

Gemengde opgaven

1 Tabellen en grafieken

Bladzijde 180

- 1 a** Dat is $\frac{22}{102} \times 100\% \approx 21,2\%$.
- b** 14,0% is 13 leerlingen, dus er zaten $\frac{13}{0,14} \approx 93$ leerlingen in 5 havo.
- c** In 2015-2016 waren er $104 + 88 = 192$ leerlingen en in 2019-2020 waren dat er $106 + 98 = 204$.
De toename is $\frac{204 - 192}{192} \times 100\% \approx 6,3\%$.
- d** Dat waren $1,057 \cdot 106 \approx 112$ leerlingen.
- e** Het aantal leerlingen in de bovenbouw havo in het schooljaar 2014-2015 was $\frac{104 + 88}{0,965} \approx 199$.
Dus in 4 havo zaten $199 - 92 = 107$ leerlingen.

- 2 a** In 8 jaar 43 minder, dus in 1 jaar $\frac{43}{8}$ minder.
2010 is 6 jaar na 2004, dus in 2010 is het $561 - 6 \cdot \frac{43}{8} \approx 529$ kg.
- b** In 5 jaar 22 minder, dus in 1 jaar $\frac{22}{5}$ minder.
2024 is 7 jaar na 2017, dus in 2024 is het $496 - 7 \cdot \frac{22}{5} \approx 465$ kg.
- c** In 13 jaar 65 minder, dus in 1 jaar $\frac{65}{13} = 5$ minder.
Vanaf 2017 moet er $496 - 300 = 196$ kg minder afval per persoon komen, dat duurt $\frac{196}{5} = 39,2$ jaar.
Dus in het jaar $2017 + 39 = 2056$.

Bladzijde 181

- 3 a** Dat zijn $0,0212 \cdot 6138 \approx 130$ gouden medailles.
- b** Het totaal aantal medailles is $0,01035 \cdot 18\,845 \approx 195$, dus het aantal bronzen medailles is $\frac{5}{13} \cdot 195 = 75$.
- c** Noorwegen won in totaal $\frac{368}{0,708} \approx 520$ medailles, dat is $\frac{520}{18\,845} \times 100\% \approx 2,76\%$.
- 4 a** aantal vwo = $\frac{2}{11} \cdot 200\,893 \approx 36\,526$
aantal havo = $\frac{3}{11} \cdot 200\,893 \approx 54\,789$
aantal vmbo = $\frac{6}{11} \cdot 200\,893 \approx 109\,578$
- b** 3 delen is 53 974 leerlingen, dus het totale aantal is $\frac{11}{3} \cdot 53\,974 \approx 197\,905$ leerlingen.
- c** Het totaal van 11 delen neemt met 10% af, dit geeft $0,9 \cdot 11 = 9,9$ delen.
Dus $p = 9,9 - 2 - 3 = 4,9$.
De verhouding is $2 : 3 : 4,9$ oftewel $20 : 30 : 49$.

Bladzijde 182

- 5 a** 1,5 mm = 0,15 cm en 1,4 meter = 140 cm
Dus $0,15 \cdot 140 \cdot 20 = 420 \text{ cm}^3$ fineer.
- b** $420 \cdot 12 \cdot 60 \cdot 324 = 97\,977\,600 \text{ cm}^3 \approx 98,0 \text{ m}^3$
- c** 3 delen is 5775 planken, dus 1 deel is $\frac{5775}{3} = 1925$ planken.
Dus in totaal $8 \cdot 1925 = 15\,400$ planken per maand.

- 6 a** In 2003 was de gemiddelde huizenprijs 212 500 euro en in 2018 was dat 265 000 euro.
De procentuele verandering is $\frac{265\,000 - 212\,500}{212\,500} \times 100\% \approx 24,7\%$.
- b** In 2010 was de rente 4,9%, dus de familie Erker betaalt $0,049 \cdot 250\,000 = 12\,250$ euro rente per jaar.
Gedurende 5 jaar is dat $5 \cdot 12\,250 = 61\,250$ euro.
- c** In 2004 was de rente 4,8% per jaar.
De familie Feraart betaalde $0,048 \cdot 225\,000 = 10\,800$ euro rente per jaar, dat is $\frac{10\,800}{12} = 900$ euro per maand.
In 2018 was de rente 1,7% per jaar en de waarde van het huis was 265 000 euro.
De familie Geerts betaalde $0,017 \cdot 265\,000 = 4505$ euro rente per jaar, dat is $\frac{4505}{12} \approx 375,42$ euro per maand.
Dus de familie Feraart betaalde meer rente per maand, het scheelt ongeveer $900 - 375,42 = 524,58$ euro.

Bladzijde 183

- 7 a** Bij $B = 20$ hoort $A = 88$.
Bij $A = 88$ hoort $J = 6$.
Dus 6 jongen per broedpaar.
- b** Bij $J = 10$ hoort $A = 50$.
Bij $A = 50$ hoort $B = 10$.
Dus 10 kg beukennoten per hectare.
- c** Het aantal kg beukennoten per hectare is $B = \frac{300}{6} = 50$.
Bij $B = 50$ hoort $A = 140$.
Bij $A = 140$ hoort $J = 4$.
Er waren 140 broedparen met gemiddeld 4 jongen per broedpaar, dus in totaal $140 \cdot 4 = 560$ jongen.

8 a,b

land	aantal sporters per miljoen inwoners	aantal medailles per sporter
VS	1,7	0,21
China	0,3	0,17
Australië	18,6	0,07
Nederland	14,6	0,08
Jamaica	19,0	0,19

- c** Dan had Nederland $\frac{11}{57} \cdot 249 \approx 48$ medailles moeten winnen.
- d** Australië heeft 23,2 miljoen inwoners en China 1379,3 miljoen.
Dus China had met $\frac{431}{23,2} \cdot 1379,3 \approx 25\,624$ sporters naar de Olympische spelen moeten gaan.

Bladzijde 184

- 9 a** Hij doet $\frac{6}{50} + \frac{15}{100} + \frac{84}{120} + \frac{65}{130} = 1,47$ uur over de afstand, dat is $1,47 \cdot 60 \approx 88$ minuten.
- b** Hij doet nu $\frac{6}{50} + \frac{15}{100} + \frac{84}{120} + \frac{65}{120} = 1,51\dots$ uur over de afstand, dat is $1,51\dots \cdot 60 \approx 91$ minuten.
Dus hij doet er ongeveer $91 - 88 = 3$ minuten langer over.
- c** Hij doet nu $\frac{6}{50} + \frac{15}{100} + \frac{84}{100} + \frac{65}{100} = 1,76$ uur over de afstand, dat is $1,76 \cdot 60 \approx 106$ minuten.
Dus hij doet er ongeveer $106 - 88 = 18$ minuten langer over.

- d Hij verbruikt $\frac{6}{100} \cdot 5,8 + \frac{15}{100} \cdot 5,5 + \frac{84}{100} \cdot 7,7 + \frac{65}{100} \cdot 9,4 = 13,751$ liter per rit.
Dus per week verbruikt hij $4 \cdot 13,751 \approx 55$ liter benzine.
- e Hij verbruikt nu $\frac{6}{100} \cdot 5,8 + \frac{15}{100} \cdot 5,5 + \frac{84}{100} \cdot 5,5 + \frac{65}{100} \cdot 5,5 = 9,368$ liter per rit.
Dat is een besparing van $\frac{13,751 - 9,368}{13,751} \times 100\% \approx 31,9\%$.

Bladzijde 185

- 10 a Ze betalen voor de plaats en de toeristenbelasting, dat is in totaal $6 \cdot 21,50 + 2 \cdot 6 \cdot 0,92 = 140,04$ euro.
- b Het betreft 14 nachten in het hoogseizoen en ze reserveren, dus ze betalen $14 \cdot 28,70 + 5 + 2 \cdot 14 \cdot 0,92 = 432,56$ euro.
- c Het betreft 18 nachten in het laagseizoen en ze reserveren, dat kost $18 \cdot 25,50 + 5 + 2 \cdot 18 \cdot 0,92 = 497,12$ euro als ze het aantal nachten betalen.
Nemen ze een arrangement, dan kost het $370 + 55 + 5 + 2 \cdot 18 \cdot 0,92 = 463,12$ euro.
Dus het arrangement is het voordeligst.
- d 25 mei t/m 28 mei is het laagseizoen, dat zijn 3 nachten.
29 mei t/m 10 juni is het hoogseizoen, dat zijn 12 nachten.
De kinderen komen 3 nachten en voor hen hoeven alleen de extra kosten en de toeristenbelasting betaald te worden.
Ze betalen $3 \cdot 18,50 + 12 \cdot 23,70 + 5 + 2 \cdot 15 \cdot 0,92 + 2 \cdot 3 \cdot 4,20 + 2 \cdot 3 \cdot 0,92 = 403,22$ euro.

Bladzijde 186

- 11 a De dagwaarde is 5000 euro.
- b De dagwaarde van de auto van Herbert is 8000 euro.
Een dagwaarde van 8000 euro en 50 000 km geeft een leeftijd van 7 jaar.
Dus de auto van Tom is 7 jaar oud.
- c Van 1 juli 2013 t/m 1 januari 2020 is 6,5 jaar oftewel 78 maanden.
De dagwaarde van de auto is dan 7500 euro.
De totale verzekeringskosten waren $78 \cdot 38 = 2964$ euro.
Dus Jeroen is $7500 - 2964 = 4536$ euro goedkoper uit.
- 12 a 3843 miljoen pinbetalingen per jaar, dus $\frac{3843 \cdot 10^6}{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} \approx 122$ pinbetalingen per seconde.
- b Het gemiddeld pinbedrag in 2010 was $\frac{80,9 \cdot 10^9}{2154 \cdot 10^6} \approx 37,56$ euro.
Het gemiddeld pinbedrag in 2017 was $\frac{100,6 \cdot 10^9}{3843 \cdot 10^6} \approx 26,18$ euro.
De afname is $\frac{37,56 - 26,18}{37,56} \times 100\% \approx 30,3\%$.
- c In 7 jaar $3843 - 2154 = 1689$ meer, dus in 1 jaar $\frac{1689}{7}$ meer.
2025 is 8 jaar na 2017, dus in 2025 zijn het $3843 + 8 \cdot \frac{1689}{7} \approx 5773$ miljoen pinbetalingen.

2 De statistische cyclus**Bladzijde 187**

- 13 a Vraag II gaat uit van een veronderstelling, want er wordt verondersteld dat dieren hinder ondervinden.
Vraag III mondt uit in een advies, want er worden te nemen maatregelen onderzocht.
Bij de overgebleven vraag I is er sprake van een causaal verband, want het directe gevolg van de windmolens op zeedieren wordt onderzocht.
- b Bijvoorbeeld: Welke invloed hebben de windmolens op de gezondheid van de grijze zeehond?
- c Bijvoorbeeld: In welke mate ondervinden zeedieren hinder van de windmolens?
- d De populatie is de vogels die in aanraking komen met het windmolenpark.

- 14** a provincie: nominaal
 netnummer hoofdstad: nominaal
 waardering leefomgeving: ordinaal
 b aantal ziekenhuizen
 c $\hat{p} = \frac{548 + 168 + 34}{1025} \approx 0,73$

Bladzijde 188

- 15** a Het aantal dagen in juli met minder dan 6 uur zon was 13.
 Het aantal dagen in augustus met minstens 6 uur zon was $31 - 20 = 11$.
 Het aantal dagen in juli met minstens 4 uur, maar minder dan 8 uur zon was $25 - 10 = 15$.
 b De maand juli was het zonnigst, want er waren minder dagen met weinig uren zon vergeleken met augustus.
 c De standaardafwijking is 2,5 uur.
 d In juli scheen de zon $31 \cdot 5,7 = 176,7$ uur.
 In augustus was het minder zonnig, dus het totaal aantal uren in juli en augustus zal kleiner zijn dan $2 \cdot 176,6 = 353,4$ uur.
 Dus het totaal aantal is 315 uur.

cijfer	havo		vwo		Vcp
	perc.	cum. perc.	perc.	cum. perc.	
1	1	1	0	0	1
2	1	2	0	0	2
3	4	6	0	0	6
4	20	26	3	3	23
5	45	71	19	22	49 ← max.Vcp
6	17	88	21	43	45
7	8	96	23	66	30
8	3	99	18	84	15
9	1	100	9	93	7
10	0	100	7	100	0

Omdat $\max.Vcp > 40$ is het verschil groot.

Bladzijde 189

- 17** a spreidingsbreedte = $39,6 - 0,6 = 39$ miljoen
 interkwartielafstand = $7,4 - 1,9 = 5,5$ miljoen
 b 75% van 50, dat is $0,75 \cdot 50 = 37,5$.
 Dus 37 staten hebben minstens zoveel inwoners als Nebraska.
 c Er zijn 50 staten, dus er is geen middelste.
 d De eerste 25% van de staten hebben gemiddeld ongeveer $\frac{0,6 + 1,9}{2} = 1,25$ miljoen inwoners.
 De volgende 25% van de staten hebben gemiddeld ongeveer $\frac{1,9 + 4,5}{2} = 3,2$ miljoen inwoners.
 Dus de schatting is $0,25 \cdot 50 \cdot 1,25 + 0,25 \cdot 50 \cdot 3,2 \approx 56$ miljoen inwoners.
 e De volgende 25% van de staten hebben gemiddeld ongeveer $\frac{4,5 + 7,4}{2} = 5,95$ miljoen inwoners.
 De laatste 25% van de staten hebben gemiddeld ongeveer $\frac{7,4 + 39,6}{2} = 23,5$ miljoen inwoners.
 Dus de schatting is $56 + 0,25 \cdot 50 \cdot 5,95 + 0,25 \cdot 50 \cdot 23,5 \approx 424$ miljoen inwoners.
 Deze schatting is te hoog, omdat Californië een uitzonderlijk hoog inwonersaantal heeft, waardoor het geschatte gemiddelde van de laatste 25% te hoog is.

- 18 a** 1 Alleen bezoekers van de website zien de poll, dat zijn waarschijnlijk vooral sportieve studenten.
 2 Alleen studenten die de tijd nemen om te antwoorden worden meegenomen in het onderzoek.
 3 Alleen jongeren op straat worden ondervraagd, dat zullen soms ook geen studenten zijn.
- b** Bijvoorbeeld nominaal: Welke sport beoefen je?
 Bijvoorbeeld ordinaal: Hoe vaak sport je per week? Kies uit: nooit, 1-3 keer per week en meer dan 3 keer per week.

Bladzijde 190

- 19 a** spreidingsbreedte = 24 gram
 interkwartielafstand = $10 - 5 = 5$ gram
 Dus $\frac{5}{24} \times 100\% \approx 20,8\%$.
- b** De middens van de vier delen van de boxplot zijn: 2,5, 6,5, 9 en 17.
 Een schatting van het gemiddelde is $\frac{2,5 + 6,5 + 9 + 17}{4} = 8,75$.
 Dus 12 gram is geen redelijke schatting.
- c** Bij 25% hoort 5 gram, bij 50% hoort 8 gram en bij 75% hoort 10 gram, dat komt overeen met diagram 2.
- 20 a** De beoordeling is een kwalitatieve variabele.
b Als de helft van de beoordelingen 'helemaal mee oneens' is en de andere helft 'helemaal mee eens', dan zou het gemiddelde 'acceptabel' zijn. En dat komt niet overeen met de beoordelingen.
c De modus kan wel gebruikt worden.
d De steekproef is voldoende groot en aselekt.
e Deze optie is door $0,4 \cdot 3000 = 1200$ mensen gekozen.

Bladzijde 191

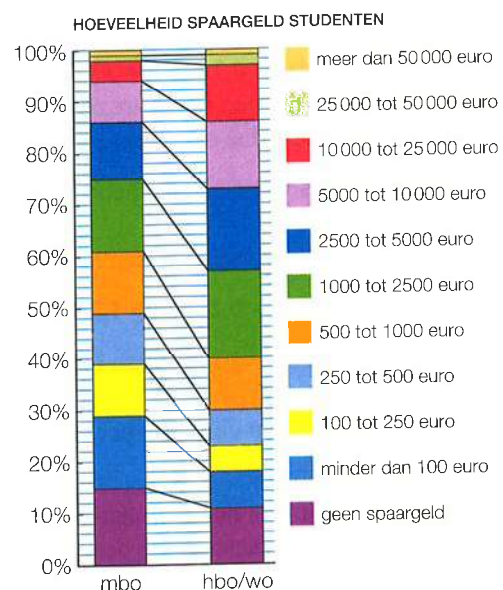
- 21 a** De variabelen 'geslacht' en 'bijbaan' zijn beide nominaal, want de waarden van de variabelen zijn geen getallen.
- b** $\phi = \frac{763 \cdot 457 - 327 \cdot 1196}{\sqrt{1090 \cdot 1633 \cdot 1939 \cdot 784}} \approx -0,026$
 Omdat $-0,2 \leq \phi \leq 0,2$ is het verschil gering.
- c** Vul de tabel verder in. Je krijgt

		bijbaan		
		ja	nec	
opleidingsniveau	hbo	1200	379	1579
	wo	739	405	1144
		1939	784	2723

$$\phi = \frac{1200 \cdot 405 - 379 \cdot 739}{\sqrt{1579 \cdot 1144 \cdot 1939 \cdot 784}} \approx 0,124$$

Omdat $-0,2 \leq \phi \leq 0,2$ is het verschil gering.

- d** Bepaal van alle klassen de Vcp of verbind de overeenkomstige klassen van beide groepen met lijnstukken. Zie de figuur hiernaast.
 Het steilste lijnstuk hoort bij de klasse met de max. Vcp.
 max. Vcp is de Vcp van de klasse 500 tot 1000.
 max. Vcp = $61 - 40 = 21$.
 Omdat $15 < \text{max. Vcp} \leq 30$ is het verschil middelmatig.



Bladzijde 192

- 22** a De variabelen 'geluk' en 'spanning' zijn beide ordinaal.
 b De variabele 'slaapduur' is continu, want elke tussenliggende waarde is mogelijk.
 c Voor de strandwandelaars is $E = \frac{460 - 413}{\frac{1}{2}(59 + 71)} \approx 0,72$.

Omdat $0,4 < E \leq 0,8$ is dit verschil middelmatig.

Voor de wandelaars in het binnenland is $E = \frac{430 - 417}{\frac{1}{2}(61 + 82)} \approx 0,18$.

Omdat $E \leq 0,4$ is het verschil gering.

Bladzijde 193

23 a $E = \frac{37,7 - 28,7}{\frac{1}{2}(25,6 + 17,8)} \approx 0,41$

Omdat $0,4 < E \leq 0,8$ concludeert Corinne dat het verschil middelmatig is.

- b** • De boxen overlappen elkaar.
 • Geen van de medianen ligt buiten de box van de andere boxplot.

Dus Corinne concludeert dat het verschil gering is.

- c** De Vcp is maximaal bij de leeftijd 50 jaar.

$$\text{max.Vcp} = 30 - 9 = 21$$

Omdat $15 < \text{max.Vcp} \leq 30$ is het verschil middelmatig.

3 Lineaire verbanden

24 a $\left. \begin{array}{l} l: y = -\frac{3}{4}x + b \\ \text{door } A(2, 7) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{3}{4} \cdot 2 + b = 7 \\ -1\frac{1}{2} + b = 7 \\ b = 8\frac{1}{2} \end{array}$

$$\text{Dus } l: y = -\frac{3}{4}x + 8\frac{1}{2}.$$

b $y_B = -\frac{3}{4} \cdot -2 + 8\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} + 8\frac{1}{2} = 10$

c $y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 5}{2 - -1} = -2$

$$\left. \begin{array}{l} y = -2x + b \\ \text{door } P(-1, 5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -2 \cdot -1 + b = 5 \\ 2 + b = 5 \\ b = 3 \end{array}$$

$$\text{Dus } m: y = -2x + 3.$$

d $y_R = 13$ geeft $-2x_R + 3 = 13$
 $-2x_R = 10$
 $x_R = -5$

Bladzijde 194

25 a $4 - (x - 3) = 2x$
 $4 - x + 3 = 2x$
 $-3x = -7$
 $x \approx 2,3$

b $0,3p - 8 = 2 - 0,8p$
 $1,1p = 10$
 $p \approx 9,1$

c $\frac{6x - 5}{7} = 0,12x + 6,5$
 $6x - 5 = 0,84x + 45,5$
 $5,16x = 50,5$
 $x \approx 9,8$

26 a $5x - 2y = 12$
 $-2y = -5x + 12$
 $y = 2\frac{1}{2}x - 6$

b $3a + 4b = 12$
 $3a = -4b + 12$
 $a = -1\frac{1}{3}b + 4$

c $5,25T - 1,5t = 8,25$
 $-1,5t = -5,25T + 8,25$
 $t = 3,5T - 5,5$

d $y = 0$ geeft $3x + 0 = -4$
 $x = -1\frac{1}{3}$
 Snijpunt met de x -as is $(-1\frac{1}{3}, 0)$.
 $x = 0$ geeft $0 + 2y = -4$
 $y = -2$
 Snijpunt met de y -as is $(0, -2)$.

27 a Per twee uur 30 000 liter, dus per kwartier $\frac{30\,000}{8} = 3750$ liter.

$120\text{ m}^3 = 120\,000$ liter
 De formule is $W = -3750t + 120\,000$.

b Los op $-3750t + 120\,000 = 0$
 $-3750t = -120\,000$
 $t = 32$

Dus na 32 kwartieren $= \frac{32}{4}$ uur = 8 uur is het zwembad leeg.

c Los op $-3750t + 120\,000 = 110\,625$
 $-3750t = -9375$
 $t = 2,5$

Dus na $2,5 \cdot 15 = 37,5$ minuten zat er nog 110 625 liter water in het zwembad.

28 a $B = ae + b$
 Bij $e = 3250$ hoort $B = 841,60$ en bij $e = 4426$ hoort $B = 1112,08$.

$a = \frac{\Delta B}{\Delta e} = \frac{1112,08 - 841,60}{4426 - 3250} = 0,23$

$B = 0,23e + b$
 $e = 3250$ en $B = 841,60$ $\left. \begin{array}{l} 0,23 \cdot 3250 + b = 841,60 \\ 747,50 + b = 841,60 \\ b = 94,10 \end{array} \right\}$

Dus $B = 0,23e + 94,10$.

b Het vastrecht is 94,10 euro en de prijs per kWh is 0,23 euro.

c $B = 1050,44$ geeft $0,23e + 94,10 = 1050,44$
 $0,23e = 956,34$
 $e = 4158$

Dus het verbruik was 4158 kWh.

29 a Ja, want de schoenmaat geeft de lengte in Franse steken.

b Schoenmaat 43 heeft lengte $43 \cdot 6,67 \approx 287$ mm.

c E van 4 naar 8 is keer 2.

Bij $E = 4$ hoort $F = 37$, maar bij $E = 8$ hoort niet $F = 2 \cdot 37 = 74$.

Dus niet evenredig.

d Als E met 2 toeneemt, dan neemt F met 2,5 toe, dus een lineair verband.

$F = aE + b$ met $a = \frac{\Delta F}{\Delta E} = \frac{2,5}{2} = 1,25$

$F = 1,25E + b$
 $E = 4$ en $F = 37$ $\left. \begin{array}{l} 1,25 \cdot 4 + b = 37 \\ 5 + b = 37 \\ b = 32 \end{array} \right\}$

Dus $F = 1,25E + 32$.

e $E = 9,5$ geeft $F = 1,25 \cdot 9,5 + 32 \approx 44$

Bladzijde 195

$$\begin{aligned} \text{30 a } & \left. \begin{array}{l} B = ar \\ r = 248 \text{ en } B = 372 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \cdot 248 = 372 \\ 248a = 372 \\ a = 1,5 \end{array} \end{aligned}$$

Dus $B = 1,5r$.

$$\text{b } \left. \begin{array}{l} B = ar \\ r = 188 \text{ en } B = 470 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \cdot 188 = 470 \\ 188a = 470 \\ a = 2,5 \end{array}$$

Dus $B = 2,5r$.

$r = 212$ geeft $B = 2,5 \cdot 212 = 530$

Dus de gordijnbreedte is 530 cm.

$$\begin{aligned} \text{31 a } & \left. \begin{array}{l} N_A = 4t \\ N_B = 3t \text{ voor het eerste deel} \\ N_B = 6t + b \text{ voor het tweede deel} \\ N_B = 6t + b \\ t = 20 \text{ en } N_B = 100 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 6 \cdot 20 + b = 100 \\ 120 + b = 100 \\ b = -20 \end{array} \end{aligned}$$

Dus $N_B = 6t - 20$.

Los op $3t = 6t - 20$

$$-3t = -20$$

$$t = 6\frac{2}{3}$$

Geproduceerde stroopwafels

$N_B = 3t$ voor t tussen 0 en $6\frac{2}{3}$

$N_B = 6t - 20$ voor t groter dan $6\frac{2}{3}$

b Los op $4t = 6t - 20$

$$-2t = -20$$

$$t = 10$$

Dus na 10 jaar lag bedrijf B op kop.

Dat is $10 - 6\frac{2}{3} = 3\frac{1}{3}$ jaar na de innovatie, oftewel $12 \cdot 3\frac{1}{3} = 40$ maanden.

$$\begin{aligned} \text{32 a } & \left. \begin{array}{l} 1 \text{ uur en } 5 \text{ minuten} = 65 \text{ minuten} \\ K_A = at + 5,50 \\ t = 65 \text{ en } K_A = 15,90 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \cdot 65 + 5,50 = 15,90 \\ 65a = 10,4 \\ a = 0,16 \end{array} \end{aligned}$$

Dus $K_A = 0,16t + 5,50$.

$$\left. \begin{array}{l} K_C = at \\ t = 45 \text{ en } K_C = 13,05 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \cdot 45 = 13,05 \\ a = 0,29 \end{array}$$

Dus $K_C = 0,29t$.

b Los op $0,16t + 5,50 < 0,29t$

Voer in $y_1 = 0,16x + 5,5$ en $y_2 = 0,29x$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 42,3$.

Uit de plot volgt dat $t > 42,3$.

Dus Yvonne gaat minstens 43 minuten de auto huren.

Bladzijde 196

$$\text{33 a } 0,8 \text{ liter voor } 9 \text{ m}^2, \text{ dat is } \frac{0,8}{9} = \frac{4}{45} \text{ liter per m}^2.$$

Dus $L = \frac{4}{45}P$.

b $L = 15$ geeft $\frac{4}{45}P = 15$

$$P = 168,75$$

Dus $168,75 \text{ m}^2$.

34 a x = aantal volwassenen
 y = aantal kinderen
 $x + y = 80$, dus $y = 80 - x$
 $15x + 12y = 990$, dus $12y = -15x + 990$
 $y = -1,25x + 82,5$
 Los op $80 - x = -1,25x + 82,5$
 $0,25x = 2,5$
 $x = 10$

$y = 80 - 10 = 70$
 Er zijn 70 kinderen aan boord.

b x = aantal kg appels
 y = aantal kg peren
 $x + y = 305$, dus $y = 305 - x$
 $1,5x + 1,25y = 400$, dus $1,25y = -1,5x + 400$
 $y = -1,2x + 320$
 Los op $305 - x = -1,2x + 320$
 $0,2x = 15$
 $x = 75$

Hij verkoopt 75 kg appels.

35 a $x = 31$ geeft voor mannen $L = 2,89 \cdot 31 + 70,6 \approx 160$ cm.
 $x = 31$ geeft voor vrouwen $L = 2,75 \cdot 31 + 71,5 \approx 157$ cm.

b Los op $2,89x + 70,6 = 180$
 $2,89x = 109,4$
 $x \approx 37,9$

Dus de humerus van een man van 180 cm is 37,9 cm.

Los op $2,75x + 71,5 = 180$
 $2,75x = 108,5$
 $x \approx 39,5$

De humerus van een vrouw van 180 cm is 39,5 cm.

c $x = 10$ geeft $L = 2,75 \cdot 10 + 71,5 = 99$
 $x = 40$ geeft $L = 2,75 \cdot 40 + 71,5 = 181,5$

De kleinste lichaamslengte is 99 cm en de grootste is 181,5 cm.

d Los op $2,89x + 70,6 - (2,75x + 71,5) = 4$
 $2,89x + 70,6 - 2,75x - 71,5 = 4$
 $0,14x = 4,9$
 $x = 35$

Dus bij een lengte van de humerus van 35 cm.

Bladzijde 197

36 a $B = av + b$
 Bij $v = 60$ hoort $B = 6,5$ en bij $v = 100$ hoort $B = 8,5$.

$$a = \frac{\Delta B}{\Delta v} = \frac{8,5 - 6,5}{100 - 60} = 0,05$$

$$\left. \begin{array}{l} B = 0,05v + b \\ v = 60 \text{ en } B = 6,5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,05 \cdot 60 + b = 6,5 \\ 3 + b = 6,5 \\ b = 3,5 \end{array}$$

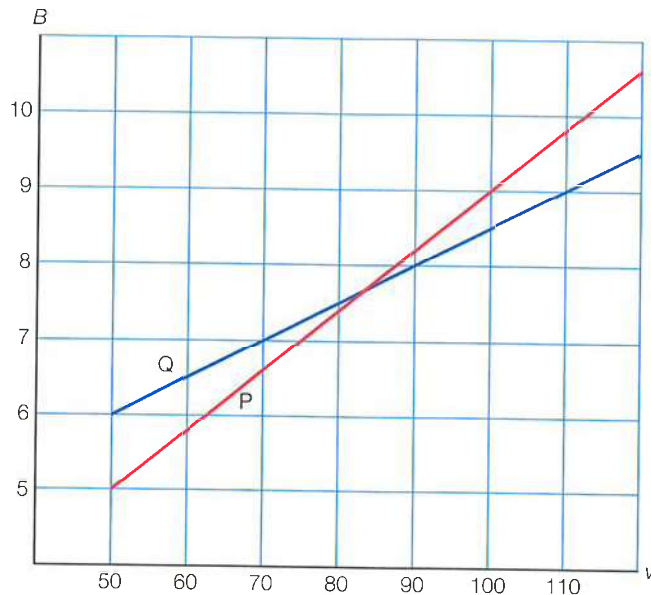
Dus $B = 0,05v + 3,5$.

b merk P

v	50	100
B	5	9

merk Q

v	50	100
B	6	8,5



- c Los op $0,08v + 1,0 = 0,05v + 3,5$
 $0,03v = 2,5$
 $v \approx 83,3$

Uit de figuur volgt dat het bij snelheden van meer dan 83,3 km/uur is.

- d Los op $0,08v + 1,0 - (0,05v + 3,5) = 0,5$
 $0,08v + 1,0 - 0,05v - 3,5 = 0,5$
 $0,03v = 3,0$
 $v = 100$

Dus bij een snelheid van 100 km/uur.

4 Handig tellen

- 37 a ABC of AC of ADC
aantal = $3 \cdot 2 + 2 + 3 \cdot 4 = 20$
b AD of ACD of ABCD
aantal = $3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 \cdot 4 = 35$
c Hij loopt 1 of 2 of 3 keer over een weg langs het meer, de mogelijkheden zijn:
AB of BC of CA of (AB en BC) of (AB en CA) of (BC en CA) of (AB en BC en CA).
aantal = $1 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1 = 10$

alternatieve uitwerking

Zonder de voorwaarde zijn er in totaal $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ rondwandelingen.

Verder zijn er $2 \cdot 1 \cdot 1 = 2$ rondwandelingen die geen enkele weg langs het meer hebben.

Er zijn dus $12 - 2 = 10$ rondwandelingen mogelijk die minstens een weg langs het meer hebben.

- 38 a aantal = $\binom{6}{2} = 15$
b aantal = $2^6 - 1 = 63$
c links midden of rechts midden
aantal = $\binom{4}{2} + \binom{4}{2} = 12$

Bladzijde 198

- 39 a aantal = $\binom{3}{2} \cdot \binom{6}{1} = 18$
b aantal = $\binom{9}{3} = 84$
c CDA-PvdA-VVD of CDA-PvdA-GB of CDA-VVD-GB of PvdA-VVD-GB
aantal = $3 \cdot 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 = 39$
d aantal = $9! = 362880$

- 40** **a** aantal = $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 6720$
b aantal = $8^5 = 32768$
c aantal = $1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1 = 120$
- 41** **a** aantal = $1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$
b aantal = $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 = 2401$
c aantal = $6 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 14406$
d het eerste cijfer is 4 en het tweede cijfer is groter dan 5 of het eerste cijfer is groter dan 4
aantal = $1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 + 4 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 10633$
e het eerste cijfer is kleiner dan 6 of het eerste cijfer is 6 en het tweede cijfer is kleiner dan 4
aantal = $4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 1560$
f $55 \text{ -- of -- } 55 \text{ -- of -- } 55 \text{ -- of -- } 55$
aantal = $1 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 + 6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 6 + 6 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 + 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1 = 864$
- 42** Er zijn $\binom{4}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 12$ mogelijke pincodes met twee vieren.
Dat is ook zo voor codes met twee zeven en twee achten.
Er zijn dus $3 \cdot 12 = 36$ mogelijke pincodes.

Bladzijde 199

- 43** **a** aantal = $\binom{5}{1} = 5$
- b** Sara wint 3 of 4 of 5 partijen
aantal = $\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 16$
- c** AAA of AASA of AASSA of AASSS
Dus 4 mogelijkheden.
- d** Als er 4 partijen worden gespeeld en Sara wint, zijn de mogelijkheden:
SSAS of SASS of ASSS, dus aantal = 3.
Als er 5 partijen worden gespeeld en Sara wint zijn de mogelijkheden:
SSAAS of SASAS of SAASS of ASASS of ASSAS of AASSS, dus aantal = 6.
Dus als Sara wint is het aantal $3 + 6 = 9$.
Als Alex wint zijn er evenveel scoreverlopen mogelijk.
Het totaal aantal is dus $2 \cdot 9 = 18$.
- 44** **a** aantal = $\binom{20}{6} = 38\,760$
- b** aantal = $2^{20} = 1\,048\,576$
- c** aantal = $\binom{5}{1} \cdot \binom{5}{2} \cdot \binom{5}{3} \cdot \binom{5}{4} = 2500$
- d** Het aantal codes met de helft blauw is $\binom{20}{10} = 184\,756$.
Dus het aantal codes met minder of meer dan de helft blauw is
 $2^{20} - 184\,756 = 863\,820$.
Het aantal codes met meer dan de helft blauw is $\frac{863\,820}{2} = 431\,910$.
Dat is $\frac{431\,910}{2^{20}} \times 100\% \approx 41,2\%$.
- e** Van de 14 buitenste vakjes moeten er 11 of 12 of 13 of 14 blauw zijn bij een positieve code.
aantal = $\binom{14}{11} + \binom{14}{12} + \binom{14}{13} + \binom{14}{14} = 470$

Bladzijde 200

- 45** a aantal = $\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{3}{1} = 90$
- b aantal = $\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{3}{2} = 540$
- c 3 moestuinplanten of 0 moestuinplanten
aantal = $\binom{4}{3} \cdot \binom{11}{5} + \binom{11}{8} = 2013$
- d aantal = $\binom{50}{5} \cdot \binom{45}{5} \approx 2,6 \cdot 10^{12}$

Bladzijde 201

- 46** a aantal = $\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{1}{1} = 180$
- b aantal = $3! \cdot 3! = 36$
- c Stel de kerken lagen eerst als $k_1 k_2 k_3$, dan zijn er twee andere volgorden mogelijk, namelijk $k_2 k_3 k_1$ en $k_3 k_1 k_2$.
Voor de musea zijn ook twee andere volgorden mogelijk.
Dus aantal = $2 \cdot 2 = 4$.
- d De naam van de mol staat 2 keer in het lijstje, dat kan op $\binom{5}{2} = 10$ manieren.
Verder staan er 3 andere namen op het lijstje, waarbij telkens uit 4 namen is gekozen, want mensen kiezen nooit zichzelf. Dat kan op $4^3 = 64$ manieren.
Dus aantal = $10 \cdot 64 = 640$.

Bladzijde 202

- 47** a *PS of ORS of PQS*
aantal = $1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 5$
- b *QSR of QSPR of QPR of QPSR*
aantal = $1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \cdot 1 = 9$
- c Als je start in P en dan de route volgt, dan kun je na brug f niet bij brug g komen.
Als je start in Q gaat het al mis na brug b , omdat je dan niet bij brug c kunt komen.
- d Pim is $7! \times 20 = 100\,800$ seconden = 1680 minuten = 28 uur bezig.
- e Elk gebied heeft een oneven aantal bruggen. De situatie voldoet dus niet aan de voorwaarde die Euler heeft gesteld. Het probleem heeft dus geen oplossing.
- f Omdat elk gebied een oneven aantal bruggen heeft, zorgt elke brug tussen twee gebieden dat die twee gebieden nu een even aantal bruggen heeft. En dan heeft het probleem volgens de redenering van Euler wel een oplossing.
Dus het maakt niet uit tussen welke twee gebieden je de brug bouwt, het probleem krijgt altijd een oplossing.

Gemengde opgaven

5 Veranderingen

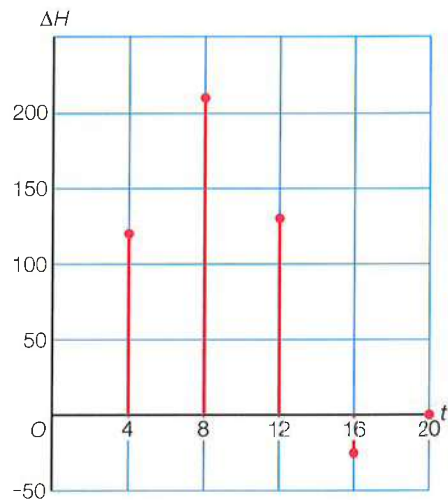
Bladzijde 160

- 1 a** minimum is 120 om 9:00 uur
 maximum is 450 om 11:00 uur
 minimum is 430 om 11:15 uur
 maximum is 600 om 12:30 uur
 minimum is 545 om 13:00 uur
 maximum is 600 om 13:30 uur
 minimum is 545 om 14:00 uur
- b** In het 6^e kwartier. Ze stegen van 265 m naar 365 m, dat is 100 m.
- c** Het eerste maximum is 450 om 11:00 uur en het laatste maximum is 600 om 13:30 uur.
 $600 - 450 = 150$ m in 2,5 uur = 150 minuten, dus de gemiddelde stijging is 1 meter per minuut.
- d** Als $\frac{\Delta H}{\Delta t}$ het grootst is, loopt de lijn zo steil mogelijk.
 De steilste lijn door (0, 120) en een ander punt op de grafiek gaat door (7, 430), dus $x = 7$.

e Bijvoorbeeld [14, 18].

f

t	H	ΔH
0	120	-
4	240	120
8	450	210
12	570	130
16	545	-25
20	545	0

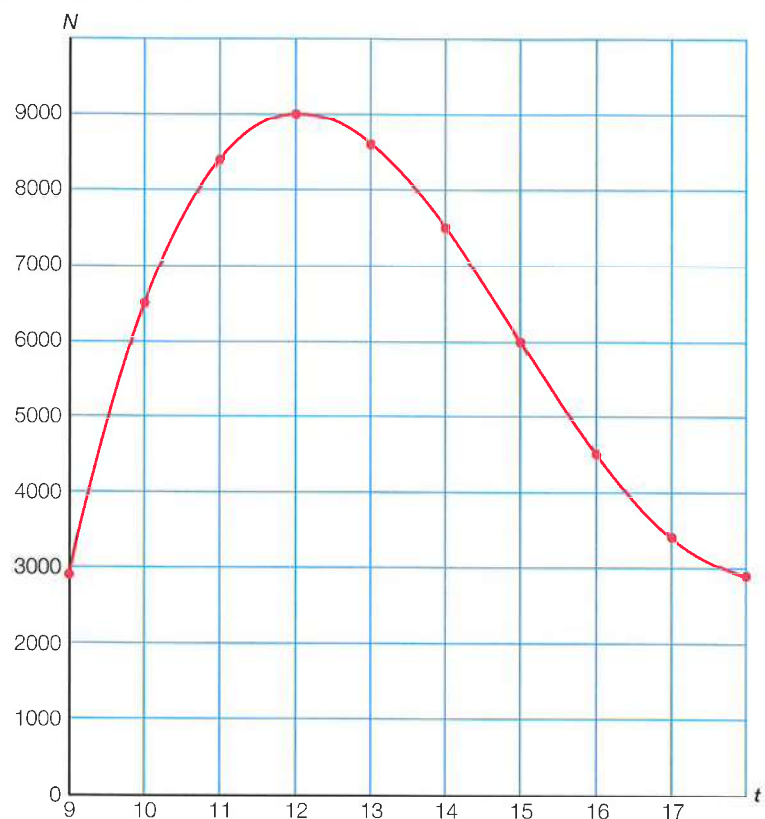


Bladzijde 161

- 2 a** Om 11 uur waren er $7500 + 1100 + 400 - 600 = 8400$ bezoekers.

b

t	N	
9	2900	
10	6500	+ 3600
11	8400	+ 1900
12	9000	+ 600
13	8600	- 400
14	7500	- 1100
15	6000	- 1500
16	4500	- 1500
17	3400	- 1100
18	2900	- 500

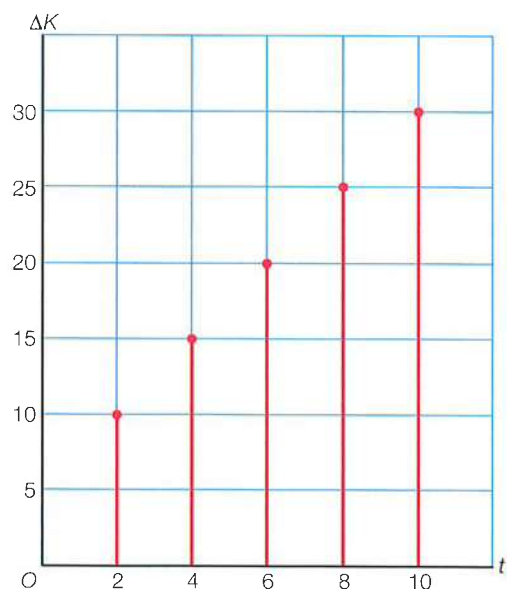


- c** Dat kan kloppen.

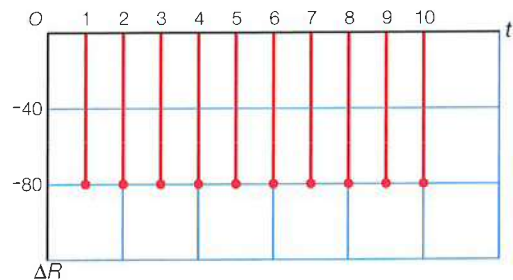
Bij $t = 12$ hoort $\Delta N = 600$, maar dit is de netto toename. Er kunnen best 1100 bezoekers het park zijn binnengelopen en 500 het park hebben verlaten. Ook dan is $\Delta N = 600$.

- d** Het is mogelijk dat er tussen 11 uur en 12 uur 10 000 bezoekers waren, want elke grafiek door de punten is in theorie mogelijk.

- 3 a** $\Delta t = 2$, dus tussen 2010 en 2020 zijn er 5 tijdsintervallen. De totale toename van het aantal koolmezen K moet $630 - 530 = 100$ zijn, en de toenames worden steeds groter (toenemende stijging), dus neem bijvoorbeeld de toenames 10, 15, 20, 25 en 30.

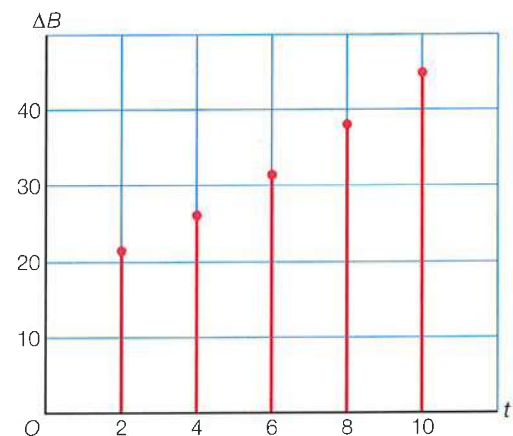


- b** $\Delta t = 1$, dus 10 tijdsintervallen.
 Constante daling, dus de daling van het aantal roodborsten R is per jaar $\frac{9640 - 8840}{10} = 80$.

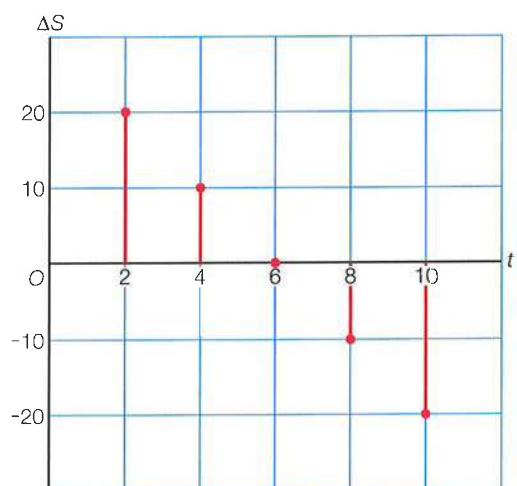


- c** Zie de tabel met het aantal bosuilen B .

t	0	2	4	6	8	10
B	100	121	146	177	214	259
ΔB	—	21	25	31	37	45



- d** Neem voor het aantal sperwers S bijvoorbeeld de toenames 20, 10, 0, -10 en -20.



Bladzijde 162

- 4** **a** Op het interval $\langle 4, 6 \rangle$.
b Nee, elke grafiek door de punten is mogelijk. Tussen $x = 2$ en $x = 2,5$ kan de grafiek bijvoorbeeld 2 toenemen. De gemiddelde toename op het interval $[2; 2,5]$ is dan 4.
c De intervallen $[3, 7]$ en $[3, 8]$.

- 5** **a** B en D
b A
c B, C en D
d C
e C

Bladzijde 163

- 6** **a** Gebruik het toename diagram bij de opbrengst.
 $15 - 1 - 1 - 3 - 1 + 2 = 11$, dus in augustus was de opbrengst 11 000 euro.
b Gebruik het toename diagram bij de kosten.
 $12 + 0 - 1 = 11$, dus in januari waren de kosten 11 000 euro.

c

maand	jan	feb	mrt	apr	mei	jun	jul	aug	sep	okt
opbrengst	15	16	15	14	13	10	9	11	13	15
kosten	11	12	12	13	14	13	12	10	10	11
winst	4	4	3	1	-1	-3	-3	1	3	4

In de maanden januari, februari en oktober boekte het bedrijf de meeste winst.

- d** $1 + 3 + 3 = 7$, dus het verlies was in totaal 7000 euro.
- e** Van januari naar februari geldt $\Delta W = 0$, $\Delta O = 1$ en $\Delta K = 1$, dus er geldt $\Delta W = \Delta O - \Delta K$.
En zo geldt altijd dat $\Delta W = \Delta O - \Delta K$.
- f** Zie de tabel, dat was in juli, want van juli naar augustus was de verandering van de maandelijkse winst voor het eerst positief.
- g** De winst in november en december samen was $21\,000 - 13\,000 = 8000$ euro.
Omdat van november naar december geldt $\Delta W = 0$, was de winst in december even groot als in november. Dus zowel in november als in december is de winst 4000 euro.

Bladzijde 164

- 7 a** 500 wekkerradio's, dus $q = 5$.
 $q = 5$ geeft $K = 97$, dus de kosten zijn 9700 euro.
 $\frac{9700}{500} = 19,40$, dus de gemiddelde kosten zijn € 19,40 per wekkerradio.

- b** Op $[5, 7]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{216,6 - 97}{7 - 5} = € 59,80$ per wekkerradio.

- c** Op $[1,5; 4]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{70,8 - 45,55}{4 - 1,5} = € 10,10$ per wekkerradio.

- d** 14320 euro, dus $K = 143,2$.
Los op $1,2q^3 - 8q^2 + 25q + 22 = 143,2$.
Voer in $y_1 = 1,2x^3 - 8x^2 + 25x + 22$ en $y_2 = 143,2$.
De optie snijpunt geeft $x = 6$, dus bij een productie van 600 stuks.
De gemiddelde kosten per wekkerradio zijn dan $\frac{14\,320}{600} \approx € 23,87$.

- e** Voer in $y_2 = 25x$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 1,98$ en $x \approx 6,19$.
Er worden dagelijks 198 of 619 stuks geproduceerd.

- 8 a** $1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 2 = 13$ video's
- b** $100 + 140 + 285 + 479 = 1004$, dus in april.
- c** Ja, ΔA is steeds positief, dus A is stijgend.
Eerst neemt ΔA steeds toe, daarna neemt ΔA af.

- d** Op $[0, 5]$ is $\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{11}{5} = 2,2$.

Valerie heeft in de eerste vijf maanden van het jaar gemiddeld 2,2 video's per maand geüpload.

- e** Op $[0, 12]$ is $\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{21}{12} = 1,75$.

- f** Op $t = 8$ is $\frac{A}{V} = \frac{5192}{14} \approx 370$.

Op $t = 9$ is $\frac{A}{V} = \frac{6439}{15} \approx 429$.

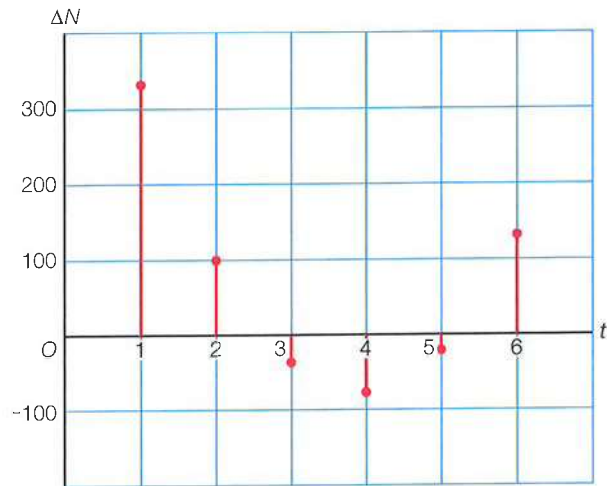
Op $t = 10$ is $\frac{A}{V} = \frac{7391}{18} \approx 411$.

Dat is op $t = 9$, dus eind september.

Bladzijde 165

- 9 a** Voer in $y_1 = 2x^3 - 41x^2 + 240x + 100$.

t	N	ΔN
0	100	-
2	432	332
4	532	100
6	496	-36
8	420	-76
10	400	-20
12	532	132



- b** Op $[1, 5]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{525 - 301}{5 - 1} = 56$ leden per jaar.
- c** Voer in $y_2 = 394$.
De optie snijpunt geeft $x = 1,65...$
Dus in het jaar 2009.
- d** Bij 1 januari 2009 hoort $t = 1$ en bij 1 juli 2012 hoort $t = 4,5$.
Op $[1; 4,5]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} \approx \frac{532 - 301}{4,5 - 1} = 66$ leden per jaar = 5,5 leden per maand.

6 Rekenregels en formules

- 10 a** Invullen van $d = 5$ en $t = 15$ geeft $P_{\max} = 3,19 + 2,35 \cdot 5 + 0,39 \cdot 15 = 20,79$.
De maximale prijs is €20,79.
- b** Als je d km rijdt, betaal je 3 km minder. Dus in de formule van $P_{\max}$ wordt d vervangen door $d - 3$.
- c** $P_{\text{GRT}} = 3,19 + 2,35(d - 3) + 0,39t$
 $P_{\text{GRT}} = 3,19 + 2,35d - 7,05 + 0,39t$
 $P_{\text{GRT}} = 2,35d + 0,39t - 3,86$
- d** 20 km/uur = 1 km/3 minuten
Dus een rit van d km duurt $3d$ minuten.
- e** Invullen van $t = 3d$ in de formule van $P_{\max}$ geeft
 $P_{\max} = 3,19 + 2,35d + 0,39 \cdot 3d$
 $P_{\max} = 3,19 + 2,35d + 1,17d$
 $P_{\max} = 3,19 + 3,52d$

- 11 a** $A = -3\sqrt{2x} \cdot \sqrt{12\frac{1}{2}y} = -3\sqrt{25xy} = -3 \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{xy} = -3 \cdot 5 \cdot \sqrt{xy} = -15\sqrt{xy}$
Dus $A = -15\sqrt{xy}$.
- b** $B = \frac{3}{2\sqrt{x}} + 4\sqrt{x} = \frac{3}{2\sqrt{x}} + \frac{4\sqrt{x} \cdot 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{2\sqrt{x}} + \frac{8x}{2\sqrt{x}} = \frac{3 + 8x}{2\sqrt{x}} = \frac{1,5 + 4x}{\sqrt{x}}$
Dus $B = \frac{1,5 + 4x}{\sqrt{x}}$.
- c** $C = \frac{\sqrt{54ab^2}}{\sqrt{6b}} + \sqrt{2a} \cdot \sqrt{3b} = \sqrt{\frac{54ab^2}{6b}} + \sqrt{6ab} = \sqrt{9ab} + \sqrt{6ab} =$
 $\sqrt{9} \cdot \sqrt{ab} + \sqrt{6} \cdot \sqrt{ab} = 3\sqrt{ab} + 2,449... \sqrt{ab} \approx 5,45\sqrt{ab}$
Dus $C = 5,45\sqrt{ab}$.
- d** $D = 3x^2 \cdot (0,5\sqrt{x})^{-2} = \frac{3x^2}{(0,5\sqrt{x})^2} = \frac{3x^2}{0,25x} = 12x$
Dus $D = 12x$.

$$\begin{aligned} \text{e } E &= 2\sqrt{\frac{F}{5}} \\ 2\sqrt{\frac{F}{5}} &= E \\ \sqrt{\frac{F}{5}} &= 0,5E \\ \frac{F}{5} &= 0,25E^2 \\ F &= 1,25E^2 \end{aligned}$$

Bladzijde 166

- 12 a** In de figuur lees je af dat bij $x = 2$ hoort $y = 4$.
Dus $z = 5 \cdot 2 + 2 \cdot 4 = 18$.
- b** In de figuur lees je af dat bij $y = 5$ hoort $x = 4$.
Dus $z = 5 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 30$.
- c** De formule van de lijn in de figuur is $y = 0,5x + 3$.
Invullen van $y = 0,5x + 3$ in $z = 5x + 2y$ geeft $z = 5x + 2(0,5x + 3) = 5x + x + 6$,
dus $z = 6x + 6$.
 $z = 66$ geeft dus $6x + 6 = 66$
 $6x = 60$
 $x = 10$
 $x = 10$ invullen in $y = 0,5x + 3$ geeft $y = 0,5 \cdot 10 + 3 = 8$.
Dus $x = 10$ en $y = 8$.
- 13 a** $S = 2$ geeft $p = 2 \cdot 2 - 1 = 3$ en $B = 3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 = 17$
Dus hij krijgt 17 euro uitgekeerd.
- b** $p = 9$ geeft $2S - 1 = 9$
 $2S = 10$
 $S = 5$
 $p = 9$ en $S = 5$ geeft $B = 3 \cdot 9 + 4 \cdot 5 = 47$
Dus hij krijgt 47 euro uitgekeerd.
- c** Invullen van $p = 2S - 1$ geeft $B = 3(2S - 1) + 4S = 6S - 3 + 4S = 10S - 3$, dus
 $B = 10S - 3$.
Los op $10S - 3 = 97$
 $10S = 100$
 $S = 10$
 $S = 10$ geeft $p = 2 \cdot 10 - 1 = 19$
Het gemiddeld bedrag op de spaarrekening was 10000 euro en ze kreeg 19 punten.

14 a $A = \frac{2}{p} - \frac{p}{q} = \frac{2q}{pq} - \frac{p^2}{pq} = \frac{2q - p^2}{pq}$
Dus $A = \frac{2q - p^2}{pq}$.

b $B = \frac{1}{3}q + 4 + \frac{5}{q} = \frac{q}{3} + 4 + \frac{5}{q} = \frac{q^2}{3q} + \frac{12q}{3q} + \frac{15}{3q} = \frac{q^2 + 12q + 15}{3q}$

c $C = 3q - 2 \cdot \frac{2q}{2q+1} = \frac{3q(2q+1)}{2q+1} - \frac{2 \cdot 2q}{2q+1} = \frac{6q^2 + 3q - 4q}{2q+1} = \frac{6q^2 - q}{2q+1}$
Dus $C = \frac{6q^2 - q}{2q+1}$.

d $D = \frac{-(4p^3q)^2}{(-2q)^4} = \frac{-16p^6q^2}{16q^4} = -\frac{p^6}{q^2}$
Dus $D = -\frac{p^6}{q^2}$.

$$e \quad E = 3q \cdot \frac{q}{q-1} : \frac{q}{q+1} = \frac{3q}{1} \cdot \frac{q}{q-1} \cdot \frac{q+1}{q} = \frac{3q^2(q+1)}{q(q-1)} = \frac{3q(q+1)}{q-1} \left(= \frac{3q^2+3q}{q-1} \right)$$

$$\text{Dus } E = \frac{3q(q+1)}{q-1} \left(= \frac{3q^2+3q}{q-1} \right).$$

$$f \quad F = \left(\frac{9p^{1,25}}{p^{-0,15}} \right)^{1,5} = (9p^{1,25-(-0,15)})^{1,5} = (9p^{1,4})^{1,5} = 9^{1,5} \cdot (p^{1,4})^{1,5} = 27p^{2,1}$$

$$\text{Dus } F = 27p^{2,1}.$$

$$g \quad \text{Uit } q = 2p \text{ volgt } p = \frac{1}{2}q.$$

$$\text{Invullen van } p = \frac{1}{2}q \text{ in de formule van } G \text{ geeft } G = \frac{1}{2}q - \frac{3q}{2 \cdot \frac{1}{2}q} = \frac{1}{2}q - \frac{3q}{q} = \frac{1}{2}q - 3.$$

$$\text{Dus } G = \frac{1}{2}q - 3.$$

Bladzijde 167

$$15 \quad a \quad \begin{array}{l} p - q = 10 \\ -q = -p + 10 \\ q = p - 10 \\ A = 4p - q + 20 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} p - q = 10 \\ -q = -p + 10 \\ q = p - 10 \\ A = 4p - q + 20 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} A = 4p - (p - 10) + 20 \\ A = 4p - p + 10 + 20 \\ A = 3p + 30 \end{array}$$

$$b \quad \begin{array}{l} 5p - 8q = 160 \\ 5p = 8q + 160 \\ p = 1,6q + 32 \\ B = 2pq - 3p + 4 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 5p - 8q = 160 \\ 5p = 8q + 160 \\ p = 1,6q + 32 \\ B = 2pq - 3p + 4 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} B = 2(1,6q + 32)q - 3(1,6q + 32) + 4 \\ B = 2q(1,6q + 32) - 4,8q - 96 + 4 \\ B = 3,2q^2 + 64q - 4,8q - 92 \\ B = 3,2q^2 + 59,2q - 92 \end{array}$$

$$\text{Dus } a = 3,2, b = 59,2 \text{ en } c = -92.$$

$$c \quad \begin{array}{l} 3q - 15p = 5 \\ -15p = -3q + 5 \\ p = \frac{1}{5}q - \frac{1}{3} \\ W = 18 - 7,5p + 2q \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 3q - 15p = 5 \\ -15p = -3q + 5 \\ p = \frac{1}{5}q - \frac{1}{3} \\ W = 18 - 7,5p + 2q \end{array}} \right\} \begin{array}{l} W = 18 - 7,5\left(\frac{1}{5}q - \frac{1}{3}\right) + 2q \\ W = 18 - 1,5q - 2,5 + 2q \\ W = 0,5q + 15,5 \end{array}$$

$$d \quad \begin{array}{l} x + z = 6 \\ z = -x + 6 \\ y = 2x + 5 \\ F = 3xy + 4xz + 8 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} x + z = 6 \\ z = -x + 6 \\ y = 2x + 5 \\ F = 3xy + 4xz + 8 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} F = 3x(2x + 5) + 4x(-x + 6) + 8 \\ F = 6x^2 + 15x - 4x^2 + 24x + 8 \\ F = 2x^2 + 39x + 8 \end{array}$$

$$16 \quad a \quad A = \frac{120}{50 \cdot 1,25^t} = \frac{120}{50} \cdot 1,25^{-t} = 2,4 \cdot (1,25^{-1})^t = 2,4 \cdot 0,8^t$$

$$\text{Dus } A = 2,4 \cdot 0,8^t.$$

$$b \quad \text{Invullen van } N = 40 \cdot 0,8^t \text{ in } B = \frac{200}{N} \text{ geeft}$$

$$B = \frac{200}{40 \cdot 0,8^t} = \frac{200}{40} \cdot 0,8^{-t} = 5 \cdot (0,8^{-1})^t = 5 \cdot 1,25^t$$

$$\text{Dus } B = 5 \cdot 1,25^t.$$

$$c \quad \text{Uit } D \cdot N = 2,4 \text{ volgt } D = \frac{2,4}{N}.$$

$$\text{Invullen van } N = 2,4 \cdot 1,08^t \text{ in } D = \frac{2,4}{N} \text{ geeft}$$

$$D = \frac{2,4}{2,4 \cdot 1,08^t} = \frac{2,4}{2,4} \cdot 1,08^{-t} = 0,1 \cdot (1,08^{-1})^t \approx 0,1 \cdot 0,93^t.$$

$$\text{Dus } D = 0,1 \cdot 0,93^t.$$

$$d \quad N = \frac{24}{48 \cdot 0,5^t} = \frac{24}{48} \cdot 0,5^{-t} = 0,5 \cdot (0,5^{-1})^t = 0,5 \cdot 2^t$$

$$\text{De beginwaarde is } 0,5 \text{ en de groeifactor is } 2.$$

- 17 a** Invullen van $G = 10$, $F = 10$ en $K = 2$ in de formule van S geeft

$$S = 10 - \frac{10}{2-1} = 10 - 10 = 0.$$

Als je 20 tweekeuzevragen op de gok beantwoordt, dan verwacht je er 10 goed te hebben. Dat zou geen punten op moeten leveren.

- b** $G + F = 20$, dus $F = 20 - G$.

Invullen van $F = 20 - G$ en $K = 3$ in de formule van S geeft

$$S = G - \frac{20-G}{3-1} = G - \frac{20-G}{2} = G - 0,5(20-G) = G - 10 + 0,5G = 1,5G - 10.$$

$$\text{Dus } S = 1,5G - 10.$$

- c** Invullen van $C = 5,5$ en maximale score = 20 in de formule van C geeft

$$\frac{S}{20} \cdot 9 + 1 = 5,5$$

$$0,45 \cdot S = 4,5$$

$$S = 10$$

$$\text{Dus } 1,5G - 10 = 10$$

$$1,5G = 20$$

$$G = 13,33\ldots$$

Je moet dus minstens 14 vragen goed beantwoorden.

- d** $G + F = 30$, dus $F = 30 - G$.

Invullen van $F = 30 - G$ en $K = 4$ in de formule $S = G - \frac{F}{K-1}$ geeft

$$S = G - \frac{30-G}{4-1} = G - \frac{30-G}{3} = G - \frac{1}{3}(30-G) = G - 10 + \frac{1}{3}G = 1\frac{1}{3}G - 10.$$

Invullen van $S = 1\frac{1}{3}G - 10$ in $C = \frac{S}{30} \cdot 9 + 1$ geeft

$$C = \frac{1\frac{1}{3}G - 10}{30} \cdot 9 + 1 = \frac{9}{30}(1\frac{1}{3}G - 10) + 1 = 0,4G - 3 + 1 = 0,4G - 2.$$

Dus $a = 0,4$ en $b = -2$.

Bladzijde 168

18

a

aantal Hertogdommen	0	1	2	3	4	5
aantal Hertogen	5	4	3	2	1	0
aantal overwinningspunten	0	7	12	15	16	15

Remco kan het beste 4 Hertogdommen en 1 Hertog kopen.

- b** Het aantal punten voor x Hertogdommen is $3x$ en voor y Hertogen is het xy , dus $S = 3x + xy$.

- c** $x + y = 9$

$$\left. \begin{array}{l} y = 9 - x \\ S = 3x + xy \end{array} \right\} \begin{array}{l} S = 3x + x(9 - x) \\ S = 3x + 9x - x^2 \\ S = 12x - x^2 \end{array}$$

- d** Voer in $y_1 = 12x - x^2$ en maak een tabel.

Lees uit de tabel af dat y_1 maximaal 36 is voor $x = 6$.

De beste strategie is het kopen van 6 Hertogdommen en 3 Hertogen.

- e** $x + y = 12$

$$\left. \begin{array}{l} y = 12 - x \\ S = 3x + xy \end{array} \right\} \begin{array}{l} S = 3x + x(12 - x) \\ S = 3x + 12x - x^2 \\ S = 15x - x^2 \end{array}$$

Voer in $y_1 = 15x - x^2$ en maak een tabel.

Lees uit de tabel af dat y_1 maximaal 56 is voor zowel $x = 7$ als $x = 8$.

Dus het maximale aantal overwinningspunten met 12 kaarten is 56.

19 Invullen van $t = 0$ en $W = 4$ geeft $\frac{20}{1 + b \cdot g^0} = 4$ oftewel $\frac{20}{1 + b} = 4$.

Voer in $y_1 = \frac{20}{1 + x}$ en $y_2 = 4$.

De optie snijpunt geeft $x = 4$, dus $b = 4$.

Invullen van $t = 4$ en $W = 18$ in $W = \frac{20}{1 + 4 \cdot g^t}$ geeft $\frac{20}{1 + 4 \cdot g^4} = 18$.

Voer in $y_1 = \frac{20}{1 + 4x^4}$ en $y_2 = 18$.

De optie snijpunt geeft $x = 0,4082\dots$, dus $g \approx 0,4$.

Zo krijg je de formule $W = \frac{20}{1 + 4 \cdot 0,4^t}$.

Bij halverwege juli hoort $t = 1,5$.

$t = 1,5$ geeft $W = 9,94\dots$, dus halverwege juli is ongeveer 10 m^2 bedekt met waterlelies.

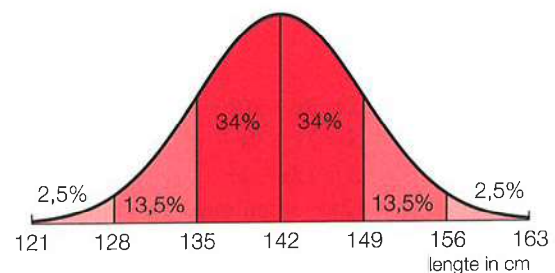
7 Statistiek en beslissingen

Bladzijde 169

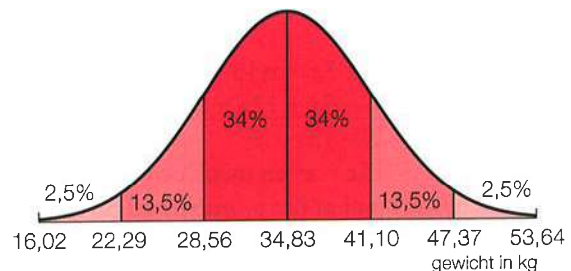
- 20 a** Tot en met de klasse $[60, 65)$ zijn er $2 + 2 + 4 + 16 = 24$ waarnemingsgetallen en tot en met de klasse $[65, 70)$ zijn er $24 + 12 = 36$ waarnemingsgetallen. Dus de mediaan (het gemiddelde van het 35^e en 36^e waarnemingsgetal) valt in de klasse $[65, 70)$. De modale klasse (de klasse met de grootste frequentie) is $[70, 75)$. Dus de mediaan valt niet in de modale klasse.
- b** De mediaan is hoogstens 70 minuten (zie vraag a). Dus boxplot B valt af. Q_1 is het 18^e waarnemingsgetal en dit valt in de klasse $[60, 65)$ (zie vraag a). Dus boxplot A valt ook af. Boxplot C past het beste bij het histogram.
- c** Het gemiddelde wordt kleiner, want de tijden van 85 of meer minuten lagen ver boven het gemiddelde. Ook de standaardafwijking wordt kleiner, want er komen minder waarnemingsgetallen ver van het gemiddelde te liggen.
- d** Het 95%-betrouwbaarheidsinterval van de gemiddelde tijd in minuten is $\left[59,5 - 2 \cdot \frac{10,3}{\sqrt{35}}, 59,5 + 2 \cdot \frac{10,3}{\sqrt{35}} \right] \approx [56,0; 63,0]$.

Bladzijde 170

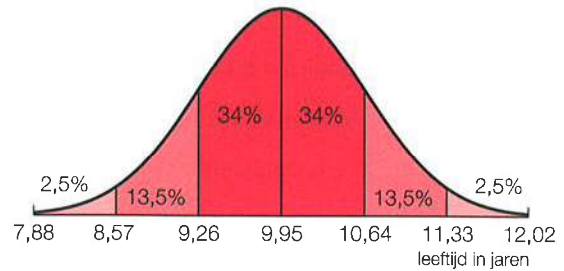
- 21 a** Zie de schets. Dus $34\% + 34\% = 68\%$. Dat zijn $0,68 \cdot 161 \approx 109$ kinderen.



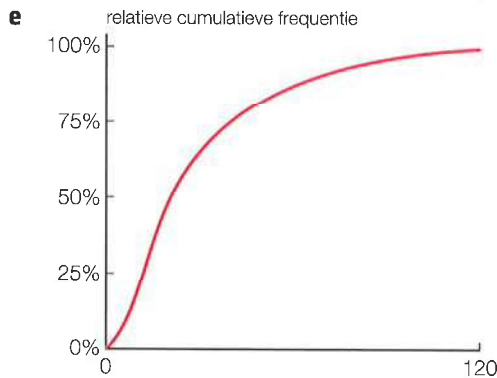
- b** Zie de schets. Dus $34\% + 34\% + 13,5\% = 81,5\%$. Dat zijn $0,815 \cdot 79 \approx 64$ kinderen.



- c 9 jaar en 3 maanden = 9,25 jaar
Zie de schets. Dus $2,5\% + 13,5\% = 16\%$.
Dat zijn $0,16 \cdot 82 \approx 13$ kinderen.

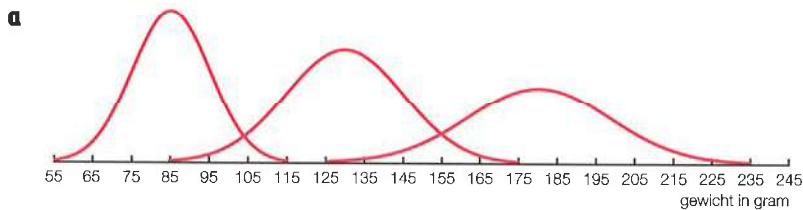


- d Omdat het een rechts-scheve verdeling is, ligt het gemiddelde rechts van de mediaan.



Bladzijde 171

22



- b Het 95%-betrouwbaarheidsinterval bij de klasse midden is

$$\left[132 - 2 \cdot \frac{18}{\sqrt{16}}, 132 + 2 \cdot \frac{18}{\sqrt{16}} \right] = [123, 141].$$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval bij de klasse groot is

$$\left[175 - 2 \cdot \frac{20}{\sqrt{25}}, 175 + 2 \cdot \frac{20}{\sqrt{25}} \right] = [167, 183].$$

Dus ze overlappen elkaar niet.

- c Nee, in de verdelingskrommen van vraag a zie je dat een appel van 160 gram even goed in de klasse midden als in de klasse groot terecht kan komen. Dat de betrouwbaarheidsintervallen bij vraag b niet overlappen wijst er wel op dat de gemiddelden van de groepen midden en groot van elkaar verschillen.

23

- a De variabelen leeftijdsgroep en kijktijd.
De variabele leeftijdsgroep is kwalitatief.
De variabele kijktijd is kwantitatief.

- b Bij de 6- tot 12-jarigen geldt $4 \cdot \frac{S}{\sqrt{410}} = 72 - 64$

$$4 \cdot \frac{S}{\sqrt{410}} = 8$$

$$\frac{S}{\sqrt{410}} = 2$$

$$S = 2 \cdot \sqrt{410} = 40,496... \approx 40,5$$

- Bij de 13- tot 19-jarigen geldt $4 \cdot \frac{S}{\sqrt{560}} = 61 - 55$

$$4 \cdot \frac{S}{\sqrt{560}} = 6$$

$$\frac{S}{\sqrt{560}} = 1,5$$

$$S = 1,5 \cdot \sqrt{560} = 35,496... \approx 35,5$$

- c 2 uur en 10 minuten = 130 minuten

De gemiddelde kijktijd bij de 13- tot 19-jarigen is $\frac{55 + 61}{2} = 58$ minuten en de standaardafwijking in de steekproef is 35,5 minuten (of 35 minuten), dus 130 minuten ligt $\frac{130 - 58}{35,5} \approx 2,0$ standaardafwijkingen boven het gemiddelde.

Omdat $\frac{14}{560} \times 100\% = 2,5\%$ verwacht je dit inderdaad volgens de vuistregels bij de normale verdeling.

- d Gebruik de effectgrootte met $\bar{X}_1 = \frac{64 + 72}{2} = 68$.

$$E = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{1}{2}(S_1^2 + S_2^2)}} = \frac{68 - 58}{\sqrt{\frac{1}{2}(40,5 + 35,5)}} = \frac{10}{38} \approx 0,26$$

Omdat $E \leq 0,4$ is het verschil gering.

Bladzijde 172

24 a $\hat{p} = 0,0472$ en $\sigma = \sqrt{\frac{0,0472 \cdot 0,9528}{233}} = 0,0138...$

$$\hat{p} - 2\sigma = 0,0472 - 2 \cdot 0,0138... \approx 0,0194$$

$$\hat{p} + 2\sigma = 0,0472 + 2 \cdot 0,0138... \approx 0,0750$$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is [0,0194; 0,0750].

- b $p = \frac{512}{7051} \approx 0,0726$ en dit valt binnen het 95%-betrouwbaarheidsinterval.

Dus op grond hiervan kun je niet concluderen dat de stimuleringsmaatregelen van de gemeente hebben geholpen.

c $\hat{p} = 0,0592$ en $\sigma = \sqrt{\frac{0,0592 \cdot 0,9408}{5000}} = 0,0033...$

$$\hat{p} - 2\sigma = 0,0592 - 2 \cdot 0,0033... \approx 0,0525$$

$$\hat{p} + 2\sigma = 0,0592 + 2 \cdot 0,0033... \approx 0,0659$$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is [0,0525; 0,0659].

Nu is de populatieproportie $p = \frac{512}{7051} \approx 0,0726 > 0,0659$ en hieruit valt met 95%

zekerheid te concluderen dat de stimuleringsmaatregelen hebben geholpen.

- d breedte is $2 \cdot 4,5\% = 9\% = 0,09$ en $\hat{p} = 0,185$

$$\text{Los op } 4 \cdot \sqrt{\frac{0,185 \cdot 0,815}{n}} = 0,09.$$

$$\text{Voer in } y_1 = 4 \sqrt{\frac{0,185 \cdot 0,815}{x}} \text{ en } y_2 = 0,09.$$

De optie snijpunt geeft $x \approx 298$, dus de steekproefomvang is 298.

Bladzijde 173

- 25 a Bij Amsterdam links-scheef en bij Zutphen symmetrisch.

- b In Amsterdam zijn grotere afstanden mogelijk en is het drukker dan in Zutphen. Daardoor zijn er in Amsterdam meer langere ritten dan kortere en in Zutphen veel ritten met ongeveer een gemiddelde ritduur.

- c Ik ben het niet met Margot eens, want in de tabel staan relatieve gegevens en geen absolute.

- d Stel de chauffeur had in totaal 100 ritten.

In de 29 ritten die tussen 15 en 20 minuten duurden heeft hij dan maximaal

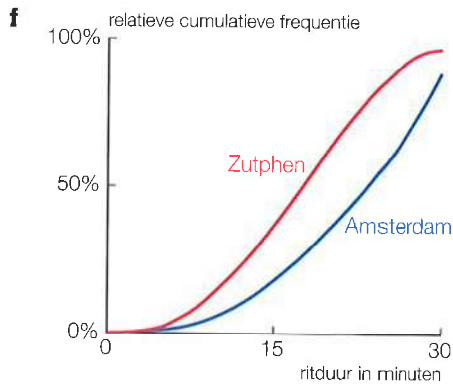
$$29 \cdot 29 \cdot \frac{1}{3} \approx 280 \text{ km gereden.}$$

In de 22 ritten die tussen 20 en 25 minuten duurden heeft hij dan minimaal

$$22 \cdot 39 \cdot \frac{1}{3} = 286 \text{ km gereden.}$$

Omdat $280 < 286$ kan de chauffeur geen gelijk hebben.

- e Boxplot I hoort bij de chauffeur uit Amsterdam, want boxplot I hoort bij een links-scheve verdeling.

**Bladzijde 174**

- 26 a** 4 minuten en 13 seconden is $4 \cdot 60 + 13 = 253$ seconden.
1 minuut en 23 seconden is $60 + 23 = 83$ seconden.
Het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de tijd in seconden is

$$\left[253 - 2 \cdot \frac{83}{\sqrt{31}}, 253 + 2 \cdot \frac{83}{\sqrt{31}} \right] \approx [223; 283].$$

- b** 3 minuten en 45 seconden is $3 \cdot 60 + 45 = 225$ seconden.
Dit valt binnen het 95%-betrouwbaarheidsinterval dus er is op basis van dit onderzoek geen reden om aan te nemen dat er een verschil is met de wedstrijden van Kuiper.

- c** Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is $\left[253 - 2 \cdot \frac{83}{\sqrt{41}}, 253 + 2 \cdot \frac{83}{\sqrt{41}} \right] \approx [227; 279].$

Nu valt de gemiddelde blessuretijd van 3 minuten en 45 seconden, oftewel 225 seconden, niet in het betrouwbaarheidsinterval en hieruit valt te concluderen dat er wel een verschil is met de wedstrijden van Kuiper.

27 a $\hat{p} = \frac{371}{2650} = 0,14$ geeft $\sigma = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \sqrt{\frac{0,14 \cdot 0,86}{2650}} = 0,00674...$

$$\hat{p} - 2\sigma = 0,14 - 2 \cdot 0,00674... \approx 0,127$$

$$\hat{p} + 2\sigma = 0,14 + 2 \cdot 0,00674... \approx 0,153$$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is $[0,127; 0,153].$

- b** Bij de oranje M&M's geldt $\hat{p} = \frac{530}{2650} = 0,2$. Dus breedte $= 4 \cdot \sqrt{\frac{0,2 \cdot 0,8}{2650}} \approx 0,0311.$

Bij de rode M&M's geldt $\hat{p} = 0,14$. Dus breedte $= 4 \cdot \sqrt{\frac{0,14 \cdot 0,86}{2650}} \approx 0,0270.$

$$\frac{0,0311}{0,0270} \times 100\% \approx 115\%. \text{ Dus Kees heeft gelijk.}$$

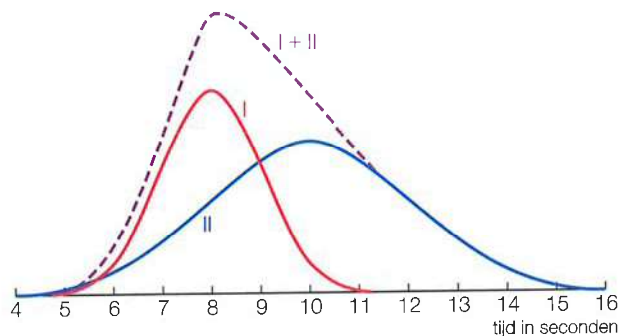
Bladzijde 175

- 28 a** Het gemiddelde bij kromme I is minder dan bij kromme II, dus de spelers die bij kromme I horen stapelen sneller. De standaardafwijking bij kromme I is kleiner dan bij kromme II, dus de spelers die bij kromme I horen zijn meer aan elkaar gewaagd.
- b** Tussen $t = 4$ en $t = 16$ is 12 seconden en dat is (volgens de vuistregels bij de normale verdeling) 6 standaardafwijkingen.

Dus de gevraagde standaardafwijking is $\frac{12}{6} = 2$ seconden.

- c** Bij groep I is $\mu = 8$ en $\sigma = 1$, dus links van 6 zit 2,5%.
- d** Bij groep II is $\mu = 10$ en $\sigma = 2$, dus rechts van 8 zit $34\% + 34\% + 13,5\% + 2,5\% = 84\%.$

e



Rechts-scheef. Zie de figuur waarin de grafiek van $I + II$ is geschetst.

- f Ik ben het niet met Bart eens. Hij lijkt te vergeten dat bij de verdeling van het gemiddelde de standaardafwijking $\frac{S}{\sqrt{n}}$ hoort. Dus als n groot is kan de standaardafwijking bij het 95%-betrouwbaarheidsinterval veel kleiner zijn dan de standaardafwijking S in figuur G.15.

- g breedte $= 2 \cdot 0,2 = 0,4$ en $S = 0,9$.

Los op $4 \cdot \frac{0,9}{\sqrt{n}} = 0,4$.

Voer in $y_1 = 4 \cdot \frac{0,9}{\sqrt{x}}$ en $y_2 = 0,4$.

De optie snijpunt geeft $x = 81$, dus de steekproefomvang is 81.

Gemengde opgaven

9 Exponentiële verbanden

Bladzijde 238

- 1 a** $N = \frac{1750}{121 \cdot 1,8^t} = \frac{1750}{121} \cdot 1,8^{-t} = \frac{1750}{121} \cdot (1,8^{-1})^t \approx 14,46 \cdot 0,56^t$
 Dus $N = 14,46 \cdot 0,56^t$.
- b** Groeifactor per jaar is 1,045, dus $1,045^t = 2$.
 Voer in $y_1 = 1,045^x$ en $y_2 = 2$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 15,74...$
 Dus de verdubbelingstijd is 15 jaar en $0,74... \times 12 \approx 9$ maanden.
- c** De halveringstijd is 15,75 uur, dus $g_{15,75 \text{ uur}} = 0,5$.
 Dus $g_{\text{uur}} = 0,5^{\frac{1}{15,75}} \approx 0,957$.
 De afname is 4,3% per uur.
- d** $g_{10 \text{ uur}} = 1,035$
 $g_{\text{dag}} = 1,035^{\frac{24}{10}} \approx 1,086$
 De toename is 8,6% per dag.
- e** $N = b \cdot g^t$
 $g_{2,5 \text{ uur}} = \frac{6000}{5000} = \frac{6}{5}$, dus $g_{\text{uur}} = \left(\frac{6}{5}\right)^{\frac{1}{2,5}} = 1,0756...$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,0756...^t \\ t = 4 \text{ en } N = 5000 \end{array} \right\} b \cdot 1,0756...^4 = 5000$$

$$b = \frac{5000}{1,0756...^4} \approx 3700$$

 Dus $N = 3700 \cdot 1,076^t$.
- f** Als t heel groot wordt, nadert $0,95^t$ tot 0. Dan wordt $6 \cdot 0,95^t \approx 0$ en
 $25 + 6 \cdot 0,95^t \approx 25$. Dus dan wordt $\frac{2850}{25 + 6 \cdot 0,95^t} \approx \frac{2850}{25} = 114$.
 Dus het verzadigingsniveau is 114.

- 2 a** $N = \frac{581}{55 \cdot 0,95^t} = \frac{581}{55} \cdot 0,95^{-t} = \frac{581}{55} \cdot (0,95^{-1})^t \approx 10,56 \cdot 1,053^t$
 De formule is van de vorm $N = b \cdot g^t$ met $g \approx 1,053$, dus de grafiek van $N = \frac{581}{55 \cdot 0,95^t}$ is toenemend stijgend, want g groter dan 1.
- b** De verdubbelingstijd is 12,5 jaar, dus $g_{12,5 \text{ jaar}} = 2$.
 Dus $g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{12,5}} \approx 1,057$.
 Het groeipercentage is 5,7% per jaar.
- c** $g_3 \text{ weken} = g_{21 \text{ dagen}} = 0,6$
 $g_{\text{dag}} = 0,6^{\frac{1}{21}} \approx 0,975...$
 Los op $0,975...^t = 0,5$.
 Voer in $y_1 = 0,975...^x$ en $y_2 = 0,5$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 28,5$.
 Dus de halveringstijd is 28,5 dagen.
- d** $N = b \cdot g^t$
 $g_{10 \text{ dagen}} = 0,5$, dus $g_{\text{dag}} = 0,5^{\frac{1}{10}} = 0,9330...$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 0,9330...^t \\ t = 15 \text{ en } N = 2800 \end{array} \right\} b \cdot 0,9330...^{15} = 2800$$

$$b = \frac{2800}{0,9330...^{15}} \approx 7920$$

 Dus $N = 7920 \cdot 0,933^t$.
- e** Als t toeneemt, dan neemt $1,06^t$ toe, dus ook $3 \cdot 1,06^t$ neemt toe, dus ook $3 \cdot 1,06^t - 2$ neemt toe, dus $512(3 \cdot 1,06^t - 2)$ neemt toe.
 Dus de grafiek van N is stijgend.

- 3 a** $t = 0$ geeft $N \approx 18\,571$
 $t = 10$ geeft $N \approx 31\,161$
 Dus tussen 1 januari 1960 en 1 januari 1970 is het aantal inwoners met $31\,161 - 18\,571 = 12\,590$ toegenomen.
 $t = 20$ geeft $N \approx 44\,166$
 Dus tussen 1 januari 1970 en 1 januari 1980 is het aantal inwoners met $44\,166 - 31\,161 = 13\,005$ toegenomen.
- b** Als t toeneemt, dan neemt $0,92^t$ af, dus ook $2,5 \cdot 0,92^t$ neemt af, dus ook $1 + 2,5 \cdot 0,92^t$ neemt af, dus $\frac{65\,000}{1 + 2,5 \cdot 0,92^t}$ neemt toe.
 Dus de grafiek van N is stijgend.
- c** Als t heel groot wordt, nadert $0,92^t$ tot 0. Dan wordt $2,5 \cdot 0,92^t \approx 0$ en $1 + 2,5 \cdot 0,92^t \approx 1$.
 Dus dan wordt $\frac{65\,000}{1 + 2,5 \cdot 0,92^t} \approx \frac{65\,000}{1} = 65\,000$, dus de grenswaarde is 65 000.
- d** Op 1 januari 2020 is $t = 60$ en dat geeft $N \approx 63\,926$.
 De grenswaarde is 65 000, dus vanaf 2020 zal het aantal inwoners niet meer flink toenemen.
- e** Los op $\frac{65\,000}{1 + 2,5 \cdot 0,92^t} = 50\,000$.
 Voer in $y_1 = \frac{65\,000}{1 + 2,5 \cdot 0,92^x}$ en $y_2 = 50\,000$.
 De optie snijpunt geeft $x = 25,42\dots$
 Dus 25 jaar en $0,42\dots \times 12 \approx 5,1$ maanden na 1 januari 1960.
 Dus in juni 1985.

Bladzijde 239

- 4 a** $g_{30 \text{ jaar}} = \frac{21\,000}{3500} = 6$, dus $g_{10 \text{ jaar}} = 6^{\frac{1}{3}} \approx 1,871$
 De toename per tien jaar is 87,1%.
- b** $W = b \cdot g^t$
 $g_{30 \text{ jaar}} = \frac{21\,000}{3500} = 6$, dus $g_{\text{jaar}} = 6^{\frac{1}{30}} = 1,0615\dots$

$$\left. \begin{array}{l} W = b \cdot 1,0615\dots^t \\ t = 13 \text{ en } W = 3500 \end{array} \right\} b \cdot 1,0615\dots^{13} = 3500$$

$$b = \frac{3500}{1,0615\dots^{13}} \approx 1610$$
- Dus $W = 1610 \cdot 1,062^t$.
- c** $t = 22$ geeft $W \approx 6047$
 Dus ongeveer 6000 woorden.
- d** Groeifactor per jaar is 1,062, dus $1,062^t = 2$.
 Voer in $y_1 = 1,062^x$ en $y_2 = 2$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 11,52\dots$
 Dus de verdubbelingstijd is ongeveer 12 jaar.
- e** Los op $1610 \cdot 1,062^t = 60\,000$.
 Voer in $y_1 = 1610 \cdot 1,062^x$ en $y_2 = 60\,000$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 60,1$.
 Dus in het jaar $1970 + 60 = 2030$.
- 5 a** Bij exponentiële groei zijn de quotiënten bij benadering gelijk.
 In België is dat niet het geval, je krijgt $\frac{88}{75} \approx 1,2$ en $\frac{122}{88} \approx 1,4$.
 In Ecuador is dat niet het geval, je krijgt $\frac{18}{14} \approx 1,3$ en $\frac{27}{18} = 1,5$.
 Dus in Italië is er sprake van exponentiële groei (je krijgt $\frac{6077}{5476} \approx 1,1$; $\frac{6820}{6077} \approx 1,1$;
 $\frac{7503}{6820} \approx 1,1$; $\frac{8215}{7503} \approx 1,1$; $\frac{9134}{8215} \approx 1,1$ en $\frac{10\,023}{9134} \approx 1,1$).

b $N = b \cdot g^t$

$$g_{6 \text{ dagen}} = \frac{10023}{5476}, \text{ dus } g_{\text{dag}} = \left(\frac{10023}{5476}\right)^{\frac{1}{6}} \approx 1,106$$

$$t = 0 \text{ op 28 maart geeft } N = 10023 \cdot 1,106^t.$$

$$\text{Los op } 10023 \cdot 1,106^t = 1\,000\,000.$$

$$\text{Voer in } y_1 = 10023 \cdot 1,106^x \text{ en } y_2 = 1\,000\,000.$$

De optie snijpunt geeft $x \approx 45,7$.

Dus 46 dagen na 28 maart.

6 a $N = b \cdot g^t$

$$g_{3 \text{ jaar}} = 0,27, \text{ dus } g_{\text{jaar}} = 0,27^{\frac{1}{3}} = 0,646\dots$$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 0,646\dots^t \\ t = 7 \text{ en } N = 100 \end{array} \right\} b \cdot 0,646\dots^7 = 100$$

$$b = \frac{100}{0,646\dots^7} \approx 2120$$

$$\text{Dus } N = 2120 \cdot 0,646^t.$$

b Op 1 juli 2017 is $t = 4,5$, dus $N \approx 297$. Dus ongeveer 300 vissen.

Op 1 november 2014 is $t = 1\frac{10}{12}$, dus $N \approx 952$. Dus ongeveer 950 vissen.

c Groeifactor per jaar is 0,646, dus $0,646^t = 0,5$.

$$\text{Voer in } y_1 = 0,646^x \text{ en } y_2 = 0,5.$$

De optie snijpunt geeft $x = 1,586\dots$

Dus de halveringstijd is 1 jaar en $0,586\dots \times 12 \approx 7$ maanden (= 19 maanden).

d Los op $2120 \cdot 0,646^t = 500$.

$$\text{Voer in } y_1 = 2120 \cdot 0,646^x \text{ en } y_2 = 500.$$

De optie snijpunt geeft $x = 3,305\dots$

Dus 3 jaar en $0,305\dots \times 12 \approx 3,67$ maanden na 1 januari 2013.

Dus in april 2016.

Bladzijde 240

7 a $P = b \cdot g^t$

$$\text{Bij } t = 150 \text{ hoort } P = 10, \text{ dus } g_{150 \text{ dagen}} = \frac{10}{100} = 0,1, \text{ dus } g_{\text{dag}} = 0,1^{\frac{1}{150}} \approx 0,985.$$

$$\text{Dus } P = 100 \cdot 0,985^t.$$

b $t = 200$ geeft $P = 100 \cdot 0,985^{200} \approx 4,9$, dus na 200 dagen was er nog 4,9% over.

c Groeifactor per jaar is 0,985, dus $0,985^t = 0,5$.

$$\text{Voer in } y_1 = 0,985^x \text{ en } y_2 = 0,5.$$

De optie snijpunt geeft $x \approx 46$.

Dus de halveringstijd is ongeveer 46 dagen.

d Los op $100 \cdot 0,985^t = 1$.

$$\text{Voer in } y_1 = 100 \cdot 0,985^x \text{ en } y_2 = 1.$$

De optie snijpunt geeft $x = 304,7\dots$

Dus na 304,7... dagen ≈ 10 maanden is er minder dan 1% van de beginhoeveelheid aanwezig.

8 a $g_{27 \text{ jaar}} = \frac{125}{145}, \text{ dus } g_{\text{jaar}} = \left(\frac{125}{145}\right)^{\frac{1}{27}} \approx 0,9945.$

Bij een groeifactor van 0,9945 hoort een afname van 0,55%.

b Voor de hoeveelheid drinkwater N in liter per dag geldt $N = 145 \cdot 0,9945^t$ met t de tijd in jaren en $t = 0$ in 1990.

$$t = 23 \text{ geeft } N = 145 \cdot 0,9945^{23} \approx 128$$

Dus in 2013 verbruikte een Nederlander gemiddeld 128 liter drinkwater per dag.

Alternatieve uitwerking:

$$\text{De groeifactor per jaar is } \left(\frac{125}{145}\right)^{\frac{1}{27}} \approx 0,9945\dots$$

2013 is 23 jaar na 1990, dus in 2013 verbruikte een Nederlander gemiddeld

$$145 \cdot 0,9945\dots^{23} \approx 128 \text{ liter drinkwater per dag.}$$

- c In 2013 werd er $0,43 \cdot 128 = 55,04$ liter gebruikt voor douchen.

$$D = at + b \text{ met } a = \frac{\Delta D}{\Delta t} = \frac{55,04 - 45,9}{13} = 0,703...$$

$$\left. \begin{array}{l} D = 0,703... \cdot t + b \\ t = 10 \text{ en } D = 45,9 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,703... \cdot 10 + b = 45,9 \\ b \approx 38,9 \end{array}$$

$$\text{Dus } D = 0,7t + 38,9.$$

- d De helft van het waterverbruik is douchen, dus $D = 0,5N$.

$$\text{Los op } 0,7t + 38,9 = 0,5 \cdot 145 \cdot 0,9945^t.$$

$$\text{Voer in } y_1 = 0,7x + 38,9 \text{ en } y_2 = 0,5 \cdot 145 \cdot 0,9945^x.$$

De optie snijpunt geeft $x \approx 31,5$.

Dus in het jaar $1990 + 32 = 2022$ (of in de loop van het jaar 2021).

Bladzijde 241

- 9 a De grafiek is een lijnstuk op logaritmisch papier, dus er is sprake van een exponentieel verband.

$$N = b \cdot g^t$$

$$g_{23 \text{ dagen}} = \frac{3983}{13}, \text{ dus } g_{\text{dag}} = \left(\frac{3983}{13}\right)^{\frac{1}{23}} \approx 1,283.$$

$$\text{Dus } N = 13 \cdot 1,283^t.$$

- b Groeifactor per dag is 1,283, dus $1,283^t = 2$.

$$\text{Voer in } y_1 = 1,283^x \text{ en } y_2 = 2.$$

De optie snijpunt geeft $x \approx 2,8$.

Dus de verdubbelingstijd is ongeveer 2,8 dagen.

- c $t = 40$ geeft $N = 13 \cdot 1,283^{40} \approx 277\,000$.

Aflesen bij $t = 40$ geeft 50 000 besmettingen.

Dus $277\,000 - 50\,000 \approx 227\,000$ meer besmettingen.

Bladzijde 242

- 10 a Als t heel groot wordt, nadert $0,99936^t$ tot 0. Dan wordt $69 \cdot 0,99936^t \approx 0$. Dus dan wordt $69 - 69 \cdot 0,99936^t \approx 69$, dus de grenswaarde is 69.

De botdichtheid neemt minder dan 69% af, dus dan blijft er minstens 31% botdichtheid behouden.

- b $t = 500$ geeft $B = 69 - 69 \cdot 0,99936^{500} = 18,9...$, dus

$$T = \frac{\left(\frac{100 - 18,9...}{100}\right) \cdot 0,840 - 0,858}{0,120} \approx -1,47.$$

Deze T-score is acceptabel.

$$t = 1000 \text{ geeft } B = 69 - 69 \cdot 0,99936^{1000} = 32,6..., \text{ dus}$$

$$T = \frac{\left(\frac{100 - 32,6...}{100}\right) \cdot 0,840 - 0,858}{0,120} \approx -2,43.$$

Deze T-score is niet acceptabel.

- c Los op $\frac{\left(\frac{100 - B}{100}\right) \cdot 0,840 - 0,858}{0,120} = -2$.

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{\left(\frac{100 - x}{100}\right) \cdot 0,840 - 0,858}{0,120} \text{ en } y_2 = -2.$$

De optie snijpunt geeft $x = 26,42...$, dus $B = 26,24...$

$$\text{Los op } 69 - 69 \cdot 0,99936^t = 26,24...$$

$$\text{Voer in } y_1 = 69 - 69 \cdot 0,99936^x \text{ en } y_2 = 26,24...$$

De optie snijpunt geeft $x \approx 754$.

Dus 754 dagen.

Alternatieve uitwerking:

$$\text{Los op } \frac{\left(\frac{100 - (-69 \cdot 0,99936^t + 69)}{100}\right) \cdot 0,840 - 0,858}{0,120} = -2.$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{\left(\frac{100 - (-69 \cdot 0,99936^x + 69)}{100}\right) \cdot 0,840 - 0,858}{0,120} \text{ en } y_2 = -2.$$

De optie snijpunt geeft $x \approx 754$, dus 754 dagen.

$$\text{d De grenswaarde van } B \text{ is } 69, \text{ dat geeft } T = \frac{\left(\frac{100 - 69}{100}\right) \cdot 0,840 - 0,858}{0,120} = -4,98.$$

Dus Shadan heeft gelijk, want de laagst mogelijke T-score is -4,98.

$$\text{11 a } \frac{38,1}{56,1} \approx 0,68; \frac{25,9}{38,1} \approx 0,68; \frac{17,6}{25,9} \approx 0,68; \frac{12,0}{17,6} \approx 0,68 \text{ en } \frac{8,2}{12,0} \approx 0,68$$

De quotiënten zijn bij benadering gelijk, dus er is een exponentieel verband.

b 3,8 cm ligt tussen 3,5 cm en 4,5 cm, dus gebruik als beginwaarde het percentage 25,9.

De groeifactor per cm is 0,68, dus bij een dikte van 3,8 cm dringt $25,9 \cdot 0,68^{0,3} \approx 23,1\%$ van het geluid door.

c 15 ligt tussen 17,6 en 12,0, dus gebruik als beginwaarde het percentage 17,6.

De groeifactor per cm is 0,68, dus los op $17,6 \cdot 0,68^x = 15$.

Voer in $y_1 = 17,6 \cdot 0,68^x$ en $y_2 = 15$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 0,4$.

Deze plaat heeft een dikte van ongeveer $4,5 + 0,4 = 4,9$ cm (= 49 mm).

Bladzijde 243

$$\text{12 a } s = 0,25 \text{ geeft } N = b \cdot 0,992^{0,25 \cdot t} = b \cdot (0,992^{0,25})^t \approx b \cdot 0,998^t$$

$$\text{b Los op } 0,998^t = 0,5.$$

Voer in $y_1 = 0,998^x$ en $y_2 = 0,5$.

De optie snijpunt geeft $x = 346,2\dots$

Dus de halveringstijd is 346,2... uur $\approx \frac{346,2\dots}{24} \approx 14,4$ dagen.

$$\text{c Los op } 0,992^{0,06t} = 0,5.$$

Voer in $y_1 = 0,992^{0,06x}$ en $y_2 = 0,5$.

De optie snijpunt geeft $x = 1438,2\dots$

Dus de halveringstijd is 1438,2... uur $\approx \frac{1438,2\dots}{24} \approx 60$ dagen.

$$\text{d Los op } 0,8 \cdot 0,992^{0,06t} = 0,2.$$

Voer in $y_1 = 0,8 \cdot 0,992^{0,06x}$ en $y_2 = 0,2$.

De optie snijpunt geeft $x = 2876,5\dots$

Dus na 2876,5... uur $\approx \frac{2876,5\dots}{24} \approx 120$ dagen.

$$\text{e Als } 70\% \text{ van de concentratie is verdwenen is er nog } 30\% \text{ over, dus los op } 0,992^{0,06t} = 0,3.$$

Voer in $y_1 = 0,992^{0,06x}$ en $y_2 = 0,3$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 2500$.

Dus ongeveer 2500 keer zo lang.

f Planten zijn niet zo effectief om de lucht in binnenruimtes te zuiveren.

Bladzijde 244

$$\text{13 a In de } 5^{\text{e}} \text{ laag } 2 \cdot 8 = 16 \text{ spelers.}$$

$$\text{In de } 6^{\text{e}} \text{ laag } 2 \cdot 16 = 32 \text{ spelers.}$$

b Elke speler moet twee mensen vinden voor de volgende laag, dus het aantal spelers wordt met twee vermenigvuldigd. Er is één speler in de eerste laag, dus voor de 7^e laag wordt er zes keer met twee vermenigvuldigd. Dat is 2^6 .

In de 20^e laag bevinden zich $2^{19} = 524\,288$ mensen.

- c Het aantal spelers in de 4^e, 5^e en 6^e laag is $8 + 16 + 32 = 56$.
- d Alleen spelers in de 1^e, 2^e en 3^e laag hebben geld ontvangen, dat zijn er $1 + 2 + 4 = 7$.
In totaal zijn er $56 + 7 = 63$ spelers, waarvan $\frac{56}{63} \times 100\% \approx 88,9\%$ geld heeft verloren.
- e In laag 32 zitten $2^{31} = 2\,147\,483\,648$ mensen, samen met de mensen in laag 33 zouden dat er $2\,147\,483\,648 + 4\,294\,967\,296 = 6\,442\,450\,944$ zijn. Dat is meer dan 6 miljard.
- f De spelers in de 30^e, 31^e en 32^e laag verliezen hun geld. Dat zijn $2^{29} + 2^{30} + 2^{31} = 3\,758\,096\,384$ mensen. Dat is $\frac{3\,758\,096\,384}{4\,294\,967\,295} \times 100\% = 87,5\%$.
- g De totale inleg van deelnemers uit een laag wordt verdeeld over de deelnemers drie lagen daarboven. Aangezien het aantal deelnemers in elke laag verdubbelt, zijn dat er $2^3 = 8$ keer zo veel. Dus een inleg van 10 000 euro levert $8 \cdot 10\,000 = 80\,000$ euro op.
- h Als het spel 11 lagen diep is, dan hebben de mensen in de 9^e, 10^e en 11^e laag hun inleg verloren. Dat zijn $2^8 + 2^9 + 2^{10} = 1792$ deelnemers. Bij een inleg van 10 000 euro hebben zij $1792 \cdot 10\,000 = 17\,920\,000$ euro verloren..
Dat is ongeveer 18 miljoen euro, dus het klopt.

10 Statistiek gebruiken

Bladzijde 245

14 a $E = \frac{38,4 - 31,2}{\frac{1}{2}(2,9 + 3,1)} = 2,4$

$E > 0,8$, dus het verschil is groot.

- b De lijn gaat door de punten $(20; 2,2)$ en $(60, 7)$.

$$S_{\text{nieuw}} = a \cdot S_{\text{oud}} + b \text{ met } \frac{\Delta S_{\text{nieuw}}}{\Delta S_{\text{oud}}} = \frac{7 - 2,2}{60 - 20} = 0,12.$$

$$\left. \begin{array}{l} S_{\text{nieuw}} = 0,12S_{\text{oud}} + b \\ S_{\text{oud}} = 20 \text{ en } S_{\text{nieuw}} = 2,2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,12 \cdot 20 + b = 2,2 \\ 2,4 + b = 2,2 \\ b = -0,2 \end{array}$$

$$\text{Dus } S_{\text{nieuw}} = 0,12S_{\text{oud}} - 0,2.$$

- c Los op $0,12S_{\text{oud}} - 0,2 = 8,4$
 $0,12S_{\text{oud}} = 8,6$
 $S_{\text{oud}} \approx 72$

Dus een score van ongeveer 72.

- d $S_{\text{oud}} = 40$ geeft $S_{\text{nieuw}} = 0,12 \cdot 40 - 0,2 = 4,6$
 Dus bij scores lager dan 4,6 op de nieuwe test worden de extra trainingen aangeboden.
- e Dat is twee keer het geval.
 Er is een persoon waarvoor geldt $S_{\text{oud}} < 40$, maar $S_{\text{nieuw}} > 4,6$. Hierbij hoort het punt $(39; 4,7)$.
 Er is ook een persoon waarvoor geldt $S_{\text{oud}} > 40$, maar $S_{\text{nieuw}} < 4,6$. Hierbij hoort het punt $(41; 4,5)$.

Bladzijde 246

- 15 a kwantitatief
- b Bij de punten op deze lijn was de schatting voor de discussie gelijk aan de schatting na de discussie. De bijbehorende leerlingen zijn dus niet van gedachten veranderd naar aanleiding van de discussie.
- c De punten rechts van de lijn $x = 80$ liggen bijna allemaal onder de lijn $y = 80$.

Bladzijde 247

- 16 a Niet eens. De polygoon van Alphastar ligt hoger, dus minder acties per minuut komt juist vaker voor bij Alphastar.
- b $\text{max. } V_{\text{cp}} = 75 - 60 = 15$
 $\text{max. } V_{\text{cp}} \leq 20$, dus het verschil is gering.

- c Alphastar won $11 + 4 + 10 + 4 + 4 + 10 + 8 + 5 + 5 = 61$ wedstrijden.
De menselijke tegenstanders wonnen $3 + 0 + 2 + 4 + 3 + 5 + 6 + 5 + 3 = 31$ wedstrijden.
Dat is $\frac{61}{31} \approx 1,97$ keer zo vaak.

d *Aanpak:*

Maak een kruistabel met gewonnen en verloren wedstrijden van Alphastar en de menselijke tegenstanders waar ze met hetzelfde ras speelden.

In totaal zijn dat $14 + 7 + 8 = 29$ wedstrijden, waarvan Alphastar er $11 + 4 + 5 = 20$ won. De mens won er dus $29 - 19 = 9$. Zie de tabel.

	Alphastar	mens	
gewonnen	20	9	29
verloren	9	20	29
	29	29	

$$\phi = \frac{20 \cdot 20 - 9 \cdot 9}{\sqrt{29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29}} \approx 0,38$$

$0,2 < \phi \leq 0,4$, dus het verschil is middelmatig.

Bladzijde 248

- 17 a De gegevens van alle basisscholen zijn opgenomen, dus het populatiegemiddelde is al bekend (met 100% betrouwbaarheid).
b Het gemiddelde 30,1 valt niet in de modale klasse $(29, 30]$.
c Meer dan twee standaardafwijkingen onder het gemiddelde is een schoolweging kleiner dan $30,1 - 2 \cdot 3,7 = 22,7$. Dat zijn minstens $52 + 80 = 132$ en hoogstens $52 + 80 + 105 = 237$ scholen.
Volgens de vuistregels bij de normale verdeling is dat 2,5% van de scholen, dus $0,025 \cdot 6489 \approx 162$ scholen. Het kan dus kloppen met het histogram.
d school A:
 $W = 20$ geeft $N = 101,57 - 1,79 \cdot 20 = 65,77$
 $62\% < 65,77\%$, dus het vereiste streefniveau wordt niet gehaald.
school B:
 $W = 40$ geeft $N = 101,57 - 1,79 \cdot 40 = 29,97$
 $32\% > 29,97\%$, dus het vereiste streefniveau wordt gehaald.

Bladzijde 249

- 18 a $E = \frac{1,80 - 1,25}{\frac{1}{2}(0,09 + 0,39)} \approx 2,29$
 $E > 0,8$, dus het verschil is groot.
b $\left[1,25 - 2 \cdot \frac{0,39}{\sqrt{69}}; 1,25 + 2 \cdot \frac{0,39}{\sqrt{69}} \right] \approx [1,156; 1,344]$
c De noppenhoogte neemt gemiddeld per jaar met $\frac{2 - 1,25}{40} = 0,01875$ mm af.
Dus na $\frac{2}{0,01875} \approx 107$ jaar zijn de noppen verdwenen.
d kleinste gemiddelde noppenhoogte:
De gemiddelde afname per jaar is $\frac{2 - 1,156}{40} = 0,0211$ mm.
Dus een levensduur van $\frac{2}{0,0211} \approx 95$ jaar.
grootste gemiddelde noppenhoogte:
De gemiddelde afname per jaar is $\frac{2 - 1,344}{40} = 0,0164$ mm.
Dus een levensduur van $\frac{2}{0,0164} \approx 122$ jaar.

e Los op $4 \cdot \frac{0,39}{\sqrt{n}} = 0,1$.

Voer in $y_1 = 4 \cdot \frac{0,39}{\sqrt{x}}$ en $y_2 = 0,1$.

De optie snijpunt geeft $x = 243,36$.

Dus er moeten minstens 244 noppen in de steekproef zitten.

Bladzijde 250

19 a $\phi = \frac{118 \cdot 124 - 182 \cdot 176}{\sqrt{300 \cdot 300 \cdot 294 \cdot 306}} \approx -0,19$

$-0,2 \leq \phi \leq 0,2$, dus het verschil is gering.

b Het percentage mannetjes is $\frac{176}{300} \times 100\% \approx 59\%$ en het percentage vrouwtjes is

$$100\% - 59\% = 41\%.$$

De percentageverhouding mannetjes : vrouwtjes = 59 : 41.

c $\frac{42 - 24}{24,4 - 21,6} \approx 6,4$; $\frac{60 - 42}{27,2 - 24,4} \approx 6,4$ en $\frac{76 - 60}{29,7 - 27,2} = 6,4$

Steeds krijg je ongeveer 6,4% per °C, dus de aanname van de bioloog is te verdedigen.

Bij een toename van 1 °C hoort een toename in het percentage mannetjes van 6,4, dus

bij 1 procent toename van mannetjes hoort een toename van $\frac{1}{6,4} = 0,15... \text{ } ^\circ\text{C}$.

De gezochte verhouding van 1 : 1 heeft een percentage mannetjes van 50%, dat is 8% meer dan de 42% bij 24,4 °C. Dus bij 50% mannetjes hoort een temperatuur van $24,4 + 8 \cdot 0,15... \approx 25,7 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Bladzijde 251

d De best passende lijn gaat door de punten (23, 30) en (27, 60).

$$P_m = aT + b \text{ met } \frac{\Delta P_m}{\Delta T} = \frac{60 - 30}{27 - 23} = 7,5.$$

$$\left. \begin{array}{l} P_m = 7,5T + b \\ T = 23 \text{ en } P_m = 30 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 7,5 \cdot 23 + b = 30 \\ 172,5 + b = 30 \\ b = -142,5 \end{array}$$

$$\text{Dus } P_m = 7,5T - 142,5.$$

$$P_v = 100 - P_m = 100 - (7,5T - 142,5) = 100 - 7,5T + 142,5 = -7,5T + 242,5$$

$$\text{Dus } P_v = -7,5T + 242,5.$$

e $\hat{p} = 0,44$ en $\sigma = \sqrt{\frac{0,44 \cdot 0,56}{250}} = 0,031...$

$$\hat{p} - 2\sigma = 0,44 - 2 \cdot 0,031... \approx 0,377$$

$$\hat{p} + 2\sigma = 0,44 + 2 \cdot 0,031... \approx 0,503$$

Dus het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor het percentage mannetjes is [37,7%; 50,3%].

$$T = 24,3 \text{ geeft } P_m = 7,5 \cdot 24,3 - 142,5 = 39,75$$

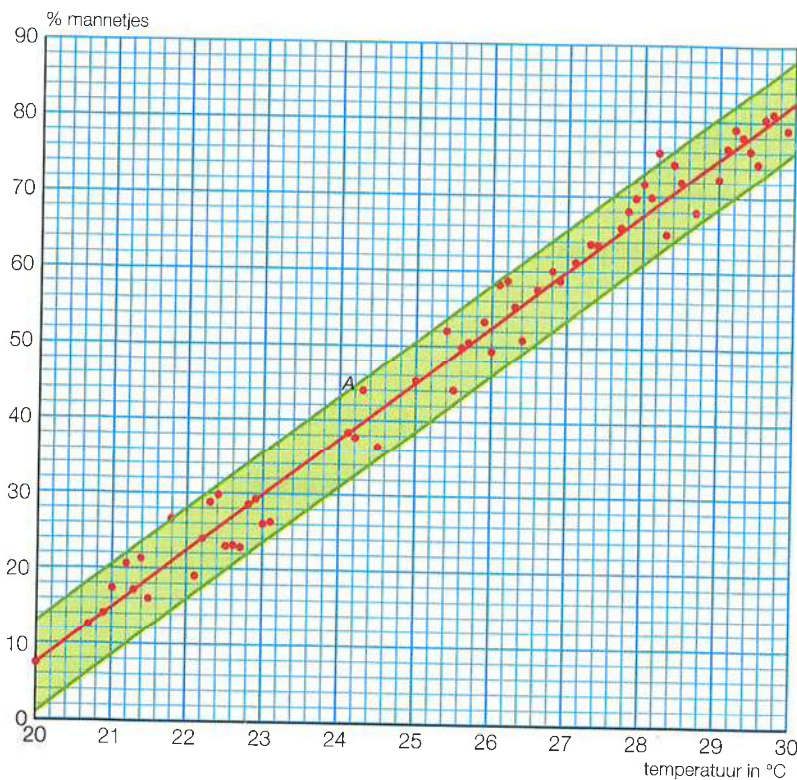
Ja, 39,75% valt binnen het interval.

f De middelste 95% ligt hoogstens 2σ , dus 6% van het gemiddelde, oftewel van de lijn af.

Dus de middelste 95% ligt tussen de lijnen $P_m = 7,5T - 148,5$ en $P_m = 7,5T - 136,5$.

T	20	30
$P_m = 7,5T - 148,5$	1,5	76,5

T	20	30
$P_m = 7,5T - 136,5$	13,5	88,5



- g 8 op de 25 is gelijk aan 32 op de 100, dus 32% is mannetje.
Lees af bij $T = 24^\circ\text{C}$ dat 32% binnen het gebied van vraag f valt.

Bladzijde 252

- 20 a kwantitatief en continu
- b Conclusie 2 is te algemeen, het gaat hier om de Munduruku en niet om alle inheemse volken. Verder gaat het alleen over aantallen tussen 1 en 10, dus 'grotere aantallen' is onduidelijk.
Verbetering conclusie 2:
Munduruku vinden aantallen tussen 5 en 10 dichter bij elkaar liggen dan aantallen tussen 1 en 4.
- c Bij de laagste 50% is de spreidingsbreedte $6,5 - 1,5 = 5$.
Bij de hoogste 50% is de spreidingsbreedte $8 - 6,3 = 1,7$.
- d Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is $\left[6,5 - 2 \cdot \frac{1,896}{\sqrt{33}}; 6,5 + 2 \cdot \frac{1,896}{\sqrt{33}}\right] \approx [5,84; 7,16]$.
Omdat 5 niet in dit interval ligt, kun je met minstens 95% betrouwbaarheid zeggen dat de Munduruku het stippenaantal 5 niet op de positie van 5 op de getallenlijn plaatsen.

Bladzijde 253

21 a $E = \frac{11,98 - 3,89}{\frac{1}{2}(9,43 + 5,26)} \approx 1,09$

$E > 0,8$, dus het verschil is groot.

b

	actief	controle	
verbetering	43	9	52
geen verbetering	27	68	95
	70	77	147

$$\phi = \frac{43 \cdot 68 - 9 \cdot 27}{\sqrt{52 \cdot 95 \cdot 70 \cdot 77}} \approx 0,52$$

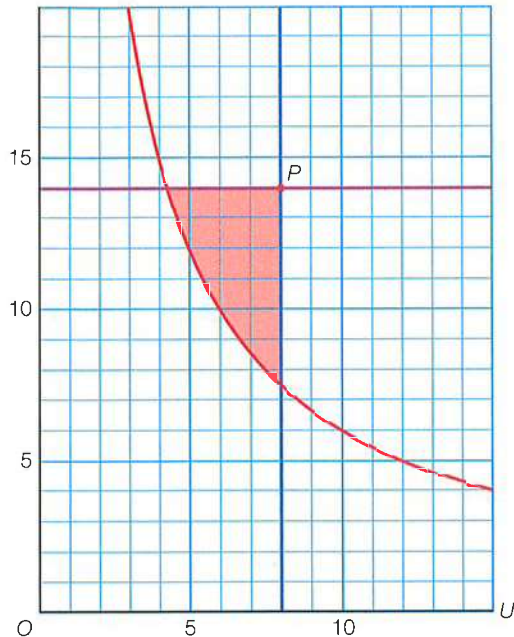
$\phi > 0,4$, dus het verschil is groot.

- c Aan voorwaarde 1 is voldaan, want er was eerst sprake van intensieve begeleiding en daarna werd de verbetering van de gezondheid gemeten.
Aan voorwaarde 2 is voldaan, want de patiënten zijn aselekt ingedeeld en daarom zijn mogelijke gemeenschappelijke factoren ongeveer gelijk verdeeld over de groepen.
Deze factoren kunnen het verschil dus niet verklaren.
Dus je mag concluderen dat intensieve begeleiding een oorzaak is van de verbetering van de gezondheid van diabetespatiënten.

11 Formules en variabelen

22 a $D \leq 14$ en $U \leq 8$

b D



- c Als Jan 14 dagen lang 8 uur per dag werkt is dat $14 \cdot 8 = 112$ uur.
Hierbij hoort het punt P in de figuur.
- d Vanwege de voorrijkosten zijn de kosten minimaal bij zo min mogelijk dagen, dus
Jan werkt 8 uur per dag. Dus $D = \frac{80}{8} = 10$ dagen.
De minimale kosten zijn $50 \cdot 10 + 20 \cdot 80 = 2100$ euro.
- e De voorrijkosten zijn 50 euro per dag oftewel $50 \cdot D$. Verder werkt Jan D dagen elke dag U uur, dus in totaal $D \cdot U$ uur. Hij rekent 20 euro per uur oftewel $20 \cdot D \cdot U$. Dus voor de totale kosten geldt $K = 50 \cdot D + 20 \cdot D \cdot U$.
- f Er geldt $K = 2500$ en $U = 6$.

$$\left. \begin{array}{l} K = 50D + 20DU \\ K = 2500 \text{ en } U = 6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 50D + 20D \cdot 6 = 2500 \\ 50D + 120D = 2500 \\ 170D = 2500 \\ D \approx 14,7 \end{array}$$

Dat is niet mogelijk, want de klus zou dan 14,7 dagen duren en dat is te lang.

Bladzijde 254

23 a $A = 5p - \frac{6}{p^2} = \frac{5p^3}{p^2} - \frac{6}{p^2} = \frac{5p^3 - 6}{p^2}$

b $B = \frac{7q}{3q-12} \cdot (q-2) - \frac{1}{3} \cdot \frac{5q}{q-4} = \frac{7q(q-2)}{3q-12} - \frac{5q}{3(q-4)} = \frac{7q^2-14q}{3q-12} - \frac{5q}{3q-12} = \frac{7q^2-14q-5q}{3q-12} = \frac{7q^2-19q}{3q-12}$

c $K = \frac{1}{3}q + 4 + \frac{5}{q} = \frac{q}{3} + 4 + \frac{5}{q} = \frac{q^2}{3q} + \frac{12q}{3q} + \frac{15}{3q} = \frac{q^2 + 12q + 15}{3q}$

d $N = \left(\frac{5}{3t^{-4}}\right) \cdot t^2 = 2t^3 \cdot \frac{3t^{-4}}{5} \cdot t^2 = 2t^3 \cdot \frac{3}{5} \cdot t^{-4} \cdot t^2 = 1,2t^1 = 1,2t$

$$\begin{aligned} \text{e} \quad \frac{v+8}{1} &= \frac{2C}{4+2v} \\ 2C &= (v+8)(4+2v) \\ 2C &= 4v + 2v^2 + 32 + 16v \\ 2C &= 2v^2 + 20v + 32 \\ C &= v^2 + 10v + 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f} \quad \frac{5y-6}{9x} &= 2\frac{2}{3} \\ \frac{5y-6}{9x} &= \frac{8}{3} \\ 3(5y-6) &= 8 \cdot 9x \\ 15y-18 &= 72x \\ 15y &= 72x+18 \\ y &= 4,8x+1,2 \end{aligned}$$

$$24 \quad \text{a} \quad N = \frac{1}{12}a \cdot \frac{(2a+3)a}{4a+4} = \frac{(2a+3)a^2}{12(4a+4)} = \frac{2a^3+3a^2}{48a+48}$$

$$\begin{aligned} \text{b} \quad P &= \frac{(a-5)(a+6)}{a-2} + a + 1 = \frac{a^2+6a-5a-30}{a-2} + \frac{a(a-2)}{a-2} + \frac{a-2}{a-2} \\ &= \frac{a^2+6a-5a-30+a(a-2)+a-2}{a-2} = \frac{a^2+a-30+a^2-2a+a-2}{a-2} = \frac{2a^2-32}{a-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c} \quad Q &= \frac{5}{3p+2} \\ 3p+2 &= \frac{5}{Q} \\ 3p &= \frac{5}{Q} - 2 \\ p &= \frac{5}{3Q} - \frac{2}{3} \left(= \frac{5-2Q}{3Q} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d} \quad 4 - \frac{H}{x^2+1} &= 11 \\ \frac{H}{x^2+1} &= -7 \\ H &= -7(x^2+1) \\ H &= -7x^2-7 \end{aligned}$$

$$25 \quad \text{a} \quad x = 3\sqrt{2y} - 8x + 3$$

$$3\sqrt{2y} = 9x - 3$$

$$\sqrt{2y} = 3x - 1$$

$$2y = (3x-1)^2$$

$$y = \frac{1}{2}(3x-1)^2$$

$$\text{b} \quad a = 0,25b + 2$$

$$0,25b = a - 2$$

$$b = 4a - 8$$

$$F = \frac{0,1a}{2a-1} \cdot (2b+1) \quad \left. \vphantom{F = \frac{0,1a}{2a-1} \cdot (2b+1)} \right\} F = \frac{0,1a}{2a-1} \cdot (2(4a-8)+1)$$

$$b = 4a - 8$$

$$F = \frac{0,1a}{2a-1} \cdot (8a-16+1)$$

$$F = \frac{0,1a(8a-15)}{2a-1} = \frac{0,8a^2-1,5a}{2a-1}$$

$$\text{Dus } F = \frac{0,8a^2-1,5a}{2a-1}.$$

- c $p = k + 2$ invullen in $G = \frac{k - p^2}{k^2}$ geeft

$$G = \frac{k - (k + 2)^2}{k^2}$$

$$G = \frac{k - (k^2 + 2k + 2k + 4)}{k^2}$$

$$G = \frac{k - k^2 - 2k - 2k - 4}{k^2}$$

$$G = \frac{-k^2 - 3k - 4}{k^2}$$

$$G = \frac{-k^2}{k^2} + \frac{-3k}{k^2} + \frac{-4}{k^2}$$

$$G = -1 + \frac{-3}{k} + \frac{-4}{k^2}$$

Dus $a = -1$, $b = -3$ en $c = -4$.

Bladzijde 255

- 26 a Het model geeft de volgende tabel, afgerond op gehelen.

T_F	52	56	61	64	66	67	71	73	81
A	18	21	26	29	30	31	35	37	44

De tabellen zijn gelijk, dus het model klopt bij benadering met de gegevens.

- b $T_F = 75$ geeft $A = 0,913 \cdot 75 - 29,8 = 38,675$
 $38,675$ per 15 seconden is $60 \cdot 4 \cdot 38,675 = 9282$ per uur.
 Dat is meer dan 9000.
- c $A = 0,913T_F - 29,8$
 $0,913T_F = A + 29,8$
 $T_F = 1,09...A + 32,69...$
 Dus $T_F \approx A + 33$.
 Dat komt overeen met de methode van de scouting.
- d $T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32)$
 $T_F - 32 = \frac{9}{5}T_C$
 $T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$
 $T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$
 $A = 0,913T_F - 29,8$ } $A = 0,913(\frac{9}{5}T_C + 32) - 29,8$
 $A = 1,6434T_C + 29,216 - 29,8$
 $A \approx 1,64T_C - 0,58$
 Dus $A = 1,64T_C - 0,58$.
- e Een krekel tjirpt A keer gedurende 15 seconden, dus gedurende 9 seconden tjirpt de krekel $\frac{9}{15}A$ keer.
 Noem het aantal keer tjirpen gedurende 9 seconden A^* , dan geldt $A^* = \frac{9}{15}A$ oftewel $A = \frac{15}{9}A^*$.
 $A = \frac{15}{9}A^*$ } $\frac{15}{9}A^* = 1,64T_C - 0,58$
 $A = 1,64T_C - 0,58$ } $A^* = 0,984T_C - 0,348$
 $A^* \approx T_C$

Dus de methode komt overeen met de formule van vraag d.

- 27 a $3q - 15p = 5$
 $-15p = -3q + 5$
 $-7,5p = -1,5q + 2,5$ } $W = 18 - 1,5q + 2,5 + 2q$
 $W = 18 - 7,5p + 2q$ } $W = 0,5q + 20,5$

b $x + z = 6$

$$z = -x + 6$$

$$y = 2x + 5$$

$$F = 3xy + 4xz + 8$$

$$\left. \begin{array}{l} z = -x + 6 \\ y = 2x + 5 \\ F = 3xy + 4xz + 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} F = 3x(2x + 5) + 4x(-x + 6) + 8 \\ F = 6x^2 + 15x - 4x^2 + 24x + 8 \\ F = 2x^2 + 39x + 8 \end{array}$$

c $P = 6$ en $l = 4$ invullen bij $P = \frac{2k(3l + 8)}{4 + 7m}$ geeft

$$\frac{2k(3 \cdot 4 + 8)}{4 + 7m} = 6$$

$$2k(3 \cdot 4 + 8) = 6(4 + 7m)$$

$$2k \cdot 20 = 24 + 42m$$

$$40k = 24 + 42m$$

$$k = 0,6 + 1,05m$$

$$\text{Dus } k = 1,05m + 0,6.$$

d $G = 12 - 21 \cdot \frac{6 - 7,5h}{63} = 12 - \frac{21}{63} \cdot (6 - 7,5h) = 12 - \frac{1}{3}(6 - 7,5h) = 12 - 2 + 2,5h = 2,5h + 10$

$$\text{Dus } G = 2,5h + 10.$$

Bladzijde 256

- 28 a** Bij een omgekeerd evenredig verband hoort de formule $P = \frac{a}{L}$. Aflezen in de grafiek geeft $P = 100$ bij $L = 0$ en dit klopt niet met de formule, want $\frac{a}{0}$ kan niet. Dus er is geen sprake van een omgekeerd evenredig verband.

Alternatieve uitwerking:

Bij een omgekeerd evenredig verband is $P \cdot L$ constant. Het punt $(0, 100)$ in de grafiek geeft $P \cdot L = 0 \cdot 100 = 0$ en het punt $(10, 20)$ geeft $P \cdot L = 10 \cdot 20 = 200$. Dat is niet constant, dus er is geen sprake van een omgekeerd evenredig verband.

b $P = 100 \cdot g^L$

$$g_{10 \text{ jaar}} = \frac{20}{100} = 0,2, \text{ dus } g_{\text{jaar}} = 0,2^{\frac{1}{10}} \approx 0,851.$$

$$\text{Dus } P = 100 \cdot 0,851^L.$$

c Er geldt $37,5 \cdot 4 = 25 \cdot 6 = 15 \cdot 10 = 150$.

$$\text{Dus } P = \frac{150}{L}.$$

d Als L toeneemt, dan neemt $0,83^L$ af, dus ook $95 \cdot 0,83^L$ neemt af, dus ook $95 \cdot 0,83^L + 5$ neemt af.

$$\text{Dus de grafiek van } P = 95 \cdot 0,83^L + 5 \text{ is dalend.}$$

$$\text{Als } L \text{ heel groot wordt, nadert } 0,83^L \text{ tot } 0. \text{ Dan wordt } 95 \cdot 0,83^L \approx 0 \text{ en}$$

$$95 \cdot 0,83^L + 5 \approx 5.$$

$$\text{Dus de grenswaarde is } 5.$$

e verzekeraar A: $P = 100 \cdot 0,851^{12} = 14,4...$

$$\text{verzekeraar B: } P = \frac{150}{12} = 12,5$$

$$\text{verzekeraar C: } P = 95 \cdot 0,83^{12} + 5 = 15,1...$$

Dus verzekeraar C keert de hoogste dagwaarde uit.

$$\text{Dat is } \frac{15,1...}{100} \cdot 21\,500 \approx 3300 \text{ euro.}$$

29 a $w = 18$ en $V = 84$ geeft $-0,35A \cdot 18 + 8,4A = 84$

$$-6,3A + 8,4A = 84$$

$$2,1A = 84$$

$$A = \frac{84}{2,1} = 40$$

Er passeren 40 auto's per minuut.

b $A = 75$ en $V = 160$ geeft $-0,35 \cdot 75w + 8,4 \cdot 75 = 160$

$$-26,25w + 630 = 160$$

$$-26,25w = -470$$

$$w \approx 17,9$$

De windsnelheid was 17,9 m/s.

- c $A = 60$ geeft $V = -0,35 \cdot 60w + 8,4 \cdot 60 = -21w + 504$
Dus $V = -21w + 504$.
- d $w = 10$ geeft $V = -0,35A \cdot 10 + 8,4A = -3,5A + 8,4A = 4,9A$
 $V = 4,9A$
 $A = \frac{1}{4,9}V$
Dus $a = \frac{1}{4,9} \approx 0,204$.

Bladzijde 257

- 30 a $t = 10$ geeft $P = \frac{100}{1 + 1450 \cdot 2^{-0,3 \cdot 10}} \approx 0,5$
Dus 0,5% is besmet (geweest).
- b Los op $\frac{100}{1 + 1450 \cdot 2^{-0,3t}} = 50$.
Voer in $y_1 = \frac{100}{1 + 1450 \cdot 2^{-0,3x}}$ en $y_2 = 50$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 35$.
Dus na 35 dagen.
- c Als t toeneemt, dan neemt $-0,3t$ af, dus dan neemt $2^{-0,3t}$ af, dus ook $1450 \cdot 2^{-0,3t}$ neemt af en $1 + 1450 \cdot 2^{-0,3t}$ neemt af. Dus $\frac{100}{1 + 1450 \cdot 2^{-0,3t}}$ neemt toe.
De grafiek van P is dus stijgend.
- d $2^{-0,3t} = (2^{-0,3})^t \approx 0,812^t$, dus de formule is te schrijven als $P = \frac{100}{1 + 1450 \cdot 0,812^t}$.
Als t heel groot wordt, nadert $0,812^t$ tot 0. Dan wordt $1450 \cdot 0,812^t \approx 0$ en $1 + 1450 \cdot 0,812^t \approx 1$. Dus dan wordt $P = \frac{100}{1 + 1450 \cdot 0,812^t} \approx \frac{100}{1} = 100$.
De grenswaarde is 100%, dus uiteindelijk zullen alle bewoners besmet zijn (geweest).
- e Bij 25 maart 2020 hoort $t = 24$ en dit geeft $P = \frac{100}{1 + 1450 \cdot 2^{-0,3 \cdot 24}} \approx 9,2$.
Dus dan zouden er $0,092 \cdot 17,4 \approx 1,6$ miljoen mensen besmet zijn (geweest).
Bij 24 april 2020 hoort $t = 24 + 30 = 54$ en dit geeft $P = \frac{100}{1 + 1450 \cdot 2^{-0,3 \cdot 54}} \approx 98,1$.
Dus dan zouden er $0,981 \cdot 17,4 \approx 17,1$ miljoen mensen besmet zijn geweest.
- f De grenswaarde van de formule is a , dus met 10 miljoen inwoners geldt $a = 10\,000\,000$.
Er gaan zeven dagen in een week, dus er geldt $t = 7w$.
Dit geeft $-0,3t = -0,3 \cdot 7w = -2,1w$, dus $c = -2,1$.

Alternatieve uitwerking voor de berekening van a :

Het aantal besmette personen in New York is P procent van 10 miljoen, dus er geldt

$$I = \frac{P}{100} \cdot 10\,000\,000 \text{ oftewel } I = 100\,000P. \text{ Dit geeft}$$

$$I = 100\,000 \cdot \frac{100}{1 + 1450 \cdot 2^{-0,3t}} = \frac{10\,000\,000}{1 + 1450 \cdot 2^{-0,3t}}, \text{ dus } a = 10\,000\,000.$$

Bladzijde 258

- 31 a De som van de huidplooiën is $32 + 27 + 26 + 31 = 116$ mm.
Uit de tabel volgt dat D ligt tussen 1,0135 en 1,0108.
Bij een toename van 10 mm neemt D af met $1,0135 - 1,0108 = 0,0027$, dus per mm een afname van $\frac{0,0027}{10}$.
116 is 6 meer dan 110, dus $D = 1,0135 - 6 \cdot \frac{0,0027}{10} = 1,01188$.
 $D = 1,01188$ geeft $P = \frac{495}{1,01188} - 450 \approx 39,2$
Het vetpercentage is 39,2%.

b Los op $\frac{495}{D} - 450 = 31,7$.

Voer in $y_1 = \frac{495}{x} - 450$ en $y_2 = 31,7$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 1,0276$.

Uit de tabel volgt bij $D = 1,0276$ dat de som van de huidplooien 70 mm is.

- c Uit de tabel volgt bij een som van de huidplooien van 110 mm dat $D = 1,0135$, dus

$$P = \frac{495}{1,0135} - 450 \approx 38,4.$$

Voor het afvallen bestond zijn lichaam uit $0,384 \cdot 108 \approx 41,5$ kg vet en dus uit

$108 - 41,5 = 66,5$ kg niet-vet.

Uit de tabel volgt bij een som van de huidplooien van 70 mm dat $D = 1,0276$, dus

$$P = \frac{495}{1,0276} - 450 \approx 31,7.$$

Na het afvallen is zijn vetpercentage 31,7%, dus zijn percentage niet-vet is

$100 - 31,7 = 68,3\%$. Omdat hij alleen vet is kwijtgeraakt heeft hij nog steeds 66,5 kg

aan niet-vet, dus zijn lichaamsgewicht is $\frac{66,5}{0,683} \approx 97,4$ kg.

Hij is dus $108 - 97,4 = 10,6$ kg afgevallen.

- d Uit de tabel volgt bij een som van de huidplooien van 60 mm dat $D = 1,0324$, dus

$$P = \frac{495}{1,0324} - 450 \approx 29,5.$$

Lieke heeft volgens het model $0,295 \cdot 60 = 17,7$ kg vet, dat is $17,7 - 16,8 = 0,9$ kg meer dan volgens de scan.

Dus ze heeft volgens de scan $\frac{0,9}{17,7} \times 100\% \approx 5,1\%$ minder vet dan volgens het model.

12 Examentraining

32 $P = \sqrt{5} \cdot \sqrt{3\frac{1}{3}a} \cdot \sqrt{6b} = \sqrt{5 \cdot 3\frac{1}{3} \cdot 6 \cdot a \cdot b} = \sqrt{100ab} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{ab} = 10\sqrt{ab}$

33 De winst in 2020 was $31,25 \cdot 1,085 \cdot 0,847 \approx 28,72$ miljoen euro.

34 $m = 2n - 1$ invullen in $G = 10m^2n - 2m$ geeft

$$G = 10(2n - 1)^2 \cdot n - 2(2n - 1)$$

$$G = 10n(2n - 1)(2n - 1) - 4n + 2$$

$$G = 10n(4n^2 - 2n - 2n + 1) - 4n + 2$$

$$G = 10n(4n^2 - 4n + 1) - 4n + 2$$

$$G = 40n^3 - 40n^2 + 10n - 4n + 2$$

$$G = 40n^3 - 40n^2 + 6n + 2$$

35 Los op $4 \cdot \sqrt{\frac{0,28 \cdot 0,72}{n}} = 0,06$.

Voer in $y_1 = 4 \cdot \sqrt{\frac{0,28 \cdot 0,72}{x}}$ en $y_2 = 0,06$.

De optie snijpunt geeft $x = 896$.

Dus de minimale steekproefomvang is 896.

Bladzijde 259

36 $\phi = \frac{83 \cdot 12 - 41 \cdot 106}{\sqrt{124 \cdot 118 \cdot 189 \cdot 53}} \approx -0,28$

$-0,4 \leq \phi < 0,2$, dus het verschil is middelmatig.

37 aantal beuken : aantal eiken = $1 : 3 = 2 : 6$
 aantal eiken : aantal sparren = $2 : 5 = 6 : 15$
 Dus aantal beuken : aantal sparren = $2 : 15$.

38 $6a - 5b = 18$
 $-5b = -6a + 18$
 $b = 1,2a - 3,6$

39 $B = aV + b$
 Bij $V = 120$ hoort $B = 172,98$ en bij $V = 148$ hoort $B = 202,66$.
 $a = \frac{\Delta B}{\Delta V} = \frac{202,66 - 172,98}{148 - 120} = 1,06$
 $B = 1,06V + b$
 $V = 120$ en $B = 172,98$ $\left. \begin{array}{l} 1,06 \cdot 120 + b = 172,98 \\ 127,2 + b = 172,98 \\ b = 45,78 \end{array} \right\}$
 Dus $B = 1,06V + 45,78$.

40 $t = 200p^{0,8}$ invullen bij $N = 0,06t^{1,4}$ geeft
 $N = 0,06(200p^{0,8})^{1,4} = 0,06 \cdot 200^{1,4} \cdot p^{0,8 \cdot 1,4} \approx 100 \cdot p^{1,12}$.
 Dus $N = 100p^{1,12}$.

41 49 minuten en 40 seconden is $\frac{49}{60} + \frac{40}{3600} = 0,827... \text{ uur}$.
 Dus zijn snelheid is $\frac{9,8}{0,827...} \approx 11,84 \text{ km/uur}$.

42 De groeifactor per jaar is 1,073, dus $1,073^t = 2$.
 Voer in $y_1 = 1,073^x$ en $y_2 = 2$.
 De optie snijpunt geeft $x = 9,83...$
 De verdubbelingstijd is 9 jaar en $0,83... \times 12 \approx 10$ maanden.

43 $2,4y = 3 - 0,6\sqrt{x-2}$
 $3 - 0,6\sqrt{x-2} = 2,4y$
 $-0,6\sqrt{x-2} = 2,4y - 3$
 $\sqrt{x-2} = -4y + 5$
 $x - 2 = (-4y + 5)^2$
 $x = (-4y + 5)^2 + 2 (= 16y^2 - 40y + 27)$

44 **a** In 11 jaar $1165 - 840 = 325$ meer, dus in 1 jaar $\frac{325}{11}$ meer.
 2010 is 7 jaar na 2003, dus in 2010 is het aantal $840 + 7 \cdot \frac{325}{11} \approx 1047$.
b In 6 jaar $1390 - 1165 = 225$ meer, dus in 1 jaar $\frac{225}{6}$ meer.
 2025 is 5 jaar na 2020, dus in 2025 is het aantal $1390 + 5 \cdot \frac{225}{6} \approx 1578$.
c In 8 jaar $840 - 520 = 320$ meer, dus in 1 jaar $\frac{3250}{8} = 40$ meer.
 760 is 240 meer dan 520, dus dat is $\frac{240}{40} = 6$ jaar na 1995.
 Dus in het jaar $1995 + 6 = 2001$.

45 $(2a - 1)^2 - 4(3a - 1) = (2a - 1)(2a - 1) - 12a + 4 = 4a^2 - 2a - 2a + 1 - 12a + 4 = 4a^2 - 16a + 5$

Bladzijde 260

- 46** **a** nominaal
b ordinaal
c nominaal

47 De toename is $\frac{145 - 115}{115} \times 100\% \approx 26,1\%$.

48 $y = -\frac{1}{3}x + b$
 Door $A(0, 9)$, dus $b = 9$.
 Dus $k: y = -\frac{1}{3}x + 9$.

- 49 a De modale klasse is $[76, 78)$.
 b De mediaan is het gemiddelde van het 75^e en 76^e getal, deze liggen beide in de klasse $[76, 78)$.
 Dus de mediaan ligt in de klasse $[76, 78)$.
 c De standaardafwijking 3,0 cm hoort bij de tabel.
 d De cumulatieve frequentie van de klasse $[74, 76)$ is $5 + 13 + 16 = 34$,
 dus de relatieve cumulatieve frequentie is $\frac{34}{150} \times 100\% \approx 22,7\%$.

50 $N = b \cdot g^t$
 $g_{8 \text{ jaar}} = \frac{77}{326}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\frac{77}{326}\right)^{\frac{1}{8}} \approx 0,8349...$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 0,8349...^t \\ t = 3 \text{ en } N = 326 \end{array} \right\} b \cdot 0,8349...^3 = 326$$

$$b = \frac{326}{0,8349...^3} \approx 560$$

 Dus $N = 560 \cdot 0,835^t$.

51 $g_{3 \text{ jaar}} = 2$, dus $g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{3}} \approx 1,260$
 Dus het groeipercentage per jaar is 26,0%.

52 a $A = \sqrt{2p} \cdot \sqrt{2\frac{1}{2}q} = \sqrt{2p \cdot 2\frac{1}{2}q} = \sqrt{5pq}$
 b $B = \frac{\sqrt{30xy}}{\sqrt{2y}} = \sqrt{\frac{30xy}{2y}} = \sqrt{15x}$

- 53 a Als t toeneemt, dan neemt t^2 toe, dus dan neemt $t^2 + 1$ toe,
 dus dan neemt $\frac{100}{t^2 + 1}$ af, dus dan neemt $50 + \frac{100}{t^2 + 1}$ ook af.
 Dus de grafiek van N is dalend.
 b Als x toeneemt, dan neemt $x + 10$ toe, dus dan neemt $\frac{57}{x + 10}$ af,
 dus dan neemt $300 - \frac{57}{x + 10}$ toe.
 Dus de grafiek van y is stijgend.

54 $N = \frac{562}{25 \cdot 1,3^t} = \frac{562}{25} \cdot 1,3^{-t} = 22,48 \cdot (1,3^{-1})^t \approx 22,48 \cdot 0,769^t$
 De grafiek van N is afnemend dalend, want g tussen 0 en 1.

Bladzijde 261

- 55 Rechts-scheef, dus de mediaan ligt links.



56 $x = \text{aantal kaartjes van 15 euro}$
 $y = \text{aantal kaartjes van 20 euro}$
 $x + y = 705$, dus $y = 705 - x$
 $15x + 20y = 11\,500$, dus $20y = -15x + 11\,500$
 $y = -0,75x + 575$

Los op $705 - x = -0,75x + 575$
 $-0,25x = -130$
 $x = 520$

$y = 705 - 520 = 185$

Dus er zijn 185 kaartjes van 20 euro verkocht.

57 $q = 10 - 4p$
 $4p = 10 - q$
 $p = 2,5 - 0,25q$
 $R = 2p - 3q + 50$ } $R = 2(2,5 - 0,25q) - 3q + 50$
 $R = 5 - 0,5q - 3q + 50$
 $R = -3,5q + 55$

58 Er geldt $p = 0,36$, dus het totale aantal leerlingen is $\frac{450}{0,36} = 1250$.

De steekproefproportie $\hat{p}$ is $\frac{12}{25} = 0,48$.

59 Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is
 $\left[38\,500 - 2 \cdot \frac{14\,300}{\sqrt{80}}, 38\,500 + 2 \cdot \frac{14\,300}{\sqrt{80}} \right] \approx [35\,300, 41\,700]$.

60 $n = 12m^{0,6}$ invullen bij $F = \frac{50m^{0,54}}{17n^{1,4}}$ geeft
 $F = \frac{50m^{0,54}}{17(12m^{0,6})^{1,4}} = \frac{50m^{0,54}}{17 \cdot 12^{1,4} \cdot (m^{0,6})^{1,4}} = \frac{50}{17 \cdot 12^{1,4}} \cdot \frac{m^{0,54}}{m^{0,84}} \approx 0,09m^{-0,3}$.
Dus $F = 0,09m^{-0,3}$.

61 a Als t toeneemt, dan neemt $0,91^t$ af, dus dan neemt $20 \cdot 0,91^t$ af,
dus dan neemt $1 + 0,91^t$ ook af, dus $\frac{1500}{1 + 20 \cdot 0,91^t}$ neemt toe.

Dus de grafiek van N is stijgend.

b Als t toeneemt, dan neemt $0,98^t$ af, dus dan neemt $1 - 0,98^t$ toe,
dus ook $20(1 - 0,98^t)$ neemt toe, dus $10 + 20(1 - 0,98^t)$ neemt toe.
Dus de grafiek van N is stijgend.

62 Los op $3(0,5x - 2) = 0,6x + 12$
 $1,5x - 6 = 0,6x + 12$
 $0,9x = 18$
 $x = 20$

$x = 20$ geeft $y = 3(0,5 \cdot 20 - 2) = 24$

Dus het snijpunt is $(20, 24)$.

63 $b = 0,8a + 4$ invullen bij $N = 0,15b - 0,05(2a - 3)$ geeft
 $N = 0,15(0,8a + 4) - 0,1a + 0,15 = 0,12a + 0,6 - 0,1a + 0,15 = 0,02a + 0,75$.
Dus $N = 0,02a + 0,75$.

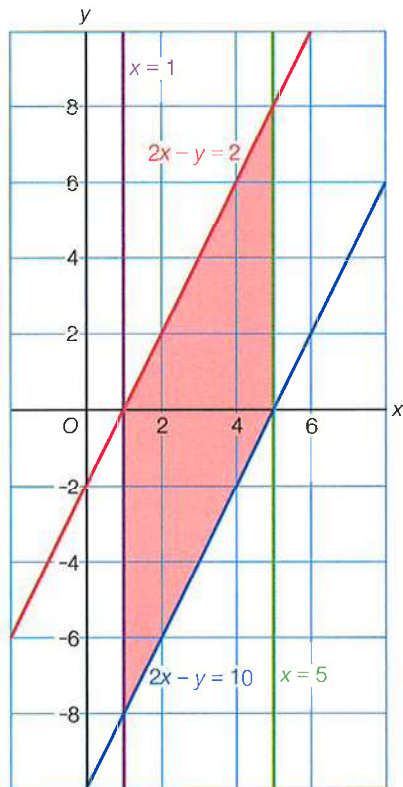
64 $(a^{-2})^4 \cdot a^5 = a^{-8} \cdot a^5 = a^{-3}$

- 65 Tussen de lijnen $x = 1$ en $x = 5$ en ook tussen de lijnen $2x - y = 2$ en $2x - y = 10$.
de lijn $2x - y = 2$

x	0	2
y	-2	2

de lijn $2x - y = 10$

x	5	7
y	0	4



Bladzijde 262

66 $\frac{750 - 820}{820} \times 100\% \approx -8,5\%$

Dus de afname is 8,5%.

67 Het totaal is $\frac{649}{0,0564} \approx 11\,507$.

- 68
- De boxen overlappen elkaar.
 - Een mediaan van een boxplot ligt buiten de box van de andere boxplot.
- Dus het verschil is middelmatig.

69 a $P = (4a - 1) \cdot \frac{2b}{4a - 1} = \frac{(4a - 1) \cdot 2b}{4a - 1} = 2b$

b $A = 5p \cdot \frac{3}{q} \cdot \frac{1 - q}{q} = \frac{5p \cdot 3 \cdot (1 - q)}{q \cdot q} = \frac{15p(1 - q)}{q^2} = \frac{15p - 15pq}{q^2}$

- 70
- a continu
 - b discreet
 - c continu

$$71 \quad F = \frac{2a^2 - 3a + 4}{2a} + 4a + 1\frac{1}{2} = \frac{2a^2}{2a} - \frac{3a}{2a} + \frac{4}{2a} + 4a + 1\frac{1}{2} = a - 1\frac{1}{2} + \frac{2}{a} + 4a + 1\frac{1}{2} = 5a + \frac{2}{a}$$

$$72 \quad E = \frac{112 - 85}{\frac{1}{2}(38 + 24)} \approx 0,87$$

$E > 0,8$, dus het verschil is groot.

$$73 \quad N = at + b \text{ met } a = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{63 - 52}{12 - 8} = 2,75$$

$$\left. \begin{array}{l} N = 2,75t + b \\ t = 8 \text{ en } N = 52 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2,75 \cdot 8 + b = 52 \\ 22 + b = 52 \\ b = 30 \end{array}$$

Dus $N = 2,75t + 30$.

Bladzijde 263

$$74 \quad 6x - 33 = -4(x - 12) + 15$$

$$6x - 33 = -4x + 48 + 15$$

$$10x = 96$$

$$x = 9,6$$

$$75 \quad M = 200 \left(4 + \frac{74}{25 \cdot 0,95^t} \right) = 200 \cdot 4 + \frac{200 \cdot 74}{25 \cdot 0,95^t} = 800 + \frac{200 \cdot 74}{25} \cdot 0,95^{-t}$$

$$= 800 + 592 \cdot (0,95^{-1})^t \approx 800 + 592 \cdot 1,05^t$$

Dus $M = 800 + 592 \cdot 1,05^t$.

$$76 \quad 1\frac{1}{4}(6t - 1) = 2\frac{1}{2}t + 6$$

$$7\frac{1}{2}t - 1\frac{1}{4} = 2\frac{1}{2}t + 6$$

$$5t = 7\frac{1}{4}$$

$$t = 1,45$$

$$77 \quad \left. \begin{array}{l} y = ax \\ x = 12 \text{ en } y = 69 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \cdot 12 = 69 \\ a = 5,75 \end{array}$$

Dus $y = 5,75x$.

$x = 42$ geeft $y = 5,75 \cdot 42 = 241,5$

$$78 \quad N = b \cdot g^t$$

$$g_{8 \text{ dagen}} = \frac{161}{101}, \text{ dus } g_{\text{dag}} = \left(\frac{161}{101} \right)^{\frac{1}{8}} = 1,0600...$$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,0600...^t \\ t = 4 \text{ en } N = 101 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,0600...^4 = 101 \\ b = \frac{101}{1,0600...^4} \approx 80 \end{array}$$

Dus $N = 80 \cdot 1,060^t$.

$$79 \quad A = 5x^{-1,15} \cdot \frac{3x^{4,25}}{x^2} = 5x^{-1,15} \cdot 3x^{2,25} = 15x^{1,1}$$

Dus $a = 15$ en $b = 1,1$.

$$80 \quad \text{a} \quad \begin{array}{l} \text{spreidingsbreedte} = 58 - 10 = 48 \\ \text{interkwartielafstand} = 42 - 20 = 22 \end{array}$$

Dat is $\frac{48}{22} \approx 2,2$ keer zo groot.

b 25% van 1060, dat is $0,25 \cdot 1060 = 265$ waarnemingsgetallen.

c Het kleinst mogelijke gemiddelde is $0,25 \cdot 10 + 0,25 \cdot 20 + 0,25 \cdot 24 + 0,25 \cdot 42 = 24$.
Het grootst mogelijke gemiddelde is $0,25 \cdot 20 + 0,25 \cdot 24 + 0,25 \cdot 42 + 0,25 \cdot 58 = 36$.

Dus dat klopt.

d De schatting van de standaardafwijking is 14, want het gemiddelde zal ongeveer 30 zijn en de gemiddelde afwijking hiervan is ongeveer 14.

$$81 \quad A = 8 - \frac{12}{n}$$

$$\frac{12}{n} = 8 - A$$

$$n = \frac{12}{8 - A}$$

$$82 \quad y = ax + b \text{ met } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{55 - 70}{20 - 8} = -1,25$$

$$y = -1,25x + b \quad \left\{ \begin{array}{l} -1,25 \cdot 8 + b = 70 \\ -10 + b = 70 \\ b = 80 \end{array} \right.$$

Dus $l: y = -1,25x + 80$.

$$83 \quad 30\,689 \text{ km}^2 = 30\,689 \cdot 10^6 \text{ m}^2$$

De oppervlakte per inwoner is $\frac{30\,689 \cdot 10^6}{11,46 \cdot 10^6} \approx 2678 \text{ m}^2$.

$$84 \quad q = p - 3 \text{ invullen bij } F = 5p^2 - 2q^2 + 10 \text{ geeft}$$

$$F = 5p^2 - 2(p - 3)^2 + 10$$

$$F = 5p^2 - 2(p - 3)(p - 3) + 10$$

$$F = 5p^2 - 2(p^2 - 3p - 3p + 9) + 10$$

$$F = 5p^2 - 2p^2 + 6p + 6p - 18 + 10$$

$$F = 3p^2 + 12p - 8$$

Bladzijde 264

- 85 a Als x heel groot wordt, wordt x^2 ook heel groot, dus $x^2 + 1$ wordt heel groot, dus dan nadert $\frac{50}{x^2 + 1}$ tot 0, dus $100 + \frac{50}{x^2 + 1} \approx 100$.
- Dus de grenswaarde is 100.
- b Als t heel groot wordt, wordt $t + 2$ ook heel groot, dus dan nadert $\frac{30}{t + 2}$ tot 0, dus $50 - \frac{30}{t + 2} \approx 50$.
- Dus de grenswaarde is 50.

- 86 a Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is
- $$\left[1200 - 2 \cdot \frac{85}{\sqrt{625}}, 1200 + 2 \cdot \frac{85}{\sqrt{625}} \right] = [1193,2; 1206,8].$$
- b Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is
- $$[25,62 - 2 \cdot 1,45; 25,62 + 2 \cdot 1,45] = [22,72; 28,52].$$

87 De oorspronkelijke hoeveelheid was $\frac{3015}{1,184} \approx 2546$.

88

	stad		platteland		
	cum. freq.	cum. perc.	cum. freq.	cum. perc.	Vcp
1	16	2%	112	17,5%	15,5%
2	72	9%	240	37,5%	28,5%
3	184	23%	560	87,5%	64,5%
4	304	38%	608	95%	57%
5	800	100%	640	100%	0%

← max.Vcp

max.Vcp > 40, dus het verschil is groot.

- 89 a** Als t heel groot wordt, nadert $0,96^t$ tot 0, dus $14 \cdot 0,96^t \approx 0$,
 dus $3 + 14 \cdot 0,96^t \approx 3$, dus $\frac{600}{3 + 14 \cdot 0,96^t} \approx \frac{600}{3} = 200$.
 Dus het verzadigingsniveau is 200.
- b** Als t heel groot wordt, nadert $0,81^t$ tot 0, dus $3 - 0,81^t \approx 3$,
 dus $450(3 - 0,81^t) \approx 450 \cdot 3 = 1350$.
 Dus het verzadigingsniveau is 1350.

90 $y = 2x - 1$ invullen bij $K = \frac{x+y}{4x-y}$ geeft

$$K = \frac{x + 2x - 1}{4x - (2x - 1)}$$

$$K = \frac{3x - 1}{4x - 2x + 1}$$

$$K = \frac{3x - 1}{2x + 1}$$

91 $N = 3\sqrt{2a} \cdot \sqrt{5b} = 3 \cdot \sqrt{10ab} = 3 \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{ab} \approx 9,49\sqrt{ab}$
 Dus $N = 9,49\sqrt{ab}$.

92 Vier delen is 25 euro, dus één deel is $\frac{25}{4} = 6,25$ euro.
 In totaal zijn er $2 + 3 + 7 = 12$ delen, dat is een bedrag van $12 \cdot 6,25 = 75$ euro.

93 a $\hat{p} = 0,83$ en $\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \sqrt{\frac{0,83 \cdot 0,17}{280}} = 0,0224...$
 Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is
 $[0,83 - 2 \cdot 0,0224...; 0,83 + 2 \cdot 0,0224...] \approx [0,785; 0,875]$.

b $\hat{p} = \frac{83}{112}$ en $\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \sqrt{\frac{\frac{83}{112}(1 - \frac{83}{112})}{52}} = 0,0607...$
 Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is
 $[\frac{83}{112} - 2 \cdot 0,0607...; \frac{83}{112} + 2 \cdot 0,0607...] \approx [0,620; 0,863]$.

Bladzijde 265

94 De groeifactor per jaar is 0,942, dus los op $0,942^t = 0,5$.
 Voer in $y_1 = 0,942^x$ en $y_2 = 0,5$.
 De optie snijpunt geeft $x = 11,60...$
 Dus de halveringstijd is 11 jaar en $12 \times 0,60... \approx 7$ maanden.

95 $\frac{2x}{3y} = \frac{5}{7}$ geeft $3y \cdot 5 = 2x \cdot 7$
 $15y = 14x$
 $y = \frac{14}{15}x$

96 $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{14,80 - 20,60}{6 - 2} = -1,45$; $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{10,45 - 14,80}{9 - 6} = -1,45$ en $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{3,20 - 10,45}{14 - 9} = -1,45$

Steeds is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = -1,45$, dus lineaire groei.

$$\left. \begin{array}{l} N = -1,45t + b \\ t = 2 \text{ en } N = 20,60 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -1,45 \cdot 2 + b = 20,60 \\ -2,90 + b = 20,60 \\ b = 23,50 \end{array}$$

Dus $N = -1,45t + 23,50$.

- 97 a** $q = 400$ geeft $W = -0,01 \cdot 400^2 + 7,5 \cdot 400 - 650 = 750$
 Dus de winst is 75 000 euro, dat is $\frac{75\,000}{400} = 187,50$ euro per artikel.
- b** Voer in $y_1 = -0,01x^2 + 7,5x - 650$.
 De optie maximum geeft $x = 375$ en $y = 756,25$.
 De maximale jaarlijkse winst is 75 625 euro.

- 98 a** $0,65 - 0,06 = 0,59$ en $0,65 + 0,06 = 0,71$, dus $[0,59; 0,71]$.
 $\sigma = \frac{0,06}{2} = 0,03$
- b** $\bar{X} = \frac{1280 + 1340}{2} = 1310$ en $\frac{1340 - 1280}{2} = 30$, dus 1310 ± 30 .
 $S = \frac{30}{2} = 15$

- 99** $67,13 \text{ km}^2 = 67,13 \cdot 10^8 \text{ dm}^2$
 $55 \text{ mm} = 55 \cdot 10^{-2} \text{ dm}$
 Dus er viel die dag $67,13 \cdot 10^8 \cdot 55 \cdot 10^{-2} \approx 3,69 \cdot 10^9$ liter regen.

- 100 a** $g_{8 \text{ uur}} = 0,891$, dus $g_{50 \text{ uur}} = 0,891^{\frac{50}{8}} \approx 0,486$.
 De afname per 50 uur is 51,4%.
- b** 8 uur = 24 keer 20 minuten
 $g_{8 \text{ uur}} = 0,891$, dus $g_{20 \text{ minuten}} = 0,891^{\frac{1}{24}} \approx 0,995$.
 De afname per 20 minuten is 0,5%.

- 101** $y = 2x - 1$ invullen in $B = \frac{6x^2 - y^2}{y^2 + 1}$ geeft

$$B = \frac{6x^2 - (2x - 1)^2}{(2x - 1)^2 + 1} = \frac{6x^2 - (2x - 1)(2x - 1)}{(2x - 1)(2x - 1) + 1} = \frac{6x^2 - (4x^2 - 2x - 2x + 1)}{4x^2 - 2x - 2x + 1 + 1} = \frac{6x^2 - 4x^2 + 2x + 2x - 1}{4x^2 - 4x + 2} = \frac{2x^2 + 4x - 1}{4x^2 - 4x + 2}$$

 Dus $B = \frac{2x^2 + 4x - 1}{4x^2 - 4x + 2}$.

- 102** $\hat{p} = \frac{78}{140}$ en $\sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} = \sqrt{\frac{\frac{78}{140}(1 - \frac{78}{140})}{140}} = 0,0419...$
 Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is
 $\left[\frac{78}{140} - 2 \cdot 0,0419...; \frac{78}{140} + 2 \cdot 0,0419... \right] \approx [0,473; 0,641]$.

Bladzijde 266

- 103** $N = 18 \cdot \frac{2x - 3}{6} + 3x - 5 = \frac{18}{6} \cdot (2x - 3) + 3x - 5 = 3 \cdot (2x - 3) + 3x - 5 = 6x - 9 + 3x - 5 = 9x - 14$
 Dus $N = 9x - 14$.

- 104 a** Voer in $y_1 = \frac{90\,000x}{x^2 + 900}$.
 De optie maximum geeft $x = 30$ en $y = 1500$.
 Dus na 30 dagen. Er lagen toen 1500 patiënten op de ic.
- b** Voer in $y_2 = 1400$.
 De optie snijpunt geeft $x = 20,6...$ en $x = 43,6...$
 Dus gedurende 23 dagen.

- 105** Bij een prijs p in euro's en een aantal stuks per dag q geldt $q = \frac{a}{p}$.

$$\left. \begin{array}{l} q = \frac{a}{p} \\ p = 0,8 \text{ en } q = 135 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{a}{0,8} = 135 \\ a = 108 \end{array}$$

$$p = 1,10 \text{ geeft } q = \frac{108}{1,10} \approx 98$$

Bij een prijs van €1,10 verkoopt hij 98 meloenen per dag.

Alternatieve uitwerking:

Bij een prijs p in euro's en een aantal stuks per dag q geldt $p \cdot q = \text{constant}$.

$p = 0,8$ en $q = 135$ geeft $p \cdot q = 0,8 \cdot 135 = 108$.

$p = 1,10$ geeft $1,10 \cdot q = 108$, dus $q = \frac{108}{1,10} \approx 98$.

Bij een prijs van €1,10 verkoopt hij 98 meloenen per dag.

- 106** 5 jaar en 4 maanden is $5\frac{1}{3}$ jaar.

$$g_{5\frac{1}{3} \text{ jaar}} = 0,5 \text{ geeft } g_{\text{jaar}} = 0,5^{\frac{1}{5\frac{1}{3}}} \approx 0,878$$

De afname per jaar is 12,2%.

107 $K = \frac{24x}{x-4} \cdot (x+4) \cdot \frac{1}{8} = \frac{24}{8} \cdot \frac{x(x+4)}{x-4} = 3 \cdot \frac{x^2+4x}{x-4} = \frac{3x^2+12x}{x-4}$

$$\text{Dus } K = \frac{3x^2+12x}{x-4}.$$

108 $\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{3}x + b \\ \text{door } A(6, 9) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{3} \cdot 6 + b = 9 \\ -2 + b = 9 \\ b = 11 \end{array}$

$$\text{Dus } l: y = -\frac{1}{3}x + 11.$$

- 109** Dat is $45\,486 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24 \approx 3,9 \cdot 10^9$ dollar per dag.

110 $N = \frac{200}{133 \cdot 0,6^t} = \frac{200}{133} \cdot 0,6^{-t} = \frac{200}{133} \cdot (0,6^{-1})^t \approx 1,504 \cdot 1,667^t$

$$\text{Dus } N = 1,504 \cdot 1,667^t.$$

111 $y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{30-18}{10-2} = 1,5$

$$\left. \begin{array}{l} y = 1,5x + b \\ \text{door } A(2, 18) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1,5 \cdot 2 + b = 18 \\ 3 + b = 18 \\ b = 15 \end{array}$$

$$\text{Dus } k: y = 1,5x + 15.$$

112 a $g_{\text{dag}} = 1,086$, dus $g_{\text{week}} = 1,086^7 \approx 1,782$.

De toename per week is 78,2%.

b $g_{\text{dag}} = 1,086$, dus $g_{10 \text{ uur}} = 1,086^{\frac{10}{24}} \approx 1,035$.

De toename per 10 uur is 3,5%.

Bladzijde 267

113 $2x - 3y = 10$

$$-3y = -2x + 10$$

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{2}{3}x - 3\frac{1}{3} \\ T = 6xy - 20x + 15y \end{array} \right\} \begin{array}{l} T = 6x(\frac{2}{3}x - 3\frac{1}{3}) - 20x + 15(\frac{2}{3}x - 3\frac{1}{3}) \\ T = 4x^2 - 20x - 20x + 10x - 50 \\ T = 4x^2 - 30x - 50 \end{array}$$

$$\text{Dus } a = 4, b = -30 \text{ en } c = -50.$$

114 $\frac{6,5 \text{ km}}{14,6 \text{ km/uur}} = 0,445... \text{ uur} = 0,445... \times 60 \text{ minuten} = 26,71... \text{ minuten}$
 Dus 26 minuten en $0,71... \times 60 \approx 43$ seconden.

115 a $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{20 - 5}{30 - 0} \approx 0,83$ en $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{53 - 20}{60 - 30} \approx 1,1$

De gemiddelde toenames zijn niet gelijk, dus geen lineair verband.

b $g_{30 \text{ seconden}} = \frac{20}{5} = 4$ en $g_{30 \text{ seconden}} = \frac{53}{20} = 2,65$

De groeifactoren zijn niet gelijk, dus geen exponentieel verband.

c $t = 30$ geeft $T = -0,00011 \cdot 30^3 + 0,02 \cdot 30^2 + 5 = 20,03 \approx 20$, dit klopt.

$t = 100$ geeft $T = -0,00011 \cdot 100^3 + 0,02 \cdot 100^2 + 5 = 95$, dit klopt.

d Los op $-0,00011t^3 + 0,02t^2 + 5 = 85$.

Voer in $y_1 = -0,00011x^3 + 0,02x^2 + 5$ en $y_2 = 85$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 88$.

Dus na 88 seconden is de temperatuur 85°C .

116 $A = at + b$ met $a = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{22 - 78}{28 - 12} = -3,5$

$$\left. \begin{array}{l} A = -3,5t + b \\ t = 12 \text{ en } A = 78 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -3,5 \cdot 12 + b = 78 \\ -42 + b = 78 \\ b = 120 \end{array}$$

Dus $A = -3,5t + 120$.

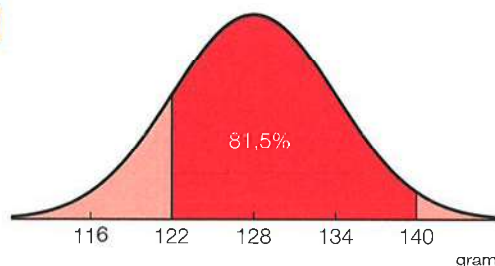
117 $k + 2l = 40$

$2l = -k + 40$

$$\left. \begin{array}{l} l = -0,5k + 20 \\ N = 2k - 3l + 50 \end{array} \right\} \begin{array}{l} N = 2k - 3(-0,5k + 20) + 50 \\ N = 2k + 1,5k - 60 + 50 \\ N = 3,5k - 10 \end{array}$$

Dus $N = 3,5k - 10$.

118



$34\% + 34\% + 13,5\% = 81,5\%$

Dus $0,815 \cdot 6000 = 4890$ kiwi's.

119 a $5a^3 \cdot 4a^2 = 20a^5$

b $(-4a^3)^2 - 8a^5 - 10a^6 = 16a^6 - 8a^5 - 10a^6 = 6a^6 - 8a^5$

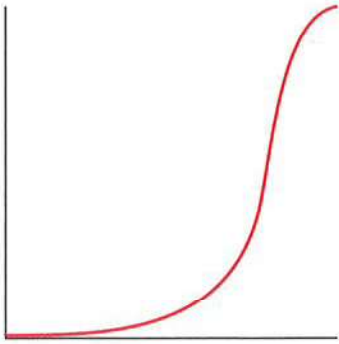
c $\frac{16x^2y^3}{24xy} = \frac{2}{3}xy^2$

120 Voer in $y_1 = 2,56x + 30$ en $y_2 = 83 - 5(x - 10)$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 13,62$.

Uit de plot volgt dat $x > 13,62$.

- 121** Links-scheef, dus pas ver rechts het punt met relatieve cumulatieve frequentie 50%.



Bladzijde 268

- 122** De verhouding klas 1 : klas 2 of 3 = 6 : 11.
 De verhouding klas 1 : bovenbouw = 3 : 5 = 6 : 10.
 Dus de verhouding klas 1 : klas 2 of 3 : bovenbouw = 6 : 11 : 10.
 In totaal zijn er $6 + 11 + 10 = 27$ delen.
 Eén deel is $\frac{1350}{27} = 50$ leerlingen.
 In de bovenbouw zitten dus $10 \cdot 50 = 500$ leerlingen.

- 123** $\hat{p} = \frac{0,177 + 0,323}{2} = 0,25$
 Dus er zijn $0,25 \cdot 140 = 35$ scooters opgevoerd.

- 124** $y = 4x + 5$ invullen in $A = \frac{4x}{x-1} \cdot (2y-3)$ geeft
 $A = \frac{4x}{x-1} \cdot (2(4x+5)-3) = \frac{4x}{x-1} \cdot (8x+10-3) = \frac{4x}{x-1} \cdot (8x+7) = \frac{4x(8x+7)}{x-1}$.
 Dus $A = \frac{4x(8x+7)}{x-1}$ oftewel $A = \frac{32x^2 + 28x}{x-1}$.

- 125 a** Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.
 Bij $t = 2$ hoort $N = 20$ en bij $t = 8$ hoort $N = 500$.
 $g_{\text{jaar}} = \frac{500}{20} = 25$, dus $g_{\text{jaar}} = 25^{\frac{1}{6}} = 1,7099\dots$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,7099\dots^t \\ t = 2 \text{ en } N = 20 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,7099\dots^2 = 20 \\ b = \frac{20}{1,7099\dots^2} \approx 7 \end{array}$$

Dus $N = 7 \cdot 1,710^t$.

- b** Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.
 Bij $t = 3$ hoort $N = 800$ en bij $t = 7$ hoort $N = 60$.
 $g_{\text{jaar}} = \frac{60}{800} = 0,075$, dus $g_{\text{jaar}} = 0,075^{\frac{1}{4}} = 0,5233\dots$

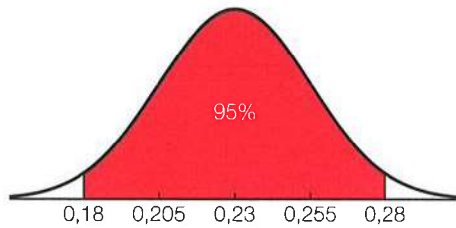
$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 0,5233\dots^t \\ t = 3 \text{ en } N = 800 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 0,5233\dots^3 = 800 \\ b = \frac{800}{0,5233\dots^3} \approx 5580 \end{array}$$

Dus $N = 5580 \cdot 0,523^t$.

- 126 a** $A = 5x - \frac{4}{3x} = \frac{15x^2}{3x} - \frac{4}{3x} = \frac{15x^2 - 4}{3x}$
b $B = \frac{7}{2x} - \frac{5}{3x} = \frac{21}{6x} - \frac{10}{6x} = \frac{21-10}{6x} = \frac{11}{6x}$
c $D = 5a^2 - \frac{3}{a^2} = \frac{5a^4}{a^2} - \frac{3}{a^2} = \frac{5a^4 - 3}{a^2}$
d $E = \frac{2}{p} + 3p \cdot \frac{5q}{2p^2} = \frac{2}{p} + \frac{15pq}{2p^2} = \frac{2}{p} + \frac{15q}{2p} = \frac{4}{2p} + \frac{15q}{2p} = \frac{4+15q}{2p}$

127 $\mu = p = 0,23$ en $\sigma = \sqrt{\frac{0,23 \cdot 0,77}{283}} \approx 0,025$

Zie de schets, dus bij $13,5 + 34 + 34 + 13,5 = 95\%$.



Bladzijde 269

128 a Als n toeneemt, dan neemt $\frac{30000}{n}$ af, dus $450 + \frac{30000}{n}$ neemt ook af.

De grafiek van K is dus dalend.

De vaste kosten zullen per persoon in de praktijk ook afnemen als er meer personen met de cruise meegaan.

b Als n heel groot wordt, nadert $\frac{30000}{n}$ tot 0. Dan wordt $450 + \frac{30000}{n} \approx 450 + 0 = 450$.

Dus de grenswaarde is 450 euro.

Als er heel veel passagiers mee zouden kunnen, dan zouden dit de kosten per passagier zijn.

c Om 100 000 euro winst te maken, moet je per passagier $\frac{100000}{2500} = 40$ euro winst maken.

De kosten K per passagier bij 2500 passagiers zijn $450 + \frac{30000}{2500} = 462$ euro.

De prijs per passagier die ze moeten vragen is dus $462 + 40 = 502$ euro.

129 a Als x toeneemt, dan neemt $\frac{5}{x}$ af, dus dan neemt $20 - \frac{5}{x}$ toe.

Dus de grafiek is stijgend.

Als x heel groot wordt, nadert $\frac{5}{x}$ tot 0. Dus dan wordt $20 - \frac{5}{x} \approx 20$.

Dus de grenswaarde is 20.

b Als x toeneemt, dan neemt $0,6^x$ af, dus dan neemt $12 \cdot 0,6^x$ ook af.

Als x toeneemt, dan neemt $\sqrt{x}$ ook toe.

Van $\frac{12 \cdot 0,6^x}{\sqrt{x}}$ neemt de teller af en de noemer neemt toe, dus $\frac{12 \cdot 0,6^x}{\sqrt{x}}$ neemt af.

Dus de grafiek is dalend.

Als x heel groot wordt, nadert $0,6^x$ tot 0. Dus dan wordt $12 \cdot 0,6^x \approx 0$.

Als x heel groot wordt, wordt $\sqrt{x}$ ook heel groot.

Van $\frac{12 \cdot 0,6^x}{\sqrt{x}}$ nadert de teller tot 0 en wordt de noemer heel groot,

dus wordt $\frac{12 \cdot 0,6^x}{\sqrt{x}} \approx 0$.

Dus de grenswaarde is 0.

c Als x toeneemt, dan neemt x^2 ook toe, dus $x^2 + 2$ neemt toe, dus $\frac{80}{x^2 + 2}$ neemt af.

Dus $25 - \frac{80}{x^2 + 2}$ neemt toe.

Dus de grafiek is stijgend.

Als x heel groot wordt, wordt x^2 ook heel groot en ook $x^2 + 2$ wordt heel groot.

Dus nadert $\frac{80}{x^2 + 2}$ tot 0 en dan wordt $25 - \frac{80}{x^2 + 2} \approx 25$.

Dus de grenswaarde is 25.

$$130 \quad a \quad g_{5 \text{ dagen}} = \frac{345}{446}, \text{ dus } g_{\text{dag}} = \left(\frac{345}{446}\right)^{\frac{1}{5}} \approx 0,950.$$

$$g_{4 \text{ dagen}} = \frac{281}{345}, \text{ dus } g_{\text{dag}} = \left(\frac{281}{345}\right)^{\frac{1}{4}} \approx 0,950.$$

$$g_{3 \text{ dagen}} = \frac{241}{281}, \text{ dus } g_{\text{dag}} = \left(\frac{241}{281}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 0,950.$$

De groeifactoren per dag zijn bij benadering gelijk, dus bij de tabel hoort exponentiële groei.

$$b \quad \left. \begin{array}{l} N = b \cdot g^t \text{ met } g = 0,950 \\ N = b \cdot 0,950^t \\ t = 3 \text{ en } N = 446 \end{array} \right\} b \cdot 0,950^3 = 446$$

$$b = \frac{446}{0,950^3} \approx 520$$

Dus $N = 520 \cdot 0,950^t$.

$$131 \quad 2 \text{ micrometer} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ meter}$$

De diameter van het virusdeeltje is $\frac{2 \cdot 10^{-6}}{50} \text{ m} = 4 \cdot 10^{-8} \text{ m}$.

$$132 \quad P = \frac{3}{4a-1}$$

$$4a-1 = \frac{3}{P}$$

$$4a = \frac{3}{P} + 1$$

$$a = \frac{3}{4P} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4P} + \frac{P}{4P} = \frac{3+P}{4P}$$

$$\text{Dus } a = \frac{P+3}{4P}.$$

133 a Als A omgekeerd evenredig is met B dan geldt $A \cdot B = \text{constant}$.
Je krijgt $40 \cdot 2 = 80$; $26,7 \cdot 3 = 80,1$; $17,8 \cdot 4 = 71,2$ en $7,9 \cdot 6 = 47,4$.
De producten zijn niet gelijk, dus A is niet omgekeerd evenredig met B .

$$b \quad \left. \begin{array}{l} A = \frac{90}{c^B} \\ A = 40 \text{ en } B = 2 \end{array} \right\} \frac{90}{c^2} = 40$$

$$c^2 = \frac{90}{40}$$

$$c = \sqrt{\frac{90}{40}} = 1,5$$

$$\text{Dus } A = \frac{90}{1,5^B}.$$

$$B = 5 \text{ geeft } A = \frac{90}{1,5^5} \approx 11,9$$

Bladzijde 270

$$134 \quad N_A = 25t + 1560 \text{ en } N_B = 1450 \cdot 1,078^t$$

Los op $N_B = 2 \cdot N_A$ oftewel $1450 \cdot 1,078^t = 2 \cdot (25t + 1560)$.
Voer in $y_1 = 1450 \cdot 1,078^x$ en $y_2 = 2 \cdot (25x + 1560)$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 12,7$.
Dus na 12,7 jaar.

$$135 \quad \text{Voer in } y_1 = \frac{350-2x}{6,13} \text{ en } y_2 = \frac{5x+380}{8,27}.$$

De optie snijpunt geeft $x \approx 11,97$.

Uit de plot volgt dat $p > 11,97$.