

5 Veranderingen

Voorkennis Intervallen en de delta notatie

Bladzijde 9

- 1 a $0 < x < 6$
 b $3,5 < x < 6,4$
 c $x > 7$
 d $x < 12,5$

- 2 a $1 < x < 4,5$
 b $0,5 < x < 5$
 c $x < 2$
 d $x > 1,5$

Bladzijde 10

- 3 a Stijn lag halverwege voor.
 b Bram heeft de wedstrijd gewonnen.
 c In het tijdsinterval $0 < t < 60$ lag Stijn voor op Bram.

- 4 a $\Delta x = 7 - 2 = 5$
 De bijbehorende Δy is $10 - 4 = 6$.
 b $l: y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6}{5} = 1,2$

$$\left. \begin{array}{l} y = 1,2x + b \\ \text{door } P(2, 4) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1,2 \cdot 2 + b = 4 \\ 2,4 + b = 4 \\ b = 1,6 \end{array}$$

 Dus $l: y = 1,2x + 1,6$.

- 5 k: $N = at + b$ met $a = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{10 - 4}{12 - 2} = 0,6$

$$\left. \begin{array}{l} N = 0,6t + b \\ \text{door } A(2, 4) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,6 \cdot 2 + b = 4 \\ 1,2 + b = 4 \\ b = 2,8 \end{array}$$

 Dus $k: N = 0,6t + 2,8$.

5.1 Stijgen en dalen

Bladzijde 11

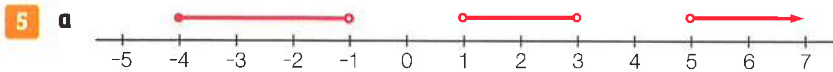
- 1 a De maximale hoogte is 30 meter.
 b In de tweede minuut een stijging van $20 - 5 = 15$ meter.
 De gemiddelde stijgsnelheid is $\frac{15}{60} \text{ m/s} = 0,25 \text{ m/s}$.
 c In de zesde minuut daalde de drone het snelst.

Bladzijde 12

- 2 $\langle \leftarrow, -2 \rangle, [-1, 0], \langle 1, 3 \rangle, \langle 5, \rightarrow \rangle$



- 4 a $[-8, 3]$
 b $\langle 4, 4\frac{1}{2}]$
 c $[5, 1; 7, 3]$
 d $\langle \leftarrow, 2]$



b $[10, 15]$ en $[3\frac{1}{2}, \rightarrow)$

- 6** klasse A $\langle 23, 40 \rangle$
 klasse B $[40, 80]$
 klasse C $\langle 80, 120 \rangle$

- 7 a** De grafiek is stijgend op $\langle \leftarrow, 1 \rangle$ en $\langle 3, 5 \rangle$.
b De grafiek is dalend op $\langle 1, 3 \rangle$ en $\langle 5, \rightarrow \rangle$.

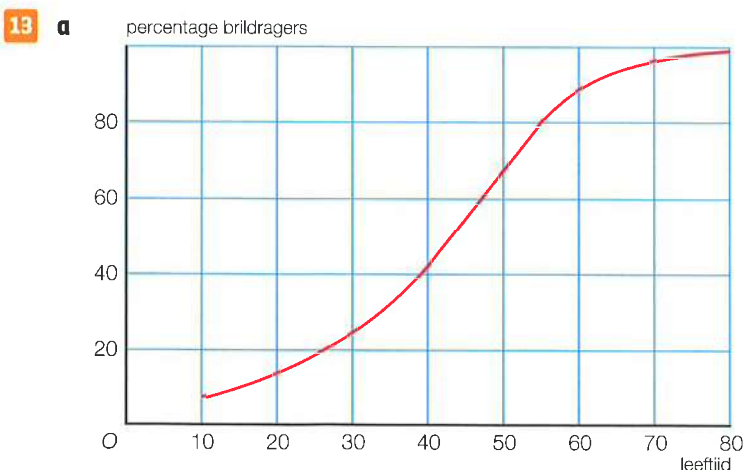
- 8** Bij deel I daal je steeds sneller en bij deel II daal je juist steeds langzamer.
 Bij gedeelte I neemt de daling toe.
 Bij gedeelte II neemt de daling af.

Bladzijde 14

- 9 a** Toenemend stijgend op $\langle 2, 4 \rangle$ en op $\langle 8, 10 \rangle$.
 Afnemend stijgend op $\langle 4, 5 \rangle$ en op $\langle 10, 12 \rangle$.
b Afnemend dalend op $\langle 0, 2 \rangle$ en op $\langle 7, 8 \rangle$.
 Toenemend dalend op $\langle 5, 7 \rangle$.
- 10 a** Constant stijgend op $\langle 0, 3 \rangle$.
 Afnemend stijgend op $\langle 3, 4 \rangle$.
 Toenemend dalend op $\langle 4, 5 \rangle$.
 Afnemend dalend op $\langle 5, 7 \rangle$.
 Toenemend stijgend op $\langle 7, 10 \rangle$.
b Bij het klimmen neemt de snelheid van de fietser af. Dus op het interval $\langle 4, 7 \rangle$.
- 11 a** In het jaar 1975.
b De grafiek moet nog 30% dalen in één eeuw. Vloeiend verlengen van de grafiek naar 1800 geeft een toenemende daling.

Bladzijde 15

- 12** Bij a hoort III, bij b hoort IV, bij c hoort II en bij d hoort I.



- b** Aflezen uit de grafiek geeft voor de 30-jarigen ongeveer 25%.
c Gebruik de gegevens op 40-jarige leeftijd is 42% bril dragend
 op 55-jarige leeftijd is 80% bril dragend.

In 15 jaar is de toename $80\% - 42\% = 38\%$, dus bij 1 jaar hoort toename $\frac{38}{15}$.

Van de 50-jarigen draagt dus $42 + 10 \cdot \frac{38}{15} \approx 67\%$ een bril.

- 14** a Dat zijn de tijdstippen $t = 3$ en $t = 10$.
 b Dat is op $t = 0$, $t = 5$ en $t = 15$. Dus om 7 uur, om 12 uur en om 22 uur.

Bladzijde 16

- 15** a Maxima bij de punten B , D en F .
 Het maximum bij B is 30.
 Het maximum bij D is 40.
 Het maximum bij F is 20.
 b Minima bij de punten A , C en E .
 Het minimum bij A is 15.
 Het minimum bij C is 20.
 Het minimum bij E is 10.
 c Dat is $\frac{40 - 30}{30} \times 100\% \approx 33,3\%$ meer.

Bladzijde 17

- 16** a Er zijn 2 maxima.
 Er zijn 2 minima.
 b Het grootste maximum is 35 en het kleinste minimum is 5, dus het verschil is $35 - 5 = 30$.
17 a Nee, begin januari sluit aan op eind december.
 b De filedruk is 580 000 kmmin.
 Deze files duurden in totaal $\frac{580\,000}{1800} \approx 322$ minuten.
 Dus 5 uur.
 c Het maximum in maart is 510 000 kmmin.
 Het minimum in februari is 370 000 kmmin.
 Dus $\frac{510\,000 - 370\,000}{370\,000} \times 100\% \approx 38\%$ meer.
 d De filedruk hangt samen met de vakanties en de weersomstandigheden. Zo heeft het minimum in augustus te maken met de zomervakantie. De maxima in maart en november hebben te maken met de weersomstandigheden.

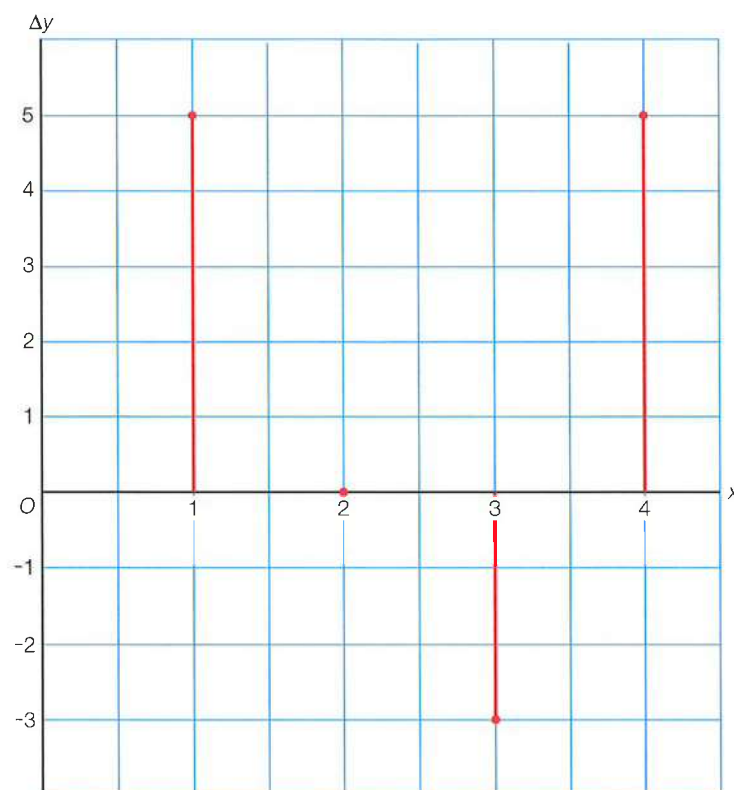
5.2 Toenamedigrammen**Bladzijde 19**

- 18** a Tussen tien uur en twaalf uur, dus tussen $t = 2$ en $t = 4$.
 De toename is $10 - 4 = 6^\circ\text{C}$.
 b De toename van T op $[4, 6]$ is $15 - 10 = 5^\circ\text{C}$.
 c Deze afname is $15,5 - 12 = 3,5^\circ\text{C}$.

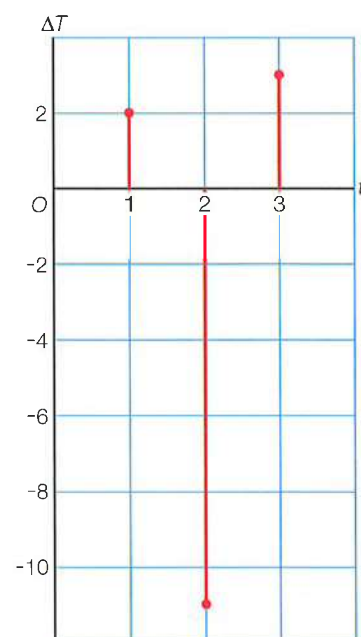
d interval	$[0, 2]$	$[2, 4]$	$[4, 6]$	$[6, 8]$	$[8, 10]$	$[10, 12]$
ΔT	2	6	5	0,5	-3,5	-4

Bladzijde 20

19	interval	Δy
	$[0, 1]$	5
	$[1, 2]$	0
	$[2, 3]$	-3
	$[3, 4]$	5

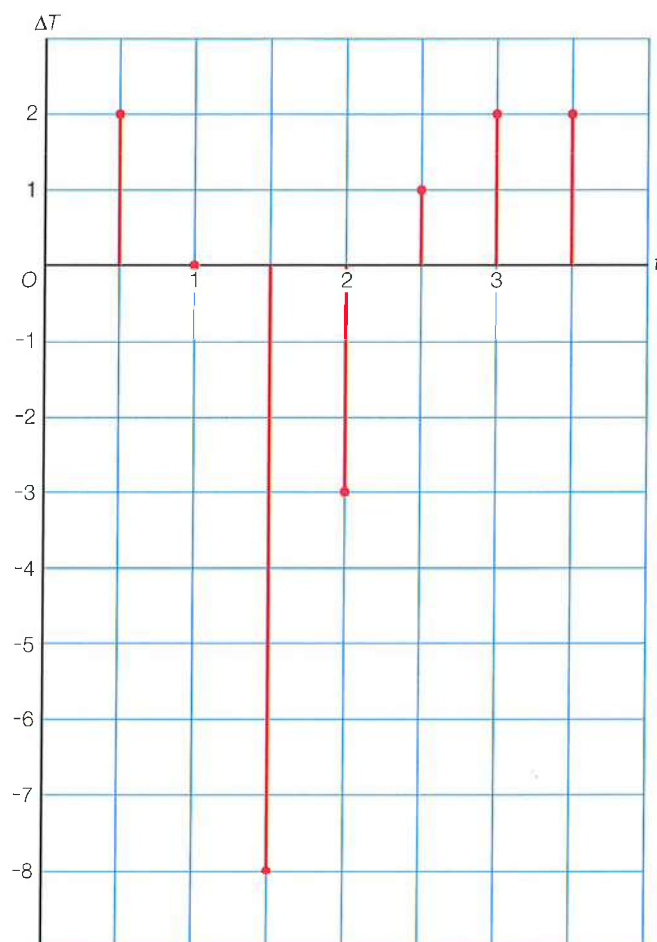


20	a	interval	ΔT
		$[0, 1]$	2
		$[1, 2]$	-11
		$[2, 3]$	3



b

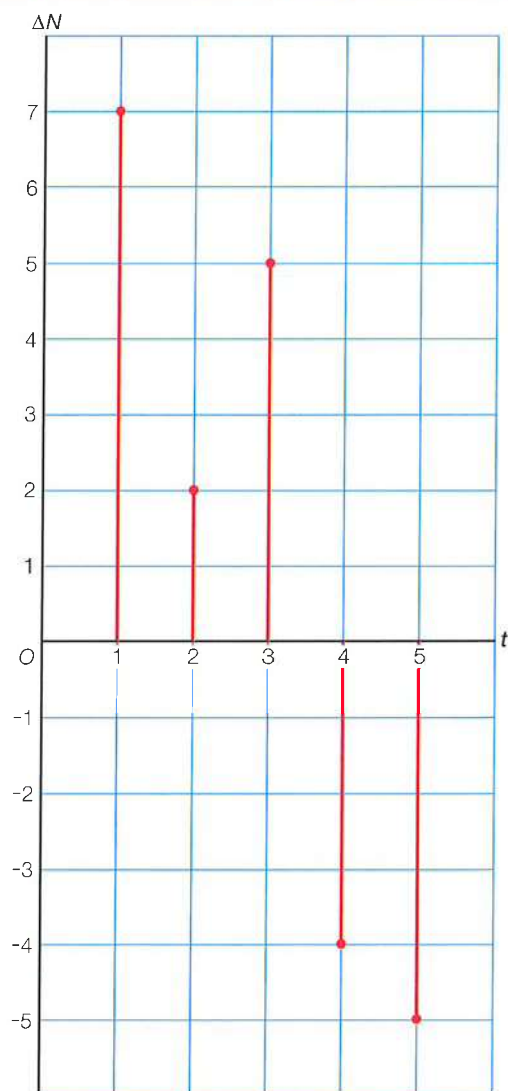
interval	ΔT
$[0; 0,5]$	2
$[0,5; 1]$	0
$[1; 1,5]$	-8
$[1,5; 2]$	-3
$[2; 2,5]$	1
$[2,5; 3]$	2
$[3; 3,5]$	2



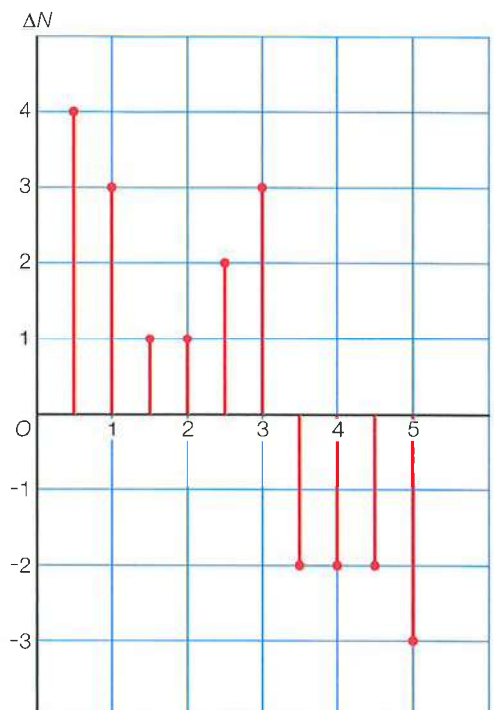
Bladzijde 21

21 a

interval	ΔN
$[0, 1]$	7
$[1, 2]$	2
$[2, 3]$	5
$[3, 4]$	-4
$[4, 5]$	-5

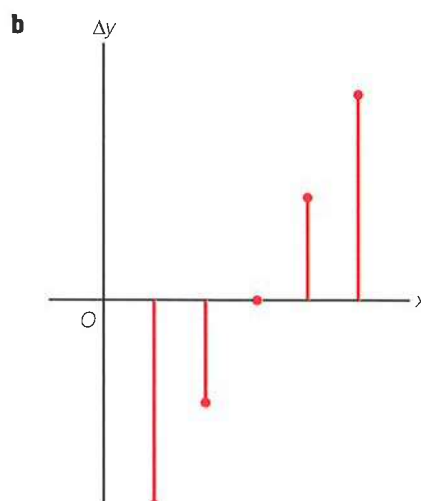
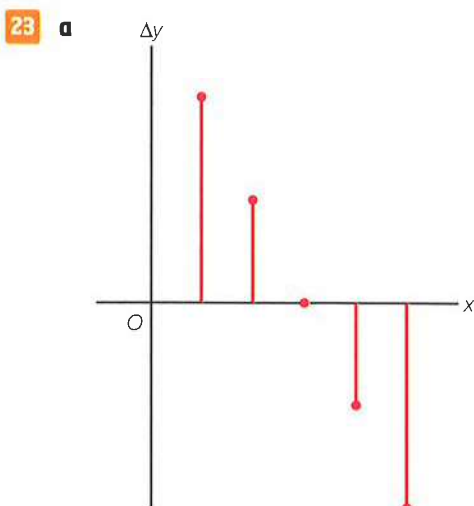
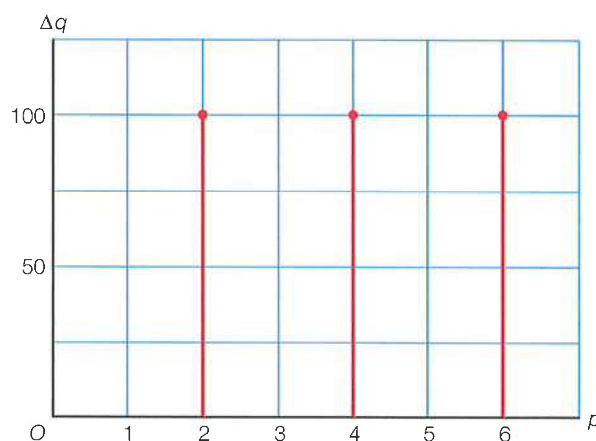


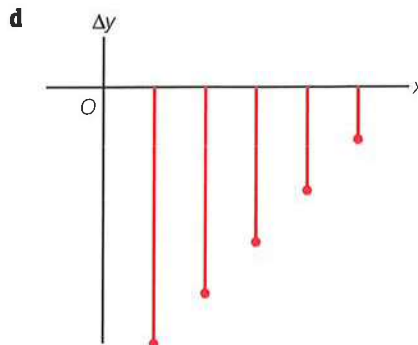
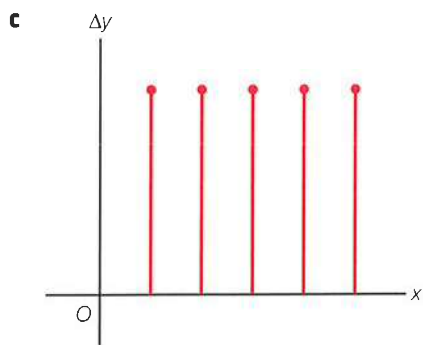
- b** Verdeel de toename 7 op $[0, 1]$ in twee toenames van bijvoorbeeld 4 en 3, enzovoort.



interval	Δq
$[0, 2]$	100
$[2, 4]$	100
$[4, 6]$	100

- b** De hoogte van de staafjes is 50.
Dit is gelijk aan de richtingscoëfficiënt van de lijn.
- c** De staafjes zijn allemaal even hoog.
- d** De staafjes hebben allemaal lengte nul.





24 Bij A hoort III, want tussen 0 en 2 afnemend stijgend en daarna eerst toenemend dalend en daarna afnemend dalend.

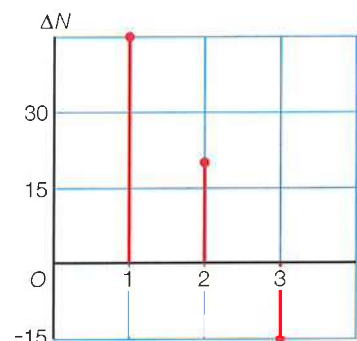
Bij B hoort I, want tussen 0 en 2 afnemend dalend en daarna eerst toenemend stijgend en daarna afnemend stijgend.

Bij C hoort II, want tussen 0 en 3 constant stijgend, dan dalend en daarna weer stijgend.

Bladzijde 22

25

jaar	t	N	ΔN
2017	0	30	—
2018	1	75	45
2019	2	95	20
2020	3	80	-15



26 a Tussen 12 uur en 14 uur is $\Delta T = 4$, dus 's middags om twee uur is de temperatuur $20 + 4 = 24^\circ\text{C}$.

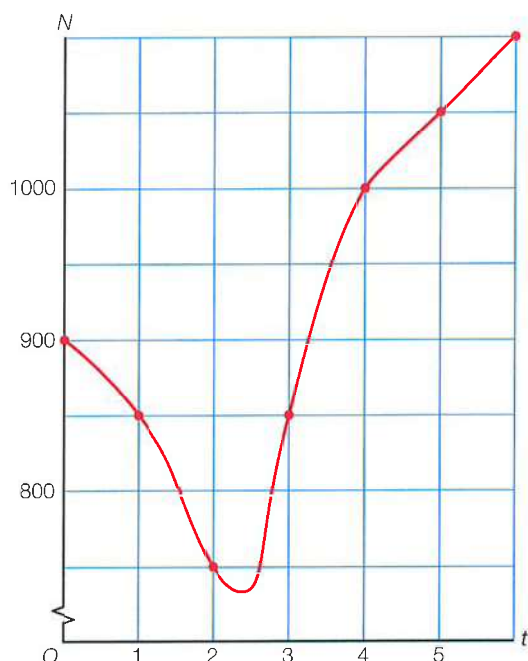
b Om vier uur is de temperatuur $24 - 1 = 23^\circ\text{C}$.

Om acht uur 's avonds is de temperatuur $23 - 5 - 2 = 16^\circ\text{C}$.

c Tussen 8 uur en 10 uur is $\Delta T = 3$ en tussen 10 uur en 12 uur is $\Delta T = 5$, dus om acht uur 's morgens is de temperatuur $20 - 5 - 3 = 12^\circ\text{C}$.

Bladzijde 23

27 Ja, dat kan. Je hebt dan bijvoorbeeld de volgende grafiek.



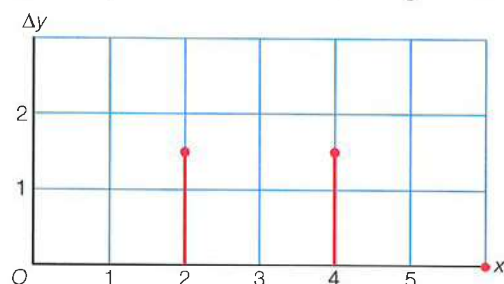
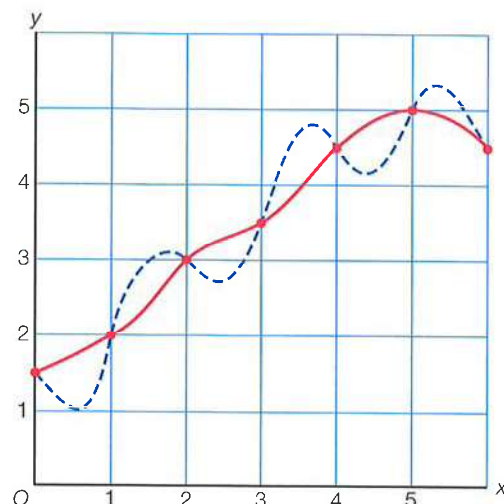
28 a, b

x	y	
0	1,5	
1	2	+ 0,5
2	3	+ 1
3	3,5	+ 0,5
4	4,5	+ 1
5	5	+ 0,5
6	4,5	- 0,5

- b Alleen de punten (0; 1,5), (1, 2), (2, 3), ... liggen vast. Elke grafiek door deze punten is mogelijk.

c

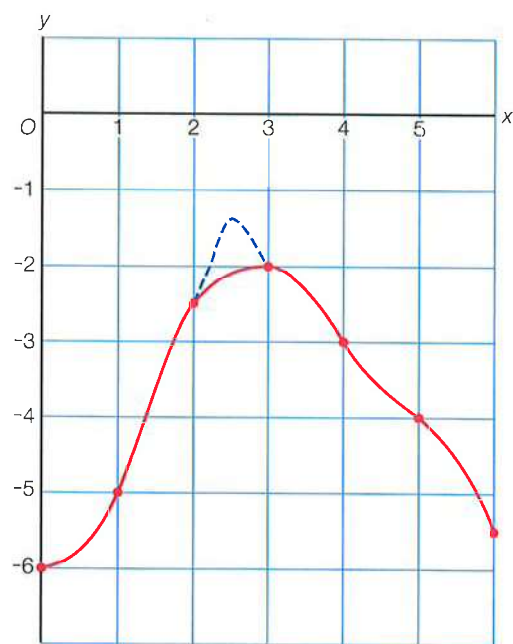
interval	Δy
[0, 2]	1,5
[2, 4]	1,5
[4, 6]	0



29 a

x	y	
0	-6	
1	-5	+ 1
2	-2,5	+ 2,5
3	-2	+ 0,5
4	-3	- 1
5	-4	- 1
6	-5,5	- 1,5

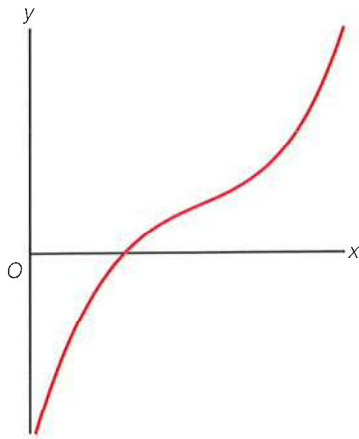
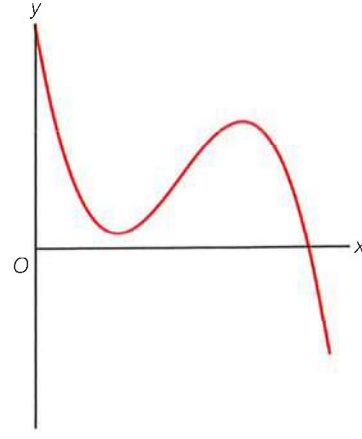
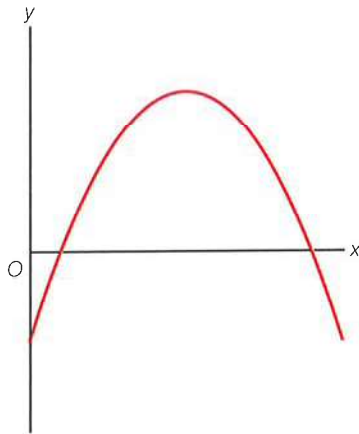
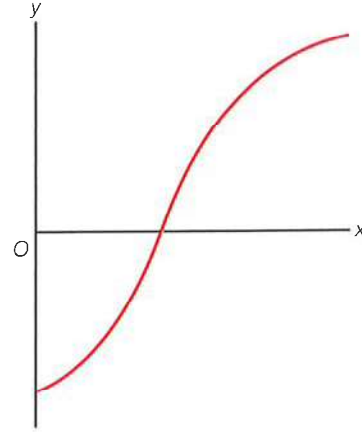
- b Dit maximum kan optreden bij $x = 2,5$. Zie het gestippelde stuk in de grafiek van vraag a. Het maximum kan niet optreden bij $x = 1,5$, want er is al een maximum tussen $x = 2$ en $x = 4$ en er is gegeven dat er maar één maximum is.



Bladzijde 24

30

- I constant dalend
- II afnemend stijgend
- III afnemend dalend
- IV toenemend dalend

31 a**c****b****d****32 a**

Om 17:00 uur stonden er $110 - 10 - 35 = 65$ fietsen.

Om 9:00 uur stonden er $110 - 25 - 15 + 15 - 40 + 40 + 20 = 105$ fietsen.

b Tussen 10 en 11 uur is er netto een afname van 40.

Als 30 personen een fiets hebben neergezet, zijn er dus 70 fietsen meegenomen.

Bladzijde 25**33 a**

Op 16 maart om 0:00 uur is de olieprijs $101,50 + 0,50 - 1 = 101$ dollar per vat.

De tanker bevat $\frac{210\,000\,000}{127,2} \approx 1\,650\,943$ vaten olie.

De totale waarde is $1\,650\,943 \cdot 101 \approx 166,7$ miljoen dollar.

b Het grootste prijsverschil is $1,25 + 0,75 = 2$ dollar per vat.

Dus het gevraagde verschil is $1\,650\,943 \cdot 2 \approx 3,3$ miljoen dollar.

34

Stel er zitten om 15:00 uur x mensen op het terras. Je krijg dan de volgende tabel.

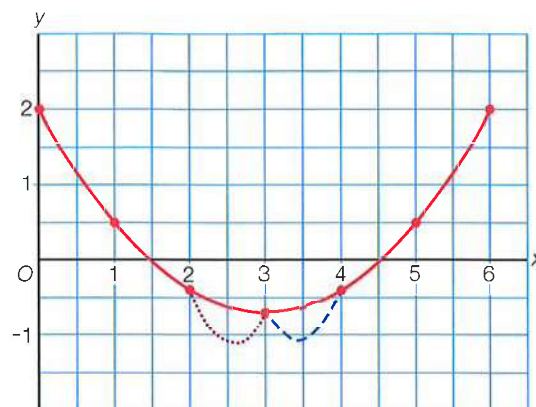
t	0	1	2	3	4	5	6	7
N	x	$x - 20$	$x - 10$	$x - 40$	$x - 30$	x	$x - 35$	$x - 45$
		-20	$+10$	-30	$+10$	$+30$	-35	-10

Omdat op alle tijdstippen moet gelden dat N minstens 0 is moet x tenminste 45 zijn.

Er zaten dus om 15:00 uur minstens 45 mensen op het terras.

35 Kies bij $x = 0$ een y -waarde, bijvoorbeeld $y = 2$.

x	y	
0	2	
1	0,5	$-1,5$
2	-0,4	$-0,9$
3	-0,7	$-0,3$
4	-0,4	$+0,3$
5	0,5	$+0,9$
6	2	$+1,5$



In de getekende grafiek treedt het minimum op bij $x = 3$.

Verder zijn twee andere mogelijke grafieken getekend: één met het minimum op $\langle 2, 3 \rangle$

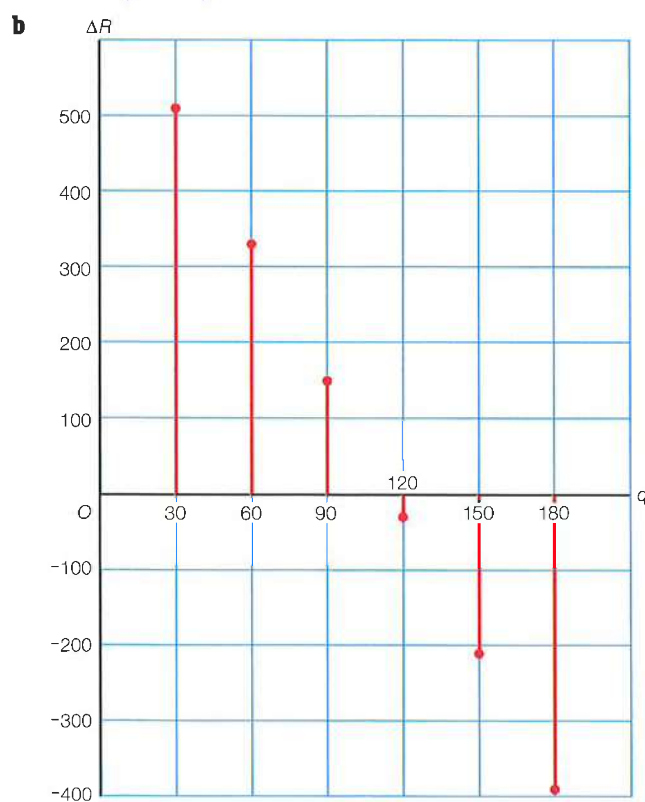
en één met het minimum op $\langle 3, 4 \rangle$.

Het minimum kan optreden op $\langle 2, 4 \rangle$.

Bladzijde 26

36 a

q	R	ΔR
0	0	—
30	510	510
60	840	330
90	990	150
120	960	-30
150	750	-210
180	360	-390

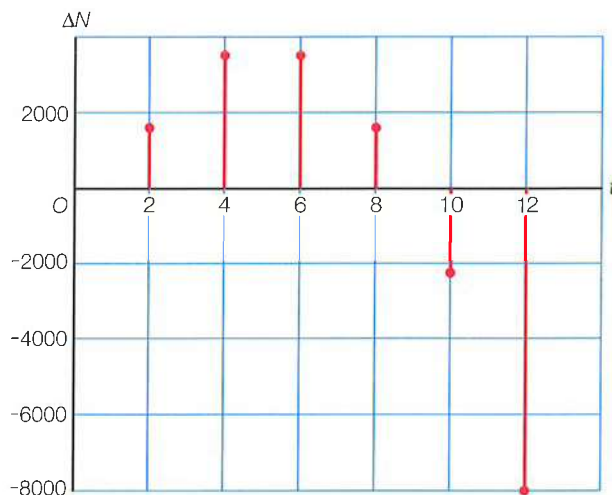


Bladzijde 27

- 37 a** Toenemend stijgend, afnemend stijgend en toenemend dalend.

b

t	N	ΔN
0	0	—
2	1600	1600
4	5120	3520
6	8640	3520
8	10240	1600
10	8000	-2240
12	0	-8000



- 38 a** $h = 10$ geeft $P = 71,8$

De totale kosten zijn $1200 \cdot 0,718 = \text{€} 861,60$.

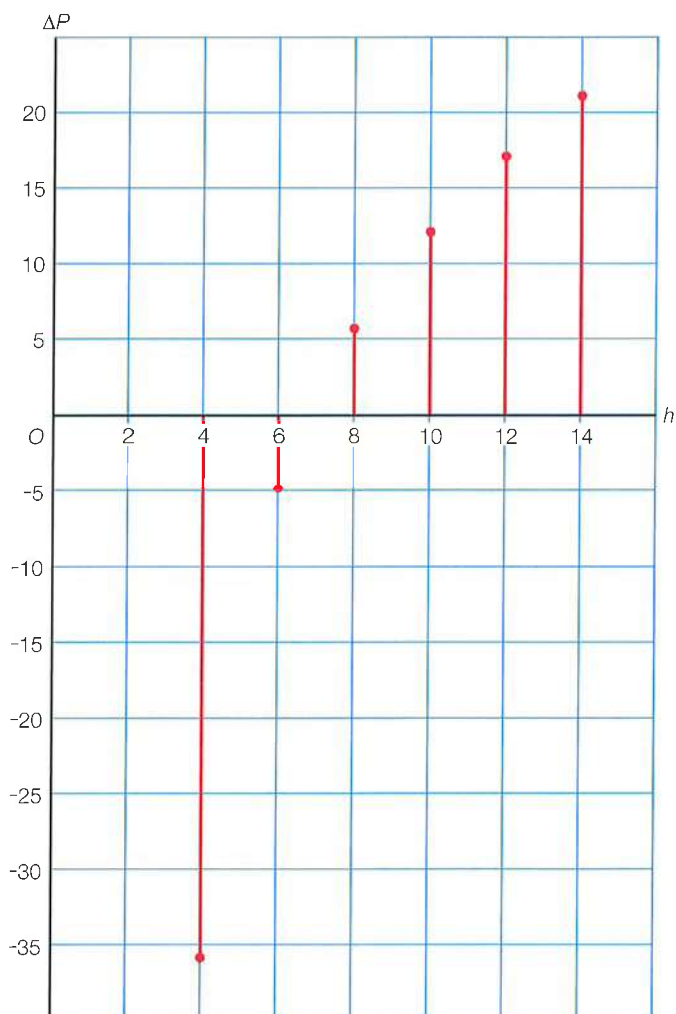
- b** $h = 12$ geeft $P = 88,85$

De productiekosten per doosje nemen toe met $\frac{88,85 - 71,8}{71,8} \times 100\% \approx 23,7\%$.

- c** Voer in $y_1 = 0,45x^2 + \frac{165}{x} + 10,3$.

h	P	ΔP
2	94,6	—
4	58,8	-35,8
6	54	-4,8
8	59,7	5,7
10	71,8	12,1
12	88,9	17,1
14	110,3	21,4

- d** De staafjes liggen eerst onder de h -as en worden steeds korter, dus afnemend dalend.
Daarna liggen de staafjes boven de h -as en worden steeds langer, dus toenemend stijgend.



5.3 Differentiequotiënten

Bladzijde 29

- 39** Stijn vergeet rekening te houden met de lengten van de perioden.

Bladzijde 30

- 40 a** In de periode 1980-1987 neemt N met $5,59 - 4,85 = 0,74$ toe.
Hier is $\Delta t = 1987 - 1980 = 7$ en $\Delta N = 0,74$.
De gemiddelde toename is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{0,74}{7} \approx 0,106$ miljoen per jaar.

b

periode	Δt	ΔN	$\frac{\Delta N}{\Delta t}$
1920-1947	27	0,75	0,028
1947-1964	17	1,03	0,061
1964-1970	6	0,60	0,100
1970-1980	10	1,10	0,110
1980-1987	7	0,74	0,106
1987-1995	8	0,71	0,089
1995-2000	5	0,29	0,058
2000-2019	19	1,23	0,065

- c** De gemiddelde toename is het grootst in de periode 1970-1980.
d De woningvoorraad nam steeds toe, maar de sterkste toename was in de periode tussen 1964 en 1987.

- 41 a** Op $[0, 10]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{2250 - 250}{10 - 0} = \frac{2000}{10} = 200$.
De gemiddelde toename gedurende de eerste 10 dagen is 200 fruitvliegjes per dag.
b Op $[2, 8]$ loopt de grafiek steiler dan op $[10, 14]$.
c Het grootst op $[4, 8]$, het kleinst op $[0, 4]$.

Bladzijde 31

- 42 a** Op $[9, 13]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1600 - 800}{13 - 9} = 200$.
b Op $[12, 17]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1600 - 2000}{17 - 12} = -80$.
c Op $[9, 17]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1600 - 800}{17 - 9} = \frac{800}{8} = 100$, dus $[9, 17]$.
d Op $[15, 18]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1200 - 1800}{18 - 15} = \frac{-600}{3} = -200$, dus $[15, 18]$.

- 43 a** Op $[1, 6]$ is de gemiddelde toename $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - 3}{6 - 1} = \frac{3}{5} = 0,6$.
b De richtingscoëfficiënt is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - 3}{6 - 1} = \frac{3}{5} = 0,6$.
c De antwoorden en ook de berekeningen zijn hetzelfde.

Bladzijde 32

- 44 a** De gemiddelde verandering op $[2, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - 5}{5 - 2} = \frac{1}{3}$.
b Op $[-1, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - 2}{5 - (-1)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.
c Bijvoorbeeld $[2, 6]$.

- 45** a Op $[1, 3]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-1}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$.
- b Op $[4, 6]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-6}{6-4} = \frac{-3}{2} = -1,5$.
- $\frac{\Delta y}{\Delta x} < 0$, dus er is een afname.
- c Op $[2, 7]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-3}{7-2} = \frac{-1}{5} = -0,2$.
- d Bijvoorbeeld $[2, 6]$ of $[3, 5]$.
- e Bijvoorbeeld $[0, 2]$ of $[2, 4]$.

- 46** a Op elk interval is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 5$.
- b Bij een lijn zijn alle differentiequotienten gelijk.

Bladzijde 33

- 47** a Op $[0, 2]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{40}{2} = 20$ euro per stuk.
- Op $[2, 4]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{20}{2} = 10$ euro per stuk.
- Op $[4, 6]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{30}{2} = 15$ euro per stuk.
- b De gemiddelde verandering is het grootst op het interval $[0, 2]$.

c

interval	$\frac{\Delta K}{\Delta q}$
$[0, 1]$	30
$[1, 3]$	10
$[3, 6]$	13,3
$[6, 7]$	50

Zie de tabel, op $[6, 7]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta q}$ het grootst.

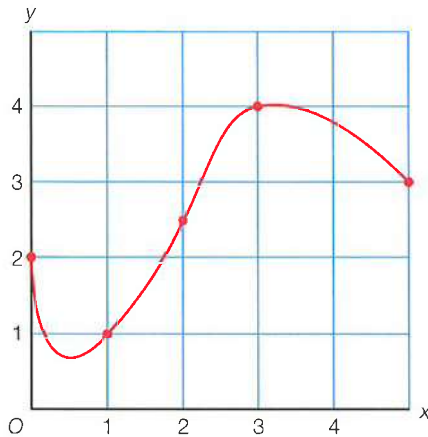
- d Teken de lijn door $(0, 20)$ en $(4, 80)$.
Deze lijn snijdt de grafiek ook in het punt $(6, 110)$.
Dus de gevraagde q is 6.

- 48** a Op $[6, 10]$ is $\Delta T = 13 - 10 = 3$, dus $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{3}{4} = 0,75^\circ\text{C}$ per uur.
- Op $[9, 14]$ is $\Delta T = 20 - 12 = 8$, dus $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{8}{5} = 1,6^\circ\text{C}$ per uur.
- b Op $t = 16$ is $T = 20$, op $t = 20$ is $T = 17$, dus op $[16, 20]$ is $\Delta T = 17 - 20 = -3$.
Op $[16, 20]$ is $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{-3}{4} = -0,75$.
Dit betekent dat tussen $t = 16$ en $t = 20$ de temperatuur daalt.
- c Bijvoorbeeld $[0, 6]$ en $[10, 24]$.
- d Bijvoorbeeld op $[10, 20]$ is $\Delta T = 17 - 13 = 4$, dus $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{4}{10} = 0,4^\circ\text{C}$ per uur.
Dus op het interval $[10, 20]$ is de gemiddelde verandering $0,4^\circ\text{C}$ per uur.

- 49** Op $[0, 7]$ is $\Delta y = 30 + 20 - 10 + 10 - 20 + 20 + 20 = 70$, dus $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{70}{7} = 10$.
- Op $[2, 6]$ is $\Delta y = -10 + 10 - 20 + 20 = 0$, dus $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 0$.

50 a Door $(0, 2)$.Op $[0, 2]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{4}$, dus door $(2, 2 + 2 \cdot \frac{1}{4}) = (2, 2\frac{1}{2})$.Op $[0, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{5}$, dus door $(5, 2 + 5 \cdot \frac{1}{5}) = (5, 3)$.Op $[1, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2}$, dus door $(1, 3 - 4 \cdot \frac{1}{2}) = (1, 1)$.Op $[1, 3]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 1\frac{1}{2}$, dus door $(3, 1 + 2 \cdot 1\frac{1}{2}) = (3, 4)$.

Hieronder zie je een mogelijke grafiek.

**b** Het differentiequotient op $[3, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - 4}{5 - 3} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$.**c** Dat is mogelijk, want bij $x = 4$ is elke y -coördinaat mogelijk, dus ook $y = 5\frac{1}{2}$.En op $[1, 4]$ geeft dit $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5\frac{1}{2} - 1}{4 - 1} = \frac{4\frac{1}{2}}{3} = 1\frac{1}{2}$.**Bladzijde 34****51 a** $b = 5$ geeft $N = 20 - \frac{100}{5 + 5} = 20 - 10 = 10$ $b = 15$ geeft $N = 20 - \frac{100}{15 + 5} = 20 - 5 = 15$ **b** De gemiddelde verandering op $[5, 15]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta b} = \frac{5}{10} = 0,5$ dieren per nacht per meter.**c** Op $[10, 15]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta b} = \frac{15 - 13\frac{1}{3}}{5} = \frac{1}{3}$.**Bladzijde 35****52 a** $t = 3$ geeft $N = 1125$ en $t = 8$ geeft $N = 6400$.Op $[3, 8]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{6400 - 1125}{5} = 1055$, dus 1055 patiënten per dag.**b** De tweede week is van $t = 7$ tot $t = 14$. $t = 7$ geeft $N = 5145$ en $t = 14$ geeft $N = 13\,720$.

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{13\,720 - 5145}{7} = 1225$$

De gemiddelde toename is 1225 patiënten per dag.

c $t = 10$ geeft $N = 9000$ en $t = 16$ geeft $N = 15\,360$.

$$\text{Op } [10, 16] \text{ is } \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{15\,360 - 9000}{6} = 1060.$$

De gemiddelde toename is 1060 patiënten per dag.

53 Kijk waar de grafiek het steilst is.

Dat is in de buurt van $t = 9$.

$t = 9$ geeft $N = 7695$ en $t = 10$ geeft $N = 9000$.

Op $[9, 10]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{9000 - 7695}{1} = 1305$.

Dus op $[9, 10]$ is de gemiddelde toename 1305 patiënten per dag.

Dat is meer dan 1300, dus het klopt.

54 a $q = 4$ geeft $K = 35$ en $q = 6$ geeft $K = 93$.

Op $[4, 6]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{93 - 35}{2} = 29$ euro per stuk.

b $q = 2$ geeft $K = 25$ en $q = 5$ geeft $K = 55$.

Op $[2, 5]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{55 - 25}{3} = 10$ euro per stuk.

c $q = 3,6$ geeft $K = 30,696$ en $q = 6,1$ geeft $K = 98,021$.

Op $[3,6; 6,1]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{98,021 - 30,696}{2,5} = 26,93$.

De gemiddelde toename van de kosten is 26,93 euro per stuk.

Diagnostische toets

Bladzijde 38

1 a Afnemend stijgend op $\langle 1, 3 \rangle$ en op $\langle 5,5; 6 \rangle$.

Toenemend dalend op $\langle 3, 4 \rangle$ en op $\langle 6; 6,5 \rangle$.

Afnemend dalend op $\langle 4, 5 \rangle$ en op $\langle 6,5; 7 \rangle$.

Toenemend stijgend op $\langle 5; 5,5 \rangle$ en op $\langle 7, 10 \rangle$.

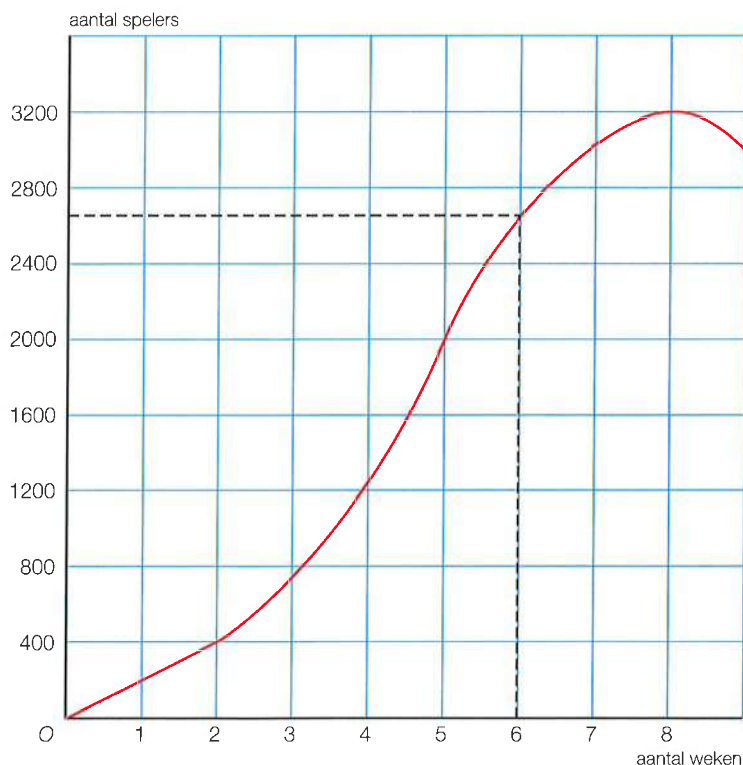
b Maxima in de punten B , D en F .

De maxima zijn 8, 3 en 4.

c Dat is tussen het minimum bij E en het maximum bij F .

De procentuele toename is daar $\frac{4 - 2}{2} \times 100\% = 100\%$

2 a



b Zie de grafiek. De schatting is ruim 2600 spelers.

c Achtereenvolgens: toenemende daling, afnemende daling, minimum, toenemende stijging, afnemende stijging, maximum.

- 3 a** Uit de gegevens volgt de tabel hieronder.

t	0	1	2	3	4	5	6
D	8,5	6,5	4	3	1	3,5	4,5

Bij 8:15 uur hoort $t = 1$. Dus de waterdruk is 6,5 bar.

- b** Op $t = 4$ is $D = 1$, dus om 9:00 uur kwam de duikboot aan de oppervlakte.

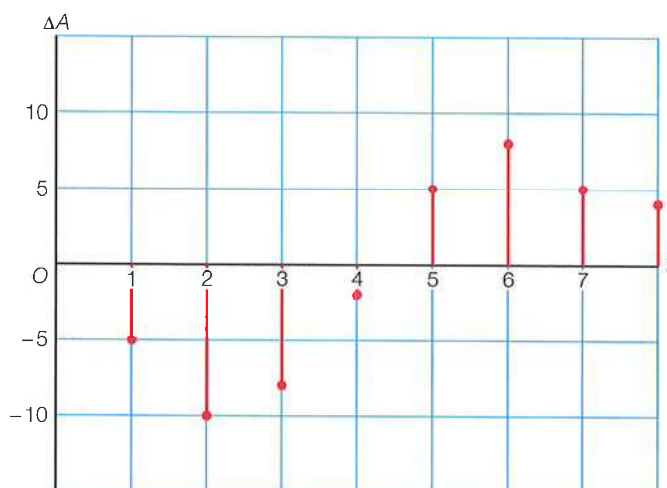
- c** Bij een diepte van 35 meter hoort $D = 1 + \frac{35}{10} = 4,5$.

Dat is om 9:30 uur.

Bladzijde 39

4

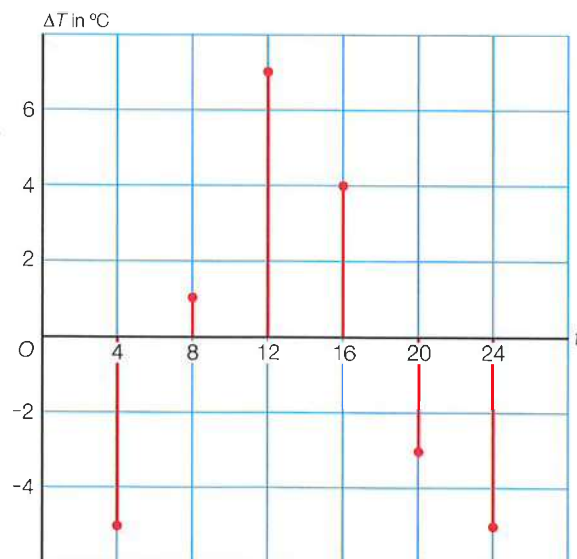
interval	ΔA
[0, 1]	-5
[1, 2]	-10
[2, 3]	-8
[3, 4]	-2
[4, 5]	5
[5, 6]	8
[6, 7]	5
[7, 8]	4



- 5 a** $10 + 3 + 4 + 2 + 2 = 21$
Om 16 uur was het 21°C .
 $10 - 2 + 1 = 9$
Om 4 uur was het 9°C .

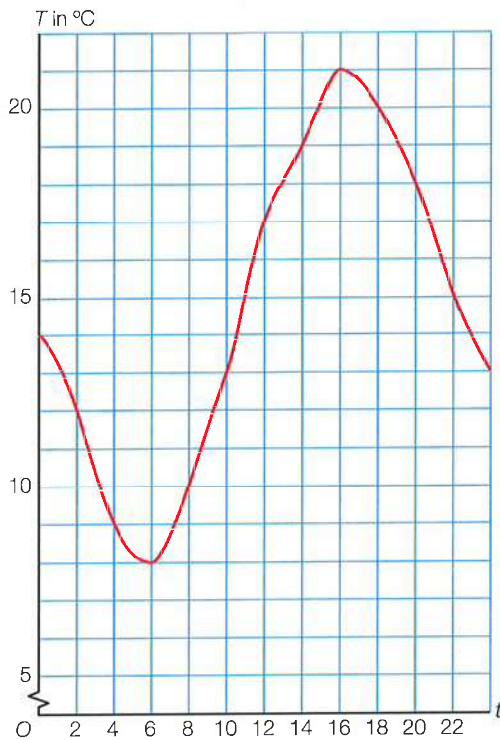
b

interval	ΔT
[0, 4]	-5
[4, 8]	1
[8, 12]	7
[12, 16]	4
[16, 20]	-3
[20, 24]	-5



c

t	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
T	14	12	9	8	10	13	17	19	21	20	18	15	13



- 6 a** $t = 0$ geeft $A = 30$ en $t = 2$ geeft $A = 15$.

Op $[0, 2]$ is $\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{15 - 30}{2} = \frac{-15}{2} = -7\frac{1}{2}$.

$t = 3$ geeft $A = 7$ en $t = 6$ geeft $A = 18$.

Op $[3, 6]$ is $\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{18 - 7}{3} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3} (\approx 3,7)$.

- b** Bijvoorbeeld $[4, 5]$.

- 7 a** $q = 2$ geeft $K = 6,6$ en $q = 4$ geeft $K = 7,4$.

Op $[2, 4]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{7,4 - 6,6}{2} = 0,40$ euro per stuk.

Als de productie toeneemt van 2000 tot 4000 stuks, nemen de kosten met gemiddeld 40 cent per stuk toe.

- b** Op $[0, 2]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{6,6 - 1}{2 - 0} = 2,80$ euro per stuk.

Op $[0, 4]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{7,4 - 1}{4 - 0} = 1,60$ euro per stuk.

Op $[0, 6]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{8,2 - 1}{6 - 0} = 1,20$ euro per stuk.

Op $[0, 9]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{19,9 - 1}{9 - 0} = 2,10$ euro per stuk.

- c** Op $[0, 6]$ is de gemiddelde verandering van K het kleinst.

- 8 a** $q = 5$ geeft $W = -313,75$ en $q = 25$ geeft $W = 1931,52$.

Op $[5, 25]$ is $\frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{1931,52 - (-313,75)}{25 - 5} = \frac{1345}{20} = 67,25$ euro per stuk.

- b** $q = 50$ geeft $W = 3500$ en $q = 75$ geeft $W = 5968,75$.

Op $[50, 75]$ is $\frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{5968,75 - 3500}{75 - 50} = 98,75$.

De gemiddelde toename is €98,75 per stuk.

- c** $q = 80$ geeft $W = 6380$ en $q = 88$ geeft $W = 6941,28$.

Op $[80, 88]$ is $\frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{6941,28 - 6380}{88 - 80} = 70,16$.

De gemiddelde verandering is €70,16 per stuk.