

Vaardigheden 1

1 a

aantal liter	35	5	25
aantal kilometer	630	...	...

$\begin{array}{c} :7 \quad \times 5 \\ \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ :7 \quad \times 5 \end{array}$

aantal liter	35	5	25
aantal kilometer	630	90	450

b Fokke rijdt 450 kilometer.

2 a

aantal liters	10	5	1	17,5
oppervlakte in m ²	50	25	5	87,5

$\begin{array}{c} :2 \quad :5 \quad \times 17,5 \\ \curvearrowright \quad \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ :2 \quad :5 \quad \times 17,5 \end{array}$

b $5 \times 5 = 1 \times 25$; $5 \times 17,5 = 1 \times 87,5$; $10 \times 5 = 50 \times 1$; $10 \times 87,5 = 50 \times 17,5$

3

$$15 \times a = 25 \times 6 \qquad 1,75 \times 3,24 = 2,7 \times b$$

$$a = \frac{25 \times 6}{15} = 10 \qquad b = \frac{1,75 \times 3,24}{2,7} = 2,1$$

4

aantal grammen jam	235	a
aantal grammen suiker	183	157

$183 \times a = 235 \times 157$
 $a = \frac{235 \times 157}{183} \approx 202$ gram jam.

5 a

aandeel man	24	a
totaal	40	100

$40 \times a = 24 \times 100$ dus $a = \frac{24 \times 100}{40} = 60$

b Het koor telt 60% mannen.

c

aantal jonger dan 18 jaar	b	12,5
totaal	24	100

$100 \times b = 24 \times 12,5$ dus $b = \frac{24 \times 12,5}{100} = 3$

Drie mannen zijn jonger dan 18 jaar.

6 a

Je moet 85% betalen. De nieuwe prijs is $0,85 \times € 1.180,- = € 1.003,-$.

b Je moet 97,7% betalen. De nieuwe prijs is $0,977 \times € 198,- \approx € 193,45$.

c Je moet 100,35% betalen.

De nieuwe prijs is $1,0035 \times € 23.500,- = € 23.582,25$.

7 a

bedrag in euro	95	a
procenten	100	121

$100 \times a = 95 \times 121$ dus $a = \frac{95 \times 121}{100} = 114,95$

De prijs van de rekenmachine inclusief btw is € 114,95.

- b De prijs inclusief btw is 121%; de prijs exclusief btw is 100%

bedrag in euro	85	a
procenten	121	100

$$121 \times a = 85 \times 100 \text{ dus } a = \frac{85 \times 100}{121} \approx 70,25.$$

De prijs exclusief btw is € 70,25.

- c Sofie betaalt exclusief btw 95% van de prijs, daar komt nog 21% btw bij.
Sofie moet $0,95 \times 1,21 \times € 175,- \approx € 201,16$ betalen.

- 8 a 12 m = 0,012 km d 1675 mm = 1,675 m
b 3500 m = 35000 dm e 0,0087 km = 870 cm
c 0,56 km = 5,6 hm f 10900 mm = 109 dm

- 9 a $1,25 \text{ m}^2 = 125 \text{ dm}^2$ e $0,685 \text{ dm}^2 = 0,00685 \text{ m}^2$
b $370 \text{ dm}^2 = 370000 \text{ mm}^2$ f $0,0006 \text{ m}^2 = 6 \text{ cm}^2$
c $1700 \text{ mm}^2 = 17 \text{ cm}^2$ g $20,006 \text{ km}^2 = 2000,6 \text{ hm}^2$
d $0,06 \text{ km}^2 = 60000 \text{ m}^2$ h $50806 \text{ mm}^2 = 5,0806 \text{ dm}^2$

- 10 a $\frac{3}{8} + \frac{7}{8} = \frac{10}{8} = 1\frac{2}{8} = 1\frac{1}{4}$ c $3 - 1\frac{6}{7} = \frac{3}{1} - \frac{13}{7} = \frac{21}{7} - \frac{13}{7} = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$
b $\frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ d $-1\frac{5}{6} + 2\frac{1}{6} = -\frac{11}{6} + \frac{13}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

- 11 a $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$ c $\frac{8}{x} + \frac{4}{x} = \frac{12}{x}$
b $\frac{7}{9} - \frac{2}{5} = \frac{35}{45} - \frac{18}{45} = \frac{17}{45}$ d $\frac{k}{2k} + \frac{3}{2k} = \frac{k+3}{2k}$

- 12 a $\frac{8}{q} + \frac{4}{15} = \frac{8 \times 15}{q \times 15} + \frac{4 \times q}{15 \times q} = \frac{120}{15q} + \frac{4q}{15q} = \frac{120 + 4q}{15q}$
b $\frac{12}{a} - \frac{1}{3} = \frac{12 \times 3}{a \times 3} - \frac{1 \times a}{3 \times a} = \frac{36}{3a} - \frac{a}{3a} = \frac{36 - a}{3a}$
c $\frac{a}{4} + \frac{5}{a} = \frac{a \times a}{4 \times a} + \frac{5 \times 4}{a \times 4} = \frac{a^2}{4a} + \frac{20}{4a} = \frac{a^2 + 20}{4a}$
d $\frac{8}{a} - \frac{7}{a^2} = \frac{8 \times a}{a \times a} - \frac{7}{a^2} = \frac{8a}{a^2} - \frac{7}{a^2} = \frac{8a - 7}{a^2}$
e $\frac{2a}{3b} + \frac{4b}{7a} = \frac{2a \times 7a}{3b \times 7a} + \frac{4b \times 3b}{7a \times 3b} = \frac{14a^2}{21ab} + \frac{12b^2}{21ab} = \frac{14a^2 + 12b^2}{21ab}$
d $\frac{3p}{7} + \frac{q}{p} = \frac{3p \times p}{7 \times p} + \frac{q \times 7}{p \times 7} = \frac{3p^2}{7p} + \frac{7q}{7p} = \frac{3p^2 + 7q}{7p}$

- 13 a $\frac{3}{x} + 2 = \frac{3}{x} + \frac{2}{1} = \frac{3}{x} + \frac{2 \cdot x}{x} = \frac{3 + 2x}{x}$
b $\frac{5}{3x} + x = \frac{5}{3x} + \frac{x}{1} = \frac{5}{3x} + \frac{x \cdot 3x}{1 \cdot 3x} = \frac{5}{3x} + \frac{3x^2}{3x} = \frac{5 + 3x^2}{3x}$
c $\frac{5}{2x} - 1 = \frac{5}{2x} - \frac{2x}{2x} = \frac{5 - 2x}{2x}$
d $\frac{5}{p} + 4 = \frac{5}{p} + \frac{4}{1} = \frac{5}{p} + \frac{4 \cdot p}{1 \cdot p} = \frac{5}{p} + \frac{4p}{p} = \frac{5 + 4p}{p}$

$$14 \text{ a } 3(2x - 4) = \\ 6x - 12$$

$$\text{b } -3 + 5(2 - 2x) = \\ -3 + 10 - 10x = \\ 7 - 10x$$

$$\text{c } -x(3 - x^2) + 4x = \\ -3x + x^3 + 4x = \\ x + x^3$$

$$\text{d } x(2 + x) - x(x + 2) = \\ 2x + x^2 - x^2 - 2x = 0$$

$$\text{e } (2h + 1)(2h + 1) = \\ 4h^2 + 2h + 2h + 1 = \\ 4h^2 + 4h + 1$$

$$\text{f } (r - 4)^2 = \\ (r - 4)(r - 4) = \\ r^2 - 4r - 4r + 16 = \\ r^2 - 8r + 16$$

$$15 \text{ a } 8\left(\frac{1}{2}n + 4\right)\left(\frac{1}{2}n - 8\right) = \\ (4n + 32)\left(\frac{1}{2}n - 8\right) = \\ 2n^2 - 32n + 16n - 256 = \\ 2n^2 - 16n - 256$$

$$\text{b } 5(x^2 - 15)(x^2 + 10) = \\ 5(x^4 + 10x^2 - 15x^2 - 150) = \\ 5x^4 + 50x^2 - 75x^2 - 750 = \\ 5x^4 - 25x^2 - 750$$

$$\text{c } -6(x^2 - 0,5)(5 - x) = \\ -6(5x^2 - x^3 - 2,5 + 0,5x) = \\ -30x^2 + 6x^3 + 15 - 3x = \\ 6x^3 - 30x^2 - 3x + 15$$

$$\text{d } x(x + 3)(x - 3) = \\ x(x^2 - 3x + 3x - 9) = \\ x^3 - 3x^2 + 3x^2 - 9x = \\ x^3 - 9x$$

$$\text{e } 2x(x^2 + 4)(x - 2) = \\ 2x(x^3 - 2x^2 + 4x - 8) = \\ 2x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 16x$$

$$\text{f } x^2(x^2 + x)(x + 3) = \\ x^2(x^3 + 3x^2 + x^2 + 3x) = \\ x^5 + 3x^4 + x^4 + 3x^3 = \\ x^5 + 4x^4 + 3x^3$$

$$16 \text{ a } \sqrt{72} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\text{b } \sqrt{54} = \sqrt{9} \times \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$$

$$\text{c } \sqrt{200} = \sqrt{100} \times \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$\text{d } \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$$

$$\text{e } \sqrt{45} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\text{f } \sqrt{120} = \sqrt{4} \times \sqrt{30} = 2\sqrt{30}$$

$$\text{g } \sqrt{98} = \sqrt{49} \times \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$\text{h } \sqrt{\frac{24}{16}} = \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{6}}{4} = \frac{2\sqrt{6}}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{6}$$

$$17 \text{ a } \sqrt{32} - \sqrt{2} = \\ \sqrt{16} \times \sqrt{2} - \sqrt{2} = \\ 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{b } 4\sqrt{3} + \sqrt{27} = \\ 4\sqrt{3} + \sqrt{9} \times \sqrt{3} = \\ 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

$$\text{c } \sqrt{162} - 9\sqrt{2} = \\ \sqrt{81} \times \sqrt{2} - 9\sqrt{2} = \\ 9\sqrt{2} - 9\sqrt{2} = 0$$

$$\text{d } \sqrt{45} + \sqrt{20} = \\ \sqrt{9} \times \sqrt{5} + \sqrt{4} \times \sqrt{5} = \\ 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

$$\text{e } \sqrt{8} + \sqrt{200} = \\ \sqrt{4} \times \sqrt{2} + \sqrt{100} \times \sqrt{2} = \\ 2\sqrt{2} + 10\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

$$\text{f } \sqrt{180} - 2\sqrt{80} = \\ \sqrt{36} \times \sqrt{5} - 2 \cdot \sqrt{16} \times \sqrt{5} = \\ 6\sqrt{5} - 2 \cdot 4\sqrt{5} = \\ 6\sqrt{5} - 8\sqrt{5} = -2\sqrt{5}$$

Vaardigheden 2

- 1 a** $1250 \text{ m} = 1,25 \text{ km}$
b $465 \text{ cm} = 4,65 \text{ m}$
c $5,025 \text{ km} = 50250 \text{ dm}$
d $20750 \text{ m}^2 = 0,02075 \text{ km}^2$
e $0,0035 \text{ cm}^2 = 0,00000035 \text{ m}^2$
f $0,008 \text{ km}^2 = 8000 \text{ m}^2$
- 2 a** $150 \text{ m}^3 = 150000 \text{ dm}^3$
b $0,735 \text{ cm}^3 = 735 \text{ mm}^3$
c $0,56 \text{ m}^3 = 560000 \text{ cm}^3$
d $2,45 \text{ kuub} = 2450 \text{ dm}^3$
e $10750 \text{ cm}^3 = 0,01075 \text{ m}^3$
f $2575 \text{ dm}^3 = 2,575 \text{ kuub}$
g $0,0065 \text{ dm}^3 = 6500 \text{ mm}^3$
h $256050 \text{ mm}^3 = 0,00025605 \text{ m}^3$
- 3 a** De richtingscoëfficiënt van lijn k is

$$\frac{\text{toename tweede coördinaat}}{\text{toename eerste coördinaat}} = \frac{41 - 14}{19 - 13} = \frac{27}{6} = 4\frac{1}{2}$$

b $k: y = 4\frac{1}{2}x + b$
 Door $(19, 41)$, dus
 $41 = 4\frac{1}{2} \times 19 + b$
 $41 = 85\frac{1}{2} + b$
 $b = 41 - 85\frac{1}{2} = -44\frac{1}{2}$
 Dus $k: y = 4\frac{1}{2}x - 44\frac{1}{2}$
- 4 a** De richtingscoëfficiënt van lijn n is

$$\frac{\text{toename tweede coördinaat}}{\text{toename eerste coördinaat}} = \frac{0 - (-2)}{8 - 10} = \frac{2}{-2} = -1$$

b $n: y = -x + b$
 Door $(10, -2)$, dus $-2 = -10 + b$.
 $b = -2 + 10 = 8$
 $n: y = -x + 8$
- 5 a** De richtingscoëfficiënt is $\frac{\text{toename tweede coördinaat}}{\text{toename eerste coördinaat}} = \frac{52 - 10}{17 - 3} = \frac{42}{14} = 3$.
 $y = 3x + b$
 Door $(3, 10)$, dus $10 = 3 \times 3 + b$.
 $b = 10 - 9 = 1$
 $y = 3x + 1$
- b** De richtingscoëfficiënt is $\frac{\text{toename tweede coördinaat}}{\text{toename eerste coördinaat}} = \frac{35 - 7}{-2 - 0} = \frac{28}{-2} = -14$.
 $y = -14x + b$
 Door $(0, 7)$, dus 7 is het startgetal.
 $y = -14x + 7$
- c** De richtingscoëfficiënt is $\frac{\text{toename tweede coördinaat}}{\text{toename eerste coördinaat}} = \frac{10 - 8}{2 - (-2)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
 $y = \frac{1}{2}x + b$
 Door $(-2, 8)$, dus $8 = \frac{1}{2} \times (-2) + b$.
 $b = 8 + 1 = 9$
 $y = \frac{1}{2}x + 9$
- d** De richtingscoëfficiënt is

$$\frac{\text{toename tweede coördinaat}}{\text{toename eerste coördinaat}} = \frac{15 - 65}{350 - 100} = \frac{-50}{250} = -\frac{1}{5}$$

 $y = -\frac{1}{5}x + b$
 Door $(100, 65)$, dus $65 = -\frac{1}{5} \times 100 + b$.
 $b = 65 + 20 = 85$
 $y = -\frac{1}{5}x + 85$

Vaardigheden 2

$$\begin{aligned} 6 \text{ a } 3x + 1 &= -3x + 6 \\ 3x &= -3x + 5 \\ 6x &= 5 \\ x &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b } 7 - 3k &= 2(k + 5) \\ 7 - 3k &= 2k + 10 \\ -3k &= 2k + 3 \\ -5k &= 3 \\ k &= \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c } 3(2r - 7) &= 33 \\ 6r - 21 &= 33 \\ 6r &= 54 \\ r &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d } 4(b - 10) &= 8(b + 4) \\ 4b - 40 &= 8b + 32 \\ 4b &= 8b + 72 \\ -4b &= 72 \\ b &= -18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e } 13 + 8g &= 15 - 2g \\ 8g &= 2 - 2g \\ 10g &= 2 \\ g &= \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f } 45 + h &= 3(h + 1) \\ 45 + h &= 3h + 3 \\ h &= 3h - 42 \\ -2h &= -42 \\ h &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 \text{ a } 5t + 2h + 8 &= 0 \\ 2h + 8 &= -5t \\ 2h &= -5t - 8 \\ h &= -2\frac{1}{2}t - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b } 3t - 2h &= 6 \\ -2h &= -3t + 6 \\ h &= 1\frac{1}{2}t - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c } 2(h + 5) &= t \\ 2h + 10 &= t \\ 2h &= t - 10 \\ h &= \frac{1}{2}t - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d } 5(t + 3) - 8 &= 4(h + 1) \\ 5t + 15 - 8 &= 4h + 4 \\ 4h + 4 &= 5t + 7 \\ 4h &= 5t + 3 \\ h &= 1\frac{1}{4}t + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e } -2(3 - t + h) &= 2h + t \\ -6 + 2t - 2h &= 2h + t \\ 2t - 2h &= 2h + t + 6 \\ -2h &= 2h - t + 6 \\ -4h &= -t + 6 \\ h &= \frac{1}{4}t - 1\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f } 2(t + 2h) - (2 - t) &= h \\ 2t + 4h - 2 + t &= h \\ 3t + 4h &= h + 2 \\ 4h &= h - 3t + 2 \\ 3h &= -3t + 2 \\ h &= -t + \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8 \quad 3! &= 3 \times 2 \times 1 = 6 \\ 5! &= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \\ \frac{13!}{11!} &= \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1}{11 \times 10 \times 9 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1} = 13 \times 12 = 156 \\ \binom{6}{5} &= \frac{6!}{5! \cdot 1!} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9 \quad 10! &= 3628800 \\ 25! &\approx 1,55 \cdot 10^{25} \\ \binom{12}{5} &= 792 \\ \binom{14}{8} &= 3003 \end{aligned}$$

$$10 \text{ a } \text{Er zijn dan } \binom{10}{4} = 210 \text{ verschillende uitkomsten.}$$

$$\text{b } \text{Er kunnen } \binom{12}{4} = 495 \text{ verschillende rijtjes ontstaan.}$$

- c Er zijn $\binom{10}{3} = 120$ rijtjes met drie keer oneven en zeven keer even.
- d Je kunt op $\binom{15}{5} = 3003$ manieren 5 mensen kiezen uit een groep van 15.
- e Je kunt de eerste vijf mensen op $\binom{15}{5} = 3003$ manieren kiezen, vervolgens de volgende vijf uit de overgebleven tien op $\binom{10}{5} = 252$ manieren.

De overgebleven vijf personen komen automatisch in de derde groep.

In totaal kun je de mensen dus op $3003 \times 252 = 756756$ manieren in drie groepen van vijf verdelen.

11 a $\frac{3}{7} + \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 7}{7 \cdot 5} = \frac{15}{35} + \frac{14}{35} = \frac{29}{35}$

b $\frac{6}{5a} + \frac{2}{5a} = \frac{8}{5a}$

c $\frac{3x}{9} + \frac{2}{4x} = \frac{x}{3} + \frac{1}{2x} = \frac{x \cdot 2x}{3 \cdot 2x} + \frac{1 \cdot 3}{2x \cdot 3} = \frac{2x^2}{6x} + \frac{3}{6x} = \frac{2x^2 + 3}{6x}$

d $\frac{5}{p} - \frac{2}{p^2} = \frac{5 \cdot p}{p \cdot p} - \frac{2}{p^2} = \frac{5p}{p^2} - \frac{2}{p^2} = \frac{5p - 2}{p^2}$

e $\frac{3}{a} + 2 = \frac{3}{a} + \frac{2}{1} = \frac{3}{a} + \frac{2 \cdot a}{1 \cdot a} = \frac{3}{a} + \frac{2a}{a} = \frac{3 + 2a}{a}$

f $\frac{7}{2b} + 3b = \frac{7}{2b} + \frac{3b}{1} = \frac{7}{2b} + \frac{3b \cdot 2b}{1 \cdot 2b} = \frac{7}{2b} + \frac{6b^2}{2b} = \frac{7 + 6b^2}{2b}$

12 a $\frac{8x - 7}{4x} = \frac{8x}{4x} - \frac{7}{4x} = 2 - \frac{7}{4x}$

b $\frac{15a^2 - 6a}{3a} = \frac{15a^2}{3a} - \frac{6a}{3a} = 5a - 2$

c $\frac{18 + 4x^2}{8x} = \frac{18}{8x} + \frac{4x^2}{8x} = \frac{9}{4x} + \frac{x}{2} = \frac{9}{4x} + \frac{1}{2}x$

d $\frac{24p + p^2}{p} = \frac{24p}{p} + \frac{p^2}{p} = 24 + p$

13 a $\frac{2}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$

b $\frac{6}{17} \times \frac{-3}{4} = \frac{-18}{68} = -\frac{9}{34}$

c $\frac{2}{p} \times \frac{5}{p} = \frac{10}{p^2}$

d $\frac{a}{6} \times \frac{5}{a} = \frac{a \times 5}{6 \times a} = \frac{5}{6}$

e $\frac{3p}{13} \times \frac{2p}{-3} = \frac{6p^2}{-39} = -\frac{2}{13}p^2$

f $\frac{3a}{2b} \times \frac{4b}{7a} = \frac{12ab}{14ab} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$

14 a $5 \times \frac{3}{7} = \frac{5}{1} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$

b $12 \times \frac{2}{11} = \frac{12}{1} \times \frac{2}{11} = \frac{24}{11} = 2\frac{2}{11}$

c $\frac{3}{8} \times 5 = \frac{3}{8} \times \frac{5}{1} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$

d $\frac{2a}{5} \times 14 = \frac{2a}{5} \times \frac{14}{1} = \frac{28a}{5} = 5\frac{3}{5}a$

e $8p \times \frac{3p}{20} = \frac{8p}{1} \times \frac{3p}{20} = \frac{24p^2}{20} = \frac{6p^2}{5} = 1\frac{1}{5}p^2$

f $6 \times \frac{4p^2}{9} = \frac{6}{1} \times \frac{4p^2}{9} = \frac{24p^2}{9} = \frac{8p^2}{3} = 2\frac{2}{3}p^2$

Vaardigheden 2

15 a $(x - 2)(x + 2) = 0$

$$x - 2 = 0 \text{ of } x + 2 = 0$$

$$x = 2 \text{ of } x = -2$$

b $(2x - 3)^2 = 25$

$$2x - 3 = 5 \text{ of } 2x - 3 = -5$$

$$2x = 8 \text{ of } 2x = -2$$

$$x = 4 \text{ of } x = -1$$

16 a $(x + 5)(x - 3) = 0$

$$x + 5 = 0 \text{ of } x - 3 = 0$$

$$x = -5 \text{ of } x = 3$$

b $(x + 5)^2(2x - 5) = 0$

$$(x + 5)^2 = 0 \text{ of } 2x - 5 = 0$$

$$x + 5 = 0 \text{ of } 2x = 5$$

$$x = -5 \text{ of } x = 2\frac{1}{2}$$

c $(x + 3)^2 = 81$

$$x + 3 = 9 \text{ of } x + 3 = -9$$

$$x = 6 \text{ of } x = -12$$

d $\frac{1}{4}(4x - 1)^2 = 1$

$$(4x - 1)^2 = 4$$

$$4x - 1 = 2 \text{ of } 4x - 1 = -2$$

$$4x = 3 \text{ of } 4x = -1$$

$$x = \frac{3}{4} \text{ of } x = -\frac{1}{4}$$

e $\left(\frac{1}{2}x - 3\right)^2 - 16 = 0$

$$\left(\frac{1}{2}x - 3\right)^2 = 16$$

$$\frac{1}{2}x - 3 = 4 \text{ of } \frac{1}{2}x - 3 = -4$$

$$\frac{1}{2}x = 7 \text{ of } \frac{1}{2}x = -1$$

$$x = 14 \text{ of } x = -2$$

f $x^2 + 11x + 10 = 0$

$$(x + 10)(x + 1) = 0$$

$$x + 10 = 0 \text{ of } x + 1 = 0$$

$$x = -10 \text{ of } x = -1$$

g $(x - 4)(x + 4) = 9$

$$x^2 - 16 = 9$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5 \text{ of } x = -5$$

h $\frac{1}{2}x^2 + x - 1\frac{1}{2} = 0$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x + 3 = 0 \text{ of } x - 1 = 0$$

$$x = -3 \text{ of } x = 1$$

17 a $\frac{12x}{2x - 3} = 4$

$$12x = 4(2x - 3)$$

$$12x = 8x - 12$$

$$4x = -12$$

$$x = -3$$

b $\frac{3}{2x - 1} = \frac{7}{x + 5}$

$$3(x + 5) = 7(2x - 1)$$

$$3x + 15 = 14x - 7$$

$$-11x = -22$$

$$x = 2$$

18 a $\frac{14}{3x - 1} = 4$

$$14 = 4(3x - 1)$$

$$14 = 12x - 4$$

$$-12x = -18$$

$$x = \frac{-18}{-12} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

c $\frac{4p + 1}{6p - 1} = 2$

$$4p + 1 = 2(6p - 1)$$

$$4p + 1 = 12p - 2$$

$$-8p = -3$$

$$p = \frac{-3}{-8} = \frac{3}{8}$$

b $\frac{9a}{4a + 1} = 3$

$$9a = 3(4a + 1)$$

$$9a = 12a + 3$$

$$-3a = 3$$

$$a = -1$$

d $\frac{3}{x + 1} + 4 = 6$

$$\frac{3}{x + 1} = 2$$

$$3 = 2(x + 1)$$

$$-2x = -1$$

$$x = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{e} \quad \frac{16}{3x+1} &= \frac{8}{x} \\ 16x &= 8(3x+1) \\ 16x &= 24x+8 \\ -8x &= 8 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f} \quad \frac{9}{7a-5} &= \frac{7}{3a+1} \\ 9(3a+1) &= 7(7a-5) \\ 27a+9 &= 49a-35 \\ -22a &= -44 \\ a &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g} \quad \frac{18}{a-4} &= \frac{-2}{a+1} \\ 18(a+1) &= -2(a-4) \\ 18a+18 &= -2a+8 \\ 20a &= -10 \\ a &= \frac{-10}{20} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h} \quad \frac{4a-3}{5} &= \frac{-2a+3}{2} \\ 2(4a-3) &= 5(-2a+3) \\ 8a-6 &= -10a+15 \\ 18a &= 21 \\ a &= \frac{21}{18} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6} \end{aligned}$$

Vaardigheden 3

- 1** a $1025 \text{ m} = 1,025 \text{ km}$ e $6400 \text{ cm}^2 = 0,64 \text{ m}^2$
 b $165 \text{ cm} = 16,5 \text{ dm}$ f $170 \text{ mm}^2 = 1,7 \text{ cm}^2$
 d $459 \text{ mm} = 0,459 \text{ m}$ g $1,3 \text{ m}^3 = 1300 \text{ dm}^3$
 e $1,4 \text{ km}^2 = 1400000 \text{ m}^2$ h $0,08 \text{ cm}^3 = 80 \text{ mm}^3$
- 2** a $2,8 \text{ hL} = 2800 \text{ dL}$ e $415 \text{ mL} = 415000 \text{ mm}^3$
 b $750 \text{ dm}^3 = 0,75 \text{ kuub}$ f $6500 \text{ mm}^3 = 0,65 \text{ cL}$
 c $245 \text{ dL} = 2,45 \text{ daL}$ g $0,51 \text{ L} = 510 \text{ cm}^3$
 d $48 \text{ cm}^3 = 0,48 \text{ dL}$ h $3,2 \text{ daL} = 32 \text{ dm}^3$

3 a $\frac{3}{7} + \frac{7}{10} = \frac{3 \cdot 10}{7 \cdot 10} + \frac{7 \cdot 7}{10 \cdot 7} = \frac{30}{70} + \frac{49}{70} = \frac{79}{70} = 1\frac{9}{70}$
 b $\frac{5}{7} - \frac{3}{10} = \frac{5 \cdot 10}{7 \cdot 10} - \frac{3 \cdot 7}{10 \cdot 7} = \frac{50}{70} - \frac{21}{70} = \frac{29}{70}$
 c $\frac{3}{7} \times \frac{7}{10} = \frac{3 \times 7}{7 \times 10} = \frac{21}{70} = \frac{3}{10}$
 d $3\frac{1}{4} - 1\frac{1}{3} = \frac{13}{4} - \frac{4}{3} = \frac{13 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{39}{12} - \frac{16}{12} = \frac{23}{12} = 1\frac{11}{12}$
 e $3\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{3} = \frac{13}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{13 \times 4}{4 \times 3} = \frac{52}{12} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$
 f $-1\frac{4}{5} \times 2\frac{1}{2} = \frac{-9}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{-9 \times 5}{5 \times 2} = \frac{-45}{10} = -\frac{9}{2} = -4\frac{1}{2}$

4 a $\frac{12}{\frac{3}{4}} = \frac{48}{3} = 16$ c $\frac{\frac{2}{3}k}{4} = \frac{\frac{2}{3}k \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{2k}{12} = \frac{k}{6} = \frac{1}{6}k$
 b $\frac{7\frac{1}{5}}{15} = \frac{7\frac{1}{5} \cdot 5}{15 \cdot 5} = \frac{36}{75} = \frac{12}{25}$ d $\frac{ab}{\frac{a}{b}} = \frac{ab \cdot b}{\frac{a}{b} \cdot b} = \frac{ab^2}{a} = b^2$

5 a $\frac{8}{3x} + \frac{3}{5x} = \frac{8 \cdot 5}{3x \cdot 5} + \frac{3 \cdot 3}{5x \cdot 3} = \frac{40}{15x} + \frac{9}{15x} = \frac{49}{15x}$
 $\frac{8}{3x} \cdot \frac{3}{5x} = \frac{24}{5x^2}$
 b $\frac{3p}{q} - \frac{q}{3p} = \frac{3p \cdot 3p}{q \cdot 3p} - \frac{q \cdot q}{3p \cdot q} = \frac{9p^2}{3pq} - \frac{q^2}{3pq} = \frac{9p^2 - q^2}{3pq}$
 c $\frac{5}{x^2} - \frac{4}{x^3} = \frac{5 \cdot x}{x^2 \cdot x} - \frac{4}{x^3} = \frac{5x}{x^3} - \frac{4}{x^3} = \frac{5x - 4}{x^3}$
 d $\frac{2a}{3b} \cdot \frac{5b}{5a} = \frac{10ab}{15ab} = \frac{2}{3}$
 e $2p \cdot \frac{3}{4p} = \frac{2p}{1} \cdot \frac{3}{4p} = \frac{6p}{4p} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

6 a $(3n+4)(n-5) =$
 $3n^2 - 15n + 4n - 20 =$
 $3n^2 - 11n - 20$
 b $(5p-2)(p-3) =$
 $5p^2 - 15p - 2p + 6 =$
 $5p^2 - 17p + 6$
 c $(x^3+4)^2 =$
 $(x^3+4)(x^3+4) =$
 $x^6 + 4x^3 + 4x^3 + 16 =$
 $x^6 + 8x^3 + 16$
 d $(x^3-5)(2x^2+5) =$
 $2x^5 + 5x^3 - 10x^2 - 25$

Vaardigheden 3

e $n(n+1)(2n+1) =$

$$n(2n^2 + n + 2n + 1) =$$

$$n(2n^2 + 3n + 1) =$$

$$2n^3 + 3n^2 + n$$

f $4k(k+1)(k-2) =$

$$4k(k^2 - 2k + k - 2) =$$

$$4k(k^2 - k - 2) =$$

$$4k^3 - 4k^2 - 8k$$

g $6x(x^6 + 6)(x^6 - 6) =$

$$6x(x^{12} - 6x^6 + 6x^6 - 36) =$$

$$6x(x^{12} - 36) =$$

$$6x^{13} - 216x$$

h $\frac{1}{2}x(2x-1)(3x+2) =$

$$\frac{1}{2}x(6x^2 + 4x - 3x - 2) =$$

$$\frac{1}{2}x(6x^2 + x - 2) =$$

$$3x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x$$

i $(a+1)^2 + (a-1)^2 =$

$$(a+1)(a+1) + (a-1)(a-1) =$$

$$a^2 + 2a + 1 + a^2 - 2a + 1 =$$

$$2a^2 + 2$$

j $(a+1)^2 - (a-1)^2 =$

$$(a+1)(a+1) - (a-1)(a-1) =$$

$$(a^2 + 2a + 1) - (a^2 - 2a + 1) =$$

$$a^2 + 2a + 1 - a^2 + 2a - 1 = 4a$$

7 a $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$

b $\sqrt{1000} = \sqrt{100 \cdot 10} = 10\sqrt{10}$

c $\sqrt{125} - 2\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 5} - 2 \cdot \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{5} - 10\sqrt{3}$

d $y = 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} = 5\sqrt{x}$

e $y = 3x\sqrt{3} + x\sqrt{12} = 3x\sqrt{3} + x \cdot \sqrt{4 \cdot 3} = 3x\sqrt{3} + 2x\sqrt{3} = 5x\sqrt{3}$

f $y = x\sqrt{8} - x\sqrt{18} = x\sqrt{4 \cdot 2} - x\sqrt{9 \cdot 2} = 2x\sqrt{2} - 3x\sqrt{2} = -x\sqrt{2}$

8 a $\sqrt{\frac{18}{25}} = \frac{\sqrt{9 \cdot 2}}{\sqrt{25}} = \frac{3\sqrt{2}}{5} = \frac{3}{5}\sqrt{2}$

b $\sqrt{\frac{75}{4}} = \frac{\sqrt{25 \cdot 3}}{\sqrt{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2} = 2\frac{1}{2}\sqrt{3}$

c $\sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

d $y = \sqrt{\frac{50x}{100}} = \frac{\sqrt{25 \cdot 2x}}{\sqrt{100}} = \frac{5\sqrt{2x}}{10} = \frac{1}{2}\sqrt{2x}$

e $y = 4\sqrt{\frac{x}{9}} + \sqrt{\frac{4x}{9}} = 4 \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{9}} + \frac{\sqrt{4 \cdot x}}{\sqrt{9}} = \frac{4\sqrt{x}}{3} + \frac{2\sqrt{x}}{3} = \frac{6\sqrt{x}}{3} = 2\sqrt{x}$

f $y = \sqrt{4\frac{1}{4}x} = \sqrt{\frac{17x}{4}} = \frac{\sqrt{17x}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{17x}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{17x}$

9 a $x^3 \cdot x^2 \cdot x = x^{3+2+1} = x^6$

b $(x^4)^3 = x^{4 \cdot 3} = x^{12}$

c $3^x \cdot 3^{2x} = 3^{x+2x} = 3^{3x}$

d $(2x^2)^5 = 2^5 \cdot (x^2)^5 = 32x^{10}$

e $(5x^5)^2 = 5^2 \cdot (x^5)^2 = 25x^{10}$

f $(x^{2a})^3 = x^{2a \cdot 3} = x^{6a}$

g $x^{3a} \cdot (x^a)^2 = x^{3a} \cdot x^{2a} = x^{3a+2a} = x^{5a}$

h $(x^{2a} \cdot x^{3a})^3 = (x^{2a+3a})^3 = (x^{5a})^3 = x^{15a}$

10 a $\frac{x^7}{x^4} = x^{7-4} = x^3$

b $\frac{2x^4 \cdot 3x^5}{4x^7} = \frac{6x^9}{4x^7} = \frac{6}{4}x^{9-7} = 1\frac{1}{2}x^2$

c $\left(\frac{x^5}{5}\right)^3 = \frac{x^{15}}{5^3} = \frac{x^{15}}{125} = \frac{1}{125}x^{15}$

d $\left(\frac{4^{3a}}{4^a}\right)^4 = \frac{4^{12a}}{4^{4a}} = 4^{12a-4a} = 4^{8a}$

e $\frac{2^{10}}{2^7 \cdot 2^3} = \frac{2^{10}}{2^{10}} = 1$

f $\left(\frac{3^{3x}}{3^x}\right)^3 = (3^{3x-x})^3 = (3^{2x})^3 = 3^{6x}$

$$11 \text{ a } 4 \cdot 7^{-2} = \frac{4}{1} \cdot \frac{1}{7^2} = \frac{4}{49}$$

$$\text{b } 4 \cdot 7^{\frac{1}{2}} = 4\sqrt{7}$$

$$\text{c } \frac{3}{4}p^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{p^{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{4\sqrt{p}}$$

$$\text{d } (k^3)^{-2} = k^{-6} = \frac{1}{k^6}$$

$$\text{e } (a^5)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{3}} = a^1 \cdot a^{\frac{2}{3}} = a\sqrt[3]{a^2}$$

$$\text{f } (x^4)^{\frac{1}{2}} - x^4 \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^2 - x^4\sqrt{x}$$

$$12 \text{ a } 128 = 2^7$$

$$\text{b } \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{c } \frac{1}{16} = \frac{1}{2^4} = 2^{-4}$$

$$\text{d } \frac{1}{2}\sqrt{2} = 2^{-1} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{e } 4\sqrt[3]{4} = 2^2 \cdot 4^{\frac{1}{3}} = 2^2 \cdot (2^2)^{\frac{1}{3}} = 2^2 \cdot 2^{\frac{2}{3}} = 2^{2\frac{2}{3}}$$

$$\text{f } \frac{1}{2}\sqrt{8} = 2^{-1} \cdot 8^{\frac{1}{2}} = 2^{-1} \cdot (2^3)^{\frac{1}{2}} = 2^{-1} \cdot 2^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$13 \text{ a } \sqrt[5]{10} = 10^{\frac{1}{5}}$$

$$\text{b } 4\sqrt[3]{2} = 2^2 \cdot 2^{\frac{1}{3}} = 2^{2\frac{1}{3}}$$

$$\text{c } \frac{1}{9\sqrt{3}} = \frac{1}{3^2 \cdot 3^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{3^{2\frac{1}{2}}} = 3^{-2\frac{1}{2}}$$

$$\text{d } \frac{1}{5}\sqrt{5} = 5^{-1} \cdot 5^{\frac{1}{2}} = 5^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{e } x^2\sqrt{x} = x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{2\frac{1}{2}}$$

$$\text{f } \frac{1}{x\sqrt[3]{x}} = \frac{1}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{x^{1\frac{1}{3}}} = x^{-1\frac{1}{3}}$$

14 a Een toename van 5,4% geeft een groeifactor $1 + 0,054 = 1,054$.

b Een afname van 3,7% geeft een groeifactor $1 - 0,037 = 0,963$.

c Een toename van 200% geeft een groeifactor $1 + 2 = 3$.

d Een afname van 60% geeft een groeifactor $1 - 0,60 = 0,40$.

15 a Invoer: $y = 0,4 \cdot 0,8^x$

Venster: $-3 \leq x \leq 10, -1 \leq y \leq 1$

b De beginwaarde is 0,4.

c De groeifactor per jaar is 0,8.

d De grafiek is dalend omdat de groeifactor kleiner is dan 1, er is dus sprake van een afname.

e De hoeveelheid is gehalveerd als $H = 0,2$.

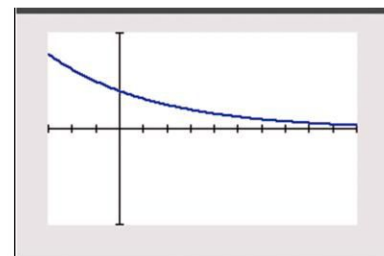
Invoer: $y_1 = 0,4 \cdot 0,8^x$ en $y_2 = 0,2$

Venster: $-3 \leq x \leq 10, -1 \leq y \leq 1$

Optie: snijpunten

De oplossing is $x \approx 3,106$.

De hoeveelheid is dus gehalveerd na 3,1 jaar.



16 a $K = 2000 \cdot 1,03^t$ met t in jaren en K in euro's.

b Een afname van 20% betekent een groeifactor 0,8.

$S = 25 \cdot 0,8^t$ met t in seconden en S in grammen suiker.

c Een toename van 50% betekent een groeifactor 1,5.

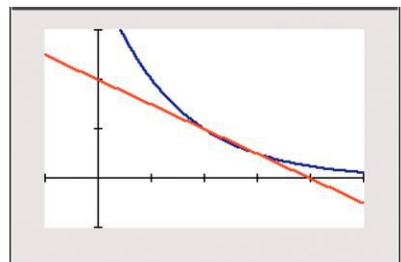
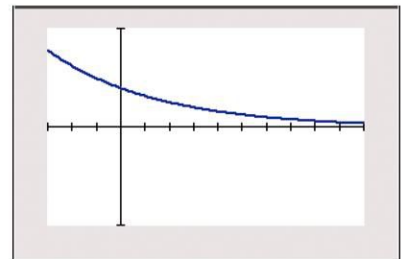
$O = 30 \cdot 1,5^t$ met t in jaren en O in m^2 .

d Een afname van 45% betekent een groeifactor 0,55.

$S = 4 \cdot 0,55^t$ met t in weken en S in bar.

Vaardigheden 3

- 17 a** Invoer: $y_1 = 1,8^x$ en $y_2 = 14$
 Venster: $0 \leq x \leq 10$, $0 \leq y \leq 25$
 Optie: snijpunten geeft $x \approx 4,49$ dus $t \approx 4,5$
- b** Invoer $y_1 = 5 \cdot 4^{2x}$ en $y_2 = 200$
 Venster: $0 \leq x \leq 5$, $0 \leq y \leq 400$
 Optie: snijpunten geeft $x \approx 1,33$ dus $t \approx 1,3$.
- c** Invoer $y_1 = 4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^x$ en $y_2 = 100$
 Venster: $-5 \leq x \leq 5$, $0 \leq y \leq 200$
 Optie: snijpunten geeft $x = -2$, dus $t = -2$.
- d** Invoer: $y_1 = \frac{1}{2} \cdot 3^{2x-1}$ en $y_2 = 25$
 Venster: $0 \leq x \leq 5$, $0 \leq y \leq 50$
 Optie: snijpunten geeft $x \approx 2,28$ dus $p \approx 2,3$
- 18 a** Invoer: $y_1 = 2 \cdot 3^x$ en $y_2 = 9$
 Venster: $-3 \leq x \leq 5$, $0 \leq y \leq 20$
- b** Optie: snijpunten geeft $x \approx 1,37$ dus $t \approx 1,37$.
 De coördinaten van het snijpunt zijn $(1,37; 9)$.
- c** $2 \cdot 3^t > 9$ voor $t > 1,37$.
- d** Invoer: $y_1 = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$ en $y_2 = 2 - \frac{1}{2}x$
 Venster: $-1 \leq x \leq 5$, $-1 \leq y \leq 3$
 Optie: snijpunten geeft $x = 2$ en $x = 3$.
 Uit de plot blijkt $4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t < 2 - \frac{1}{2}t$ voor $2 < t < 3$.



- 19 a** De groeifactor per maand is 1,005, dan is de groeifactor per jaar
 $g = 1,005^{12} \approx 1,062$.
- b** De groeifactor per week is 0,98, dan is de groeifactor per 10 weken
 $g = 0,98^{10} \approx 0,817$.
- c** De groeifactor per jaar is 1,5, dan is de groeifactor per half jaar
 $g = 1,5^{\frac{1}{2}} \approx 1,225$.
- d** De groeifactor per jaar is 0,8, dan is de groeifactor per maand
 $g = 0,8^{\frac{1}{12}} \approx 0,982$.
- 20 a** De groeifactor per maand is $1 + 0,017 = 1,017$.
 De groeifactor per jaar is $1,017^{12} \approx 1,224$.
 Het groeipercentage per jaar is ongeveer $(1,224 - 1) \cdot 100\% = 22,4\%$.
- b** De groeifactor per maand is $1 - 0,017 = 0,983$.
 De groeifactor per jaar is $0,983^{12} \approx 0,814$.
 Het afnamepercentage per jaar is ongeveer $(1 - 0,814) \cdot 100\% = 18,6\%$.
- c** De groeifactor per dag is $1 + 0,10 = 1,10$.
 De groeifactor per uur is $1,10^{\frac{1}{24}} \approx 1,004$.
 Het groeipercentage per uur is ongeveer $(1,004 - 1) \cdot 100\% = 0,4\%$.
- d** De groeifactor per twee weken is $1 - 0,25 = 0,75$.
 De groeifactor per dag is $0,75^{\frac{1}{14}} \approx 0,980$.
 Het afnamepercentage per dag is ongeveer $(1 - 0,980) \cdot 100\% = 2,0\%$.

Vaardigheden 4

- 1 Er zijn $3 \times 4 \times 2 = 24$ mogelijke drietallen samen te stellen.
- 2 a Hij kan dat op $12 \times 11 \times \dots \times 1 = 12! = 479\,001\,600$ volgorden doen.
 b Hij kan dat op $5 \times 4 \times \dots \times 1 \times 7 \times 6 \times \dots \times 1 = 5! \times 7! = 604\,800$ volgorden doen.
- 3 Er zijn $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6! \times 1 = 720$ verschillende mogelijk.

4 a

1	5	15	35	70	126	210	330
1	4	10	20	35	58	84	120
1	3	6	10	15	21	28	36
1	2	3	4	5	6	7	8
	1	1	1	1	1	1	1

Er zijn 330 mogelijke routes.

b

1	3	6	10	15	21	28	36	45
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	1	1	1	1	1	1	1

Er zijn 45 mogelijke routes.

c

1	6	21	56	126	252
1	5	15	35	70	126
1	4	10	20	35	58
1	3	6	10	15	21
1	2	3	4	5	6
	1	1	1	1	1

Er zijn 252 mogelijke routes.

d

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Er zijn 10 mogelijke routes.

- 5 a Hij kan zo $\binom{15}{9} = 5005$ verschillende rijtjes maken.
- b Het aantal mogelijke viertallen is $\binom{24}{4} = 10\,626$.
- c Eerst kies je uit 8 leerlingen uit 24 leerlingen, dat kan op $\binom{24}{8}$ manieren.
 Vervolgens kies je 8 leerlingen uit de nog 16 leerlingen die over zijn.
 Dat kan op $\binom{16}{8}$ manieren.
 Daarna kies je nog 8 leerlingen uit de over gebleven 8 leerlingen, dat kan op $\binom{8}{8}$ manieren.
 Je kan de klas van 24 leerlingen op $\binom{24}{8} \times \binom{16}{8} \times \binom{8}{8}$ manieren in drie groepen van 8 leerlingen.
- d Dat kan op $\binom{24}{10} \times \binom{14}{8} \times \binom{6}{6} = 1\,961\,256 \times 3003 \times 1 = 5\,889\,651\,768$ manieren.
- 6 Dat kan op $\binom{20}{5} \times \binom{15}{7} \times \binom{8}{8} = 15\,504 \times 6435 \times 1 = 99\,768\,240$ manieren.

- 7 a Het startgetal is 6 en de richtingscoëfficiënt is $-\frac{1}{2}$.
 b Een formule is $y = -\frac{1}{2}x + 6$.

c $0 = 3 \times 1 + b$

$$0 = 3 + b$$

$$b = -3$$

Een formule bij lijn m is $y = 3x - 3$.

8 a $a = \frac{13 - -3}{2 - 0} = 8$

$$y = 8x + b$$

Bij coördinaten van $(0, -3)$ hoort het startgetal -3 .

De formule is $y = 8x - 3$.

b $a = \frac{14 - -13}{12 - 9} = 9$

$$y = 9x + b$$

De coördinaten van $(9, -13)$ invullen geeft:

$$-13 = 9 \times 9 + b$$

$$-13 = 81 + b$$

$$b = -94$$

Een formule is $y = 9x - 94$.

c De lijn door de punten $(-20, 7)$ en $(-20, 9)$ is verticaal.

Een formule is $x = -20$.

d $a = \frac{-1 - 4}{7 - -3} = -\frac{1}{2}$

$$y = -\frac{1}{2}x + b$$

De coördinaten van $(7, -1)$ invullen geeft:

$$-1 = -\frac{1}{2} \times 7 + b$$

$$-1 = -3\frac{1}{2} + b$$

$$b = 2\frac{1}{2}$$

Een formule is $y = -\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2}$.

9 a $a = \frac{700 - 800}{15 - 3} = -8\frac{1}{3}$

$$A = -12\frac{1}{3}t + b$$

De coördinaten van $(3, 800)$ invullen geeft:

$$800 = -8\frac{1}{3} \times 3 + b$$

$$800 = -25 + b$$

$$b = 825$$

Een formule is $A = -8\frac{1}{3}t + 825$.

b $-8\frac{1}{3}t + 825 = 580$

$$-8\frac{1}{3}t = -245$$

$$t = 29,4$$

In 2019 zullen voor het eerst minder dan 580 miljoen kinderen ondervoed zijn.

10 a Er is sprake van een evenredig verband omdat de snelheid constant is.

Een formule is $s = 6,5t$.

b Er is sprake van een evenredig verband omdat elk kaartje even duur is.

Een formule is $O = 16k$.

c Er is niet sprake van een evenredig verband, maar van een omgekeerd evenredig verband.

d Er is niet sprake van een recht evenredig verband, maar van een kwadratisch verband.

8C Vaardigheden 4

11 a $C = 2(15 - X) - 12$

$$C = 30 - 2X - 12$$

$$C = 18 - 2X$$

- b** Het verband tussen C en X is lineair, maar niet evenredig want het startgetal is 18.

12 a $g = 3(k + 3) - 4(k - 1)$

$$g = 3k + 9 - 4k + 4$$

$$g = -k + 13$$

b $N = 2a - (4 - a)$

$$N = 2a - 4 + a$$

$$N = 3a - 4$$

c $R = -2(t - 1) + 7(t + 1)$

$$R = -2t + 2 + 7t + 7$$

$$R = 5t + 9$$

d $A = 7(p + 3) - 4(1 - p)$

$$A = 7p + 21 - 4 + 4p$$

$$A = 11p + 17$$

13 $B = \frac{12P + 56}{8} + 2(P - 1)$

$$B = \frac{12p}{8} + \frac{56}{8} + 2P - 2$$

$$B = 1\frac{1}{2}p + 7 + 2P - 2$$

$$B = 3\frac{1}{2}p + 5$$

14 a $H = \frac{7 \times 1 + 3 \times 1 \times 5}{3 - 1} = \frac{7 + 15}{2} = 11$

b $50 = \frac{7 \cdot 2,5 + 3 \cdot 2,5 \cdot G}{3 - 2,5}$

$$50 = \frac{17,5 + 7,5G}{0,5}$$

$$17,5 + 7,5G = 50 \cdot 0,5$$

$$17,5 + 7,5G = 25$$

$$7,5G = 7,5$$

$$G = 1$$

c $H = \frac{7 \cdot -1 + 3 \cdot -1 \cdot G}{3 - -1}$

$$H = \frac{-7 - 3G}{4}$$

$$H = \frac{-7}{4} + \frac{-3G}{4}$$

$$H = -1\frac{3}{4} - \frac{3}{4}G$$

15 $Q = 24,3 + \frac{50 - X}{2,5} \cdot 12$

$$Q = 24,3 + \frac{600 - 12X}{2,5}$$

$$Q = 24,3 + \frac{600}{2,5} + \frac{-12X}{2,5}$$

$$Q = 24,3 + 240 - 4,8X$$

$$Q = -4,8X + 264,3$$

De waarde van a is $-4,8$ en de waarde van b is $264,3$.

Vaardigheden 5

- 1** a $9600 \text{ dm} = 0,96 \text{ km}$
 b $9600 \text{ dm}^2 = 0,000\,096 \text{ km}^2$
 c $9600 \text{ dm}^3 = 9,6 \text{ kuub}$
 d $9600 \text{ mm}^3 = 0,96 \text{ cL}$
 e $38 \text{ dL} = 3800 \text{ cc}$
 f $1,3 \text{ m}^2 = 13\,000 \text{ cm}^2$
 g $0,0082 \text{ km} = 820 \text{ cm}$
 h $1,3 \text{ kuub} = 1300 \text{ L}$
 i $0,24 \text{ cm}^3 = 240 \text{ mm}^3$
 j $4,8 \text{ hm} = 4800 \text{ dm}$
- 2** a $1,2 \text{ ton} = 1200 \text{ kg}$
 b $1,5 \text{ kg} = 1500 \text{ g}$
 c $67 \text{ g} = 6700 \text{ mg}$
 d $180 \text{ mg} = 0,18 \text{ g}$
 e $800 \text{ kg} = 0,8 \text{ ton}$
 f $250 \text{ g} = 0,25 \text{ kg}$
- 3** a $2.16.33 \text{ uur} = 8193 \text{ seconden}$
 b $28.14.23 \text{ minuten} = 1694,23 \text{ seconden}$
 c $1234,56 \text{ seconden} = 20 \text{ minuten} + 34,56 \text{ seconden}$
 d $1000\,000\,000 \text{ seconden} = 31 \text{ jaar} + 259 \text{ dagen}$
- 4** a 25 meter per seconde is $25 \times 3600 = 90\,000$ meter in een uur.
 De snelheid is 90 km/uur .
 b 56 kilometer in een uur is $56\,000$ meter in 3600 seconden.
 De snelheid is $(56\,000 : 3600) \text{ m/s} \approx 15,6 \text{ m/s}$.
 c 9500 meter in 48 minuten is $9,5$ kilometer in $0,8$ uur.
 De snelheid is $9,5 : 0,8 = 11,875 \text{ km/uur}$.
- 5** a $5x - 1 = 2x + 8$
 $3x - 1 = 8$
 $3x = 9$
 $x = 3$
 b $8x + 5 = 5(x + 8)$
 $8x + 5 = 5x + 40$
 $3x + 5 = 40$
 $3x = 35$
 $x = 11\frac{2}{3}$
 c $10 - 3(x + 1) = 11x$
 $10 - 3x - 3 = 11x$
 $7 - 3x = 11x$
 $7 = 14x$
 $x = \frac{1}{2}$
 d $13 - 4x = 2(x + 7)$
 $13 - 4x = 2x + 14$
 $13 = 6x + 14$
 $-1 = 6x$
 $x = -\frac{1}{6}$
 e $x(x - 6) = x^2 + 12$
 $x^2 - 6x = x^2 + 12$
 $-6x = 12$
 $x = -2$
 f $x(x - 1) = (x - 2)(x - 3)$
 $x^2 - x = x^2 - 5x + 6$
 $-x = -5x + 6$
 $4x = 6$
 $x = 1\frac{1}{2}$
- 6** a $(x + 7)(x - 1) = 0$
 $x + 7 = 0$ of $x - 1 = 0$
 $x = -7$ of $x = 1$
 b $(3x + 8)(2x - 1) = 0$
 $3x + 8 = 0$ of $2x - 1 = 0$
 $3x = -8$ of $2x = 1$
 $x = -2\frac{2}{3}$ of $x = \frac{1}{2}$
 c $(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$
 $x - 1 = 0$ of $x - 2 = 0$ of $x - 3 = 0$
 $x = 1$ of $x = 2$ of $x = 3$
 d $2x^2(4x - 21) = 0$
 $2x^2 = 0$ of $4x - 21 = 0$
 $x^2 = 0$ of $4x = 21$
 $x = 0$ of $x = 5\frac{1}{4}$
 e $x^3(3x - 4) = 0$
 $x^3 = 0$ of $3x - 4 = 0$
 $x = 0$ of $3x = 4$
 $x = 0$ of $x = 1\frac{1}{3}$
 f $(x^3 - 8)(x^5 - 1) = 0$
 $x^3 - 8 = 0$ of $x^5 - 1 = 0$
 $x^3 = 8$ of $x^5 = 1$
 $x = \sqrt[3]{8} = 2$ of $x = \sqrt[5]{1} = 1$

Vaardigheden 5

$$7 \text{ a } \frac{n+32}{n} = 17$$

$$n+32 = 17n$$

$$32 = 16n$$

$$n = 32 : 16 = 2$$

$$b \quad \frac{7p+1}{5-3p} = 4$$

$$7p+1 = 4(5-3p)$$

$$7p+1 = 20-12p$$

$$19p+1 = 20$$

$$19p = 19$$

$$p = 1$$

$$c \quad \frac{1}{y} + 3 = \frac{6}{y} - 2$$

$$\frac{1}{y} + 5 = \frac{6}{y}$$

$$5 = \frac{5}{y}$$

$$5y = 5$$

$$y = 1$$

$$d \quad 2 + \frac{x}{x-2} = -3$$

$$\frac{x}{x-2} = -5$$

$$-5(x-2) = x$$

$$-5x+10 = x$$

$$10 = 6x$$

$$x = 1\frac{2}{3}$$

$$e \quad \frac{a+4}{a} - 5 = 2$$

$$\frac{a+4}{a} = 7$$

$$a+4 = 7a$$

$$4 = 6a$$

$$a = \frac{2}{3}$$

$$f \quad \frac{9}{x+2} = \frac{8}{x}$$

$$9x = 8(x+2)$$

$$9x = 8x + 16$$

$$x = 16$$

$$g \quad \frac{7}{2a-1} = \frac{18}{7a-10}$$

$$7(7a-10) = 18(2a-1)$$

$$49a-70 = 36a-18$$

$$13a-70 = -18$$

$$13a = 52$$

$$a = 4$$

$$h \quad \frac{6}{p+1} = \frac{12p}{2p^2+1}$$

$$6(2p^2+1) = 12p(p+1)$$

$$12p^2+6 = 12p^2+12p$$

$$6 = 12p$$

$$p = \frac{1}{2}$$

8 a De vergelijking $x^2 = 25$ heeft twee oplossingen.

$$b \quad x^2 = 9$$

$$x = -3 \text{ of } x = 3$$

$$c \quad x^2 = 15$$

$$x = -\sqrt{15} \text{ of } x = \sqrt{15}$$

9 a Op de plaats van $x+3$ kunnen de getallen -5 en 5 staan.

$$b \quad x+3 = -5 \text{ of } x+3 = 5$$

$$\text{Dus } x = -8 \text{ of } x = 2$$

10 a $(5-5)(2 \times 5 - 1) = 0 \times 9 = 0$ en $(5-5)(5+6) = 0 \times 11 = 0$

$$b \quad 2x-1 = x+6$$

$$x-1 = 6$$

$$x = 7$$

c Invullen geeft links van het = teken $(7-5)(2 \cdot 7 - 1) = 2 \cdot 13 = 26$.

Invullen geeft rechts van het = teken $(7-5)(7+6) = 2 \cdot 13 = 26$.

De uitkomsten zijn gelijk voor $x = 7$ en dit is dus ook een oplossing.

d De oplossingen zijn $x = 5$ en $x = 7$.

- 11 a** $(3x + 7)(x - 3) = (3x + 7)(2x + 1)$
 $3x + 7 = 0$ of $x - 3 = 2x + 1$
 $3x = -7$ of $-3 = x + 1$
 $x = -2\frac{1}{3}$ of $x = -4$
- b** $(3t + 7)(t - 3) = (2t + 1)(t - 3)$
 $t - 3 = 0$ of $3t + 7 = 2t + 1$
 $t = 3$ of $t + 7 = 1$
 $t = 3$ of $t = -6$
- c** $p(5p - 8) = p(3p + 2)$
 $p = 0$ of $5p - 8 = 3p + 2$
 $p = 0$ of $2p - 8 = 2$
 $p = 0$ of $2p = 10$
 $p = 0$ of $p = 5$
- d** $(x - 2)(4x - 3) = (x + 2)(x - 2)$
 $x - 2 = 0$ of $4x - 3 = x + 2$
 $x = 2$ of $3x - 3 = 2$
 $x = 2$ of $3x = 5$
 $x = 2$ of $x = 1\frac{2}{3}$
- 12 a** $(7a + 8)^2 = 100$
 $7a + 8 = -10$ of $7a + 8 = 10$
 $7a = -18$ of $7a = 2$
 $a = -2\frac{4}{7}$ of $a = \frac{2}{7}$
- b** $(12 - 2b)^2 = 144$
 $12 - 2b = -12$ of $12 - 2b = 12$
 $-2b = -24$ of $-2b = 0$
 $b = 12$ of $b = 0$
- c** $(3c + 5)^2 = (c - 3)^2$
 $3c + 5 = -(c - 3)$ of $3c + 5 = c - 3$
 $3c + 5 = -c + 3$ of $2c + 5 = -3$
 $4c + 5 = 3$ of $2c = -8$
 $4c = -2$ of $c = -4$
 $c = -\frac{1}{2}$ of $c = -4$
- d** $d^2 = (d + 1)^2$
 $d + 1 = -d$ of $d + 1 = d$
 $1 = -2d$ of $1 = 0$ (geen oplossing)
 $d = -\frac{1}{2}$
- e** $(24 - e)^2 = (5e)^2$
 $24 - e = -5e$ of $24 - e = 5e$
 $24 = -4e$ of $24 = 6e$
 $e = -6$ of $e = 4$
- f** $(4f + 9)^2 = (2f)^2$
 $4f + 9 = -2f$ of $4f + 9 = 2f$
 $9 = -6f$ of $9 = -2f$
 $f = -1\frac{1}{2}$ of $f = -4\frac{1}{2}$
- 13 a** $\sqrt{x - 3} = 7$
 $x - 3 = 49$, want $\sqrt{49} = 7$
 $x = 52$
- b** $\sqrt{2x + 1} = 9$
 $2x + 1 = 81$
 $2x = 80$
 $x = 40$
- 14 a** $\sqrt{7x - 1} = 6$
 $7x - 1 = 36$
 $7x = 37$
 $x = 5\frac{2}{7}$
- b** $\sqrt{7x - 1} = \sqrt{x}$
 $7x - 1 = x$
 $-1 = -6x$
 $x = \frac{1}{6}$
- c** $\sqrt{7x - 1} = \sqrt{x + 6}$
 $7x - 1 = x + 6$
 $6x - 1 = 6$
 $6x = 7$
 $x = 1\frac{1}{6}$
- d** $5 + \sqrt{p - 7} = 18$
 $\sqrt{p - 7} = 13$
 $p - 7 = 169$
 $p = 176$
- e** $-3 + \sqrt{8 - t} = 5$
 $\sqrt{8 - t} = 8$
 $8 - t = 64$
 $t = -56$
- f** $4 - \sqrt{6 - 3T} = 0$
 $\sqrt{6 - 3T} = 4$
 $6 - 3T = 16$
 $-3T = 10$
 $T = -3\frac{1}{3}$

Vaardigheden 5

15 a $5x + 2y + 8 = 0$

$$2y = -5x - 8$$

$$y = -2\frac{1}{2}x - 4$$

b $2(y + 5) = x - 3$

$$2y + 10 = x - 3$$

$$2y = x - 13$$

$$y = \frac{1}{2}x - 6\frac{1}{2}$$

c $2(x + y) - (2 - x) = y$

$$2x + 2y - 2 + x = y$$

$$2y - 2 + 3x = y$$

$$2y = y - 3x + 2$$

$$y = -3x + 2$$

d $x = \sqrt{y + 3}$

$$x^2 = y + 3$$

$$y + 3 = x^2$$

$$y = x^2 - 3$$

e $x = \sqrt{y} + 3$

$$\sqrt{y} + 3 = x$$

$$\sqrt{y} = x - 3$$

$$y = (x - 3)^2$$

$$y = x^2 - 6x + 9$$

f $\frac{x}{y} = 8 - 3x$

$$x = y(8 - 3x)$$

$$y(8 - 3x) = x$$

$$y = \frac{x}{8 - 3x}$$

g $\frac{y}{x} - 3 = x$

$$\frac{y}{x} = x + 3$$

$$y = x(x + 3)$$

$$y = x^2 + 3x$$

h $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$

$$\frac{1}{y} = 1 - \frac{1}{x}$$

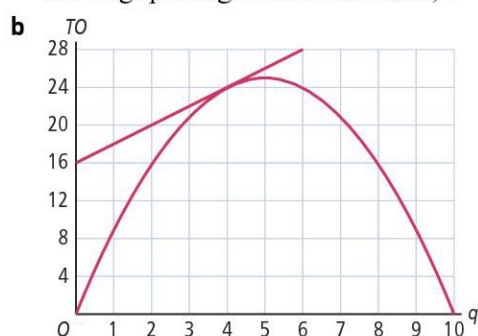
$$\frac{1}{y} = \frac{x}{x} - \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{x - 1}{x}$$

$$y = \frac{x}{x - 1}$$

16 a $TO = 10 \times 4 - 4^2 = 24$

De dagopbrengst is dan €24.000,-.



De raaklijn van de grafiek in het punt (4, 24) gaat door (0, 16).

De helling van de raaklijn is $\frac{24 - 16}{4 - 0} = \frac{8}{4} = 2$.