

2 Veranderingen

Voorkennis Snelheid

Bladzijde 51

- 1** 18 minuten + 37 minuten = 55 minuten
 37 seconden + 36 seconden = 73 seconden, oftewel 1 minuut en 13 seconden
 Ramon deed 5 uur, 56 minuten en 13 seconden over de etappe.
 Dat is $5 + \frac{56}{60} + \frac{13}{3600} = 5,9369\dots$ uur.
- De gemiddelde snelheid is $\frac{175,5}{5,9369\dots} \approx 29,56$ km/uur.
- Dat is $\frac{29,56\dots}{3,6} \approx 8,21$ m/s.

- 2 a** De beklimming van 25 km in $1 + \frac{12}{60} = 1,2$ uur geeft gemiddelde snelheid $= \frac{25}{1,2} \approx 21$ km/uur.
- De afdaling van 19 km in $\frac{17}{60} = 0,2833\dots$ uur geeft gemiddelde snelheid $= \frac{19}{0,2833\dots} \approx 67$ km/uur.
- b** De $25 + 19 = 44$ km van de beklimming en de afdaling samen in $1,2 + 0,2833\dots = 1,4833\dots$ uur geeft gemiddelde snelheid $= \frac{44}{1,4833\dots} \approx 30$ km/uur.

Bladzijde 52

- 3 a** Bij elk van de drie gedeelten van de tocht neemt de afstand lineair toe in de tijd, dus bij elk van de drie gedeelten van de tocht is met een constante snelheid gereden.
- b** 12 km in $\frac{35}{60} = 0,5833\dots$ uur geeft gemiddelde snelheid $= \frac{12}{0,5833\dots} \approx 20,57$ km/uur.
- $23 - 12 = 11$ km in $\frac{58 - 35}{60} = 0,3833\dots$ uur geeft gemiddelde snelheid $= \frac{11}{0,3833\dots} \approx 28,70$ km/uur.
- $27 - 23 = 4$ km in $\frac{75 - 58}{60} = 0,2833\dots$ uur geeft gemiddelde snelheid $= \frac{4}{0,2833\dots} \approx 14,12$ km/uur.
- c** 27 km in $\frac{75}{60} = 1,25$ uur geeft gemiddelde snelheid $= \frac{27}{1,25} = 21,6$ km/uur.
- Dat is $\frac{21,6}{3,6} = 6$ m/s.
- 4 a** De afstand neemt niet lineair toe in de tijd, dus er is niet met een constante snelheid gereden.
- b** 35 km in $\frac{85}{60} = 1,4166\dots$ uur geeft gemiddelde snelheid $= \frac{35}{1,4166\dots} \approx 24,71$ km/uur.
- c** Aan het begin van de tocht heeft de wielrenner een snelheid die hoger is dan de gemiddelde snelheid. Gedurende de tocht neemt zijn snelheid af. Op het eind van de tocht is zijn snelheid lager dan de gemiddelde snelheid. Dus er zal een tijdstip zijn waarop de snelheid van de wielrenner gelijk is aan zijn gemiddelde snelheid.

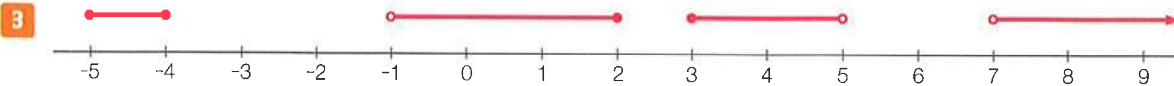
2.1 Toenamedigrammen

Bladzijde 53

- 1 a** In de maanden maart, april, mei, juni en een deel van juli stijgt de temperatuur van het oppervlaktewater bij Helsinki.
- b** In mei neemt de stijging toe en in juni neemt de stijging af.
- c** Tot en met augustus neemt de daling toe en daarna neemt de daling af.

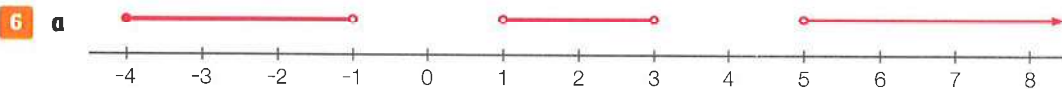
Bladzijde 55

- 2 $\langle -6, -2 \rangle$, $[-1, 0]$, $[1, 3)$ en $\langle 4, \rightarrow \rangle$

**Bladzijde 56**

- 4 a Het interval $\langle -1, 2]$ wordt genoteerd als $-1 < x \leq 2$.
 b Het interval $[6, 10)$ wordt genoteerd als $6 \leq x < 10$.
 c Het interval $[5, 15]$ wordt genoteerd als $5 \leq x \leq 15$.
 d Het interval $\langle \leftarrow; 4,5 \rangle$ wordt genoteerd als $x < 4,5$.

- 5 a $-8 \leq x < 3$ wordt genoteerd als $[-8, 3)$.
 b $4 < x \leq 4\frac{1}{2}$ wordt genoteerd als $\langle 4, 4\frac{1}{2}]$.
 c $5,1 \leq x \leq 7,3$ wordt genoteerd als $[5,1; 7,3]$.
 d $x \leq 2$ wordt genoteerd als $\langle \leftarrow, 2]$.

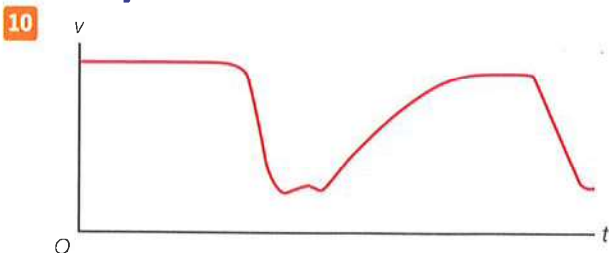


- b Het interval $\langle -2, 5]$ wordt genoteerd als $-2 < x \leq 5$.
 Het interval $[3, 7]$ wordt genoteerd als $3 \leq x \leq 7$.
 Het interval $\langle \leftarrow; 1,23 \rangle$ wordt genoteerd als $x < 1,23$.
 c $10 \leq x < 15$ wordt genoteerd als $[10, 15)$.
 $x \geq 3\frac{1}{2}$ wordt genoteerd als $[3\frac{1}{2}, \rightarrow)$.

- 7 $2x - 3 < 6$ $5 - 3x < 9$
 $2x < 9$ $-3x < 4$
 $x < 4\frac{1}{2}$ $x > -1\frac{1}{3}$
 Dus $-1\frac{1}{3} < x < 4\frac{1}{2}$.
 Dit wordt genoteerd als $\langle -1\frac{1}{3}, 4\frac{1}{2} \rangle$.

- 8 Afnemend dalend op $\langle \leftarrow, -4 \rangle$ en op $\langle 3, 5 \rangle$.
 Toenemend stijgend op $\langle -4, -2 \rangle$ en op $\langle 5, \rightarrow \rangle$.
 Afnemend stijgend op $\langle -2, 1 \rangle$.
 Toenemend dalend op $\langle 1, 3 \rangle$.

- 9 a Constant stijgend op $\langle 0, 3 \rangle$.
 Afnemend stijgend op $\langle 3, 4 \rangle$.
 Toenemend dalend op $\langle 4, 5 \rangle$.
 Afnemend dalend op $\langle 5, 7 \rangle$.
 Toenemend stijgend op $\langle 7, 10 \rangle$.
 b Bij de steilste klim is de snelheid het laagst. Dus na 7 minuten.

Bladzijde 57

In het begin is er geen stijging of daling, daarna achtereenvolgens toenemende daling, afnemende daling, constante stijging, constante daling, afnemende stijging, constante daling, afnemende daling.

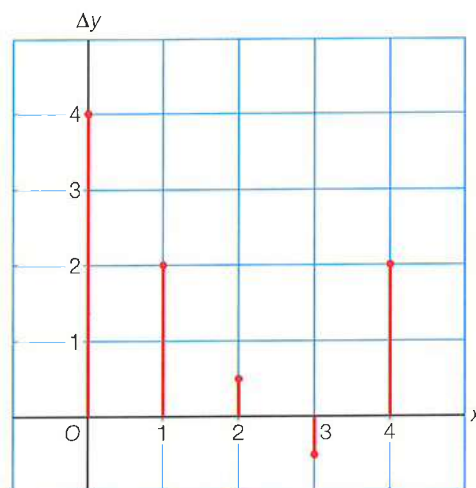
- 11 a** Op $[0, 1]$ is de toename $5,5$.
Op $[1, 2]$ is de toename $9 - 5,5 = 3,5$.
b Op $[4, 5]$ is de afname $10 - 7,5 = 2,5$.
c Op $[2, 7]$ is de afname $9 - -3,5 = 12,5$.

Bladzijde 60

- 12 a** Lisette heeft gelijk.
Je weet alleen dat de grafiek tussen $x = 0$ en $x = 1$ evenveel toeneemt als tussen $x = 1$ en $x = 2$.
Bij even lange staven hoeft de toename niet lineair te zijn.
b Het toenamediagram is puntsymmetrisch.

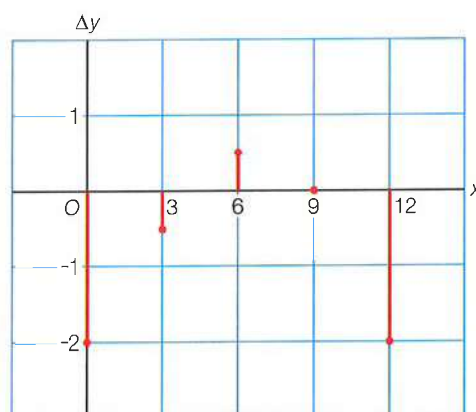
13 a x -interval bij $\Delta x = 1$

x -interval	Δy
$[-1, 0]$	4
$[0, 1]$	2
$[1, 2]$	0,5
$[2, 3]$	-0,5
$[3, 4]$	2



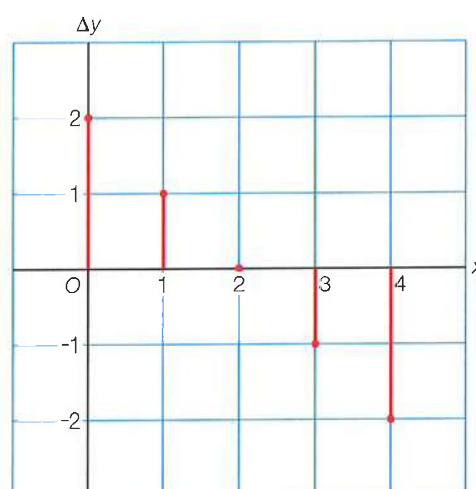
b x -interval bij $\Delta x = 3$

x -interval	Δy
$[-3, 0]$	-2
$[0, 3]$	-0,5
$[3, 6]$	0,5
$[6, 9]$	0
$[9, 12]$	-2



14 a x -interval bij $\Delta x = 1$

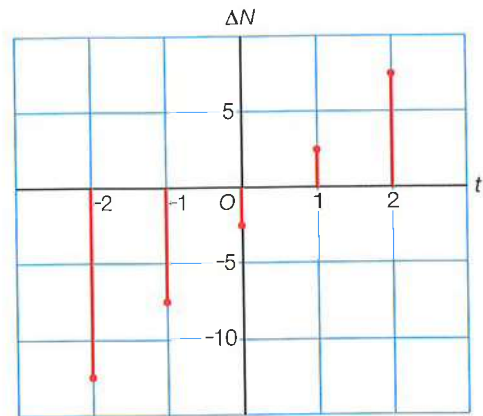
x -interval	Δy
$[-1, 0]$	2
$[0, 1]$	1
$[1, 2]$	0
$[2, 3]$	-1
$[3, 4]$	-2



b

t -interval bij $\Delta t = 1$	ΔN
$[-3, -2]$	$-12,5$
$[-2, -1]$	$-7,5$
$[-1, 0]$	$-2,5$
$[0, 1]$	$2,5$
$[1, 2]$	$7,5$

c De eindpunten van de toenames liggen op een rechte lijn.

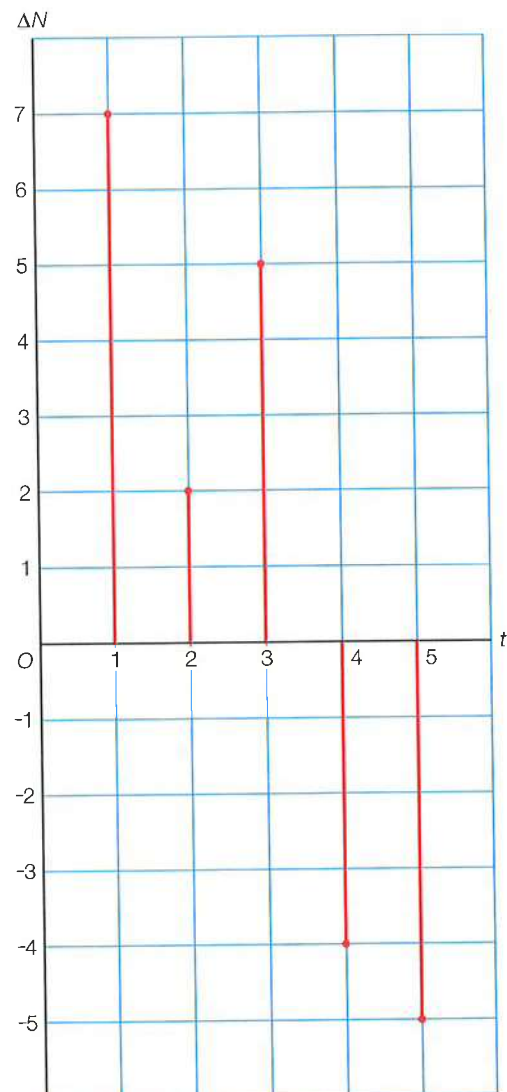


Bladzijde 61

- 15 a** Bij een parabool liggen in een toename-diagram de eindpunten van de toenames op een rechte lijn die niet horizontaal is.
b Bij een rechte lijn liggen in een toename-diagram de eindpunten van de toenames op een horizontale lijn.

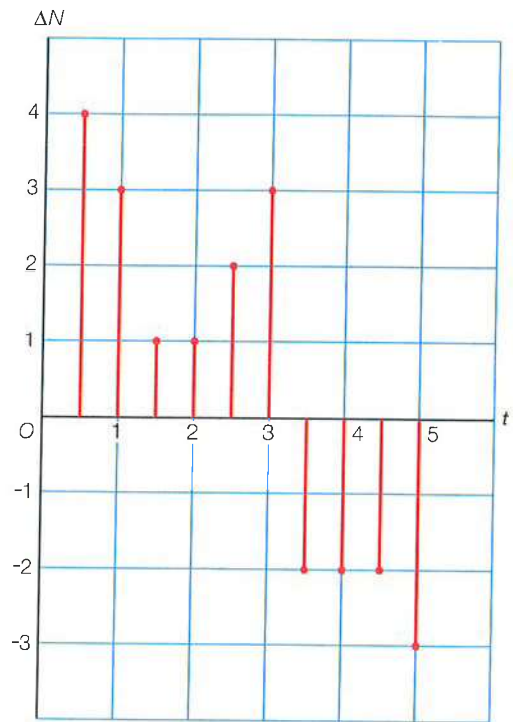
16 a

t -interval bij $\Delta t = 1$	ΔN
$[0, 1]$	7
$[1, 2]$	2
$[2, 3]$	5
$[3, 4]$	-4
$[4, 5]$	-5

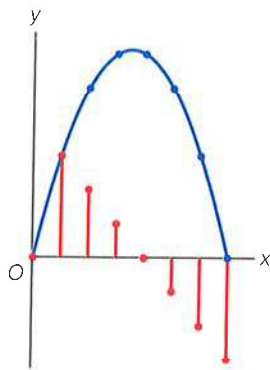


- b** Verdeel de toename 7 op $[0, 1]$ in twee toenames van bijvoorbeeld 4 en 3, enzovoort. Je kunt een tabel zoals hieronder maken, en krijgt dan het toenamediagram hiernaast.

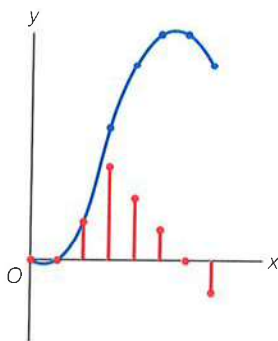
t -interval bij $\Delta t = 0,5$	ΔN
$[0; 0,5]$	4
$[0,5; 1]$	3
$[1; 1,5]$	1
$[1,5; 2]$	1
$[2; 2,5]$	2
$[2,5; 3]$	3
$[3; 3,5]$	-2
$[3,5; 4]$	-2
$[4; 4,5]$	-2
$[4,5; 5]$	-3



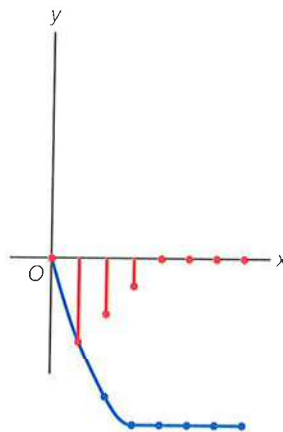
17



a

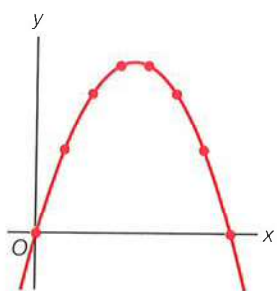


b

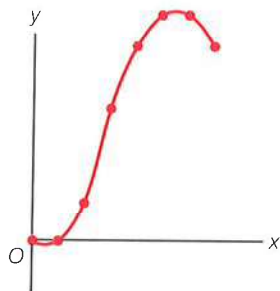


c

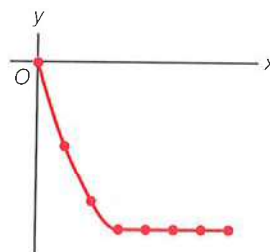
In de figuren hierboven zie je ook de toenamediagrammen. Zo kun je zien hoe de globale grafieken met de toenamediagrammen samenhangen. In het uiteindelijke antwoord denk je de toenamediagrammen weg. Zie hieronder.



a

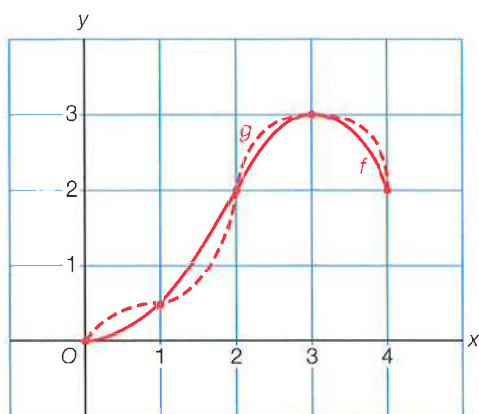


b

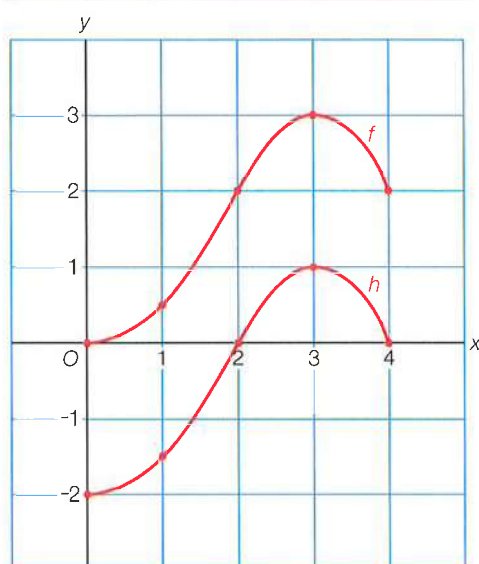


c

18 a



b



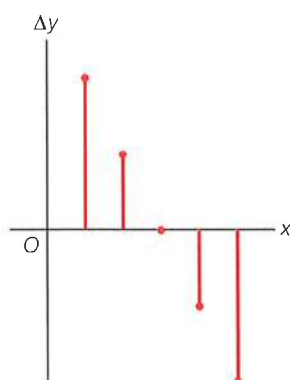
Bladzijde 62

19

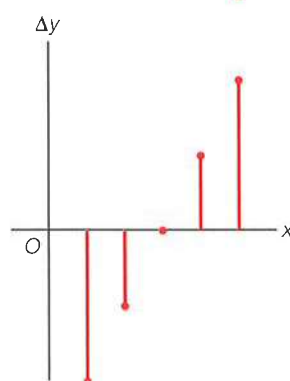
- a constant dalend
- b afnemend stijgend
- c constant stijgend
- d toenemend dalend

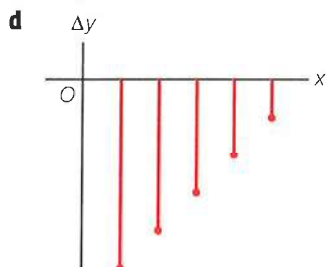
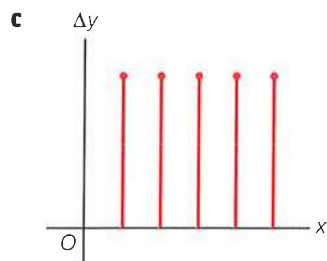
20

a



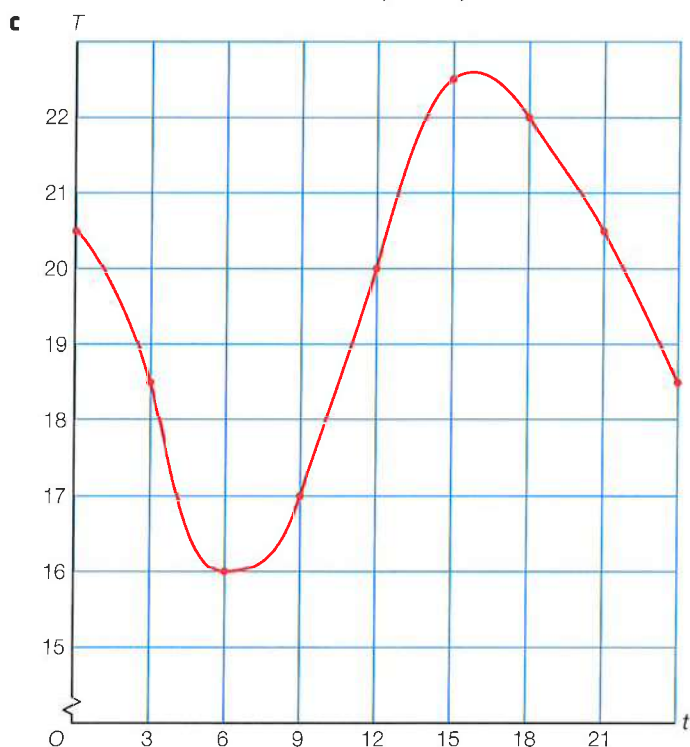
b





21 a Op $[0, 24]$ is $\Delta T = -2 - 2,5 + 1 + 3 + 2,5 - 0,5 - 1,5 - 2 = -2$.
Mieke heeft dus gelijk.

b Op $[0, 12]$ is $\Delta T = -2 - 2,5 + 1 + 3 = -0,5$.
Dus om 0:00 uur is $T = 20 + 0,5 = 20,5^\circ\text{C}$.

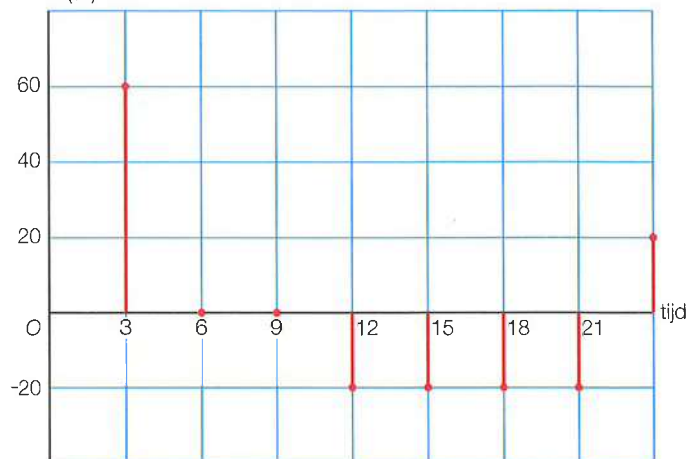


22 a Op $[6, 8]$ is $\Delta N = -10 - 35 = -45$.
Dus om 17:00 uur stonden er $110 - 45 = 65$ fietsen in de stalling.
Op $[0, 6]$ is $\Delta N = -20 - 40 + 40 - 15 + 15 + 25 = 5$.
Dus om 9:00 uur stonden er $110 + 5 = 115$ fietsen in de stalling.

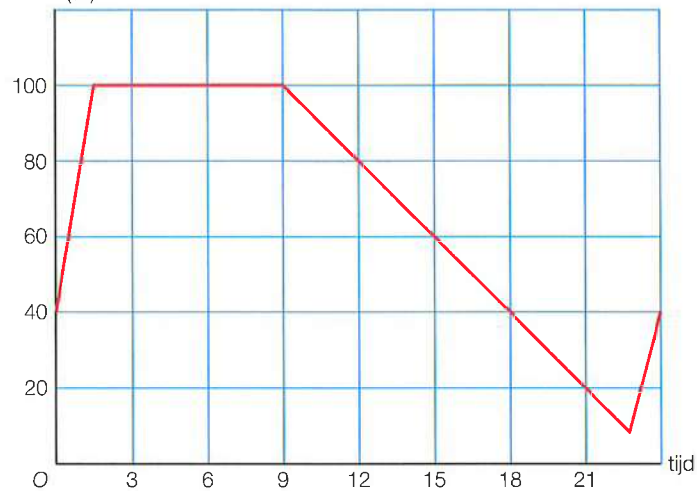
b Op $[1, 2]$ is $\Delta N = -40$.
Dus als er tussen 10 en 11 uur 30 personen een fiets in de stalling hebben
gezet, zijn er 70 fietsen meegenomen. Want $30 - 70 = -40$.

Bladzijde 63

23 a ΔL (%)



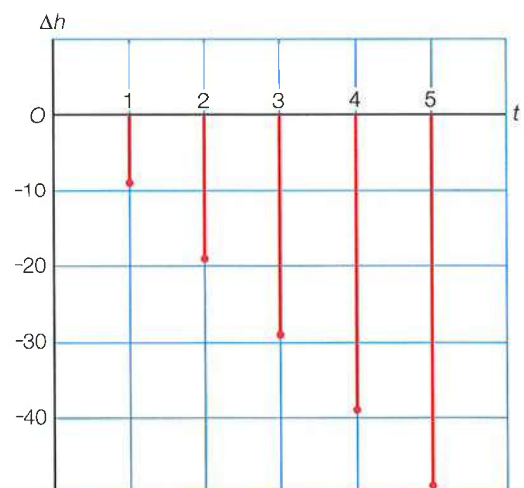
b L (%)



24 Op $[0, 7]$ is $\Delta N = -20 + 10 - 30 + 10 + 30 - 35 - 10 = -45$.
Dus er zaten om 15:00 uur minstens 45 mensen op het terras.

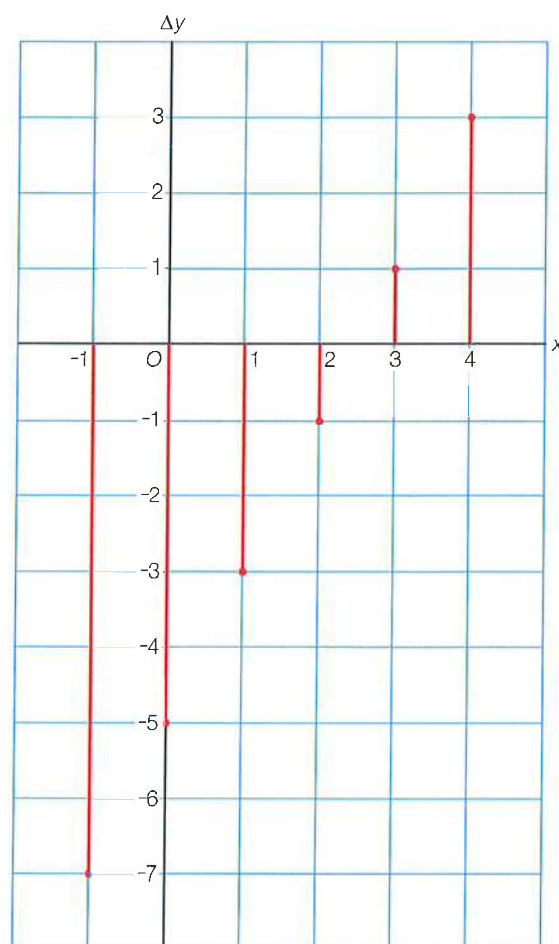
25 a,b

t	h	Δh
0	145	-
1	136	-9
2	117	-19
3	88	-29
4	49	-39
5	0	-49



26

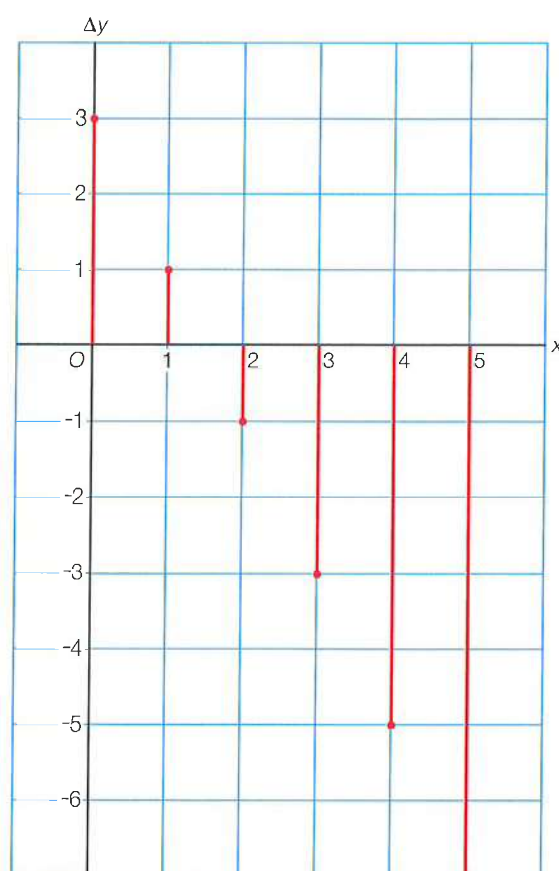
x	y	Δy
-2	12	-
-1	5	-7
0	0	-5
1	-3	-3
2	-4	-1
3	-3	1
4	0	3



27

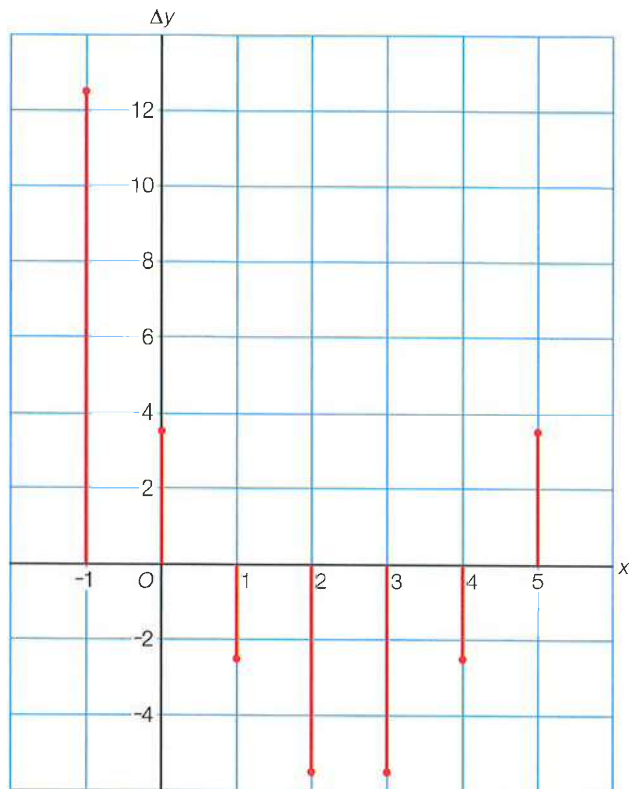
a

x	y	Δy
-1	1	-
0	4	3
1	5	1
2	4	-1
3	1	-3
4	-4	-5
5	-11	-7



b

x	y	Δy
-2	-15	-
-1	-2,5	12,5
0	1	3,5
1	-1,5	-2,5
2	-7	-5,5
3	-12,5	-5,5
4	-15	-2,5
5	-11,5	3,5



2.2 Differentiequotiënten en snelheden

Bladzijde 65

- 28 a** Op het interval $[0, 3]$ legt de motor 30 meter af.
De gemiddelde snelheid is $\frac{30}{3} = 10$ m/s.
Op het interval $[3, 7]$ legt de motor $165 - 30 = 135$ meter af.
De gemiddelde snelheid is $\frac{135}{4} = 33,75 \approx 34$ m/s.
- b** In de zesde seconde legt de motor $125 - 85 = 40$ meter af.
De gemiddelde snelheid is $\frac{40}{1} = 40$ m/s.
- c** In de zevende seconde legt de motor $165 - 125 = 40$ meter af.
De gemiddelde snelheid is $\frac{40}{1} = 40$ m/s.
 $1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/uur}$, dus dat is $40 \cdot 3,6 = 144 \text{ km/uur}$.
- d** Omdat de grafiek tussen $t = 5$ en $t = 7$ een rechte lijn is, heeft Jan gelijk.
- e** Nee, want de snelheid neemt toe in de derde seconde.

Bladzijde 66

- 29 a** Op het interval $[0, 60]$ legt Esmee 875 meter af.
De gemiddelde snelheid is $\frac{875}{60} = 14,583\ldots$ m/s.
Dat is $14,583\ldots \cdot 3,6 = 52,5 \text{ km/uur}$.
Op het interval $[100, 130]$ legt Esmee $1500 - 1250 = 250$ meter af.
De gemiddelde snelheid is $\frac{250}{30} = 8,333\ldots$ m/s.
Dat is $8,333\ldots \cdot 3,6 = 30 \text{ km/uur}$.
- b** Naarmate de tijd vordert, verloopt de grafiek minder steil.

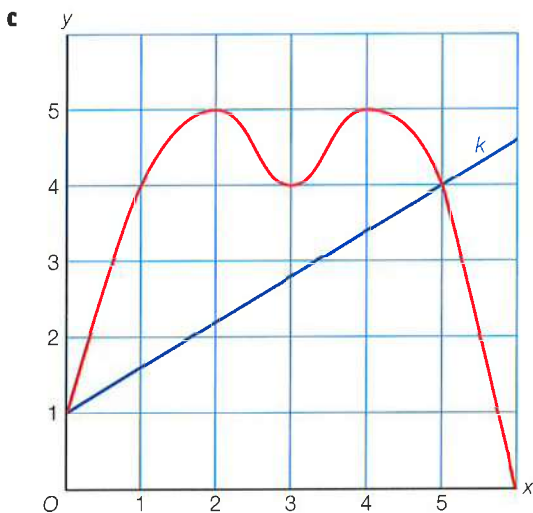
Bladzijde 67

- 30 a** Op $[6, 10]$ is $\Delta T = 13 - 10 = 3$, dus $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{3}{4} = 0,75^\circ\text{C}$ per uur.
 Op $[9, 14]$ is $\Delta T = 20 - 12 = 8$, dus $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{8}{5} = 1,6^\circ\text{C}$ per uur.
- b** Op $t = 16$ is $T = 20$ en op $t = 20$ is $T = 17$, dus op $[16, 20]$ is $\Delta T = 17 - 20 = -3$.
 Op $[16, 20]$ is $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{-3}{4} = -0,75^\circ\text{C}$ per uur.
 Dit betekent dat tussen $t = 16$ en $t = 20$ de temperatuur daalt.
- c** Op $[0, 6]$ is $\Delta T = 10 - 10 = 0$, dus $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{0}{6} = 0^\circ\text{C}$ per uur.
 Op $[10, 24]$ is $\Delta T = 13 - 13 = 0$, dus $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{0}{14} = 0^\circ\text{C}$ per uur.
- d** Bijvoorbeeld op $[10, 20]$ is $\Delta T = 17 - 13 = 4$, dus $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{4}{10} = 0,4^\circ\text{C}$ per uur.
 Dus op het interval $[10, 20]$ is de gemiddelde verandering $0,4^\circ\text{C}$ per uur.

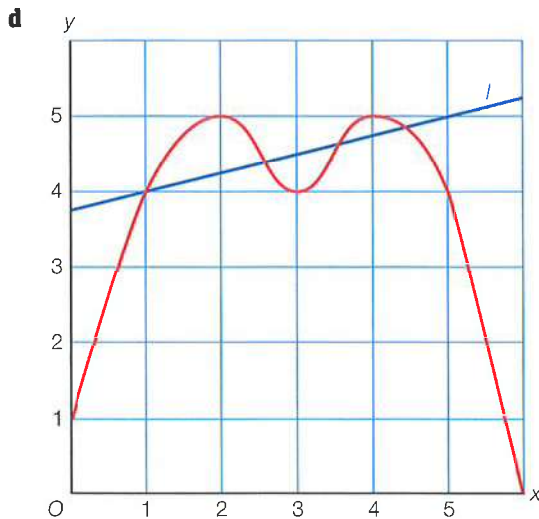
- 31 a** Op $[9, 13]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1600 - 800}{13 - 9} = \frac{800}{4} = 200$.
- b** Op $[12, 17]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1600 - 2000}{17 - 12} = \frac{-400}{5} = -80$.
- c** Op $[9, 17]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1600 - 800}{17 - 9} = \frac{800}{8} = 100$, dus $[9, 17]$.
- d** Op $[15, 18]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1200 - 1800}{18 - 15} = \frac{-600}{3} = -200$, dus $[15, 18]$.

Bladzijde 69

- 32 a** De gemiddelde verandering op $[0, 4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 1}{4 - 0} = \frac{4}{4} = 1$.
- b** Op $[2, 6]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 5}{6 - 2} = \frac{-5}{4} = -1\frac{1}{4}$.



De lijn k door $(0, 1)$ met $rc_k = 0,6$ snijdt de grafiek in het punt $(5, 4)$.
 Dus voor $p = 5$.



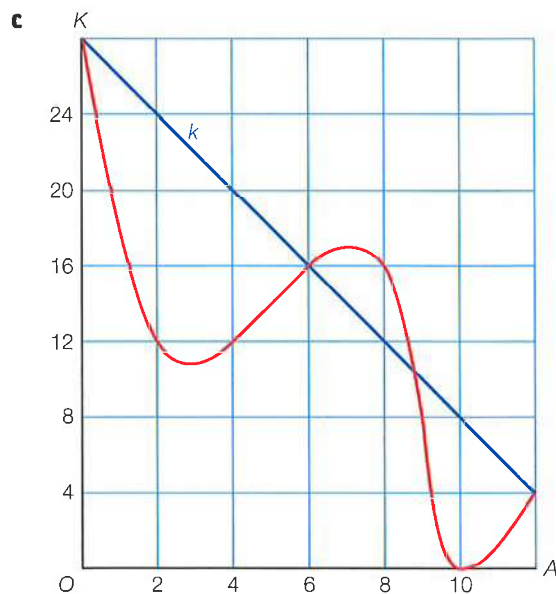
De lijn l door $(1, 4)$ met $rc_l = \frac{1}{4}$ snijdt de grafiek rechts van $x = 1$ in drie punten. Dus er zijn drie waarden van q waarvoor het differentiequotiënt van y op $[1, q]$ gelijk is aan $\frac{1}{4}$.

33 a De gemiddelde verandering op $[0, 6]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta A} = \frac{16 - 28}{6 - 0} = \frac{-12}{6} = -2$.

De gemiddelde verandering op $[4, 8]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta A} = \frac{16 - 12}{8 - 4} = \frac{4}{4} = 1$.

b Op $[2, 10]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta A} = \frac{0 - 12}{10 - 2} = \frac{-12}{8} = -1\frac{1}{2}$.

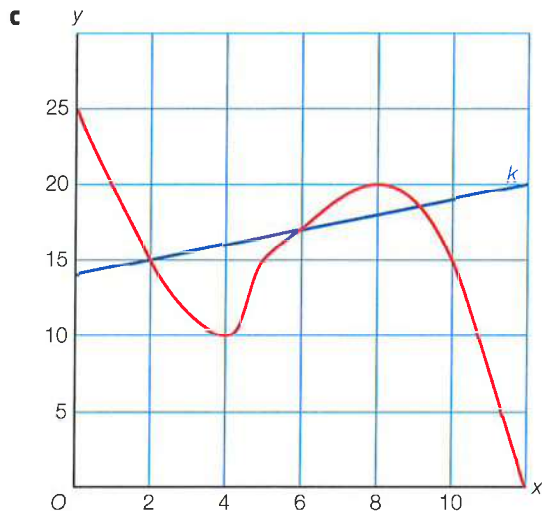
Op $[6, 12]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta A} = \frac{4 - 16}{12 - 6} = \frac{-12}{6} = -2$.



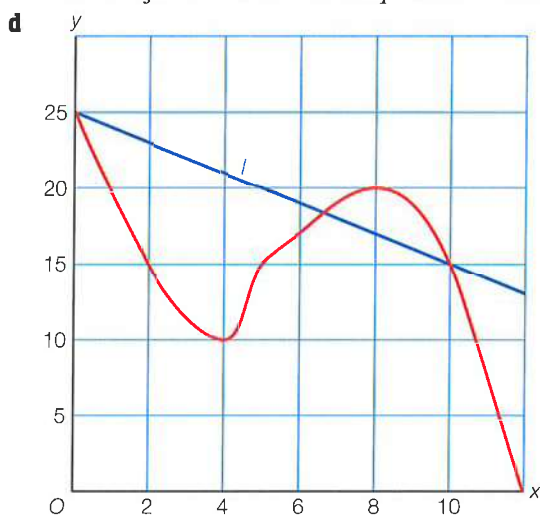
De lijn k door $(0, 28)$ met $rc_k = -2$ snijdt de grafiek rechts van $A = 0$ in drie punten. Dus er zijn drie waarden van p waarvoor het differentiequotiënt van K op $[0, p]$ gelijk is aan -2 .

34 a De gemiddelde verandering op $[2, 8]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{20 - 15}{8 - 2} = \frac{5}{6}$.

b Op $[4, 12]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 10}{12 - 4} = \frac{-10}{8} = -1\frac{1}{4}$.



De lijn k door $(2, 15)$ met $rc_k = 0,5$ snijdt de grafiek rechts van $x = 2$ in twee punten.
Dus er zijn twee waarden van p waarvoor het differentiequotiënt van y op $[2, p]$ gelijk is aan $0,5$.



De lijn l door $(0, 25)$ met $rc_l = -1$ snijdt de grafiek bij $x = 6,5$ en bij $x = 10$.
Dus voor $q = 6,5$ en voor $q = 10$ is het differentiequotiënt van y op $[0, q]$ gelijk aan -1 .

Bladzijde 70

35 a Door $(0, 2)$.

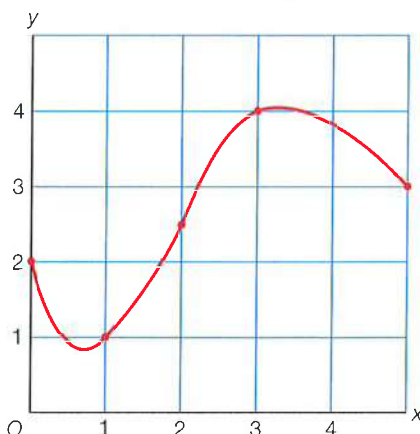
Op $[0, 2]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{4}$, dus door $(2, 2 + 2 \cdot \frac{1}{4}) = (2, 2\frac{1}{2})$.

Op $[0, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{5}$, dus door $(5, 2 + 5 \cdot \frac{1}{5}) = (5, 3)$.

Op $[1, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2}$, dus door $(1, 3 - 4 \cdot \frac{1}{2}) = (1, 1)$.

Op $[1, 3]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 1\frac{1}{2}$, dus door $(3, 1 + 2 \cdot 1\frac{1}{2}) = (3, 4)$.

Hieronder zie je een mogelijke grafiek.



- b** Het differentiequotiënt op $[3, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-4}{5-3} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$.
- c** Dat is mogelijk, want bij $x = 4$ is elke y -coördinaat mogelijk, dus ook $y = 5\frac{1}{2}$.
- En op $[1, 4]$ geeft dit $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5\frac{1}{2}-1}{4-1} = \frac{4\frac{1}{2}}{3} = 1\frac{1}{2}$.

- 36 a** $f(1) = -2$ en $f(5) = 6$, dus op de grafiek liggen de punten $(1, -2)$ en $(5, 6)$.

Het differentiequotiënt van $f(x)$ op $[1, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6-(-2)}{5-1} = \frac{8}{4} = 2$.

- b** $f(0) = 1$ en $f(4) = 1$, dus op de grafiek liggen de punten $(0, 1)$ en $(4, 1)$.

Het differentiequotiënt van $f(x)$ op $[0, 4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-1}{4-0} = 0$.

Bladzijde 71

- 37 a** Het differentiequotiënt op $[-1, 3]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3)-f(-1)}{3-(-1)} = \frac{-6-6}{4} = -3$.

- b** Het differentiequotiënt op $[1, 4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4)-f(1)}{4-1} = \frac{-4-(-4)}{4-1} = \frac{0}{3} = 0$.

- c** Het differentiequotiënt op $[-5, -1]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(-1)-f(-5)}{-1-(-5)} = \frac{6-50}{4} = \frac{-44}{4} = -11$.

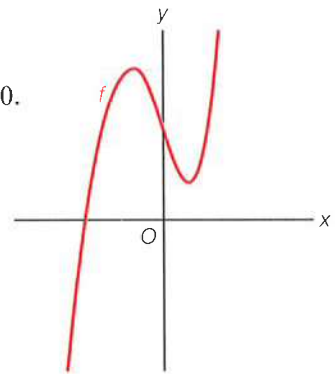
- d** Het differentiequotiënt op $[-5, 4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4)-f(-5)}{4-(-5)} = \frac{-4-50}{4+5} = \frac{-54}{9} = -6$.

- 38 a** Voer in $y_1 = x^3 - 3x + 5$.
Schets, zie hiernaast.

- b** De gemiddelde verandering van $f(x)$ op $[1, 3]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{23-3}{2} = 10$.

- c** Het differentiequotiënt van $f(x)$ op $[-2, 4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4)-f(-2)}{4-(-2)} = \frac{57-3}{6} = 9$.

- d** De helling van de lijn AB is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1)-f(-3)}{1-(-3)} = \frac{3-(-13)}{4} = 4$.



- 39 a** De gemiddelde verandering op $[-1, 1]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1)-f(-1)}{1-(-1)} = \frac{0,4-(-7,6)}{2} = \frac{8}{2} = 4$.

- b** Het differentiequotiënt op $[-2, 2]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(2)-f(-2)}{2-(-2)} = \frac{1,4-9,4}{4} = \frac{-8}{4} = -2$.

- c** $f(0) = -5$, dus $A(0, -5)$.
 $f(3) = 0,4$, dus $B(3; 0,4)$.

De helling van de lijn AB is $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0,4 - (-5)}{3 - 0} = \frac{5,4}{3} = 1,8$.

- d** De helling van de lijn CD is gelijk aan de helling van de lijn $y = 2x$.
Dus de helling van de lijn CD is 2.

40 Op $[1, 4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2$ en

$$\text{op } [1, 4] \text{ is } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{16a + 16 - 3 - (a + 4 - 3)}{3} = \frac{16a + 16 - 3 - a - 4 + 3}{3} = \frac{15a + 12}{3}.$$

$$\text{Dus } \frac{15a + 12}{3} = 2$$

$$15a + 12 = 6$$

$$15a = -6$$

$$a = -\frac{2}{5}$$

Dit geeft $f(x) = -\frac{2}{5}x^2 + 4x - 3$.

Het differentiequotiënt van $f(x)$ op $[0, 1]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{\frac{3}{5} - -3}{1} = 3\frac{3}{5}$.

41 a De gemiddelde snelheid op $[2, 3]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(3^3 + 3) - (2^3 + 2)}{3 - 2} = \frac{30 - 10}{1} = 20 \text{ m/s}$.

b De gemiddelde snelheid op $[2; 2,5]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(2,5^3 + 2,5) - (2^3 + 2)}{2,5 - 2} = \frac{18,125 - 10}{0,5} = 16,25 \text{ m/s}$.

De gemiddelde snelheid op $[2; 2,1]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(2,1^3 + 2,1) - (2^3 + 2)}{2,1 - 2} = \frac{11,361 - 10}{0,1} = 13,61 \text{ m/s}$.

De gemiddelde snelheid op $[2; 2,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(2,01^3 + 2,01) - (2^3 + 2)}{2,01 - 2} = \frac{10,130601 - 10}{0,01} = 13,0601 \text{ m/s}$.

De gemiddelde snelheid op $[2; 2,001]$ is

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(2,001^3 + 2,001) - (2^3 + 2)}{2,001 - 2} = \frac{10,013006001 - 10}{0,001} \approx 13,0060 \text{ m/s}.$$

c Op een kleiner wordend interval komt de gemiddelde snelheid steeds dichterbij 13 m/s.

De gemiddelde snelheid op $[2; 2,0001]$ is

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(2,0001^3 + 2,0001) - (2^3 + 2)}{2,0001 - 2} = \frac{10,00130006... - 10}{0,0001} \approx 13,0006 \text{ m/s}.$$

d 13 m/s

Bladzijde 73

42 Op $[3; 3,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0,4 \cdot 3,01^2 - 0,4 \cdot 3^2}{0,01} = 2,404$.

De snelheid op $t = 3$ is bij benadering 2,40 m/s.

Op $[5; 5,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0,4 \cdot 5,01^2 - 0,4 \cdot 5^2}{0,01} = 4,004$.

De snelheid op $t = 5$ is bij benadering 4,00 m/s.

43 Op $[1; 1,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\left(8 - \frac{5}{1,01 + 2}\right) - \left(8 - \frac{5}{1 + 2}\right)}{0,01} = 0,553...$

De snelheid op $t = 1$ is bij benadering 0,55 m/s.

Op $[2; 2,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\left(8 - \frac{5}{2,01 + 2}\right) - \left(8 - \frac{5}{2 + 2}\right)}{0,01} = 0,311...$

De snelheid op $t = 2$ is bij benadering 0,31 m/s.

44 a Op $[2; 2,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(10\sqrt{8,04+1} - 10) - (10\sqrt{8+1} - 10)}{0,01} = 6,659\dots$

De snelheid op $t = 2$ is bij benadering 6,66 m/s.

Op $[20; 20,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(10\sqrt{80,04+1} - 10) - (10\sqrt{80+1} - 10)}{0,01} = 2,221\dots$

De snelheid op $t = 20$ is bij benadering 2,22 m/s.

b Op $[11; 11,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(10\sqrt{44,04+1} - 10) - (10\sqrt{44+1} - 10)}{0,01} = 2,980\dots$

De snelheid op $t = 11$ is bij benadering 2,98 m/s.

Het gemiddelde van de snelheden op $t = 2$ en op $t = 20$ is $\frac{6,659\dots + 2,221\dots}{2} = 4,440\dots$

Dit is niet gelijk aan de snelheid op $t = 11$.

45 Op $[3; 3,001]$ is $\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{1,20 \cdot 1,15^{3,001} - 1,20 \cdot 1,15^3}{0,001} = 0,2550\dots$

De snelheid op $t = 3$ is bij benadering 0,26 m²/dag.

46 De gemiddelde snelheid op $[0, 6]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(-\frac{1}{3} \cdot 6^3 + 5 \cdot 6^2) - (-\frac{1}{3} \cdot 0^3 + 5 \cdot 0^2)}{6 - 0} = 18 \text{ m/s.}$

Benader de snelheid op $t = 0$. Neem bijvoorbeeld $\Delta t = 0,001$.

De snelheid op $t = 0$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(-\frac{1}{3} \cdot 0,001^3 + 5 \cdot 0,001^2) - (-\frac{1}{3} \cdot 0^3 + 5 \cdot 0^2)}{0,001} = 0,004\dots \text{ m/s.}$

Benader de snelheid op $t = 6$. Neem bijvoorbeeld $\Delta t = 0,001$.

De snelheid op $t = 6$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(-\frac{1}{3} \cdot 6,001^3 + 5 \cdot 6,001^2) - (-\frac{1}{3} \cdot 6^3 + 5 \cdot 6^2)}{0,001} = 23,99\dots \text{ m/s.}$

Op $t = 0$ is de snelheid minder dan de gemiddelde snelheid en op $t = 6$ is de snelheid meer dan de gemiddelde snelheid. Dus moet er op $[0, 6]$ een tijdstip zijn waarop de snelheid gelijk is aan de gemiddelde snelheid op $[0, 6]$.

2.3 Raaklijnen en hellinggrafieken

Bladzijde 75

47 a De gemiddelde snelheid op $[2, 5]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(-5^2 + 10 \cdot 5) - (-2^2 + 10 \cdot 2)}{5 - 2} = \frac{25 - 16}{3} = 3 \text{ m/s.}$

De gemiddelde snelheid op $[2, 4]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(-4^2 + 10 \cdot 4) - (-2^2 + 10 \cdot 2)}{4 - 2} = \frac{24 - 16}{2} = 4 \text{ m/s.}$

De gemiddelde snelheid op $[2, 3]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(-3^2 + 10 \cdot 3) - (-2^2 + 10 \cdot 2)}{3 - 2} = \frac{21 - 16}{1} = 5 \text{ m/s.}$

De gemiddelde snelheid op $[2; 2,5]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(-2,5^2 + 10 \cdot 2,5) - (-2^2 + 10 \cdot 2)}{2,5 - 2} = \frac{18,75 - 16}{0,5} = 5,5 \text{ m/s.}$

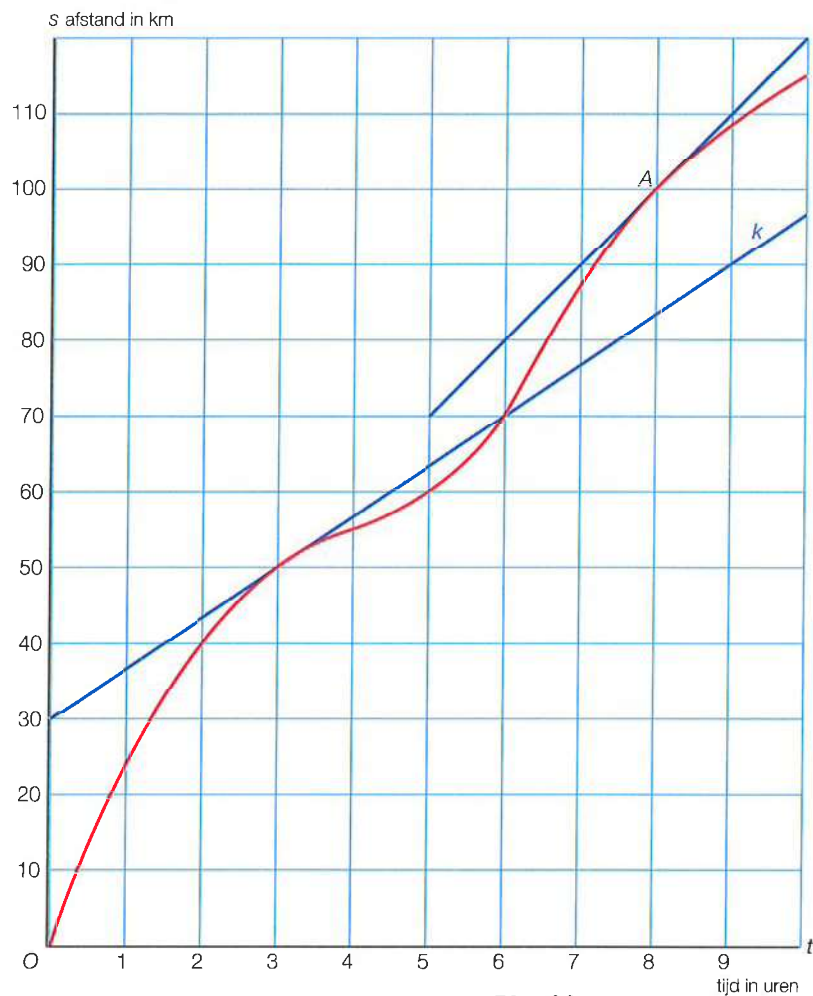
b De richtingscoëfficiënt van de lijn AB_4 komt het dichtst in de buurt bij die van k .

Bladzijde 77

- 48 a** De raaklijn gaat door de punten (5, 70) en (10, 120).

De richtingscoëfficiënt is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{120 - 70}{10 - 5} = 10$.

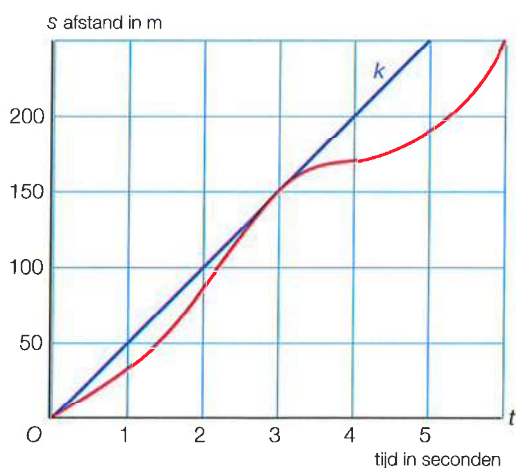
De snelheid op $t = 8$ is ongeveer 10 km/uur.

b

Raaklijn k door (0, 30) en (6, 70), dus $rc_k = \frac{70 - 30}{6 - 0} = 6,66\dots$

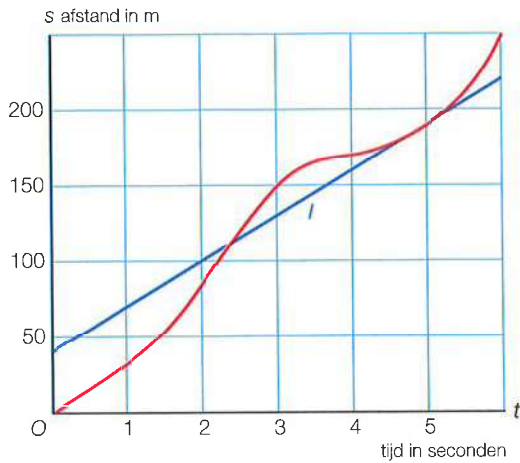
De snelheid op $t = 3$ is ongeveer 6,7 km/uur.

- c** Omdat de grafiek afnemend stijgend is op $[0, 4]$, neemt de snelheid gedurende de eerste vier uur af.
- d** Voor $t = 4$ is de snelheid minimaal omdat de richtingscoëfficiënt van de raaklijn daar het kleinst is.

49 a

Raaklijn k door (0, 0) en (5, 250), dus $rc_k = \frac{250 - 0}{5 - 0} = 50$.

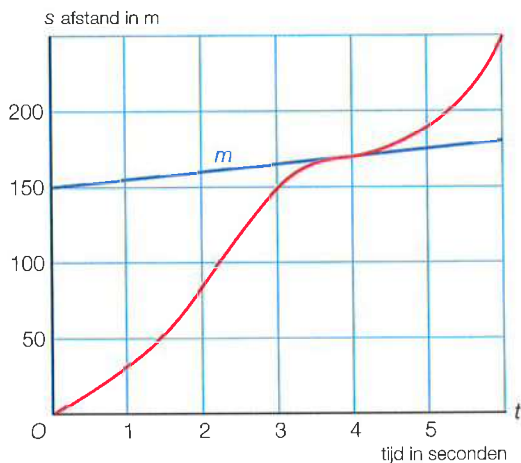
De snelheid op $t = 3$ is ongeveer 50 m/s.



Raaklijn l door $(0, 40)$ en $(5, 190)$, dus $rc_l = \frac{190 - 40}{5 - 0} = 30$.

De snelheid op $t = 5$ is ongeveer 30 m/s.

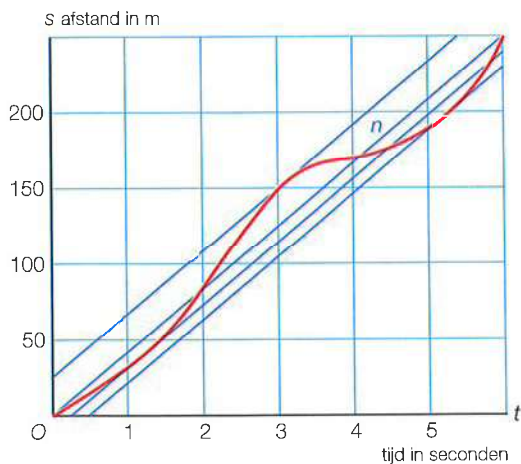
- b** Voor $t = 4$ krijg je de raaklijn met de kleinste richtingscoëfficiënt. Dus voor $t = 4$ is de snelheid minimaal.



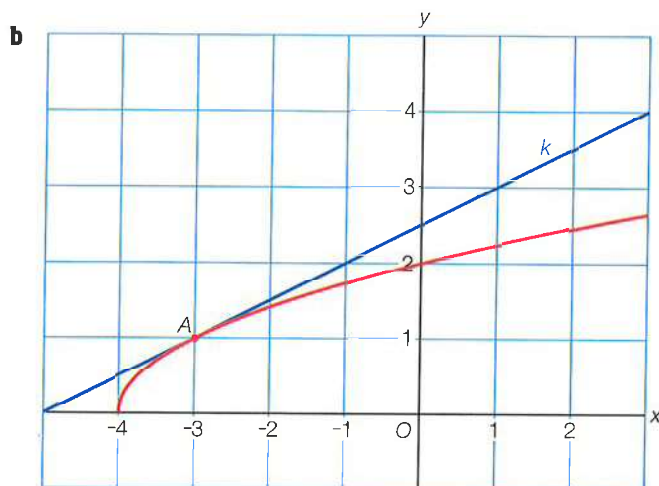
Raaklijn m door $(0, 150)$ en $(6, 180)$, dus $rc_m = \frac{180 - 150}{6 - 0} = 5$.

Dus de minimale snelheid is ongeveer 5 m/s.

- c** Teken de lijn n door $(0, 0)$ en $(6, 250)$. De grafiek heeft drie raaklijnen die evenwijdig zijn met n . Dus er zijn drie tijdstippen waarop de snelheid gelijk is aan de gemiddelde snelheid op $[0, 6]$.



50 a $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sqrt{-2,99+4} - \sqrt{-3+4}}{0,01} \approx 0,5$



$rc_k = \frac{1}{2}$

c Die zijn gelijk.

Bladzijde 79

51 a Voer in $y_1 = x^2 + x - 2$.

Stel $k: y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=-1} = -1$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -x + b \\ f(-1) = -2, \text{ dus } A(-1, -2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -1 + b = -2 \\ 1 + b = -2 \\ b = -3 \end{array}$$

Dus $k: y = -x - 3$.

b Voer in $y_1 = \frac{2}{x-1} + 3$.

Stel $l: y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=3} = -0,5$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -0,5x + b \\ g(3) = 4, \text{ dus } B(3, 4) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -0,5 \cdot 3 + b = 4 \\ -1,5 + b = 4 \\ b = 5,5 \end{array}$$

Dus $l: y = -0,5x + 5,5$.

52 Voer in $y_1 = 1 + \frac{5x^2}{x^2 + 1}$.

Stel $k: y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=-2} = -0,8$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -0,8x + b \\ f(-2) = 5, \text{ dus } A(-2, 5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -0,8 \cdot -2 + b = 5 \\ 1,6 + b = 5 \\ b = 3,4 \end{array}$$

Dus $k: y = -0,8x + 3,4$.

Stel $l: y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=1} = 2,5$.

$$\left. \begin{array}{l} y = 2,5x + b \\ f(1) = 3,5, \text{ dus } B(1; 3,5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2,5 \cdot 1 + b = 3,5 \\ b = 1 \end{array}$$

Dus $l: y = 2,5x + 1$.

Snijpunt berekenen van $k: y = -0,8x + 3,4$ en $l: y = 2,5x + 1$.

$$-0,8x + 3,4 = 2,5x + 1$$

$$-3,3x = -2,4$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 0,727... \\ y = 2,5x + 1 \end{array} \right\} y = 2,818...$$

Dus snijpunt $(0,73; 2,82)$.

53 Voer in $y_1 = \frac{2x+4}{x-1}$ en $y_2 = \sqrt{9x-2}$.

De optie snijpunt geeft $x = 3$ en $y = 5$.

Zet y_2 uit.

Stel $k: y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=3} = -1,5$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -1,5x + b \\ S(3, 5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -1,5 \cdot 3 + b = 5 \\ -4,5 + b = 5 \\ b = 9,5 \end{array}$$

Dus $k: y = -1,5x + 9,5$.

Zet y_1 uit en y_2 aan.

Stel $l: y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=3} = 0,9$.

$$\left. \begin{array}{l} y = 0,9x + b \\ S(3, 5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,9 \cdot 3 + b = 5 \\ 2,7 + b = 5 \\ b = 2,3 \end{array}$$

Dus $l: y = 0,9x + 2,3$.

54 a Voer in $y_1 = \frac{600x}{4^x}$.

$$\left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=1} = -57,94...$$

De hoeveelheid neemt af met een snelheid van 57,9 mg/uur.

b Op $t = 2$ is er nog $\frac{600 \cdot 2}{4^2} = \frac{1200}{16} = 75$ mg aanwezig.

$$\left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=2} = -66,47..., \text{ dus de hoeveelheid neemt vanaf } t = 2 \text{ af met } 66,47... \text{ mg/uur.}$$

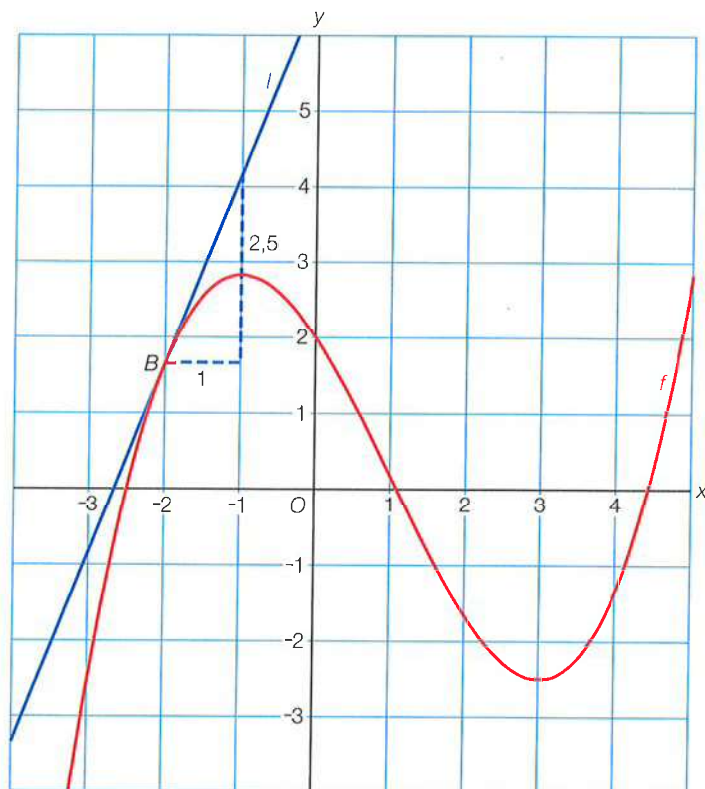
Het duurt dan nog $\frac{75}{66,47...} \approx 1,1$ uur.

Dus $t \approx 1,1 + 2 = 3,1$ uur.

Bladzijde 80

- 55 a** De raaklijn k gaat door $(-3; -2,5)$ en $(-2; 3,5)$, dus $rc_k = \frac{3,5 - (-2,5)}{-2 - (-3)} = \frac{6}{1} = 6$.

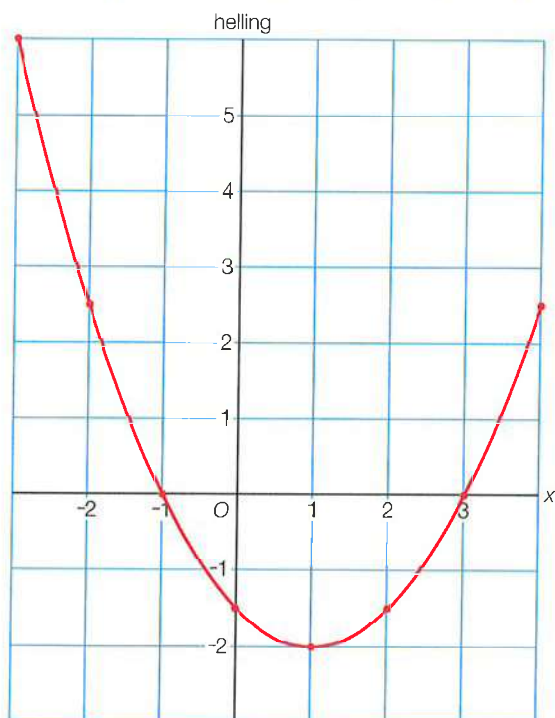
b



c

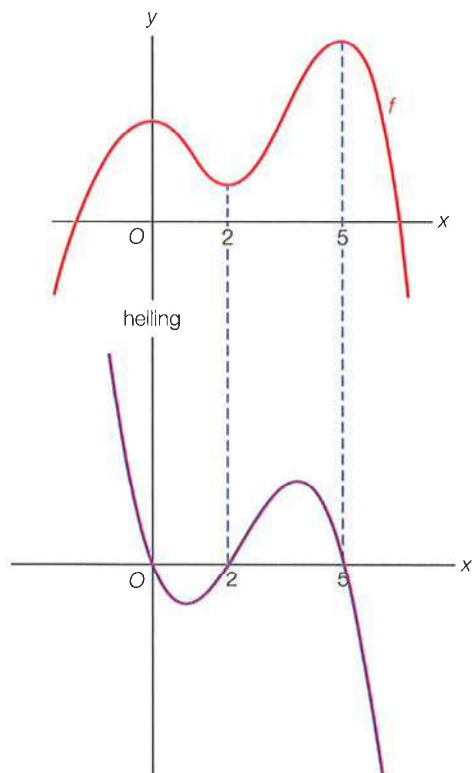
x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
helling	6	2,5	0	-1,5	-2	-1,5	0	2,5

d

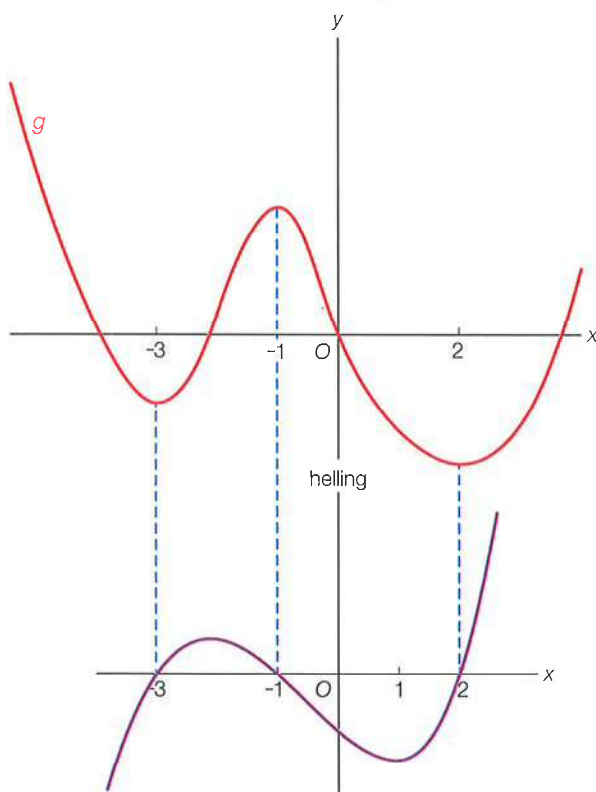


Bladzijde 82

56 a



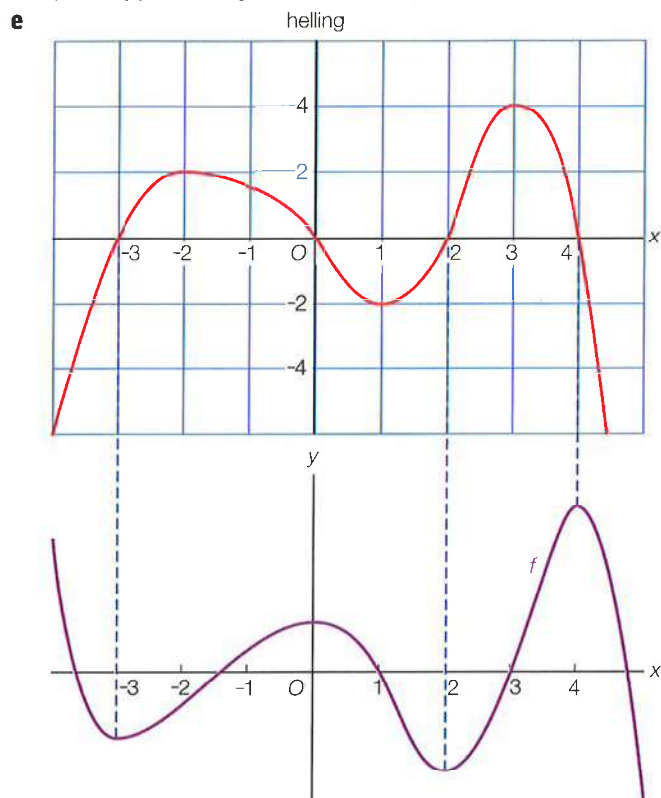
b



- 57 Bij f hoort hellinggrafiek B.
 Bij g hoort hellinggrafiek D.
 Bij h hoort hellinggrafiek A.
 Bij k hoort hellinggrafiek C.

- 58 a De grafiek van f is dalend op $\langle \leftarrow, -3 \rangle$ omdat de helling van de grafiek op $\langle \leftarrow, -3 \rangle$ kleiner is dan 0.
 b De grafiek van f heeft een top bij $x = -3$ omdat de hellinggrafiek daar de x -as snijdt. Dat is een laagste punt.
 c De grafiek van f is stijgend op $\langle -3, 0 \rangle$.

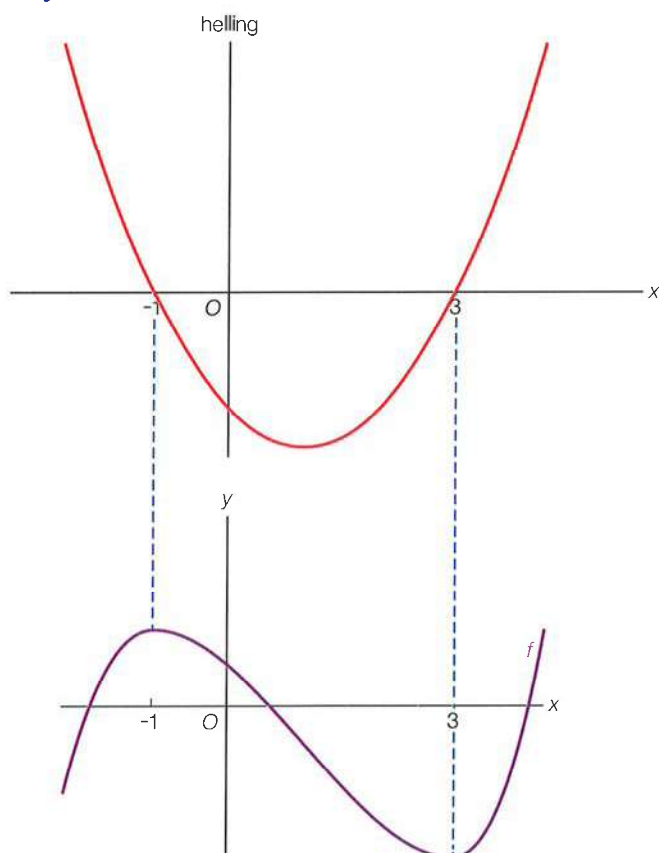
- d** De grafiek van f heeft een hoogste punt bij $x = 0$. De grafiek gaat bij $x = 0$ over van stijgend (hellinggrafiek ligt boven de x -as) naar dalend (hellinggrafiek ligt onder de x -as).



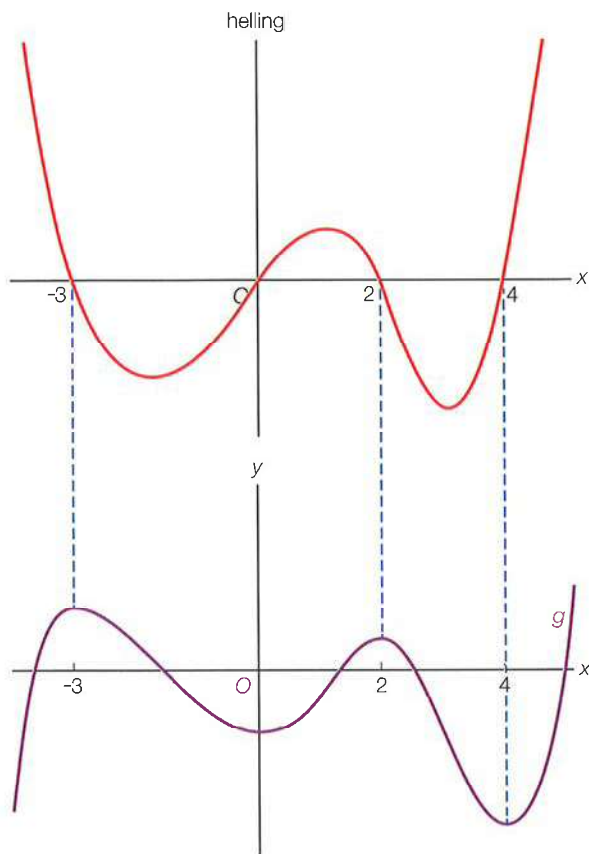
Bladzijde 83

59

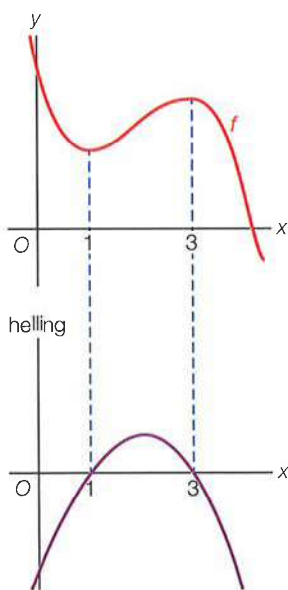
a



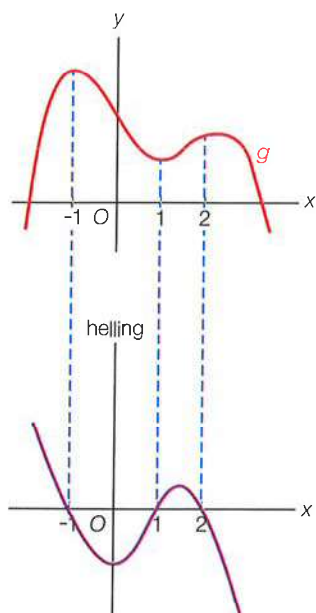
b



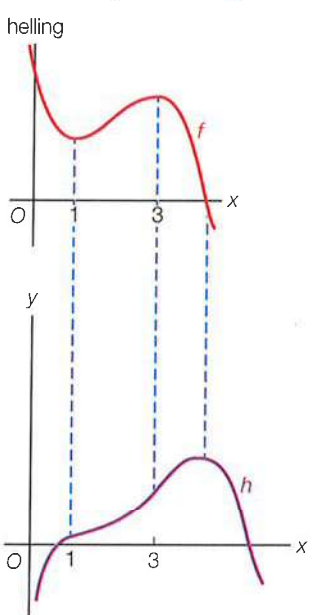
60 a



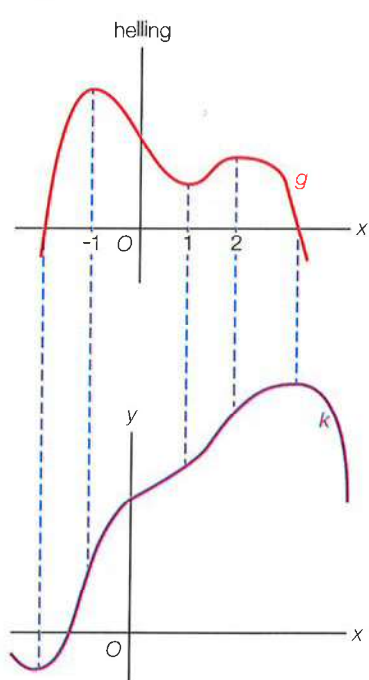
b



c

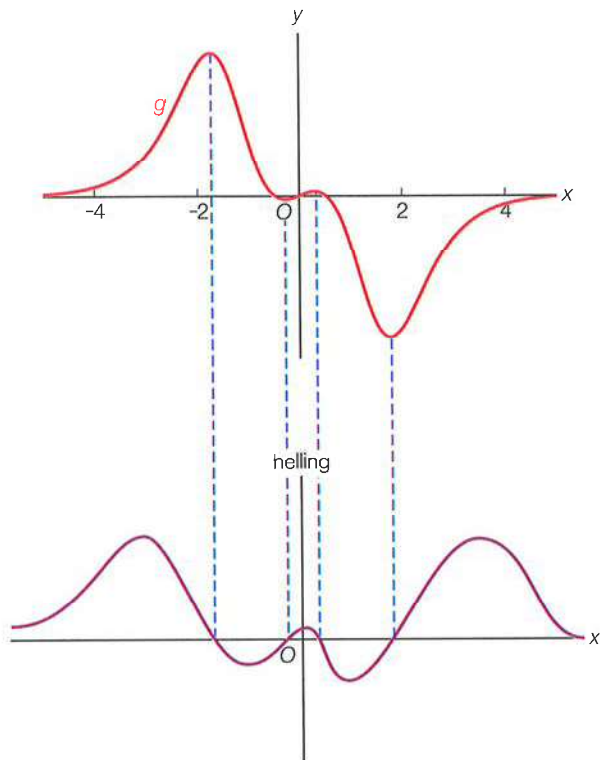


d



- 61 a** De grafiek van g heeft vier toppen. De hellinggrafiek van g moet de x -as vier keer snijden. Dus de grafiek van f kan niet de hellinggrafiek van g zijn. De grafiek van f heeft drie toppen. De grafiek van g snijdt de x -as drie keer. Dus de grafiek van g is de hellinggrafiek van f . Lars heeft gelijk.

b

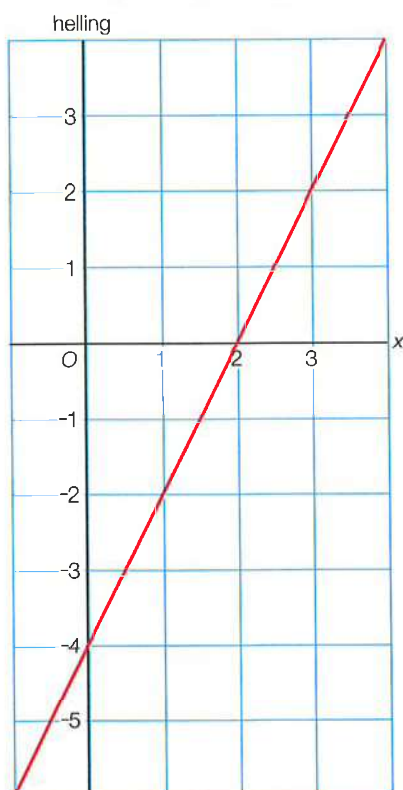


Bladzijde 64

62 a

x	-1	0	1	2	3	4
helling	-6	-4	-2	0	2	4

b



- 63 a** Voer in $y_1 = -0,1x^3 + x^2 - 2x + 5$.

$$\text{helling} = \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=7} = -2,7$$

- b** Voer in $y_1 = 0,1x^4 - 0,3x^3 - 4,5x^2 + 9x + 5$ en $y_2 = \frac{d}{dx}(y_1) \Big|_{x=x}$.

Voer in $y_3 = 10$ en zet y_1 uit.

De optie snijpunt met y_2 en y_3 geeft $x \approx -3,68$, $x \approx -0,11$ en $x \approx 6,04$.

Dus voor $x \approx -3,68$, voor $x \approx -0,11$ en voor $x \approx 6,04$ is de helling van de grafiek gelijk aan 10.

- c** Voer in $y_1 = \frac{5x^2 - 38}{x^2 + 4}$ en $y_2 = \frac{d}{dx}(y_1) \Big|_{x=x}$.

Voer in $y_3 = 3$ en zet y_1 uit.

De optie snijpunt met y_2 en y_3 geeft $x \approx 0,458$ en $x \approx 2,354$.

Dus voor $x \approx 0,458$ en voor $x \approx 2,354$ is de helling van de grafiek gelijk aan 3.

2.4 Differentiëren

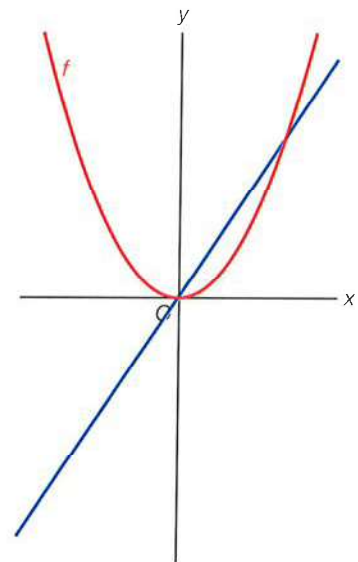
Bladzijde 86

- 64 a** Voer in $y_1 = 1,5x^2$ en $y_2 = \frac{d}{dx}(y_1) \Big|_{x=x}$.

Zie de figuur hiernaast.

- b** De formule is $y = 3x$.

x	y1	y2
-4	-12	-12
-2	-6	-6
0	0	0
2	6	6



- 65 a** In elk punt van de grafiek van g is de helling 3, want de grafiek van g is een rechte lijn met richtingscoëfficiënt 3.

- b** $y = 3$

- 66** $y = 0$

Bladzijde 87

- 67 a** $f(x) = 5x^2 - 7x + 5$ geeft $f'(x) = 10x - 7$
b $g(x) = -2\frac{1}{2}x^2 + 4x + 3$ geeft $g'(x) = -5x + 4$
c $h(x) = 0,02x^2 + 1,7x$ geeft $h'(x) = 0,04x + 1,7$
d $k(x) = 7x + 10$ geeft $k'(x) = 7$
- 68 a** $f(x) = (2x - 7)(8 + x) = 16x + 2x^2 - 56 - 7x = 2x^2 + 9x - 56$ geeft $f'(x) = 4x + 9$
b $g(p) = -12p^2 + 30p$ geeft $g'(p) = -24p + 30$
c $V(t) = 100 - (t^2 - 6t) = 100 - t^2 + 6t$ geeft $V'(t) = -2t + 6$
d $K(q) = -0,01q^2 + 20q$ geeft $K'(q) = -0,02q + 20$
- 69 a** $f(x) = 3x - 2(x^2 + 1) = 3x - 2x^2 - 2$ geeft $f'(x) = 3 - 4x$
b $P(q) = 0,05q^2 - 200q$ geeft $P'(q) = 0,1q - 200$
c $g(x) = 3(2x - 3)^2 = 3(4x^2 - 12x + 9) = 12x^2 - 36x + 27$ geeft $g'(x) = 24x - 36$
d $h(a) = 50 - (\frac{1}{2}a - 4)^2 = 50 - (\frac{1}{4}a^2 - 4a + 16) = -\frac{1}{4}a^2 + 4a + 34$ geeft $h'(a) = -\frac{1}{2}a + 4$

- 70** a $f(x) = (5x + 7)(4 - 3x) = 20x - 15x^2 + 28 - 21x = -15x^2 - x + 28$ geeft $f'(x) = -30x - 1$
 b $g(x) = (3x + 6)^2 = 9x^2 + 36x + 36$ geeft $g'(x) = 18x + 36$
 c $h(x) = 5(x - 3)^2 + 5(x - 1) + 8 = 5(x^2 - 6x + 9) + 5x - 5 + 8 = 5x^2 - 30x + 45 + 5x - 5 + 8 = 5x^2 - 25x + 48$ geeft $h'(x) = 10x - 25$
 d $k(x) = -3(x - 1)(5 - 2x) - 8(x - 7) = -3(5x - 2x^2 - 5 + 2x) - 8x + 56 = -15x + 6x^2 + 15 - 6x - 8x + 56 = 6x^2 - 29x + 71$ geeft $k'(x) = 12x - 29$

- 71** a $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 5$ geeft $f'(x) = \frac{1}{2}x - 2$
 Dus de formule van de hellinggrafiek is $y = \frac{1}{2}x - 2$.
 b $x = 6$ geeft helling $= \frac{1}{2} \cdot 6 - 2 = 1$
 c helling $= -1$ geeft $\frac{1}{2}x - 2 = -1$
 $\frac{1}{2}x = 1$
 $x = 2$

Bladzijde 88

- 72** Neem bijvoorbeeld $g(x) = 3$ en $h(x) = x^2$, dan is $f(x) = 3x^2$ en $f'(x) = 6x$.
 Maar $g'(x) = 0$ en $h'(x) = 2x$ zodat $g'(x) \cdot h'(x) = 0$.
 Dus de regel $f(x) = g(x) \cdot h(x)$ geeft $f'(x) = g'(x) \cdot h'(x)$ geldt niet.

- 73** a *
- b Je kunt nagaan dat de grafiek van f' door het punt $(1, 1)$ gaat.
 $f'(1) = 1$ geeft $a \cdot 1^2 = 1$, dus $a = 1$.
 *

Bladzijde 89

- 74** a $f(x) = 5x^4 - 3x^3 + 2x$ geeft $f'(x) = 20x^3 - 9x^2 + 2$
 b $g(x) = -2x^7 - 3x^5 + 3,4$ geeft $g'(x) = -14x^6 - 15x^4$
 c $h(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 6\frac{1}{2}t^2 - 12$ geeft $h'(t) = -t^2 + 13t$
 d $k(q) = 1 + q + \frac{1}{2}q^2 + \frac{1}{6}q^3$ geeft $k'(q) = 1 + q + \frac{1}{2}q^2$
- 75** a $f(x) = 3(2x + 1)^2 = 3(4x^2 + 4x + 1) = 12x^2 + 12x + 3$ geeft $f'(x) = 24x + 12$
 b $g(x) = 7(3x - 2)(x^2 + 2x) = 7(3x^3 + 6x^2 - 2x^2 - 4x) = 7(3x^3 + 4x^2 - 4x) = 21x^3 + 28x^2 - 28x$ geeft $g'(x) = 63x^2 + 56x - 28$
 c $h(x) = 3px^8 - px^4$ geeft $h'(x) = 24px^7 - 4px^3$
 d $k(x) = x^3 + a$ geeft $k'(x) = 3x^2$
- 76** a $f(x) = (4x^2 - 9)(4x^2 + 9) = 16x^4 - 81$ geeft $f'(x) = 64x^3$
 b $g(x) = 4x(x^2 - 4)(x^2 - 9) = 4x(x^4 - 9x^2 - 4x^2 + 36) = 4x(x^4 - 13x^2 + 36) = 4x^5 - 52x^3 + 144x$ geeft $g'(x) = 20x^4 - 156x^2 + 144$
 c $h(x) = (2x^3 - 4)^2 = 4x^6 - 16x^3 + 16$ geeft $h'(x) = 24x^5 - 48x^2$
 d $k(x) = (3x^2 - 1)^2 - (2x^2 - 3)^2 = 9x^4 - 6x^2 + 1 - (4x^4 - 12x^2 + 9) = 9x^4 - 6x^2 + 1 - 4x^4 + 12x^2 - 9 = 5x^4 + 6x^2 - 8$ geeft $k'(x) = 20x^3 + 12x$

- 77** a $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + x^2 + x + 5$ geeft $f'(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$
 Dus de formule van de hellinggrafiek is $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$.
 b $x = 4$ geeft helling $= -\frac{1}{2} \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 + 1 = -24 + 8 + 1 = -15$
 c helling $= -1$ geeft $-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 = -1$
 $-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 = 0$
 $3x^2 - 4x - 4 = 0$
 $D = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot -4 = 64$, dus $\sqrt{D} = 8$
 $x = \frac{4 + 8}{6} = 2 \vee x = \frac{4 - 8}{6} = -\frac{2}{3}$

78 $f(x) = ax^4 - 3x^2 + 2ax$ geeft $f'(x) = 4ax^3 - 6x + 2a$
 $f'(2) = 5$ geeft $4a \cdot 2^3 - 6 \cdot 2 + 2a = 5$
 $32a - 12 + 2a = 5$
 $34a = 17$
 $a = \frac{1}{2}$

79 $k(x) = \frac{4x-2}{3x+3} = \frac{2(2x-1)}{3(x+1)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2x-1}{x+1} = \frac{2}{3} \left(\frac{2x-1}{x+1} \right) = \frac{2}{3} \cdot h(x)$ geeft
 $k'(x) = \frac{2}{3} \cdot h'(x) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2}$

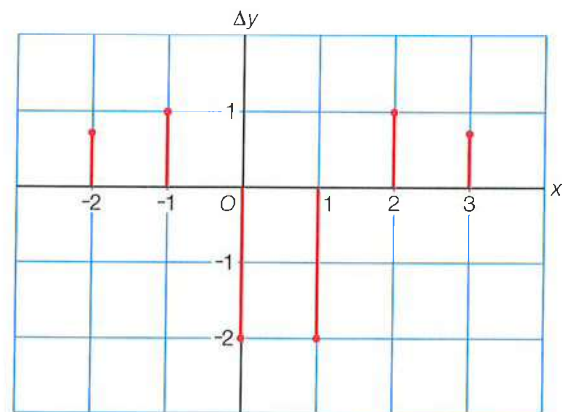
Diagnostische toets

Bladzijde 92

- 1** Toenemend stijgend op $\langle \leftarrow, -2 \rangle$.
 Afnemend stijgend op $\langle -2, -1 \rangle$.
 Toenemend dalend op $\langle -1, 0 \rangle$.
 Afnemend dalend op $\langle 0, 1 \rangle$.
 Toenemend stijgend op $\langle 1, 2 \rangle$.
 Afnemend stijgend op $\langle 2, \rightarrow \rangle$.

2

x-interval bij $\Delta x = 1$	Δy
$[-3, -2]$	0,8
$[-2, -1]$	1
$[-1, 0]$	-2
$[0, 1]$	-2
$[1, 2]$	1
$[2, 3]$	0,8



- 3 a** Om 14 uur waren er $36 + 19 + 6 - 4 - 11 = 46$ bezoekers.

b

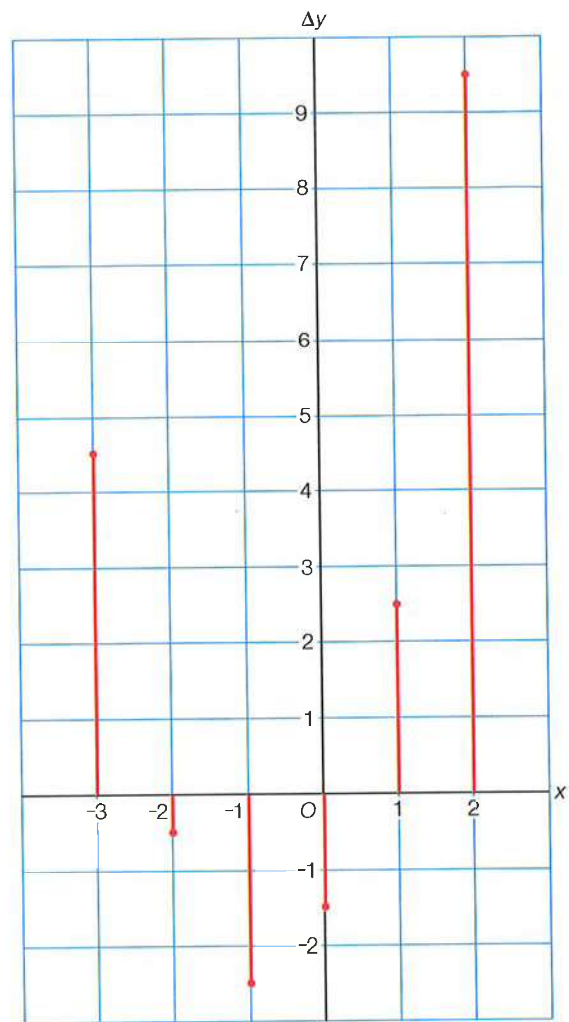
t	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
ΔN	—	36	19	6	-4	-11	-15	-15	-11	-5
N	0	36	55	61	57	46	31	16	5	0



- c** Op het terras zijn er minstens $\frac{61}{0,8} \approx 76$ stoelen.
d Tussen 12 uur en 14 uur nam het totale aantal bezoekers van het terras af met 15.
 Dus tussen 12 uur en 14 uur kwamen er $80 - 15 = 65$ bezoekers.

4

x	y	Δy
-4	0	-
-3	4,5	4,5
-2	4	-0,5
-1	1,5	-2,5
0	0	-1,5
1	2,5	2,5
2	12	9,5



5 a De gemiddelde verandering op $[0, 4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 1}{4 - 0} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$.

De gemiddelde verandering op $[-1, 2]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 2}{2 - (-1)} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3}$.

b Op de grafiek liggen de punten $(0, 1)$ en $(2, 0)$.

Op $[0, 2]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 1}{2 - 0} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$, dus $[0, 2]$ is een mogelijk interval.

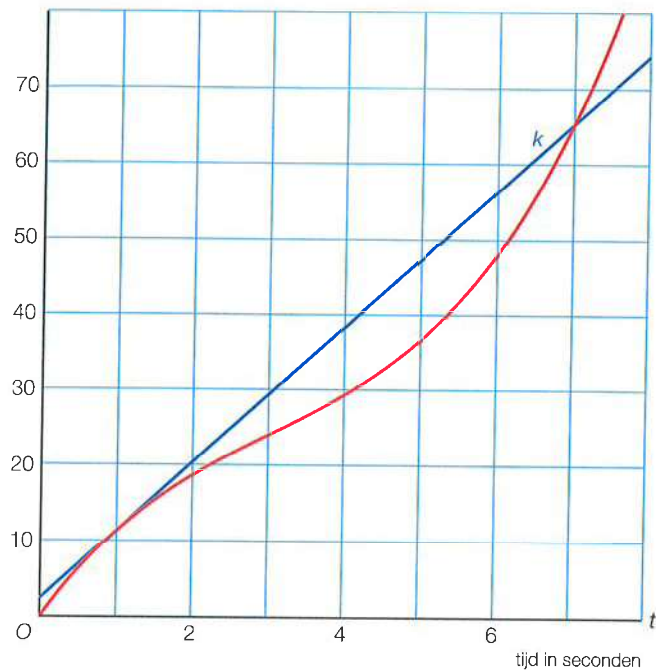
6 Het differentiequotient van $f(x)$ op $[3, 9]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(9) - f(3)}{9 - 3} = \frac{23 - -1}{6} = \frac{24}{6} = 4$.

7 Op $[5; 5,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{200 \cdot 5,01^2 - 200 \cdot 5^2}{0,1 \cdot 5,01^3 + 100 - 0,1 \cdot 5^3 + 100} = 14,81...$

De snelheid op $t = 5$ is bij benadering 14,8 m/s.

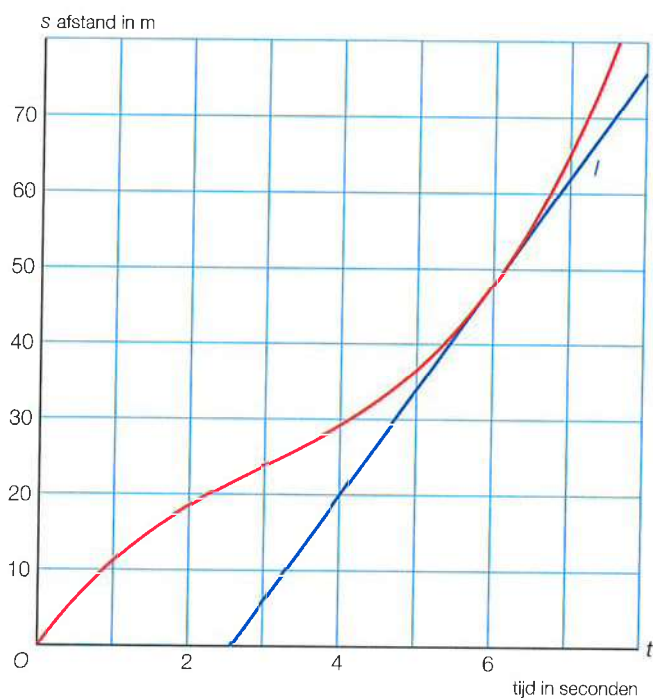
Bladzijde 93

8 a s afstand in m



Raaklijn k door $(0, 2)$ en $(8, 74)$, dus $rc_k = \frac{74 - 2}{8 - 0} = 9$.

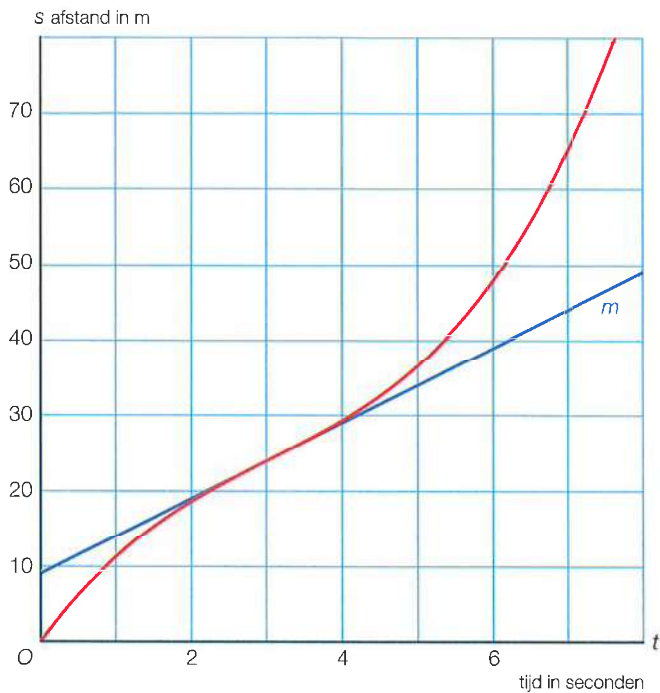
De snelheid op $t = 1$ is ongeveer 9 m/s.



Raaklijn l door $(4, 20)$ en $(8, 76)$, dus $rc_l = \frac{76 - 20}{8 - 4} = 14$.

De snelheid op $t = 6$ is ongeveer 14 m/s.

- b Voor $t = 3$ krijg je de raaklijn met de kleinste richtingscoëfficiënt.
Dus voor $t = 3$ is de snelheid minimaal.



Raaklijn m door $(0, 9)$ en $(8, 49)$, dus $rc_m = \frac{49 - 9}{8 - 0} = 5$.

Dus de minimale snelheid is ongeveer 5 m/s.

9 Voer in $y_1 = \sqrt{10 - x^2}$.

Stel $k: y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=-3} = 3$.

$$\left. \begin{array}{l} y = 3x + b \\ f(-3) = 1, \text{ dus } A(-3, 1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \cdot -3 + b = 1 \\ -9 + b = 1 \\ b = 10 \end{array}$$

Dus $k: y = 3x + 10$.

Stel $l: y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=3} = -3$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -3x + b \\ f(3) = 1, \text{ dus } B(3, 1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -3 \cdot 3 + b = 1 \\ -9 + b = 1 \\ b = 10 \end{array}$$

Dus $l: y = -3x + 10$.

Het snijpunt van k en l is $S(0, 10)$.

10 Voer in $y_1 = \frac{100}{x^2 + 2}$.

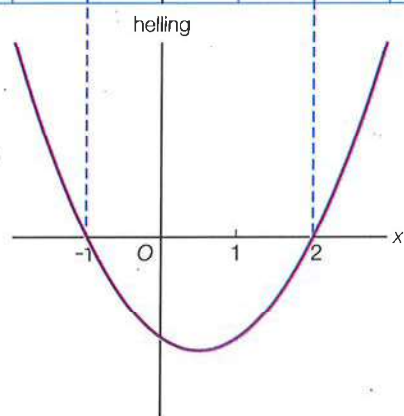
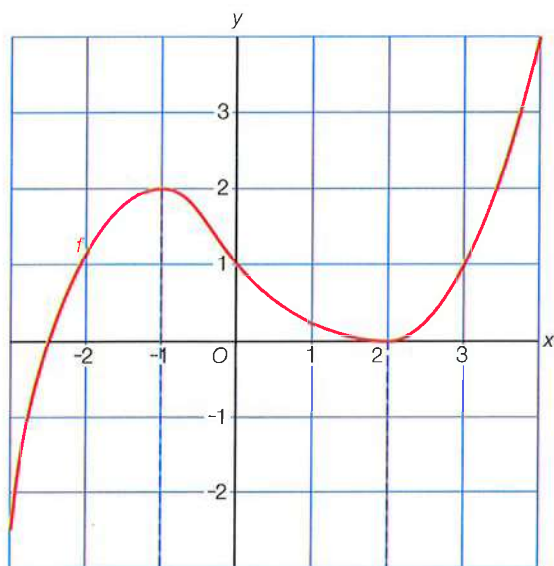
$$\left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=4} = -2,469...$$

$$t = 4 \text{ geeft } C = \frac{100}{4^2 + 2} = 5,555...$$

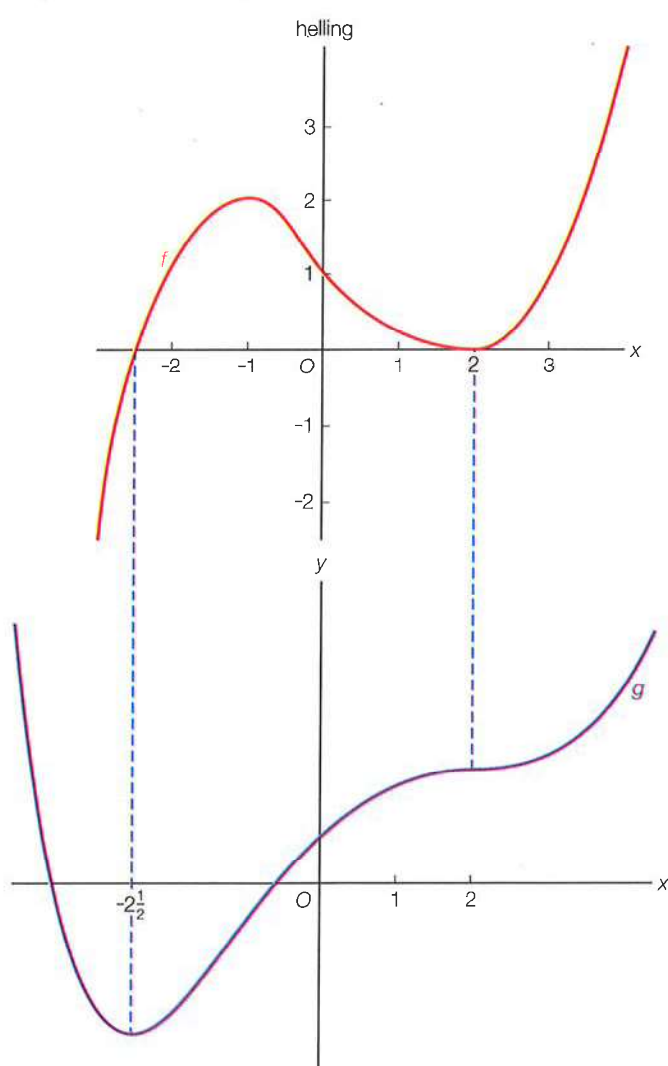
Na $t = 4$ duurt het nog $\frac{5,555...}{2,469...} \approx 2,25$ uur.

Dus op $t \approx 6,25$ is het medicijn uit het lichaam verdwenen.

11 a



b



12 Voer in $y_1 = 0,4x^3 - 0,6x^2 - 2x - 1$ en $y_2 = \frac{d}{dx}(y_1) \Big|_{x=x}$.

Voer in $y_3 = 3$ en zet y_1 uit.

De optie snijpunt met y_2 en y_3 geeft $x = -1,601\dots$ en $x = 2,601\dots$

Dus voor $x \approx -1,60$ en voor $x \approx 2,60$ is de helling van de grafiek gelijk aan 3.

13 a $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 7$ geeft $f'(x) = x^2 - 6x$

b $g(p) = 4p^3 + \frac{1}{6}p^2 - 11p + 20$ geeft $g'(p) = 12p^2 + \frac{1}{3}p - 11$

c $h(q) = 3q - 2(q^2 - 4q) = 3q - 2q^2 + 8q = -2q^2 + 11q$ geeft $h'(q) = -4q + 11$

d $k(x) = ax^2 + bx + c$ geeft $k'(x) = 2ax + b$

14 a $f(x) = (3 - x)(5 + 2x) = 15 + 6x - 5x - 2x^2 = -2x^2 + x + 15$ geeft $f'(x) = -4x + 1$

b $g(x) = (3x + 1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$ geeft $g'(x) = 18x + 6$

c $h(x) = x(2x - 1)^2 = x(4x^2 - 4x + 1) = 4x^3 - 4x^2 + x$ geeft $h'(x) = 12x^2 - 8x + 1$

d $v(t) = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + at + b$ geeft $v'(t) = t^2 + 4t + a$

15 $f(x) = 0,4x^3 - 0,6x^2 - 2x - 1$ geeft $f'(x) = 1,2x^2 - 1,2x - 2$

$f'(2) = 1,2 \cdot 2^2 - 1,2 \cdot 2 - 2 = 0,4$

Dus de helling in het punt A is 0,4.