

4 Werken met formules

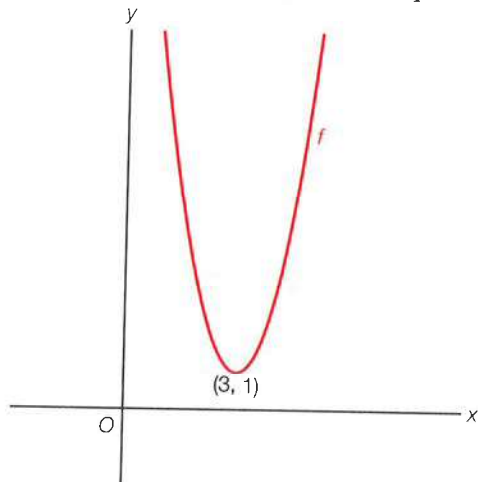
Voorkennis Grafieken verschuiven

Bladzijde 137

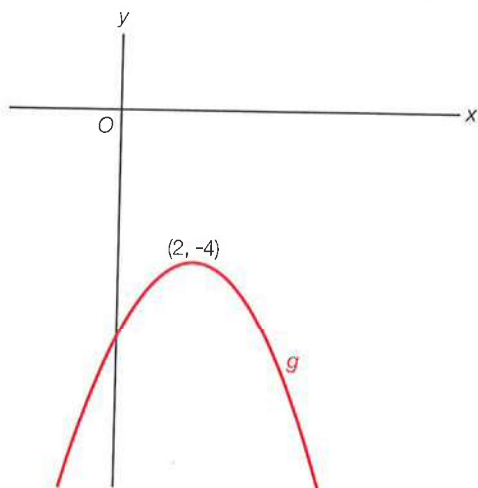
- 1** a $y = \frac{1}{4}x^2 + 3 \xrightarrow{5 \text{ naar links}} y = \frac{1}{4}(x+5)^2 + 3$
 b $y = -\frac{1}{3}x^2 - 4 \xrightarrow{3 \text{ naar rechts}} y = -\frac{1}{3}(x-3)^2 - 4 \xrightarrow{5 \text{ omhoog}} y = -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 1$
- 2** a $y = -1\frac{1}{4}x^2 + 5 \xrightarrow{4 \text{ omhoog}} y = -1\frac{1}{4}x^2 + 9$
 b $y = -1\frac{1}{4}x^2 + 5 \xrightarrow{3 \text{ naar rechts}} y = -1\frac{1}{4}(x-3)^2 + 5$
 c $y = -1\frac{1}{4}x^2 + 5 \xrightarrow{2 \text{ naar links}} y = -1\frac{1}{4}(x+2)^2 + 5 \xrightarrow{3 \text{ omlaag}} y = -1\frac{1}{4}(x+2)^2 + 2$
 d $y = -1\frac{1}{4}x^2 + 5 \xrightarrow{1 \text{ naar rechts}} y = -1\frac{1}{4}(x-1)^2 + 5 \xrightarrow{5 \text{ omlaag}} y = -1\frac{1}{4}(x-1)^2$

Bladzijde 138

- 3** a $y = 2x^2 \xrightarrow{3 \text{ naar rechts}} y = 2(x-3)^2 \xrightarrow{4 \text{ omhoog}} y = 2(x-3)^2 + 4$
 Dus 3 naar rechts en 4 omhoog.
 b $y = -x^2 + 1 \xrightarrow{2 \text{ naar links}} y = -(x+2)^2 + 1 \xrightarrow{1 \text{ omlaag}} y = -(x+2)^2$
 Dus 2 naar links en 1 omlaag.
 c $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 + 5 \xrightarrow{5 \text{ naar links}} y = \frac{1}{2}(x+1)^2 + 5 \xrightarrow{8 \text{ omlaag}} y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 3$
 Dus 5 naar links en 8 omlaag.
- 4** a De top is (3, 1).
 $a = 2$, dus $a > 0$ en dit geeft een dalparabool.

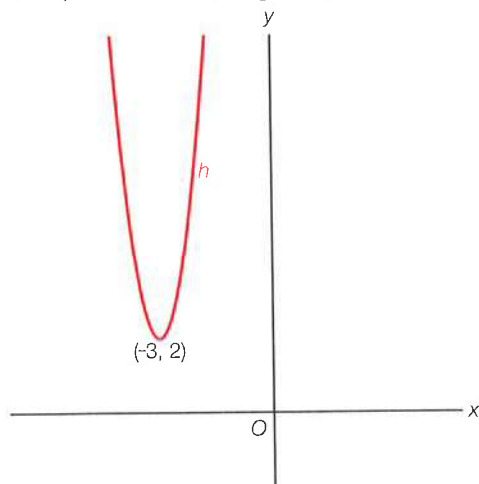


- b De top is (2, -4).
 $a = -\frac{1}{2}$, dus $a < 0$ en dit geeft een bergparabool.



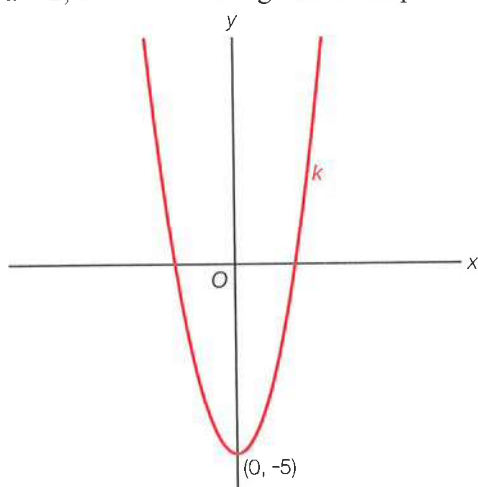
- c** De top is $(-3, 2)$.

$a = 5$, dus $a > 0$ en dit geeft een dalparabool.



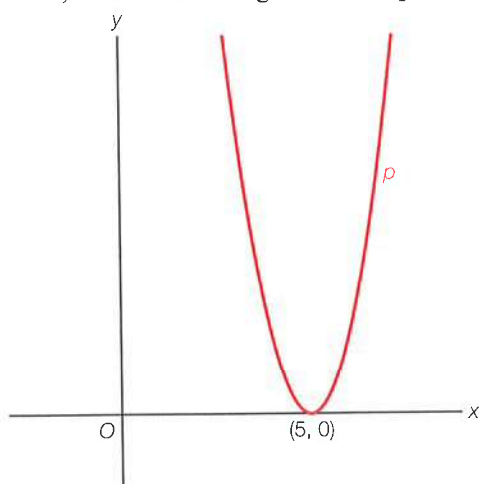
- d** De top is $(0, -5)$.

$a = 2$, dus $a > 0$ en dit geeft een dalparabool.

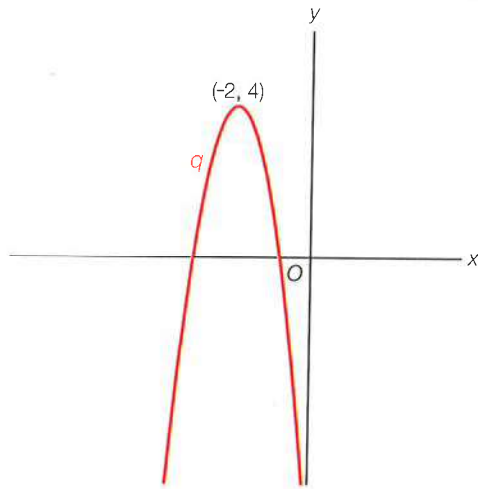


- e** De top is $(5, 0)$.

$a = 2$, dus $a > 0$ en dit geeft een dalparabool.



- f De top is $(-2, 4)$.
 $a = -3$, dus $a < 0$ en dit geeft een bergparabool.



4.1 Kwadratische formules

Bladzijde 139

- 1 a Snijden met de x -as, dus $y = 0$.
 $\frac{1}{2}(x-2)(x-4) = 0$ geeft $x = 2 \vee x = 4$
 De snijpunten met de x -as zijn $(2, 0)$ en $(4, 0)$.
 b $x = 0$ geeft $y = \frac{1}{2} \cdot (0-2) \cdot (0-4) = 4$
 Het snijpunt met de y -as is $(0, 4)$.
 c $y = \frac{1}{2}(x-2)(x-4) = \frac{1}{2}(x^2 - 4x - 2x + 8) = \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 8) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$
 De formule is $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$.

Bladzijde 140

- 2 a De snijpunten met de x -as zijn $(-4, 0)$ en $(6, 0)$.
 $x = 0$ geeft $y = 2(0+4)(0-6) = 2 \cdot 4 \cdot -6 = -48$
 Het snijpunt met de y -as is $(0, -48)$.
 $x_{\text{top}} = \frac{-4+6}{2} = 1$ en $y_{\text{top}} = 2(1+4)(1-6) = 2 \cdot 5 \cdot -5 = -50$
 Dus top $(1, -50)$.
 b De snijpunten met de x -as zijn $(1, 0)$ en $(5, 0)$.
 $x = 0$ geeft $y = -\frac{1}{2}(0-1)(0-5) = -\frac{1}{2} \cdot -1 \cdot -5 = -2\frac{1}{2}$
 Het snijpunt met de y -as is $(0, -2\frac{1}{2})$.
 $x_{\text{top}} = \frac{1+5}{2} = 3$ en $y_{\text{top}} = -\frac{1}{2}(3-1)(3-5) = -\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot -2 = 2$
 Dus top $(3, 2)$.
 c De snijpunten met de x -as zijn $(0, 0)$ en $(8, 0)$.
 $x = 0$ geeft $y = -\frac{1}{4} \cdot 0 \cdot (0-8) = 0$
 Het snijpunt met de y -as is $(0, 0)$.
 $x_{\text{top}} = \frac{0+8}{2} = 4$ en $y_{\text{top}} = -\frac{1}{4} \cdot 4 \cdot (4-8) = -\frac{1}{4} \cdot 4 \cdot -4 = 4$
 Dus top $(4, 4)$.
 d De snijpunten met de x -as zijn $(-2, 0)$ en $(-10, 0)$.
 $x = 0$ geeft $y = \frac{1}{50}(0+2)(0+10) = \frac{1}{50} \cdot 2 \cdot 10 = \frac{2}{5}$
 Het snijpunt met de y -as is $(0, \frac{2}{5})$.
 $x_{\text{top}} = \frac{-2+(-10)}{2} = -6$ en $y_{\text{top}} = \frac{1}{50}(-6+2)(-6+10) = \frac{1}{50} \cdot -4 \cdot 4 = -\frac{8}{25}$
 Dus top $(-6, -\frac{8}{25})$.

- 3 a** Snijpunten met de x -as $(-4, 0)$ en $(8, 0)$, dus $y = a(x + 4)(x - 8)$.

Door $(6, -5)$, dus $a(6 + 4)(6 - 8) = -5$

$$a \cdot 10 \cdot -2 = -5$$

$$-20a = -5$$

$$a = \frac{1}{4}$$

Dus $y = \frac{1}{4}(x + 4)(x - 8)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{-4 + 8}{2} = 2 \text{ en } y_{\text{top}} = \frac{1}{4}(2 + 4)(2 - 8) = \frac{1}{4} \cdot 6 \cdot -6 = -9$$

Dus top $(2, -9)$.

$$x = 0 \text{ geeft } y = \frac{1}{4}(0 + 4)(0 - 8) = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot -8 = -8$$

Dus het snijpunt met de y -as is $(0, -8)$.

b $y = \frac{1}{4}(x + 4)(x - 8) = \frac{1}{4}(x^2 - 8x + 4x - 32) = \frac{1}{4}(x^2 - 4x - 32) = \frac{1}{4}x^2 - x - 8$

De formule is $y = \frac{1}{4}x^2 - x - 8$.

- 4 a** $h = 0$ geeft $-0,02x(x - 50) = 0$

$$x = 0 \vee x = 50$$

De bal komt 50 meter van Tim op de grond.

b $x_{\text{top}} = \frac{0 + 50}{2} = 25$ en $h_{\text{top}} = -0,02 \cdot 25 \cdot (25 - 50) = -0,02 \cdot 25 \cdot -25 = 12,5$

De bal komt 12,5 meter hoog.

c $h = -0,02x(x - 50) = -0,02x^2 + x$

De formule is $h = -0,02x^2 + x$.

- 5** Parabool p_1 snijdt de x -as in $(-4, 0)$ en $(-1, 0)$, dus $y = a(x + 4)(x + 1)$.

Door $(0, 6)$, dus $a(0 + 4)(0 + 1) = 6$

$$a \cdot 4 \cdot 1 = 6$$

$$4a = 6$$

$$a = 1\frac{1}{2}$$

Dus $y = 1\frac{1}{2}(x + 1)(x + 4)$.

$$y = 1\frac{1}{2}(x + 1)(x + 4) = 1\frac{1}{2}(x^2 + 4x + x + 4) = 1\frac{1}{2}(x^2 + 5x + 4) = 1\frac{1}{2}x^2 + 7\frac{1}{2}x + 6$$

De formule is $p_1: y = 1\frac{1}{2}x^2 + 7\frac{1}{2}x + 6$.

Parabool p_2 snijdt de x -as in $(2, 0)$ en $(5, 0)$, dus $y = a(x - 2)(x - 5)$.

Door $(0, -5)$, dus $a(0 - 2)(0 - 5) = -5$

$$a \cdot -2 \cdot -5 = -5$$

$$10a = -5$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

Dus $y = -\frac{1}{2}(x - 2)(x - 5)$.

$$y = -\frac{1}{2}(x - 2)(x - 5) = -\frac{1}{2}(x^2 - 5x - 2x + 10) = -\frac{1}{2}(x^2 - 7x + 10) = -\frac{1}{2}x^2 + 3\frac{1}{2}x - 5$$

De formule is $p_2: y = -\frac{1}{2}x^2 + 3\frac{1}{2}x - 5$.

- 6** Snijpunten met de x -as $(-p, 0)$ en $(2p, 0)$, dus $y = a(x + p)(x - 2p)$.

Door $(4p, p^2)$, dus $a(4p + p)(4p - 2p) = p^2$

$$a \cdot 5p \cdot 2p = p^2$$

$$10p^2a = p^2$$

$$a = \frac{1}{10}$$

Dus $y = \frac{1}{10}(x + p)(x - 2p)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{-p + 2p}{2} = \frac{1}{2}p \text{ en } y_{\text{top}} = \frac{1}{10}(\frac{1}{2}p + p)(\frac{1}{2}p - 2p) = \frac{1}{10} \cdot 1\frac{1}{2}p \cdot -1\frac{1}{2}p = -\frac{9}{40}p^2$$

Dus top $(\frac{1}{2}p, -\frac{9}{40}p^2)$.

- 7 a** $y = x^2$ $\xrightarrow{4 \text{ naar rechts en } 5 \text{ omhoog}}$ $y = (x - 4)^2 + 5$
 top (0, 0) top (4, 5)
b De top is (-3, -4).
c De top is (3, 6).

Bladzijde 142

- 8 a** Door (1, -3), dus $a(1 - 3)^2 - 5 = -3$
 $4a - 5 = -3$
 $4a = 2$
 $a = \frac{1}{2}$
b Door (3, -5), dus $a(3 - 3)^2 - 5 = -5$
 $0a - 5 = -5$
 $0a = 0$

Door het punt (3, -5) te gebruiken ontstaat een vergelijking die oneindig veel oplossingen heeft, dus a is dan niet te berekenen.

- 9** De top van p_1 is (-2, -1), dus $y = a(x + 2)^2 - 1$.
 Door (0, 1), dus $a(0 + 2)^2 - 1 = 1$
 $4a - 1 = 1$
 $4a = 2$
 $a = \frac{1}{2}$

Dus $p_1: y = \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 1$.

De top van p_2 is (2, 1), dus $y = a(x - 2)^2 + 1$.

Door (3, -1), dus $a(3 - 2)^2 + 1 = -1$
 $a + 1 = -1$
 $a = -2$

Dus $p_2: y = -2(x - 2)^2 + 1$.

- 10 a** De top is (2, 6) dus $y = a(x - 2)^2 + 6$.
 Door (4, 4), dus $a(4 - 2)^2 + 6 = 4$
 $4a + 6 = 4$
 $4a = -2$
 $a = -\frac{1}{2}$

Dus $y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 6$.

b $y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 6 = -\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) + 6 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 + 6 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$
 Dus $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$.

- 11** De top van p_1 is (-2, 1), dus $y = a(x + 2)^2 + 1$.
 Door (0, -1), dus $a(0 + 2)^2 + 1 = -1$
 $4a + 1 = -1$
 $4a = -2$
 $a = -\frac{1}{2}$

Dit geeft $y = -\frac{1}{2}(x + 2)^2 + 1$.

$y = -\frac{1}{2}(x + 2)^2 + 1 = -\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 2 + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 1$

Dus $p_1: y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 1$.

De top van p_2 is (3, 0), dus $y = a(x - 3)^2$.

Door (0, 3), dus $a(0 - 3)^2 = 3$
 $9a = 3$
 $a = \frac{1}{3}$

Dit geeft $y = \frac{1}{3}(x - 3)^2$.

$y = \frac{1}{3}(x - 3)^2 = \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$

Dus $p_2: y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$.

De top van p_3 is $(0, 3)$, dus $y = ax^2 + 3$.

Door $(1, -1)$, dus $a \cdot 1^2 + 3 = -1$

$$a = -4$$

Dus $p_3: y = -4x^2 + 3$.

De top van p_4 is $(2, 2)$, dus $y = a(x - 2)^2 + 2$.

Door $(1, 3)$, dus $a(1 - 2)^2 + 2 = 3$

$$a + 2 = 3$$

$$a = 1$$

Dit geeft $y = (x - 2)^2 + 2$.

$$y = (x - 2)^2 + 2 = x^2 - 4x + 4 + 2 = x^2 - 4x + 6$$

Dus $p_4: y = x^2 - 4x + 6$.

12 De top is $(-3, 4)$, dus $y = a(x + 3)^2 + 4$.

Door $(0, -5)$, dus $a(0 + 3)^2 + 4 = -5$

$$9a + 4 = -5$$

$$9a = -9$$

$$a = -1$$

Dit geeft $y = -(x + 3)^2 + 4$.

$$y = -(x + 3)^2 + 4 = -(x^2 + 6x + 9) + 4 = -x^2 - 6x - 9 + 4 = -x^2 - 6x - 5$$

Dus $y = -x^2 - 6x - 5$.

Bladzijde 143

13 De top is $(2\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2})$, dus $y = a(x - 2\frac{1}{2})^2 + 5\frac{1}{2}$.

Door $(0, 3)$, dus $a(0 - 2\frac{1}{2})^2 + 5\frac{1}{2} = 3$

$$6\frac{1}{4}a + 5\frac{1}{2} = 3$$

$$6\frac{1}{4}a = -2\frac{1}{2}$$

$$a = -\frac{2}{5}$$

Dus $y = -\frac{2}{5}(x - 2\frac{1}{2})^2 + 5\frac{1}{2}$.

$$x = 10 \text{ geeft } y = -\frac{2}{5}(10 - 2\frac{1}{2})^2 + 5\frac{1}{2} = -17$$

Dus $(10, -17)$ ligt op de parabool.

14 De top is $(16; 7,2)$, dus $h = a(x - 16)^2 + 7,2$.

Door $(0, 4)$, dus $a(0 - 16)^2 + 7,2 = 4$

$$256a + 7,2 = 4$$

$$256a = -3,2$$

$$a = -0,0125$$

Dus $h = -0,0125(x - 16)^2 + 7,2$.

$h = 0$ geeft $-0,0125(x - 16)^2 + 7,2 = 0$

$$-0,0125(x - 16)^2 = -7,2$$

$$(x - 16)^2 = 576$$

$$x - 16 = 24 \vee x - 16 = -24$$

$$x = 40 \vee x = -8 \text{ (kan niet)}$$

De bal komt 40 meter van het schuurtje op de grond.

15 a $y = 2(x - 2)^2 - 32 = 2(x^2 - 4x + 4) - 32 = 2x^2 - 8x + 8 - 32 = 2x^2 - 8x - 24$

De formule is $y = 2x^2 - 8x - 24$.

b $y = 2x^2 - 8x - 24 = 2(x^2 - 4x - 12) = 2(x + 2)(x - 6)$

De formule is $y = 2(x + 2)(x - 6)$.

- c Uit $y = 2(x - 2)^2 - 32$ kun je eenvoudig de coördinaten van de top van de grafiek aflezen.
 Uit $y = 2(x + 2)(x - 6)$ kun je eenvoudig de coördinaten van de snijpunten van de grafiek met de x -as aflezen.
 Uit $y = 2x^2 - 8x - 24$ kun je eenvoudig de coördinaten van het snijpunt van de grafiek met de y -as aflezen.

16 De top is $(1\frac{1}{2}, 6\frac{3}{4})$, dus $y = a(x - 1\frac{1}{2})^2 + 6\frac{3}{4}$.

Door $(-6, -12)$, dus $a(-6 - 1\frac{1}{2})^2 + 6\frac{3}{4} = -12$

$$56\frac{1}{4}a + 6\frac{3}{4} = -12$$

$$56\frac{1}{4}a = -18\frac{3}{4}$$

$$a = -\frac{1}{3}$$

Dit geeft $y = -\frac{1}{3}(x - 1\frac{1}{2})^2 + 6\frac{3}{4}$.

Herleiden geeft $y = -\frac{1}{3}(x - 1\frac{1}{2})^2 + 6\frac{3}{4} = -\frac{1}{3}(x^2 - 3x + 2\frac{1}{4}) + 6\frac{3}{4} = -\frac{1}{3}x^2 + x - \frac{3}{4} + 6\frac{3}{4} = -\frac{1}{3}x^2 + x + 6$
 $= -\frac{1}{3}(x^2 + 3x - 18) = -\frac{1}{3}(x - 3)(x + 6)$.

Dus $y = -\frac{1}{3}(x + 3)(x - 6)$.

17 a $p = 10$ en $q = 6$

b $x = 0$ geeft $y = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 = 0$

Dus de parabool gaat door de oorsprong.

$p = 10$ en $q = 6$ geeft $y = a(x - 10)^2 + 6$

Door $(0, 0)$, dus $a(0 - 10)^2 + 6 = 0$

$$100a + 6 = 0$$

$$100a = -6$$

$$a = -\frac{3}{50}$$

c $a = -\frac{3}{50}$ geeft $y = -\frac{3}{50}(x - 10)^2 + 6$

Herleiden geeft $y = -\frac{3}{50}(x - 10)^2 + 6 = -\frac{3}{50}(x^2 - 20x + 100) + 6 = -\frac{3}{50}x^2 + 1\frac{1}{5}x - 6 + 6 = -\frac{3}{50}x^2 + 1\frac{1}{5}x$.

Dus $b = 1\frac{1}{5}$.

18 De top is $(2,4; 28,8)$, dus $h = a(t - 2,4)^2 + 28,8$.

Door $(0, 0)$, dus $a(0 - 2,4)^2 + 28,8 = 0$

$$5,76a = -28,8$$

$$a = -5$$

Dus $h = -5(t - 2,4)^2 + 28,8$.

Herleiden geeft $h = -5(t - 2,4)^2 + 28,8 = -5(t^2 - 4,8t + 5,76) + 28,8 = -5t^2 + 24t - 28,8 + 28,8 = -5t^2 + 24t$.

Dus $a = -5$ en $b = 24$

19 De top is $(15, 9)$, dus $h = a(x - 15)^2 + 9$.

Door $(0, 0)$, dus $a(0 - 15)^2 + 9 = 0$

$$225a = -9$$

$$a = -\frac{1}{25}$$

Dus $h = -\frac{1}{25}(x - 15)^2 + 9$.

Herleiden geeft $h = -\frac{1}{25}(x - 15)^2 + 9 = -\frac{1}{25}(x^2 - 30x + 225) + 9 = -\frac{1}{25}x^2 + 1\frac{1}{5}x - 9 + 9 = -\frac{1}{25}x^2 + 1\frac{1}{5}x$.

Dus $a = -\frac{1}{25}$ en $b = 1\frac{1}{5}$.

Bladzijde 144

20 a Snijden met de x -as, dus $y = 0$ geeft $2x^2 - 12x = 0$

$$2x(x - 6) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 6$$

De snijpunten met de x -as zijn $(0, 0)$ en $(6, 0)$.

b $x_{\text{top}} = \frac{0+6}{2} = 3$ en $y_{\text{top}} = 2 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 = 18 - 36 = -18$

Dus top $(3, -18)$

- c $y = 2x^2 - 12x \xrightarrow{13 \text{ omhoog}} y = 2x^2 - 12x + 13$
 Dus beide parabolen hebben dezelfde x_{top} en voor p_2 geldt $y_{\text{top}} = -18 + 13 = -5$.

21 a Snijden met de x -as, dus $y = 0$ geeft $ax^2 + bx = 0$

$$x(ax + b) = 0$$

$$x = 0 \vee ax + b = 0$$

$$x = 0 \vee ax = -b$$

$$x = 0 \vee x = -\frac{b}{a}$$

De snijpunten met de x -as zijn $(0, 0)$ en $(-\frac{b}{a}, 0)$.

b $x_{\text{top}} = \frac{0 + \frac{-b}{a}}{2} = -\frac{b}{2a}$

- c $p_1: y = ax^2 + bx \xrightarrow{c \text{ omhoog}} p_2: y = ax^2 + bx + c$
 Uit de verschuiving volgt dat beide parabolen dezelfde x_{top} hebben, dus ook
 voor p_2 geldt $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a}$.

Bladzijde 145

22 a Door $(2, 0)$, dus $\frac{1}{4} \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + c = 0$

$$1 - 4 + c = 0$$

$$c = 3$$

Dus $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3$.

b $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \cdot \frac{1}{4}} = 4$ en $y_{\text{top}} = \frac{1}{4} \cdot 4^2 - 2 \cdot 4 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$

De top is $(4, -1)$.

c Snijden met de x -as, dus $y = 0$ geeft $\frac{1}{4}x^2 - 2x + 3 = 0$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$(x - 2)(x - 6) = 0$$

$$x = 2 \vee x = 6$$

Het andere snijpunt met de x -as is $(6, 0)$.

23 a Door $(1, -3)$, dus $a \cdot 1^2 + 11 \cdot 1 - 12 = -3$

$$a + 11 - 12 = -3$$

$$a = -2$$

Dus $y = -2x^2 + 11x - 12$.

$x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = \frac{-11}{2 \cdot -2} = 2\frac{3}{4}$ en $y_{\text{top}} = -2 \cdot (2\frac{3}{4})^2 + 11 \cdot 2\frac{3}{4} - 12 = 3\frac{1}{8}$

De top is $(2\frac{3}{4}, 3\frac{1}{8})$.

b Snijden met de x -as, dus $y = 0$ geeft $-2x^2 + 11x - 12 = 0$

$$2x^2 - 11x + 12 = 0$$

$$D = (-11)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 12 = 25, \text{ dus } \sqrt{D} = 5$$

$$x = \frac{11 \pm 5}{4} = 4 \vee x = \frac{11 - 5}{4} = 1\frac{1}{2}$$

De snijpunten met de x -as zijn $(4, 0)$ en $(1\frac{1}{2}, 0)$.

24 a Door $(6, -4)$, dus $a \cdot 6^2 + \frac{1}{2} \cdot 6 + 2 = -4$

$$36a + 3 + 2 = -4$$

$$36a = -9$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

Dus $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$.

$x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = \frac{-\frac{1}{2}}{2 \cdot -\frac{1}{4}} = 1$ en $y_{\text{top}} = -\frac{1}{4} \cdot 1^2 + \frac{1}{2} \cdot 1 + 2 = 2\frac{1}{4}$

De top is $(1, 2\frac{1}{4})$.

b Snijden met de x -as, dus $y = 0$ geeft $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2 = 0$

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - 8 &= 0 \\(x + 2)(x - 4) &= 0 \\x &= -2 \vee x = 4\end{aligned}$$

De snijpunten met de x -as zijn $(-2, 0)$ en $(4, 0)$.

25 Door $(30, 0)$ geeft $-0,04 \cdot 30^2 + p \cdot 30 + 1,5 = 0$

$$-36 + 30p + 1,5 = 0$$

$$30p = 34,5$$

$$p = 1,15$$

Dus $h = -0,04a^2 + 1,15a + 1,5$.

Voer in $y_1 = -0,04x^2 + 1,15x + 1,5$.

De optie maximum geeft $x \approx 14,38$ en $y \approx 9,77$.

De speer komt 9,77 meter hoog.

26 a $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot \frac{1}{4}} = -4$, dus de top is $(-4, -9)$.

$$\left. \begin{aligned}y &= \frac{1}{4}x^2 + 2x + c \\ \text{door } (-4, -9) &\end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{1}{4} \cdot (-4)^2 + 2 \cdot -4 + c &= -9 \\ 4 - 8 + c &= -9 \\ c &= -5 \end{aligned}$$

Dus $c = -5$.

b $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = \frac{-b}{2 \cdot -\frac{1}{5}} = 2\frac{1}{2}b$ en $y_{\text{top}} = -\frac{1}{5} \cdot (2\frac{1}{2}b)^2 + b \cdot 2\frac{1}{2}b - 8 = -1\frac{1}{4}b^2 + 2\frac{1}{2}b^2 - 8 = 1\frac{1}{4}b^2 - 8$

$$y_{\text{top}} = 12 \text{ geeft } 1\frac{1}{4}b^2 - 8 = 12$$

$$1\frac{1}{4}b^2 = 20$$

$$b^2 = 16$$

$$b = 4 \vee b = -4$$

$b = 4$ geeft $x_{\text{top}} = 2\frac{1}{2} \cdot 4 = 10$ en $b = -4$ geeft $x_{\text{top}} = 2\frac{1}{2} \cdot -4 = -10$.

Dus $x_{\text{top}} = 10 \vee x_{\text{top}} = -10$.

27 a Door $(-1, 9)$ geeft $a - b + 1 = 9$

$$a - b = 8$$

Door $(5, 21)$ geeft $25a + 5b + 1 = 21$

$$25a + 5b = 20$$

$$5a + b = 4$$

$$\left\{ \begin{aligned} a - b &= 8 \\ 5a + b &= 4 \end{aligned} \right. \begin{aligned} &+ \\ & \frac{6a}{6a} = 12 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} a &= 2 \\ a - b &= 8 \end{aligned} \right. \begin{aligned} &2 - b = 8 \\ &-b = 6 \\ &b = -6 \end{aligned}$$

Dus $y = 2x^2 - 6x + 1$.

$$x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \cdot 2} = 1\frac{1}{2} \text{ en } y_{\text{top}} = 2 \cdot (1\frac{1}{2})^2 - 6 \cdot 1\frac{1}{2} + 1 = 4\frac{1}{2} - 9 + 1 = -3\frac{1}{2}$$

De top is $(1\frac{1}{2}, -3\frac{1}{2})$.

$$\begin{aligned} \text{b } \left. \begin{array}{l} x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} \\ x_{\text{top}} = 3 \end{array} \right\} & \begin{array}{l} -\frac{b}{2a} = 3 \\ -b = 6a \\ 6a + b = 0 \end{array} \\ y_{\text{top}} = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + 3\frac{1}{2} &= 9a + 3b + 3\frac{1}{2} \\ y_{\text{top}} = 8 & \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 9a + 3b + 3\frac{1}{2} = 8 \\ 9a + 3b = 4\frac{1}{2} \\ 6a + 2b = 3 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} 6a + b = 0 \\ 6a + 2b = 3 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} -b = -3 \\ b = 3 \end{array} \\ & \left. \begin{array}{l} b = 3 \\ 6a + b = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 6a + 3 = 0 \\ 6a = -3 \\ a = -\frac{1}{2} \end{array} \end{aligned}$$

Dus $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 3\frac{1}{2}$.

Snijden met de x -as, dus $y = 0$ geeft $-\frac{1}{2}x^2 + 3x + 3\frac{1}{2} = 0$

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$(x+1)(x-7) = 0$$

$$x = -1 \vee x = 7$$

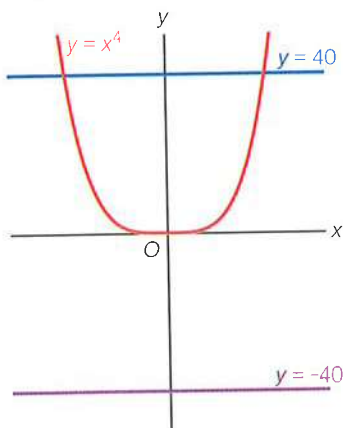
De snijpunten met de x -as zijn $(-1, 0)$ en $(7, 0)$.

4.2 Hogeregraadsvergelijkingen en ongelijkheden

Bladzijde 147

28

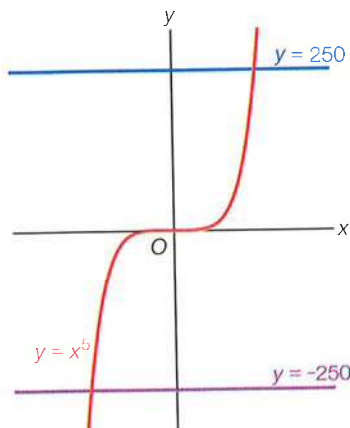
a



- b** Zie de figuur bij a: de grafieken van $y = x^4$ en $y = 40$ hebben twee snijpunten, dus de vergelijking $x^4 = 40$ heeft twee oplossingen.
Voer in $y_1 = x^4$ en $y_2 = 40$.
De optie snijpunt geeft $x \approx -2,51$ en $x \approx 2,51$.
- c** Zie de figuur bij a: de grafieken van $y = x^4$ en $y = -40$ snijden elkaar niet, dus de vergelijking $x^4 = -40$ heeft geen oplossingen.

29

a



- b** Zie de figuur bij a: de grafieken van $y = x^5$ en $y = 250$ hebben één snijpunt, dus de vergelijking $x^5 = 250$ heeft één oplossing.
- c** Zie de figuur bij a: de grafieken van $y = x^5$ en $y = -250$ hebben één snijpunt, dus de vergelijking $x^5 = -250$ heeft één oplossing.

Bladzijde 149

30 a $x^6 = 20$
 $x = \sqrt[6]{20} \vee x = -\sqrt[6]{20}$

b $5x^3 = 100$
 $x^3 = 20$
 $x = \sqrt[3]{20}$

c $x^2 + 7 = 18$
 $x^2 = 11$
 $x = \sqrt{11} \vee x = -\sqrt{11}$

d $3x^7 + 25 = 4$
 $3x^7 = -21$
 $x^7 = -7$
 $x = \sqrt[7]{-7}$

e $\frac{1}{2}x^6 + 12 = 9$
 $\frac{1}{2}x^6 = -3$
 $x^6 = -6$
 geen oplossingen

f $0,3x^8 + 5 = 11$
 $0,3x^8 = 6$
 $x^8 = 20$
 $x = \sqrt[8]{20} \vee x = -\sqrt[8]{20}$

31 a $3x^5 + 10 = 16$
 $3x^5 = 6$
 $x^5 = 2$
 $x = \sqrt[5]{2}$
 $x \approx 1,15$

b $2x^5 + 9 = 1$
 $2x^5 = -8$
 $x^5 = -4$
 $x = \sqrt[5]{-4}$
 $x \approx -1,32$

c $3x^4 - 5 = 10$
 $3x^4 = 15$
 $x^4 = 5$
 $x = \sqrt[4]{5} \vee x = -\sqrt[4]{5}$
 $x \approx 1,50 \vee x \approx -1,50$

d $3x^4 + 10 = 4$
 $3x^4 = -6$
 $x^4 = -2$
 geen oplossingen

e $\frac{1}{3}x^6 + 2 = 6$
 $\frac{1}{3}x^6 = 4$
 $x^6 = 12$
 $x = \sqrt[6]{12} \vee x = -\sqrt[6]{12}$
 $x \approx 1,51 \vee x \approx -1,51$

f $-\frac{1}{2}x^6 + 6 = 2$
 $-\frac{1}{2}x^6 = -4$
 $x^6 = 8$
 $x = \sqrt[6]{8} \vee x = -\sqrt[6]{8}$
 $x \approx 1,41 \vee x \approx -1,41$

32 a $7x^3 + 2 = 30$
 $7x^3 = 28$
 $x^3 = 4$
 $x = \sqrt[3]{4}$
 $x \approx 1,59$

b $5x^4 - 3 = 12$
 $5x^4 = 15$
 $x^4 = 3$
 $x = \sqrt[4]{3} \vee x = -\sqrt[4]{3}$
 $x \approx 1,32 \vee x \approx -1,32$

c $\frac{1}{6}x^5 + 8 = 1$
 $\frac{1}{6}x^5 = -7$
 $x^5 = -42$
 $x = \sqrt[5]{-42}$
 $x \approx -2,11$

d $15 - \frac{1}{3}x^6 = 2$
 $-\frac{1}{3}x^6 = -13$
 $x^6 = 39$
 $x = \sqrt[6]{39} \vee x = -\sqrt[6]{39}$
 $x \approx 1,84 \vee x \approx -1,84$

Bladzijde 150

33 a $4^3 = 64$, dus $\sqrt[3]{64} = 4$.

b $x^3 = 125$ geeft $x = 5$

c

x	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6
1	1	1	1	1	1
2	4	8	16	32	64
3	9	27	81	243	729
4	16	64	256	1024	
5	25	125	625		
6	36	216			

34 a $\frac{1}{2}x^3 - 8 = 100$

$\frac{1}{2}x^3 = 108$

$x^3 = 216$

$x = 6$

b $\frac{1}{9}x^6 - 1 = 80$

$\frac{1}{9}x^6 = 81$

$x^6 = 729$

$x = 3 \vee x = -3$

c $82 - \frac{1}{3}x^5 = 1$

$-\frac{1}{3}x^5 = -81$

$x^5 = 243$

$x = 3$

d $3(2x - 1)^2 = 147$

$(2x - 1)^2 = 49$

$2x - 1 = 7 \vee 2x - 1 = -7$

$2x = 8 \vee 2x = -6$

$x = 4 \vee x = -3$

e $5(x + 2)^3 - 36 = 99$

$5(x + 2)^3 = 135$

$(x + 2)^3 = 27$

$x + 2 = 3$

$x = 1$

f $\frac{1}{5}(4x + 1)^4 - 25 = 100$

$\frac{1}{5}(4x + 1)^4 = 125$

$(4x + 1)^4 = 625$

$4x + 1 = 5 \vee 4x + 1 = -5$

$4x = 4 \vee 4x = -6$

$x = 1 \vee x = -1\frac{1}{2}$

35 a $x^3 - x^2 - 6x = x(x^2 - x - 6) = x(x + 2)(x - 3)$

b $x^3 - x^2 - 6x = 0$

$x(x + 2)(x - 3) = 0$

$x = 0 \vee x + 2 = 0 \vee x - 3 = 0$

$x = 0 \vee x = -2 \vee x = 3$

36 a $x^4 - x^2 - 6 = 0$ is te schrijven als $(x^2)^2 - x^2 - 6 = 0$.

$x^2 = u$ geeft vervolgens $u^2 - u - 6 = 0$.

b $u^2 - u - 6 = 0$

$(u + 2)(u - 3) = 0$

$u + 2 = 0 \vee u - 3 = 0$

$u = -2 \vee u = 3$

c $x^2 = u$ en $u = -2$ geeft $x^2 = -2$, dus geen oplossingen.

$x^2 = u$ en $u = 3$ geeft $x^2 = 3$, dus $x = \sqrt{3}$ en $x = -\sqrt{3}$.

Dus de vergelijking $x^4 - x^2 - 6 = 0$ heeft de oplossingen $x = \sqrt{3}$ en $x = -\sqrt{3}$.

Bladzijde 151

37 a $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$
 $x(x^2 - 5x + 6) = 0$
 $x(x - 2)(x - 3) = 0$
 $x = 0 \vee x = 2 \vee x = 3$

b $x^3 - 5x^2 = 6x$
 $x^3 - 5x^2 - 6x = 0$
 $x(x^2 - 5x - 6) = 0$
 $x(x + 1)(x - 6) = 0$
 $x = 0 \vee x = -1 \vee x = 6$

38 a $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$
 Stel $x^2 = u$.
 $u^2 - 10u + 9 = 0$
 $(u - 1)(u - 9) = 0$
 $u = 1 \vee u = 9$
 $x^2 = 1 \vee x^2 = 9$
 $x = 1 \vee x = -1 \vee x = 3 \vee x = -3$

b $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$
 Stel $x^2 = u$.
 $u^2 - 8u - 9 = 0$
 $(u + 1)(u - 9) = 0$
 $u = -1 \vee u = 9$
 $x^2 = -1 \vee x^2 = 9$
 $x = 3 \vee x = -3$

39 a $x^3 + 25x = 10x^2$
 $x^3 - 10x^2 + 25x = 0$
 $x(x^2 - 10x + 25) = 0$
 $x(x - 5)(x - 5) = 0$
 $x = 0 \vee x = 5$

b $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
 Stel $x^2 = u$.
 $u^2 - 13u + 36 = 0$
 $(u - 4)(u - 9) = 0$
 $u = 4 \vee u = 9$
 $x^2 = 4 \vee x^2 = 9$
 $x = 2 \vee x = -2 \vee x = 3 \vee x = -3$

40 a $x^3 = x^2 + 20x$
 $x^3 - x^2 - 20x = 0$
 $x(x^2 - x - 20) = 0$
 $x(x + 4)(x - 5) = 0$
 $x = 0 \vee x = -4 \vee x = 5$

b $x^4 + 30 = 13x^2$
 $x^4 - 13x^2 + 30 = 0$
 Stel $x^2 = u$.
 $u^2 - 13u + 30 = 0$
 $(u - 3)(u - 10) = 0$
 $u = 3 \vee u = 10$
 $x^2 = 3 \vee x^2 = 10$
 $x = \sqrt{3} \vee x = -\sqrt{3} \vee x = \sqrt{10} \vee x = -\sqrt{10}$

c $x^3 = 4x^2 + 12x$
 $x^3 - 4x^2 - 12x = 0$
 $x(x^2 - 4x - 12) = 0$
 $x(x + 2)(x - 6) = 0$
 $x = 0 \vee x = -2 \vee x = 6$

d $x^3 + x^2 = 12x$
 $x^3 + x^2 - 12x = 0$
 $x(x^2 + x - 12) = 0$
 $x(x - 3)(x + 4) = 0$
 $x = 0 \vee x = 3 \vee x = -4$

c $x^4 + 16 = 10x^2$
 $x^4 - 10x^2 + 16 = 0$
 Stel $x^2 = u$.
 $u^2 - 10u + 16 = 0$
 $(u - 2)(u - 8) = 0$
 $u = 2 \vee u = 8$
 $x^2 = 2 \vee x^2 = 8$
 $x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2} \vee x = \sqrt{8} \vee x = -\sqrt{8}$

d $x^4 + x^2 = 12$
 $x^4 + x^2 - 12 = 0$
 Stel $x^2 = u$.
 $u^2 + u - 12 = 0$
 $(u - 3)(u + 4) = 0$
 $u = 3 \vee u = -4$
 $x^2 = 3 \vee x^2 = -4$
 $x = \sqrt{3} \vee x = -\sqrt{3}$

c $x^4 - 16x^3 = 36x^2$
 $x^4 - 16x^3 - 36x^2 = 0$
 $x^2(x^2 - 16x - 36) = 0$
 $x^2(x + 2)(x - 18) = 0$
 $x = 0 \vee x = -2 \vee x = 18$

d $x^3 + 6x^2 = 16x$
 $x^3 + 6x^2 - 16x = 0$
 $x(x^2 + 6x - 16) = 0$
 $x(x - 2)(x + 8) = 0$
 $x = 0 \vee x = 2 \vee x = -8$

c $x^4 = 2x^3 + 24x^2$
 $x^4 - 2x^3 - 24x^2 = 0$
 $x^2(x^2 - 2x - 24) = 0$
 $x^2(x + 4)(x - 6) = 0$
 $x = 0 \vee x = -4 \vee x = 6$

d $x^4 + 3x^2 = 4$
 $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$
 Stel $x^2 = u$.
 $u^2 + 3u - 4 = 0$
 $(u - 1)(u + 4) = 0$
 $u = 1 \vee u = -4$
 $x^2 = 1 \vee x^2 = -4$
 $x = 1 \vee x = -1$

Bladzijde 152

- 41** Stel de lengte x en de breedte y .
Dan geldt $xy = 90$ en $x^2 + y^2 = 15^2$.

Uit $xy = 90$ volgt $y = \frac{90}{x}$.

Substitutie van $y = \frac{90}{x}$ in $x^2 + y^2 = 15^2$ geeft

$$x^2 + \left(\frac{90}{x}\right)^2 = 15^2$$

$$x^2 + \frac{8100}{x^2} = 225$$

$$x^4 + 8100 = 225x^2$$

$$x^4 - 225x^2 + 8100 = 0$$

Stel $x^2 = u$.

$$u^2 - 225u + 8100 = 0$$

$$D = (-225)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8100 = 18225, \text{ dus } \sqrt{D} = 135$$

$$u = \frac{225 \pm 135}{2} = 180 \vee u = \frac{225 - 135}{2} = 45$$

$$x^2 = 180 \vee x^2 = 45$$

$$x = \sqrt{180} \vee x = -\sqrt{180} \vee x = \sqrt{45} \vee x = -\sqrt{45}$$

$$x = 6\sqrt{5} \vee x = -6\sqrt{5} \text{ (kan niet)} \vee x = 3\sqrt{5} \vee x = -3\sqrt{5} \text{ (kan niet)}$$

$$x = 6\sqrt{5} \text{ geeft } y = \frac{90}{6\sqrt{5}} = \frac{90}{6\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{90\sqrt{5}}{30} = 3\sqrt{5}$$

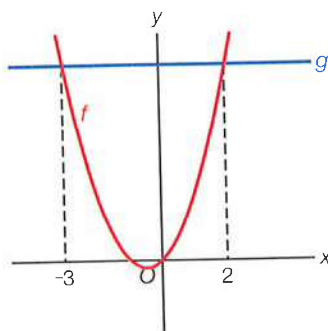
$$x = 3\sqrt{5} \text{ geeft } y = \frac{90}{3\sqrt{5}} = \frac{90}{3\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{90\sqrt{5}}{15} = 6\sqrt{5}$$

Dus de lengten van de zijden van de rechthoek zijn $6\sqrt{5}$ en $3\sqrt{5}$.

- 42** a $x^2 - 3x - 2 = -x + 6$
 $x^2 - 2x - 8 = 0$
 $(x+2)(x-4) = 0$
 $x = -2 \vee x = 4$
 b $-2 < x < 4$

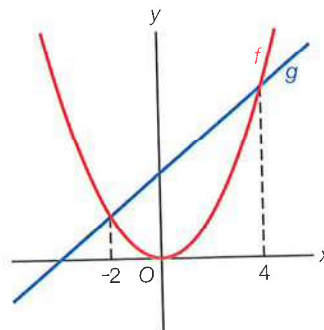
Bladzijde 153

- 43** a $\underbrace{x^2 + x}_{f(x)} > \underbrace{6}_{g(x)}$
 $x^2 + x = 6$
 $x^2 + x - 6 = 0$
 $(x-2)(x+3) = 0$
 $x = 2 \vee x = -3$



$$x^2 + x > 6 \text{ geeft } x < -3 \vee x > 2$$

- b $\underbrace{x^2}_{f(x)} < \underbrace{2x + 8}_{g(x)}$
 $x^2 = 2x + 8$
 $x^2 - 2x - 8 = 0$
 $(x+2)(x-4) = 0$
 $x = -2 \vee x = 4$



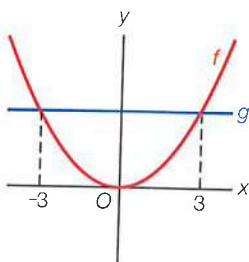
$$x^2 < 2x + 8 \text{ geeft } -2 < x < 4$$

c $\underbrace{x^4}_{f(x)} > \underbrace{81}_{g(x)}$

$x^4 = 81$

$x^4 = 81$

$x = 3 \vee x = -3$



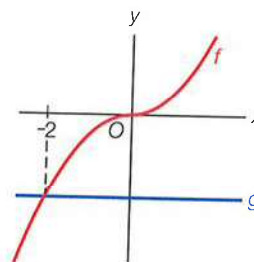
$x^4 > 81$ geeft $x < -3 \vee x > 3$

d $\underbrace{x^3}_{f(x)} < \underbrace{-8}_{g(x)}$

$x^3 = -8$

$x^3 = -8$

$x = -2$



$x^3 < -8$ geeft $x < -2$

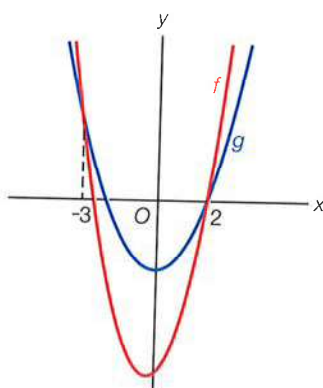
44 a $\underbrace{2x^2 + x - 10}_{f(x)} > \underbrace{x^2 - 4}_{g(x)}$

$2x^2 + x - 10 = x^2 - 4$

$x^2 + x - 6 = 0$

$(x - 2)(x + 3) = 0$

$x = 2 \vee x = -3$



$2x^2 + x - 10 > x^2 - 4$ geeft $x < -3 \vee x > 2$

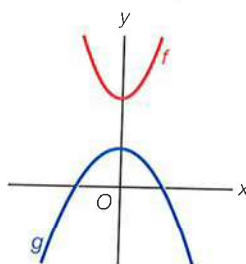
b $\underbrace{2x^2 + 7}_{f(x)} < \underbrace{3 - x^2}_{g(x)}$

$2x^2 + 7 = 3 - x^2$

$3x^2 = -4$

$x^2 = -\frac{4}{3}$

geen oplossingen



$2x^2 + 7 < 3 - x^2$ heeft geen oplossingen.

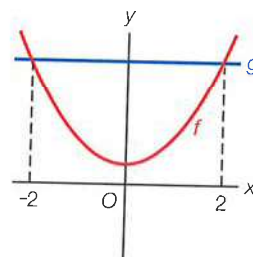
c $\underbrace{\frac{1}{2}x^4 + 1}_{f(x)} < \underbrace{9}_{g(x)}$

$\frac{1}{2}x^4 + 1 = 9$

$\frac{1}{2}x^4 = 8$

$x^4 = 16$

$x = 2 \vee x = -2$



$\frac{1}{2}x^4 + 1 < 9$ geeft $-2 < x < 2$

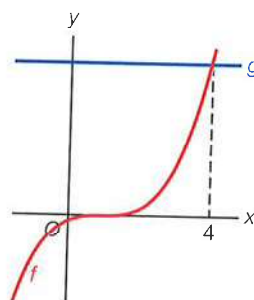
d $\underbrace{\frac{1}{3}(x - 1)^3}_{f(x)} > \underbrace{9}_{g(x)}$

$\frac{1}{3}(x - 1)^3 = 9$

$(x - 1)^3 = 27$

$x - 1 = 3$

$x = 4$



$\frac{1}{3}(x - 1)^3 > 9$ geeft $x > 4$

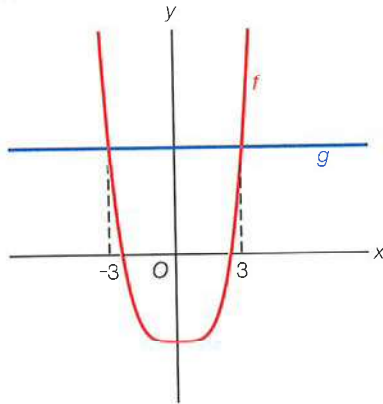
45 a $\underbrace{\frac{1}{9}x^4}_{f(x)} - \underbrace{4}_{g(x)} > 5$

$$\frac{1}{9}x^4 - 4 = 5$$

$$\frac{1}{9}x^4 = 9$$

$$x^4 = 81$$

$$x = 3 \vee x = -3$$



$$\frac{1}{9}x^4 - 4 > 5 \text{ geeft } x < -3 \vee x > 3$$

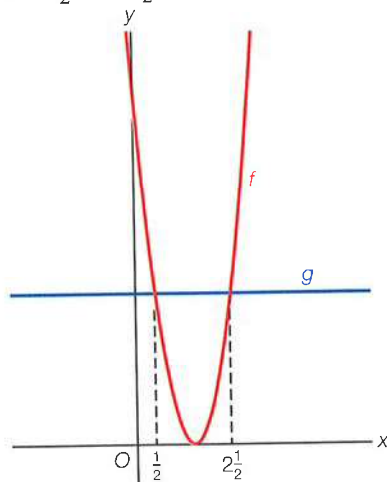
b $\underbrace{(2x-3)^2}_{f(x)} < \underbrace{4}_{g(x)}$

$$(2x-3)^2 = 4$$

$$2x-3 = 2 \vee 2x-3 = -2$$

$$2x = 5 \vee 2x = 1$$

$$x = 2\frac{1}{2} \vee x = \frac{1}{2}$$



$$(2x-3)^2 < 4 \text{ geeft } \frac{1}{2} < x < 2\frac{1}{2}$$

c $\underbrace{x^3 + 2x^2}_{f(x)} < \underbrace{3x}_{g(x)}$

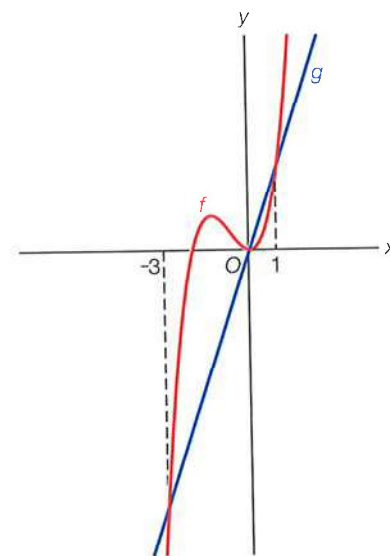
$$x^3 + 2x^2 = 3x$$

$$x^3 + 2x^2 - 3x = 0$$

$$x(x^2 + 2x - 3) = 0$$

$$x(x-1)(x+3) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 1 \vee x = -3$$



$$x^3 + 2x^2 < 3x \text{ geeft } x < -3 \vee 0 < x < 1$$

d $\underbrace{x^4 - 3x^2}_{f(x)} < \underbrace{4}_{g(x)}$

$$x^4 - 3x^2 = 4$$

$$x^4 - 3x^2 - 4 = 0$$

$$\text{Stel } x^2 = u.$$

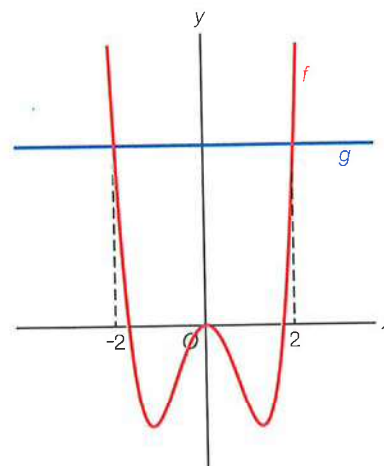
$$u^2 - 3u - 4 = 0$$

$$(u+1)(u-4) = 0$$

$$u = -1 \vee u = 4$$

$$x^2 = -1 \vee x^2 = 4$$

$$x = 2 \vee x = -2$$



$$x^4 - 3x^2 < 4 \text{ geeft } -2 < x < 2$$

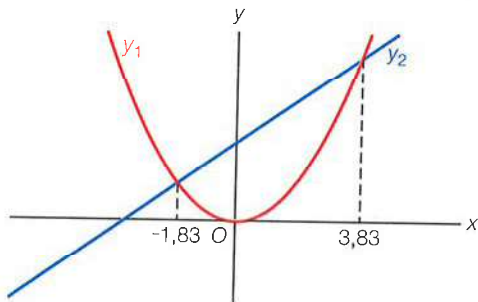
46 $x^4 = x^3 + 1$ geeft $x^4 - x^3 - 1 = 0$

Het lukt niet deze vergelijking op te lossen, want je kunt niet ontbinden in factoren en je kunt geen gebruik maken van de substitutie $x^2 = u$.

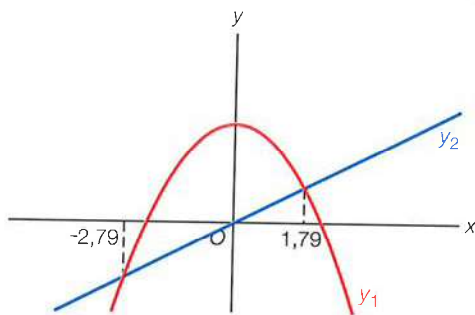
Bladzijde 154

- 47 a** Voer in $y_1 = 0,3x^4 - 6x + 5$ en $y_2 = 3x^2$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 0,638 \vee x \approx 3,760$.
- b** Voer in $y_1 = 0,1x^3 - 0,5x^2 - 5x + 10$.
De optie nulpunt geeft $x \approx -6,034 \vee x \approx 1,794 \vee x \approx 9,240$.
Dus de nulpunten zijn $-6,034$, $1,794$ en $9,240$.

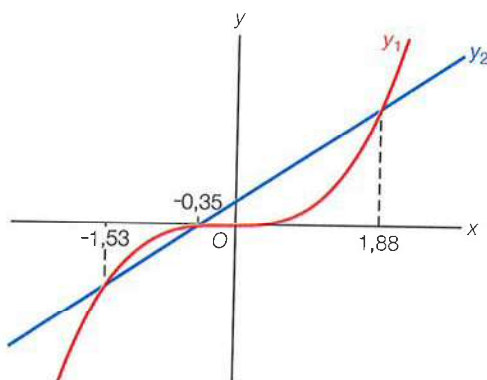
- 48 a** $x^2 < 2x + 7$
Voer in $y_1 = x^2$ en $y_2 = 2x + 7$.
De optie snijpunt geeft $x \approx -1,83 \vee x \approx 3,83$.



- $x^2 < 2x + 7$ geeft $-1,83 < x < 3,83$
- b** $5 - x^2 < x$
Voer in $y_1 = 5 - x^2$ en $y_2 = x$.
De optie snijpunt geeft $x \approx -2,79 \vee x \approx 1,79$.



- $5 - x^2 < x$ geeft $x < -2,79 \vee x > 1,79$
- c** $x^3 > 3x + 1$
Voer in $y_1 = x^3$ en $y_2 = 3x + 1$.
De optie snijpunt geeft $x \approx -1,53 \vee x \approx -0,35 \vee x \approx 1,88$.

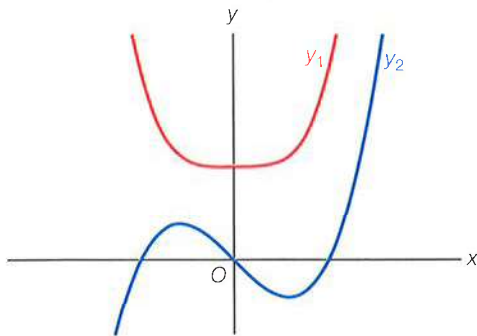


$x^3 > 3x + 1$ geeft $-1,53 < x < -0,35 \vee x > 1,88$

d $x^4 + 1 > x^3 - x$

Voer in $y_1 = x^4 + 1$ en $y_2 = x^3 - x$.

De optie snijpunt geeft geen oplossingen.

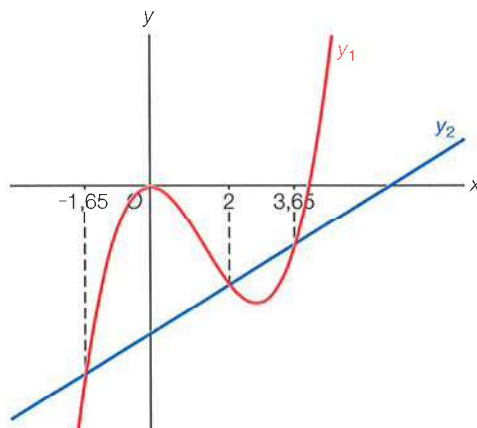


$x^4 + 1 > x^3 - x$ heeft elke x als oplossing.

49 a $x^3 - 4x^2 < 2x - 12$

Voer in $y_1 = x^3 - 4x^2$ en $y_2 = 2x - 12$.

De optie snijpunt geeft $x \approx -1,65 \vee x = 2 \vee x \approx 3,65$.

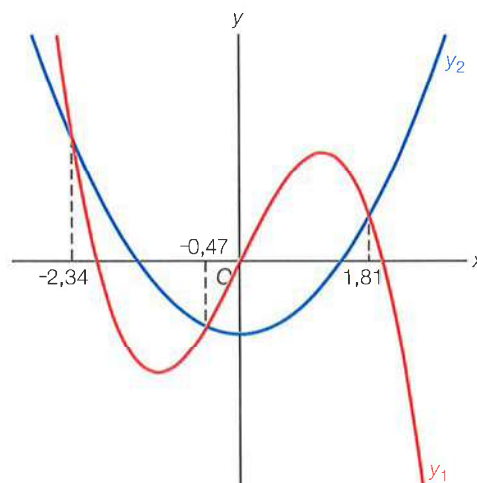


$x^3 - 4x^2 < 2x - 12$ geeft $x < -1,65 \vee 2 < x < 3,65$

b $4x - x^3 > x^2 - 2$

Voer in $y_1 = 4x - x^3$ en $y_2 = x^2 - 2$.

De optie snijpunt geeft $x \approx -2,34 \vee x \approx -0,47 \vee x \approx 1,81$.

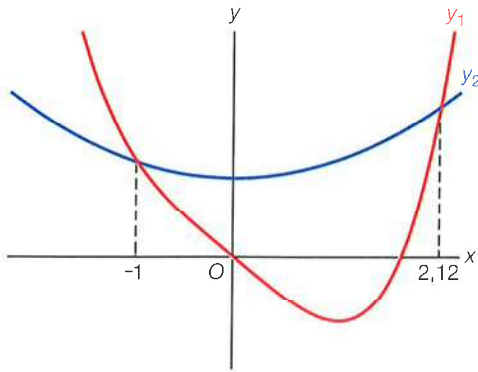


$4x - x^3 > x^2 - 2$ geeft $x < -2,34 \vee -0,47 < x < 1,81$

c $x^4 - 5x < x^2 + 5$

Voer in $y_1 = x^4 - 5x$ en $y_2 = x^2 + 5$.

De optie snijpunt geeft $x = -1 \vee x \approx 2,12$.

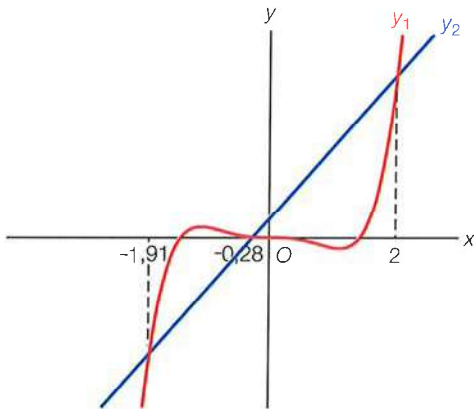


$x^4 - 5x < x^2 + 5$ geeft $-1 < x < 2,12$

d $x^5 - 2x^3 > 7x + 2$

Voer in $y_1 = x^5 - 2x^3$ en $y_2 = 7x + 2$.

De optie snijpunt geeft $x \approx -1,91 \vee x \approx -0,28 \vee x = 2$.

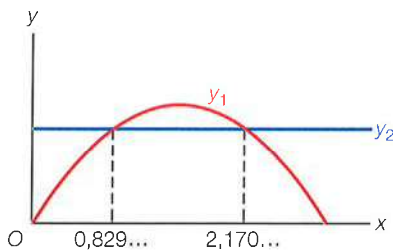


$x^5 - 2x^3 > 7x + 2$ geeft $-1,91 < x < -0,28 \vee x > 2$

50 a $h > 9$ geeft $-5t^2 + 15t > 9$

Voer in $y_1 = -5x^2 + 15x$ en $y_2 = 9$.

De optie snijpunt geeft $x = 0,829... \vee x = 2,170...$



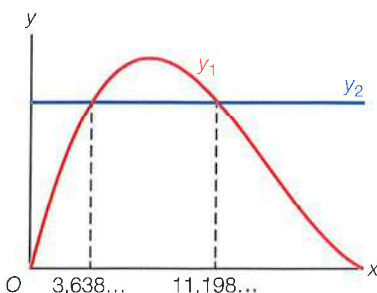
De bal is $2,170... - 0,829... \approx 1,3$ seconden hoger dan 9 meter.

b $90 \text{ km/uur} = \frac{90}{3,6} = 25 \text{ m/s}$

$v > 25$ geeft $0,022t^3 - 0,94t^2 + 10t > 25$

Voer in $y_1 = 0,022x^3 - 0,94x^2 + 10x$ en $y_2 = 25$.

De optie snijpunt geeft $x = 3,638... \vee x = 11,198...$



De snelheid is gedurende $11,198... - 3,638... \approx 7,6$ seconden groter dan 90 km/uur.

- 51 a** Zie bijvoorbeeld de regelmatige zeshoek hiernaast. Een diagonaal is een lijnstuk tussen twee niet-aanliggende hoekpunten.

Ga uit van hoekpunt A .

AB en AF zijn zijden en geen diagonalen.

Dus er zijn $6 - 3 = 3$ diagonalen vanuit hoekpunt A .

Een regelmatige zeshoek heeft zes hoekpunten, dus dit geeft

$$6 \cdot 3 = 18 \text{ diagonalen.}$$

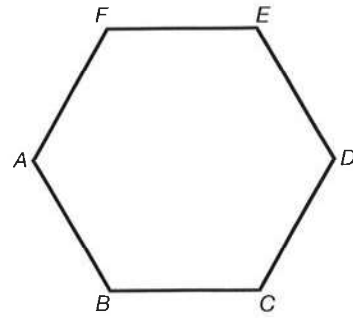
Maar dan tel je alle diagonalen dubbel, want bijvoorbeeld de diagonaal AE is dezelfde als de diagonaal EA .

Dus een regelmatige zeshoek heeft $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9$ diagonalen.

Je kunt net zo'n redenering houden voor een regelmatige n -hoek.

Een regelmatige n -hoek heeft n hoeken en vanuit elk hoekpunt zijn er $n - 3$ diagonalen.

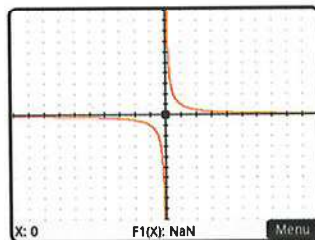
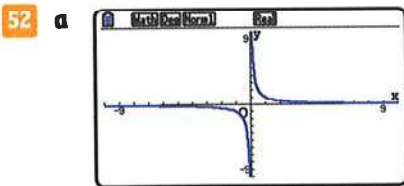
Dit geeft $n(n - 3)$ diagonalen. Maar omdat je dan alle diagonalen dubbel telt, moet je nog delen door twee. Dus het aantal diagonalen van een regelmatige n -hoek is $\frac{1}{2}n(n - 3)$.



- b** Voer in $y_1 = \frac{1}{2}x(x - 3)$, $y_2 = 3100$ en $y_3 = 3200$.
De optie snijpunt met y_1 en y_2 geeft $x = 80,25...$
De optie snijpunt met y_1 en y_3 geeft $x = 81,51...$
Dus $n = 81$.

4.3 Gebroken vormen

Bladzijde 156



- b** Als je x steeds groter kiest dan komt $f(x)$ steeds dichterbij 0.
Ook voor heel kleine x komt $f(x)$ heel dichtbij 0.

c

X	F1
-0.1	-10
-0.09	-11.1111111111
-0.08	-12.5
-0.07	-14.2857142857
-0.06	-16.6666666667
-0.05	-20
-0.04	-25
-0.03	-33.3333333333
-0.02	-50
-0.01	-100
-0.1	-10

$f(x)$ wordt heel klein als een negatieve waarde van x heel dichtbij 0 komt.

$f(x)$ wordt heel groot als een positieve waarde van x heel dichtbij 0 komt.

- d** Bij $\frac{1}{0} = \dots$ hoort $\dots \times 0 = 1$.

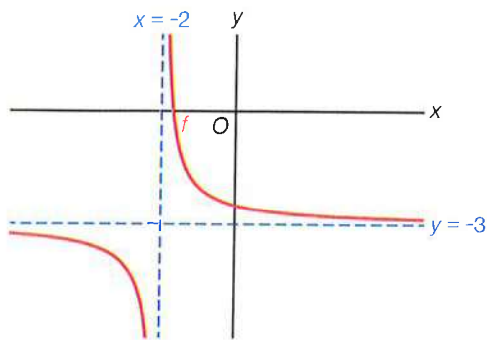
Maar er is geen getal dat vermenigvuldigd met 0 de uitkomst 1 geeft.

Je kunt dus niet door 0 delen.

Bladzijde 157

- 53 a** $y = \frac{1}{x}$
 $\downarrow$ translatie $(-2, -3)$
 $y = \frac{1}{x+2} - 3$

- b** De asymptoten zijn de lijnen $x = -2$ en $y = -3$.



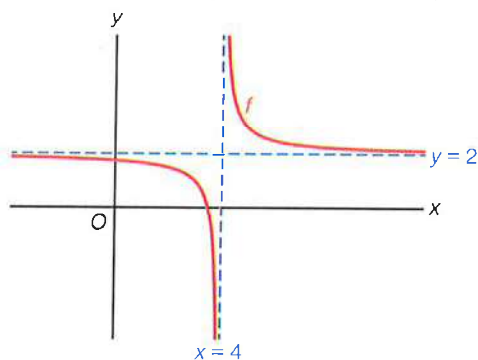
Bladzijde 158

54 a $y = \frac{1}{x}$

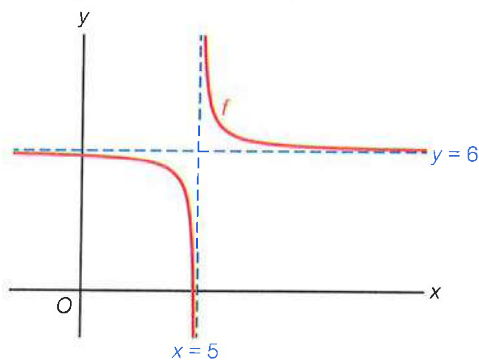
↓ translatie (4, 2)

$$y = \frac{1}{x-4} + 2$$

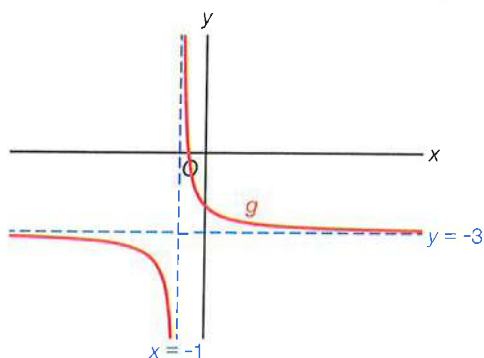
- b** De asymptoten zijn de lijnen $x = 4$ en $y = 2$.



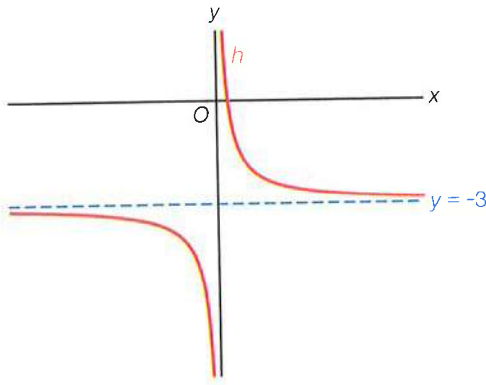
- 55 a** De asymptoten zijn de lijnen $x = 5$ en $y = 6$.



- b** De asymptoten zijn de lijnen $x = -1$ en $y = -3$.



- c De asymptoten zijn de lijnen $x = 0$ en $y = -3$.



56 $y = \frac{1}{x+3} - 4$

↓ translatie (5, 0)

$$y = \frac{1}{x-5+3} - 4 = \frac{1}{x-2} - 4$$

↓ translatie (0, 9)

$$y = \frac{1}{x-2} - 4 + 9 = \frac{1}{x-2} + 5$$

Dus de grafiek van g ontstaat door de translatie (5, 9) uit de grafiek van f .

- 57 a Bij een verhoudingstabel zijn de kruisproducten gelijk.

Kruislings vermenigvuldigen bij de verhoudingstabel $\frac{x}{2} \mid \frac{x+4}{x}$ geeft

$$x \cdot x = 2 \cdot (x+4)$$

$$x^2 = 2x + 8$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

b $x^2 - 2x - 8 = 0$

$$(x+2)(x-4) = 0$$

$$x = -2 \vee x = 4$$

Bladzijde 160

58 a $\frac{x+3}{x-1} = \frac{10}{x}$

kruislings vermenigvuldigen geeft

$$x(x+3) = 10(x-1)$$

$$x^2 + 3x = 10x - 10$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-2)(x-5) = 0$$

$$x = 2 \vee x = 5$$

vold. vold.

b $\frac{2x+3}{x+1} = \frac{2x+2}{x-1}$

kruislings vermenigvuldigen geeft

$$(2x+3)(x-1) = (x+1)(2x+2)$$

$$2x^2 - 2x + 3x - 3 = 2x^2 + 2x + 2x + 2$$

$$-3x = 5$$

$$x = -1\frac{2}{3}$$

vold.

c $\frac{x-3}{x+1} = 1\frac{1}{2}$

$$\frac{x-3}{x+1} = \frac{3}{2}$$

kruislings vermenigvuldigen geeft

$$3(x+1) = 2(x-3)$$

$$3x+3 = 2x-6$$

$$x = -9$$

vold.

d $\frac{x-1}{x} + 1 = 3$

$$\frac{x-1}{x} = 2$$

$$x-1 = 2x$$

$$-x = 1$$

$$x = -1$$

vold.

$$\text{e } \frac{3x+4}{x-1} = \frac{x+18}{x}$$

kruislings vermenigvuldigen geeft

$$x(3x+4) = (x-1)(x+18)$$

$$3x^2 + 4x = x^2 + 18x - x - 18$$

$$2x^2 - 13x + 18 = 0$$

$$D = (-13)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 18 = 25, \text{ dus } \sqrt{D} = 5$$

$$x = \frac{13+5}{4} = 4\frac{1}{2} \vee x = \frac{13-5}{4} = 2$$

vold.

vold.

$$\text{f } \frac{2x-5}{4-x} = \frac{x+2}{3x-4}$$

kruislings vermenigvuldigen geeft

$$(2x-5)(3x-4) = (4-x)(x+2)$$

$$6x^2 - 8x - 15x + 20 = 4x + 8 - x^2 - 2x$$

$$7x^2 - 25x + 12 = 0$$

$$D = (-25)^2 - 4 \cdot 7 \cdot 12 = 289, \text{ dus } \sqrt{D} = 17$$

$$x = \frac{25+17}{14} = 3 \vee x = \frac{25-17}{14} = \frac{4}{7}$$

vold.

vold.

$$\text{59 a } \frac{5x^2-15}{x^2+5} = 0$$

$$5x^2 - 15 = 0$$

$$5x^2 = 15$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \sqrt{3} \vee x = -\sqrt{3}$$

vold. vold.

$$\text{b } \frac{x^2-3}{x^2+1} = \frac{x-1}{x^2+1}$$

$$x^2 - 3 = x - 1$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$x = -1 \vee x = 2$$

vold. vold.

$$\text{c } \frac{x^2-4}{2x+5} = \frac{x^2-4}{x+4}$$

$$x^2 - 4 = 0 \vee 2x + 5 = x + 4$$

$$x^2 = 4 \vee x = -1$$

$$x = 2 \vee x = -2 \vee x = -1$$

vold. vold. vold.

$$\text{60 a } \frac{3x^2-10}{x^2+1} = 2$$

$$3x^2 - 10 = 2(x^2 + 1)$$

$$3x^2 - 10 = 2x^2 + 2$$

$$x^2 = 12$$

$$x = \sqrt{12} \vee x = -\sqrt{12}$$

$$x = 2\sqrt{3} \vee x = -2\sqrt{3}$$

vold. vold.

$$\text{b } \frac{x^3-8}{x^2+2} = \frac{x^3-8}{x+8}$$

$$x^3 - 8 = 0 \vee x^2 + 2 = x + 8$$

$$x^3 = 8 \vee x^2 - x - 6 = 0$$

$$x = 2 \vee (x+2)(x-3) = 0$$

$$x = 2 \vee x = -2 \vee x = 3$$

vold. vold. vold.

$$\text{c } \frac{3x^2-10}{x^2+1} = \frac{2x^2}{x^2+1}$$

$$3x^2 - 10 = 2x^2$$

$$x^2 = 10$$

$$x = \sqrt{10} \vee x = -\sqrt{10}$$

vold. vold.

$$\text{d } \frac{3x+1}{2x-1} = \frac{3x+5}{2x+1}$$

kruislings vermenigvuldigen geeft

$$(3x+1)(2x+1) = (3x+5)(2x-1)$$

$$6x^2 + 3x + 2x + 1 = 6x^2 - 3x + 10x - 5$$

$$-2x = -6$$

$$x = 3$$

vold.

$$\text{61 a } \text{Ze heeft } \frac{8}{4} = 2 \text{ uur gewandeld.}$$

Stel ze jogg t uur.

Dan is ze in totaal $2 + t$ uur onderweg.

t uur joggen met een snelheid van 8 km/uur geeft $8t$ km joggen.

Dus in totaal legt ze $8 + 8t$ km af.

$$\text{gemiddelde snelheid} = \frac{\text{afstand in km}}{\text{tijd in uren}} = \frac{8+8t}{2+t} \left\{ \begin{array}{l} \frac{8+8t}{2+t} = 5 \\ 8+8t = 5(2+t) \\ 8+8t = 10+5t \\ 3t = 2 \\ t = \frac{2}{3} \end{array} \right.$$

gemiddelde snelheid = 5 km/uur

Dus Anna moet $\frac{2}{3} \cdot 60 = 40$ minuten joggen.

- b** Stel het aantal personen is x .

Dan is de gemiddelde leeftijd in jaren x , en de totale leeftijd in jaren x^2 .
Nadat er iemand van 29 jaar bij is gekomen, is het aantal personen $x + 1$,
de gemiddelde leeftijd in jaren $x + 1$ en de totale leeftijd in jaren $x^2 + 29$.

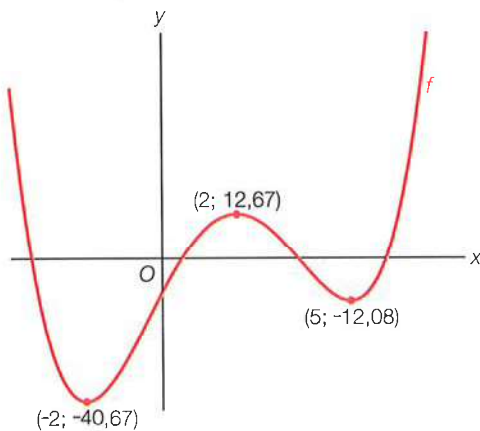
$$\left. \begin{array}{l} \text{gemiddelde leeftijd} = \frac{\text{totale leeftijd}}{\text{aantal personen}} = \frac{x^2 + 29}{x + 1} \\ \text{gemiddelde leeftijd} = x + 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{x^2 + 29}{x + 1} = x + 1 \\ x^2 + 29 = (x + 1)(x + 1) \\ x^2 + 29 = x^2 + 2x + 1 \\ -2x = -28 \\ x = 14 \end{array}$$

Dus er waren oorspronkelijk 14 personen aanwezig.

4.4 Extreme waarden en wiskundige modellen

Bladzijde 162

- 62 a** Voer in $y_1 = \frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 - 2x^2 + 20x - 10$.



- b** Bij $x = -2$ hoort $y \approx -40,67$.
Bij $x = 2$ hoort $y \approx 12,67$.
Bij $x = 5$ hoort $y \approx -12,08$.

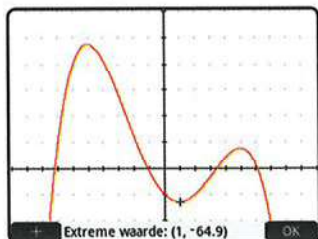
- 63** min. is $f(-3) = -4$ en max. is $f(3) = 6$.
max. is $g(-1) = 6$ en min. is $g(2) = -3$.

Bladzijde 163

- 64** max. is $h(-4) = 7$, min. is $h(-1) = 2$ en max. is $h(2) = 5$.
min. is $k(-2) = 1$, max. is $k(0) = 5$ en min. is $k(3) = -2$.

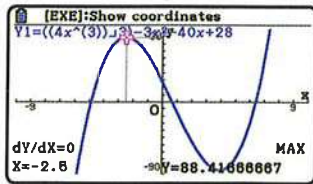
Bladzijde 164

- 65 a** Voer in $y_1 = -0,3x^4 + 0,4x^3 + 15x^2 - 30x - 50$.



- b** De optie maximum geeft $x = -5$ en $y = 237,5$.
De optie minimum geeft $x = 1$ en $y = -64,9$.
De optie maximum geeft $x = 5$ en $y = 37,5$.
max. is $f(-5) = 237,5$
min. is $f(1) = -64,9$
max. is $f(5) = 37,5$

- 66 a** Voer in $y_1 = 1\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 - 40x + 28$.



- b** De optie maximum geeft $x = -2,5$ en $y \approx 88,42$.
De optie minimum geeft $x = 4$ en $y \approx -94,67$.
max. is $f(-2,5) \approx 88,42$
min. is $f(4) \approx -94,67$

- 67 a** Voer in $y_1 = -x^3 - 1\frac{1}{2}x^2 + 36x + 25$.
De optie minimum geeft $x = -4$ en $y = -79$.
De optie maximum geeft $x = 3$ en $y = 92,5$.
min. is $f(-4) = -79$
max. is $f(3) = 92,5$

- b** Voer in $y_1 = \frac{1}{5}x^4 + x^3 - 9\frac{1}{7}x^2 - 50x + 75$.
De optie minimum geeft $x \approx -5,83$ en $y \approx 88,64$.
De optie maximum geeft $x \approx -2,39$ en $y \approx 135,15$.
De optie minimum geeft $x \approx 4,48$ en $y \approx -162,02$.
min. is $g(-5,83) \approx 88,64$
max. is $g(-2,39) \approx 135,15$
min. is $g(4,48) \approx -162,02$

68 $f(1) = 6\frac{1}{2}$ geeft $\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 2\frac{1}{4} + 5 + p = 6\frac{1}{2}$
 $2\frac{1}{2} + p = 6\frac{1}{2}$
 $p = 4$

Dus $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - 2\frac{1}{4}x^2 + 5x + 4$.

Voer in $y_1 = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - 2\frac{1}{4}x^2 + 5x + 4$.

De optie minimum geeft $x = -2$ en $y = -7$.

De optie minimum geeft $x = 2,5$ en $y \approx 4,39$.

min. is $f(-2) = -7$

min. is $f(2,5) \approx 4,39$

- 69** Voer in $y_1 = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 4$.
De optie maximum geeft $x = -1$ en $y = 5\frac{2}{3}$, dus $A(-1, 5\frac{2}{3})$.
De optie minimum geeft $x = 3$ en $y = -5$, dus $B(3, -5)$.

Stel $k: y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-5 - 5\frac{2}{3}}{3 - (-1)} = -2\frac{2}{3}$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -2\frac{2}{3}x + b \\ B(3, -5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -2\frac{2}{3} \cdot 3 + b = -5 \\ -8 + b = -5 \\ b = 3 \end{array}$$

Dus $k: y = -2\frac{2}{3}x + 3$.

- 70 a** $t = 1$ en $h = 24$ invullen in $h = at^2 + bt + 1$ geeft $a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 1 = 24$
 $a + b + 1 = 24$
 $a + b = 23$
 $t = 3$ en $h = 40$ invullen in $h = at^2 + bt + 1$ geeft $a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + 1 = 40$
 $9a + 3b + 1 = 40$
 $9a + 3b = 39$
 $3a + b = 13$

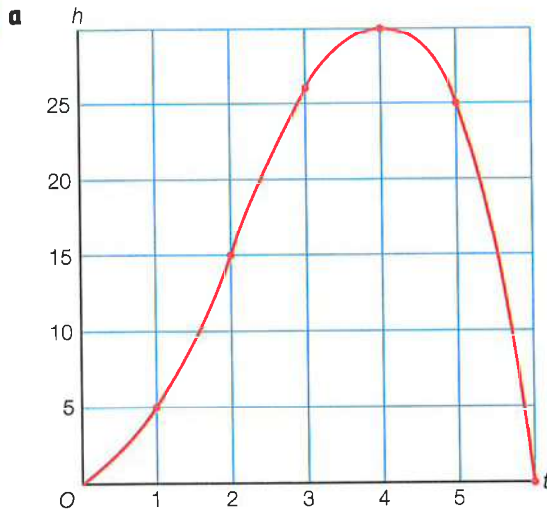
$$\begin{array}{l} \text{b} \quad \left\{ \begin{array}{l} a + b = 23 \\ 3a + b = 13 \end{array} \right. \\ \quad \quad \quad \begin{array}{r} -2a = 10 \\ a = -5 \end{array} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} -5 + b = 23 \\ a + b = 23 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} b = 28 \end{array}$$

Dus $a = -5$ en $b = 28$.

- c $t = 5$ invullen in $h = -5t^2 + 28t + 1$ geeft $h = -5 \cdot 5^2 + 28 \cdot 5 + 1 = 16$
Dit klopt niet met de tabel.

Bladzijde 166

71



De grafiek heeft niet de vorm van een parabool, dus je hebt waarschijnlijk niet te maken met een formule van de vorm $h = at^2 + bt$.

- b Met de formule krijg je de volgende tabel.

t	0	1	2	3	4	5	6
h	0	5	16	27	32	25	0

Dus de punten (2, 15), (3, 26) en (4, 30) van de tabel komen niet overeen met de formule.

- c Voer in $y_1 = -x^3 + 6x^2$.

De optie maximum geeft $x = 4$ en $y = 32$.

Dus met de formule vind je een maximale hoogte van 32 meter.

Deze wordt bereikt voor $t = 4$.

- d $t = 2$ en $h = 15$ invullen geeft $a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 = 15$ oftewel $8a + 4b = 15$.
 $t = 4$ en $h = 30$ invullen geeft $a \cdot 4^3 + b \cdot 4^2 = 30$ oftewel $64a + 16b = 30$, dus $32a + 8b = 15$.

$$\left\{ \begin{array}{l} 8a + 4b = 15 \\ 32a + 8b = 15 \end{array} \right. \begin{array}{l} | 2 \\ | 1 \end{array} \text{ geeft } \left\{ \begin{array}{l} 16a + 8b = 30 \\ 32a + 8b = 15 \end{array} \right. \\ \quad \quad \quad \begin{array}{r} -16a = 15 \\ a = -\frac{15}{16} \end{array} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} 16 \cdot -\frac{15}{16} + 8b = 30 \\ 16a + 8b = 30 \end{array} \right. \\ \quad \quad \quad \begin{array}{r} -15 + 8b = 30 \\ 8b = 45 \\ b = 5\frac{5}{8} \end{array}$$

Dus $h = -\frac{15}{16}t^3 + 5\frac{5}{8}t^2$.

- e Voer in $y_1 = -\frac{15}{16}x^3 + 5\frac{5}{8}x^2$.

De optie maximum geeft $x = 4$ en $y = 30$.

Dus met deze formule vind je een maximale hoogte van 30 meter.

De optie nulpunt geeft $x = 6$.

Dus volgens deze formule komt de vuurpijl na 6 seconden weer op de grond.

- f *

Bladzijde 167

72 a $x = 10$ en $h = 3,5$ invullen geeft $a \cdot 10^2 + b \cdot 10 = 3,5$ oftewel $100a + 10b = 3,5$.
 $x = 60$ en $h = 6,0$ invullen geeft $a \cdot 60^2 + b \cdot 60 = 6$ oftewel $3600a + 60b = 6$, dus $600a + 10b = 1$.

$$\begin{cases} 100a + 10b = 3,5 \\ 600a + 10b = 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 100a + 10b = 3,5 \\ -600a - 10b = 1 \\ \hline -500a = 2,5 \\ a = -\frac{1}{200} \end{array}$$

$$\begin{cases} 600 \cdot -\frac{1}{200} + 10b = 1 \\ -3 + 10b = 1 \\ 10b = 4 \\ b = \frac{2}{5} \end{cases}$$

Dus $a = -\frac{1}{200}$ en $b = \frac{2}{5}$.

- b** Voer in $y_1 = -\frac{1}{200}x^2 + \frac{2}{5}x$.
 De optie maximum geeft $x = 40$ en $y = 8$.
 Volgens de formule komt de bal maximaal 8 meter hoog.
- c** De optie nulpunt geeft $x = 80$.
 Dus volgens de formule komt de bal 80 meter vanaf de afslag weer op de grond.
- d** Met de formule krijg je de volgende tabel.

x	0	10	25	50	60
h	0	3,5	6,875	7,5	6

Dus voor $x = 25$ kijkt de hoogte die de formule geeft af van de meetwaarde.

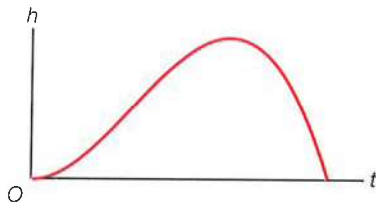
Dit is een afwijking van $\frac{7,0 - 6,875}{7,0} \times 100\% \approx 1,8\%$.

73 a $t = 5$ en $h = 75$ invullen geeft $a \cdot 5^3 + b \cdot 5^2 = 75$ oftewel $125a + 25b = 75$, dus $5a + b = 3$.
 $t = 8$ en $h = 0$ invullen geeft $a \cdot 8^3 + b \cdot 8^2 = 0$ oftewel $a \cdot 8 + b = 0$, dus $b = -8a$.
 Substitutie van $b = -8a$ in $5a + b = 3$ geeft $5a - 8a = 3$

$$\begin{array}{l} -3a = 3 \\ a = -1 \end{array}$$

$a = -1$ geeft $b = 8$.

- b** Voer in $y_1 = -x^3 + 8x^2$ en plot de grafiek.



- c** De optie maximum geeft $x = 5,33...$ en $y = 75,851...$
 Dus na ongeveer 5,3 seconden is de pijl op het hoogste punt.
 De pijl is dan op een hoogte van ongeveer 75,9 meter.
- d** Voer in $y_2 = 50$.
 De optie snijpunt geeft $x = 3,24...$ en $x = 6,97...$
 Volgens de formule is de pijl gedurende $6,97... - 3,24... \approx 3,7$ seconden hoger dan 50 meter.
 Dus de metingen komen overeen met de formule.

- 74** Stel het grondvlak van de doos is x bij y cm, dan geldt $xy = 8$.
 Stel de hoogte van de doos is h cm, dan geldt $xh = 6$ en $yh = 3$.

Uit $xh = 6$ volgt $x = \frac{6}{h}$.

Uit $yh = 3$ volgt $y = \frac{3}{h}$.

Substitutie van $x = \frac{6}{h}$ en $y = \frac{3}{h}$ in $xy = 8$ geeft $\frac{6}{h} \cdot \frac{3}{h} = 8$

$$\frac{18}{h^2} = 8$$

$$18 = 8h^2$$

$$h^2 = 2\frac{1}{4}$$

$$h = 1\frac{1}{2} \vee h = -1\frac{1}{2}$$

vold. vold. niet

De inhoud van de doos is dus $8 \cdot 1\frac{1}{2} = 12 \text{ cm}^3$.

Bladzijde 168

- 75 a** $t = 1$ en $N = 193$ invullen geeft $a \cdot 1^3 + b \cdot 1 + 200 = 193$ oftewel $a + b = -7$.
 $t = 5$ en $N = 285$ invullen geeft $a \cdot 5^3 + b \cdot 5 + 200 = 285$ oftewel $125a + 5b = 85$,
 dus $25a + b = 17$.

$$\begin{cases} a + b = -7 \\ 25a + b = 17 \end{cases} \quad \begin{array}{r} -24a \quad = -24 \\ a = 1 \end{array} \quad \begin{cases} 1 + b = -7 \\ b = -8 \end{cases}$$

Dit geeft de formule $N = t^3 - 8t + 200$.

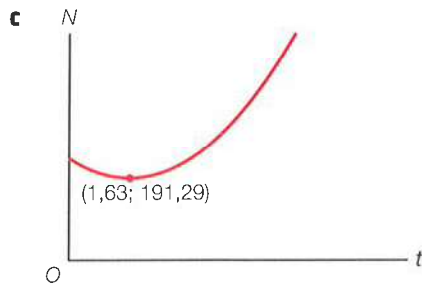
$t = 6$ geeft $N = 6^3 - 8 \cdot 6 + 200 = 368$, en dit komt overeen met de gemeten waarde op 7 september om 0:00 uur.

Dus er zijn waarden van a en b waarmee de formule overeenkomt met alle gegeven meetwaarden.

- b** Voer in $y_1 = x^3 - 8x + 200$, maak een tabel, en bereken ΔN . Je krijgt

t	N	ΔN
0	200	-
1	193	-7
2	192	-1
3	203	11
4	232	29
5	285	53
6	368	83
7	487	119
8	648	161
9	857	209

Dus op 9 september is volgens de gevonden formule de toename voor het eerst meer dan 200 miljoen.



De optie minimum geeft $x \approx 1,63$ en $y \approx 191,29$.

Het minimale aantal bacteriën is ongeveer 191 miljoen.

- 76 a** In de tabel zie je dat de temperatuur niet steeds in hetzelfde aantal minuten met 10°C daalt. Dus bij de tabel hoort geen lineair verband.

b $c = 20$, $t = 0$ en $T = 100$ invullen in $T = a \cdot b^t + c$ geeft $a \cdot b^0 + 20 = 100$

$$a \cdot 1 + 20 = 100$$

$$a + 20 = 100$$

$$a = 80$$

c $t = 65$ en $T = 50$ invullen in $T = 80 \cdot b^t + 20$ geeft $80 \cdot b^{65} + 20 = 50$

$$80 \cdot b^{65} = 30$$

$$b^{65} = \frac{3}{8}$$

$$b = \sqrt[65]{\frac{3}{8}} \approx 0,985$$

d $T = 80 \cdot 0,985^t + 20$

$$t = 9 \text{ invullen geeft } T \approx 90$$

$$t = 19 \text{ invullen geeft } T \approx 80$$

$$t = 31 \text{ invullen geeft } T \approx 70$$

$$t = 46 \text{ invullen geeft } T \approx 60$$

Dus de bij c gevonden formule past ook bij de andere gegevens van de tabel.

e Voer in $y_1 = 80 \cdot 0,985^x + 20$ en $y_2 = 40$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 91,7$.

Dus na ongeveer 92 minuten is de temperatuur van het water gedaald tot 40°C .

Bladzijde 169

77 a $N = -3,35t^3 + 132t^2 - 1240t + 5000$

$t = 0$ invullen geeft $N = 5000$, dus geen afwijking.

$t = 6$ invullen geeft $N \approx 1588$, dus de afwijking is $1588 - 1450 = 138$.

$t = 12$ invullen geeft $N \approx 3339$, dus de afwijking is $3500 - 3339 = 161$.

$t = 19$ invullen geeft $N \approx 6114$, dus de afwijking is $6114 - 6000 = 114$.

$t = 24$ invullen geeft $N \approx 4962$, dus de afwijking is $5000 - 4962 = 38$.

De formule past niet goed bij de gegevens.

De afwijking is het grootst om 12 uur.

In dat geval wijkt de formule $\frac{161}{3500} \times 100\% = 4,6\%$ af van het gegeven.

b $N = 0,0577t^4 - 6,17t^3 + 174t^2 - 1430t + 5000$

$t = 0$ invullen geeft $N = 5000$, dus geen afwijking.

$t = 6$ invullen geeft $N \approx 1426$, dus de afwijking is $1450 - 1426 = 24$.

$t = 12$ invullen geeft $N \approx 3431$, dus de afwijking is $3500 - 3431 = 69$.

$t = 19$ invullen geeft $N \approx 5843$, dus de afwijking is $6000 - 5843 = 157$.

$t = 24$ invullen geeft $N \approx 4753$, dus de afwijking is $5000 - 4753 = 247$.

Op $t = 6$ en $t = 12$ geeft dit model een betere benadering van de werkelijkheid dan het eerste model, en op $t = 19$ en $t = 24$ een slechtere.

Diagnostische toets

Bladzijde 172

- 1 a** Snijpunten met de x -as $(-3, 0)$ en $(5, 0)$, dus $y = a(x+3)(x-5)$.

Door $(-1, 3)$, dus $a(-1+3)(-1-5) = 3$

$$a \cdot 2 \cdot -6 = 3$$

$$-12a = 3$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

Dus $y = -\frac{1}{4}(x+3)(x-5)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{-3+5}{2} = 1 \text{ en } y_{\text{top}} = -\frac{1}{4}(1+3)(1-5) = -\frac{1}{4} \cdot 4 \cdot -4 = 4$$

De top is $(1, 4)$.

$$x = 0 \text{ geeft } y = -\frac{1}{4}(0+3)(0-5) = -\frac{1}{4} \cdot 3 \cdot -5 = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

Het snijpunt met de y -as is $(0, 3\frac{3}{4})$.

- b** $y = -\frac{1}{4}(x+3)(x-5) = -\frac{1}{4}(x^2 - 5x + 3x - 15) = -\frac{1}{4}(x^2 - 2x - 15) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 3\frac{3}{4}$

De formule is $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 3\frac{3}{4}$.

- 2 a** De top van p_1 is $(-1, -3)$, dus $y = a(x+1)^2 - 3$.

Door $(0, -1)$, dus $a(0+1)^2 - 3 = -1$

$$a - 3 = -1$$

$$a = 2$$

Dit geeft $y = 2(x+1)^2 - 3$.

$$y = 2(x+1)^2 - 3 = 2(x^2 + 2x + 1) - 3 = 2x^2 + 4x + 2 - 3 = 2x^2 + 4x - 1$$

Dus $p_1: y = 2x^2 + 4x - 1$.

- b** De top van p_2 is $(1, 2)$, dus $y = a(x-1)^2 + 2$.

Door $(3, 0)$, dus $a(3-1)^2 + 2 = 0$

$$4a = -2$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

Dit geeft $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$.

$$y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2 = -\frac{1}{2}(x^2 - 2x + 1) + 2 = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2} + 2 = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1\frac{1}{2}$$

Dus $p_2: y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1\frac{1}{2}$.

- 3** Door $(2, 8)$, dus $-\frac{3}{4} \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 2 = 8$

$$-3 + 2b + 2 = 8$$

$$2b = 9$$

$$b = 4\frac{1}{2}$$

Dus $y = -\frac{3}{4}x^2 + 4\frac{1}{2}x + 2$.

$$x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = \frac{-4\frac{1}{2}}{2 \cdot -\frac{3}{4}} = 3 \text{ en } y_{\text{top}} = -\frac{3}{4} \cdot 3^2 + 4\frac{1}{2} \cdot 3 + 2 = 8\frac{3}{4}$$

De top is $(3, 8\frac{3}{4})$.

- 4 a** $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2 \cdot \frac{1}{3}} = 4\frac{1}{2}$, dus top $(4\frac{1}{2}, -\frac{3}{4})$.

$$y = \frac{1}{3}x^2 - 3x + c \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} \cdot (4\frac{1}{2})^2 - 3 \cdot 4\frac{1}{2} + c = -\frac{3}{4} \\ 6\frac{3}{4} - 13\frac{1}{2} + c = -\frac{3}{4} \\ c = 6 \end{array} \right.$$

- b** $c = 6$ geeft $y = \frac{1}{3}x^2 - 3x + 6$

Snijden met de x -as, dus $y = 0$ geeft $\frac{1}{3}x^2 - 3x + 6 = 0$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$(x-3)(x-6) = 0$$

$$x = 3 \vee x = 6$$

De snijpunten met de x -as zijn $(3, 0)$ en $(6, 0)$.

5 a $3x^3 + 5 = 20$

$$3x^3 = 15$$

$$x^3 = 5$$

$$x = \sqrt[3]{5}$$

b $5x^6 + 20 = 30$

$$5x^6 = 10$$

$$x^6 = 2$$

$$x = \sqrt[6]{2} \vee x = -\sqrt[6]{2}$$

c $(2x + 9)^5 = 243$

$$2x + 9 = 3$$

$$2x = -6$$

$$x = -3$$

6 a $8x^5 - 6 = 10$

$$8x^5 = 16$$

$$x^5 = 2$$

$$x = \sqrt[5]{2}$$

$$x \approx 1,15$$

b $\frac{1}{4}x^6 - 8 = 9$

$$\frac{1}{4}x^6 = 17$$

$$x^6 = 68$$

$$x = \sqrt[6]{68} \vee x = -\sqrt[6]{68}$$

$$x \approx 2,02 \vee x = -2,02$$

c $10 - 4(x + 1)^7 = 20$

$$-4(x + 1)^7 = 10$$

$$(x + 1)^7 = -2\frac{1}{2}$$

$$x + 1 = \sqrt[7]{-2\frac{1}{2}}$$

$$x = -1 + \sqrt[7]{-2\frac{1}{2}}$$

$$x \approx -2,14$$

7 a $x^3 - 6x^2 = 7x$

$$x^3 - 6x^2 - 7x = 0$$

$$x(x^2 - 6x - 7) = 0$$

$$x(x + 1)(x - 7) = 0$$

$$x = 0 \vee x = -1 \vee x = 7$$

b $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

$$\text{Stel } x^2 = u.$$

$$u^2 - 5u + 4 = 0$$

$$(u - 1)(u - 4) = 0$$

$$u = 1 \vee u = 4$$

$$x^2 = 1 \vee x^2 = 4$$

$$x = 1 \vee x = -1 \vee x = 2 \vee x = -2$$

c $x^4 + 10x^2 = 24$

$$x^4 + 10x^2 - 24 = 0$$

$$\text{Stel } x^2 = u.$$

$$u^2 + 10u - 24 = 0$$

$$(u - 2)(u + 12) = 0$$

$$u = 2 \vee u = -12$$

$$x^2 = 2 \vee x^2 = -12$$

$$x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2}$$

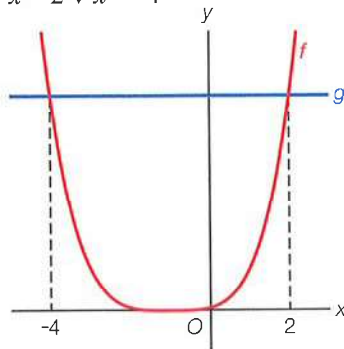
8 a $\underbrace{\frac{1}{3}(x+1)^4}_{f(x)} > \underbrace{27}_{g(x)}$

$$\frac{1}{3}(x+1)^4 = 27$$

$$(x+1)^4 = 81$$

$$x+1 = 3 \vee x+1 = -3$$

$$x = 2 \vee x = -4$$



$\frac{1}{3}(x+1)^4 > 27$ geeft $x < -4 \vee x > 2$

b $\underbrace{x^3 - 4x^2}_{f(x)} > \underbrace{5x}_{g(x)}$

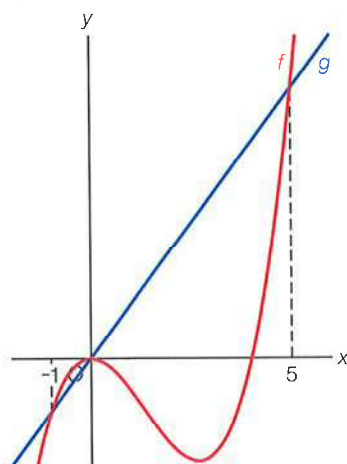
$$x^3 - 4x^2 = 5x$$

$$x^3 - 4x^2 - 5x = 0$$

$$x(x^2 - 4x - 5) = 0$$

$$x(x+1)(x-5) = 0$$

$$x = 0 \vee x = -1 \vee x = 5$$

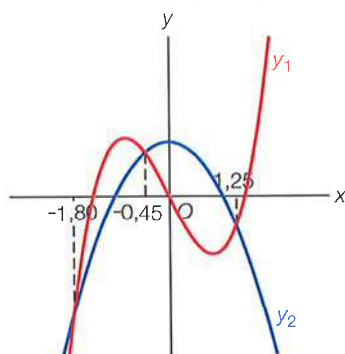


$x^3 - 4x^2 > 5x$ geeft $-1 < x < 0 \vee x > 5$

9 a $x^3 - 2x < -x^2 + 1$

Voer in $y_1 = x^3 - 2x$ en $y_2 = -x^2 + 1$.

De optie snijpunt geeft $x \approx -1,80 \vee x \approx -0,45 \vee x \approx 1,25$.

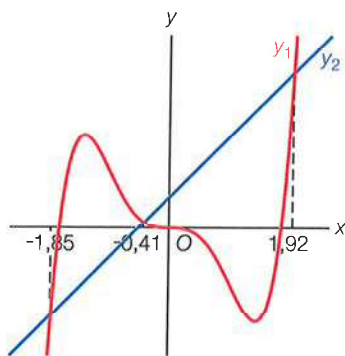


$x^3 - 2x < -x^2 + 1$ geeft $x < -1,80 \vee -0,45 < x < 1,25$

b $x^5 - 3x^3 > 2x + 1$

Voer in $y_1 = x^5 - 3x^3$ en $y_2 = 2x + 1$.

De optie snijpunt geeft $x \approx -1,85 \vee x \approx -0,41 \vee x \approx 1,92$.

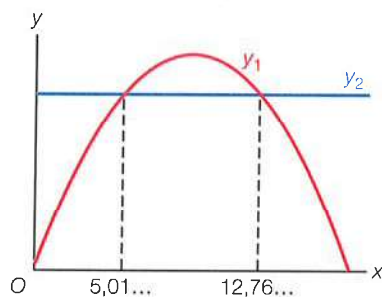


$x^5 - 3x^3 > 2x + 1$ geeft $-1,85 < x < -0,41 \vee x > 1,92$

Bladzijde 173

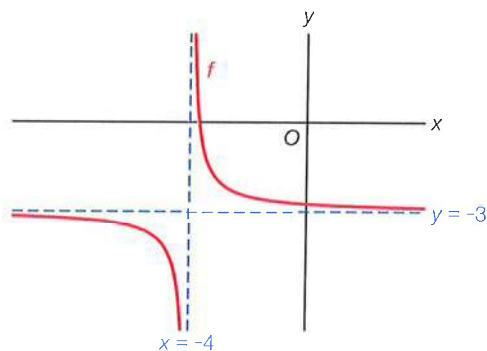
10 Voer in $y_1 = -4,5x^2 + 80x + 12$ en $y_2 = 300$.

De optie snijpunt geeft $x = 5,014...$ en $x = 12,763...$

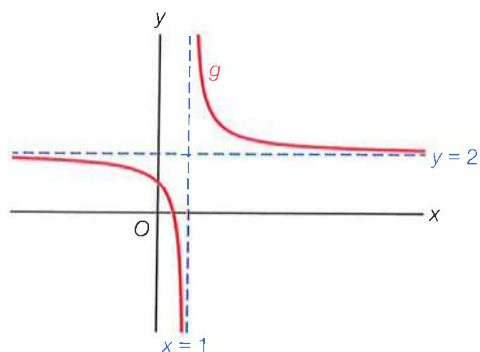


De pijl is gedurende $12,763... - 5,014... = 7,749... \approx 7,7$ seconden hoger dan 300 meter.

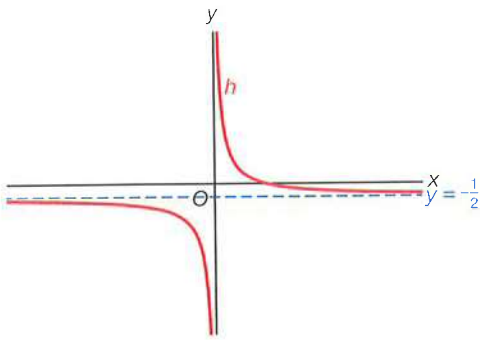
11 a De asymptoten zijn de lijnen $x = -4$ en $y = -3$.



b De asymptoten zijn de lijnen $x = 1$ en $y = 2$.



- c De asymptoten zijn de lijnen $x = 0$ en $y = -\frac{1}{2}$.



12 a $\frac{4x^2 - 6}{x + 3} = x$
 $4x^2 - 6 = x(x + 3)$
 $4x^2 - 6 = x^2 + 3x$
 $3x^2 - 3x - 6 = 0$
 $x^2 - x - 2 = 0$
 $(x + 1)(x - 2) = 0$
 $x = -1 \vee x = 2$
 vold. vold.

b $\frac{x^2 - 1}{x + 2} = \frac{x^2 - 1}{3x - 6}$
 $x^2 - 1 = 0 \vee x + 2 = 3x - 6$
 $x^2 = 1 \vee -2x = -8$
 $x = 1 \vee x = -1 \vee x = 4$
 vold. vold. vold.

c $\frac{x^2 - 6}{x^2 + 5} = \frac{4x + 6}{x^2 + 5}$
 $x^2 - 6 = 4x + 6$
 $x^2 - 4x - 12 = 0$
 $(x + 2)(x - 6) = 0$
 $x = -2 \vee x = 6$
 vold. vold.

- 13 Voer in $y_1 = \frac{1}{4}x^4 - 4\frac{1}{2}x^2 + 8$.
 De optie minimum geeft $x = -3$ en $y = -12,25$, en $x = 3$ en $y = -12,25$.
 De optie maximum geeft $x = 0$ en $y = 8$.
 Dus min. is $f(-3) = -12,25$, max. is $f(0) = 8$ en min. is $f(3) = -12,25$.

- 14 $x = 10$ en $h = 2,7$ invullen geeft $a \cdot 10^2 + b \cdot 10^3 = 2,7$ oftewel $100a + 1000b = 2,7$.
 $x = 100$ en $h = 0$ invullen geeft $a \cdot 100^2 + b \cdot 100^3 = 0$ oftewel $a + b \cdot 100 = 0$,
 dus $a = -100b$.
 Substitutie van $a = -100b$ in $100a + 1000b = 2,7$ geeft $100 \cdot -100b + 1000b = 2,7$
 $-10000b + 1000b = 2,7$
 $-9000b = 2,7$
 $b = -0,0003$

$b = -0,00003$ geeft $a = -100 \cdot -0,00003 = 0,03$
 Dus $h = 0,03x^2 - 0,0003x^3$.
 Voer in $y_1 = 0,03x^2 - 0,0003x^3$.
 De optie maximum geeft $x = 66,6...$ en $y = 44,4...$
 Dus de maximale hoogte van de drone is 44 meter.