

MODERNE WISKUNDE

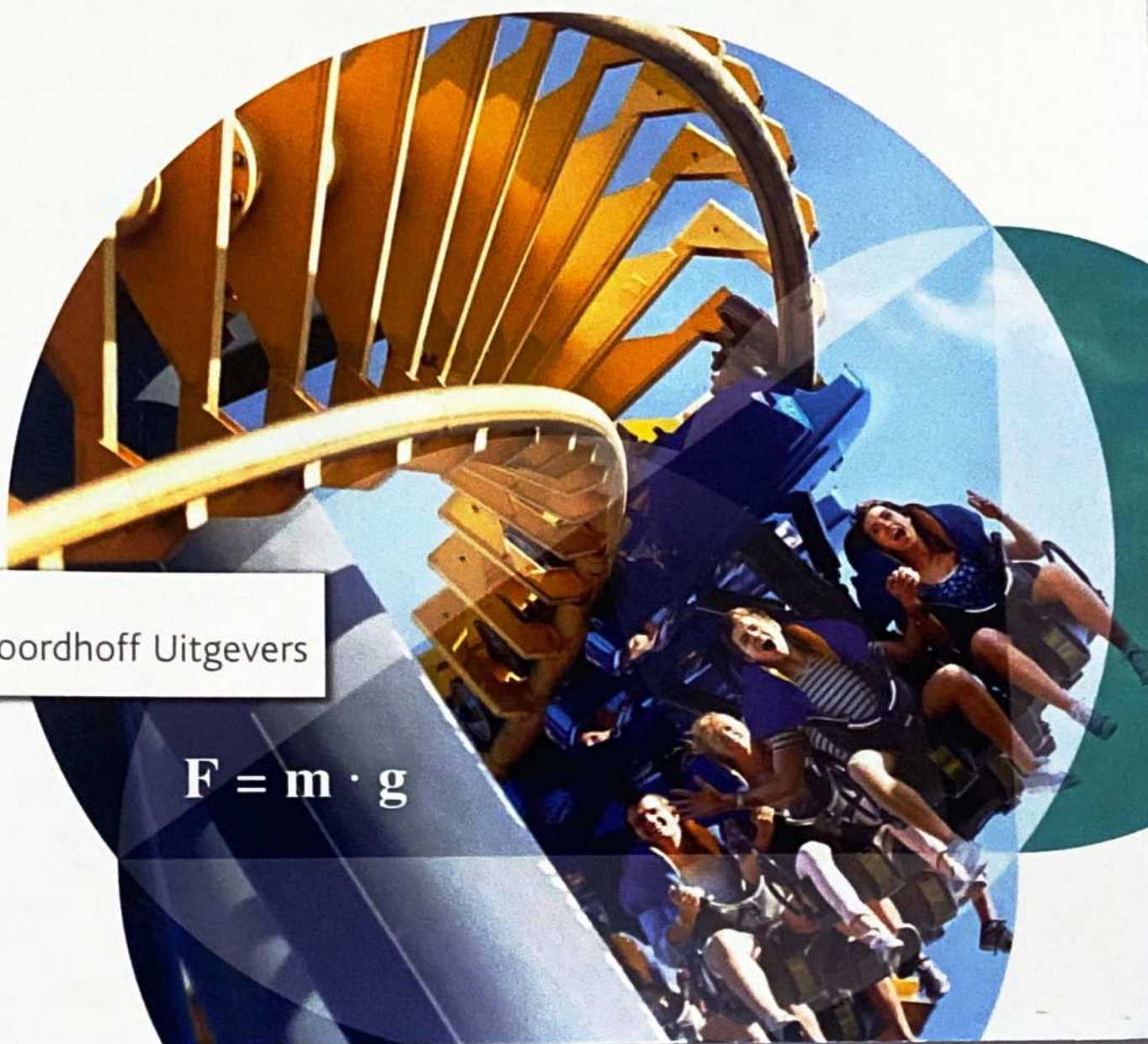
NAAM

KLAS



Noordhoff Uitgevers

$$F = m \cdot g$$



12e editie

Moderne Wiskunde

Werkboek bij 3B vwo

Ontwerp omslag G2K Designers, Groningen/Amsterdam
Ontwerp binnenwerk Ebel Kuipers, Sappemeer
Technisch tekenwerk Integra Software services Pvt. Ltd., India
Vrije illustraties Peter Fitzverploegh, Utrecht
Picture Research Daliz, Den Haag

Fotoverantwoording

Shutterstock, New York: p. 13, 34, 37, 41, 43, 44, 45, 46, 53, 57
istockphoto/ Getty Images, Londen: p. 20
Dave de Bruin/ Daliz Images, Den Haag: p. 29, 47
Eugene Winthagen/ Nationale Beeldbank, Den Haag: p. 50

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan: Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Voortgezet onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB Groningen of via het contactformulier op www.mijnnoordhoff.nl.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontleenen.

Klimaatneutraal

Noordhoff vindt jouw toekomst belangrijk en daarom hebben wij dit boek klimaatneutraal geproduceerd.



2 / 21

© 2019 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Utrecht, The Netherlands.

Deze uitgave is beschermd op grond van het auteursrecht. Wanneer u (her)gebruik wilt maken van de informatie in deze uitgave, dient u vooraf schriftelijke toestemming te verkrijgen van Noordhoff Uitgevers bv. Meer informatie over collectieve regelingen voor het onderwijs is te vinden op www.onderwijsenauteursrecht.nl.

This publication is protected by copyright. Prior written permission of Noordhoff Uitgevers bv is required to (re)use the information in this publication.

ISBN 978-90-01-88321-8

12e editie

Moderne Wiskunde

Werkboek bij 3B vwo

Ineke de Bruijn
Emile van der Eijk
Sjeng Greefkens
Sebas Nannings
Gerard van Proosdij
Colin Roll
Geertrui Schaberg
Marjon Schippers
Ron Sinkeldam
Greetje Smeenk – van Broekhoven

Samenvatten en Oefenproefwerk

- H8 Statistiek | Samenvatten en Oefenproefwerk 6
 - H9 Functies en algebra | Samenvatten en Oefenproefwerk 10
 - H10 Redeneren in driehoeken | Samenvatten en Oefenproefwerk 14
 - H11A Vergelijkingen en ongelijkheden | Samenvatten en Oefenproefwerk 18
 - H11B Vergelijkingen en ongelijkheden | Samenvatten en Oefenproefwerk 22
 - H12A Zicht op toeval | Samenvatten en Oefenproefwerk 26
 - H12B Cirkels | Samenvatten en Oefenproefwerk 30
-

Rekenen

- H13 Rekenen met een verhoudingstabel 34
 - H14 Tijd en snelheid 36
 - H15 Percentage en factor 38
 - H16 Schaal 40
 - H17 Procenten van procenten 42
 - H18 Verbanden gebruiken 44
 - H19 Ruimtefiguren en inhoud 46
 - H20 Gegevens combineren 48
 - H21 Eenheden 50
 - H22 Rekenen met verhoudingen 52
 - H23 Snelheid 54
 - H24 Rekenen met eenheden 56
-

Werkbladen

- Vaardigheden 4 58
 - H9 Functies en algebra 58
 - H10 Redeneren in driehoeken 59
 - Verdieping | Gebieden 66
 - H11A Vergelijkingen en ongelijkheden 68
 - H11B Vergelijkingen en ongelijkheden 68
 - Vaardigheden 6 68
-

1 Absolute frequenties en relatieve frequenties berekenen (zie § 8.1)

In de tabel zie je welke wiskunde de leerlingen van 4 vwo in het pakket hebben.

Vul de ontbrekende getallen in de tabel in.

Absolute frequenties zijn de _____

Relatieve frequenties zijn _____

	aantal leerlingen	percentage
wiskunde A	105	8
wiskunde B		
wiskunde C		
totaal	175	100

2 Bij een indeling in klassen de intervalnotatie gebruiken (zie § 8.2)

Deel in de frequentietabel de volgende lengten in cm in even brede klassen in. Neem als eerste klasse het interval $[0, 10)$.

14, 35, 28, 18, 20, 39, 4, 11, 10, 21, 5, 8, 22, 5, 19, 15, 33, 6

Van de klasse $[20, 30)$ zijn de klassengrenzen _____ cm en _____ cm. De klassenbreedte is _____ cm.

lengte in cm	frequentie
$[0, 10)$	

3 De gemiddelde afwijking van het gemiddelde berekenen (zie § 8.3)

Om van een aantal waarnemingen de gemiddelde afwijking van het gemiddelde te vinden, bereken je eerst _____ en daarna bereken je _____

Bereken de gemiddelde afwijking van het gemiddelde van 2, 4, 7, 8 en 9.

4 De kwartielen, de kwartielafstand en de spreidingsbreedte berekenen (zie § 8.3)

Gegeven zijn de cijfers 4, 4, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 7, 8, 8, 9.

Van de cijfers is Q_1 het cijfer _____ en het cijfer 7,5 is _____

De spreidingsbreedte is _____ - _____ = _____

De kwartielafstand is _____ - _____ = _____

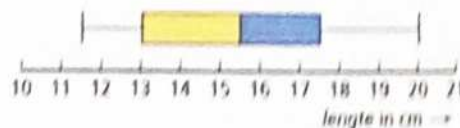
5 Uit een boxplot gegevens aflezen (zie § 8.4)

In de boxplot staat van 500 rupsen de lengte in cm.

De lengte van de grootste rups is _____ cm.

Van de rupsen heeft _____ procent een lengte tussen 13 cm en 17,5 cm.

Er zijn ongeveer _____ rupsen kleiner dan 13 cm.



6 Een boxplot tekenen (zie § 8.4)

Teken bij de tabel de bijbehorende boxplot en vul het blaadje hiernaast in.

<i>aantal worteltjes</i>	6	7	8	9	10	11	12
<i>frequentie</i>	8	11	21	14	10	7	3



Omschrijf met welke stappen je de opdracht hiernaast hebt aangepakt.

7 Omgaan met data die op verschillende manieren verwerkt zijn (zie § 8.5)

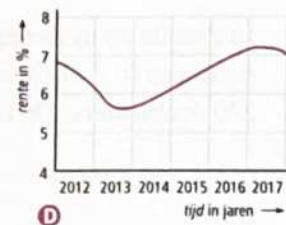
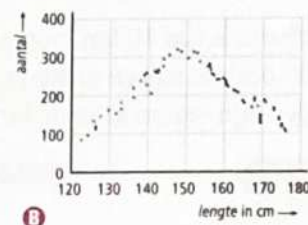
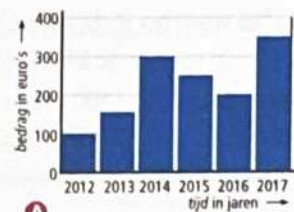
In de vier figuren zijn data op verschillende manieren verwerkt.

Figuur A is een

Figuur B is een

Figuur C is een

Figuur D is een

**Vaardigheden**

Geef door inkleuren aan welke hokjes het best bij jou passen. Bekijk de paragrafen in het leerboek van de vaardigheden die je nog niet beheerst.

Vaardigheid	niet goed		goed	
1 Ik kan absolute frequenties en relatieve frequenties berekenen.	☐	☐	☐	☐
2 Ik kan bij een indeling in klassen de intervalnotatie gebruiken.	☐	☐	☐	☐
3 Ik kan de gemiddelde afwijking van het gemiddelde berekenen.	☐	☐	☐	☐
4 Ik kan de kwartielen, de kwartielafstand en de spreidingsbreedte berekenen.	☐	☐	☐	☐
5 Ik kan uit een boxplot gegevens aflezen.	☐	☐	☐	☐
6 Ik kan een boxplot tekenen.	☐	☐	☐	☐
7 Ik kan omgaan met data die op verschillende manieren verwerkt zijn.	☐	☐	☐	☐

Hoe heb je aan dit hoofdstuk gewerkt?

☐ onvoldoende

☐ matig

☐ voldoende

☐ goed

Welke opdrachten uit dit hoofdstuk zijn belangrijk voor het proefwerk?

Welk cijfer verwacht je voor het proefwerk?

Welk cijfer heb je behaald?

Ga je bij het volgende hoofdstuk dingen wel/niet anders doen? Leg uit.

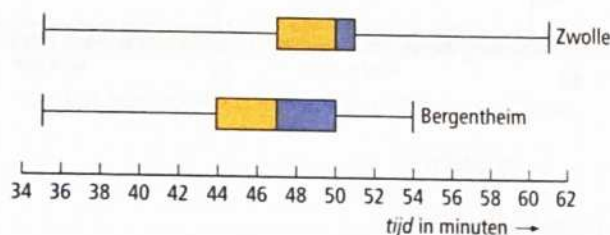
- 1 In 2012 zijn veel bedrijven failliet gegaan.
- Zijn de gegevens in de tabel absoluut of relatief?
 - Met hoeveel procent is het aantal bedrijven dat in het vierde kwartaal failliet ging, gestegen ten opzichte van het derde kwartaal?
 - Hoeveel procent van de bedrijven die in 2012 failliet gingen, gingen failliet in het eerste kwartaal?

periode	aantal bedrijven
eerste kwartaal	2890
tweede kwartaal	2733
derde kwartaal	2763
vierde kwartaal	2853
totaal	11 239

- 2 In een ziekenhuis heeft men van de laatste 40 baby's die er zijn geboren de gewichten in grammen genoteerd.
- Hoe noem je het verschil tussen de grootste waarneming en de kleinste waarneming?
 - Maak een frequentietabel waarbij je de gewichten in even brede klassen indeelt. Neem als eerste klasse $[1000, 1500)$.
 - Hoe heet de manier waarop $[1000, 1500)$ is genoteerd?
 - Bereken met behulp van de klassenmiddens het gemiddelde geboortegewicht van deze 40 baby's.

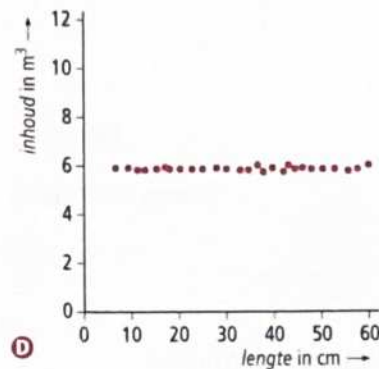
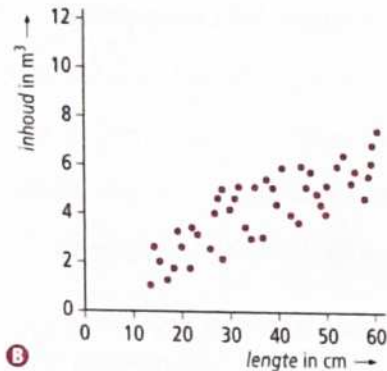
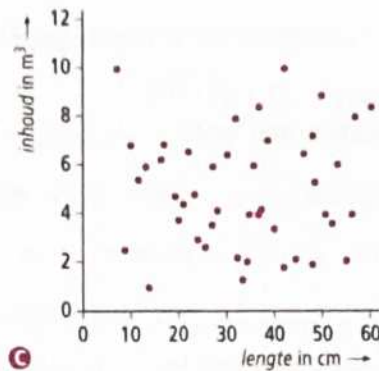
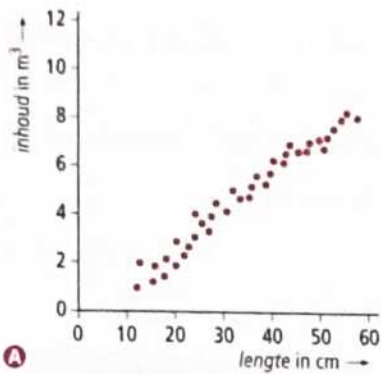
1320	1740	1880	2110	2170
2280	2480	2500	2600	2640
2750	2760	2820	2890	3120
3270	3310	3340	3370	3400
3440	3500	3510	3530	3550
3560	3580	3620	3680	3690
3690	3780	3890	3920	4050
4080	4160	4290	4810	4930

- 3 In Zwolle en in Bergentheim is een 10 km loop gehouden. Er waren in Zwolle 3000 deelnemers en in Bergentheim 240 deelnemers. De tijden zijn verwerkt in de boxplots.



- Geef van beide boxplots de kwartielaafstand en de spreidingsbreedte van de tijden.
 - Schrijf van Zwolle en van Bergentheim op hoeveel procent van de deelnemers een tijd van meer dan 47 minuten had.
 - Hoeveel deelnemers aan beide 10 km lopen samen hadden een tijd van meer dan 50 minuten?
 - Hoeveel procent is dat van het totaal aantal deelnemers?
- 4 Rafaël heeft in de tweede klas 72 cijfers gehaald. Hij heeft ze in een frequentietabel gezet.
- Geef de modus, de mediaan en het gemiddelde van zijn cijfers.
 - Hoe groot is de spreidingsbreedte?
 - Bereken de gemiddelde afwijking van het gemiddelde cijfer.
 - Teken een boxplot bij de cijfers van Rafaël.

cijfer	frequentie
5	15
6	21
7	15
8	11
9	8
10	2



5 Vier onderzoekers hebben de resultaten van hun onderzoek weergegeven in puntenwolken.

- Bij welke onderzoeker lijkt er totaal geen verband te zijn tussen de lengte en de inhoud?
- Omschrijf het verband tussen de lengte en de inhoud bij onderzoeker B en bij onderzoeker D.
- Tussen welke waarden liggen bij onderzoeker B de lengten die horen bij een inhoud van 4 m^3 ?
- Wat gebeurt er bij onderzoeker A met de inhoud als de lengte 20 cm groter wordt?

6 Na de bankencrisis in 2008 is de prijs van koopwoningen gedaald. In de tabel zie je de indexcijfers die horen bij de prijs van koopwoningen op de Veluwe.

tijd in jaren	2000	2002	2004	2006	2008	2010	2012	2014	2016
indexcijfer	79,0	86,2	100	105,5	112,2	105,2	95,4	99,7	107,3

- Welk jaar is als basisjaar gekozen?
- Met hoeveel procent is de prijs van koopwoningen op de Veluwe tussen 2004 en 2012 gedaald?
- In 2008 was een koopwoning op de Veluwe € 225.000,- waard.
Hoeveel euro was deze woning in 2012 minder waard?
- Volgens Leo is de prijs van koopwoningen op de Veluwe in 2012 vergeleken met 2008 met 16,8% gedaald.
Hoe komt hij daar aan? Welk percentage is wel het juiste?
- Met hoeveel procent is de prijs van 2000 naar 2004 gestegen?

1 De coördinaten van een randpunt berekenen (zie § 9.1)

Leg uit waarom de wortelfunctie $g(x) = \sqrt{2x - 8}$ niet voor elke waarde van x uitkomsten heeft.

Bereken de coördinaten van het randpunt van de grafiek van g en vul het blaadje hiernaast in.

Omschrijf met welke stappen je de opdracht hiernaast hebt aangepakt.

2 Rekenen met wortels waarin variabelen voorkomen (zie § 9.2)

Bij het rekenen met wortels geldt (voor $a \geq 0$ en $b \geq 0$):

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{\dots}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{\dots}{\dots}} \quad (\text{met } b \neq 0)$$

Je kunt wortels bij elkaar optellen of aftrekken als

Schrijf als één wortel.

$$\sqrt{7} \cdot \sqrt{5a} =$$

$$\frac{\sqrt{12c^3}}{\sqrt{6c^2}} =$$

Schrijf zo kort mogelijk.

$$8\sqrt{3k} - \sqrt{3k} + 3\sqrt{k} =$$

3 Een omgekeerd evenredig verband herkennen (zie § 9.3)

Bij een omgekeerd evenredig verband geldt dat het product

tussen de variabelen x en y steeds ... is.

Bijpassende formules zijn $x \cdot y = c$, $x = \frac{\dots}{\dots}$ en $y = \frac{\dots}{\dots}$.

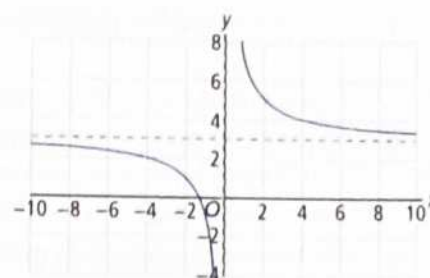
Stel bij de tabel een formule op.

x	2	5	10	25
y	75	30	15	6

De grafiek van de gebroken functie $f(x) = 3 + \frac{4}{x}$ bestaat uit twee takken en heet een ...

Bij de horizontale asymptoot hoort de formule ...

Bij de verticale asymptoot hoort de formule ...



4 Rekenen met breuken waarin variabelen voorkomen (zie § 9.4)

Bij breuken optellen of aftrekken moeten de noemers

Bij breuken vermenigvuldigen moet je de tellers _____ en de noemers _____

Bij breuken vereenvoudigen moet je de teller en de noemer door hetzelfde getal _____

Schrijf $6x^2 \cdot \frac{3y^3}{8x^4y^2}$ als één breuk en vereenvoudig de breuk.

Machtsfuncties (zie § 9.5)

Van de functie $f(x) = x^n$ met n even, heeft de grafiek wel/niet een top. Als de vergelijking $x^n = c$ (met $c \neq 0$) precies één oplossing heeft, dan is de exponent n even/oneven.

5 Rekenen met machten waarin variabelen voorkomen (zie § 9.6)

Bij het rekenen met machten geldt:

$$(a \cdot b)^n = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{met } b \neq 0)$$

Schrijf zonder haakjes.

$$(3a^2b)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left(\frac{2p^2}{3pq}\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Vaardigheden

Geef door inkleuren aan welke hokjes het best bij jou passen. Bekijk de paragrafen in het leerboek van de vaardigheden die je nog niet beheerst.

Vaardigheid	niet goed		goed	
1 Ik kan de coördinaten van een randpunt berekenen.	☐	☐	☐	☐
2 Ik kan rekenen met wortels waarin variabelen voorkomen.	☐	☐	☐	☐
3 Ik kan een omgekeerd evenredig verband herkennen.	☐	☐	☐	☐
4 Ik kan rekenen met breuken waarin variabelen voorkomen.	☐	☐	☐	☐
5 Ik kan rekenen met machten waarin variabelen voorkomen.	☐	☐	☐	☐

Hoe heb je aan dit hoofdstuk gewerkt?

☐ onvoldoende

☐ matig

☐ voldoende

☐ goed

Welke opdrachten uit dit hoofdstuk zijn belangrijk voor het proefwerk?

Welk cijfer verwacht je voor het proefwerk? _____

Welk cijfer heb je behaald? _____

Ga je bij het volgende hoofdstuk dingen wel/niet anders doen? Leg uit.

1 Schrijf als één wortel.

a $\sqrt{2p} \cdot \sqrt{7q} =$

b $6\sqrt{2a} =$

c $3\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} =$

d $\frac{2p\sqrt{5q^3}}{\sqrt{4pq^2}} =$

2 Schrijf de functievoorschriften zo kort mogelijk.

a $f(x) = 56\sqrt{5x} - 7\sqrt{5x}$

b $f(x) = \sqrt{3a} \cdot \sqrt{7b}$

c $f(x) = 5\sqrt{pq} - \sqrt{2p} \cdot \sqrt{0,5q}$

d $f(x) = 4\sqrt{2k} - \sqrt{3k} \cdot \sqrt{6}$

3 Gegeven is de functie $f(x) = x^n$.

a Welk soort functie is f ?

b Wat kun je zeggen over de exponent n als de grafiek bij deze functie geen top heeft?

4 a Bij welke tabel is er sprake van een omgekeerd evenredig verband?

b Stel bij de tabel met het omgekeerd evenredig verband een formule op.

A

x	10	12	13	14
y	60	50	40	30

B

x	10	20	30	40
y	24	12	8	6

5 Gegeven is de functie $f(x) = 2 + \frac{3}{x}$

a Bij welke waarde van x bestaat er geen functiewaarde?

b Hoe heet de grafiek bij dit functievoorschrift?

c Teken de grafiek van f . Geef ook de asymptoten aan.

d Gegeven is de functie $g(x) = 2 + \frac{3}{x-a}$

Het snijpunt van de horizontale asymptoot en de verticale asymptoot ligt op de lijn $y = x$.

Zoek uit welke waarde a heeft.

6 Bereken en vereenvoudig indien mogelijk je antwoord.

a $\frac{3}{4x} + \frac{7}{5x} =$

c $\frac{3}{4x^2} \cdot 6x^5 =$

b $\frac{3}{5x} - \frac{3x}{12} =$

d $\frac{2x}{5} \cdot \frac{3}{8x^2} =$

7 Een fabrikant maakt tuinpotten die allemaal dezelfde vorm hebben. De formule om de inhoud I in liters te berekenen is $I = \frac{d^3}{100}$ met de diameter d in cm.

- Schrijf deze formule in de vorm $I = a \cdot d^3$.
- Bereken de inhoud van een tuinpot als de diameter 20 cm is.
- Van een andere tuinpot is de inhoud 500 liter. Hoe groot is de diameter van deze tuinpot in hele cm?



8 Vereenvoudig de functievoorschriften.

a $f(x) = \frac{4x^3 + 6x^5}{2x}$

b $g(x) = \frac{(2x)^3 \cdot 0,5x^4}{3x^6}$

c $h(x) = \frac{\sqrt{12x^3} \cdot \sqrt{0,5x^4}}{\sqrt{3x^2}}$

9 Schrijf zonder haakjes.

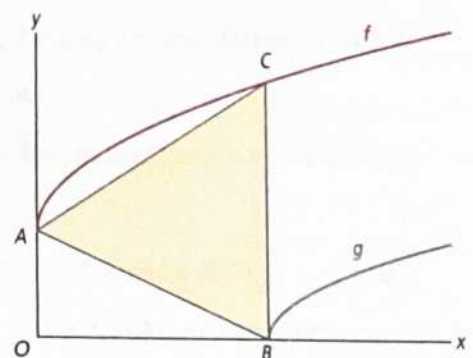
a $(5d^2)^3 =$

b $(-3p^6q^2)^3 =$

c $(r^2 - 5)^2 =$

d $\left(\frac{-2t^3}{5s}\right)^4 =$

- 10 Bij de twee grafieken horen de functievoorschriften $f(x) = 1,5 + \sqrt{2x}$ en $g(x) = \sqrt{x - 4,5}$. De punten A en B zijn de randpunten van de grafieken f en g . Lijnstuk BC staat loodrecht op de horizontale as. Bereken de oppervlakte van $\triangle ABC$.

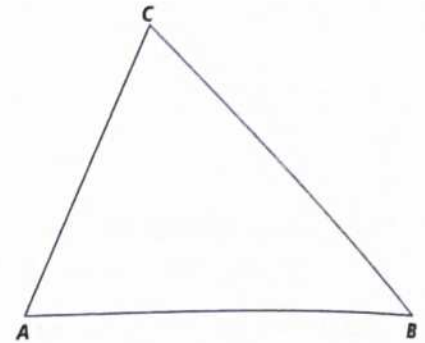


1 Een middelloodlijn construeren en deze gebruiken (zie § 10.1)

De middelloodlijn van een lijnstuk AB is de lijn die

Alle punten op de middelloodlijn van lijnstuk AB liggen even ver van

Teken de drie middelloodlijnen in driehoek ABC . Kleur de punten die dichterbij punt C dan bij punt A en punt B liggen.

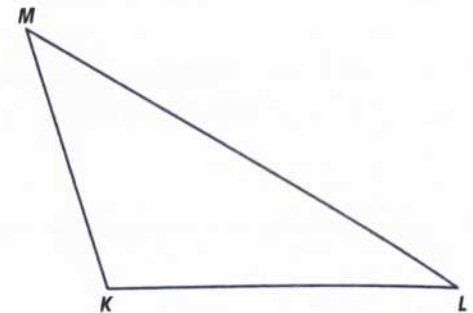


2 Een hoogtelijn tekenen en deze gebruiken (zie § 10.2)

De hoogtelijn vanuit een hoekpunt in een driehoek is de lijn die

De drie hoogtelijnen van een driehoek snijden elkaar in het

Teken de drie hoogtelijnen in $\triangle KLM$.



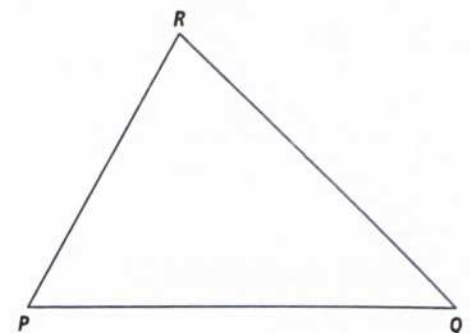
3 Een deellijn construeren en deze gebruiken (zie § 10.3)

De deellijn van een hoek is de lijn die

Alle punten op de deellijn van hoek Q liggen even ver van

Teken in $\triangle PQR$ de deellijnen van hoek Q en hoek R .

Kleur met rood de punten die dichterbij zijde QR dan bij de zijden PQ en PR liggen.



4 Een zwaartelijn tekenen en deze gebruiken (zie § 10.4)

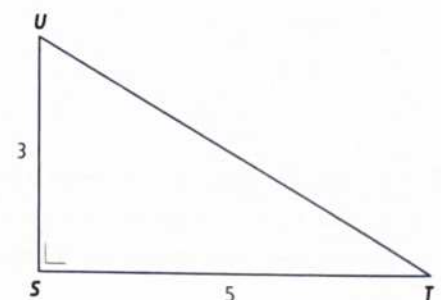
De zwaartelijn vanuit een hoekpunt in een driehoek is het lijnstuk dat

De drie zwaartelijnen in een driehoek snijden elkaar in het

De zwaartelijnen worden door dit snijpunt verdeeld in stukken die zich verhouden als

Teken in $\triangle STU$ de zwaartelijnen SV en UW .

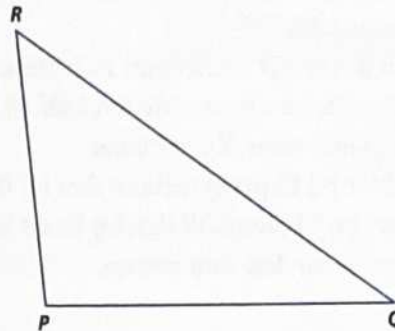
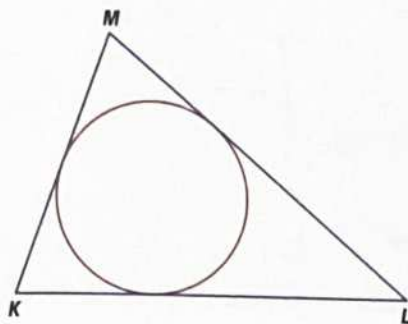
De oppervlakte van $\triangle UWT$ is



5 Een ingeschreven cirkel tekenen (zie § 10.5)

Het middelpunt M van de ingeschreven cirkel vind je door

Teken het middelpunt van de ingeschreven cirkel van $\triangle KLM$.

**6 Een omgeschreven cirkel tekenen** (zie § 10.5)

Het middelpunt M van de omgeschreven cirkel vind je door

Teken de omgeschreven cirkel van $\triangle PQR$.

Vaardigheden

Geef door inkleuren aan welke hokjes het best bij jou passen. Bekijk de paragrafen in het leerboek van de vaardigheden die je nog niet beheerst.

Vaardigheid	niet goed		goed	
1 Ik kan een middelloodlijn construeren en deze gebruiken.	☐	☐	☐	☐
2 Ik kan een hoogtelijn tekenen en deze gebruiken.	☐	☐	☐	☐
3 Ik kan een deellijn construeren en deze gebruiken.	☐	☐	☐	☐
4 Ik kan een zwaartelijn tekenen en deze gebruiken.	☐	☐	☐	☐
5 Ik kan een ingeschreven cirkel tekenen.	☐	☐	☐	☐
6 Ik kan een omgeschreven cirkel tekenen.	☐	☐	☐	☐

Hoe heb je aan dit hoofdstuk gewerkt?

☐ onvoldoende

☐ matig

☐ voldoende

☐ goed

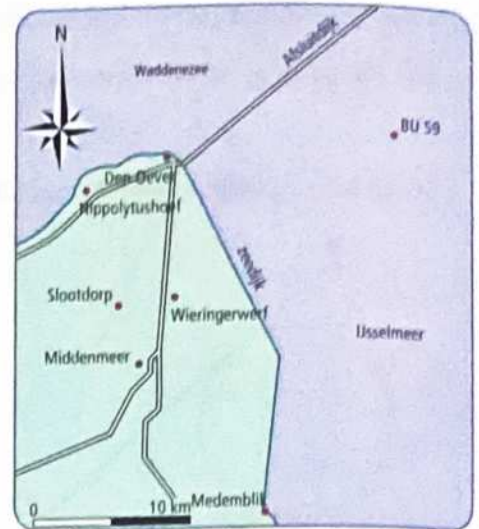
Welke opdrachten uit dit hoofdstuk zijn belangrijk voor het proefwerk?

Welk cijfer verwacht je voor het proefwerk?

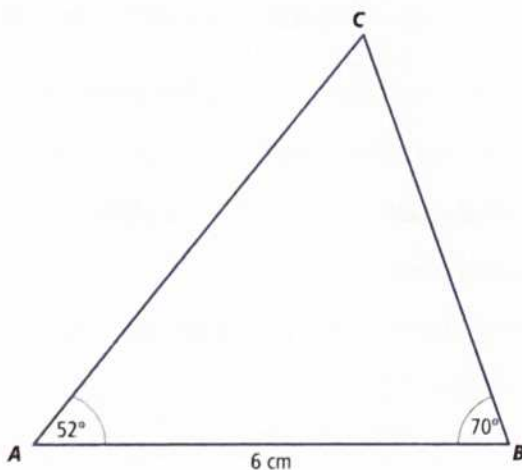
Welk cijfer heb je behaald?

Ga je bij het volgende hoofdstuk dingen wel/niet anders doen? Leg uit.

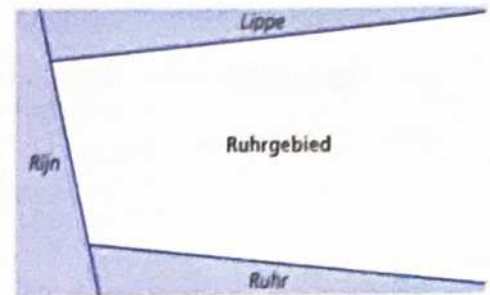
- 1 Op het kaartje zie je een deel van Noord-Holland, de Waddenzee en het IJsselmeer. In het IJsselmeer vaart de vissersboot BU 59.
 - a Geef in het kaartje de afstand van de vissersboot BU 59 tot de Afsluitdijk aan.
 - b Gebruik de schaallijn om uit te rekenen hoeveel kilometer die afstand is.
 - c Xavier staat op de zeedijk en bevindt zich hemelsbreed even ver van Den Oever als van Medemblik. Construeer de plaats waar Xavier staat.
 - d Job woont dicht bij Hippolytushoef dan bij Den Oever en dicht bij Medemblik dan bij Den Oever. Kleur het gebied waar Job kan wonen.



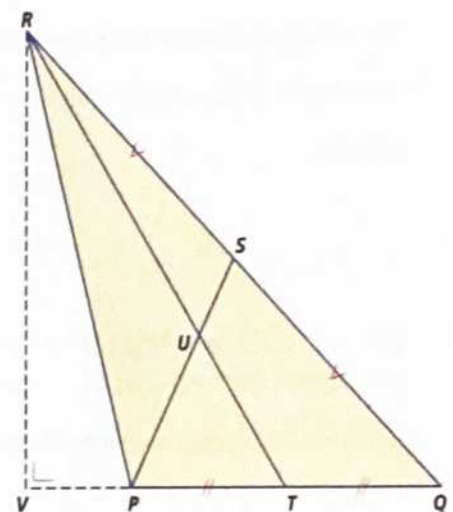
- 2 Van $\triangle KLM$ is $KL = 105$ mm, $LM = 100$ mm en $KM = 65$ mm.
 - a Construeer $\triangle KLM$.
 - b Teken het hoogtepunt N van $\triangle KLM$.
 - c De oppervlakte van $\triangle KLM$ is 3150 mm². De hoogtelijn vanuit punt K snijdt zijde LM in punt P . Bereken de lengte van lijnstuk KP .
- 3 Van $\triangle ABC$ is $AB = 6$ cm, $\angle A = 52^\circ$ en $\angle B = 70^\circ$.
 - a Construeer de deellijn AX van hoek A met punt X op zijde BC .
 - b Teken de hoogtelijn BY uit punt B met punt Y op zijde AC .
 - c Noem het snijpunt van de deellijn en de hoogtelijn Z . Bereken de vier hoeken bij punt Z .



- 4 De tekening is een schematische weergave van het Ruhrgebied. De plaatsen in het Ruhrgebied zijn voor de watervoorziening afhankelijk van de rivieren de Rijn, de Lippe en de Ruhr. Het water komt van de rivier die er het dichtst bij ligt.
- Kleur het gebied dat voor de watervoorziening afhankelijk is van de Rijn.
 - Geef met twee andere kleuren de gebieden aan die voor de watervoorziening afhankelijk zijn van de Lippe en van de Ruhr. Licht je werkwijze toe.
- 5
- Teken $\triangle DEF$ met $\angle D = 90^\circ$, $DE = 6$ cm en $DF = 10$ cm.
 - Teken de omgeschreven cirkel van $\triangle DEF$.
 - Waar ligt het middelpunt M van de omgeschreven cirkel van $\triangle DEF$ precies?
 - Ga met een berekening na dat de oppervlakte van de omgeschreven cirkel van $\triangle DEF$ gelijk is aan 34π cm².
 - Teken het middelpunt N van de ingeschreven cirkel van $\triangle DEF$.



- 6 In $\triangle PQR$ zijn de zwaartelijnen PS en RT getekend en het snijpunt U . Lijnstuk RV staat loodrecht op het verlengde van zijde PQ .
- Wat is de wiskundige benaming van het snijpunt van de zwaartelijnen?
 - Bewijs dat de oppervlakte van $\triangle PTR$ gelijk is aan de oppervlakte van $\triangle QTR$.
 - Gegeven is dat $PS = 4,5$ en $RU = 6,6$. Bereken de lengte van de lijnstukken PU , SU en RT .



1 Een gebroken vergelijking oplossen (zie § 11A.1)

Los de vergelijking $\frac{-16}{x} + 10 = x$ op en vul het blaadje hiernaast in.

Omschrijf met welke stappen je de opdracht hiernaast hebt aangepakt.

2 Een exponentiële vergelijking oplossen (zie § 11A.2)

Bij een exponentiële vergelijking schrijf je beide kanten van het gelijkteken als een _____ met hetzelfde _____ en leg je een bordje op de _____. Soms moet je eerst vereenvoudigen door de macht te _____

Los op: $4 \cdot 3^{x-1} = 36$

3 Een wortelvergelijking oplossen (zie § 11A.2)

Wortelvergelijkingen los je meestal op met _____. Soms moet je de vergelijking eerst vereenvoudigen door de wortel te _____

Los op: $2\sqrt{x-6} = 8$

4 De coördinaten van de snijpunten van een parabool en een lijn berekenen (zie § 11A.3)

Bereken de coördinaten van de snijpunten van de grafieken bij $f(x) = -x^2 + 2x$ en $g(x) = x - 12$ en vul het blaadje hiernaast in.

Omschrijf met welke stappen je de opdracht hiernaast hebt aangepakt.

5 Intervallen in de ongelijkheidsnotatie en intervalnotatie schrijven (zie § 11A.4)

Een rechte haak in de intervalnotatie betekent dat het getal wel/niet mee telt. Als x alle waarden mag zijn, noteer je dat als _____ of als _____

ongelijkheidsnotatie	intervalnotatie
$-3 \leq x < 2,6$	...
...	$\langle \leftarrow, 3 \rangle \cup \langle 8, \rightarrow \rangle$

6 Een ongelijkheid oplossen met grafieken (zie § 11A.5)

Los de ongelijkheid $x^2 + 2 < 2x + 17$ op vul het blaadje hiernaast in.

Omschrijf met welke stappen je de opdracht hiernaast hebt aangepakt.

7 Een machtsvergelijking oplossen (zie § 11A.6)

Een machtsvergelijking vereenvoudig je tot de vorm _____ door de macht te isoleren. De oplossing van $x^n = c$ is $x = \sqrt[n]{c}$ als n _____. De oplossingen van $x^n = c$ zijn $x = \sqrt[n]{c}$ en $x = -\sqrt[n]{c}$ als $c > 0$ en n _____.

Los op: $5 \cdot x^4 = 200$

Vaardigheden

Geef door inkleuren aan welke hokjes het best bij jou passen. Bekijk de paragrafen in het leerboek van de vaardigheden die je nog niet beheerst.

Vaardigheid		niet goed		goed	
1	Ik kan een gebroken vergelijking oplossen.	☐	☐	☐	☐
2	Ik kan een exponentiële vergelijking oplossen.	☐	☐	☐	☐
3	Ik kan een wortelvergelijking oplossen.	☐	☐	☐	☐
4	Ik kan de coördinaten van de snijpunten van een parabool en een lijn berekenen.	☐	☐	☐	☐
5	Ik kan intervallen in de ongelijkheidsnotatie en intervalnotatie schrijven.	☐	☐	☐	☐
6	Ik kan een ongelijkheid oplossen met grafieken.	☐	☐	☐	☐
7	Ik kan een machtsvergelijking oplossen.	☐	☐	☐	☐

Hoe heb je aan dit hoofdstuk gewerkt?

☐ onvoldoende

☐ matig

☐ voldoende

☐ goed

Welke opdrachten uit dit hoofdstuk zijn belangrijk voor het proefwerk?

Welk cijfer verwacht je voor het proefwerk?

Welk cijfer heb je behaald?

Ga je bij het volgende hoofdstuk dingen wel/niet anders doen? Leg uit.

1 Los de vergelijkingen op.

a $\frac{40}{2c} = 8$

c $x + 8 = \frac{40}{6 - x}$

b $\frac{10}{d + 3} = -5$

d $2x = 28 - \frac{98}{x}$

2 Los de vergelijkingen op.

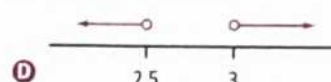
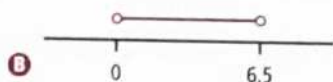
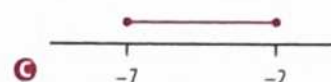
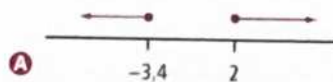
a $5^{t+3} = 625$

b $2^{7-t} + 5 = 21$

c $\sqrt{p+3} = 7$

d $20 - 2\sqrt{d+4} = 10$

3 a Schrijf bij elke getallenlijn het interval zowel in de ongelijkheidsnotatie als in de intervalnotatie.



b Schrijf twee notaties op waarmee je aangeeft dat een ongelijkheid voor elke waarde van x klopt.

4 Los de vergelijkingen op. Geef de exacte oplossing(en) en een benadering in twee decimalen.

a $3b^5 = -210$

b $2c^4 = 3456$

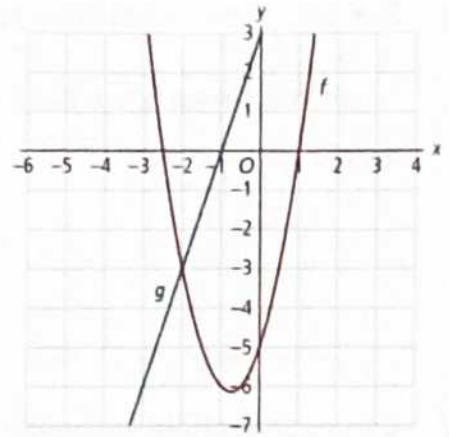
c $72 - 3v^7 = 140$

5 Bij een verkeersongeluk zegt de lengte van het remspoor iets over de snelheid van het voertuig. Bij motoren gebruikt men de vuistregel $s = 9\sqrt{r}$. Hierin is r de remweg in meters en s de snelheid in km per uur.

- Bij een verkeersongeluk is het remspoor 20 meter. Bereken de snelheid van de motor.
- Binnen de bebouwde kom geldt een maximale snelheid van 50 km per uur, maar op een woonerf is de maximale snelheid 30 km per uur. Bereken hoeveel meter de remweg op een woonerf bij een maximale snelheid korter is dan binnen de bebouwde kom.



- 6 De grafieken horen bij de functies $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ en $g(x) = 3x + 3$.
- Bereken de coördinaten van de snijpunten van de grafieken van f en g .
 - Los de ongelijkheid $2x^2 + 3x - 5 < 3x + 3$ op.
 - Ga met een berekening na hoeveel punten de parabool gemeenschappelijk heeft met de grafiek van de functie $h(x) = \frac{1}{4}x - 6$.



- 7 Los de ongelijkheden op en schrijf de oplossingen van de ongelijkheden in de intervalnotatie.

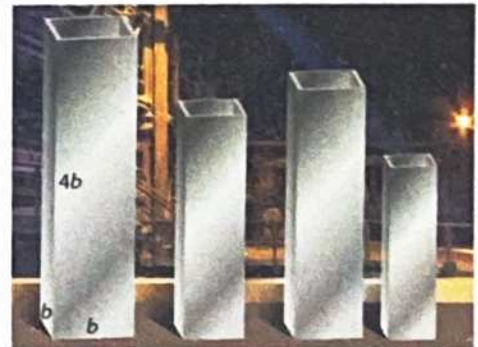
- $2x^2 + 10 > 108$
- $-x^2 + 18 < -5x - 6$
- $x^2 + 6x \leq -8$

- 8 Los de vergelijkingen op.

- $2 \cdot 3^x = 486$
- $52 - 4x = \frac{169}{x}$
- $8x^3 = 343$
- $10 - \frac{12}{\sqrt{x}} = 8$

- 9 Een fabriek produceert metalen balkvormige bakken met een vierkante bodem. De hoogte van de bak is vier keer zo groot als de breedte. De inhoud van zo'n bak kun je berekenen met de formule $I = 4b^3$. Hierin is I de inhoud in cm^3 en b de breedte van de bak in cm.

- Leg uit waarom je de inhoud van zo'n bak met de formule $I = 4b^3$ kunt berekenen.
- Hoeveel liter is de inhoud van de bak als de breedte 7 cm is?
- De fabriek moet een bak produceren met een inhoud van 62,5 liter. Bereken de afmetingen van deze bak.



1 Een gebroken vergelijking oplossen (zie § 11B.1)

Los de vergelijking $\frac{-16}{x} + 10 = x$ op en vul het blaadje hiernaast in.

Omschrijf met welke stappen je de opdracht hiernaast hebt aangepakt.

2 Een exponentiële vergelijking oplossen (zie § 11B.2)

Bij een exponentiële vergelijking schrijf je beide kanten van het gelijkteken als een _____ met hetzelfde _____ en leg je een bordje op de _____. Soms moet je eerst vereenvoudigen door de macht te _____.

Los op: $4 \cdot 3^{x-1} = 36$

3 Een wortelvergelijking oplossen (zie § 11B.2)

Wortelvergelijkingen los je meestal op met _____. Soms moet je de vergelijking eerst vereenvoudigen door de wortel te _____.

Los op: $2\sqrt{x-6} = 8$

4 De coördinaten van de snijpunten van een parabool en een lijn berekenen (zie § 11B.3)

Bereken de coördinaten van de snijpunten van de grafieken bij $f(x) = -x^2 + 2x$ en $g(x) = x - 12$ en vul het blaadje hiernaast in.

Omschrijf met welke stappen je de opdracht hiernaast hebt aangepakt.

5 Berekenen hoeveel punten een parabool en een lijn gemeenschappelijk hebben (zie § 11B.4)

Om het aantal gemeenschappelijke punten te berekenen, herleid je de bijbehorende vergelijking eerst op _____. Vervolgens bereken je de waarde van de _____.

Aantal gemeenschappelijke punten als $D = 0$ _____
 $D > 0$ _____ $D < 0$ _____

6 Intervallen in de ongelijkheidsnotatie en intervalnotatie schrijven (zie § 11B.4)

Een rechte haak in de intervalnotatie betekent dat het getal wel/niet meetelt. Als x alle waarden mag zijn, noteer je dat als _____ of als _____.

ongelijkheidsnotatie	intervalnotatie
$-3 \leq x < 2,6$	...
...	$\langle \leftarrow, 3 \rangle \cup \langle 8, \rightarrow \rangle$

7 Een ongelijkheid oplossen met grafieken (zie § 11B.5)

Los de ongelijkheid $x^2 - 4x < -2x + 15$ op vul het blaadje hiernaast in.

Omschrijf met welke stappen je de opdracht hiernaast hebt aangepakt.

8 Een machtsvergelijking oplossen (zie § 11B.6)

Een machtsvergelijking vereenvoudig je tot de vorm _____ door de macht te isoleren. De oplossing van $x^n = c$ is $x = \sqrt[n]{c}$ als n _____. De oplossingen van $x^n = c$ zijn $x = \sqrt[n]{c}$ en $x = -\sqrt[n]{c}$ als $c > 0$ en n _____.

Los op: $5 \cdot x^4 = 200$

Vaardigheden

Geef door inkleuren aan welke hokjes het best bij jou passen. Bekijk de paragrafen in het leerboek van de vaardigheden die je nog niet beheerst.

Vaardigheid		niet goed		goed	
1	Ik kan een gebroken vergelijking oplossen.	☐	☐	☐	☐
2	Ik kan een exponentiële vergelijking oplossen.	☐	☐	☐	☐
3	Ik kan een wortelvergelijking oplossen.	☐	☐	☐	☐
4	Ik kan de coördinaten van de snijpunten van een parabool en een lijn berekenen.	☐	☐	☐	☐
5	Ik kan berekenen hoeveel punten een parabool en een lijn gemeenschappelijk hebben.	☐	☐	☐	☐
6	Ik kan intervallen in de ongelijkheidsnotatie en intervalnotatie schrijven.	☐	☐	☐	☐
7	Ik kan een ongelijkheid oplossen met grafieken.	☐	☐	☐	☐
8	Ik kan een machtsvergelijking oplossen.	☐	☐	☐	☐

Hoe heb je aan dit hoofdstuk gewerkt?

☐ onvoldoende

☐ matig

☐ voldoende

☐ goed

Welke opdrachten uit dit hoofdstuk zijn belangrijk voor het proefwerk?

Welk cijfer verwacht je voor het proefwerk? _____

Welk cijfer heb je behaald? _____

Ga je bij het volgende hoofdstuk dingen wel/niet anders doen? Leg uit.

1 Los de vergelijkingen op.

a $\frac{40}{2c} + 3 = 11$

c $x + 8 = \frac{40}{6 - x}$

b $2 - \frac{10}{d + 3} = 7$

d $2x = 28 - \frac{98}{x}$

2 Los de vergelijkingen op.

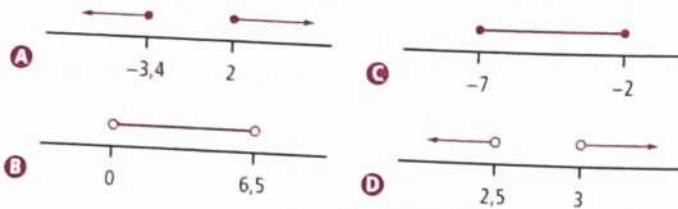
a $5^{t+3} = 625$

b $0,2 \cdot 10^{1-2t} = 2000$

c $\sqrt{p+3} = 7$

d $\frac{10}{\sqrt{x-3}} = 2,5$

3 a Schrijf bij elke getallenlijn het interval zowel in de ongelijkheidsnotatie als in de intervalnotatie.



b Schrijf twee notaties op waarmee je aangeeft dat een ongelijkheid voor elke waarde van x klopt.

4 Los de vergelijkingen op. Geef de exacte oplossing(en) en een benadering in twee decimalen.

a $10 - 3b^5 = 220$

b $0,25c^4 = 432$

c $200 + 5v^6 = 100$

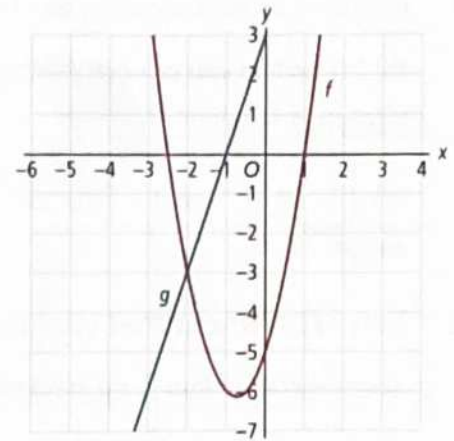
5 Gegeven is de functie $f(x) = \frac{p}{\sqrt{2x+8}}$.

a Neem $p = 4$ en bereken de coördinaten van het snijpunt van de grafiek van f met de y -as.

b Neem $p = 4$ en los de vergelijking $f(x) = 12$ op.

c Voor welke waarde van p gaat de grafiek van f door het punt $(-2, -6)$?

- 6 De grafieken horen bij de functies $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ en $g(x) = 3x + 3$.
- Bereken de coördinaten van de snijpunten van de grafieken van f en g .
 - Los de ongelijkheid $2x^2 + 3x - 5 < 3x + 3$ op.
 - Ga met een berekening na hoeveel punten de parabool gemeenschappelijk heeft met de grafiek van de functie $h(x) = \frac{1}{4}x - 6$.
 - Gegeven is de lijn met de vergelijking $y = px - 7$. Voor welke waarden van p heeft deze lijn geen enkel punt gemeenschappelijk met de parabool?



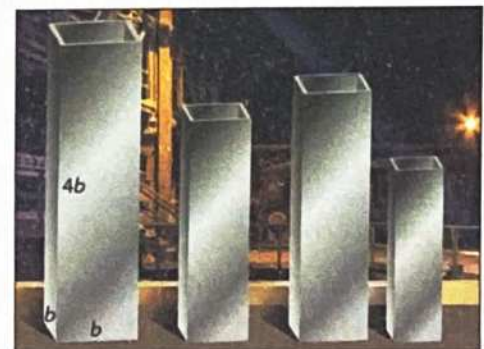
- 7 Los de ongelijkheden op en schrijf de oplossingen van de ongelijkheden in de intervalnotatie.

- $-x^2 + 18 < -5x - 6$
- $(x + 3)^2 - 5 \leq -4$
- $3x^5 \leq 3072$
- $\frac{1}{2}x^8 > 128$

- 8 Los de vergelijkingen op.

- $2 \cdot 3^x = 486$
- $\frac{100}{x^2} = 200$
- $52 - 4x = \frac{169}{x}$
- $10 - \frac{12}{2\sqrt{2}x} = 8$

- 9
- Een fabriek produceert metalen balkvormige bakken met een vierkante bodem. De inhoud van zo'n bak kun je berekenen met de formule $I = 4b^3$. Hierin is I de inhoud in cm^3 en b de breedte van de bak in cm. De fabriek moet een bak produceren met een inhoud van 62,5 liter. Bereken de afmetingen van deze bak.
 - Bij een andere bak is de verhouding tussen de lengte, de breedte en de hoogte $1 : 2 : 3$. Deze bak heeft een inhoud van 8 liter. Bereken de afmetingen van deze bak in cm nauwkeurig.



1 Nagaan of een steekproef betrouwbaar is (zie § 12A.1)

Bij het nemen van een betrouwbare steekproef moet je erop letten dat _____

en dat _____

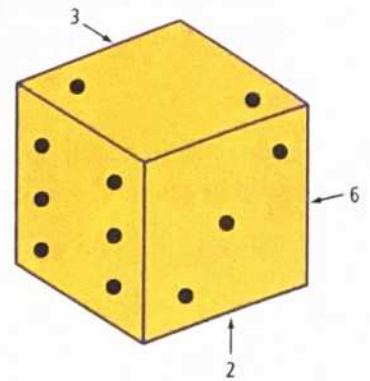
2 Een experiment met toevalsgetallen simuleren (zie § 12A.2)

Toevalsgetallen kun je op je rekenmachine vinden met de _____ toets.

Een ander woord voor simuleren is _____

Op een bijzondere dobbelsteen staan op de tegenover elkaar liggende zijvlakken dezelfde aantallen ogen, namelijk 2, 3 en 6 ogen.

Schrijf op hoe je met toevalsgetallen twintig worpen met deze dobbelsteen kunt simuleren.

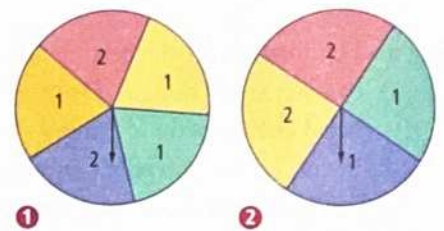


3 Een kans voorspellen bij experimenten waar toeval een rol speelt (zie § 12A.3)

Tol 1 is in vijf even grote stukken verdeeld en tol 2 is in vier even grote stukken verdeeld. Piet heeft met één van de tolln gedraaid. In de tabel zie je de resultaten.

aantal keren draaien	50	100	1000
aantal keren 1	27	60	509

Na _____ keer draaien komen de resultaten het best overeen met je verwachting. Piet heeft naar alle waarschijnlijkheid met tol _____ gedraaid, want _____



4 Met systematisch tellen een kans berekenen (zie § 12A.4)

Een tol is in drie even grote gekleurde stukken verdeeld.

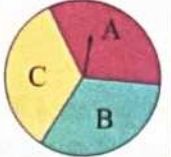
Na het draaien van de tol wijst de pijl A, B of C aan.

Vul in het schema alle mogelijke volgordes in bij twee keer draaien met de tol.

De kans dat de pijl bij twee keer draaien met de tol één keer B en één keer C aanwijst, is

Bij drie keer draaien met de tol zijn er volgordes mogelijk.

De kans dat bij drie keer draaien met de tol de pijl twee keer A en één keer C aanwijst, is



		tweede keer draaien		
		A	B	C
eerste keer draaien	A			
	B			
	C			

Vaardigheden

Geef door inkleuren aan welke hokjes het best bij jou passen. Bekijk de paragrafen in het leerboek van de vaardigheden die je nog niet beheerst.

Vaardigheid		niet goed		goed	
1	Ik kan nagaan of een steekproef betrouwbaar is.	☐	☐	☐	☐
2	Ik kan een experiment met toevalsgetallen simuleren.	☐	☐	☐	☐
3	Ik kan een kans voorspellen bij experimenten waar toeval een rol speelt.	☐	☐	☐	☐
4	Ik kan met systematisch tellen een kans berekenen.	☐	☐	☐	☐

Hoe heb je aan dit hoofdstuk gewerkt?

☐ onvoldoende

☐ matig

☐ voldoende

☐ goed

Welke opdrachten uit dit hoofdstuk zijn belangrijk voor het proefwerk?

Welk cijfer verwacht je voor het proefwerk?

Welk cijfer heb je behaald?

Ga je bij het volgende hoofdstuk dingen wel/niet anders doen? Leg uit.

- 1 Hoe noem je het naspelen van een experiment met toevalsgetallen?

- 2 In Nederland werken ongeveer 430 000 mensen in de thuiszorg. Een vakbond wil graag weten hoe de medewerkers van de thuiszorg hun toekomst zien en houdt een steekproef.
 - a Geef van elke methode aan of deze een betrouwbare steekproef geeft.
 - b Aan een betrouwbare steekproef doen 1900 medewerkers van de thuiszorg mee. Van de deelnemers aan de steekproef geeft 24% aan dat ze binnenkort ontslagen worden.
Hoeveel deelnemers zijn dat?
 - c Hoeveel medewerkers van de thuiszorg in Nederland zullen er ongeveer ontslagen worden?
 - d Miranda werkt bij een organisatie van de thuiszorg met 600 medewerkers. Bij een bijeenkomst blijkt dat er 387 medewerkers ontslagen zullen worden. Volgens Miranda kloppen de resultaten van de steekproef van opdracht b niet.
Ben je dat met haar eens?

- 3 Een computerprogramma simuleert het 600 keer gooien met twee dobbelstenen. Beide dobbelstenen hebben acht vlakken. Op elke dobbelsteen staan 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 en 8 ogen. Het aantal ogen op beide stenen wordt opgeteld.

aantal ogen	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
frequentie	9	13	29	40	46	56	70	76	68	57	50	36	21	19	10

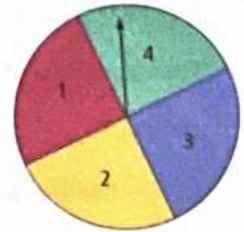
In de tabel staan de resultaten van 600 worpen.

- a Hoe groot is volgens de tabel de kans op 3 ogen?
 - b Vul het schema verder in.
 - c Bereken met behulp van het schema de kans op 3 ogen.
 - d Heb je bij opdracht c een ander antwoord dan bij opdracht a? Zo ja, verklaar het verschil.
 - e Waarom is de kans op 8 ogen groter dan de kans op 15 ogen?
 - f Hoe vaak zal de computer naar verwachting 16 ogen gooien, als de computer 80 000 worpen simuleert?
-
- 4 a Merel moet bij drie vierkeuzevragen gokken tussen de antwoorden A, B, C en D.
Bereken de kans dat Merel alle drie de vragen fout gokt.
 - b Rifka moet bij drie driekeuzevragen gokken tussen de antwoorden A, B en C.
Bereken de kans dat Rifka precies twee vragen goed gokt.

- A In het tijdschrift van thuiszorg Nederland wordt aan de lezers gevraagd hun mening te geven.
- B Bij een organisatie van de thuiszorg in Amsterdam worden de medewerkers ondervraagd.
- C Via een register waarin alle medewerkers van de thuiszorg in Nederland staan, worden 3000 willekeurig aangewezen medewerkers ondervraagd.

		tweede dobbelsteen							
		1	2	3	4	5	6	7	8
eerste dobbelsteen	1	2	...	...	...	...	...	...	...
	2	...	...	...	...	...	...	...	...
	3	...	...	...	...	...	...	...	...
	4	...	...	...	...	...	...	...	...
	5	...	...	...	...	...	...	...	...
	6	...	...	...	...	...	12	...	...
	7	...	...	...	...	...	...	...	...
	8	...	...	...	...	...	...	...	...

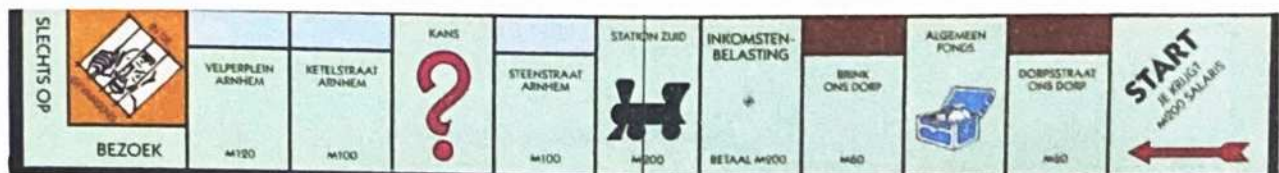
- 5 Met de tol kun je 1, 2, 3 en 4 draaien. Je wilt twintig keer draaien met de tol simuleren. Daarbij gaat het om het aantal keren dat je 4 draait. Schrijf op hoe je dit met toevalsgetallen kunt simuleren.



- 6 a Een dampartij tussen Daan en Erwin kun je met toevalsgetallen simuleren. Kies 1, 2 en 3 voor een gewonnen partij voor Daan, kies 4, 5 en 6 voor een gewonnen partij voor Erwin en kies 7, 8, 9 en 0 voor een remise.
Hoeveel procent is de kans op een remise?
- b Als je een partij wint, dan krijg je 2 punten. Als je verliest, dan krijg je geen punten. En als de partij in remise eindigt, krijgen beide spelers 1 punt. Twaalf damwedstrijden van drie partijen tussen Daan en Erwin kun je met de toevalsgetallen simuleren. Gebruik de toevalsgetallen op het blaadje en schrijf van iedere damwedstrijd Daan - Erwin de eindstand op.
- c Hoeveel damwedstrijden wint Daan?
- d Hoe groot is volgens de simulatie de kans dat een damwedstrijd met een gelijke eindstand eindigt?

	832	582	869	724
	159	311	474	663
	991	384	929	052

- 7 Fariet en Nora spelen Monopoly. Monopoly wordt gespeeld met twee dobbelstenen en het aantal gegooide ogen geeft aan hoeveel je opschuift. Fariet staat op START en Nora staat op de schatkist.



- a Als Fariet twee ogen gooit, komt ze op de schatkist terecht.
Hoe groot is de kans dat Fariet twee ogen gooit?
- b Hoe groot is de kans dat Fariet op de gevangenis komt?
- c Hoe groot is de kans dat Fariet op de Dorpsstraat van Ons Dorp komt?
- d Is de kans dat Nora op de Ketelstraat komt groter dan, kleiner dan of gelijk aan de kans dat Fariet daarop komt?
- e Hoe groot is de kans dat Nora op de Ketelstraat of op de Steenstraat komt?

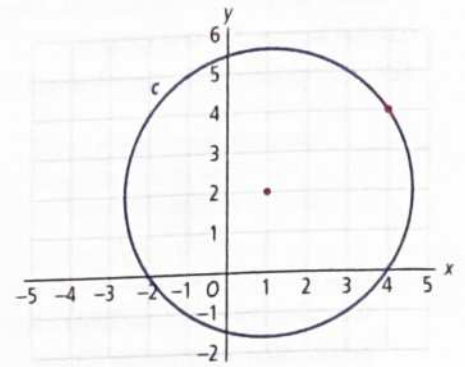


1 Een vergelijking van een cirkel opstellen (zie § 12B.1)

De vergelijking van een cirkel met middelpunt $M(a, b)$ en straal r is _____

Een vergelijking van cirkel c is _____

Een vergelijking van de cirkel met middelpunt $(2, -5)$ en straal 11 is _____



2 $x^2 + y^2 + px + qy + s = 0$ herleiden tot $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ (zie § 12B.2)

Herleid $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 10 = 0$ tot de vorm

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2.$$

3 De coördinaten van de snijpunten van een lijn met een cirkel berekenen (zie § 12B.3)

Bereken de coördinaten van de snijpunten van de cirkel $(x + 3)^2 + y^2 = 20$ met de lijn $y = 2x$ en vul het blaadje hiernaast in.

Omschrijf met welke stappen je de opdracht hiernaast hebt aangepakt.

4 Vaststellen of een lijn aan een cirkel raakt (zie § 12B.4)

Door de vergelijking van de lijn in de vergelijking van de cirkel te _____ ontstaat een kwadratische vergelijking.

De lijn snijdt de cirkel als de discriminant _____

De lijn raakt de cirkel als de discriminant _____

De lijn heeft geen punt gemeenschappelijk met de cirkel als de discriminant _____

Ga met een berekening na hoeveel snijpunten de lijn

$y = -2x - 1$ met de cirkel $(x + 3)^2 + y^2 = 5$ heeft.

5 Een vergelijking van een lijn die raakt aan een cirkel opstellen (zie § 12B.4)

Geef de vergelijkingen van de lijnen uit de lijnenbundel

$y = px + 4$ die aan de cirkel $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 5$ raken.

Vaardigheden

Geef door inkleuren aan welke hokjes het best bij jou passen. Bekijk de paragrafen in het leerboek van de vaardigheden die je nog niet beheerst.

Vaardigheid		niet goed		goed	
1	Ik kan een vergelijking van een cirkel opstellen.	☐	☐	☐	☐
2	Ik kan $x^2 + y^2 + px + qy + s = 0$ herleiden tot $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.	☐	☐	☐	☐
3	Ik kan de coördinaten van de snijpunten van een lijn met een cirkel berekenen.	☐	☐	☐	☐
4	Ik kan vaststellen of een lijn aan een cirkel raakt.	☐	☐	☐	☐
5	Ik kan een vergelijking van een lijn die raakt aan een cirkel opstellen.	☐	☐	☐	☐

Hoe heb je aan dit hoofdstuk gewerkt?

☐ onvoldoende

☐ matig

☐ voldoende

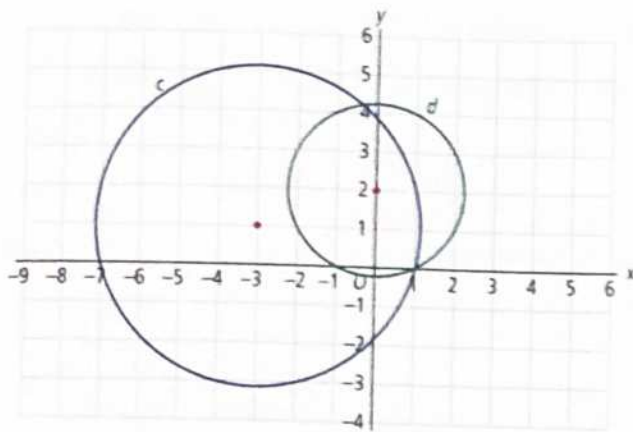
☐ goed

Welke opdrachten uit dit hoofdstuk zijn belangrijk voor het proefwerk?

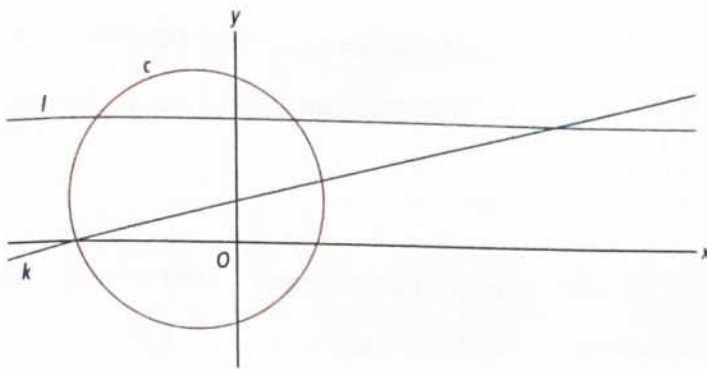
Welk cijfer verwacht je voor het proefwerk?

Welk cijfer heb je behaald?

Ga je bij het volgende hoofdstuk dingen wel/niet anders doen? Leg uit.



- 1 De cirkels c en d snijden elkaar in het punt $(1, 0)$.
Stel de vergelijkingen op van cirkel c en van cirkel d .
- 2 Geef de coördinaten van het middelpunt en de straal van de cirkels.
 - a $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 49$
 - b $x^2 + 8x + y^2 - 20 = 0$
 - c $x^2 - x + y^2 + 12y + 10 = 0$
 - d $x^2 + y^2 + 6y = 0$
- 3 Los het stelsel vergelijkingen $\begin{cases} (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 13 \\ y = x + 2 \end{cases}$ op.
- 4 Vul in: Van de cirkel met vergelijking $x^2 + y^2 = r^2$ zijn de coördinaten van het middelpunt ... en de straal is ...
- 5 Gegeven is cirkel c met vergelijking $x^2 - 2x + y^2 + 12y = 0$.
Door spiegelen van cirkel c in de y -as ontstaat cirkel d .
Stel een vergelijking op van cirkel d .
- 6 Gegeven zijn de cirkel met vergelijking $x^2 + 8x + y^2 - 2 = 0$ en de punten $A(-1, 3)$, $B(-5, 4)$, $C(-2, -4)$ en $D(-7, -3)$.
 - a Welke van de gegeven punten liggen op de cirkel?
 - b Ga van de andere punten na of ze binnen of buiten de cirkel liggen.



- 7** Cirkel c : $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 10$ wordt gesneden door lijn k : $y = \frac{1}{4}x + 1$ en lijn l : $y = 3$.
- Bereken de coördinaten van het snijpunt van lijn k en lijn l .
 - Bereken de coördinaten van de snijpunten van cirkel c met lijn l . Geef exacte antwoorden.
 - Geef de vergelijkingen van twee lijnen die evenwijdig lopen aan lijn l en die de cirkel raken.
 - Toon aan dat lijn k en cirkel c een snijpunt hebben dat op de x -as ligt.
 - Bereken de coördinaten van het andere snijpunt van lijn k met cirkel c . Rond af op twee decimalen.
- 8** Gegeven is de cirkel $(x + 3)^2 + y^2 = 8$ en de lijnenbundel $y = x + p$.
- Laat zien dat substitutie van $y = x + p$ in $(x + 3)^2 + y^2 = 8$ de vergelijking $2x^2 + (2p + 6)x + p^2 + 1 = 0$ oplevert.
 - Bereken de waarden van p waarbij de lijnen uit de lijnenbundel de cirkel raken.
 - Bereken de coördinaten van de punten waar de lijnen de cirkel raken.

- 1 Met 25 liter benzine rijdt Gerard 350 km.

a Vul de tabel verder in.

b Met 7 liter benzine rijdt Gerard _____ km.

aantal liters	25	100	1	7
afstand in km	350			

- 2 Een stuk kaas van 540 gram kost € 4,05. Om de prijs van een stuk kaas van 840 gram te berekenen, maakt Marco een tabel.

a Vul de tabel van Marco verder in.

b Een stuk kaas van 840 gram kost _____ euro.

c Peter koopt een stuk kaas voor € 6,60.

Een stuk kaas van € 6,60 weegt _____ gram.

gewicht in grammen	540	1	840
bedrag in euro's	4,05		

gewicht in grammen	540		
bedrag in euro's	4,05	1	6,6

Theorie

In verhoudingstabellen is het handig om via 1 te rekenen. Daarbij komen berekeningen niet altijd mooi uit. Dan komt de rekenmachine van pas.

Bij het maken van berekeningen met de rekenmachine moet je verder rekenen met het niet tussendoor afgeronde antwoord. Rond het eindantwoord verstandig af.

Voorbeeld

In 75 mL yoghurt zit 103 mg calcium.
Hoeveel mg calcium zit er in 245 mL yoghurt?

Oplossing

	: 75		× 245	
aantal mL yoghurt	75	1	245	
aantal mg calcium	103	1,3733...	336,466...	

In 245 mL yoghurt zit ongeveer 336 mg calcium.

- 3 a Jeroen koopt 350 gram kersen.

Hoeveel euro moet hij betalen? _____

gewicht in grammen	500				
bedrag in euro's					

- b Annemarie koopt voor € 4,68 kersen.

Hoeveel gram kersen koopt ze? _____



- 4 In de verhoudingstabel zie je hoeveel vierkante meter je met een bepaald aantal liters kunt verven.

aantal liters	2,5	5	1	10
oppervlakte in m ²	18	36	7,2	72

Diagram showing cross-products and scaling factors (x ...) between the two rows.



- a Vul bij de pijltjes de juiste getallen in.
- b In de tabel zie je dat $2,5 \times 36 = 18 \times 5$. Er zijn in de tabel nog meer van deze producten die gelijk zijn.
Geef nog twee producten die gelijk zijn.

Theorie

In de verhoudingstabel bij opdracht 4 noem je $2,5 \times 36$ en 18×5 kruisproducten. Je kunt in een verhoudingstabel via 1 rekenen, maar ook met kruisproducten.
In een verhoudingstabel zijn de kruisproducten altijd gelijk.

Voorbeeld

65 meter ijzerdraad weegt 910 gram.
Hoe lang is 520 gram ijzerdraad?

Oplossing

gewicht in grammen	910	520
lengte in meters	65	?

$$? \times 910 = 65 \times 520$$

$$? = 65 \times 520 : 910 = 37,1428\dots$$

520 gram ijzerdraad is ongeveer 37 meter lang.

- 5 Vul de verhoudingstabellen verder in.

a	gewicht in grammen	120	
	bedrag in euro's	2,35	4,50
b	aantal	23	41
	bedrag in euro's	167,90	

- 6 Van de 90 docenten zijn er 54 lid van een vakbond.

- a Vul de verhoudingstabel verder in.
- b Vul in: 54 op de 90 betekent ____ op de 100 dus ____ %.

aantal leden	54	
aantal docenten	90	100

- 7 a Een appelteler krijgt € 190,70 voor 225 kg appels.
Voor 760 kg krijgt hij ____ euro.
- b Van de geoogste appels is 230 kg rot. Dit is 12% van het totaal aantal kg geoogste appels.
Er is in totaal ____ kg appels geoogst.

gewicht in kg		
bedrag in euro's		

gewicht in kg		
bedrag in euro's		

8 Vul in.

a 3 weken = _____ dagen

c 4 dagen = _____ uren

b 3 jaar = _____ maanden

d 3 eeuwen = _____ jaar

1 millennium = 1000 jaar

1 eeuw = 100 jaar

1 decennium = 10 jaar

1 jaar = 12 maanden

1 jaar = 365 of 366 dagen

1 jaar = 52 weken

1 kwartaal = 3 maanden

1 week = 7 dagen

1 etmaal = 24 uur

9 Vul in.

a 240 uur = _____ etmalen

d 20 decennia = _____ eeuwen

b 49 etmalen = _____ weken

e 5 kwartalen = _____ maanden

c 0,5 eeuw = _____ jaar

f 1 week = _____ uur

10 Wat duurt langer? Omcirkel het juiste antwoord.

a 78 minuten of vijf kwartier

b drie kwartier of 2750 seconden

c vier etmalen of 70 uur

Theorie

Bij het rekenen met tijden kun je niet het decimale stelsel gebruiken. Er gaan bijvoorbeeld 60 minuten in 1 uur en er gaan 60 seconden in 1 minuut.

Voor het noteren van tijden is afgesproken dat tussen de uren, minuten en seconden een punt (of een dubbele punt) wordt gebruikt.

Voorbeeld 1

3,3 uur is

5 uur en 0,3 uur.

Dit is $3 \times 60 + 0,3 \times 60 =$
 $180 + 18 = 198$ minuten.

Voorbeeld 2

4.12,89 minuten is

4 minuten en 12,89 seconden.

Dit is $4 \times 60 + 12,89 =$
 $252,89$ seconden.

Voorbeeld 3

1.05.35,12 uur is 1 uur,

5 minuten en 35,12 seconden.

Dit is $3600 + 5 \times 60 + 35,12 =$
 $3935,12$ seconden.

11 Bereken.

a 3,25 uur = 3 uur en 0,25 uur = $3 \times 60 + 0,25 \times 60$ minuten = _____ minuten

b 5,1 uur = _____ = _____ + _____ minuten = _____ minuten

c 2,75 uur = _____ = _____ + _____ minuten = _____ minuten

12 Bereken.

- a 4.05,45 minuten = _____ seconden
- b 10.21,08 minuten = _____ seconden
- c 7.59,90 minuten = _____ seconden

13 Bereken hoeveel uur en hoeveel minuten het is.

- a 193 minuten = 180 minuten en _____ minuten = _____ uur en _____ minuten
- b 78 minuten = _____
- c 545 minuten = _____
- d 3660 minuten = _____

14 Tijdens een training loopt Karin 1500 meter in 6:23 minuten.

Sandra doet er 7:05 minuten over.

Hoeveel seconden loopt Karin sneller dan Sandra over 1500 meter?

**15** Bereken hoeveel uur het is. Noteer als decimaal getal.

- a 432 minuten = $432 : 60$ uur = _____ uur
- b 135 minuten = _____
- c 624 minuten = _____

16 Dean fietst met een snelheid van 5 meter per seconde.

- a Vul de tabel verder in.
- b De snelheid van Dean is _____ km per uur.

<i>afstand</i> in meters	5	
<i>tijd</i> in seconden	1	3600

17 De auto van Loek heeft een topsnelheid van 162 km per uur.

- a 162 km = _____ meter en 1 uur = _____ seconden
- b Vul de tabel verder in.
- c 162 km per uur = _____ meter per seconde

<i>afstand</i> in meters		
<i>tijd</i> in seconden		1

18 Reken de snelheden om.

- a 25 m/s = _____ km/uur
- b 3,5 m/s = _____ km/uur
- c 72 km/uur = _____ m/s
- d 43,2 km/uur = _____ m/s

- 19 Van 120 leerlingen doet 65% aan sport.

a 65% van 120 leerlingen zijn _____ leerlingen.

b Je kunt ook zonder verhoudingstabel uitrekenen hoeveel

65% van 120 is. Er geldt $65\% = \frac{65}{100}$ deel en $\frac{65}{100} = 0,65$.

Dus 65% van 120 is $0,65 \times 120 =$ _____

aantal leerlingen

percentage

- 20 Vul in.

a 30% van 80 is $\frac{30}{100} \times 80 =$ _____ $\times 80 =$ _____

b 12% van 98 is $\frac{12}{100} \times 98 =$ _____ $\times 98 =$ _____

c 95% van 76 is $\frac{95}{100} \times 76 =$ _____ $\times 76 =$ _____

d 53% van 1478 is 0, _____ $\times 1478 =$ _____

e 3% van 940 is 0, _____ $\times 940 =$ _____

f 0,4% van 860 is 0, _____ $\times 860 =$ _____

- 21 Bij Electro kost een televisie € 540,- exclusief 21% btw.

Om zonder tussenstappen de prijs inclusief btw te berekenen, kun je een verhoudingstabel gebruiken.

a Vul het getal onder de pijl in.

b Hoeveel euro kost de televisie inclusief btw?

c Een dvd-recorder kost € 375,- exclusief btw.

Hoeveel euro kost de dvd-recorder inclusief btw?

bedrag in euro's	540	...
percentage	100	121

- 22 Een toename met 21% betekent een verandering van 100% naar 121%. Je moet dan vermenigvuldigen met 1,21.

a Bij een toename van 25% vermenigvuldig je met _____

b Bij een toename van 3% vermenigvuldig je met _____

c Bij een afname van 18% vermenigvuldig je met _____

Theorie

Om 35% van een hoeveelheid uit te rekenen, vermenigvuldig je die hoeveelheid met de factor 0,35.

Als een hoeveelheid met 35% toeneemt, hoort bij de nieuwe hoeveelheid $100 + 35 = 135\%$. De factor is $135 : 100 = 1,35$.

Je vermenigvuldigt dan de oude hoeveelheid met 1,35.

Als een hoeveelheid met 35% afneemt, hoort bij de nieuwe hoeveelheid $100 - 35 = 65\%$. De factor is $65 : 100 = 0,65$.

Je vermenigvuldigt dan de oude hoeveelheid met 0,65.

Voorbeeld

28% van 250 is $0,28 \times 250 = 70$.

Als 94 met 9% toeneemt, dan krijg je $1,09 \times 94 = 102,46$.

Als 370 met 15% afneemt, dan krijg je $0,85 \times 370 = 314,5$.

- 23 a Een shirt kost normaal € 35,-.
Hoeveel euro kost het shirt dit weekend?
- b Een paar laarzen kost normaal € 144,-.
Hoeveel euro kosten de laarzen dit weekend?
- c Een broek kost dit weekend € 68,-.
Bereken met de verhoudingstabel hoeveel euro deze broek normaal kost.

**ALLEEN
DIT WEEKEND**
OP DE HELE COLLECTIE

**20%
KORTING**

bedrag in euro's	68	
percentage	80	100

Theorie

Om een nieuwe hoeveelheid uit te rekenen, gebruik je de regel *nieuwe hoeveelheid = oude hoeveelheid × factor*.
Als de nieuwe hoeveelheid al gegeven is en je moet de oude hoeveelheid berekenen, dan gebruik je de regel *oude hoeveelheid = nieuwe hoeveelheid : factor*.

Voorbeeld



€ 1.028,50
incl. 21% btw

Hoeveel euro kost de scooter exclusief btw?

Oplossing

De factor is 1,21.

$$1028,50 : 1,21 = 850$$

De scooter kost exclusief btw € 850,-.

- 24 a Een tablet kost € 395,67 inclusief 21% btw.
Bereken de prijs van de tablet exclusief btw.
- b De vraagprijs van een auto is bijgesteld naar € 11.900,-.
Dit is een verlaging van de vorige vraagprijs met 15%.
Bereken de vorige vraagprijs.
- 25 Een appelboomgaard produceert elk jaar meer appels.
- a In 2017 was de opbrengst in kg van de boomgaard 6% meer dan in 2016. In dat jaar was de opbrengst 966 kg.
Hoeveel kilogram was de opbrengst in 2016?
- b In 2016 was de opbrengst 15% hoger dan in 2015.
Hoeveel kilogram was de opbrengst in 2015?
- c In 2015 bracht een kg appels € 1,- op. De jaren erna is deze prijs telkens met 10% gestegen.
Met hoeveel procent is de opbrengst van de boomgaard in euro's gestegen in de periode 2015-2017?

- 26 Kurt heeft een plattegrond gemaakt. In werkelijkheid zijn de afmetingen 80 keer zo groot.

a De omtrek van de kamer is _____ meter.

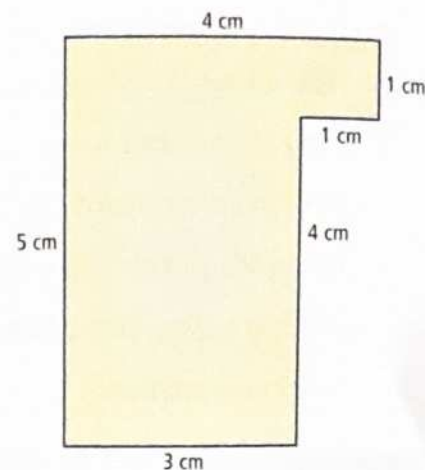
b Kurt wil zijn bed in de plattegrond tekenen.

De afmetingen van zijn bed zijn 2 meter bij 1 meter.

Welke afmetingen krijgt zijn bed in de plattegrond?

c Het bureau van Kurt wordt in de plattegrond een rechthoek van 10 mm bij 15 mm.

Welke afmetingen heeft zijn bureau in werkelijkheid?



Theorie

Tekeningen worden vaak op schaal gemaakt. Een schaal van 1 : 80 of 1 op 80 betekent dat in werkelijkheid alle afmetingen 80 keer zo groot zijn als in de tekening.

In een tekening met een schaal van 4 : 1 zijn alle afmetingen 4 keer zo groot als in werkelijkheid.

- 27 Het verkeersbord is getekend op schaal 1 : 30.

a Hoeveel cm breed is het verkeersbord in werkelijkheid?

b Het verkeersbord wordt op schaal 1 : 60 getekend.

Hoeveel mm breed wordt het verkeersbord in de tekening?



- 28 De bladluis in de tekening is in werkelijkheid 5 mm lang.

a Welke schaal heeft de tekening? Omcirkel het juiste antwoord.

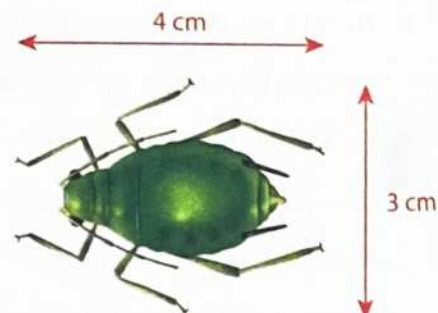
A 1 : 5

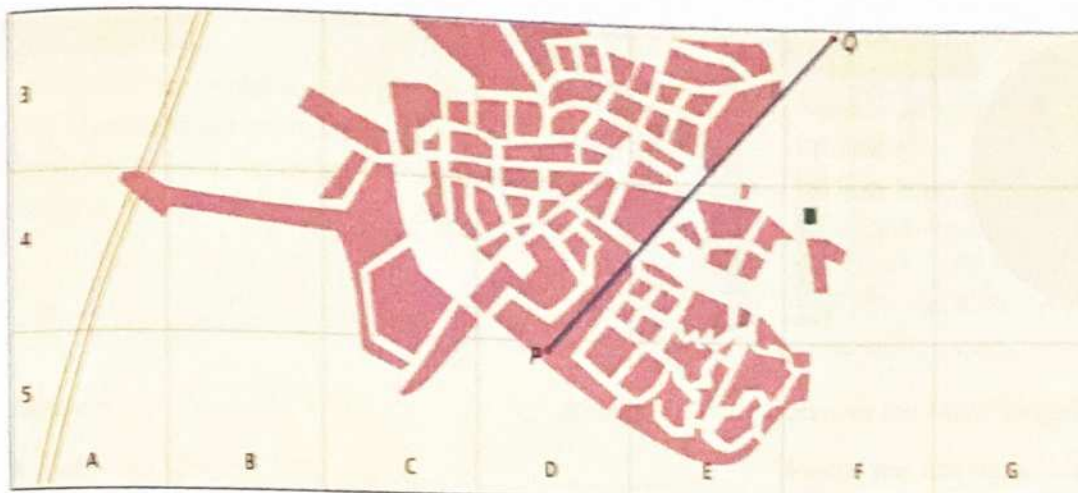
C 8 : 1

B 4 : 5

D 1 : 8

b Hoeveel mm breed is de bladluis in werkelijkheid?





- 29 De schaal van het kaartje is 1 : 30 000.
- Bereken de werkelijke afstand in km tussen de punten P en Q.

 - Links op het kaartje zie je een gedeelte van een snelweg.
Hoe lang is dit stuk snelweg? Omcirkel het juiste antwoord.
meer dan 2,0 km precies 2,0 km minder dan 2,0 km

- 30 De olifant is in werkelijkheid 3,15 meter hoog.

- Welke schaal hoort bij deze foto?

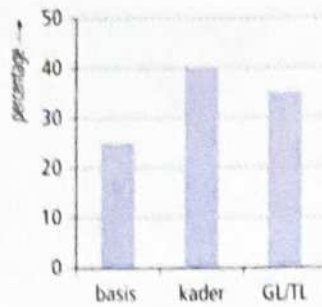
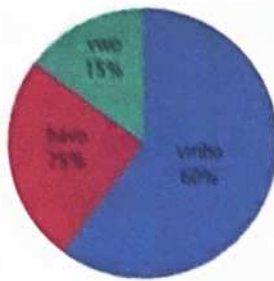
- Kamahl laat de foto vergroten tot een poster. De afmetingen van de olifant op de foto worden drie keer zo groot.
Welke schaal hoort bij de poster?



- 31
- De afstand hemelsbreed tussen Bergop en Cent is in werkelijkheid 2,25 km.
Op welke schaal is de kaart getekend?

 - Hoeveel km is de afstand hemelsbreed tussen Bergop en Dorstad in werkelijkheid?





- 32** In het cirkeldiagram staat een overzicht van de verdeling van de 1200 leerlingen van een school.

- Welk deel van de leerlingen zit op de havo?
- Bereken hoeveel leerlingen het vmbo volgen.

- In het staafdiagram staat de verdeling van de vmbo-leerlingen over de verschillende niveaus.

Hoeveel leerlingen volgen het niveau vmbo-kader?

Theorie

Bij 25% zie je direct dat dit gelijk is aan $\frac{1}{4}$ deel. Bij het rekenen met percentages kun je de volgende handige percentages gebruiken.

$$10\% = \frac{1}{10} \text{ deel} = 0,1 \text{ deel}$$

$$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3} \text{ deel} = 0,333\dots \text{ deel}$$

$$12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8} \text{ deel} = 0,125 \text{ deel}$$

$$50\% = \frac{1}{2} \text{ deel} = 0,5 \text{ deel}$$

$$20\% = \frac{1}{5} \text{ deel} = 0,2 \text{ deel}$$

$$66\frac{2}{3}\% = \frac{2}{3} \text{ deel} = 0,666\dots \text{ deel}$$

$$25\% = \frac{1}{4} \text{ deel} = 0,25 \text{ deel}$$

$$75\% = \frac{3}{4} \text{ deel} = 0,75 \text{ deel}$$

- 33** Van de 120 docenten van een school is 20% ouder dan 50 jaar. Van deze oudere docenten is 75% een man.

- Hoeveel docenten zijn ouder dan 50 jaar?
- Hoeveel docenten zijn mannen ouder dan 50 jaar?

- Je kunt het aantal uit opdracht b in één keer uitrekenen met de vermenigvuldiging $0, \dots \times 0, \dots \times 120 =$

Theorie

Procenten kun je niet zomaar met elkaar vermenigvuldigen. Om procenten van procenten uit te rekenen, schrijf je ze eerst als factoren. Vervolgens vermenigvuldig je de factoren met elkaar.

Voorbeeld

Bereken 30% van 45% van 600.

Oplossing

Bij 30% hoort een factor 0,3 en bij 45% hoort een factor 0,45.

$$0,3 \times 0,45 \times 600 = 81$$

Dus 30% van 45% van 600 is 81.

- 34** Bereken.
- a 60% van 15% van 1840 euro is _____ euro.
 - b 37% van 90% van 430 euro is _____ euro.
 - c 3,5% van 92% van 500 euro is _____ euro.
- 35**
- a Bij een groei van 9% hoort de factor _____
 - b Bij een groei van 12% hoort de factor _____
 - c Bij een groei van eerst 9% en vervolgens 12% hoort de factor _____ $\times$ _____ = _____, dus een groei van _____ %.
 - d In 2014 had een festival 25 600 bezoekers. In 2015 was dit 15% hoger. In 2016 was dit 7,5% lager dan in 2015. Bereken met hoeveel procent het aantal bezoekers van het festival in de periode 2014 - 2016 toenam.

- 36** Een ticket voor de Efteling is € 30,- exclusief 21% btw. Als je het ticket online bestelt, krijg je op deze prijs 12,5% korting. Bereken de prijs van een online besteld ticket inclusief btw.

- 37** Op 1 januari 2019 werd de btw bij de fietsenmaker verhoogd van 6% naar 9%. Bij fietsenmaker De Wieler kostte een onderhoudsbeurt voor de fiets inclusief 6% btw € 37,50.
- a Hoeveel euro werd een onderhoudsbeurt duurder na de verhoging van de btw? _____
 - b Bereken, in twee decimalen, hoeveel procent de onderhoudsbeurt duurder werd. _____



38 Schrijf van elke rij de volgende twee getallen op.

a 13, 15, 17, 19, _____, _____

c 1664, 416, 104, 26, _____, _____

b 32, 48, 72, 108, _____, _____

d 83, 76, 69, 62, _____, _____

39 Gegeven zijn twee tabellen.

a Bij tabel A hoort een lineair verband.

Vul de tabel verder in.

A	t	0	1	2	3	4
	N		6	15		

b Bij tabel B hoort een exponentieel verband.

Vul de tabel verder in.

B	t	0	1	2	3	4
	N		6	15		

Theorie

Bij een lineair verband is het verschil tussen twee opeenvolgende getallen constant. Bij een exponentieel verband is het quotiënt van twee opeenvolgende getallen constant. Bij het rekenen met een lineair verband of een exponentieel verband maak je gebruik van deze regelmaat.

40 Het aantal leerlingen op een middelbare school groeit al enkele jaren met hetzelfde aantal. In 2014 telde de school 1395 leerlingen, in 2017 waren dat er 1494.

a Vul exponentieel of lineair in.

Er is een _____ verband tussen de tijd in jaren en het aantal leerlingen.

b Per jaar groeide het aantal leerlingen met _____ leerlingen.

c In 2016 telde de school _____ leerlingen.

41 Al vanaf 2015 heerst er in een stad een muizenplaag. Het aantal muizen verdubbelt zich elke zes maanden.

a Vul exponentieel of lineair in.

Er is een _____ verband tussen de tijd en het aantal muizen.

b Hoeveel muizen zijn er naar schatting halverwege 2019?

c Hoeveel muizen waren er begin 2016? _____

Waarschuwing
muizen!

Op dit moment
(januari 2017)
al 25 000.



- 42 Het aantal verkochte auto's nam sinds 2008 jaarlijks met 15% af. In 2015 werden er nog 345 000 auto's verkocht.
- De groeifactor van het aantal auto's is _____ per jaar.
 - Rond af op duizendtallen.
In 2017 werden er _____ auto's verkocht.
In 2014 werden er _____ auto's verkocht.

Theorie

Bij een groei met een vast percentage is de groeifactor constant. Bij een toename of afname met een vast percentage heb je dus ook te maken met een exponentieel verband.

- 43 In een meer groeit een waterplant waarvan de oppervlakte maandelijks met 12,5% toeneemt. Op 1 maart is de oppervlakte van de waterplant 13 m².
- Bereken de oppervlakte in m² van de waterplant op 1 mei.

 - Bereken de oppervlakte in m² van de waterplant op 1 januari.



- 44 Voor het gebruik van gas betaal je een vast bedrag per jaar en een bedrag per m³. Joop betaalt jaarlijks € 1.253,-. Henrieke verbruikt 300 m³ meer en betaalt € 1.451,-. Beiden zijn jaarlijks € 32,- kwijt aan vastrecht. Hoeveel m³ gas verbruikt Joop jaarlijks?

- 45 Jorien en Max werken beiden in de horeca. Jorien verdient nu per uur € 4,65. Haar uurloon gaat maandelijks met € 0,05 omhoog. Max verdient nu per uur € 4,-. Zijn uurloon stijgt elk half jaar 15%.
- Jorien verdient na een jaar _____ euro per uur.
Max verdient na een jaar _____ euro per uur.
 - Wie heeft na twee jaar het hoogste uurloon?



A



B



C



D



E



F

46 Zet de juiste letter bij de naam.

kubus _____

balk _____

kegel _____

piramide _____

bol _____

cilinder _____

47 a Welke twee ruimtefiguren herken je in de kerktoeren?

b En welke ruimtefiguren herken je in de vuurpijl?



48 Vul in.

a $18 \text{ dm}^3 = \text{_____ cm}^3$

d $1062 \text{ dL} = \text{_____ mL}$

b $70 \text{ dm}^3 = \text{_____ m}^3$

e $13,5 \text{ liter} = \text{_____ mL}$

c $95\,000 \text{ mm}^3 = \text{_____ liter}$

f $20\,000 \text{ cm}^3 = \text{_____ liter}$

49 a De oppervlakte van een bol bereken je met de formule

$\text{oppervlakte bol} = 4 \times \pi \times \text{straal}^2$.

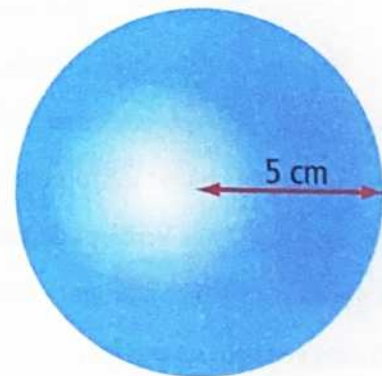
Bereken de oppervlakte van de bol in hele cm^2 .

b De inhoud van een bol bereken je met de formule

$\text{inhoud bol} = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{straal}^3$.

Bereken de inhoud van de bol in hele cm^3 .

c De inhoud van de bol is _____ liter.

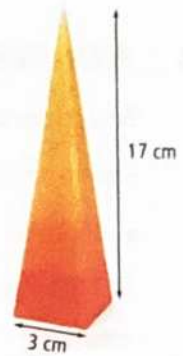


- 50 De piramidevormige kaars heeft een vierkant als grondvlak.

De inhoud van een piramide bereken je met de formule

$$\text{inhoud piramide} = \frac{1}{3} \times \text{oppervlakte grondvlak} \times \text{hoogte}.$$

Hoeveel mL is de inhoud van de piramidevormige kaars?

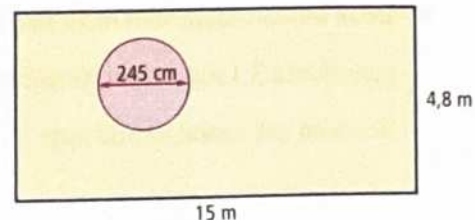


- 51 De familie Veldhuis heeft een balkvormig zwembad met een cilindervormig eilandje. Het zwembad is 1,65 m diep.

- a De oppervlakte van een cirkel bereken je met de formule

$$\text{oppervlakte cirkel} = \pi \times \text{straal}^2.$$

Hoeveel m² is de oppervlakte van het eilandje? Rond je antwoord af op één decimaal.



- b Hoeveel liter water zit er in het helemaal gevulde zwembad?

- 52 Daan heeft bij zijn speelgoed een klein aardappelmokistje. Dat aardappelmokistje heeft de afmetingen 4 cm bij 3 cm bij 3 cm.

- a Bereken de inhoud van het kleine aardappelmokistje in cm³.

- b De afmetingen van de echte aardappelmokist zijn 30 keer zo groot als die van het kleine aardappelmokistje.

Bereken de inhoud van de echte aardappelmokist in cm³.

- c Vul in: het kleine aardappelmokistje past _____ keer in de echte aardappelmokist.

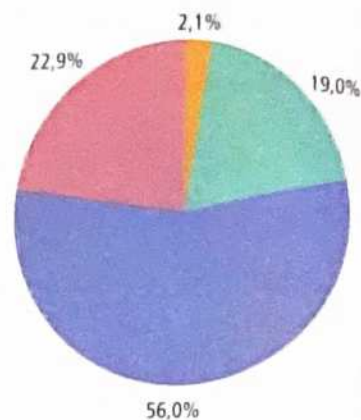
- d Geef de afmetingen van een aardappelmokist waar het kleine aardappelmokistje precies 64 keer in past.

- 53 Een blokkendoosje is 15 cm bij 15 cm bij 10 cm. Als stunt maakt de fabrikant een grote blokkendoos van 3 meter bij 3 meter bij 2 meter.

In de grote blokkendoos passen _____ blokkendoosjes.

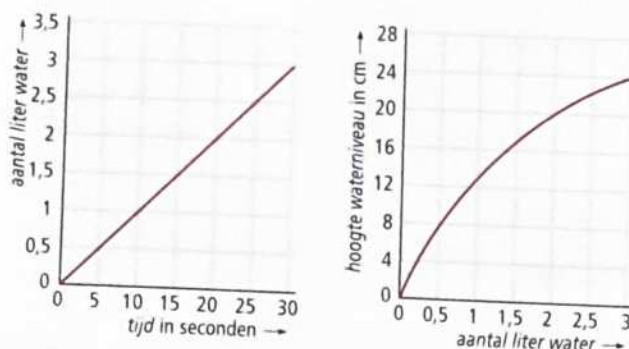
- 54 In het cirkeldiagram zie je gegevens over het autobezit in Nederlandse huishoudens. Er waren toen 4,2 miljoen huishoudens met één auto.

- a Hoeveel miljoen huishoudens waren er toen in totaal in Nederland? Rond je antwoord af op één decimaal.
- b In de huishoudens met meer dan twee auto's waren er gemiddeld 3,1 auto's per huishouden. Bereken het totaal aantal auto's.



- Huishoudens met meer dan twee auto's
- Huishoudens met twee auto's
- Huishoudens met één auto
- Huishoudens zonder auto

- 55 Jur vult in 30 seconden een vaas helemaal met water. Hij maakt daar twee grafieken bij.



- a Hoeveel liter water kan er in een volle vaas? _____ liter
- b Hoe hoog staat het water dan in de vaas? _____ cm
- c Jur zet de kraan 10 seconden open.
Hoe hoog staat het water dan in de vaas? _____ cm
- d Na _____ seconden staat het water 20 cm hoog.

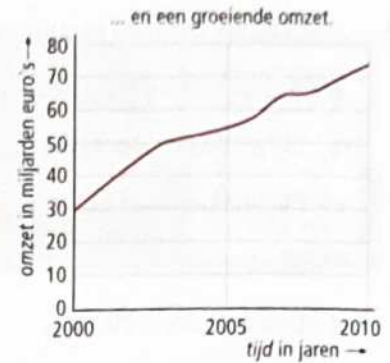
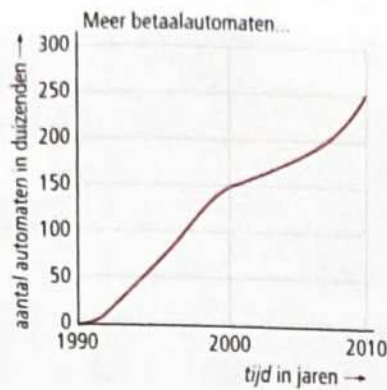
Theorie

Bij het combineren van gegevens let je op de volgende punten.

- > Welk verband wordt weergegeven?
- > Welke grootheden en welke eenheden worden gebruikt?
- > Welke stapgrootte is gekozen?

In de grafiek is het verband gegeven tussen de grootheden tijd en afstand. De eenheden zijn uren en km.





- 56 a Met hoeveel procent, ongeveer, is het aantal pinbetalingen gestegen in de periode 2000 - 2010?
- b Hoeveel pinbetalingen vonden er in 2010 gemiddeld per betaalautomaat plaats?
- c In de rechter grafiek lees je het totale bedrag af dat er in een jaar met pinpassen betaald is. In welk jaar was het gemiddelde bedrag per pinbetaling het grootst, in 2000 of in 2010?
- d In welk jaar is het totale bedrag dat per betaalautomaat is betaald het grootst, in 2000 of in 2010?

aantal gevangenen per 100 000 inwoners

VS	716	
Cuba	510	
Rwanda	492	
Rusland	479	
Bahama's	444	
El Salvador	422	
Azerbeidzjan	413	
Nederland	82	

aantal gevangenen

VS	2 239 751	
China	1 640 000	
Rusland	686 200	
Brazilië	548 003	
Nigeria	541 444	
India	372 296	
Thailand	273 013	
Nederland	13 749	

- 57 Hierboven zie je gegevens over het aantal gevangenen.

- a Thailand heeft 69,5 miljoen inwoners. Hoeveel gevangenen per 100 000 inwoners heeft Thailand?
- b Bereken hoeveel inwoners de VS heeft. Rond af op miljoenen.
- c Rusland heeft 17,4 keer zoveel inwoners als Azerbeidzjan. Bereken hoeveel gevangenen Azerbeidzjan heeft.



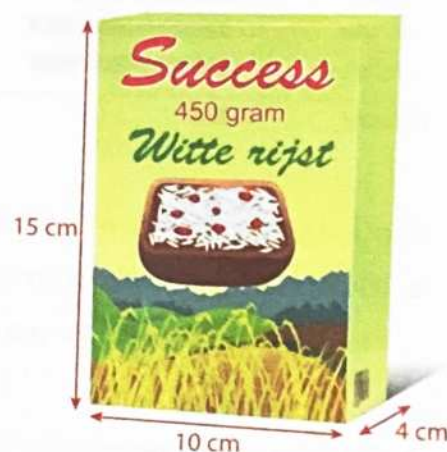
- 58 Vul km, m, dm, cm of mm in.
- Agnes was bij haar geboorte 52 _____ lang.
 - De afstand tussen twee hectometerpaaltjes is 0,1 _____
 - De afstand van Eindhoven-Den Bosch is ongeveer 35 _____
 - Een eettafel is 20 _____ lang.
 - De achtertuin van familie Boerkamp is 12 _____ lang.
 - De diameter van de ring van Hanneke is 17 _____



Theorie

Eenheden kom je onder andere tegen bij lengtematen, oppervlaktematen, inhoudsmaten en gewichten. Grote getallen worden vaak met voorvoegsels als kilo, mega en giga geschreven. Kilo betekent duizend, mega miljoen en giga miljard. Voor kleine getallen zijn er de voorvoegsels deci, centi, milli en micro. Deci betekent $\frac{1}{10}$, centi $\frac{1}{100}$, milli $\frac{1}{1000}$ en micro $\frac{1}{1000000}$.

- 59 Wat is meer? Omcirkel het juiste antwoord.
- 0,05 hL of 50 cm³
 - 6 liter of 60 000 mL
 - 12 cL of 12 cm³
 - 200 cm³ of 200 dL
 - 1000 Mb of 10 Gb
 - 0,001 Mb of 10 Kb
- 60 a Hoeveel cm² is de oppervlakte van het doosje?
- _____
- _____
- b Bereken de inhoud van het doosje in cm³.
- _____
- c Het doosje is tot de rand toe gevuld met rijst. Hoeveel gram weegt de rijst per cm³?
- _____
- d De doosjes met rijst worden verpakt in grotere dozen. Deze grotere dozen hebben een inhoud van 72 dm³. Hoeveel kilogram rijst kan er in zo'n grote doos?
- _____



- 61 a Hoeveel μg (microgram) vitamine B, B₁ en B₂ samen zit er in 100 gram boter?
- b Hoeveel mg vitamine B zit er in een kilogram boter?



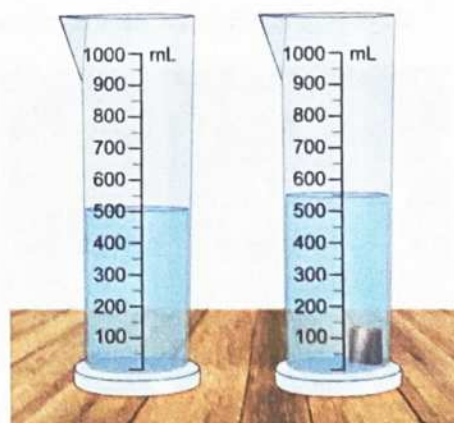
- 62 In het fototoestel van Carlijn zit een sd-kaart met een geheugen van 8 Gb. Als de sd-kaart leeg is, geeft het toestel aan dat er nog 1200 foto's gemaakt kunnen worden. Bereken hoeveel Kb geheugen één foto inneemt.

- 63 1 cm³ zilver weegt 10,5 gram. Je kunt zeggen dat de dichtheid van zilver 10,5 gram per cm³ is.
- a Een edelsmid heeft een plaatje zilver van 30 cm bij 10 cm bij 2 mm.
Hoeveel gram weegt dit plaatje?
- b De edelsmid heeft ook een blokje zilver van 231 gram.
Hoeveel cm³ is dit blokje?

- 64 In de tabel zie je de dichtheden van een aantal metalen. Wat is zwaarder? Omcirkel het juiste antwoord.
- a 1 cm³ zilver of 3 cm³ aluminium
- b 2,5 cm³ zilver of 1,5 cm³ goud
- c 1 cm³ zink of 3000 mm³ aluminium
- d 1 cm³ goud of 0,008 dm³ aluminium

metaal	dichtheid in gram per cm ³
aluminium	2,7
zink	7,2
zilver	10,5
goud	19,3

- 65 Om het volume van een stukje metaal te vinden, kun je het in een maatbeker met water doen. In de maatbeker zit precies 500 mL water. Nadat het stukje metaal in het water is gedaan, staat het waterpeil op 545,8 mL.
- a Het volume van het stukje metaal is _____ cm³.
- b Het gewicht van het stukje metaal is 330 gram.
Van welk van de vier metalen uit opdracht 64 kan dit stukje metaal gemaakt zijn?





- 66 Marjolein koopt bij The Factory een broek van € 45,- en een jas van € 120,-. Hoeveel euro moet ze betalen?

- 67 Sara heeft bij The Factory een broek en een jas gekocht. Door de korting betaalt ze € 179,- in plaats van € 200,-. De broek is het goedkoopst. Ze vraagt zich af hoeveel de jas kostte.

a Schrijf op wat je weet over de korting die Sara heeft gekregen.

b Wat moet je weten om de prijs van de jas te kunnen berekenen?

c Bereken met de gegevens over de korting de prijs van de broek.

d Hoe duur was de jas?

- 68 Nicolette en Iris betalen gezamenlijk de huur van hun studentenflat in de verhouding 8 : 5. Iris betaalt € 238,75. Hoeveel euro huur betaalt Nicolette?

- 69 Agnes wil 1,8 liter knoflookdipsaus maken. Ze heeft nog 4 dL yoghurt en 2 dL mayonaise. Ze vraagt zich af hoeveel dL yoghurt en hoeveel dL mayonaise ze extra nodig heeft.

a Schrijf op wat je weet over de hoeveelheden yoghurt en mayonaise die ze nodig heeft voor de knoflookdipsaus.

b Wat moet je weten om na te gaan hoeveel yoghurt extra nodig is?

c Bereken hoeveel Agnes nog extra nodig heeft.

dL yoghurt en dL mayonaise

THE FACTORY
ELK 2e ARTIKEL
30%
KORTING

30% korting op het goedkoopste artikel

Knoflookdipsaus

- > yoghurt en mayonaise in de verhouding 2 : 3
- > teentjes knoflook
- > citroensap
- > bieslook

Theorie

Soms moet je bij een rekenprobleem meer stappen doen voor je het antwoord vindt. Je gaat dan als volgt te werk.

- > Stel vast welke gegevens bekend zijn.
- > Bedenk wat je moet weten om de vraag te kunnen beantwoorden.
- > Zoek uit hoe je uit de bekende gegevens de benodigde gegevens kunt afleiden.
- > Ga na of je moet afronden. Zo ja, ga na hoe dat moet.

- 70 Op de foto zie je een schaalmodel van een Boeing 777. Een Boeing 777 is in werkelijkheid 70 meter lang en heeft een spanwijdte van 61 meter.

Bereken de spanwijdte van het schaalmodel in cm.



- 71 Chris gaat zijn tuin opnieuw inrichten. Zijn tuin is 5 meter bij 12 meter en hij wil hiervan 20% bestraten. Van het gedeelte dat hij niet bestraat, wordt $\frac{1}{3}$ deel bloemperk en de rest wordt grasveld.

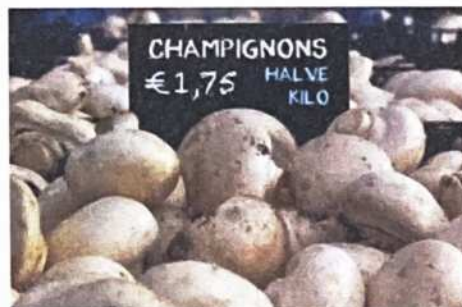
Chris heeft twee verschillende dozen met graszaad gekocht.

Eerst strooit hij doos A leeg. Van doos B heeft hij vervolgens niet al het zaad nodig.

Bereken hoeveel gram graszaad Chris van doos B overhoudt.



- 72 Op de foto zie je de prijs van champignons van vorig jaar. Dit jaar zijn de champignons 20% duurder dan vorig jaar. Hoeveel euro moet je dit jaar meer betalen voor 850 gram champignons dan vorig jaar?



73 Carl loopt 270 meter in 45 seconden.

- a Vul de verhoudingstabel verder in.
b Zijn gemiddelde snelheid is _____ km per uur.

<i>afstand</i> in meters	270	
<i>tijd</i> in seconden	45	3600

74 Stein fietst 31,5 km in 5 kwartier.

- a Vul in.
31,5 km = _____ meter
5 kwartier = _____ seconden
b Vul de verhoudingstabel verder in.
c Zijn gemiddelde snelheid is _____ meter per seconde.

<i>afstand</i> in meters	31 500	
<i>tijd</i> in seconden		1

Theorie

Bij het berekenen van een gemiddelde snelheid volg je deze stappen.

- > Reken de totale tijd om naar minuten of seconden.
- > Maak een verhoudingstabel met afstand en tijd.
- > Bereken de afstand per tijdseenheid.

Voorbeeld

In 2015 liep Sifan Hassan 1500 meter in 3.56,05 minuten. Bereken haar gemiddelde snelheid in km per uur.

Oplossing

Een tijd van 3.56,05 minuten is $3 \times 60 + 56,05 = 236,05$ seconden.

<i>afstand</i> in meters	1500	6,354...	22 876,5...
<i>tijd</i> in seconden	236,05	1	3600

Haar gemiddelde snelheid was ongeveer 22,9 km per uur.

75 Lance fietst 2200 meter in 2.40 minuten.

- a 2.40 minuten = _____ seconden
b Vul de tabel verder in.
c Zijn gemiddelde snelheid is _____ km per uur.

<i>afstand</i> in meters	2200	
<i>tijd</i> in seconden		3600

76 Op de Olympische Spelen in 2016 won Faith Kipyegon bij de vrouwen de 1500 meter hardlopen in 4.08,92 minuten.

Haar gemiddelde snelheid was _____ km per uur.

<i>afstand</i> in meters	1500	
<i>tijd</i> in seconden		

- 77** In 2016 won Mo Farah de 5000 meter in 13.03,30 minuten.
- a** Zijn gemiddelde snelheid was km per uur. Rond je antwoord af op twee decimalen.
- b** Bij de vrouwen won Vivian Cheruiyot. Haar gemiddelde snelheid was 20,78 km per uur.
De tijd die ze liep was minuten.

afstand in meters			
tijd in seconden			

afstand in meters			
tijd in seconden			

- 78** Barbara wandelt van de Veerdam naar het Badstrand. Ze vertrekt om 11.15 en komt om 11.52 bij de paddenstoel.
- a** Bereken haar gemiddelde snelheid in km per uur. Rond je antwoord af op één decimaal.
- b** Ze wandelt verder met een gemiddelde van 5,6 km per uur. Hoe laat is ze bij het Badstrand?

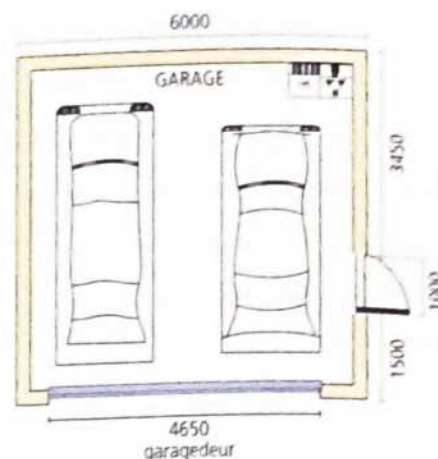


- 79** Bauke rijdt met zijn auto met een gemiddelde snelheid van 103 km per uur.
- a** Hoeveel meter per seconde is dat?
- b** Hoeveel uur en minuten doet hij over een afstand van 500 km?
- 80** De snelheid van licht is ongeveer 3×10^8 meter per seconde.
- a** Hoeveel seconden doet het licht over een afstand van 3×10^{12} km?
- b** De afstand van de zon tot de aarde is ongeveer $1,5 \times 10^8$ km.
Hoelang doet het licht van de zon er over om de aarde te bereiken? Geef je antwoord in minuten en seconden.

24 Rekenen met eenheden



- 81 In de plattegrond staat niet welke lengtemaat is gebruikt.
- Welke lengtemaat is in de plattegrond gebruikt?
 - De garage is _____ meter breed en _____ meter lang.
 - De omtrek van de garage is _____ meter.
 - De oppervlakte van de garage is _____ m^2 .
 - Saskia wil de inhoud van de garage weten.
De muren van de garage zijn 15 cm dik. De hoogte is aan de binnenkant gemeten 265 cm.
Bereken de inhoud van de garage in m^3 nauwkeurig.



- 82 Joran heeft een nieuw aquarium gekocht.



- Joran wil niet meer dan één vis per vijf liter in het aquarium.
Hoeveel vissen kan hij maximaal houden?
- Om het water helder te houden gebruikt hij Aquaclear.
Hoeveel mL van het middel heeft hij per keer nodig?
- Hoeveel flessen heeft hij per jaar nodig als hij het middel één keer per maand gebruikt?



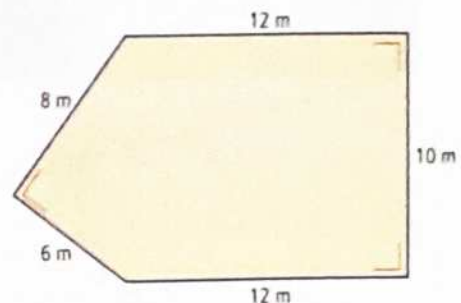
Theorie

Bij het rekenen met eenheden let je op de volgende punten.

- > Hoe je de gegeven eenheden moet aanpassen om er verder mee te rekenen.
- > In welke eenheid je het antwoord moet geven.
- > Of je moet afronden en zo ja, hoe.

- 83** Pieter tekent het bovenaanzicht van zijn zwembad. Het zwembad is overal 220 cm diep. Voor een grote onderhoudsbeurt wordt het leeggepompt. Dit gaat met een snelheid van 115 liter per minuut.

Na hoeveel uur en hoeveel minuten is het zwembad leeg?



- 84** Jesse vertrekt om 10.18 uur met de auto uit Hoogeveen. Hij komt precies anderhalf uur later aan in Amersfoort.

- a** Hoe laat komt hij aan in Amersfoort? _____
- b** De afstand van Hoogeveen naar Amersfoort is 117 km. Bereken de gemiddelde snelheid van Jesse in km per uur.

- 85** De kartbaan in Oldenzaal heeft een lengte van 700 meter. Karin rijdt vier rondjes in 4 minuten en 40 seconden. Gijs start gelijk met Karin. Hij rijdt 9 meter per seconde. Na hoeveel minuten en seconden haalt Karin Gijs in?



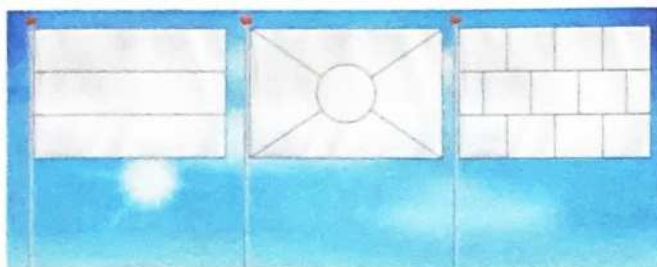
- 86** De inhoud van een granieten bol is $0,315 \text{ m}^3$. Graniet weegt 2,65 gram per cm^3 .

- a** Hoeveel kilogram weegt deze bol? _____
- b** Job heeft een granieten bol die 0,45 ton weegt. Hoeveel dm^3 is de inhoud? Rond af op tientallen.

Werkbladen

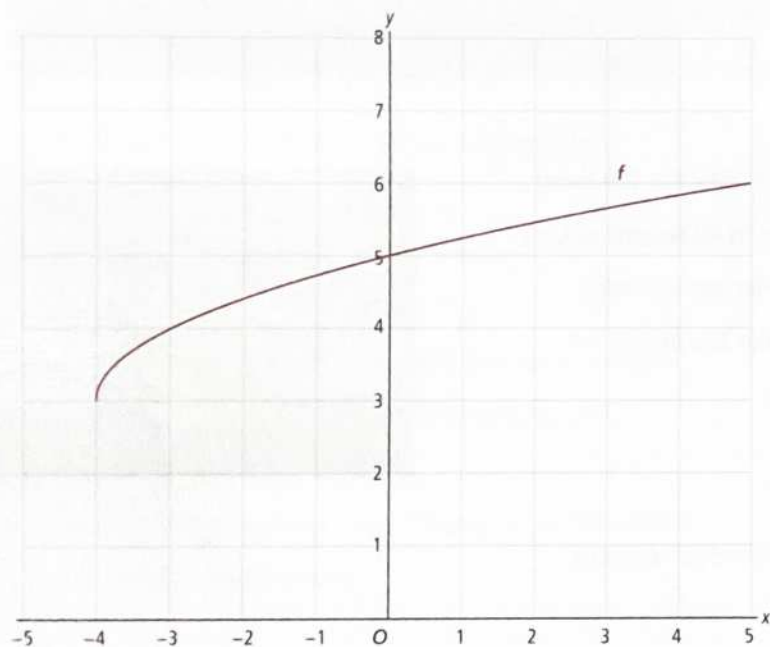
Vaardigheden 4

Tussendoortje | Vierkleurenstelling



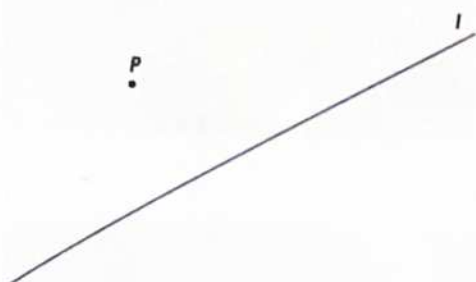
Hoofdstuk 9 Functies en algebra

7

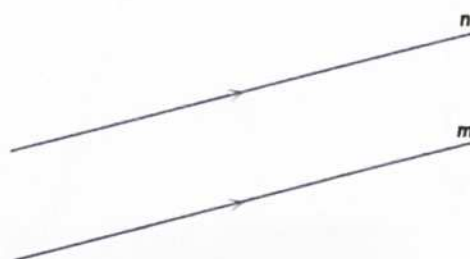


Hoofdstuk 10 Redeneren in driehoeken

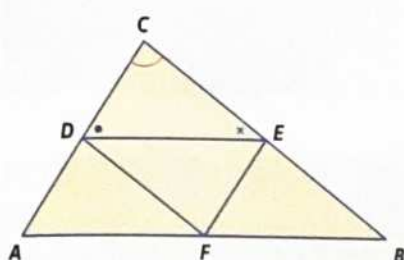
V1



V2



V4



1



4ab



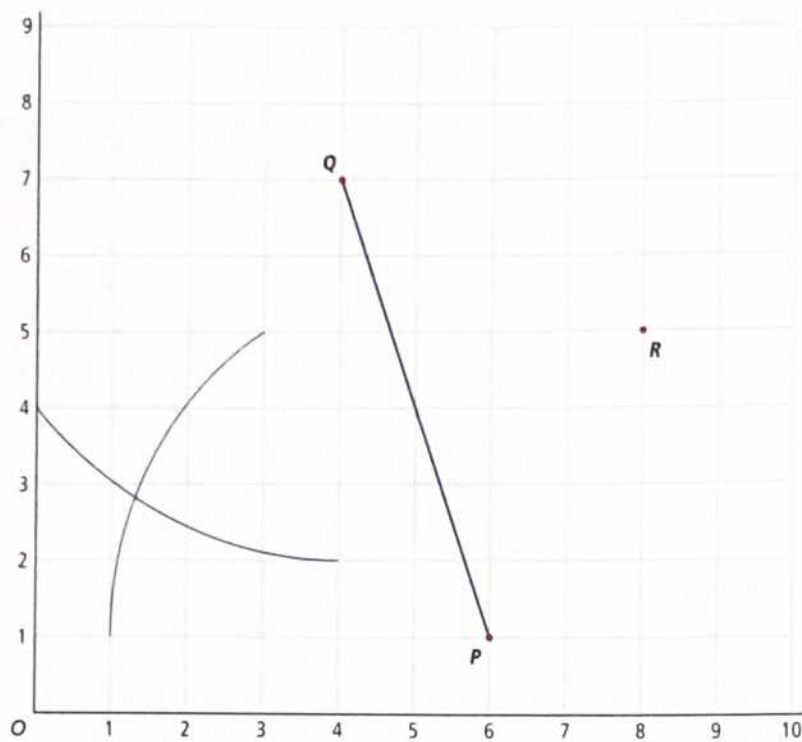
4c



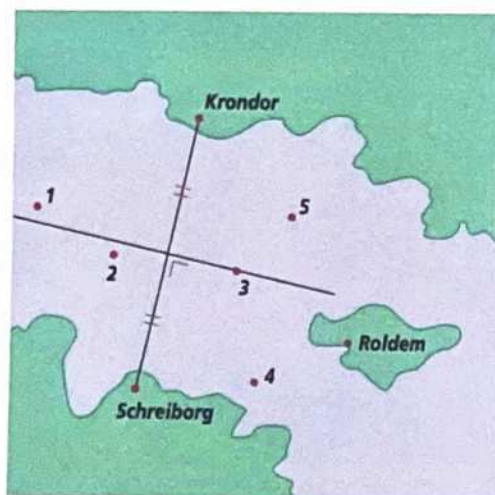
4d



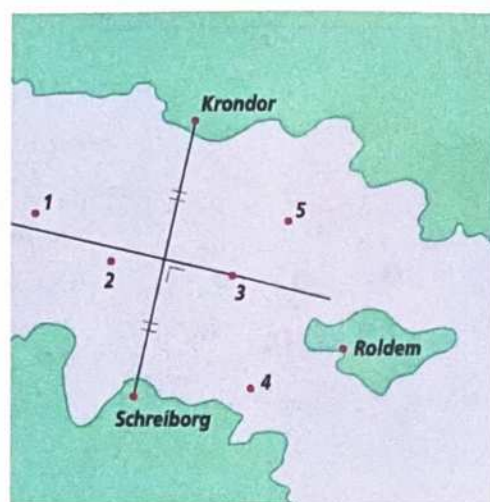
03



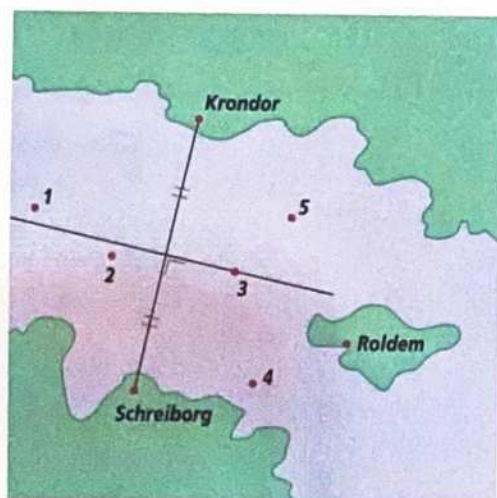
04c



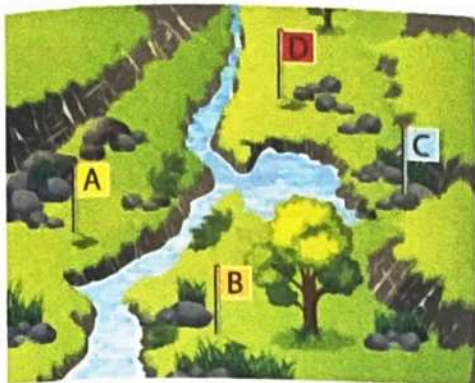
04d



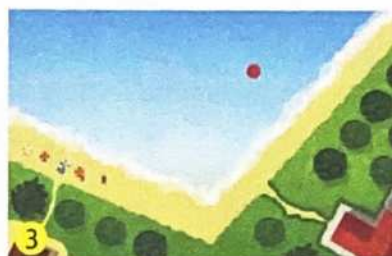
04f



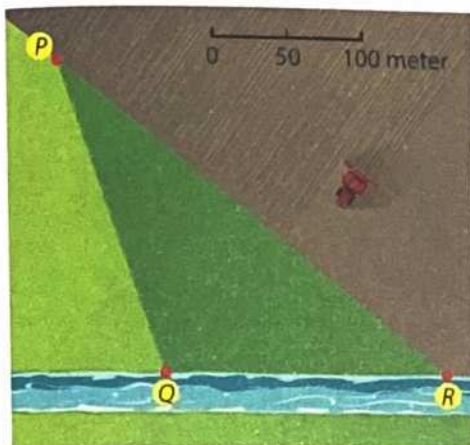
U1



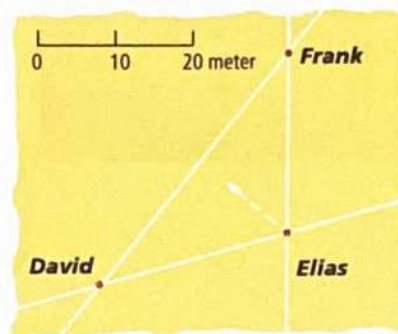
intro



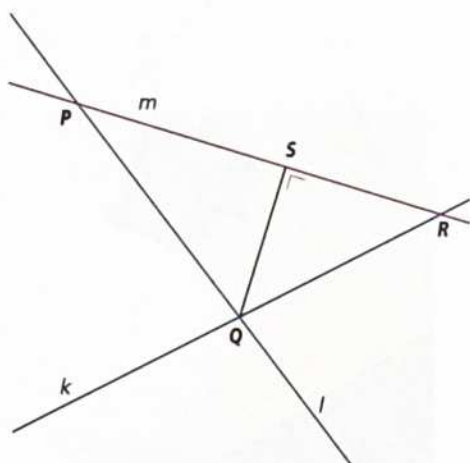
8



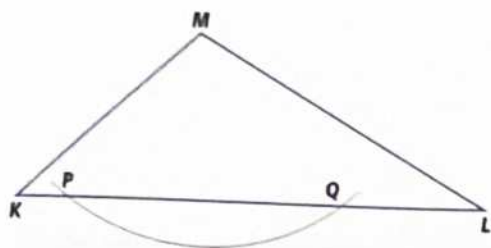
9



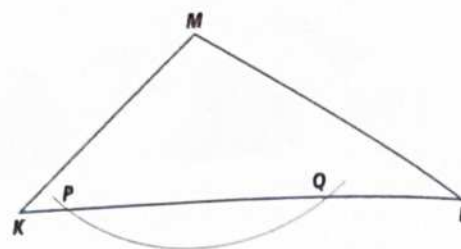
09



U2bc



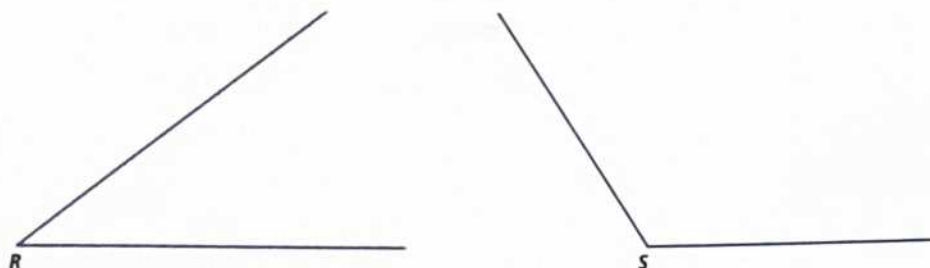
U2d



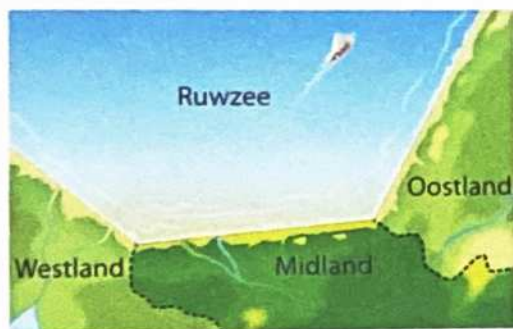
15



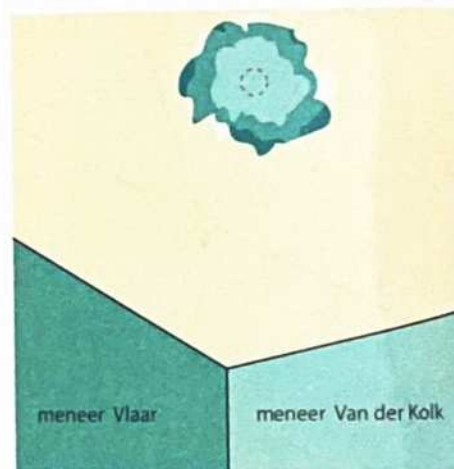
17



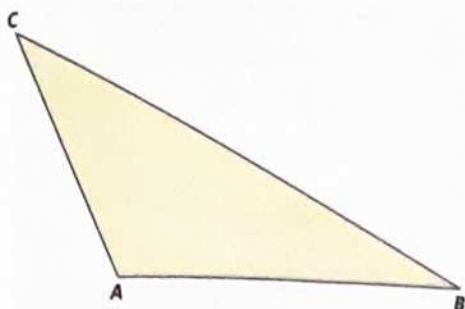
18



018



U3

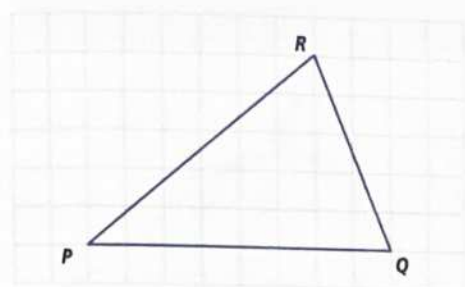


U4

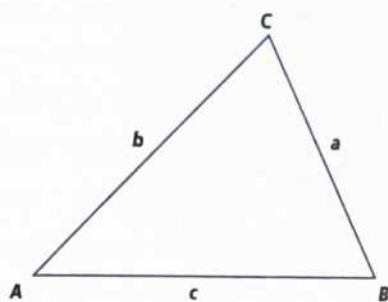
S



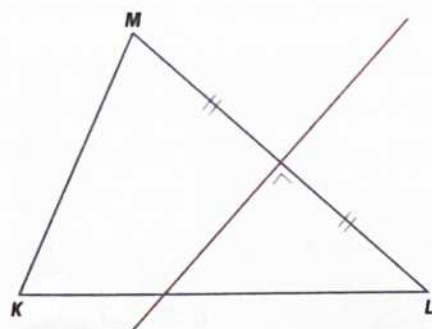
023



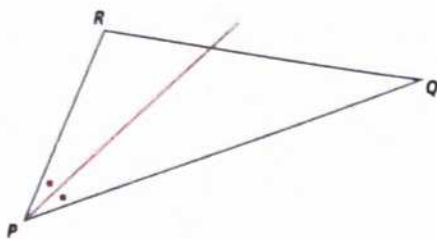
37



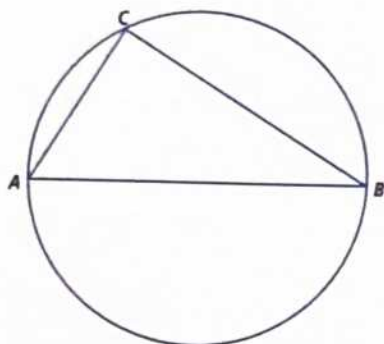
032



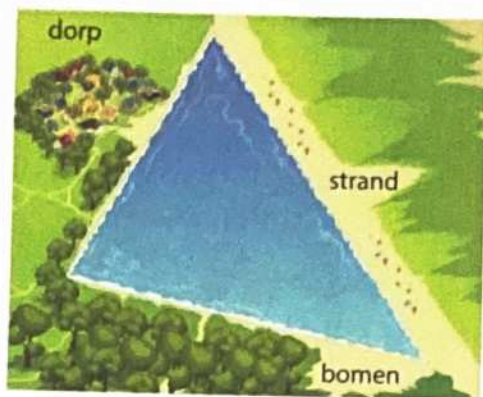
036



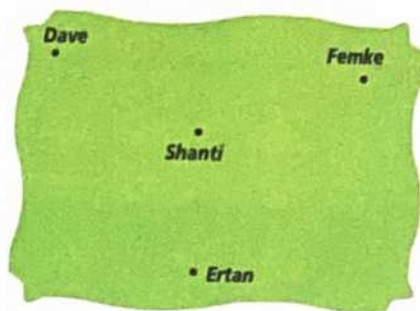
U6



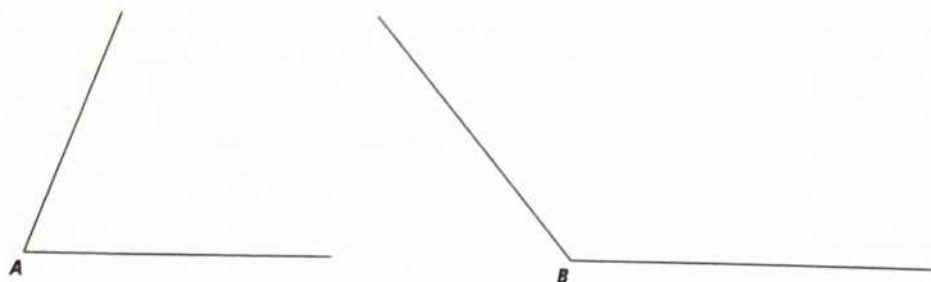
39



S2



S4



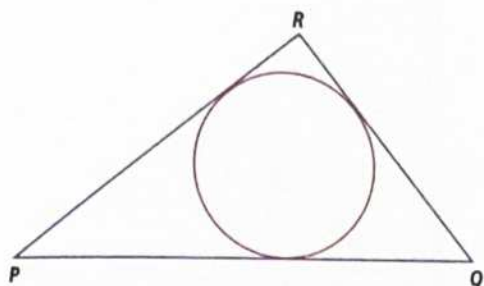
S5



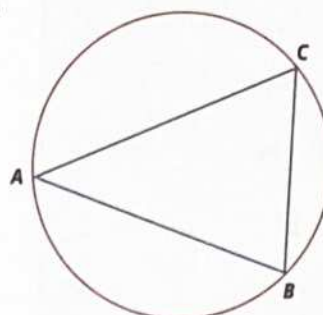
T1



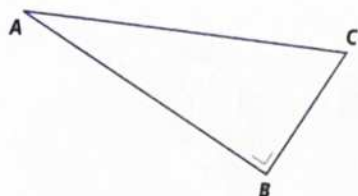
T6



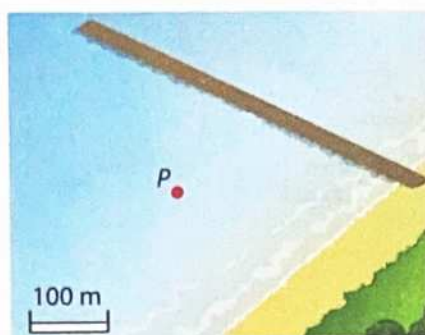
T7

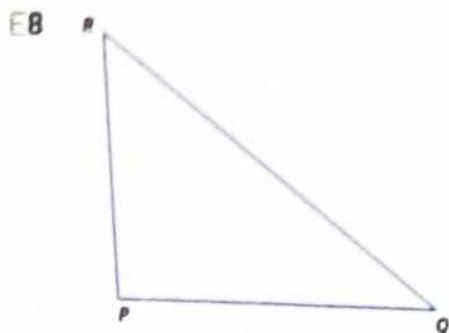


E1

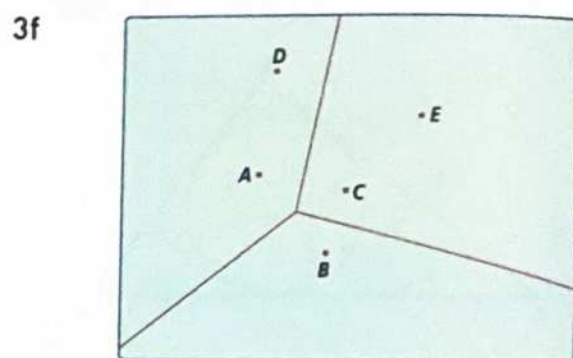
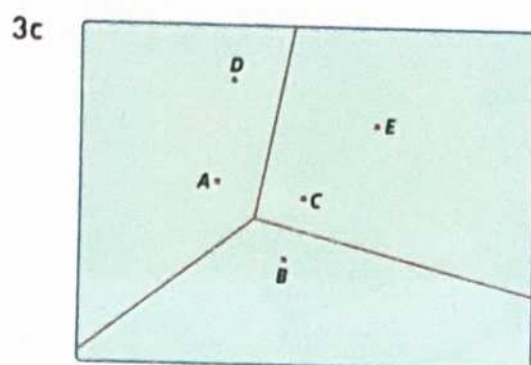
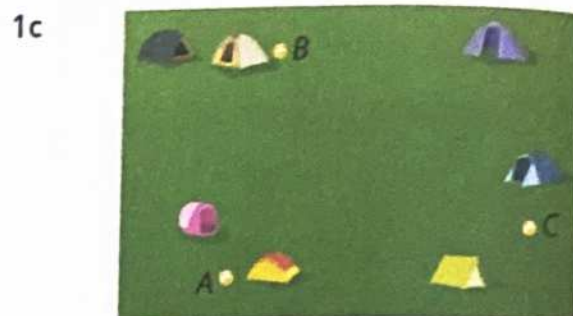


E6

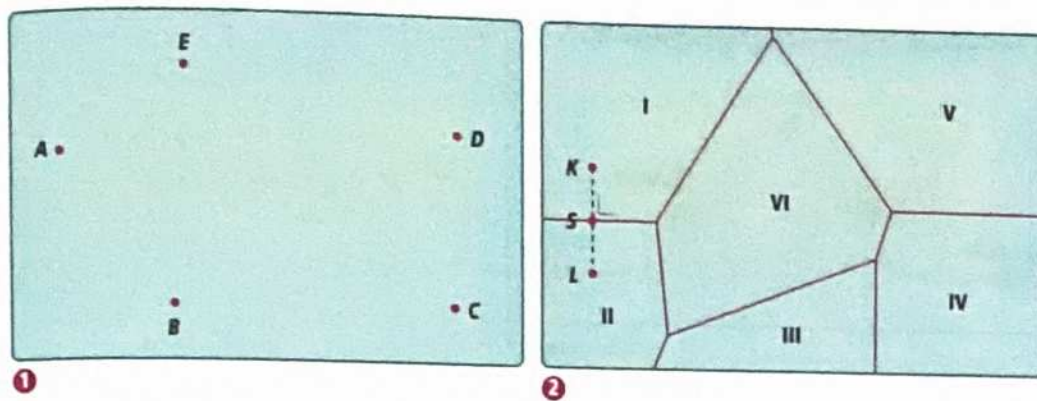




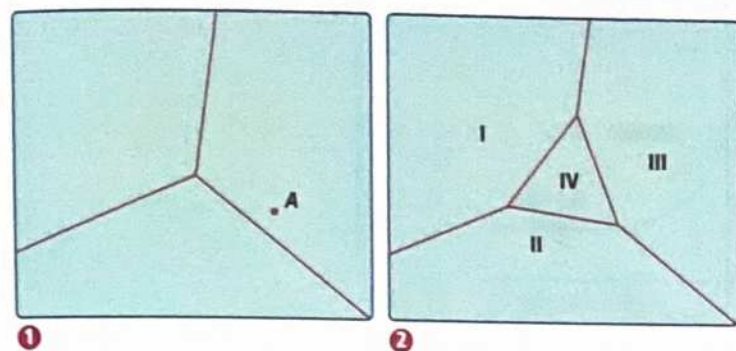
Verdieping | Gebieden



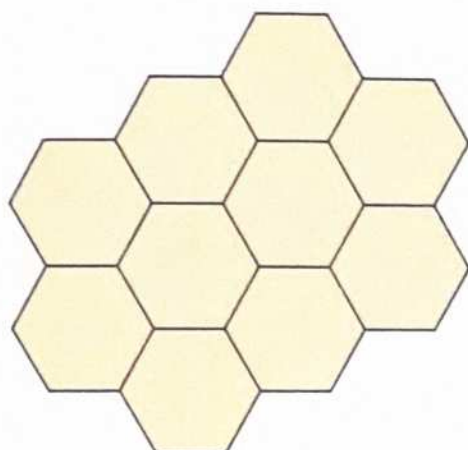
5



6

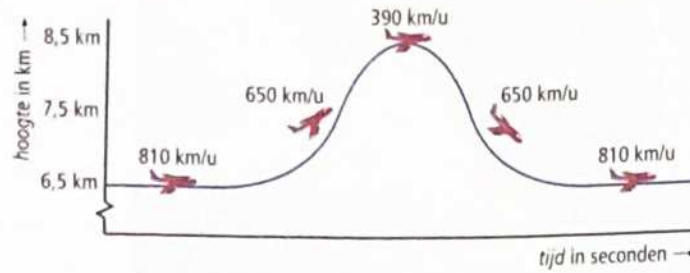


7



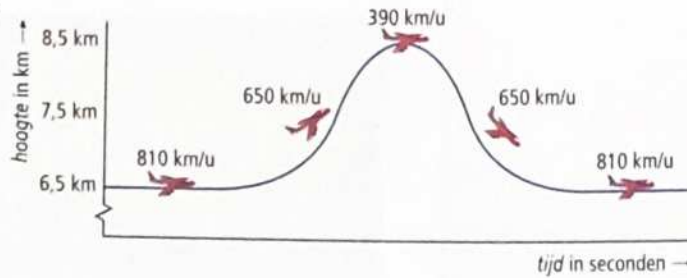
Hoofdstuk 11A Vergelijkingen en ongelijkheden

intro



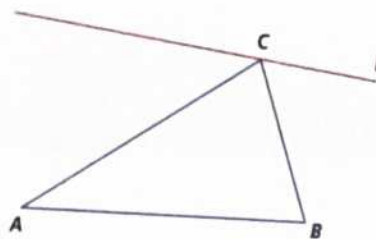
Hoofdstuk 11B Vergelijkingen en ongelijkheden

intro

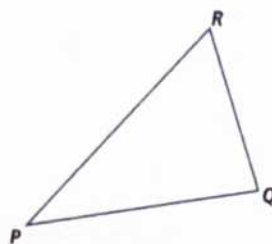


Vaardigheden 6

13



15





Bij dit boek hoort een digitale leeromgeving.
Als je de opdrachten online maakt, zie je direct wat er al is gedaan. Je krijgt daarbij handige tips, zodat je het de volgende keer beter doet.

Op basis van je resultaten krijg je bovendien opdrachten op een ander niveau. Dus wat moeilijker als het goed gaat of met meer hulp als je het niet goed hebt.
Met de oefentoetsen kun je je voorbereiden op de toets.
Als je meer uitleg nodig hebt, zijn er ook nog handige filmpjes en video's.



Noordhoff Uitgevers



www.modernewiskunde.noordhoff.nl

ISSN 978-90-01-88321-8



9 789001 883218