

6 Rekenregels en formules

Voorkennis Haakjes wegwerken en variabelen vrijmaken

Bladzijde 43

- 1 a $5(2x - 1) - 2(3x + 1) = 10x - 5 - 6x - 2 = 4x - 7$
 b $(x - 1)(x - 2) = x^2 - 2x - x + 2 = x^2 - 3x + 2$
 c $(4x + 1)(4x - 1) = 16x^2 - 4x + 4x - 1 = 16x^2 - 1$
 d $(3a - 2b)^2 = (3a - 2b)(3a - 2b) = 9a^2 - 6ab - 6ab + 4b^2 = 9a^2 - 12ab + 4b^2$
 e $5(p - 3q)^2 = 5(p - 3q)(p - 3q) = 5(p^2 - 3pq - 3pq + 9q^2) = 5(p^2 - 6pq + 9q^2) = 5p^2 - 30pq + 45q^2$
 f $2m(m + 1)^2 = 2m(m + 1)(m + 1) = 2m(m^2 + m + m + 1) = 2m(m^2 + 2m + 1) = 2m^3 + 4m^2 + 2m$

Bladzijde 44

- 2 a $4x - 3y = 9$
 $-3y = -4x + 9$
 $y = 1\frac{1}{3}x - 3$
 b $2(m - 3) - 4n = 6$
 $2m - 6 = 4n + 6$
 $2m = 4n + 12$
 $m = 2n + 6$
 c $5(p - 2q) - 3(p + 3) = 15$
 $5p - 10q - 3p - 9 = 15$
 $2p = 10q + 24$
 $p = 5q + 12$
 d $B = 2(A - 4) + 5(4 - A)$
 $B = 2A - 8 + 20 - 5A$
 $3A = -B + 12$
 $A = -\frac{1}{3}B + 4$

6.1 Formules combineren en herleiden

Bladzijde 45

- 1 a $W = 1,9$ en $Z = 7,9$ invullen geeft $G = 11,8 \cdot 1,9 + 0,39 \cdot 7,9 - 15,59 = 9,911 \approx 10$.
 De grade is 10.
 b $Z = 7,9$ en $W = 1,9$, dus Z is 6 meer dan W .
 c $G = 11,8W + 0,39(W + 6) - 15,59$
 $G = 11,8W + 0,39W + 2,34 - 15,59$
 $G = 12,19W - 13,25$
 d $W = 1,5$ invullen in $G = 12,19W - 13,25$ geeft $G = 12,19 \cdot 1,5 - 13,25 = 5,035 \approx 5$.
 De grade is 5.

Bladzijde 45

- 2 a Invullen van $Z = 5W$ in $G = 11,8W + 0,39Z - 15,59$ geeft
 $G = 11,8W + 0,39 \cdot 5W - 15,59$
 $G = 11,8W + 1,95W - 15,59$
 $G = 13,75W - 15,59$
 b Invullen van $l = -0,25k + 15$ in $A = 0,03k - 0,6(l - 20)$ geeft
 $A = 0,03k - 0,6(-0,25k + 15 - 20)$
 $A = 0,03k - 0,6(-0,25k - 5)$
 $A = 0,03k + 0,15k + 3$
 $A = 0,18k + 3$
- 3 a Invullen van $p = 1,5q + 2$ in $R = 3p - 4q + 5$ geeft
 $R = 3(1,5q + 2) - 4q + 5$
 $R = 4,5q + 6 - 4q + 5$
 $R = 0,5q + 11$

- b** Invullen van $m = 3 - 2n$ in $F = 0,16m - 0,4(5 - 2n)$ geeft
 $F = 0,16(3 - 2n) - 0,4(5 - 2n)$
 $F = 0,48 - 0,32n - 2 + 0,8n$
 $F = 0,48n - 1,52$
Dus $a = 0,48$ en $b = -1,52$.

- 4 a** $L = 25$ geeft $K = 0,16 \cdot 25 = 4$
 $K = 4$ geeft $B = 0,0012(600 - 18 \cdot 4) = 0,6336$
b Invullen van $K = 0,16L$ in $B = 0,0012(600 - 18K)$ geeft
 $B = 0,0012(600 - 18 \cdot 0,16L)$
 $B = 0,0012(600 - 2,88L)$
 $B = 0,72 - 0,003456L$
c $0,72 - 0,003456L = 0,288$
 $-0,003456L = -0,432$
 $L = 125$

- 5** $2a + b = c$, dus $4a + 2b = 2c$
Invullen van $4a + 2b = 2c$ in $4a + 2b + c = 21$ geeft
 $2c + c = 21$
 $3c = 21$
 $c = 7$
Dus $2a + b = 7$.
 $b = 1$ geeft $2a + 1 = 7$, dus $a = 3$
 $b = 3$ geeft $2a + 3 = 7$, dus $a = 2$
 $b = 5$ geeft $2a + 5 = 7$, dus $a = 1$
Dus $c = 7$ en mogelijke waarden voor a en b zijn $a = 1$ met $b = 5$, $a = 2$ met $b = 3$ en $a = 3$ met $b = 1$.

Bladzijde 47

- 6 a** $A = 240$ en $q = 117$ geeft $-10p + 0,3 \cdot 240 + 150 = 117$
 $-10p = -105$
 $p = 10,5$
De prijs van een blik is € 10,50.
b Invullen van $A = 10p$ in $q = -10p + 0,3A + 150$ geeft
 $q = -10p + 0,3 \cdot 10p + 150$
 $q = -10p + 3p + 150$
 $q = -7p + 150$
c Invullen van $A = 30 + 5p$ in $q = -10p + 0,3A + 150$ geeft
 $q = -10p + 0,3(30 + 5p) + 150$
 $q = -10p + 9 + 1,5p + 150$
 $q = -8,5p + 159$
d Invullen van $A = 2p + 8$ in $q = -10p + 0,3A + 150$ geeft
 $q = -10p + 0,3(2p + 8) + 150$
 $q = -10p + 0,6p + 2,4 + 150$
 $q = -9,4p + 152,4$
- 7 a** $BO = 180$ en $SH = 168$ geeft $G = 5,2 \cdot 180 + 2,6 \cdot 168 - 855 \approx 518$ kg.
b De 5 cm borstomvang te veel draagt $4,3 \cdot 5 = 21,5$ kg bij aan het berekende gewicht.
De schatting van het gewicht valt dus 21,5 kg te hoog uit.
c Invullen van $BO = SH + 12$ in $G = 4,3BO + 3,0SH - 785$ geeft
 $G = 4,3(SH + 12) + 3,0SH - 785$
 $G = 4,3SH + 51,6 + 3,0SH - 785$
 $G = 7,3SH - 733,4$
d $5,2 \cdot 180 + 2,6SH - 855 = 4,3 \cdot 185 + 3,0SH - 785$
 $81 + 2,6SH = 10,5 + 3,0SH$
 $-0,4SH = -70,5$
 $SH \approx 176$
Dus de schofthoogte is 1,76 m.

Bladzijde 48

- 8 a** $T = \frac{495}{90} = 5,5$ en $Z = \frac{90}{12} = 7,5$ geeft
 $ARI = 4,71 \cdot 5,5 + 0,5 \cdot 7,5 - 21,43 = 8,225$
- b** Het aantal zinnen wordt dan 10 en $Z = \frac{90}{10} = 9$.
 $ARI = 4,71 \cdot 5,5 + 0,5 \cdot 9 - 21,43 = 8,975$
 De ARI is 0,75 punt gestegen.
- c** Invullen van $Z = T + 3$ in $ARI = 4,71T + 0,5Z - 21,43$ geeft
 $ARI = 4,71T + 0,5(T + 3) - 21,43$
 $ARI = 4,71T + 0,5T + 1,5 - 21,43$
 $ARI = 5,21T - 19,93$
 Dus $a = 5,21$ en $b = -19,93$.
- d** Er geldt $ARI = L - 5$.
 Invullen van $ARI = L - 5$ in $ARI = 4,71T + 0,5Z - 21,43$ geeft
 $L - 5 = 4,71T + 0,5Z - 21,43$
 $L = 4,71T + 0,5Z - 16,43$

- 9 a** $n = 5$ geeft $m = 5 - 1 = 4$
 $n = 5$ en $m = 4$ geeft $T = 4^2 + 4 \cdot 5 + 2 = 38$
- b** $T = (n - 1)^2 + 4n + 2$
 $T = (n - 1)(n - 1) + 4n + 2$
 $T = n^2 - n - n + 1 + 4n + 2$
 $T = n^2 + 2n + 3$

Bladzijde 49

- 10** Invullen van $k = l + 2$ in $A = 3,5k^2l$ geeft
 $A = 3,5(l + 2)^2 \cdot l$
 $A = 3,5l(l + 2)(l + 2)$
 $A = 3,5l(l^2 + 2l + 2l + 4)$
 $A = 3,5l(l^2 + 4l + 4)$
 $A = 3,5l^3 + 14l^2 + 14l$
- 11 a** Invullen van $s = t - 2$ in $B = 3t^2 - 4s^2 + 5$ geeft
 $B = 3t^2 - 4(t - 2)^2 + 5$
 $B = 3t^2 - 4(t - 2)(t - 2) + 5$
 $B = 3t^2 - 4(t^2 - 2t - 2t + 4) + 5$
 $B = 3t^2 - 4(t^2 - 4t + 4) + 5$
 $B = 3t^2 - 4t^2 + 16t - 16 + 5$
 $B = -t^2 + 16t - 11$
- b** Invullen van $a = 2b - 3$ in $N = 15a^2b$ geeft
 $N = 15(2b - 3)^2 \cdot b$
 $N = 15b(2b - 3)(2b - 3)$
 $N = 15b(4b^2 - 6b - 6b + 9)$
 $N = 15b(4b^2 - 12b + 9)$
 $N = 60b^3 - 180b^2 + 135b$
- 12 a** Invullen van $p = -0,002q + 3,10$ in $R = pq$ geeft
 $R = (-0,002q + 3,10)q$
 $R = -0,002q^2 + 3,10q$
- b** $q = 500$ geeft $R = -0,002 \cdot 500^2 + 3,10 \cdot 500 = 1050$
 $p = -0,002 \cdot 500 + 3,10 = 2,10$
 De dagopbrengst is dan 1050 euro en een ijsje kost dan 2,10 euro.
- c** $q = 500$ geeft $K = 0,70 \cdot 500 + 180 = 530$
 Jan maakt dan $1050 - 530 = 520$ euro winst.
- d** $W = R - K$ dus $W = -0,002q^2 + 3,10q - (0,70q + 180)$
 $W = -0,002q^2 + 3,10q - 0,70q - 180$
 $W = -0,002q^2 + 2,40q - 180$

e $q = 450$ geeft $W = -0,002 \cdot 450^2 + 2,40 \cdot 450 - 180 = 495$

$p = -0,002 \cdot 450 + 3,10 = 2,20$

De winst is 495 euro en een ijsje kost 2,20 euro.

f $q = 400$ geeft $W = 460$ en $q = 550$ geeft $W = 535$

De winst neemt met $\frac{535 - 460}{460} \times 100\% \approx 16,3\%$ toe.

Bladzijde 50

13 Invullen van $p = aq + 3$ in $A = 3p^2 - 36q + 5$ geeft

$$A = 3(aq + 3)^2 - 36q + 5$$

$$A = 3(aq + 3)(aq + 3) - 36q + 5$$

$$A = 3(a^2q^2 + 3aq + 3aq + 9) - 36q + 5$$

$$A = 3(a^2q^2 + 6aq + 9) - 36q + 5$$

$$A = 3a^2q^2 + 18aq + 27 - 36q + 5$$

$$A = 3a^2q^2 + 18aq - 36q + 32$$

Er moet gelden dat $18a = 36$, dus $a = 2$.

Met $a = 2$ krijg je $A = 12q^2 + 32$.

Dus $a = 2$, $m = 12$ en $n = 32$.

14 a Invullen van $q = 0,5p - 3$ in $N = 3p + 4q - 5$ geeft

$$N = 3p + 4(0,5p - 3) - 5$$

$$N = 3p + 2p - 12 - 5$$

$$N = 5p - 17$$

b $q = 0,5p - 3$

$$0,5p - 3 = q$$

$$0,5p = q + 3$$

$$p = 2q + 6$$

c Invullen van $p = 2q + 6$ in $N = 3p + 4q - 5$ geeft

$$N = 3(2q + 6) + 4q - 5$$

$$N = 6q + 18 + 4q - 5$$

$$N = 10q + 13$$

15 $2s - 5t = 40$

$$-5t = -2s + 40$$

$$t = 0,4s - 8$$

$$\left. \begin{array}{l} A = 8s + 3t + 850 \\ A = 8s + 1,2s - 24 + 850 \end{array} \right\} \begin{array}{l} A = 8s + 3(0,4s - 8) + 850 \\ A = 8s + 1,2s - 24 + 850 \\ A = 9,2s + 826 \end{array}$$

Bladzijde 51

16 a $r + 8s = 100$

$$r = 100 - 8s$$

$$\left. \begin{array}{l} T = 3r + 6s + 80 \\ T = 300 - 24s + 6s + 80 \end{array} \right\} \begin{array}{l} T = 3(100 - 8s) + 6s + 80 \\ T = 300 - 24s + 6s + 80 \\ T = -18s + 380 \end{array}$$

b $5a - 8b = 160$

$$-8b = -5a + 160$$

$$b = 0,625a - 20$$

$$\left. \begin{array}{l} C = 2a - 3b + 64 \\ C = 2a - 1,875a + 60 + 64 \end{array} \right\} \begin{array}{l} C = 2a - 3(0,625a - 20) + 64 \\ C = 2a - 1,875a + 60 + 64 \\ C = 0,125a + 124 \end{array}$$

17 a $3m + 5n = 12$

$$5n = 12 - 3m$$

$$n = 2,4 - 0,6m$$

$$\left. \begin{array}{l} Q = 5m - n + 125 \\ Q = 5m - (2,4 - 0,6m) + 125 \end{array} \right\} \begin{array}{l} Q = 5m - (2,4 - 0,6m) + 125 \\ Q = 5m - 2,4 + 0,6m + 125 \\ Q = 5,6m + 122,6 \end{array}$$

- b** Los op $5,6m + 122,6 = 201$
 $5,6m = 78,4$
 $m = 14$
 $m = 14$ geeft $n = 2,4 - 0,6 \cdot 14 = -6$
 Dus $m = 14$ en $n = -6$.

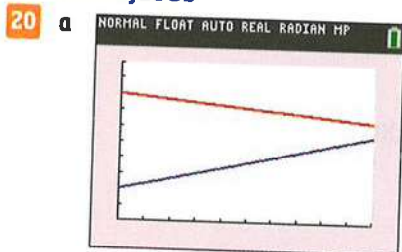
18 a $t = -\frac{1}{3}p + 3\frac{2}{3}$
 $\frac{1}{3}p = -t + 3\frac{2}{3}$
 $p = -3t + 11$
 $A = 2t + 5p + 9$ $\left\{ \begin{array}{l} A = 2t + 5(-3t + 11) + 9 \\ A = 2t - 15t + 55 + 9 \\ A = -13t + 64 \end{array} \right.$
 Dus $a = -13$ en $b = 64$.

b $3x - 2y = 6$
 $-2y = -3x + 6$
 $y = 1,5x - 3$
 $B = 5xy + 20$ $\left\{ \begin{array}{l} B = 5x(1,5x - 3) + 20 \\ B = 7,5x^2 - 15x + 20 \end{array} \right.$
 Dus $a = 7,5$, $b = -15$ en $c = 20$.

19 Invullen van $q = p + 1$ in $2p + 3q = 8$ geeft
 $2p + 3(p + 1) = 8$
 $2p + 3p + 3 = 8$
 $5p = 5$
 $p = 1$
 $q = p + 1$ $\left\{ \begin{array}{l} q = 1 + 1 = 2 \end{array} \right.$
 Invullen van $p = 1$ en $q = 2$ in $N = 6pq - 2p^2 + 4$ geeft $N = 6 \cdot 1 \cdot 2 - 2 \cdot 1^2 + 4 = 14$.

6.2 Formules en de grafische rekenmachine

Bladzijde 53



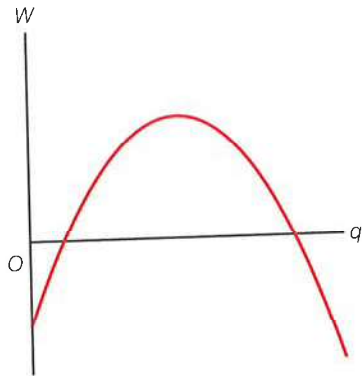
- De maximale waarde van x op het scherm is te laag.
b Neem bijvoorbeeld x tussen 0 en 15.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 11,76$ en $y \approx 6,12$, dus het snijpunt is $(11,76; 6,12)$.

Bladzijde 54

- 21 a** Voer in $y_1 = -0,093x^3 + 1,39x^2 - 3,28x + 4,7$.
 De optie maximum geeft $x \approx 8,6$ en $y \approx 20,1$.
 Dus in september. De maximale temperatuur is $20,1^\circ\text{C}$.
b Voer in $y_2 = 19$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 7,5$ en $x \approx 9,6$.
 Dus in de maanden augustus, september en oktober.

Bladzijde 55

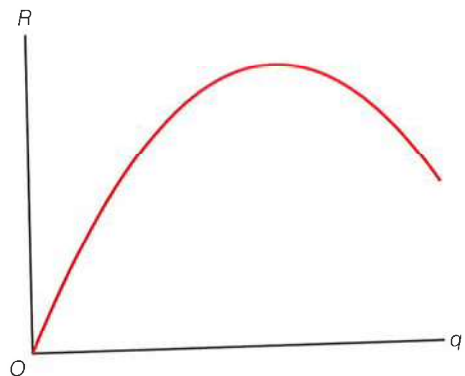
- 22 a** Voer in $y_1 = -0,02x^2 + 5,2x - 200$.



- b** De optie maximum geeft $x = 130$ en $y = 138$.
De maximale winst is $138 \cdot 100 = 13\,800$ euro.
- c** Bij 10 000 euro winst hoort $W = 100$.
Voer in $y_2 = 100$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 86,4$ en $x \approx 173,6$.
Dus bij een verkoop vanaf 87 tot en met 173 artikelen.

- 23 a** Voer in $y_1 = -0,02x^2 + 30x$.
Zie de schets hiernaast.

- b** De optie maximum geeft $x = 750$ en $y = 11\,250$.
De opbrengst is maximaal voor $q = 750$.
De maximale opbrengst is 11 250 euro per week.
- c** Voer in $y_2 = 8000$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 346,9$ en $x \approx 1153,1$.
De opbrengst is minstens 8000 euro bij een verkoop van 347 tot en met 1153 broodroosters per week.
- d** Bij de waarden van q die bij deze snijpunten horen is $K = R$, dus er is dan geen winst en geen verlies.
Voer in $y_2 = 5x + 3000$.



- De optie snijpunt geeft $x \approx 134,46$ en $x \approx 1115,54$.
Bij de snijpunten horen 134 en 1116 broodroosters.
- e** $q = 600$ geeft $R = 10\,800$ en $K = 6000$, dus de winst is $10\,800 - 6000 = 4800$ euro.

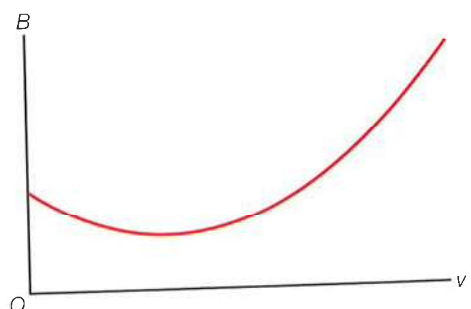
- 24 a** Voer in $y_1 = -0,09x^2 + 1,8x + 3$.
 $x = 0$ geeft $y_1 = 3$
Het schuurtje is 3 meter hoog.

- b** De optie nulpunt geeft $x \approx 21,5$.
De bal komt na 21,5 meter op de grond.
- c** De optie maximum geeft $x = 10$ en $y = 12$.
De maximale hoogte is 12 meter.
- d** $x = 18$ geeft $y_1 = 6,24$
De bal gaat over de boom heen.

Bladzijde 56

- 25 a** Voer in $y_1 = 0,001x^2 - 0,12x + 7,8$.
Zie de schets hiernaast.

- b** $x = 80$ geeft $y_1 = 4,6$ en $x = 100$ geeft $y_1 = 5,8$.
Het benzineverbruik neemt dus toe met $5,8 - 4,6 = 1,2$ liter per 100 km.
- c** $x = 30$ geeft $y_1 = 5,1$ en $x = 40$ geeft $y_1 = 4,6$.
De procentuele verandering is $\frac{4,6 - 5,1}{5,1} \times 100\% \approx -9,8\%$.
Zijn benzineverbruik neemt af met 9,8%.
- d** De optie minimum geeft $x = 60$ en $y = 4,2$.
Ze moet 60 km per uur rijden.



e Voer in $y_2 = 4,5$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 42,7$ en $x \approx 77,3$.

Zijn snelheid is 43 km per uur of 77 km per uur.

f Haar verbruik mag dan hoogstens $\frac{3}{60} \cdot 100 = 5$ liter per 100 km zijn.

Voer in $y_2 = 5$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 31,72$ en $x \approx 88,20$.

Ze moet een snelheid tussen 32 en 88 km per uur aanhouden.

26 $v = 120$ geeft $B = 7,8$ liter per 100 km.

Dat is dus 0,078 liter per km. Hij heeft dus $60 \cdot 0,078 = 4,68$ liter in de tank.

Hij mag dus maximaal 4,68 liter per 90 km rijden, oftewel $\frac{4,68}{90} \cdot 100 = 5,2$ liter per 100 km.

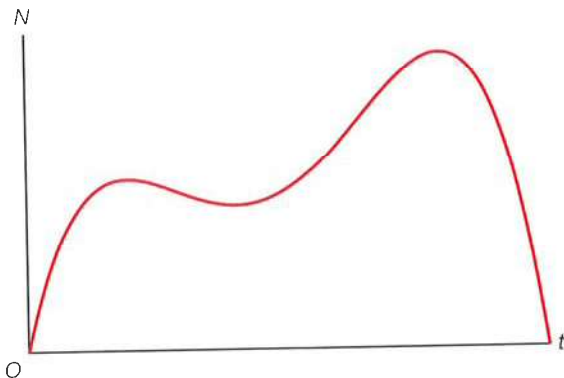
Voer in $y_2 = 5,2$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 28,4$ en $x \approx 91,6$.

Dus hij moet met een snelheid van 91 km/uur rijden.

27 a Voer in $y_1 = -0,15x^4 + 3,35x^3 - 24x^2 + 65x$.

Voor x neem je waarden tussen 0 (als de winkel opengaat) en 14 (omdat de meeste supermarkten niet later dan 10 uur 's avonds dichtgaan). Het gedeelte waar het aantal klanten negatief is laat je weg.



b De optie maximum geeft $x \approx 9,579$ en $y \approx 102,0$.
9,579 uur is 9 uur en 35 minuten.

Dus om 17:35 uur is het het drukst.

Er zijn dan 102 klanten.

c De optie nulpunt geeft $x \approx 12,024$.

Dus om 20:01 uur verlaten de laatste klanten de supermarkt.

d Bij 15:15 uur hoort $t = 7,25$. Dat geeft $N \approx 72$.

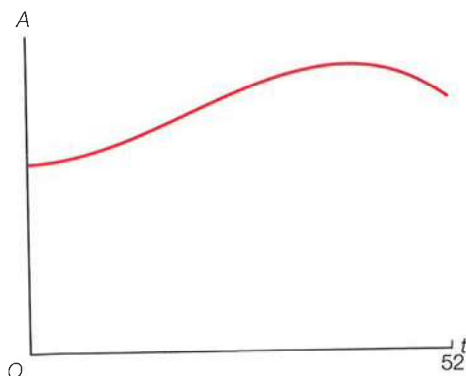
Voer in $y_2 = 72$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 11,037$.

Dus om 19:02 uur zijn er evenveel klanten in de supermarkt als om kwart over drie.

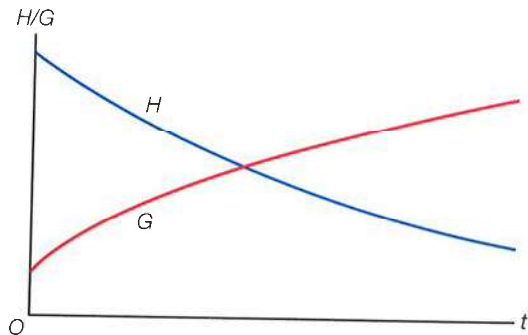
Bladzijde 57

28 a Voer in $y_1 = 9 + \frac{5}{(0,05x - 2)^2 + 1}$.



- b** De optie maximum geeft $x = 40$ en $y = 14$.
Dus 40 weken na de start is de losse verkoop het grootst.
De verkoop is dan 14 000 stuks.
- c** Voer in $y_2 = 13,5$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 33,33$ en $y \approx 46,67$.
Tussen $t = 33,33$ en $t = 46,67$ liggen de waarden $t = 34, 35, \dots, 46$.
Dus gedurende 13 weken is de verkoop meer dan 13 500 stuks.

29 a Voer in $y_1 = 600 \cdot 0,95^x$ en $y_2 = 100\sqrt{x+1}$.



- b** $t = 3$ geeft $H = 514,4\dots$
 $t = 6,5$ geeft $H = 429,8\dots$
Dat is een afname van $514,4\dots - 429,8\dots \approx 84,5$ hectare.
- c** De optie snijpunt geeft $x = 10,83\dots$ en $y = 344,09\dots$
Dat is het jaar 2025.
Er is dan nog 344 hectare heide.
- d** Voer in $y_3 = 600 \cdot 0,95^x + 100\sqrt{x+1}$.
 $x = 0$ geeft $y_3 = 700$, dus op 1 januari 2015 was de totale oppervlakte 700 hectare.
 $x = 10$ geeft $y_3 = 690,90\dots$, dus op 1 januari 2025 zal de totale oppervlakte ongeveer 691 hectare zijn.
- e** De optie maximum geeft $x \approx 2,36\dots$ en $y = 714,89\dots$
 $0,36\dots \cdot 12 \approx 4,4$
In mei 2017 was de totale oppervlakte maximaal.
Er was toen in totaal ongeveer 715 hectare.

6.3 Formules met breuken

Bladzijde 59

30 a $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$ **c** $\frac{1}{7} : \frac{2}{3} = \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{14}$
b $4 \cdot \frac{2}{9} = \frac{8}{9}$ **d** $\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4} : \frac{5}{1} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$

Bladzijde 60

31 a $A = \frac{5x}{6} = \frac{5}{6}x$ **d** $D = \frac{3(x-2)}{4} = \frac{3}{4}(x-2)$
b $B = \frac{x}{8} = \frac{1}{8}x$ **e** $E = \frac{15x}{4} = \frac{15}{4}x = 3,75x$
c $C = \frac{2(x-3)}{5} = \frac{2}{5}(x-3)$ **f** $F = \frac{12(x+2)}{4} = \frac{12}{4}(x+2) = 3(x+2)$

32 a $A = \frac{3}{5} \cdot \frac{x+y}{y} = \frac{3(x+y)}{5y} = \frac{3x+3y}{5y}$, dus $A = \frac{3x+3y}{5y}$
 b $B = \frac{2x}{y} \cdot \frac{y+1}{4} = \frac{2x(y+1)}{4y} = \frac{x(y+1)}{2y} = \frac{xy+x}{2y}$, dus $B = \frac{xy+x}{2y}$
 c $C = \frac{2a}{3b} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2a}{3b} \cdot \frac{9}{4} = \frac{18a}{12b} = \frac{3a}{2b}$, dus $C = \frac{3a}{2b}$
 d $D = \frac{a+1}{a} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a+1}{a} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2(a+1)}{a} = \frac{2a+2}{a}$, dus $D = \frac{2a+2}{a}$
 e $E = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{x+1}{x} = \frac{2(x+1)}{35x} = \frac{2x+2}{35x}$, dus $E = \frac{2x+2}{35x}$
 f $F = 2 \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x+1} = \frac{2}{1} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x+1} = \frac{2xy}{y(x+1)} = \frac{2x}{x+1}$, dus $F = \frac{2x}{x+1}$

33 a $y = 7x$ invullen geeft $A = \frac{x+7x}{10} = \frac{8x}{10} = \frac{4x}{5} = \frac{4}{5}x$, dus $A = \frac{4}{5}x$
 b $y = 5x$ invullen geeft $B = \frac{x+5x}{2x} = \frac{6x}{2x} = 3$, dus $B = 3$
 c $y = x+2$ invullen geeft $C = \frac{x-4}{3-(x+2)} = \frac{x-4}{3-x-2} = \frac{x-4}{1-x}$, dus $C = \frac{x-4}{1-x}$

Bladzijde 61

34 a $A = 0,15 \cdot \frac{x}{0,375} \cdot (x-2) = \frac{0,15}{1} \cdot \frac{x}{0,375} \cdot \frac{(x-2)}{1} = \frac{0,15x(x-2)}{0,375} = 0,4x(x-2) = 0,4x^2 - 0,8x$
 Dus $a = 0,4$ en $b = -0,8$.
 b $B = 2p \cdot \left(\frac{p}{7} - 3\right) = \frac{2p}{1} \cdot \left(\frac{p}{7} - 3\right) = \frac{2p^2}{7} - 6p \approx 0,29p^2 - 6p$
 Dus $a = 0,29$ en $b = -6$.
 c $C = 1,8 \cdot \frac{x+4}{2} \cdot \frac{3}{x-1} = \frac{1,8}{1} \cdot \frac{x+4}{2} \cdot \frac{x-1}{3} = \frac{1,8(x+4)(x-1)}{6} = 0,3(x+4)(x-1)$
 $= 0,3(x^2 - x + 4x - 4) = 0,3(x^2 + 3x - 4) = 0,3x^2 + 0,9x - 1,2$
 Dus $a = 0,3$, $b = 0,9$ en $c = -1,2$.

35 a Door bijvoorbeeld $k = 24$ en $g = 30$ te nemen zie je dat $\frac{27}{k+g}$ niet gelijk is aan $\frac{12}{k} + \frac{15}{g}$.
 Er zijn in totaal $k + g$ vissen en hiervan zijn er $12 + 15 = 27$ vrouwtjes.
 Het gedeelte dat een vrouwtje is, is dus $V = \frac{27}{k+g}$.
 Dus José heeft gelijk en Rik en Job niet.
 b $V = \frac{\frac{1}{4}k + \frac{2}{5}g}{k+g} = \frac{20(\frac{1}{4}k + \frac{2}{5}g)}{20(k+g)} = \frac{5k+8g}{20(k+g)}$
 c Dan geldt $g = 1,5k$.
 $g = 1,5k$ invullen geeft $V = \frac{5k+8 \cdot 1,5k}{20(k+1,5k)} = \frac{5k+12k}{20 \cdot 2,5k} = \frac{17k}{50k} = \frac{17}{50} = 0,34$
 Dus het percentage is 34%.

36 a Stel je hebt eerst 1 liter water. Dan heb je na bevriezen $1 + \frac{1}{11} = \frac{12}{11}$ liter.
 Na ontdooien heb je weer 1 liter, dus het volume neemt met $\frac{1}{12}$ liter af
 (je houdt $\frac{11}{12}$ deel over), want $\frac{12}{11} \cdot \frac{11}{12} = 1$.
 b $\frac{1}{8}$ deel is kind, dus $\frac{7}{8}$ deel is volwassen. Hiervan is $1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$ deel vrouw.
 Dus van de bruiloftsgasten was $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{8} = \frac{28}{56} = \frac{1}{2}$ deel vrouw.

37 $(1 + \frac{1}{2}) \cdot (1 + \frac{1}{3}) \cdot (1 + \frac{1}{4}) \cdot (1 + \frac{1}{5}) \cdot \dots \cdot (1 + \frac{1}{1001}) = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \dots \cdot \frac{1001}{1000} \cdot \frac{1002}{1001} = \frac{1002}{2} = 501$

Bladzijde 62

38 a $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$

b $\frac{1}{4} + \frac{1}{9} = \frac{9}{36} + \frac{4}{36} = \frac{13}{36}$

c $\frac{4}{5} - \frac{3}{7} = \frac{28}{35} - \frac{15}{35} = \frac{13}{35}$

d $1\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{2} - \frac{1}{3} = \frac{9}{6} - \frac{2}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

Bladzijde 63

39 a $\frac{5}{2a} + \frac{3}{2a} = \frac{8}{2a} = \frac{4}{a}$

b $\frac{7}{2a} - \frac{3}{a} = \frac{7}{2a} - \frac{6}{2a} = \frac{1}{2a}$

c $\frac{2}{3a} + \frac{3}{2b} = \frac{4b}{6ab} + \frac{9a}{6ab} = \frac{9a+4b}{6ab}$

d $10 - \frac{2}{a} = \frac{10a}{a} - \frac{2}{a} = \frac{10a-2}{a}$

e $a - \frac{3}{a} = \frac{a}{1} - \frac{3}{a} = \frac{a^2}{a} - \frac{3}{a} = \frac{a^2-3}{a}$

f $\frac{5}{ab} - 2 = \frac{5}{ab} - \frac{2}{1} = \frac{5}{ab} - \frac{2ab}{ab} = \frac{5-2ab}{ab}$

40 a $A = \frac{5}{x} + \frac{3}{y} = \frac{5y}{xy} + \frac{3x}{xy} = \frac{3x+5y}{xy}$

b $B = \frac{6}{x} - \frac{3}{2x} = \frac{12}{2x} - \frac{3}{2x} = \frac{9}{2x}$

c $C = 5 - \frac{2}{5x} = \frac{25x}{5x} - \frac{2}{5x} = \frac{25x-2}{5x}$

41 a $N = \frac{3p}{q} - \frac{2}{q} = \frac{3p-2}{q}$

b $N = \frac{3p}{q} - \frac{3}{2q} = \frac{6p}{2q} - \frac{3}{2q} = \frac{6p-3}{2q}$

c $N = \frac{3}{p} + \frac{2}{q} = \frac{3q}{pq} + \frac{2p}{pq} = \frac{2p+3q}{pq}$

d $N = \frac{5}{q} : \frac{2}{p} = \frac{5}{q} \cdot \frac{p}{2} = \frac{5p}{2q}$

e $N = 2 + \frac{3}{p} = \frac{2p}{p} + \frac{3}{p} = \frac{2p+3}{p}$

f $N = \frac{5p}{6q} - 2 = \frac{5p}{6q} - \frac{12q}{6q} = \frac{5p-12q}{6q}$

42 a $A = \frac{2}{x-3} - \frac{4}{3x} = \frac{6x}{(x-3) \cdot 3x} - \frac{4(x-3)}{(x-3) \cdot 3x} = \frac{6x-4(x-3)}{3x(x-3)} = \frac{6x-4x+12}{3x^2-9x} = \frac{2x+12}{3x^2-9x}$

b $B = 5 - \frac{2}{p} - \frac{1}{p^2} = \frac{5p^2}{p^2} - \frac{2p}{p^2} - \frac{1}{p^2} = \frac{5p^2-2p-1}{p^2}$

c $C = \frac{6}{a} \cdot \frac{5}{a+b} : \frac{4}{a+b} = \frac{6}{a} \cdot \frac{5}{a+b} \cdot \frac{a+b}{4} = \frac{30(a+b)}{4a(a+b)} = \frac{30}{4a} = \frac{15}{2a}$

43 a Het gedeelte dat in 4HA zit is $\frac{1}{6} \cdot \frac{x}{T} = \frac{x}{6T}$

Hiervan is $\frac{3}{5}$ deel een meisje, dus $M = \frac{3}{5} \cdot \frac{x}{6T} = \frac{3x}{30T} = \frac{x}{10T}$

b Invullen van $x = \frac{1}{5}T$ in $M = \frac{x}{10T}$ geeft $M = \frac{\frac{1}{5}T}{10T} = \frac{1}{50}$

Dus $\frac{1}{50}$ deel van de leerlingen zit in 4HA en is een meisje.c Niet in havo 4 zitten $T-x$ leerlingen.Dus in havo 5 zitten $\frac{1}{4}(T-x) = \frac{1}{4}T - \frac{1}{4}x$ leerlingen.

Dus $G = \frac{\frac{1}{4}T - \frac{1}{4}x}{T}$ en dus geldt $a = \frac{1}{4}$ en $b = -\frac{1}{4}$.

Alternatieve uitwerking:Het deel van de leerlingen dat niet in havo 4 zit is $1 - \frac{x}{T}$. Een kwart hiervan zit in havo 5, dus

$$G = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{T} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{T}{T} - \frac{x}{T} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{T-x}{T} \right) = \frac{\frac{1}{4}T - \frac{1}{4}x}{T}$$
 en dus geldt $a = \frac{1}{4}$ en $b = -\frac{1}{4}$.

6.4 Rekenen met machten en wortels

Bladzijde 65

- 44 a $x^2 \cdot x^3 = \underbrace{x \cdot x}_{x^2} \cdot \underbrace{x \cdot x \cdot x}_{x^3} = x^5$
 b $(x^2)^3 = (\underbrace{x \cdot x}_{x^2})^3 = \underbrace{x \cdot x}_{x^2} \cdot \underbrace{x \cdot x}_{x^2} \cdot \underbrace{x \cdot x}_{x^2} = x^6$
 c $(3x)^4 = 3x \cdot 3x \cdot 3x \cdot 3x = 3^4 \cdot x^4$

Bladzijde 66

- 45 a $(a^3)^4 = a^{12}$
 b $(p^2)^3 \cdot (p^3)^5 = p^6 \cdot p^{15} = p^{21}$
 c $(q^3)^4 + (q^6)^2 = q^{12} + q^{12} = 2q^{12}$
 d $6a \cdot (a^4)^2 = 6a \cdot a^8 = 6a^9$
 e $10x^6 - 5(x^2)^3 = 10x^6 - 5x^6 = 5x^6$
 f $5(x^8)^2 - 3x^{10} = 5x^{16} - 3x^{10}$
- 46 a $\frac{12x^6}{4x^2} = 3x^4$
 b $\frac{5x^{10}}{15x^5} = \frac{1}{3}x^5$
 c $\frac{24a^4b^2}{6ab} = 4a^3b$
 d $\frac{-15p^6q}{5p^2q} = -3p^4$
 e $\frac{14x^3y^2}{24x^2y} = \frac{7}{12}xy$
 f $\frac{(2ab)^3}{(3ab)^2} = \frac{8a^3b^3}{9a^2b^2} = \frac{8}{9}ab$
- 47 a $P = (-2ab)^3 \cdot b = -8a^3b^3 \cdot b = -8a^3b^4$
 b $P = (3a)^2 + (2b)^2 = 9a^2 + 4b^2$
 c $P = \frac{30a^3b}{5a^2b} = 6a$
 d $P = (3a)^3 - 8a^3 = 27a^3 - 8a^3 = 19a^3$
 e $P = (5a^4)^2 + (-a^2)^4 = 25a^8 + a^8 = 26a^8$
 f $P = \frac{(4a^2b)^2}{(-2a)^4} = \frac{16a^4b^2}{16a^4} = b^2$

48 a

x	1	2	3	4	5
A	10	24,62	41,71	60,63	81,03
B	20	32,49	43,15	52,78	61,70
A · B	200	800	1800	3200	5000
C	200	800	1800	3200	5000

- b De waarden van A · B en C zijn gelijk.

Bladzijde 67

- 49 a $A = x^{1,2} \cdot x^{3,4} = x^{4,6}$, dus $A = x^{4,6}$
 b $B = \frac{x^{5,6}}{x^{4,9}} = x^{0,7}$, dus $B = x^{0,7}$
 c $C = (x^{1,2})^{3,1} = x^{3,72}$, dus $C = x^{3,72}$
 d $D = \frac{(xy)^{1,6}}{x^{1,4}y^{1,2}} = \frac{x^{1,6}y^{1,6}}{x^{1,4}y^{1,2}} = x^{0,2}y^{0,4}$, dus $D = x^{0,2}y^{0,4}$
 e $E = (x^2y^3)^{1,1} = x^{2,2}y^{3,3}$, dus $E = x^{2,2}y^{3,3}$
 f $F = \left(\frac{x^{1,75}}{x^{1,35}}\right)^{1,5} = (x^{0,4})^{1,5} = x^{0,6}$, dus $F = x^{0,6}$
- 50 a $y = (100x^{0,6})^{1,4} = 100^{1,4} \cdot (x^{0,6})^{1,4} \approx 631 \cdot x^{0,84}$
 Dus $y = 631x^{0,84}$.
 b $y = 12,8 \cdot (25x^{1,8})^{1,1} = 12,8 \cdot 25^{1,1} \cdot (x^{1,8})^{1,1} \approx 442 \cdot x^{1,98}$
 Dus $y = 442x^{1,98}$.
 c $y = 0,0018 \cdot (312x^{0,75})^2 = 0,0018 \cdot 312^2 \cdot (x^{0,75})^2 \approx 175 \cdot x^{1,5}$
 Dus $y = 175x^{1,5}$.

- 51** a $A = (250p^4)^{1,16} = 250^{1,16} \cdot (p^4)^{1,16} \approx 605p^{4,64}$
 Dus $A = 605p^{4,64}$.
- b $B = \frac{0,18(13,5q^{0,8})^{2,5}}{q^{0,6}} = \frac{0,18 \cdot 13,5^{2,5} \cdot (q^{0,8})^{2,5}}{q^{0,6}} \approx \frac{121q^2}{q^{0,6}} = 121q^{1,4}$
 Dus $B = 121q^{1,4}$.
- c $C = 1250(6,12x^{1,3}y^{2,7})^{0,5} = 1250 \cdot 6,12^{0,5} \cdot (x^{1,3})^{0,5} \cdot (y^{2,7})^{0,5} \approx 3092 \cdot x^{0,65} \cdot y^{1,35}$
 Dus $a = 3092$, $b = 0,65$ en $c = 1,35$.
- 52** a $p = 80q$ invullen geeft $K = 20(80q)^{1,15} = 20 \cdot 80^{1,15} \cdot q^{1,15} \approx 3087 \cdot q^{1,15}$
 Dus $K = 3087q^{1,15}$.
- b $t = 155w^{0,6}$ invullen geeft
 $L = 0,05(155w^{0,6})^{2,5} = 0,05 \cdot 155^{2,5} \cdot (w^{0,6})^{2,5} \approx 14955 \cdot w^{1,5}$
 Dus $L = 14955w^{1,5}$.
- c $g = 20f^2$ invullen geeft
 $M = 50f^{0,75} \cdot (20f^2)^{1,25} = 50f^{0,75} \cdot 20^{1,25} \cdot (f^2)^{1,25} = 50 \cdot 20^{1,25} \cdot f^{0,75} \cdot f^{2,5} \approx 2115 \cdot f^{3,25}$
 Dus $M = 2115f^{3,25}$.

Bladzijde 68

- 53** a $A = 200$ geeft $N = 3,3 \cdot 200^{0,3} = 16,17...$
 Dus 16 soorten.
- b $A = 400$ geeft $N = 3,3 \cdot 400^{0,3} = 19,91...$
 De toename is $\frac{19,91... - 16,17...}{16,17...} \times 100\% \approx 23\%$.
- c $A = 2,6B$ invullen geeft $N = 3,3(2,6B)^{0,3} = 3,3 \cdot 2,6^{0,3} \cdot B^{0,3} \approx 4,4 \cdot B^{0,3}$
 Dus $a = 4,4$.

- 54** Er geldt $G = 0,001g$ en $T = \frac{1}{60}t$.
 $G = 0,001g$ en $T = \frac{1}{60}t$ invullen in $T = 1,42G^{0,65}$ geeft
 $\frac{1}{60}t = 1,42 \cdot (0,001g)^{0,65}$
 $t = 60 \cdot 1,42 \cdot 0,001^{0,65} \cdot g^{0,65}$
 $t \approx 0,956 \cdot g^{0,65}$
 Dus $t = 0,956g^{0,65}$.

- 55** a De exponent bij het grondtal 2 wordt telkens één lager en de uitkomsten worden steeds door 2 gedeeld.
 Zo krijg je $2^1 = \frac{4}{2} = 2$, $2^0 = \frac{2}{2} = 1$, $2^{-1} = \frac{1}{2}$ en $2^{-2} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$.
 Omdat $4 = 2^2$ is $\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$, dus er geldt $2^{-2} = \frac{1}{2^2}$.
- b $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$ en $2^{-4} = \frac{1}{2^4}$

Bladzijde 70

- 56** a $a^{-5} \cdot a^2 = a^{-5+2} = a^{-3}$
- b $\frac{a}{a^{-2}} = a^{1-(-2)} = a^{1+2} = a^3$
- c $a^4 \cdot \frac{1}{a} = a^4 \cdot a^{-1} = a^{4-1} = a^3$
- d $(a^{-3})^4 = a^{-12}$
- e $\frac{a^7}{a^0} = a^{7-0} = a^7$
- f $\frac{a^4}{\left(\frac{1}{a^3}\right)} = \frac{a^4}{a^{-3}} = a^{4-(-3)} = a^{4+3} = a^7$
- g $1 = a^0$
- h $a^3 \cdot (a^4)^{-2} = a^3 \cdot a^{-8} = a^{3-8} = a^{-5}$
- i $\left(\frac{1}{a^2}\right)^3 = (a^{-2})^3 = a^{-6}$

57 a $C = \frac{10x^{3,2}}{(4,5x^{2,5})^2} = \frac{10x^{3,2}}{4,5^2 \cdot x^5} = \frac{10}{4,5^2} \cdot x^{3,2-5} \approx 0,49 \cdot x^{-1,8}$

Dus $C = 0,49x^{-1,8}$.

b $D = \frac{2t^{1,6} \cdot 4t^{2,4}}{15t^6} = \frac{8t^4}{15t^6} = \frac{8}{15} \cdot t^{4-6} = \frac{8}{15}t^{-2}$

Dus $D = \frac{8}{15}t^{-2}$.

c $E = \frac{(250p^{1,16})^{1,5}}{313p^4} = \frac{250^{1,5}(p^{1,16})^{1,5}}{313p^4} = \frac{250^{1,5}}{313} \cdot \frac{p^{1,74}}{p^4} \approx 12,6 \cdot p^{1,74-4} = 12,6 \cdot p^{-2,26}$

Dus $E = 12,6p^{-2,26}$.

58 a Invullen van $y = 1,5x^{-0,8}$ in $M = 105x^{-1,6}y^{1,2}$ geeft
 $M = 105x^{-1,6} \cdot (1,5x^{-0,8})^{1,2} = 105x^{-1,6} \cdot 1,5^{1,2} \cdot (x^{-0,8})^{1,2}$
 $= 105 \cdot 1,5^{1,2} \cdot x^{-1,6} \cdot x^{-0,96} \approx 171 \cdot x^{-1,6-0,96} = 171 \cdot x^{-2,56}$
 Dus $M = 171x^{-2,56}$.

b Invullen van $q = 7,5p^2$ in $N = \frac{21p^{1,5}}{16q^{1,6}}$ geeft

$$N = \frac{21p^{1,5}}{16(7,5p^2)^{1,6}} = \frac{21p^{1,5}}{16 \cdot 7,5^{1,6} \cdot (p^2)^{1,6}} = \frac{21}{16 \cdot 7,5^{1,6}} \cdot \frac{p^{1,5}}{p^{3,2}} \approx 0,052 \cdot p^{1,5-3,2} = 0,052 \cdot p^{-1,7}$$

Dus $N = 0,052p^{-1,7}$.

59 a $m = 80$ en $L = 1,75$ geeft $B = \frac{1,3 \cdot 80}{1,75^{2,5}} \approx 25,7$

b Invullen van $L = 1,7$ in $B = \frac{1,3m}{L^{2,5}}$ geeft $B = \frac{1,3m}{1,7^{2,5}} \approx 0,345m$.
 Dus $a = 0,345$.

c Invullen van $m = 75$ in $B = \frac{1,3m}{L^{2,5}}$ geeft $B = \frac{1,3 \cdot 75}{L^{2,5}} = 97,5 \cdot L^{-2,5}$
 Dus $b = 97,5$ en $c = -2,5$.

60 Bedenk dat $1 = 2^0$ en $2 = 2^1$. Je krijgt de volgende tabel.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^0	2^1	$\frac{2^0}{2^1} = 2^{-1}$	$\frac{2^1}{2^1} = 2^0$	$\frac{2^{-1}}{2^2} = 2^{-3}$	$\frac{2^2}{2^{-3}} = 2^5$	$\frac{2^{-3}}{2^5} = 2^{-8}$	$\frac{2^5}{2^{-8}} = 2^{13}$	$\frac{2^{-8}}{2^{13}} = 2^{-21}$	$\frac{2^{13}}{2^{-21}} = 2^{34}$

Bladzijde 71

61 a $(\sqrt{x})^2 = x$ en $(\sqrt{2a})^2 = 2a$

b $B = \sqrt{0,5P}$ kwadrateren geeft $B^2 = 0,5P$, dus $P = 2B^2$.

Bladzijde 73

62 a $A = \sqrt{3a} \cdot \sqrt{5b} = \sqrt{15ab}$

b $A = \sqrt{6} \cdot \sqrt{3ab} = \sqrt{18ab}$

c $A = \frac{\sqrt{10a}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{10a}{5}} = \sqrt{2a}$

d $A = \sqrt{3p} \cdot \sqrt{1,5q} = \sqrt{4,5pq}$

e $A = \sqrt{5} \cdot \sqrt{3x} \cdot \sqrt{12y} = \sqrt{180xy}$

f $A = \frac{\sqrt{20xy}}{\sqrt{2y}} = \sqrt{\frac{20xy}{2y}} = \sqrt{10x}$

63 a $A = \sqrt{5a} \cdot \sqrt{6b} = \sqrt{30ab} = \sqrt{30} \cdot \sqrt{ab} \approx 5,48\sqrt{ab}$
 Dus $A = 5,48\sqrt{ab}$.

b $A = \sqrt{12} \cdot \sqrt{3ab} = \sqrt{36ab} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{ab} = 6\sqrt{ab}$
 Dus $A = 6\sqrt{ab}$.

c $A = 6\sqrt{3a} \cdot \sqrt{7b} = 6 \cdot \sqrt{21ab} = 6 \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{ab} \approx 27,50\sqrt{ab}$
 Dus $A = 27,50\sqrt{ab}$.

d $A = 4\sqrt{25ab} = 4 \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{ab} = 4 \cdot 5 \cdot \sqrt{ab} = 20\sqrt{ab}$
 Dus $A = 20\sqrt{ab}$.

e $A = \sqrt{6} \cdot \sqrt{2a} \cdot \sqrt{3b} = \sqrt{36ab} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{ab} = 6\sqrt{ab}$
 Dus $A = 6\sqrt{ab}$.

f $A = \frac{\sqrt{20a^2b}}{\sqrt{10a}} = \sqrt{\frac{20a^2b}{10a}} = \sqrt{2ab} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{ab} \approx 1,41\sqrt{ab}$
 Dus $A = 1,41\sqrt{ab}$.

64 a $C = 0,04\sqrt{225x} = 0,04 \cdot \sqrt{225} \cdot \sqrt{x} = 0,04 \cdot 15 \cdot \sqrt{x} = 0,6 \cdot \sqrt{x}$
 Dus $C = 0,6\sqrt{x}$.

b $D = 0,05\sqrt{420y} = \sqrt{0,05^2} \cdot \sqrt{420y} = \sqrt{0,05^2 \cdot 420y} = \sqrt{1,05y}$
 Dus $D = \sqrt{1,05y}$.

c $E = 0,8\sqrt{0,2t+5} = \sqrt{0,8^2} \cdot \sqrt{0,2t+5} = \sqrt{0,64} \cdot \sqrt{0,2t+5} = \sqrt{0,64(2t+5)} = \sqrt{0,128t+3,2}$
 Dus $E = \sqrt{0,128t+3,2}$.

65 a $F = 25\sqrt{0,1P}$
 $25\sqrt{0,1P} = F$
 $\sqrt{0,1P} = 0,04F$
 $0,1P = 0,0016F^2$
 $P = 0,016F^2$

b $G = 0,05\sqrt{\frac{Q}{12,5}}$
 $0,05\sqrt{\frac{Q}{12,5}} = G$
 $\sqrt{\frac{Q}{12,5}} = 20G$
 $\frac{Q}{12,5} = 400G^2$
 $Q = 5000G^2$

c $H = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{3R}{14}}$
 $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{3R}{14}} = H$
 $\sqrt{\frac{3R}{14}} = \frac{3}{2}H$
 $\frac{3R}{14} = 2,25H^2$
 $3R = 31,5H^2$
 $R = 10,5H^2$

Bladzijde 74

66 a $n = 2400$, $B = 15$ en $V = 0,05$ invullen geeft $Q = \sqrt{\frac{2 \cdot 15 \cdot 2400}{0,05}} = 1200$.

De optimale bestelhoeveelheid is 1200 stuks, dus de winkel zal $\frac{2400}{1200} = 2$ keer per jaar een bestelling plaatsen.

b Invullen van $n = 800$ in $Q = \sqrt{\frac{2Bn}{V}}$ geeft $Q = \sqrt{\frac{2B \cdot 800}{V}} = \sqrt{1600 \cdot \frac{B}{V}} = \sqrt{1600} \cdot \sqrt{\frac{B}{V}} = 40 \sqrt{\frac{B}{V}}$.

c Invullen van $B = 25$ en $V = 0,8$ in $Q = \sqrt{\frac{2Bn}{V}}$ geeft

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot 25n}{0,8}} = \sqrt{62,5n} = \sqrt{62,5} \cdot \sqrt{n} \approx 7,9 \cdot \sqrt{n}.$$

Dus $d = 7,9$.

d Invullen van $n = 3000$ en $V = 0,12$ in $Q = \sqrt{\frac{2Bn}{V}}$ geeft $Q = \sqrt{\frac{2B \cdot 3000}{0,12}} = \sqrt{50000B}$.

$$\sqrt{50000B} = Q$$

$$50000B = Q^2$$

$$B = 0,00002Q^2$$

67 Invullen van $n = 200$, $B = 25$ en $Q = \frac{200}{4} = 50$ in $Q = \sqrt{\frac{2Bn}{V}}$ geeft $50 = \sqrt{\frac{2 \cdot 25 \cdot 200}{V}}$

oftewel $\sqrt{\frac{10000}{V}} = 50$.

Voer in $y_1 = \sqrt{\frac{10000}{x}}$ en $y_2 = 50$.

De optie snijpunt geeft $x = 4$.

Dus $V = 4$.

Invullen van $I = 160$ en $V = 4$ in $V = 0,01p \cdot I$ geeft

$$0,01p \cdot 160 = 4$$

$$1,6p = 4$$

$$p = 2,5$$

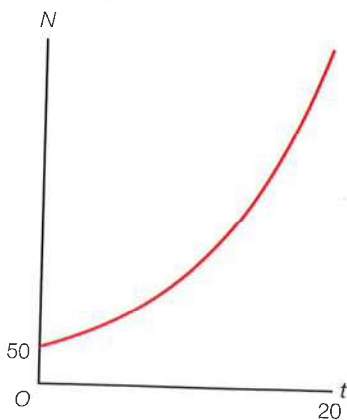
6.5 Formules met exponenten**Bladzijde 76**

68 a $t = 0$ geeft $N = 50 \cdot 1,12^0 = 50$

b $t = 1$ geeft $N = 50 \cdot 1,12^1 = 56$

$t = 2$ geeft $N = 50 \cdot 1,12^2 = 62,72$

c Voer in $y_1 = 50 \cdot 1,12^x$.



69 a $\frac{1}{4^t} = 4^{-t}$

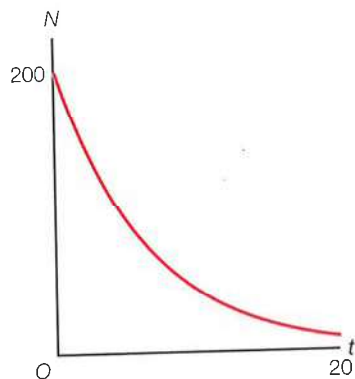
b $4^{-t} = (4^{-1})^t$

c $N = 15 \cdot \frac{1}{4^t} = 15 \cdot 4^{-t} = 15 \cdot (4^{-1})^t = 15 \cdot 0,25^t$

Bladzijde 78

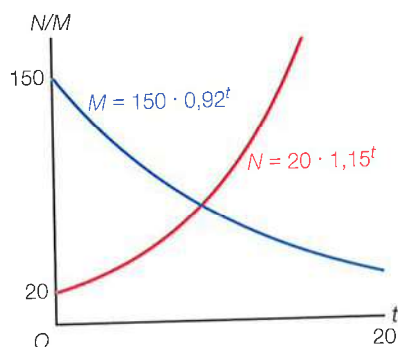
- 70 a** De beginwaarde is 5,6 en de groeifactor is 1,25.
b Een lineaire formule.

- 71 a** Voer in $y_1 = 200 \cdot 0,86^x$.



- b** De groeifactor ligt tussen 0 en 1.
c Voer in $y_2 = 50$.
 De optie snijpunt geeft $x = 9,19...$
 Dus voor $t = 9,2$ is $N = 50$.

- 72 a** Voer in $y_1 = 20 \cdot 1,15^x$ en $y_2 = 150 \cdot 0,92^x$.



- b** De optie snijpunt geeft $x = 9,029...$
 Voor $t = 9,03$ is $N = M$.
c $t = 0$ geeft $N = 20$ en $t = 3$ geeft $N = 30,4175$.
 De toename is $\frac{30,4175 - 20}{20} \times 100\% \approx 52,1\%$.
 $t = 0$ geeft $M = 150$ en $t = 3$ geeft $M = 116,8032$.
 De toename is $\frac{116,8032 - 150}{150} \times 100\% \approx -22,1\%$.
 Dus een afname van 22,1%.

- 73 a** $t = 0$ geeft $K = 18$ en $t = 4$ geeft $K \approx 22,724...$
 De toename is $\frac{22,724... - 18}{18} \times 100\% \approx 26,2\%$.
 $t = 0$ geeft $L = 95$ en $t = 4$ geeft $L = 77,378...$
 De toename is $\frac{77,378... - 95}{95} \times 100\% \approx -18,5\%$.
 Dus een afname van 18,5%.

- b** Voer in $y_1 = 18 \cdot 1,06^x$ en $y_2 = 36,22$.
 De optie snijpunt geeft $x = 12,00...$
 Voer in $y_3 = 95 \cdot 0,95^x$.
 De optie snijpunt met y_1 en y_3 geeft $x = 15,18...$
 Het duurt dan nog $15,18... - 12,00... \approx 3,2$ dagen.

74 a $N = 3,2 \cdot \frac{5,6}{4 \cdot 1,25^t} = \frac{3,2 \cdot 5,6}{4} \cdot 1,25^{-t} = 4,48 \cdot 1,25^{-1 \cdot t} = 4,48 \cdot (1,25^{-1})^t = 4,48 \cdot 0,8^t$

Dus $N = 4,48 \cdot 0,8^t$.

b $q = 5$ invullen in de formule van M geeft

$$M = (550 + 2p + 3 \cdot 5) \cdot 0,88^5$$

$$M = (2p + 565) \cdot 0,527...$$

$$M \approx 1,06p + 298$$

Dus $M = 1,06p + 298$.

75 a $F = 100 \left(2 + \frac{25}{12 \cdot 0,9^t} \right) = 100 \left(2 + \frac{25}{12} \cdot 0,9^{-t} \right) = 100 \left(2 + \frac{25}{12} \cdot 0,9^{-1 \cdot t} \right)$

$$\approx 200 + 208 \cdot (0,9^{-1})^t \approx 200 + 208 \cdot 1,11^t$$

Dus $F = 200 + 208 \cdot 1,11^t$.

Alternatieve uitwerking:

$$F = 100 \left(2 + \frac{25}{12 \cdot 0,9^t} \right) = 200 + \frac{2500}{12 \cdot 0,9^t} \approx 200 + 208 \cdot 0,9^{-t} = 200 + 208 \cdot 0,9^{-1 \cdot t}$$

$$= 200 + 208 \cdot (0,9^{-1})^t \approx 200 + 208 \cdot 1,1^t$$

Dus $F = 200 + 208 \cdot 1,11^t$.

b $y = 5,6$ invullen in de formule van G geeft

$$G = \frac{5,1}{5,6} (x - x \cdot 0,85^6) = \frac{5,1}{5,6} (x - 0,286... \cdot x) = \frac{5,1}{5,6} \cdot 0,713... \cdot x \approx 6,50x.$$

Dus $G = 6,50x$.

c $H = 5 \cdot 0,75^t - \frac{12}{5 \cdot (\frac{4}{3})^t} = 5 \cdot 0,75^t - \frac{12}{5} \cdot (\frac{4}{3})^{-t}$

$$= 5 \cdot 0,75^t - 2,4 \cdot ((\frac{4}{3})^{-1})^t = 5 \cdot 0,75^t - 2,4 \cdot 0,75^t = 2,6 \cdot 0,75^t$$

Dus $b = 2,6$.

Bladzijde 79

76 Bij 1 januari 2000 hoort $t = 0$ en bij 1 januari 2005 hoort $t = 5$.

$t = 0$ invullen in de formule van N geeft $N = \frac{520}{1 + b \cdot g^0} = \frac{520}{1 + b}$.

Dus $\frac{520}{1 + b} = 26$ oftewel $1 + b = 20$ en dus $b = 19$.

Invullen van $t = 5$ en $N = 55$ in de formule $N = \frac{520}{1 + 19 \cdot g^t}$ geeft $\frac{520}{1 + 19 \cdot g^5} = 55$.

Voer in $y_1 = \frac{520}{1 + 19x^5}$ en $y_2 = 55$.

De optie snijpunt geeft $x = 0,850... \approx 0,85$

De formule is dus $N = \frac{520}{1 + 19 \cdot 0,85^t}$.

Bij 1 januari 2020 hoort $t = 20$.

$t = 20$ geeft $N = \frac{520}{1 + 19 \cdot 0,85^{20}} = 299,46...$

Dus op 1 januari 2020 zijn er ongeveer 300 snoeken.

Diagnostische toets

Bladzijde 82

1 a Invullen van $q = p + 2$ in $R = 3p - q + 2$ geeft

$$R = 3p - (p + 2) + 2$$

$$R = 3p - p - 2 + 2$$

$$R = 2p$$

b Invullen van $k = l + 2$ in $A = 2kl + 3$ geeft

$$A = 2(l + 2) \cdot l + 3$$

$$A = 2l(l + 2) + 3$$

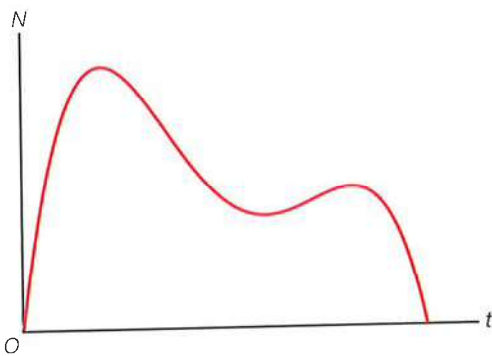
$$A = 2l^2 + 4l + 3$$

$$\begin{aligned}
 \text{c } 2p + 4q &= 11 \\
 2p &= -4q + 11 \\
 p &= -2q + 5,5 \\
 K &= 0,06pq + 1,25
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} 2p + 4q &= 11 \\ 2p &= -4q + 11 \\ p &= -2q + 5,5 \\ K &= 0,06pq + 1,25 \end{aligned}} \right\}
 \begin{aligned}
 K &= 0,06(-2q + 5,5) \cdot q + 1,25 \\
 K &= 0,06q(-2q + 5,5) + 1,25 \\
 K &= -0,12q^2 + 0,33q + 1,25
 \end{aligned}$$

Dus $a = -0,12$, $b = 0,33$ en $c = 1,25$.

- 2** Invullen van $T = -12$ in de formule van F geeft
- $$F = (2000 - 16,3v)(-5 - -12)^{-1,668}$$
- $$F = (2000 - 16,3v)7^{-1,668}$$
- $$F = (2000 - 16,3v) \cdot 0,0389...$$
- $$F \approx 77,88 - 0,63v$$
- Dus $F = -0,63v + 77,88$.
- Dit is een lineair verband.

- 3 a** Voer in $y_1 = -0,36x^4 + 13,8x^3 - 176x^2 + 790x$.



- b** Bij 21:00 uur hoort $t = 15$.
 $t = 15$ geeft $N = 600$
 Dus om 21:00 uur staan er 600 auto's in de parkeergarage.
- c** De optie maximum geeft $x \approx 3,53$ en $y \approx 1147$ en ook $x \approx 14,5$ en $y \approx 608$.
 Bij de twee maxima horen 1147 en 608 auto's.
- d** Bij 9:00 uur hoort $t = 3$.
 $t = 3$ geeft $N = 1129$
 Voer in $y_2 = 1129$.
 De optie snijpunt geeft $x = 4,114...$
 $0,114... \cdot 60 \approx 7$, dus bij $t = 4,114...$ hoort 10:07 uur.
- e** De optie minimum geeft $x \approx 10,71$.
 Bij $t = 10,5$ hoort 16:30 uur.
 Dus het gunstigste tijdstip is 16:30 uur.

4 a $A = \frac{4}{3x} + \frac{1}{x} = \frac{4}{3x} + \frac{3}{3x} = \frac{7}{3x}$

b $B = \frac{2}{x} - \frac{4}{y} = \frac{2y}{xy} - \frac{4x}{xy} = \frac{2y - 4x}{xy}$

c $C = \frac{8}{9x} \cdot \frac{3}{4x} = \frac{24}{36x^2} = \frac{2}{3x^2}$

d $D = \frac{5}{6x} : 1\frac{1}{3} = \frac{5}{6x} : \frac{4}{3} = \frac{5}{6x} \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{24x} = \frac{5}{8x}$

Bladzijde 83

- 5 a** Er geldt $M = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{p}{T} = \frac{3p}{8T}$.
- b** Invullen van $p = \frac{2}{3}T$ in $M = \frac{3p}{8T}$ geeft $M = \frac{3 \cdot \frac{2}{3}T}{8T} = \frac{2T}{8T} = \frac{1}{4}$.
- Dus $\frac{1}{4}$ deel van de bomen is gemarkeerd.

6 a Invullen van $p = -5q^3$ in de formule van K geeft $K = (-5q^3)^2 + 5q^6 = 25q^6 + 5q^6 = 30q^6$.
Dus $K = 30q^6$.

b Invullen van $p = 32q^{0,4}$ in de formule van K geeft

$$K = \frac{(32q^{0,4})^{0,6}}{8q^{0,1}} = \frac{32^{0,6} \cdot (q^{0,4})^{0,6}}{8q^{0,1}} = \frac{32^{0,6}}{8} \cdot \frac{q^{0,24}}{q^{0,1}} = 1 \cdot q^{0,14}.$$

Dus $K = q^{0,14}$.

c Invullen van $p = 9q^3$ in de formule van K geeft

$$K = 10 \cdot (9q^3)^{1,5} \cdot q^{-1,5} = 10 \cdot 9^{1,5} \cdot (q^3)^{1,5} \cdot q^{-1,5} = 270 \cdot q^{4,5} \cdot q^{-1,5} = 270 \cdot q^3.$$

Dus $K = 270q^3$.

d Invullen van $p = \frac{1}{q^{0,4}} = q^{-0,4}$ in de formule van K geeft

$$K = (4q^{-0,4})^{2,5} = 4^{2,5} \cdot (q^{-0,4})^{2,5} = 32q^{-1}.$$

Dus $K = 32q^{-1}$ oftewel $K = \frac{32}{q}$.

7 a $A = 0,1\sqrt{64x} = 0,1\sqrt{64} \cdot \sqrt{x} = 0,1 \cdot 8 \cdot \sqrt{x} = 0,8 \cdot \sqrt{x}$
Dus $A = 0,8\sqrt{x}$.

b $B = 2\sqrt{0,5y - 1,5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{0,5y - 1,5} = \sqrt{4(0,5y - 1,5)} = \sqrt{2y - 6}$
Dus $B = \sqrt{2y - 6}$.

c $C = 0,4\sqrt{\frac{t}{2,4}}$
 $0,4\sqrt{\frac{t}{2,4}} = C$
 $\sqrt{\frac{t}{2,4}} = 2,5C$
 $\frac{t}{2,4} = 6,25C^2$
 $t = 15C^2$

d $D = \frac{\sqrt{20q^{2,2}}}{\sqrt{5q^{0,2}}} = \sqrt{\frac{20q^{2,2}}{5q^{0,2}}} = \sqrt{4q^2} = 2q$
 $D = 2q$ geeft $q = \frac{1}{2}D$.

8 a Invullen van $A = 6$ geeft $N = \frac{\sqrt{1,5 \cdot 6}}{1,6^B} = \sqrt{9} \cdot 1,6^{-B} = 3 \cdot (1,6^{-1})^B = 3 \cdot 0,625^B$.
Dus $N = 3 \cdot 0,625^B$.

b Invullen van $B = -1$ geeft $N = \frac{\sqrt{1,5A}}{1,6^{-1}} = \frac{\sqrt{1,5} \cdot \sqrt{A}}{1,6^{-1}} = \frac{\sqrt{1,5}}{1,6^{-1}} \cdot \sqrt{A} \approx 1,96 \cdot \sqrt{A}$.
Dus $N = 1,96\sqrt{A}$.

c Invullen van $N = 1$ en $A = 24$ in de formule $N = \frac{\sqrt{1,5A}}{1,6^B}$ geeft $\frac{\sqrt{1,5 \cdot 24}}{1,6^B} = 1$,

dus $\frac{\sqrt{36}}{1,6^B} = 1$ oftewel $\frac{6}{1,6^B} = 1$.

Voer in $y_1 = \frac{6}{1,6^x}$ en $y_2 = 1$.

De optie snijpunt geeft $x = 3,812...$

Dus $B = 3,81$.