\ \text{door } (2, 3) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} m + 2,1 \cdot 2 &= 3 \\ m + 4,2 &= 3 \\ m &= -1,2 \end{aligned}$$

 Dus $\log(G) = -1,2 + 2,1 \cdot \log(D)$.

$$\begin{aligned}
 \log(G) &= -1,2 + 2,1 \cdot \log(D) \\
 \log(G) &= \log(10^{-1,2}) + \log(D^{2,1}) \\
 \log(G) &= \log(10^{-1,2} \cdot D^{2,1}) \\
 G &= 10^{-1,2} \cdot D^{2,1} \\
 G &\approx 0,063 \cdot D^{2,1} \\
 \text{Dus } G &= 0,063 D^{2,1}.
 \end{aligned}$$

- e $H = 14$ en $D = 17$ geeft $B = 0,035 \cdot 14^{0,79} \cdot 17^{2,19} = 139,3..$
 $D = 17$ geeft $G = 0,063 \cdot 17^{2,1} = 24,1...$
 Zo'n tropische beuk bevat $0,33 \cdot (139,3... + 24,1...) = 53,9... \text{ kg koolstof}$.
 Dat betekent dat er $3,67 \cdot 53,9... = 198,0... \text{ kg CO}_2$ uit de atmosfeer is gehaald.
 Dus de toerist moet $\frac{2700}{198,0...} \approx 14$ tropische beuken laten planten.

Diagnostische toets

Bladzijde 48

- 1 a Op $t = 0$ is de concentratie $60 : 5 = 12 \text{ mg per liter bloed}$.
 $C = b \cdot g^t$ met $b = 12$ en $g = 0,847$ geeft $C = 12 \cdot 0,847^t$
 b $t = 4$ geeft $C = 12 \cdot 0,847^4 = 6,17...$
 procentuele afname = $\frac{12 - 6,17...}{12} \times 100\% \approx 48,5\%$

Alternatieve uitwerking

$0,847^4 \approx 0,515$ en hierbij hoort een procentuele afname van $48,5\%$.

- c De concentratie is dan $20 : 5 = 4 \text{ mg per liter}$.
 Voer in $y_1 = 12 \cdot 0,847^x$ en $y_2 = 4$.
 De optie snijpunt geeft $x = 6,61...$
 Dus na $6,61... \times 60 \approx 397$ minuten.

- 2 a $g_{\text{dag}} = 1,1$
 $g_{\text{week}} = 1,1^7 \approx 1,949$
 Het groeipercentage per week is $94,9\%$.
 b $g_{8 \text{ uur}} = 1,1^{\frac{1}{8}} \approx 1,032$
 Het groeipercentage per 8 uur is $3,2\%$.
 c $g_{\text{jaar}} = 0,64$
 $g_{\text{maand}} = 0,64^{\frac{1}{12}} \approx 0,963$
 De afname per maand is $3,7\%$.
 d $g_{5 \text{ jaar}} = 0,64^5 \approx 0,107$
 De afname per 5 jaar is $89,3\%$.

- 3 a H is de hoeveelheid helium in cm^3 na t dagen.
 $g_{10 \text{ dagen}} = \frac{1500}{2500} = 0,6$, dus $g_{\text{dag}} = 0,6^{\frac{1}{10}} = 0,9502...$

$$\left. \begin{array}{l} H = b \cdot 0,9502...^t \\ t = 3 \text{ en } H = 2500 \end{array} \right\} b \cdot 0,9502...^3 = 2500$$

$$b = \frac{2500}{0,9502...^3} \approx 2914$$

Dus de ballon werd gevuld met 2914 cm^3 helium.

- b Los op $2914 \cdot 0,950^t = 500$.
 Voer in $y_1 = 2914 \cdot 0,950^x$ en $y_2 = 500$.
 De optie snijpunt geeft $x = 34,3...$
 Dus na 34 dagen.
 (Reken je met niet-afgeronde waarden, dan krijg je na 35 dagen.)

- 4 a $g_{\text{maand}} = 1,002$, dus los op $1,002^T = 2$.
 Voer in $y_1 = 1,002^x$ en $y_2 = 2$.
 De optie snijpunt geeft $x = 346,92...$
 De verdubbelingstijd is $346,92... : 12 \approx 29$ jaar.
 b $g_{\text{week}} = 0,8$, dus los op $0,8^T = \frac{1}{2}$.
 Voer in $y_1 = 0,8^x$ en $y_2 = \frac{1}{2}$.
 De optie snijpunt geeft $x = 3,10...$
 De halveringstijd is $3,10... \times 7 \approx 22$ dagen.

5 a $4 \cdot 3^{2x+1} = 20$
 $3^{2x+1} = 5$
 $2x+1 = {}^3\log(5)$
 $2x = -1 + {}^3\log(5)$
 $x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot {}^3\log(5)$

b ${}^2\log(3x-5) + 3 = 7$
 ${}^2\log(3x-5) = 4$
 $3x-5 = 16$
 $3x = 21$
 $x = 7$

c $4^{x-1} = 2^{x+1}$
 $(2^2)^{x-1} = 2^{x+1}$
 $2^{2x-2} = 2^{x+1}$
 $2x-2 = x+1$
 $x = 3$

d ${}^3\log(8x+1) + 2 = 0$
 ${}^3\log(8x+1) = -2$
 $8x+1 = \frac{1}{9}$
 $8x = -\frac{8}{9}$
 $x = -\frac{1}{9}$

6 a $N = 75 - 1,5^{0,4t+3}$
 $1,5^{0,4t+3} = 75 - N$
 $0,4t+3 = {}^{1,5}\log(75-N)$
 $0,4t = -3 + {}^{1,5}\log(75-N)$
 $t = -7,5 + 2,5 \cdot {}^{1,5}\log(75-N)$

b $B = {}^5\log(2A+10) - 3$
 ${}^5\log(2A+10) = B+3$
 $2A+10 = 5^{B+3}$
 $2A = -10 + 5^{B+3}$
 $A = -5 + \frac{1}{2} \cdot 5^{B+3}$

7 a $t = 15$ geeft $l = 29 + 23 \cdot \log(15) = 56,0\dots$
 $t = 65$ geeft $l = 29 + 23 \cdot \log(65) = 70,6\dots$
 De toename is $70,6\dots - 56,0\dots \approx 15$ jaar.

b $l = 29 + 23 \cdot \log(t)$
 $23 \cdot \log(t) = l - 29$
 $\log(t) = \frac{1}{23}l - \frac{29}{23}$
 $t = 10^{\frac{1}{23}l - \frac{29}{23}}$
 $t \approx 10^{0,0435l - 1,2609}$
 Dus $t = 10^{0,0435l - 1,2609}$.

c $l = 76$ geeft $t = 10^{0,0435 \cdot 76 - 1,2609} \approx 111$
 Dus in 2061.

Bladzijde 49

8 a ${}^3\log(5) + 2 \cdot {}^3\log(2) = {}^3\log(5) + {}^3\log(2^2) = {}^3\log(5) + {}^3\log(4) = {}^3\log(20)$

b $3 + {}^2\log(5) = {}^2\log(8) + {}^2\log(5) = {}^2\log(40)$

c ${}^3\log(27) + {}^5\log(2) = 3 + {}^5\log(2) = {}^5\log(125) + {}^5\log(2) = {}^5\log(250)$

d ${}^2\log(3) - \frac{1}{2}\log(16) = {}^2\log(3) - 4 = {}^2\log(3) + 4 = {}^2\log(3) + {}^2\log(16) = {}^2\log(48)$

9 a $y = 7,4 - 1,3 \cdot {}^2\log(5,7x)$
 $y = {}^2\log(2^{7,4}) + {}^2\log((5,7x)^{-1,3})$
 $y = {}^2\log(2^{7,4} \cdot 5,7^{-1,3} \cdot x^{-1,3})$
 $y \approx {}^2\log(17,6 \cdot x^{-1,3})$
 Dus $y = {}^2\log(17,6x^{-1,3})$.

b $N = 2 \cdot {}^3\log(18t^{1,4})$
 $N = 2 \cdot ({}^3\log(18) + {}^3\log(t^{1,4}))$
 $N = 2 \cdot ({}^3\log(18) - 1,4 \cdot {}^3\log(t))$
 $N = 2 \cdot {}^3\log(18) - 2,8 \cdot {}^3\log(t)$
 $N = 2 \cdot {}^3\log(18) - 2,8 \cdot \frac{\log(t)}{\log(3)}$
 $N = 2 \cdot {}^3\log(18) - \frac{2,8}{\log(3)} \cdot \log(t)$
 $N \approx 5,26 - 5,87 \cdot \log(t)$
 Dus $N = 5,26 - 5,87 \cdot \log(t)$.

10 a ${}^3\log(2x) + 4 = {}^3\log(150x + 6)$
 ${}^3\log(2x) + {}^3\log(81) = {}^3\log(150x + 6)$
 ${}^3\log(162x) = {}^3\log(150x + 6)$
 $162x = 150x + 6$
 $12x = 6$
 $x = \frac{1}{2}$

b ${}^2\log(x) = 3 - {}^2\log(x+2)$
 ${}^2\log(x) + {}^2\log(x+2) = 3$
 ${}^2\log(x(x+2)) = 3$
 $x(x+2) = 8$
 $x^2 + 2x - 8 = 0$
 $(x-2)(x+4) = 0$
 $x = 2 \vee x = -4$
 vold. niet

11 a $y = {}^5\log(x) \xrightarrow{\text{translatie } (0, 2)} y = 2 + {}^5\log(x)$
 Er geldt $2 + {}^5\log(x) = {}^5\log(25) + {}^5\log(x) = {}^5\log(25x)$.
 Dus de vermenigvuldiging ten opzichte van de y-as met $\frac{1}{25}$ levert dezelfde beeldgrafiek op.

- b** $y = 10^x \xrightarrow{\text{verm. } x\text{-as, } 1000} y = 1000 \cdot 10^x$
 Er geldt $1000 \cdot 10^x = 10^3 \cdot 10^x = 10^{x+3}$.
 Dus de translatie $(-3, 0)$ levert dezelfde beeldgrafiek op.

12 a $N = 1000 \cdot 0,88^{3t-1}$
 $\log(N) = \log(1000 \cdot 0,88^{3t-1})$
 $\log(N) = \log(1000) + \log(0,88^{3t-1})$
 $\log(N) = 3 + (3t-1) \cdot \log(0,88)$
 $\log(N) = 3 + 3t \cdot \log(0,88) - \log(0,88)$
 $\log(N) \approx -0,17 \cdot t + 3,06$
 Dus $\log(N) = -0,17t + 3,06$.

b $y = 200x^{-3,5}$
 $\log(y) = \log(200 \cdot x^{-3,5})$
 $\log(y) = \log(200) + \log(x^{-3,5})$
 $\log(y) \approx 2,30 - 3,5 \cdot \log(x)$
 Dus $\log(y) = 2,30 - 3,5 \cdot \log(x)$.

13 a $\log(N) = 0,6t + 2,4$
 $N = 10^{0,6t+2,4}$
 $N = 10^{0,6t} \cdot 10^{2,4}$
 $N = 10^{2,4} \cdot (10^{0,6})^t$
 $N \approx 251 \cdot 3,981^t$
 Dus $N = 251 \cdot 3,981^t$.

b $2t + 2,5 \cdot \log(N) = 4$
 $2,5 \cdot \log(N) = -2t + 4$
 $\log(N) = -0,8t + 1,6$
 $N = 10^{-0,8t+1,6}$
 $N = 10^{-0,8t} \cdot 10^{1,6}$
 $N = 10^{1,6} \cdot (10^{-0,8})^t$
 $N \approx 40 \cdot 0,158^t$
 Dus $N = 40 \cdot 0,158^t$.

14 a $\log(y) = 3,20 + 0,62 \cdot \log(x)$
 $\log(y) = \log(10^{3,2}) + \log(x^{0,62})$
 $\log(y) = \log(10^{3,2} \cdot x^{0,62})$
 $y = 10^{3,2} \cdot x^{0,62}$
 $y \approx 1585 \cdot x^{0,62}$
 Dus $y = 1585x^{0,62}$.

b $1,6 \cdot \log(x) + 5 \cdot \log(y) - 8 = 0$
 $5 \cdot \log(y) = 8 - 1,6 \cdot \log(x)$
 $\log(y) = 1,6 - 0,32 \cdot \log(x)$
 $\log(y) = \log(10^{1,6}) + \log(x^{-0,32})$
 $\log(y) = \log(10^{1,6} \cdot x^{-0,32})$
 $y = 10^{1,6} \cdot x^{-0,32}$
 $y \approx 40 \cdot x^{-0,32}$
 Dus $y = 40x^{-0,32}$.

15 a $m = 10$ geeft $\log(m) = \log(10) = 1$
 Aflezen geeft: bij $\log(m) = 1$ hoort $\log(W) \approx 1,5$.
 $\log(W) = 1,5$ geeft $W = 10^{1,5}$
 Dit dier heeft $24 \cdot 10^{1,5} \approx 760$ mL drinkwater per dag nodig.

b $1 \text{ L} = 1000 \text{ mL}$
 $W = 1000$ geeft $\log(W) = \log(1000) = 3$
 Aflezen geeft: bij $\log(W) = 3$ hoort $\log(m) = 2$.
 $\log(m) = 2$ geeft $m = 10^2 = 100$
 Dit dier is 100 kg.

c De lijn gaat door de punten $(1; 1,5)$ en $(3,5; 3,5)$.
 Stel $\log(W) = a \cdot \log(m) + b$ met $a = \frac{3,5-1,5}{3,5-1} = \frac{2}{2,5} = 0,8$.
 $\log(W) = 0,8 \cdot \log(m) + b$
 door $(1; 1,5)$ $\left\{ \begin{array}{l} 0,8 \cdot 1 + b = 1,5 \\ 0,8 + b = 1,5 \\ b = 0,7 \end{array} \right.$

Dus $\log(W) = 0,8 \cdot \log(m) + 0,7$.

d $\log(W) = \log(m^{0,8}) + \log(10^{0,7})$
 $\log(W) = \log(m^{0,8} \cdot 10^{0,7})$
 $W = 10^{0,7} \cdot m^{0,8}$
 $W \approx 5 \cdot m^{0,8}$
 Dus $W = 5m^{0,8}$.

e Vervang in de formule m door $4m$.
 Dit geeft $W = 5 \cdot (4m)^{0,8}$
 $W = 5 \cdot 4^{0,8} \cdot m^{0,8}$
 $W = 4^{0,8} \cdot 5m^{0,8}$
 $W \approx 3 \cdot 5m^{0,8}$

Dus ongeveer 3 keer zoveel.