

12 Examentraining

12.1 Algemene vaardigheden

Bladzijde 150

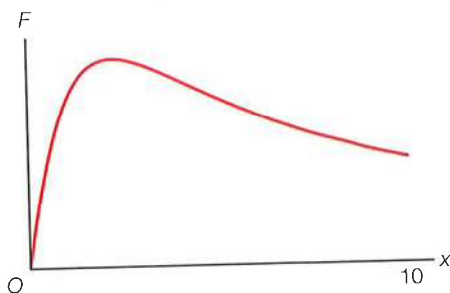
- 1 a** De toename is $\frac{69\,170 - 48\,520}{48\,520} \times 100\% \approx 42,6\%$.
- b** $A : B = 1 : 5 = 2 : 10$ en $B : C = 2 : 7 = 10 : 35$, dus $A : B : C = 2 : 10 : 35$.
De verhouding $A : C$ is $2 : 35$.
- c** Omgekeerd evenredig, dus $Q = \frac{a}{P}$.

Grafiek door $(3, 600)$, dus $\frac{a}{3} = 600$ en dit geeft $a = 1800$.

Dus $Q = \frac{1800}{P}$.

- d** In 9 jaar 495 meer, dus in 1 jaar $\frac{495}{9} = 55$ meer.
2012 is 6 jaar na 2006, dus in 2012 is $A = 5700 + 6 \cdot 55 = 6030$.
- e** In 5 jaar 215 meer, dus in 1 jaar $\frac{215}{5} = 43$ meer.
2023 is 3 jaar na 2020, dus in 2023 is $A = 6410 + 3 \cdot 43 = 6539$.
- f** $K = 24$ en $B = 15$ invullen geeft $3,1A - 4,12 \cdot 15 + 16,05 = 24$
 $3,1A = 69,75$
 $A = 22,5$

- g** Voer in $y_1 = \frac{100x}{0,6x^2 + x + 3}$.



Achtereenvolgens afnemende stijging, toenemende daling en afnemende daling.

- h** De optie maximum geeft $x = 2,236\dots$ en $y = 27,149\dots$
Het maximum van F is $27,15$ voor $x = 2,24$.
- i** Voer in $y_2 = 20$.
De optie snijpunt geeft $x = 0,861\dots$ en $x = 5,805\dots$
Dus $F > 20$ voor x tussen $0,87$ en $5,80$.

Bladzijde 155

- 2 a** Er zijn 16 overige landen.
In 6 landen was het vertrouwen in het parlement groter dan in Nederland.
Dat is dus $\frac{6}{10} \times 100\% = 37,5\%$.
- b** Alle landen onder de lijn door $(10, 10)$ en $(80, 80)$.
Dat zijn Oostenrijk, Duitsland, Denemarken, Finland, Nederland, Noorwegen, Zweden en het Verenigd Koninkrijk.

- 3** In 19 jaar $3,1$ cm meer, dus in 1 jaar $\frac{3,1}{19}$ cm meer.

2050 is 50 jaar na 2000, dus in 2050 is de gemiddelde lengte $180,4 + 50 \cdot \frac{3,1}{19} \approx 188,6$ cm.

Bladzijde 156

- 4 a** $2500 \cdot 3,5 = 8750 \text{ m}^2 = 0,875 \text{ ha}$
 De kosten zijn $(250 + 475 + 150) \cdot 0,875 = 875 \cdot 0,875 \approx €765,63$.
 De subsidie is $2500 \cdot 0,63 = €1575$.
 1575 is meer dan 765,63, dus het subsidiebedrag was hoger.

Bladzijde 157

- b** $W = 100 \cdot 0,53 - 0,035 \cdot 500 - 21,455 = 14,045 \text{ euro}$
 De nettowinst is $21 \cdot 14,045 \approx €294,95$.
c $W = 0$ en $D = 1025$ geeft $100S - 0,035 \cdot 1025 - 21,455 = 0$
 $100S = 57,33$
 $S = 0,5733$

Dus minimaal €0,58 per strekkende meter.

- 5** In 2912 was $0,318 \cdot 345\,000 = 47\,610 \text{ km}^2$ van het rif met koraal bedekt.
 De afname is $\frac{97\,000 - 47\,610}{97\,000} \times 100\% \approx 50,9\%$.

Bladzijde 158

- 6 a** Na 11 jaar = 132 maanden moet er nog een restschuld zijn, maar na 12 jaar = 144 maanden moet de restschuld gelijk zijn aan 0 euro.
 Ze had een studieschuld van 6000 euro.

Bladzijde 159

- b** Bij 6000 euro hoort een restschuld van €3561 en bij 6500 euro hoort een restschuld van €4097.
 Bij 500 euro meer hoort een restschuld van €536 meer, dus bij 1 euro meer hoort een restschuld van $\frac{536}{500}$ euro meer.
 6200 is 200 euro meer dan 6000, dus bij een studieschuld van 6200 euro hoort een restschuld van $3561 + 200 \cdot \frac{536}{500} = €3775,40$.

- 7 a** Los op $1 + \frac{d}{10} = 5$
 $\frac{d}{10} = 4$
 $d = 40$

Dus maximaal 40 meter diep.

- b** $d = 19$ geeft $p = 1 + \frac{19}{10} = 2,9$
 Er is nodig $L = 20 \cdot 2,9 \cdot 45 = 2610 \text{ barliter}$.
 In de duikfles zit $12 \cdot 200 = 2400 \text{ barliter}$.
 Dus Jan kan deze duik niet maken.

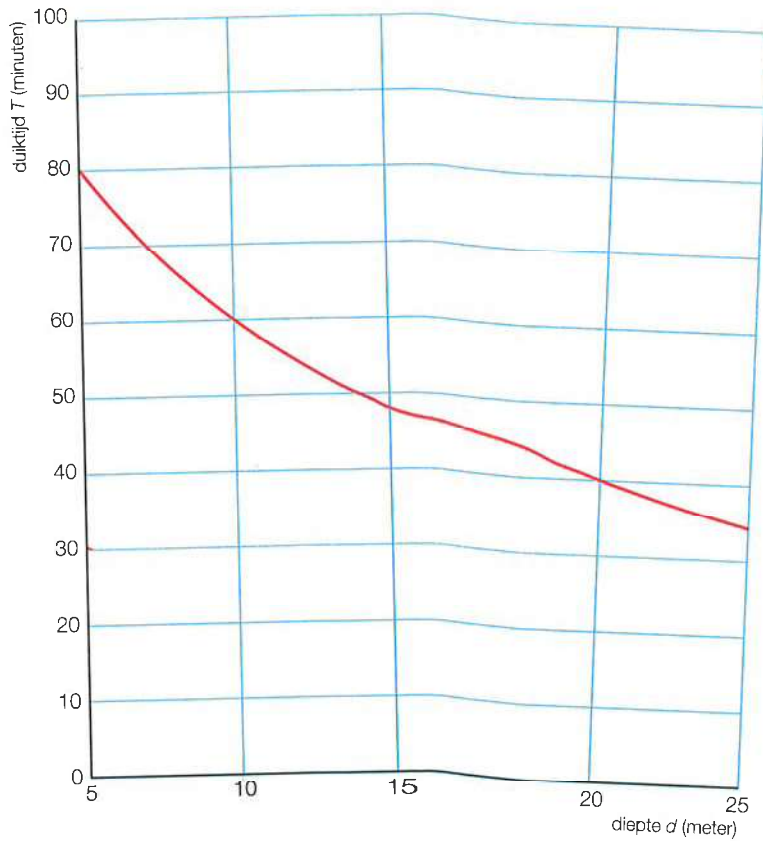
c $d = 5$ geeft $p = 1,5$ en $T = \frac{2400}{20 \cdot 1,5} = 80$

$d = 10$ geeft $p = 2$ en $T = \frac{2400}{20 \cdot 2} = 60$

$d = 15$ geeft $p = 2,5$ en $T = \frac{2400}{20 \cdot 2,5} = 48$

$d = 20$ geeft $p = 3$ en $T = \frac{2400}{20 \cdot 3} = 40$

$d = 25$ geeft $p = 3,5$ en $T = \frac{2400}{20 \cdot 3,5} = 34$



Bladzijde 160

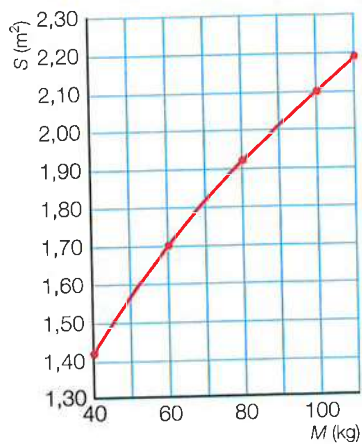
8 a Bij meneer Franssen is $S = 2,04 \text{ m}^2$.

Bij de buurman is $S = 1,83 \text{ m}^2$.

Het verschil is $2,04 - 1,83 = 0,21 \text{ m}^2$.

b

M	40	60	80	100	110
S	1,42	1,70	1,92	2,10	2,19



- c Op de lijn $L = 180$ wordt S steeds groter, dus de grafiek van S is stijgend.
De snijpunten van de lijnen met de lijn $L = 180$ liggen steeds verder uit elkaar, dus de grafiek van S is afnemend stijgend.

Bladzijde 161

- d Bij vrouwen is $S = 0,007184 \cdot 167,5^{0,725} \cdot 70^{0,425} \approx 1,79$.
Bij mannen is $S = 0,007184 \cdot 180,9^{0,725} \cdot 84^{0,425} \approx 2,05$.
Dus $\frac{2,05 - 1,79}{1,79} \times 100\% \approx 14,5\%$ groter.
- e Minimale lengte, dus gebruik $M = 89$.
Los op $0,007184 \cdot L^{0,725} \cdot 89^{0,425} = 1,90$.
Voer in $y_1 = 0,007184 \cdot x^{0,725} \cdot 89^{0,425}$ en $y_2 = 1,90$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 158$, dus de minimale lengte is 158 cm.

- 9 a $d = 80$ geeft $I = 10^{-1} = 0,1$
 $d = 74$ geeft $I = 10^{-1,6} = 0,025...$
De afname is $\frac{0,1 - 0,025...}{0,1} \times 100\% \approx 75\%$.
- b Los op $10^{0,1(0,04t+73,7)-9} = 0,058$.
Voer in $y_1 = 10^{0,1(0,04x+73,7)-9}$ en maak een tabel.
Lees af $x = 98$ geeft $y_1 = 0,0578...$
 $x = 99$ geeft $y_1 = 0,0583...$
Dus 98 maanden.

Bladzijde 162

- 10 a 6,3 miljoen in 2000 en 7,7 miljoen in 2011.
De toename is $\frac{7,7 - 6,3}{6,3} \times 100\% \approx 22,2\%$.
- b De toename in 11 jaar is $460 - 400 = 60$, dus de toename per jaar is $\frac{60}{11}$.
Het aantal in 2020 is dan $460 + 9 \cdot \frac{60}{11} \approx 509$.
- c Aantal inwoners in 1990 is $\frac{1000}{344} \cdot 5\,118\,429 \approx 14\,879\,154$.
Aantal inwoners in 2010 is $\frac{1000}{460} \cdot 7\,622\,353 \approx 16\,570\,333$.
De toename is $16\,570\,333 - 14\,879\,154 \approx 1\,691\,000$.

Bladzijde 163

- 11 a De stijging is $\frac{118 - 109}{109} \times 100\% \approx 8\%$.
- b De toename in 5 jaar is $109 - 103 = 6$, dus de toename per jaar is $\frac{6}{5} = 1,2$.
2021 is 11 jaar na 2010, dus in 2021 is het indexcijfer $109 + 11 \cdot 1,2 \approx 122$.

Bladzijde 164

- 12 a Er is 100^6 keer verdund.
Dus voor $\frac{1}{100^6} = \frac{1}{10^{12}}$ deel.
- b Per stap blijft er 0,002% over.
 $0,002\% = \frac{0,002}{100}$, dus het getal is $\frac{100}{0,002} = 50\,000$.
- c D12 geeft een verhouding van $1 : 10^{12}$.
 $0,05$ milliliter $= 0,05 \cdot 10^{-3}$ liter $= 5 \cdot 10^{-5}$ liter
20 zwembaden hebben een inhoud van $20 \cdot 2,5 \cdot 10^6$ liter $= 50 \cdot 10^6$ liter $= 5 \cdot 10^7$ liter.
Dit geeft een verhouding van $5 \cdot 10^{-5} : 5 \cdot 10^7 = 1 : 10^{12}$.
Dus de bewering klopt.

Bladzijde 165

13 a Voer in $y_1 = \frac{1000x}{4,5 + 0,09x + 0,0035x^2}$.

De optie maximum geeft $x \approx 36$ en $y \approx 2933$.

Het maximum is bij een snelheid van 36 km/uur.

b Voer in $y_2 = 2500$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 18$ en $x \approx 70$.

Dus een maximumsnelheid van 70 km/uur.

c $v = 130$ geeft $C = 1725$

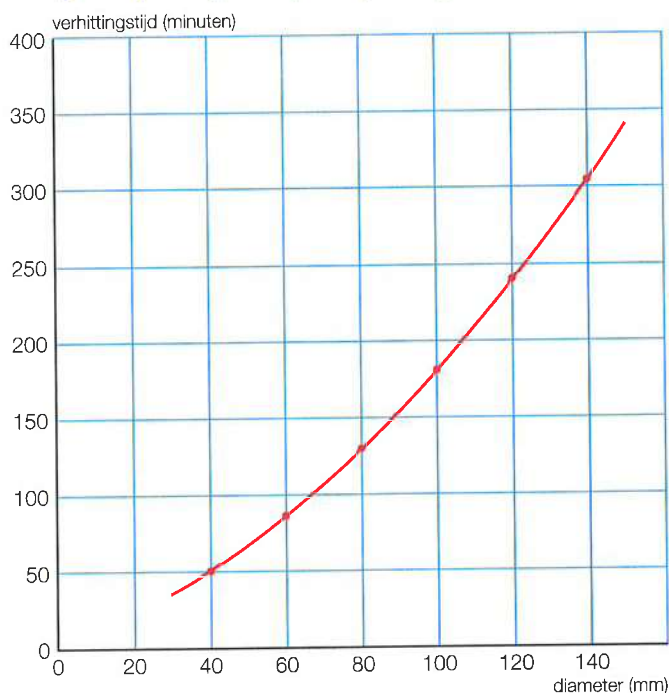
1725 auto's per uur is $\frac{1725}{12} \approx 144$ auto's per 5 minuten.

Dus binnen het tijdsinterval 7.15-7.20 uur.

Bladzijde 166

14 a

d	40	60	80	100	120	140
T	53	88	133	183	240	305



b $d = 45$ geeft $V = 0,7 \cdot 45 + 0,0089 \cdot 45^2 \approx 50$
Dus 50 minuten.

Bladzijde 167

c 2,5 uur = 150 minuten

Los op $0,7d + 0,0089d^2 = 150$.

Voer in $y_1 = 0,7x + 0,0089x^2$ en $y_2 = 150$.

De optie snijpunt geeft $x = 96,3...$

Dus maximaal 96 mm.

15 a Aflezen bij $B = 300$ geeft 500 Mbit duurt 1,7 seconden en 1000 Mbit duurt 3,3 seconden.

Het duurt $3,3 - 1,7 = 1,6$ seconden langer.

b Omgekeerd evenredig, dus $T \cdot B$ is constant.

Bij $T = 5$ hoort $B = 200$, dus $T \cdot B = 5 \cdot 200 = 1000$.

De formule is $B = \frac{1000}{T}$.

Bladzijde 168

16 a Thomas $GFR = \frac{(140 - 45) \cdot 78}{0,81 \cdot 95} = 96,29\dots$

Julia $GFR = 0,85 \cdot \frac{(140 - 45) \cdot 69}{0,81 \cdot 95} = 72,40\dots$

Het verschil is $96,29\dots - 72,40\dots \approx 24$ mL per minuut.

- b** Invullen van $K = 95$ en $L = 33$ in formule 2 geeft

$$GFR = 32\,788 \cdot 95^{-1,154} \cdot 33^{-0,203} = 84,17\dots$$

Invullen van $K = 95$ en $L = 33$ in formule 1 geeft

$$GFR = \frac{(140 - 33) \cdot G}{0,81 \cdot 95} = \frac{107}{96,95} \cdot G = 1,39\dots \cdot G.$$

$1,39\dots \cdot G = 84,17\dots$ geeft $G = 60,53\dots$, dus Klaas weegt 61 kg.

Bladzijde 169

- c** Los op $24\,329 \cdot K^{-1,154} \cdot 56^{-0,203} = 60$.

Voer in $y_1 = 24\,329 \cdot x^{-1,154} \cdot 56^{-0,203}$ en $y_2 = 60$.

De optie snijpunt geeft $x = 89,62\dots$

Dus maximaal 89 micromol per liter.

12.2 Lineaire verbanden**Bladzijde 170**

- 17 a** De punten (500, 150) en (2500, 450) liggen op de lijn.

$$F = aK + b \text{ met } a = \frac{\Delta F}{\Delta K} = \frac{450 - 150}{2500 - 500} = 0,15$$

$$\left. \begin{array}{l} F = 0,15K + b \\ \text{door } (500, 150) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,15 \cdot 500 + b = 150 \\ 75 + b = 150 \\ b = 75 \end{array}$$

Dus $F = 0,15K + 75$.

- b** $A = 0,3P + 4,2$ invullen in $B = \frac{A}{1,2}$ geeft $B = \frac{0,3P + 4,2}{1,2} = \frac{0,3P}{1,2} + \frac{4,2}{1,2} = 0,25P + 3,5$.

Dus $a = 0,25$ en $b = 3,5$.

- c** Los op $\frac{D}{300} + \frac{83}{200} = 1$

$$\frac{D}{300} = 0,585$$

$$D = 0,585 \cdot 300 = 175,5$$

Dus $Z > 1$ voor $D > 175,5$.

Alternatieve uitwerking:

Voer in $y_1 = \frac{x}{300} + \frac{83}{200}$ en $y_2 = 2$.

De optie snijpunt geeft $x = 175,5$.

Uit de plot volgt dat $D > 175,5$.

- d** $S = 2,5k - 220$

$$2,5k - 220 = S$$

$$2,5k = S + 220$$

$$k = 0,4S + 88$$

- e** $G = 40$ en $KNZ = 265$ invullen geeft

$$15 \cdot F - 18 \cdot 40 + 4,5 \cdot H + 25 = 265$$

$$15F = -4,5 \cdot H + 960$$

$$F = -0,3 \cdot H + 64$$

Dus $a = -0,3$ en $b = 64$.

- f $P = 3 \cdot F$ geeft $F = \frac{1}{3} \cdot P$, dus $15F = 15 \cdot \frac{1}{3} P = 5P$
 $Q = 8 \cdot G$ geeft $G = \frac{1}{8} \cdot Q$, dus $-18G = -18 \cdot \frac{1}{8} Q = -2,25Q$
 $R = 0,15 \cdot H$ geeft $H = \frac{1}{0,15} \cdot R$, dus $4,5H = 4,5 \cdot \frac{1}{0,15} \cdot R = 30R$

Op de puntjes moeten de getallen 5; 2,25 en 30 staan.

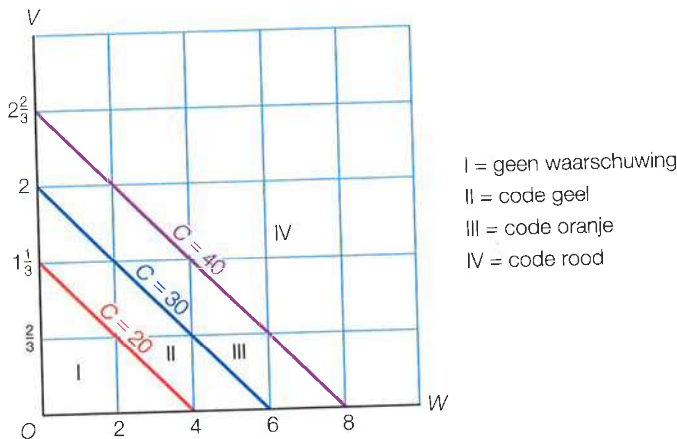
- g $C = 20$ geeft de vergelijking $5 \cdot W + 15 \cdot V = 20$.
 Dit is een lijn door de punten (4, 0) en (0, $1\frac{1}{3}$).

$C = 30$ geeft de vergelijking $5 \cdot W + 15 \cdot V = 30$.

Dit is een lijn door de punten (6, 0) en (0, 2).

$C = 40$ geeft de vergelijking $5 \cdot W + 15 \cdot V = 40$.

Dit is een lijn door de punten (8, 0) en (0, $2\frac{2}{3}$).



Bladzijde 173

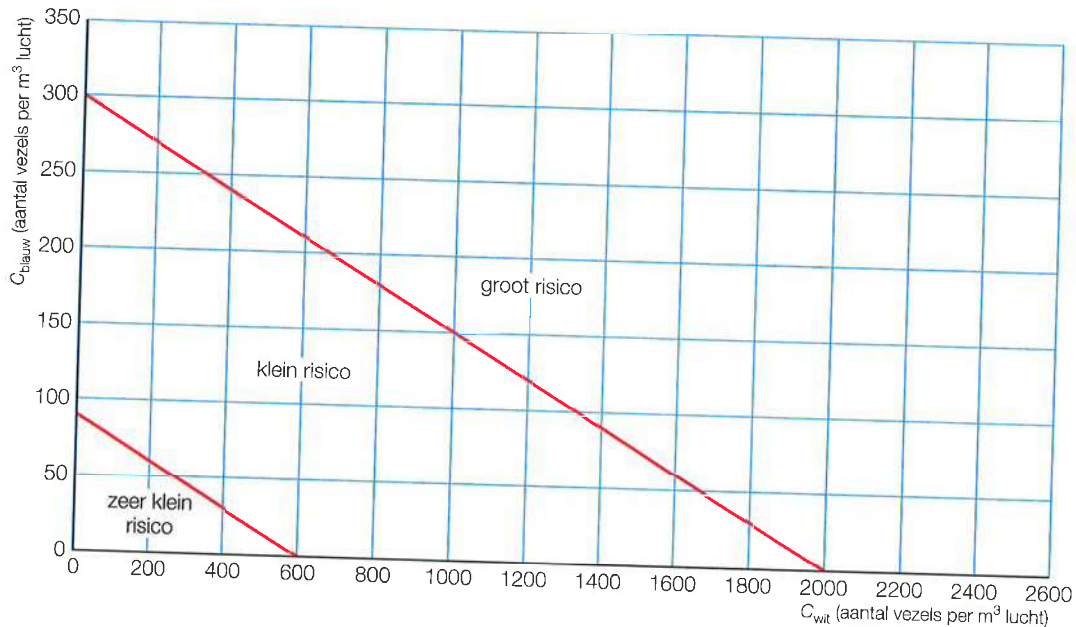
- 18 a C_{blauw} wordt gedeeld door 300 en C_{wit} wordt gedeeld door 2000, dus C_{blauw} levert een grotere bijdrage aan F dan C_{wit} .
 Dus blauw asbest is gevaarlijker.
- b Los op $\frac{C_{\text{wit}}}{2000} + \frac{75}{300} = 1$
 $\frac{C_{\text{wit}}}{2000} = 0,75$
 $C_{\text{wit}} = 0,75 \cdot 2000 = 1500$
 Dus voor $C_{\text{wit}} > 1500$.
- c $\frac{C_{\text{wit}}}{2000} + \frac{C_{\text{blauw}}}{300} = 1$
 $3 \cdot C_{\text{wit}} + 20 \cdot C_{\text{blauw}} = 6000$) $\times 6000$
 De getallen zijn 3 en 20.

$$d \quad \frac{C_{\text{wit}}}{2000} + \frac{C_{\text{blauw}}}{300} = 0,3$$

C_{wit}	0	600
C_{blauw}	90	0

$$\frac{C_{\text{wit}}}{2000} + \frac{C_{\text{blauw}}}{300} = 1$$

C_{wit}	0	2000
C_{blauw}	300	0



Bladzijde 174

- 19 a** Er zijn $200 \cdot 2 = 400$ passages.
 Bij een standaardtarief kost het $400 \cdot 5 = 2000$ euro.
 Met de t-tag kost het $150 \cdot 3,80 + 250 \cdot 3,05 = 1332,50$ euro.
 Dus hij is met de t-tag $2000 - 1332,50 = 667,50$ euro goedkoper uit.

Bladzijde 175

- b** Voor het eerste gedeelte geldt $K = 3,80p$.
 $p = 150$ geeft $K = 3,80 \cdot 150 = 570$
 Voor het tweede gedeelte geldt $K = 3,05p + b$.
 Door $(150, 570)$ geeft $3,05 \cdot 150 + b = 570$
 $457,50 + b = 570$
 $b = 112,50$
 Dus voor het tweede gedeelte geldt $K = 3,05p + 112,50$.
- c** $K_{\text{zonder btw}} = \frac{11,15p + 412,5}{1,21}$
 $a = \frac{11,15}{1,21} \approx 9,21$ en $b = \frac{412,5}{1,21} \approx 340,91$

- 20 a** Stel de breedte waarmee telkens wordt vermeerderd b .
 Dan geldt $21 + 4b = 93$ en dit geeft $b = 18$.
 De breedte van Z6-papier is $93 + 18 = 111$ cm.
- b** $n = 1$ geeft $O = 21 \cdot 30 = 630$ en $n = 2$ geeft $O = 39 \cdot 30 = 1170$.
 Dus $a = 1170 - 630 = 540$.

$$\left. \begin{array}{l} O = 540n + b \\ n = 1 \text{ en } O = 630 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 540 \cdot 1 + b = 630 \\ b = 90 \end{array}$$

 Dus $a = 540$ en $b = 90$.

Bladzijde 176

- 21 a** In de troposfeer is het verschil ongeveer 70°C .
 In de stratosfeer is het verschil ongeveer 55°C .
 In de mesosfeer is het verschil ongeveer 80°C .
 Het verschil is het kleinst in de stratosfeer.

Bladzijde 177

- b** $T = 2,8h - 134,1$
 $2,8h - 134,1 = T$
 $2,8h = T + 134,1$
 $h = \frac{1}{2,8}T + \frac{134,1}{2,8}$
 Dus $h = 0,36 \cdot T + 47,89$.
- c** Bij $T = -2,5$ hoort $h = 51$ en bij $T = -58,5$ hoort $h = 71$.
 $h = aT + b$ met $a = \frac{\Delta h}{\Delta T} = \frac{71 - 51}{-58,5 - (-2,5)} \approx -0,36$

$$\left. \begin{array}{l} h = -0,36T + b \\ T = -2,5 \text{ en } h = 51 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -0,36 \cdot (-2,5) + b = 51 \\ 0,9 + b = 51 \\ b = 50,1 \end{array}$$

 Dus $h = -0,36T + 50,1$.

- 22** Bij $W = 45\,000$ hoort $E = 500$ en bij $W = 95\,000$ hoort $E = 1500$.
 $E = aW + b$ met $a = \frac{\Delta E}{\Delta W} = \frac{1500 - 500}{95\,000 - 45\,000} = 0,02$

$$\left. \begin{array}{l} E = 0,02W + b \\ W = 45\,000 \text{ en } E = 500 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,02 \cdot 45\,000 + b = 500 \\ 900 + b = 500 \\ b = -400 \end{array}$$

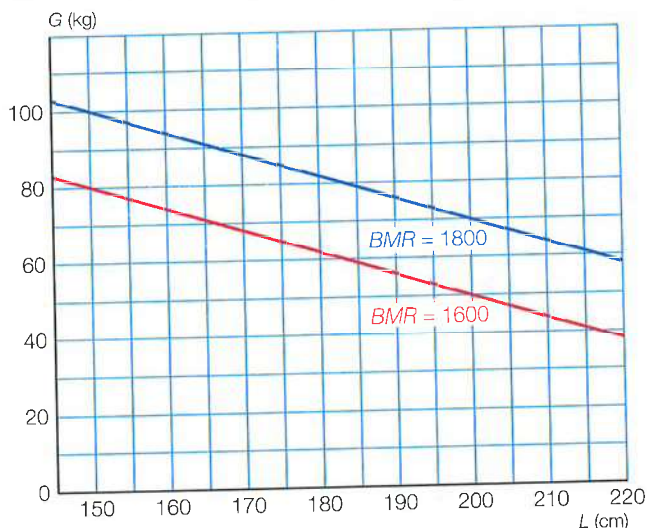
 Dus $E = 0,02W - 400$.

Bladzijde 178

- 23 a** $BMR = 10 \cdot 77 - 5 \cdot 25 + 6,25 \cdot 188 + 5 = 1825$
- b** Vanwege het gewicht neemt zijn BMR met $10 \cdot 5 = 50$ af.
 Vanwege zijn leeftijd neemt zijn BMR met $5 \cdot 1 = 5$ af.
 De BMR is $50 + 5 = 55$ verminderd.
- c** $J = 30$ en $BMR = 2000$ geeft
 $10G - 5 \cdot 30 + 6,25L + 5 = 2000$
 $10G = -6,25L + 2145$
 $G = -0,625L + 214,5$
 Dus $a = -0,6$ en $b = 214,5$.

Bladzijde 179

- d** $J = 30$ en $BMR = 1800$ geeft $10G - 5 \cdot 30 + 6,25L + 5 = 1800$ oftewel $G = -0,625L + 194,5$.
 Teken de lijn door de punten $(150; 100,75)$ en $(200; 69,5)$.



e $W = 2,2 \cdot G$ geeft $G = \frac{1}{2,2} \cdot W$ en $H = 0,033 \cdot L$ geeft $L = \frac{1}{0,033} \cdot H$.

Dit geeft $BMR = 10 \cdot \frac{1}{2,2} \cdot W - 5Y + 6,25 \cdot \frac{1}{0,033} \cdot H + 5$.

De getallen zijn $\frac{10}{2,2} \approx 4,5$ en $\frac{6,25}{0,033} \approx 189,4$.

12.3 Exponentiële verbanden

Bladzijde 180

- 24 a** $g_{\text{jaar}} = 1,0125$, dus $g_{20 \text{ jaar}} = 1,0125^{20} \approx 1,282$
De toename in 20 jaar is 28,2%.
- b** $g_{\text{jaar}} = 0,994$, dus $g_{100 \text{ jaar}} = 0,994^{100} \approx 0,548$
Dus in 100 jaar neemt de hoeveelheid met 45,2% af.
- c** Groeifactor per jaar is 1,0135, dus $1,0135^t = 2$.
Voer in $y_1 = 1,0135^x$ en $y_2 = 2$.
De optie snijpunt geeft $x = 51,69...$
Na 52 jaar is de hoeveelheid verdubbeld.
- d** Groeifactor per jaar is 0,9995, dus $0,9995^t = 0,5$.
Voer in $y_1 = 0,9995^x$ en $y_2 = 0,5$.
De optie snijpunt geeft $x = 1385,9...$
De halveringstijd is 1386 jaar.
- e** $g_{20 \text{ jaar}} = 2$, dus $g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{20}} \approx 1,035$.
Het groeipercentage is 3,5% per jaar.
- f** $g_{577 \text{ jaar}} = 0,5$, dus $g_{\text{jaar}} = 0,5^{\frac{1}{577}} \approx 0,99880$.
De hoeveelheid neemt jaarlijks met 0,120% af.
- g** $N = \frac{200}{1,85^{0,1t}} = 200 \cdot 1,85^{-0,1t} = 200 \cdot (1,85^{-0,1})^t \approx 200 \cdot 0,94^t$
Dus $N = 200 \cdot 0,94^t$.
- h** Voer in $y_1 = 0,05 \cdot 40^x$ en $y_2 = 25 \cdot 10^6$.
De optie snijpunt geeft $x = 5,429...$
Dus $x = 5,43$.
- i** $\frac{1,5 \cdot 10^6}{10^8} = 0,015$; $\frac{2,3 \cdot 10^4}{1,5 \cdot 10^6} \approx 0,0153$; $\frac{340}{2,3 \cdot 10^4} \approx 0,0148$ en $\frac{5,1}{340} = 0,015$
De quotiënten zijn bij benadering gelijk, dus bij de tabel hoort een exponentieel verband.
- j** $H = b \cdot g^t$
 $g_{13 \text{ jaar}} = \frac{10640}{3680}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\frac{10640}{3680}\right)^{\frac{1}{13}} = 1,0850...$
$$\left. \begin{array}{l} H = b \cdot 1,0850...^t \\ t = 5 \text{ en } H = 3680 \end{array} \right\} b \cdot 1,0850...^5 = 3680$$
$$b = \frac{3680}{1,0850...^5} \approx 2450$$

Dus $H = 2450 \cdot 1,085^t$.
- k** Bij $t = 3$ hoort $N = 90$ en bij $t = 10$ hoort $N = 3000$.
 $g_{7 \text{ jaar}} = \frac{3000}{90}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\frac{3000}{90}\right)^{\frac{1}{7}} = 1,650...$
$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,650...^t \\ t = 3 \text{ en } N = 90 \end{array} \right\} b \cdot 1,650...^3 = 90$$
$$b = \frac{90}{1,650...^3} \approx 20$$

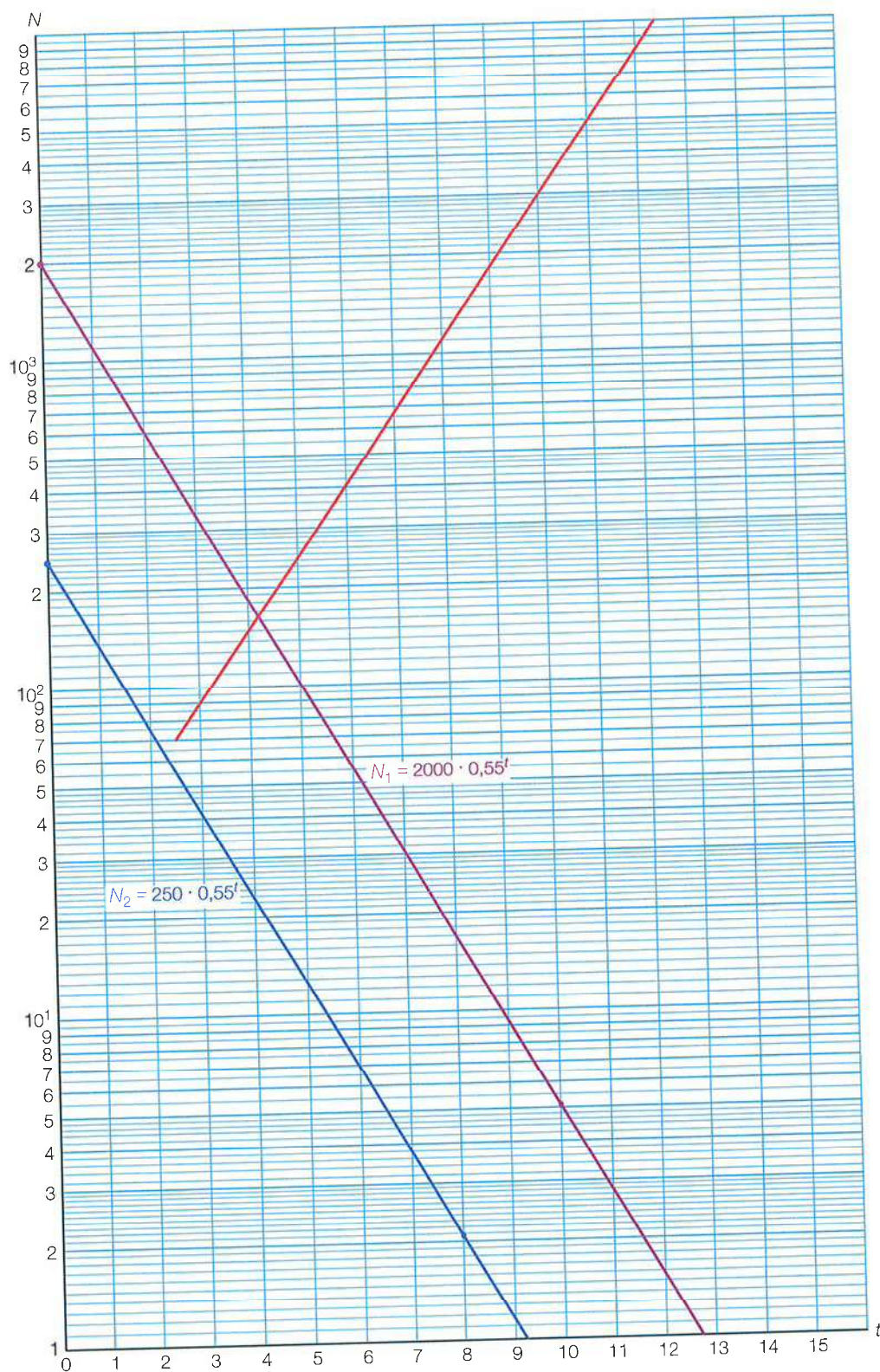
Dus $b = 20$ en $g = 1,65$.

$$1 \quad N_1 = 2000 \cdot 0,55^t$$

t	0	10
N_1	2000	5,1

$$N_2 = 250 \cdot 0,55^t$$

t	0	8
N_1	250	2,1



De lijnen zijn evenwijdig omdat de groeifactoren gelijk zijn.

Bladzijde 184

- 25 a** $g_{30 \text{ jaar}} = 0,5$, dus $g_{\text{jaar}} = 0,5^{\frac{1}{30}} \approx 0,977$.
De afname is 2,3% per jaar.
- b** $g_{300 \text{ jaar}} = 0,5^{10} = 0,000976...$
Dus er is nog ongeveer 0,098% over.
- c** $D = 1 - \frac{1}{2,058^{0,1d}} = 1 - 2,058^{-0,1d} = 1 - (2,058^{-0,1})^d$
Dus $g = 2,058^{-0,1} \approx 0,93$.

Bladzijde 185

- d** Van de straling die door het staal wordt doorgelaten moet $\frac{5}{8}$ deel, dat is 62,5%, door het beton worden doorgelaten.
Los op $\frac{100}{1,021^d} = 62,5$.
Voer in $y_1 = \frac{100}{1,021^x}$ en $y_2 = 62,5$.
De optie snijpunt geeft $x = 22,6...$
Dus het beton moet 23 cm dik zijn.

- 26 a** Na 6 uur is de temperatuur $72,5^\circ\text{C}$.
In de eerste 6 uur is de afname $4,2 + 4,1 + 4,0 + 3,9 + 3,8 + 3,7 = 23,7^\circ\text{C}$.
De begintemperatuur is $72,5 + 23,7 = 96,2^\circ\text{C}$.
- b** Na 6 uur is de temperatuur $85,8^\circ\text{C}$ en na 12 uur is de temperatuur $77,1^\circ\text{C}$.
 $g_{6 \text{ uur}} = \frac{77,1}{85,8}$, dus $g_{\text{uur}} = \left(\frac{77,1}{85,8}\right)^{\frac{1}{6}} = 0,98233...$
Het percentage is 1,77%.
- c** $T = 77,1 \cdot 0,9823^t$ met T de temperatuur en t de tijd in uren met $t = 0$ na 12 uur.
Los op $77,1 \cdot 0,9823^t = 65$.
Voer in $y_1 = 77,1 \cdot 0,9823^x$ en $y_2 = 65$.
De optie snijpunt geeft $x = 9,559...$
Dus $12 + 9 = 21$ uren.

Bladzijde 186

- 27** In 2007.
Het aantal patiënten met een zorginfectie is $0,078 \cdot 1,8$ miljoen = 140 400.
De kosten zijn $4 \cdot 1140 \cdot 140 400 = 640,224$ miljoen euro.
In 2012.
Het aantal patiënten met een zorginfectie is $0,038 \cdot 2,0$ miljoen = 76 000.
De kosten per dag zijn $1140 \cdot 1,03^5 \approx 1322$ euro.
De kosten zijn $4 \cdot 1322 \cdot 76 000 = 401,888$ miljoen euro.
De kosten waren $640,224 - 401,888 \approx 238$ miljoen euro lager.

Bladzijde 187

- 28 a** $g_{10 \text{ jaar}} = 0,5$, dus $g_{\text{jaar}} = 0,5^{\frac{1}{10}} = 0,933...$
De afname is 7% per jaar.
- b** $g_{\text{jaar}} = 1,0089$
Los op $1,0089^t = 1,5$.
Voer in $y_1 = 1,0089^x$ en $y_2 = 1,5$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 45,8$.
Het zou 46 jaar duren.
- 29 a** $g_{85 \text{ km}} = \frac{0,0037}{1013}$, dus $g_{\text{km}} = \left(\frac{0,0037}{1013}\right)^{\frac{1}{85}} \approx 0,863$.
Het percentage is 13,7%.
- b** $L = 1013 \cdot 0,863^h$, dus los op $1013 \cdot 0,863^h = 4,5$.
Voer in $y_1 = 1013 \cdot 0,863^x$ en $y_2 = 4,5$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 37$, dus $h = 37$.
 $h = 37$ geeft $T = 2,8 \cdot 37 - 134,1 \approx -31^\circ\text{C}$

Bladzijde 188

- 30 a** Formaat A_n heeft oppervlakte $1\,000\,000 \cdot 0,5^n \text{ mm}^2$.
Dus formaat A11 heeft oppervlakte $1\,000\,000 \cdot 0,5^{11} \approx 488 \text{ mm}^2$.
- b** $h = \sqrt{2} \cdot b$ en $h \cdot b = \text{oppervlakte}$ geeft $\sqrt{2} \cdot b \cdot b = \text{oppervlakte}$.
Los op $b^2 \sqrt{2} = 15\,625$

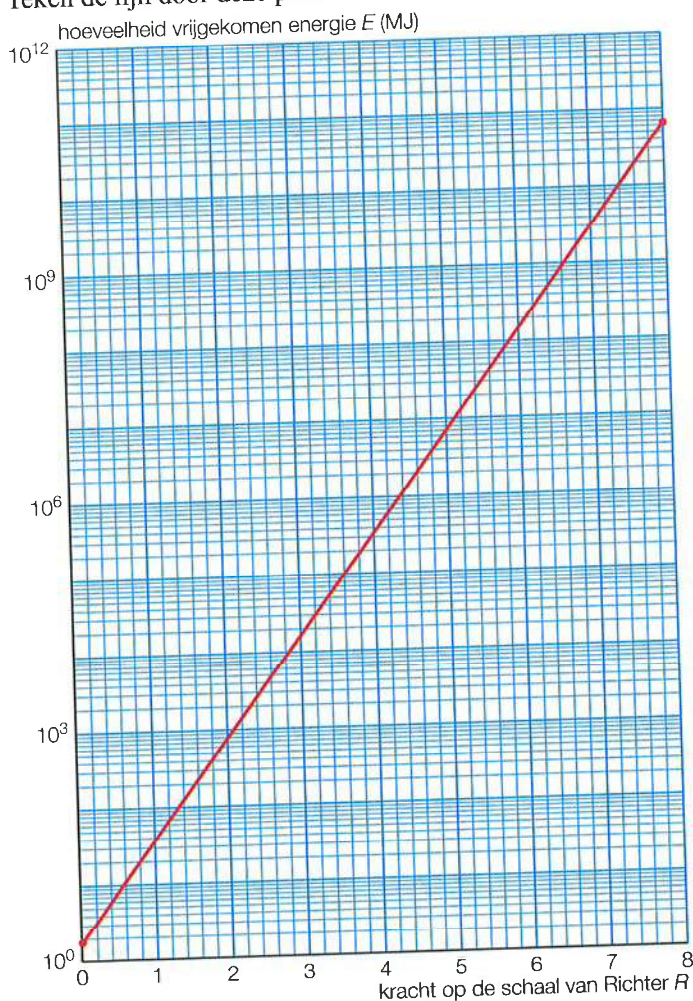
$$b^2 = \frac{15\,625}{\sqrt{2}}$$

$$b = 105,11\dots$$

$$h = \sqrt{2} \cdot 105,11\dots = 148,65\dots$$
Dus $h \approx 149 \text{ mm}$ en $b \approx 105 \text{ mm}$.
- c** $\frac{84}{119} \approx 0,71$; $\frac{59}{84} \approx 0,70$; $\frac{42}{59} \approx 0,71$ en $\frac{30}{42} \approx 0,71$
De quotiënten zijn bij benadering gelijk, dus er is sprake van een exponentieel verband.

Bladzijde 189

- 31 a** $6,3 - 3,3 = 3$, dus $30^3 = 27\,000$ keer zoveel.
- b** $R = 6,3$ geeft $E = 0,06 \cdot 32^{6,3} \approx 182 \cdot 10^6 \text{ MJ}$
9% van $182 \cdot 10^6$ is $0,09 \cdot 182 \cdot 10^6 \approx 16,4 \cdot 10^6 \text{ MJ}$
Los op $0,06 \cdot 32^R = 16,4 \cdot 10^6$.
Voer in $y_1 = 0,06 \cdot 32^x$ en $y_2 = 16,4 \cdot 10^6$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 5,6$.
Dus $R = 5,6$.
- c** $R = 1$ geeft $E = 1,92$, dus teken het punt $(1; 1,92)$.
 $R = 8$ geeft $E \approx 6,6 \cdot 10^{10}$, dus teken het punt $(8; 6,6 \cdot 10^{10})$.
Teken de lijn door deze punten.



- 32** $g_{20 \text{ jaar}} = 3$, dus $g_{\text{jaar}} = 3^{\frac{1}{20}} = 1,056\dots$
Dus met 6%.

Bladzijde 190**33** 90% afgestorven, dus 10% over.10% van $3 \cdot 10^8$ is $3 \cdot 10^7$.Lees af: de afname van $3 \cdot 10^8$ tot $3 \cdot 10^7$ duurt 1 minuut.**34 a** $g_{\text{jaar}} = 0,97$, dus $g_{20 \text{ jaar}} = 0,97^{20} = 0,543...$
De afname is 46%.**b** Groeifactor per jaar is 0,95, dus los op $0,95^t = 0,5$.Voer in $y_1 = 0,95^x$ en $y_2 = 0,5$.De optie snijpunt geeft $x = 13,51...$ Dus in $2010 + 14 = 2024$.**Bladzijde 191****35 a** Bij do is dat in maand 4 van 2017.

Bij ac is dat in maand 8 van 2019.

Dus 2 jaar en 4 maanden later.

b De lijnen zijn evenwijdig, dus de groeifactoren zijn gelijk.

Dus ook de groeipercents zijn gelijk en dus heeft de lezer ongelijk.

12.4 Werken met formules**Bladzijde 192**

36 a $M = K - L = 2p \left(\frac{p}{16} + 0,6 \right) - (1,8 + 0,14p^2)$

$$= \frac{2p^2}{16} + 1,2p - 1,8 + 0,14p^2$$

$$= 0,125p^2 + 1,2p - 1,8 + 0,14p^2$$

$$= 0,265p^2 + 1,2p - 1,8$$

Dus $M = 0,265p^2 + 1,2p - 1,8$.

b $H = 0,04q^2$ invullen bij $F = \frac{12,6G}{H}$ geeft $F = \frac{12,6G}{0,04q^2} = \frac{12,6}{0,04} \cdot G \cdot q^{-2} = 315 \cdot G \cdot q^{-2}$.

Dus $F = 315 \cdot G \cdot q^{-2}$.

c $N = 75n$ invullen bij $M = 2,5 \cdot N^{0,6} \cdot p^{0,8}$ geeft

$$M = 2,5 \cdot (75n)^{0,6} \cdot p^{0,8} = 2,5 \cdot 75^{0,6} \cdot n^{0,6} \cdot p^{0,8} \approx 33,3 \cdot n^{0,6} \cdot p^{0,8}$$

Dus $a = 33,3$ en $b = 0,6$.

d $Z \left(2 - \frac{R}{50} \right) = 3$

$$2 - \frac{R}{50} = \frac{3}{Z}$$

$$-\frac{R}{50} = -2 + \frac{3}{Z}$$

$$R = 100 - \frac{150}{Z} \quad \times -50$$

e $K = 1000 \cdot \left(\frac{1}{100} \right)^q = 10^3 \cdot \left(\frac{1}{10^2} \right)^q = 10^3 \cdot (10^{-2})^q = 10^3 \cdot 10^{-2q} = 10^{3-2q}$

f $R = 30$ en $Q = 15$ invullen bij $BL = \frac{(180 - R) \cdot Q}{0,75K^2}$ geeft

$$BL = \frac{(180 - 30) \cdot 15}{0,75K^2} = \frac{150 \cdot 15}{0,75} \cdot K^{-2} = 3000 \cdot K^{-2}$$

Dus $a = 3000$ en $b = -2$.**g** Als A toeneemt, dan neemt $3A$ toe.Als B afneemt, dan neemt B^2 af, dus ook $B^2 + 2$ neemt af.Van $D = \frac{3A}{B^2 + 2}$ neemt de teller toe en de noemer af, dus D neemt toe.

h $E = \frac{300-A}{12B}$ geeft $12B = \frac{300-A}{E}$ oftewel $B = \frac{300-A}{12E}$.

Als A toeneemt, dan neemt $300 - A$ af. De teller blijft positief, want A tussen 100 en 200.

Als E toeneemt, dan neemt $12E$ toe.

Van $B = \frac{300-A}{12E}$ neemt de teller af en de noemer neemt toe, dus B neemt af.

Bladzijde 196

37 a $9 \text{ km/uur} = \frac{9}{60} = 0,15 \text{ km/minuut}$

De wandelsnelheid is $\frac{0,15}{2,5} = 0,06 \text{ km/minuut}$.

Totale afstand = afstand hardlopen + afstand wandelen, dus $A = 0,15 \cdot H + 0,06 \cdot H$.

b Invullen van $W = 60 - H$ bij $A = 0,15 \cdot H + 0,06 \cdot W$ geeft

$$A = 0,15 \cdot H + 0,06 \cdot (60 - H)$$

$$A = 0,15 \cdot H + 3,6 - 0,06 \cdot H$$

$$A = 0,09H + 3,6.$$

Bladzijde 197

38 a $I_{\text{knikker}} = 0,5236 \cdot 1,3^3 = 1,15... \text{ cm}^2$

Het aantal knikkers is $\frac{0,64 \cdot 800}{1,15...} \approx 445$.

b 64% van I_{pot} is $0,64 \cdot I_{\text{pot}}$

$$K = \frac{0,64 \cdot I_{\text{pot}}}{I_{\text{knikker}}} = \frac{0,64}{0,5236} \cdot \frac{I_{\text{pot}}}{d^3} \approx 1,222 \cdot \frac{I_{\text{pot}}}{d^3}$$

c Voor het maximale aantal moet p zo groot mogelijk zijn ($p = 65,0$) en d zo klein mogelijk zijn ($d = 1,5$).

Het maximale aantal is $0,0191 \cdot 65,0 \cdot \frac{1000}{1,5^3} = 367,85... \text{ dus } 367 \text{ (of } 368\text{)}.$

Bladzijde 198

39 $L = 100 \cdot l$ invullen bij $S = 0,007184 \cdot L^{0,725} \cdot M^{0,425}$ geeft

$$S = 0,007184 \cdot (100 \cdot l)^{0,725} \cdot M^{0,425}$$

$$S = 0,007184 \cdot 100^{0,725} \cdot l^{0,725} \cdot M^{0,425}$$

$$S = 0,202 \cdot l^{0,725} \cdot M^{0,425}$$

40 a V is minimaal 0 en maximaal 100.

De minimale waarde is $I_A = \frac{0}{20} + \frac{27-24}{10} = 0,3$.

De maximale waarde is $I_A = \frac{100}{20} + \frac{27-24}{10} = 5,3$.

b Los op $\frac{35}{20} + \frac{27-T}{10} < 2$.

Voer in $y_1 = \frac{35}{20} + \frac{27-x}{10}$ en $y_2 = 2$.

De optie snijpunt geeft $x = 24,5$.

Uit de plot volgt dat $T > 24,5$, dus bij temperaturen van meer dan $24,5^\circ\text{C}$.

c Bij constante temperaturen vermindert $\frac{27-T}{10}$ niet.

Als V afneemt, dan neemt $\frac{V}{20}$ af, dus dan neemt I_A af.

Bij afnemende I_A neemt het risico op bosbranden toe.

Bladzijde 199

d $V = 43$ geeft $I_C = (216 - 2,84 \cdot 43 + 1,12T) \cdot 0,97^{43}$
 $I_C = (93,88 + 1,12T) \cdot 0,2698...$
 $I_C = 0,30T + 25,34$

- e** Risico volgens de Angström Index zeer groot, dus $I_A < 2$ oftewel $0,05V + 0,2 < 2$ en dit geeft $V < 36$.
 Volgens de Chandler Burning Index zeer klein, dus $I_C < 50$ oftewel $(244 - 2,84V) \cdot 0,97^V < 50$.
 Voer in $y_1 = (244 - 2,84V) \cdot 0,97^x$ en $y_2 = 50$.
 De optie snijpunt geeft $x = 34,9...$ en uit de plot volgt dat $V > 34,9...$
 Dus bij een relatieve luchtvochtigheid van 35% is dit het geval.

Bladzijde 200

- 41 a** Als p toeneemt, dan neemt $\frac{p}{100}$ toe, dus dan neemt $1 - \frac{p}{100}$ af en dan neemt

$$B \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) \text{ af.}$$

Dus dan wordt een kleiner aantal personen besmet.

- b** $B_v = 1$ en $B = 2,2$ geeft $2,2 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) = 1$

$$1 - \frac{p}{100} = \frac{1}{2,2}$$

$$\frac{p}{100} = 1 - \frac{1}{2,2}$$

$$p = 100 \cdot \left(1 - \frac{1}{2,2}\right) = 54,54...$$

Dus minimaal 55%.

Bladzijde 201

- c** Zonder vaccinatie is in week 46 het aantal personen met griep $1000 \cdot 2,2^6 \approx 113\,380$.

$$B_v = 2,2 \cdot \left(1 - \frac{14}{100}\right) = 1,892$$

Met vaccinatie is in week 46 het aantal personen met griep $1000 \cdot 1,892^6 \approx 45\,870$.

Dus $\frac{113\,380 - 45\,870}{113\,380} \times 100\% \approx 60\%$ minder.

Alternatieve uitwerking:

$$p = 14 \text{ geeft } 1 - \frac{p}{100} = 1 - \frac{14}{100} = 0,86$$

$$0,86^6 = 0,4045...$$

Dus 60% minder.

- d** $B_v = 1$ geeft $B \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) = 1$

$$1 - \frac{p}{100} = \frac{1}{B}$$

$$\frac{p}{100} = 1 - \frac{1}{B}$$

$$p = 100 \cdot \left(1 - \frac{1}{B}\right) = 100 - \frac{100}{B}$$

- e** $B_v = 1$ geeft formule 2, dus $p = 100 - \frac{100}{B}$.

$$B = 20 \text{ geeft } p = 100 - \frac{100}{20} = 95$$

Als mazelen zich zal uitbreiden is $B_v > 1$, dus $p < 95$.

Dat is het geval bij de landen Denemarken, Frankrijk, Italië, Noorwegen en Oostenrijk.

42 $P = 100 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^n = 10^2 \cdot (10^{-1})^n = 10^2 \cdot 10^{-n} = 10^{2-n}$

Bladzijde 202

- 43 a $R_R - R_F = 2307 - 2107 = 200$
 $V_F = \frac{1}{1 + 10^{0,0025 \cdot 200}} \approx 0,24$
 $V_F < 0,5$, dus je mag verwachten dat Faber zal verliezen.
- b Als R_B groter wordt, dan wordt $0,0025 \cdot (R_B - 1932)$ groter.
 Dan wordt $10^{0,0025 \cdot (R_B - 1932)}$ groter en dan wordt $\frac{1}{10^{0,0025 \cdot (R_B - 1932)}}$ kleiner.

Bladzijde 203

- c $V_W = \frac{1}{1 + 10^{0,0025 \cdot (2862 - 2744)}} = 0,3364...$
 $P = 1$, dus $P - V_W = 0,6635...$
 $10 \cdot 0,6635... = 6,635... \approx 7$
 De nieuwe rating is $2744 + 7 = 2751$.
- d P is hoogstens 1 en V is minstens 0.
 Dus $P - V$ is hoogstens 1 en dus is $10 \cdot (P - V)$ hoogstens 10.
- 44 Met de eigen schatting wordt G kleiner en daarmee wordt de BMI kleiner.
 Ook wordt L groter, dus L^2 wordt groter en daarmee wordt de BMI kleiner.

Bladzijde 204

- 45 a $v = 93$ geeft $A = 93 \cdot \left(\frac{93}{188} + 0,14\right) \approx 59$
 De afstand is maar 50 meter, dus de automobilist houdt niet de veilige afstand aan.
- b Als v groter wordt, dan wordt $\frac{v}{188}$ groter en ook $\frac{v}{188} + 0,14$ wordt groter.
 Dus $v \cdot \left(\frac{v}{188} + 0,14\right)$ wordt ook groter.
- c $A = v \cdot \left(\frac{v}{188} + 0,14\right) = \frac{v^2}{188} + 0,14v$
 $W = A + 4,50 = \frac{v^2}{188} + 0,14v + 4,50$
 Dus $W = 0,01v^2 + 0,14v + 4,50$.

Bladzijde 205

- 46 a L wordt groter en G blijft gelijk, dus $(140 - L) \cdot G$ wordt kleiner.
 Omdat GFR groter wordt, moet K kleiner worden, en bij een kleinere K hoort een betere nierfunctie.
- b $L = 40$ en $G = 80$ invullen geeft $GFR = \frac{(140 - 40) \cdot 80}{0,81 \cdot K} = \frac{8000}{0,81} \cdot \frac{1}{K} \approx 9877 \cdot K^{-1}$.

12.5 Statistiek**Bladzijde 206**

- 47 a De verdeling is links-scheef, dus het gemiddelde is kleiner dan de mediaan.
 Aantal leerlingen tot en met 5 punten is $1 + 2 + 3 + 5 + 10 + 15 = 36$.
 Aantal leerlingen tot en met 6 punten is $36 + 20 = 56$.
 Dus de mediaan is 6.
 De modus is 7.
 De volgorde is gemiddelde, mediaan, modus.
- b Aantal leerlingen tot en met 4 punten is 21 en aantal leerlingen tot en met 5 punten is 36, dus $Q_1 = 5$.
 Dus boxplot C hoort bij de test.

- c Alleen volwassenen zijn ondervraagd.
Alleen bezoekers van het Rijksmuseum zijn ondervraagd.

d

		voelt zich veilig		totaal
		ja	nee	
woont in Amsterdam	ja	130	30	160
	nee	810	80	890
totaal		940	110	1050

$$\phi = \frac{130 \cdot 80 - 30 \cdot 810}{\sqrt{160 \cdot 890 \cdot 940 \cdot 110}} \approx -0,11$$

$-0,2 \leq \phi \leq 0,2$, dus het verschil is gering.

- e De variabelen zijn *woont in Amsterdam* en *voelt zich veilig*.
Beide variabelen zijn kwalitatief, want het zijn geen hoeveelheden.

Bladzijde 207

- 48 a Bij groep A is de verdeling symmetrisch en het gemiddelde is gelijk aan de mediaan (beide 512).

Bij groep B is de verdeling niet symmetrisch en bovendien is het gemiddelde (521) niet precies gelijk aan de mediaan (520).

Dus bij groep B zijn de scores niet normaal verdeeld.

- b Dat kan met effectgrootte of boxplots.

effectgrootte

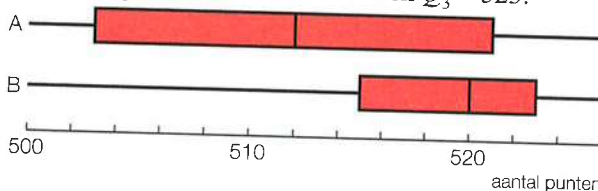
$$E = \frac{521 - 512}{\frac{1}{2}(7,5 + 13,0)} \approx 0,88$$

$E > 0,8$, dus het verschil is groot.

boxplots

Bij A is $Q_1 = 503$, mediaan = 512 en $Q_3 = 521$.

Bij B is $Q_1 = 515$, mediaan = 520 en $Q_3 = 523$.



De boxen overlappen.

De mediaan van A ligt buiten de box van B.

Dus het verschil is middelmatig.

- c Volgens de vuistregels bij de normale verdeling zouden $0,025 \cdot 1030 \approx 26$ leerlingen een score moeten hebben van $\mu - 2\sigma = 521 - 2 \cdot 7,5 = 506$ of lager.
In de tabel zijn dat er $1 + 1 + 1 + 2 + 3 + 3 + 4 + 5 + 6 = 26$.
Dit komt dus met elkaar overeen.
- d $4\sigma = 536 - 502 = 34$, dus $\sigma = 8,5$.

Bladzijde 208

e $\hat{p} = \frac{268}{1117} \approx 0,24$ en $\sigma = \sqrt{\frac{0,24 \cdot 0,76}{1117}} = 0,0127\dots$

$$\hat{p} - 2\sigma = 0,24 - 2 \cdot 0,0127\dots \approx 0,214$$

$$\hat{p} + 2\sigma = 0,24 + 2 \cdot 0,0127\dots \approx 0,266$$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is [21,4%; 26,6%].

- f Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is

$$\left[170 - 2 \cdot \frac{40}{\sqrt{1117}}, 170 + 2 \cdot \frac{40}{\sqrt{1117}} \right] \approx [167,6; 172,4].$$

Bladzijde 214

49 a $4\sigma = 64,4 - 63,6 = 0,8$, dus $\sigma = \frac{0,8}{4} = 0,2$.

b $p = 63,6$ geeft $K = 0,0191 \cdot 63,6 \cdot \frac{1050}{0,953} \approx 1488$

$p = 64,4$ geeft $K = 0,0191 \cdot 64,4 \cdot \frac{1050}{0,953} \approx 1506$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is $[1488, 1506]$.

Bladzijde 215

50 a $\hat{p} = \frac{1286}{32664} = 0,0393...$

$\sigma = \sqrt{\frac{0,0393...(1 - 0,0393...)}{32664}} = 0,0010...$

$\hat{p} - 2\sigma = 0,0393... - 2 \cdot 0,0010... \approx 0,037$

$\hat{p} + 2\sigma = 0,0393... + 2 \cdot 0,0010... \approx 0,042$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is $[3,7\%; 4,2\%]$.

geopereerd

b

		wel	niet	totaal
zorginfectie opgelopen	wel	1286	3408	4694
	niet	31378	59227	90605
	totaal	32664	62635	95299

$\phi = \frac{1286 \cdot 59227 - 3408 \cdot 31378}{\sqrt{4694 \cdot 90605 \cdot 32664 \cdot 62635}} \approx -0,03$

$-0,2 \leq \phi \leq 0,2$, dus het verschil is gering.

c De variabelen zijn *zorginfectie opgelopen* en *geopereerd*.

Beide variabelen zijn kwalitatief, want deze variabelen zijn niet in een getal uitgedrukt.

Bladzijde 217

51 a conclusie 1

De gemiddelde score van de 16- en 24-jarigen in Nederland is hoger dan 285, terwijl dat van de hele populatie ongeveer 280 is. Dit betekent dat de groep 16- tot 24-jarigen gemiddeld hoger gescoord heeft dan de groep 25- tot 65-jarigen, dus de conclusie is juist.

conclusie 2

De gemiddelde score van de 16- en 24-jarigen in Zweden is hoogstens gelijk aan de gemiddelde score van Oostenrijk en die is lager dan 280. De gemiddelde score van de hele populatie is 280, dus de groep 16- tot 24-jarigen heeft gemiddeld lager gescoord dan de 25- tot 65-jarigen, dus de conclusie is juist.

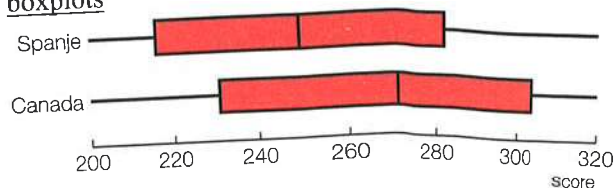
b De mediaan is (272,5) is niet gelijk aan het gemiddelde (268,7) en dat moet wel bij een normale verdeling.

c Dat kan met de effectgrootte of met boxplots.

$E = \frac{265,5 - 245,8}{\frac{1}{2}(55,5 + 51,3)} \approx 0,37$

$E \leq 0,4$, dus het verschil is gering.

boxplots



De boxen overlappen elkaar en de medianen liggen binnen de box van de andere boxplot, dus het verschil is gering.

Bladzijde 218

- d** De standaardafwijking bij Australië is 56,6 en de standaardafwijking bij Spanje is 51,3. Dus de spreiding bij Australië is groter dan bij Spanje.
De interkwartielafstand bij Australië is $305,4 - 234,7 = 70,7$ en de interkwartielafstand bij Spanje is $280,9 - 216,3 = 64,6$.
Dus de spreiding bij Australië is groter dan bij Spanje.
- e** Het verschil tussen de hoogste en de laagste waarde is voor Nederland groter dan voor Japan.
In Japan is de spreiding kleiner dan in Nederland.

52 $\hat{p} = \frac{4292}{7400} = 0,58$ en $\sigma = \sqrt{\frac{0,58 \cdot 0,42}{7400}} = 0,0057...$
 $\hat{p} - 2\sigma = 0,58 - 2 \cdot 0,0057... \approx 0,5685$
 $\hat{p} + 2\sigma = 0,58 + 2 \cdot 0,0057... \approx 0,5915$
 Het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor het percentage is $[56,85; 59,15]$.
 Dit interval ligt binnen $[56,6; 59,4]$, dus uitspraak 1 is juist.

Bladzijde 219

- 53** Gebruik de effectgrootte.

$$E = \frac{0,9}{\frac{1}{2}(6,0 + 6,2)} \approx 0,15$$

$E \leq 0,4$, dus het verschil is gering.

- 54 a** 95%, dus tussen $\mu - 2\sigma$ en $\mu + 2\sigma$.
 $4\sigma = 5,3 - 4,0 = 1,3$, dus $\sigma = \frac{1,3}{4} \approx 0,3$ biljoen per liter

- b** Gebruik de effectgrootte.

$$\text{man } \bar{X}_1 = \frac{8,6 + 11,0}{2} = 9,8 \text{ en } S_1 = 0,6$$

$$\text{vrouw } \bar{X}_2 = \frac{7,6 + 10,0}{2} = 8,8 \text{ en } S_1 = 0,6$$

$$E = \frac{9,8 - 8,8}{\frac{1}{2}(0,6 + 0,6)} \approx 1,7$$

$E > 0,8$, dus het verschil is groot.

Bladzijde 220

- 55 a** $100 - 5,6 = 94,4$, dus 94,4% is 7318.
 aantal kassabonnen is $\frac{100}{94,4} \cdot 7318 = 7752$
 Dus $2 \cdot 7752 = 15\,504$ dollar aan metrokaartjes.
- b** Lees af: meer dan 1000 kcal ongeveer 42%.
 Dus van lunchrestaurants van tex-mex.

Bladzijde 221

- c** Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is
 $\left[857 - 2 \cdot \frac{336}{\sqrt{3857}}, 857 + 2 \cdot \frac{336}{\sqrt{3857}} \right] \approx [846, 868]$.

Dus 750 ligt niet in het 95%-betrouwbaarheidsinterval.

- d** Voorbeelden van juiste aspecten:
- Het onderzoek is alleen gehouden onder volwassenen die in hun lunchpauze ergens gaan lunchen terwijl er ook volwassenen zullen zijn die hun eigen lunch meenemen of helemaal niet lunchen.
 - Het onderzoek is alleen gehouden onder volwassenen in New York City.
 - Het onderzoek is alleen gehouden in lunchzaken die op hun website calorie-informatie hadden staan.

- e Gebruik de effectgrootte.

$$E = \frac{766 - 713}{\frac{1}{2}(584 + 301)} \approx 0,12$$

$E \leq 0,4$, dus het verschil is gering en de stelling dat er een groot verschil is wordt dus niet ondersteund.

Bladzijde 222

56

a $\hat{p} = 0,23$ en $\sigma = \sqrt{\frac{0,23 \cdot 0,77}{6714}} = 0,0051\dots$

$$\hat{p} - 2\sigma = 0,23 - 2 \cdot 0,0051\dots = 0,219\dots$$

$$\hat{p} + 2\sigma = 0,23 + 2 \cdot 0,0051\dots = 0,240\dots$$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is [22%, 24%].

- b Gebruik de volgende kruistabel:

	havo	vwo	totaal
wel gerookt	410	261	671
niet gerookt	1395	1383	2778
totaal	1805	1664	3449

$$\phi = \frac{410 \cdot 1383 - 261 \cdot 1395}{\sqrt{671 \cdot 2778 \cdot 1805 \cdot 1664}} \approx 0,08$$

Omdat $-0,2 \leq \phi \leq 0,2$ is het verschil gering.

Bladzijde 223

- c Uit de tabel blijkt dat lage aantallen sigaretten een veel hogere frequentie hebben dan hoge aantallen.

Hierbij past polygoon b.

- d Bij de meisjes ligt de mediaan bij $\frac{1}{2} \cdot 336 = 168$, dus bij de meisjes is de mediaan kleiner dan 1 (want $168 < 196$).

Bij de jongens ligt de mediaan bij $\frac{1}{2} \cdot 376 = 188$, dus bij de jongens is de mediaan groter dan 1 (want $188 > 168$).

Dus bij de jongens is de mediaan het grootst.

Bladzijde 224

57

- a De boxen van juli en augustus overlappen elkaar, maar de mediaan van augustus ligt buiten de box van juli. Dus het verschil is middelmatig en de uitspraak is niet juist.

- b Het maximum van de februarimaanden is kleiner dan het minimum van de aprilmaanden.

Dus de uitspraak is juist.

Bladzijde 225

- c In 1995 is de totale erosie 4000 ha.

Zoek in figuur 12.38 naar het totaal 4000 ha. Dat is 2600 (linkeroever) en 1400 ha (rechteroever) en hierbij hoort een maximale waterdoorvoer van $88\,000 \text{ m}^3/\text{s}$.

- d De totale erosie in de periode 2001 tot en met 2005 was

$$1300 + 2200 + 2800 + 2600 + 1700 = 10\,600 \text{ ha} = 106 \text{ km}^2.$$

Het aantal bewoners is $106 \cdot 975 \approx 103\,000$.

Bladzijde 226

58

a $\mu - 2\sigma = 22,5 - 2 \cdot 6,9 = 8,7$

Volgens de vuistregels bij de normale verdeling zou 2,5% minder dan 8,7 scorepunten moeten hebben. Dat zijn $0,0025 \cdot 950 \approx 24$ kandidaten.

Uit de tabel aflezen geeft: 8 punten of minder dat zijn 24 kandidaten. Dus evenveel als je bij de normale verdeling zou verwachten.

Bladzijde 227

- b** Uit figuur 12.40 blijkt dat de modus 39 is.

De helft van 45 813 is 22 907.

Uit de tabel volgt dat de mediaan 36 is.

Het verschil is 3.

- c** Bij Engels heeft $\frac{5530}{45\,813} \times 100\% \approx 12,1\%$ een onvoldoende.

De helft van 22,8% is 11,4%, dus 12,1% is iets meer dan de helft van 22,8%.

- d** $\hat{p} = 0,228$ en $\sigma = \sqrt{\frac{0,228 \cdot 0,772}{950}} = 0,0136\dots$

$$\hat{p} - 2\sigma = 0,228 - 2 \cdot 0,0136\dots \approx 0,201$$

$$\hat{p} + 2\sigma = 0,228 + 2 \cdot 0,0136\dots \approx 0,255$$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is [20,1%; 25,5%].

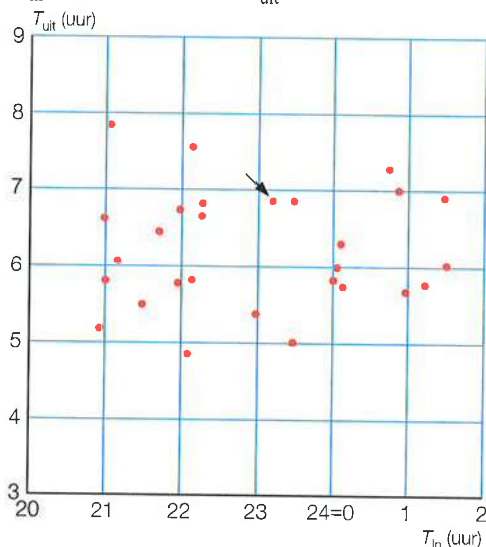
- e** Een puntenwolk of spreidingsdiagram is het meest geschikt.

Extra nodig:

- de resultaten van de kandidaten die in beide groepen zitten
- per kandidaat de scores van beide vakken.

Bladzijde 228**59**

- a** T_{in} iets na 23 uur en T_{uit} iets voor 7 uur.



- b** De spreidingsbreedte van T_{in} is $25,5 - 20,9 = 4,6$ uur.

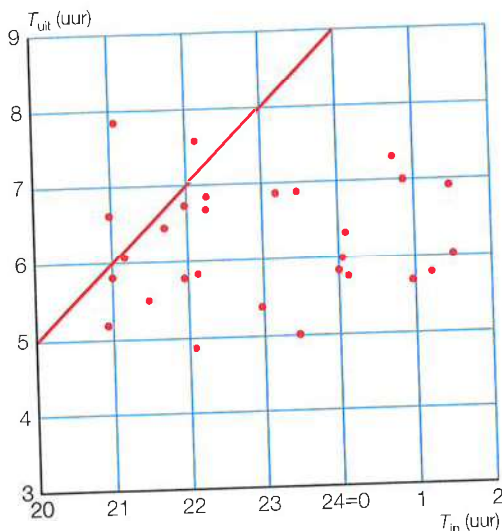
De spreidingsbreedte van T_{uit} is $7,8 - 4,9 = 2,9$ uur.

$$\frac{4,6}{2,9} \approx 1,6 \text{ dus op de puntjes moet } 1,6 \text{ staan.}$$

Bladzijde 229

- c** Bij I: De punten liggen niet op of rond een rechte of kromme lijn.
 Bij II: Bij een normale verdeling zouden er in het midden meer punten moeten liggen dan aan de randen en dat is niet zo.

- d Teken de lijn $T_{\text{uit}} - T_{\text{in}} = 9$.
Deze lijn gaat onder andere door de punten (21, 6) en (22, 7).



Er liggen 3 punten boven de lijn, dus hij heeft zich 3 nachten aan de stelregel gehouden.

- e I: De boxen overlappen elkaar niet, dus je kunt deze conclusie wel trekken.
II: Uit de boxplot kun je niet een gemiddelde aflezen, dus je kunt deze conclusie niet trekken.

12.6 Onderzoekopgaven

Bladzijde 230

60 Voor de gemiddelde voetafdruk per persoon geldt $V = 2,85 - 0,11t$ met t in jaren en $t = 0$ in 2010.

Los op $2,85 - 0,11t = 1,20$

$$-0,11t = -1,65$$

$$t = 15$$

Dus de formule $V = 2,85 - 0,11t$ is geldig tot en met 2025.

Voor de wereldbevolking geldt $W = 6,9 \cdot 1,007^t$ met t de tijd in jaren met $t = 0$ in 2010 en W in miljarden.

Voor $0 \leq t \leq 15$ geldt voor de totale voetafdruk $TV = 6,9 \cdot 1,007^t \cdot (2,85 - 0,11t)$.

Voer de formule in en maak een tabel. Je krijgt

$$t = 13 \text{ geeft } TV \approx 10,728$$

$$t = 14 \text{ geeft } TV \approx 9,966$$

$$t = 15 \text{ geeft } TV \approx 9,193$$

Voor $15 \leq t \leq 40$ geldt $TV = 6,9 \cdot 1,007^t \cdot 1,20 = 8,28 \cdot 1,007^t$.

Voer de formule in en maak een tabel. Je krijgt

$$t = 27 \text{ geeft } TV \approx 9,996$$

$$t = 28 \text{ geeft } TV \approx 10,066$$

Dus minder dan 10 miljard mha voor de jaren 2024 tot en met 2037.

Bladzijde 231

- 61** Voor het aantal senioren geldt

$$V_s = at + 35\,000 \text{ met } a = \frac{\Delta V_s}{\Delta t} = \frac{53\,000 - 35\,000}{12} = 1500.$$

$$\text{Dus } V_s = 1500t + 35\,000.$$

Voor het aantal junioren geldt

$$V_j = at + 33\,000 \text{ met } a = \frac{\Delta V_j}{\Delta t} = \frac{85\,000 - 33\,000}{12} = 4333.$$

$$\text{Dus } V_j = 4333t + 33\,000.$$

$$V_s + V_j = 1500t + 35\,000 + 4333t + 33\,000 = 5833t + 68\,000$$

$$\text{Er moet gelden } \frac{V_s}{V_s + V_j} = 0,35.$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{1500x + 35\,000}{5833x + 68\,000} \text{ en } y_2 = 0,35.$$

De optie snijpunt geeft $x = 20,68\dots$

Dus in het jaar $2002 + 21 = 2023$.

Bladzijde 233

- 62** B = aantal hokjes in de breedte zonder witruimte

$$B = an + b \text{ met } a = \frac{\Delta B}{\Delta n} = \frac{177 - 21}{40 - 1} = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} B = 4n + b \\ n = 1 \text{ en } B = 21 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 \cdot 1 + b = 21 \\ b = 17 \end{array}$$

$$\text{Dus } B = 4n + 17.$$

$$\text{Voor } n = 25 \text{ is } B = 117.$$

$$\text{Voor } n = 25 \text{ is de totale breedte } 117 + 8 = 125.$$

$$\text{Het percentage is } \frac{125^2 - 117^2}{125^2} \times 100\% \approx 12,4\%.$$

- 63** Meeste bioscopen per inwoner, dus minste aantal inwoners per bioscoop. Dat is Groningen.

Groningen heeft 11 bioscopen en 50 000 inwoners per bioscoop, dus $11 \cdot 50\,000 = 550\,000$ inwoners.

Er zijn 1 180 000 bioscoopbezoeken in Groningen, dat is $\frac{1\,180\,000}{550\,000} \approx 2,15$ bioscoopbezoeken per inwoner, dus Kees heeft gelijk.

Bladzijde 234

- 64** Er zijn $\frac{4620}{210} = 22$ zonnepanelen nodig, dus de kosten zijn 10 200 euro.

De gemiddelde prijs per kWh is $0,223 + 4,5 \cdot 0,003 = €0,2365$.

De opbrengst in 10 jaar is $10 \cdot 4620 \cdot 0,2365 = 10\,926$ euro.

De opbrengst is meer dan de kosten, dus de slogan klopt.

Bladzijde 235

- 65** Er worden $210 - 198 = 12$ extra tickets per vlucht verkocht.

Dat levert op 300 vluchten $300 \cdot 12 \cdot 78 = 280\,800$ dollar extra inkomsten.

In deze 300 vluchten moet aan $8 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 5 = 31$ passagiers een vergoeding van 250 dollar worden betaald.

De extra winst is dus $280\,800 - 31 \cdot 250 = 273\,050$ dollar.

De gemiddelde extra winst per stoel is $\frac{273\,050}{300 \cdot 198} = 4,59\dots$ dollar.

Dat is $\frac{4,59\dots}{11,25} \times 100\% \approx 40,9\%$ meer dan 11,25 dollar.

De risicoanalist heeft dus gelijk.

Bladzijde 236

- 66** In 2005 werden 13 750 auto's gestolen, dat is 0,01375 miljoen.
Aantal personenauto's N in miljoenen.

$$N = at + 7,93 \text{ met } t = 0 \text{ in 2013 en } a = \frac{7,93 - 6,55}{12} = 0,115.$$

$$\text{Dus } N = 0,115t + 7,93.$$

$$\text{Aantal gestolen auto's } A \text{ in miljoenen, dus } A = 0,0015N = 0,0015(0,115t + 7,93).$$

$$\text{Los op } 0,0015(0,115t + 7,93) = 0,01375$$

$$0,115t + 7,93 = 9,166...$$

$$0,115t = 1,236...$$

$$t \approx 10,75$$

$$\text{Dus in } 2013 + 11 = 2024.$$

Bladzijde 237

- 67** Benzine of diesel: 243 toename in 4 jaar, dus in 2020 is het $7725 + 243 = 7968$.
LPG: 38 afname in 4 jaar, dus in 2020 is het $165 - 38 = 127$.

$$\text{Elektrisch en hybride: groeifactor } \frac{211}{70} \text{ per 4 jaar, dus in 2020 is het } 211 \cdot \frac{211}{70} \approx 636.$$

$$\text{Totaal } 7968 + 127 + 636 = 8731.$$

$$\text{Het aandeel elektrisch en hybride is dan } \frac{636}{8731} \times 100\% \approx 7,3\%.$$

Dus het aandeel zal tenminste 5,2% zijn.