

Scorevoorstel oefentoets vwo A deel 3

Hoofdstuk 10 Exponenten en logaritmen

In deze toets zijn de vragen gelabeld met K, T of I.

K = kennisvraag, T = toepassingsvraag, I = inzichtvraag

De toets bestaat uit vijftientig vragen met in totaal 72 punten.

Er zijn twee K-vragen met in totaal 2 punten, twintig T-vragen met in totaal 61 punten en drie I-vragen met in totaal 9 punten.

OPGAVE 1		TOTAAL 2P
K	a $N = b \cdot g^t$	1p
K	b $g^t = \frac{1}{2}$	1p
OPGAVE 2		TOTAAL 9P
T	a $g_{\text{week}} = 1,268$ oplossen van $1,268^t = 2$ geeft $t = 2,919\dots$ de verdubbelingstijd is 2 weken en 6 dagen (20 dagen)	1p 1p 1p
T	b $g_{\text{jaar}} = 0,276$, dus $g_{\text{dag}} = 0,276^{\frac{1}{365}} = 0,9964\dots$ de afname per dag is 0,4%	1p 1p
T	c $N = b \cdot g^t$ met $g_{7 \text{ maanden}} = \frac{582}{120}$, dus $g_{\text{maand}} = \left(\frac{582}{120}\right)^{\frac{1}{7}} = 1,2530\dots$ $t = 5$ en $N = 120$ geeft $b \cdot 1,2530\dots^5 = 120$, dus $b \approx 39$ dus $N = 39 \cdot 1,253^t$	2p 1p 1p
OPGAVE 3		TOTAAL 9P
T	a $P = {}^4\log(3t+5)$ geeft $3t+5 = 4^P$ $t = -1\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot 4^P$ dus $a = -1\frac{2}{3}$ en $b = \frac{1}{3}$	1p 1p 1p
I	b $N = 62 \cdot {}^4\log(63x) = 62 \cdot \frac{\log(63x)}{\log(4)} = \frac{62}{\log(4)} \cdot \log(63x)$ $= \frac{62}{\log(4)} \cdot \log(63) + \frac{62}{\log(4)} \cdot \log(x)$ $\approx 185 + 103 \cdot \log(x)$	1p 1p 1p
I	c $N = 7 + 52 \cdot \log(3t) = 7 + 52 \cdot \frac{\ln(3t)}{\ln(10)} = 7 + \frac{52}{\ln(10)} \cdot \ln(3t)$ $= 7 + \frac{52}{\ln(10)} \cdot \ln(3) + \frac{52}{\ln(10)} \cdot \ln(t)$ $\approx 31,8 + 22,6 \cdot \ln(t)$	1p 1p 1p

OPGAVE 4**TOTAAL 8P**

- T **a** $g_{46 \text{ jaar}} = \frac{41,5}{32,5}$, dus $g_{10 \text{ jaar}} = \left(\frac{41,5}{32,5}\right)^{\frac{10}{46}} = 1,05457\dots$ 2p
 het percentage is 5,46% per 10 jaar 1p
- T **b** in 2025 is de gemiddelde leeftijd $41,5 \cdot 1,055^{\frac{9}{10}} \approx 43,5$ jaar 2p
- T **c** $L = 41,5 \cdot 1,055^t$ met t in tientallen jaren en $t = 0$ in 2016 1p
 oplossen van $41,5 \cdot 1,055^t = 60$ geeft $t \approx 6,89$ 1p
 dus in het jaar $2016 + 69 = 2085$ 1p

OPGAVE 5**TOTAAL 9P**

- T **a** $g_{5 \text{ jaar}} = \frac{1,1}{0,3}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\frac{1,1}{0,3}\right)^{\frac{1}{5}} \approx 1,297$ 2p
 het groeipcentage per jaar is 29,7% 1p
- T **b** $1,297^t = 2$ 1p
 oplossen van $1,297^t = 2$ geeft $t = 2,66\dots$ 1p
 de verdubbelingstijd is 2 jaar en 8 maanden (32 maanden) 1p
- T **c** $g_{23 \text{ maanden}} = 2$, dus $g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{12}{23}} \approx 1,436$ 2p
 dus 43,6% per jaar 1p

OPGAVE 6**TOTAAL 9P**

- T **a** $L = 6$ en $N = 10$ geeft $H = 19,93\dots$ 1p
 $L = 4$ en $N = 36$ geeft $H = 20,63\dots$ 1p
 $20,63\dots > 19,93\dots$ dus Maya heeft gelijk 1p
- T **b** $H = 96$ en $N = 62$ geeft $L = 16,12\dots$ 2p
 dus haar wachtwoord moet uit minstens 17 symbolen bestaan 1p
- T **c** $L = 5$, dus $H = 5 \cdot {}^2\log(N)$ en ${}^2\log(N) = \frac{H}{5}$ 1p
 $N = 2^{\frac{H}{5}} = (2^{\frac{1}{5}})^H$ 1p
 dus $g = 2^{\frac{1}{5}} \approx 1,149$ 1p

OPGAVE 7**TOTAAL 8P**

- T **a** aflezen bij $t = 0$ geeft $N = 0,3$ en aflezen bij $t = 80$ geeft $N = 80$ 1p
 $\frac{80}{0,3} = 266,66\dots$, dus 267 keer zo groot 1p
- T **b** aflezen bij $N = 30$ geeft $t = 66$ 2p
- T **c** rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$ 1p
 uit vraag a volgt $g^{80} = \frac{80}{0,3}$, dus $g = \left(\frac{80}{0,3}\right)^{\frac{1}{80}} \approx 1,072$ 2p
 $b = 0,3$ en dus $N = 0,3 \cdot 1,072^t$ 1p

OPGAVE 8**TOTAAL 9P**

- T **a** $N(2x) = 3,15 + 14,95 \cdot \log(2x) = 3,15 + 14,95 \cdot (\log(2) + \log(x))$ 1p
- $N(2x) = 3,15 + 14,95 \cdot \log(2) + 14,95 \cdot \log(x) \approx N(x) + 4,5$ 1p
- hiermee is aangetoond dat N met ongeveer 4,5 toeneemt als x verdubbelt 1p
- T **b** $R(5t) = 1,34 + 4,66 \cdot \ln(5t) = 1,34 + 4,66 \cdot (\ln(5) + \ln(t))$ 1p
- $R(5t) = 1,34 + 4,66 \cdot \ln(5) + 4,66 \cdot \ln(t) \approx R(t) + 7,5$ 1p
- hiermee is aangetoond dat R met ongeveer 7,5 toeneemt als t vijf keer zo groot wordt 1p
- I **c** $K(3q) = 15 + b \cdot \log(3q) = 15 + b \cdot (\log(3) + \log(q))$ 1p
- $K(3q) = 15 + b \cdot \log(3) + b \cdot \log(q) = K(q) + b \cdot \log(3)$ 1p
- er geldt $b \cdot \log(3) = 8$, dus $b = \frac{8}{\log(3)} \approx 16,77$ 1p

OPGAVE 9**TOTAAL 9P**

- T **a** $y = 250 \cdot 0,8^{2t-3}$ geeft $\frac{dy}{dt} = 250 \cdot 0,8^{2t-3} \cdot \ln(0,8) \cdot 2$ 2p
- $\frac{dy}{dt} = 250 \cdot 2 \cdot \ln(0,8) \cdot 0,8^{2t-3} \approx -112 \cdot 0,8^{2t-3}$, dus $a = -112$ 2p
- T **b** $N = 186(2 + 1,25^{0,4t-1})$ geeft $\frac{dN}{dt} = 186 \cdot 1,25^{0,4t-1} \cdot \ln(1,25) \cdot 0,4$ 2p
- $\frac{dN}{dt} = 186 \cdot 0,4 \cdot \ln(1,25) \cdot 1,25^{-1} \cdot (1,25^{0,4})^t$ 1p
- dus $b = 186 \cdot 0,4 \cdot \ln(1,25) \cdot 1,25^{-1} \approx 13,3$ en $g = 1,25^{0,4} \approx 1,093$ 2p