

MODERNE WISKUNDE



Noordhoff Uitgevers

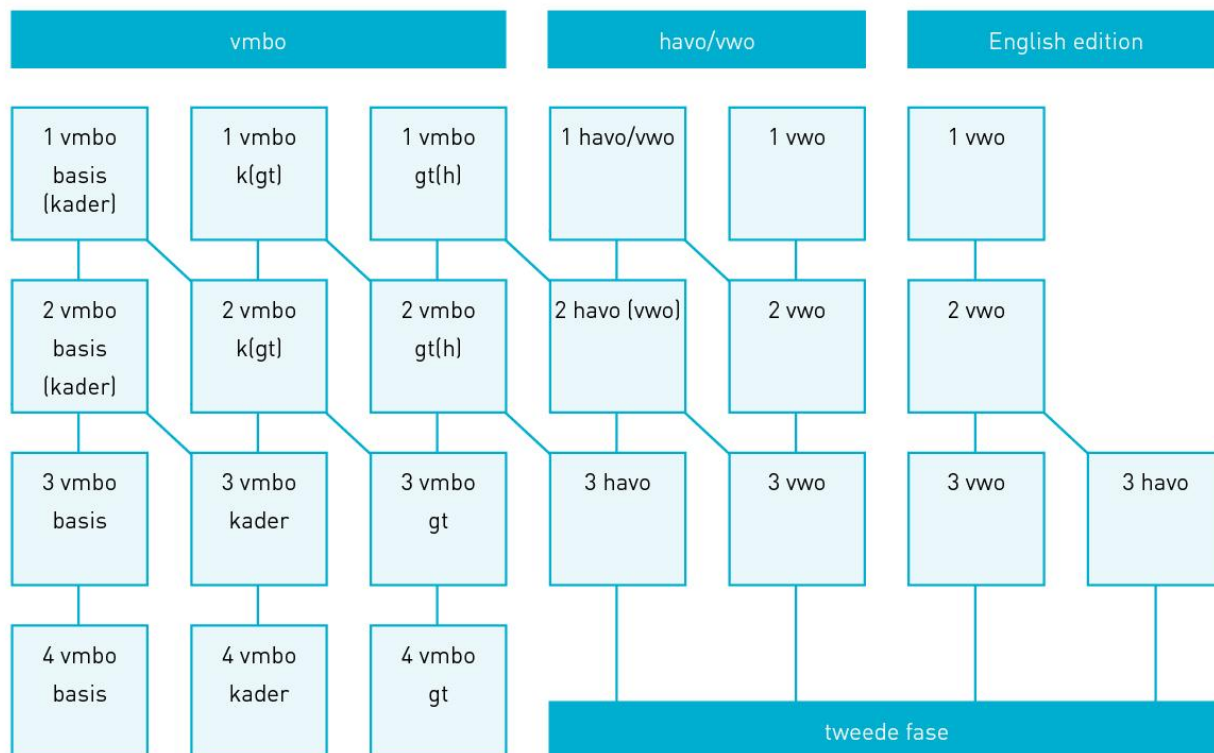
1 1 2 3 5 8 13

12e editie

Moderne Wiskunde

2A havo(vwo)

Serieoverzicht Onderbouw



Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan: Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Voortgezet onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB Groningen of via het contactformulier op www.mijnnoordhoff.nl.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontleen.



Deze uitgave is beschermd op grond van het auteursrecht. Wanneer u (her)gebruik wilt maken van de informatie in deze uitgave, dient u vooraf schriftelijke toestemming te verkrijgen van Noordhoff Uitgevers bv. Meer informatie over collectieve regelingen voor het onderwijs is te vinden op www.onderwijsauteursrecht.nl.

This publication is protected by copyright. Prior written permission of Noordhoff Uitgevers bv is required to (re)use the information in this publication.

12e editie

Moderne Wiskunde

2A havo(vwo)

Ineke de Bruijn
Emile van der Eijk
Joyce Manintveld
Sebas Nannings
Gerard van Proosdij
Colin Roll
Geertrui Schaberg
Marjon Schippers
Ron Sinkeldam
Greetje Smeenk – van Broekhoven

Noordhoff Uitgevers Groningen

Moderne Wiskunde

2A

havo

(vwo)

1 Lineaire formules 6

Voorkennis 8

- 1.1 Lineaire verbanden 10
 - 1.2 Formules van lijnen 14
 - 1.3 Lineaire formules opstellen 18
 - 1.4 Recht evenredig 22
 - 1.5 Lijn door twee punten 26
 - 1.6 Gemengde opdrachten 30
- Samenvatting 32
Test jezelf 36
Extra oefening 38
vwo Verdieping 40

2 Statistiek 42

Voorkennis 44

- 2.1 Verhoudingstabel 46
 - 2.2 Cirkeldiagram 50
 - 2.3 Frequentietabel, staafdiagram en lijndiagram 54
 - 2.4 Gemiddelde, modus en mediaan 58
 - 2.5 Steelbladdiagram 62
 - 2.6 Gemengde opdrachten 66
- Samenvatting 68
Test jezelf 72
Extra oefening 74
vwo Indeling in klassen 76

Vaardigheden 1 78

Delen van getallen 80
Formules en grafieken 81
Vergelijkingen 82
Tijd 82
Hoeken 83

3 Wortels 84

Voorkennis 86

3.1 Wortels van getallen 88

3.2 Wortels optellen en aftrekken 92

3.3 Wortels vermenigvuldigen 96

3.4 Wortels vereenvoudigen 100

3.5 Gemengde opdrachten 104

Samenvatting 106

Test jezelf 110

Extra oefening 112

vwo Derdemachtswortels 114

4 Gelijkvormigheid 116

Voorkennis 118

4.1 Vergrotingen 120

4.2 Rekenen met de factor 124

4.3 Gelijkvormige figuren 128

4.4 Rekenen met gelijkvormigheid 132

4.5 Gemengde opdrachten 136

Samenvatting 138

Test jezelf 142

Extra oefening 144

vwo Verdieping 146

Vaardigheden 2 148

Volgorde bij berekeningen 150

Tijd 151

Machten 151

Meetkunde 152

Formules, grafieken en
vergelijkingen 153**5 Kwadratische formules 154**

Voorkennis 156

5.1 Enkele haakjes wegwerken 158

5.2 Dubbele haakjes wegwerken 162

5.3 Formules met haakjes korter
schrijven 166

5.4 Kwadratische formules 170

5.5 Kwadratische vergelijkingen 174

5.6 Gemengde opdrachten 178

Samenvatting 180

Test jezelf 184

Extra oefening 186

vwo Verdieping 188

6 De stelling van Pythagoras 190

Voorkennis 192

6.1 De stelling van Pythagoras 194

6.2 Een zijde berekenen 198

6.3 De stelling toepassen 202

6.4 Pythagoras in de kubus en in
de balk 206

6.5 Pythagoras in de piramide 210

6.6 Gemengde opdrachten 214

Samenvatting 216

Test jezelf 220

Extra oefening 222

vwo Recht, scherp of stomp 224

Vaardigheden 3 226

Breuken 228

Wortels en machten 229

Vergelijkingen 230

Formules met haakjes 230

Meetkunde 231

Trefwoorden 232



Lineaire formules

1

In dit hoofdstuk

In klas 1 maakte je kennis met lineaire grafieken en leerde je hoe je een formule opstelt bij een lineaire grafiek.

In dit hoofdstuk leer je wat de eigenschappen zijn van een lineair verband en waaraan je een lineair verband kunt herkennen. Een bijzonder geval van een lineair verband is een recht evenredig verband. Ook dat komt aan bod.

Bij een lineaire formule zijn de begrippen hellingsgetal en startgetal belangrijk. Je leert hoe je deze begrippen gebruikt bij het opstellen van een lineaire formule, bijvoorbeeld bij het opstellen van een formule bij een lijn door twee gegeven punten.

In hoofdstuk 9 komen de begrippen die in dit hoofdstuk worden behandeld weer terug.

V1 Bereken.

a $-3 \times 5 =$

f $\frac{1}{4} \times 60 =$

b $6 \times -2 =$

g $\frac{1}{2} \times 8 =$

c $-2 \times -4 =$

h $\frac{1}{3} \times -12 =$

d $-5 \times 7 =$

i $-6 \times \frac{1}{2} =$

e $3 \times -8 =$

j $8 \times -\frac{1}{4} =$

Voorbeeld

Bereken $\frac{2}{3} \times 180 =$

Oplossing

 $\frac{1}{3} \times 180$ is hetzelfde als $180 : 3 = 60$. $2 \times 60 = 120$, dus $\frac{2}{3} \times 180 = 120$.V2 Een gevelreiniger berekent de kosten met de formule
 $\text{kosten} = \text{tijd} \times 40 + 45$.

Hierin is de tijd in uren en zijn de kosten in euro's.

a Schrijf de formule korter.

b Hoeveel kosten rekent de gevelreiniger als vast bedrag?

c Hoeveel euro kost het als de gevelreiniger 2 uur bezig is?

Theorie

Je laat in een formule zoals $k = 20 \times t + 25$ meestal het keerteken tussen 20 en t weg.Je schrijft $20 \times t$ dan als $20t$, maar nooit als $t20$.De formule $y = -1 \times x$ schrijf je korter als $y = -x$.

V3 Schrijf de formules korter.

a $y = 4 \times x - 11$

d $a = b \times 4 - 10$

b $y = x \times 2 - 8$

e $10 - 1 \times q = p$

c $y = 1 \times x + 1$

f $50 - 4 \times t = s$

V4 Sjaak heeft een negatief saldo op zijn bankrekening. Hij stort iedere maand hetzelfde bedrag op zijn bankrekening. In de grafiek kun je het verloop van zijn saldo zien.

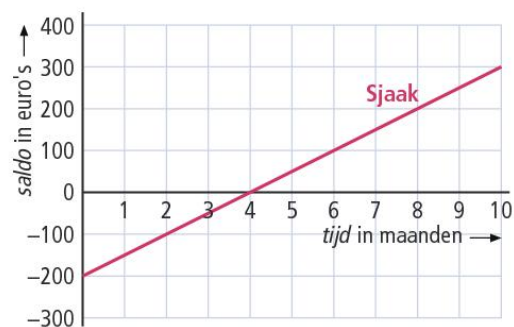
a De grafiek snijdt de verticale as in het punt $(0, -200)$. Welke betekenis hebben deze coördinaten voor Sjaak?

b Na hoeveel maanden heeft hij zijn schuld afbetaald?

c Hoeveel euro stort hij iedere maand?

d Ellen heeft een negatief saldo van 150 euro. Ze stort iedere maand 30 euro.

Teken in hetzelfde assenstelsel een grafiek bij het saldo van Ellen.



Aanpak**Hoe teken je een grafiek bij een formule?**

- 1 Maak een tabel bij de formule.
- 2 Teken een assenstelsel. De getallen uit de bovenste regel van de tabel horen bij de horizontale as. De getallen uit de onderste regel van de tabel horen bij de verticale as. Kies voor beide assen een handige stapgrootte. Gebruik eventueel een zaagtand.
- 3 Teken een grafiek bij de tabel.

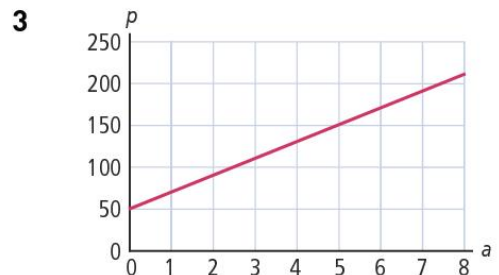
Voorbeeld

Teken een grafiek bij de formule $p = 20a + 50$.

Oplossing

1	a	0	1	2	3	4	5	6
	p	50	70	90	110	130	150	170

- 2 Langs de horizontale as komt a en langs de verticale as komt p . Langs de verticale as is een stapgrootte van 50 handig.



- V5 Voor de maandelijkse kosten van Tara's mobieltje geldt de formule $k = 0,25t + 10$.

Hierin is t de beltijd in minuten en k de kosten in euro's.

- a Hoeveel euro kost het Tara als ze in een maand 40 minuten belt?
- b Teken in een assenstelsel een grafiek bij de formule. Neem voor t de waarden 0 tot en met 200.
- c Hoe groot is de beginwaarde?

- V6 Gegeven is de formule $d = 4c + 5$.

- a Bereken d voor $c = -7$ en voor $c = 16$.
- b Voor welke waarde van c geldt $d = -35$?

- V7 Los de vergelijkingen op.

- | | |
|-----------------|-------------------|
| a $6s + 5 = 65$ | d $13k + 7 = 150$ |
| b $13 = 8 - 5l$ | e $-90 = 60 - 2m$ |
| c $5n - 5 = 40$ | f $10 = 3a + 4$ |

Voorbeeld

$$32 - 3p = 14$$

$$32 - 18 = 14 \quad \text{Leg een bordje op } 3p.$$

$$3p = 18$$

$$p = 6$$

Je leert

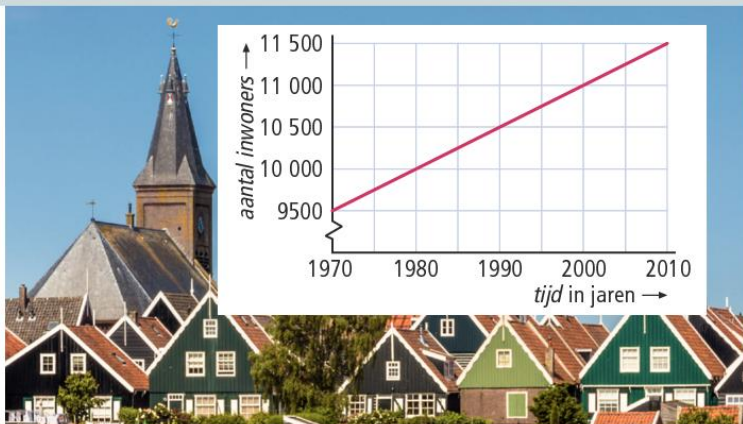
- wat een lineaire formule is
- hoe je vaststelt of bij een tabel een lineair verband hoort

Leerroutes

- ondersteunend: 1—02—3—4—5—6—07—8
- doorlopend: 1—2—3—4—5—6—7—8
- uitdagend: 1—2—3—4—5—6—7—U1

In de grafiek zie je dat de bevolking van een dorp al jarenlang heel regelmatig groeit.

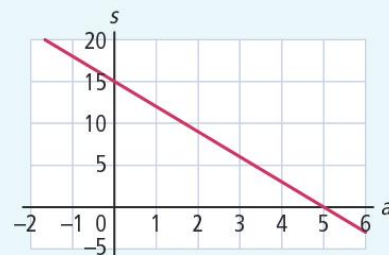
- Hoeveel inwoners komen er elk jaar in het dorp bij?
- Hoeveel inwoners zullen er in 2020 zijn als de groei zo doorgaat?



- Olaf heeft geld geleend. Elke maand betaalt hij hetzelfde bedrag terug. Met de formule $s = 165 - 15a$ kan hij zijn schuld berekenen. Hierin is a het aantal maanden en s zijn schuld in euro's.
 - Hoeveel euro heeft Olaf geleend?
 - Hoeveel euro betaalt hij elke maand terug?

Theorie

De grafiek bij de formule $s = 15 - 3a$ is een rechte lijn. De formule bij een rechte lijn heet een **lineaire formule**. Als je $a = 0$ in de formule invult, is de uitkomst 15. Het getal 15 is de beginwaarde van de formule. Het punt $(0, 15)$ is het snijpunt van de grafiek met de verticale as.



Ondersteunende route → maak opdracht 02

- Voor de lengte l in cm van een plantje na t weken geldt de formule $l = 0,5t + 6$.
 - Vul in: Bij $t = 4$ is de uitkomst $l = 0,5 \times 4 + 6$, dus $l = \dots$
 - Vul de tabel in.
 - Teken een grafiek bij de tabel.
 - Hoe groot is de beginwaarde van deze formule?
 - Is de grafiek een stijgende lijn of een dalende lijn?
 - Hoeveel stijgt of daalt de grafiek per horizontale stap van 1 week?

t	0	1	2	3	4	5	6
l	...	...	...	...	...	...	...

- 3** Een schildersbedrijf berekent een bedrag b in euro's voor een klus van u uur met de formule $b = 15u + 40$.

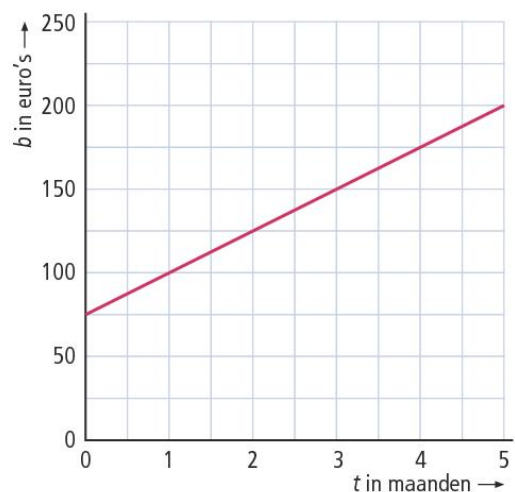
- a** Hoeveel euro rekt het bedrijf als vast bedrag?
b Hoeveel euro rekt het bedrijf per uur?
c Leg uit waarom de grafiek bij deze formule een stijgende lijn is.
d Geef van de formules aan of de bijbehorende grafiek een stijgende lijn of een dalende lijn is.

- A $b = 2u - 5$ D $b = 10 - 3u$
 B $b = -6u + 12$ E $b = u + 4$
 C $b = 25 + 2u$ F $b = -2u$

- 4** De opa van Marloes heeft een spaarrekening voor haar geopend. Hij begon met een bedrag als verjaardagscadeau en daarna stortte hij elke maand een vast bedrag.

- a** Kijk naar het snijpunt van de grafiek met de verticale as.
 Met welk bedrag is de opa van Marloes begonnen?
b Hoeveel euro stortte hij maandelijks?
c Vul de tabel in.

t in maanden	0	1	2	3	4	5
b in euro's	...	...	...	...	...	...
		+ ...	+ ...	+ ...	+ ...	+ ...



- d** Waarom staat onder de pijltjes een positief getal?
e Welke van de formules past bij het verband tussen t en b ?

- A $b = 25t - 75$ C $b = 75 - 25t$
 B $b = 75 + 25t$ D $b = 25 + 75t$

- 5** Zoek bij elke tabel uit of de toename in de onderste rij steeds hetzelfde is.

a

x	0	1	2	3
y	-3	0	3	6

c

x	1	2	3	4
y	12	10	12	10

b

x	0	1	2	3
y	2	6	10	14

d

x	1	2	3	4
y	2	4	8	16

Theorie

In de bovenste rij van de tabel staan opeenvolgende gehele getallen. In de onderste rij is de toename steeds hetzelfde. Er bestaat een **lineair verband** tussen de variabelen x en y . Als er in de onderste rij steeds dezelfde toename is, dan is de bijbehorende grafiek een stijgende lijn. Als er in de onderste rij steeds dezelfde afname is, dan is de bijbehorende grafiek een dalende lijn.

		+1	+1	+1	
x	0	1	2	3	
y	3	5	7	9	
		+2	+2	+2	

- 6 a Zoek bij de twee tabellen uit of er een lineair verband bestaat tussen de variabelen t en l .

A

t	0	1	2	3	4	5
l	25	22	19	16	13	10

B

t	0	1	2	3	4	5
l	25	20	16	13	11	10

- b Is de grafiek bij het lineaire verband een stijgende lijn of een dalende lijn?

Ondersteunende route → maak opdracht O7

- 7 Een badkuip loopt leeg. Voor de hoogte h in cm van het water na t minuten geldt de formule $h = 40 - 5t$.

- a Vul in: Bij $t = 1$ is de uitkomst $h = 40 - 5 \times 1$, dus $h = \dots$
 b Vul de tabel in en leg uit dat er sprake is van een lineair verband.
 c Met hoeveel cm per minuut daalt de hoogte van het water?
 d Na hoeveel minuten is de badkuip leeg?
 e Hoe kun je aan de formule zien dat de bijbehorende grafiek een dalende lijn is?

t	0	1	2	3	4	5
h	...	...	...	...	...	...

- 8 De tabel hoort bij een lineair verband.

- a Leg uit waarom bij $x = 3$ de uitkomst $y = 10$ hoort.
 b Met hoeveel neemt y toe als x met 1 toeneemt?
 c Welke waarde van y hoort bij $x = 0$?

x	0	1	2	3	4	5
y	...	...	8	...	12	...

Uitdagende route → maak opdracht U1

Ondersteunende opdrachten

02 Voor de lengte l in dm van een boom na t maanden geldt de formule $l = 2t + 5$.

- a** Vul in: Bij $t = 1$ is de uitkomst $l = 2 \times 1 + 5$, dus $l = \dots$
b Vul de tabel verder in.

t	0	1	2	3	4	5	6
l	5	...	...	...	...	...	...

- c** Teken een grafiek bij de tabel.
d Op welke hoogte snijdt de grafiek de verticale as?
e Hoe groot is de beginwaarde van deze formule?
f Is de grafiek een stijgende lijn of een dalende lijn?
g Hoeveel stijgt of daalt de grafiek per horizontale stap van 1 maand?

07 Evita heeft een rekening waar ze elke maand hetzelfde bedrag van af haalt. Voor het bedrag b in euro's op haar rekening na t maanden geldt de formule $b = 80 - 4t$.

- a** Vul in: Bij $t = 1$ is de uitkomst $b = 80 - 4 \times 1$, dus $b = \dots$
b Vul de tabel verder in.

t	0	1	2	3	4	5	6
b	80	...	...	...	...	...	...

- c** Hoe kun je aan de tabel zien dat er sprake is van een lineair verband?
d Hoeveel euro haalt Evita elke maand van haar rekening?
e Leg uit dat de bijbehorende grafiek een dalende lijn is.
f Hoe kun je aan de formule zien dat de bijbehorende grafiek een dalende lijn is?

Uitdagende opdrachten

U1 De twee tabellen horen bij lineaire verbanden. Stel bij de tabellen de bijbehorende formule op.

A

x	0	1	2	3	4	5	6
y	...	...	...	21	...	...	33

B

t	0	1	2	3	4	5	6
h	...	...	48	...	...	...	20

Je leert

- hoe je bij een lineair verband het hellingsgetal en het startgetal vindt
- hoe je bij een formule vaststelt of er een stijgende, dalende, horizontale of verticale lijn bij hoort

Leerroutes

- ondersteunend: 9—10—011—12—013—14—15—16
- doorlopend: 9—10—11—12—13—14—15—16
- uitdagend: 9—11—12—13—14—16—U2—U3

Lisette verkoopt bekertjes limonade tijdens Koningsdag. Als ze 20 bekertjes verkoopt, maakt ze 8 euro winst. Als ze 40 bekertjes verkoopt, maakt ze 18 euro winst.

- Hoeveel euro winst maakt Lisette als ze één bekertje limonade meer verkoopt?
- Hoeveel euro verlies maakt Lisette als ze 0 bekertjes verkoopt? Hoe kan dat?



9 Gegeven is de formule $w = 3a - 1$.

- Ga na dat bij $a = 2$ de uitkomst $w = 5$ hoort.
- Vul de tabel verder in.

a	0	1	2	3	4	5	6
w	...	...	5	...	...	...	...

- Teken een grafiek bij de tabel.
- Hoeveel neemt w toe als a met 1 toeneemt?
- Welk getal in de formule is hetzelfde als het getal waar de grafiek de verticale as snijdt?

Theorie

In de bovenste rij van de tabel in het voorbeeld staan opeenvolgende gehele getallen. In de onderste rij is de toename steeds hetzelfde. De vaste toename in de tabel bij een stap van 1 noem je het **hellingsgetal**. Het getal in de tabel onder de waarde 0 noem je het **startgetal**.

In de lineaire formule $y = 2x - 10$ is het hellingsgetal het getal voor de variabele x . Het andere getal in de formule, het getal zonder variabele, is het startgetal. Dat getal geeft aan waar de grafiek de verticale as snijdt.

De formule $y = ax + b$ is de algemene vorm van een lineaire formule, waarbij a het hellingsgetal en b het startgetal is.

Voorbeeld

		+1	+1	+1
x	-1	0	1	2
y	-12	-10	-8	-6
		+2	+2	+2

Het hellingsgetal is 2 en het startgetal is -10 .

De formule hierbij is $y = 2x - 10$.

10 Gegeven is de lineaire formule $y = 1 - 3x$.

a Vul het blaadje verder in.

b Vul de tabel in.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	...	...	...	...	...	...	...

c Schrijf het hellingsgetal en het startgetal op van de formule.

d Teken een grafiek bij de tabel.

e Hoe zie je aan het hellingsgetal dat de grafiek een dalende lijn is?

	Bij $x = -2$ is de uitkomst
	$y = 1 - 3 \times -2$
	$y = 1 + \dots$
	$y = \dots$

Ondersteunende route → maak opdracht 011

11 Schrijf het hellingsgetal en het startgetal op van de formules.

a $y = 15x + 34$

c $q = -5 + 3p$

b $y = 3 - 2x$

d $q = -6 + p$

12 De tabel hoort bij de grafiek hiernaast.

a Vul de tabel verder in.

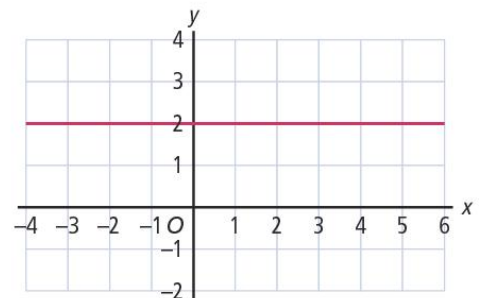
x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	2	2	...	...	...	...	...

b Leg uit dat het hellingsgetal 0 is.

c Schrijf het startgetal op.

d Jip zegt: 'Bij deze grafiek hoort de formule $y = 2 + 0 \times x$.'

Ben je het met Jip eens?



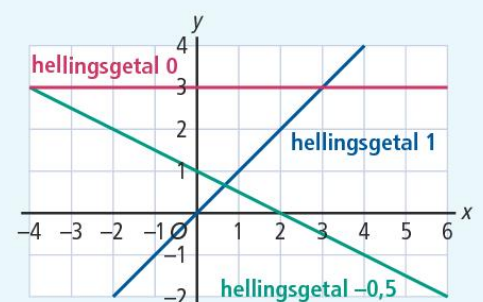
Theorie

Als in de lineaire formule $y = ax + b$ het hellingsgetal positief is, dan is de grafiek een **stijgende lijn**.

Is het hellingsgetal negatief, dan is de grafiek een **dalende lijn**.

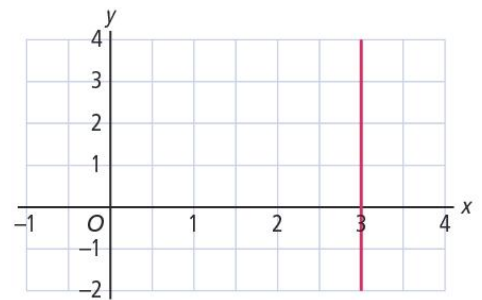
Is het hellingsgetal gelijk aan 0, dan is de grafiek een **horizontale lijn**.

Bij de horizontale lijn hiernaast hoort de formule $y = 3$.



Ondersteunende route → maak opdracht 013

- 13** Gegeven zijn de vier formules A $y = 50 - 30x$, B $y = 8$, C $y = -2 + x$ en D $y = x^2 + x$.
- Welke van de formules zijn lineair?
 - Welke lineaire formule heeft het hellingsgetal 1? En welke lineaire formule heeft het hellingsgetal 0?
 - Ga bij elke lineaire formule na of de bijbehorende grafiek een stijgende, dalende of horizontale lijn is.
- 14** In het assenstelsel is een verticale lijn door het punt $(3, 0)$ getekend.
- Welke van de punten $(3, 1)$, $(3, 2)$, $(3, -1)$, $(0, 3)$, $(3, 10)$, $(10, 3)$ en $(3, \frac{5}{6})$ liggen op de verticale lijn?
 - Vul in: Van elk punt op de lijn is de x -coördinaat gelijk aan ...
 - Leg uit dat bij de lijn geen hellingsgetal en geen startgetal horen.
 - Welke van de formules $y = x + 3$, $y = 3$, $x = 3$ of $y = 3x$ past bij de lijn?



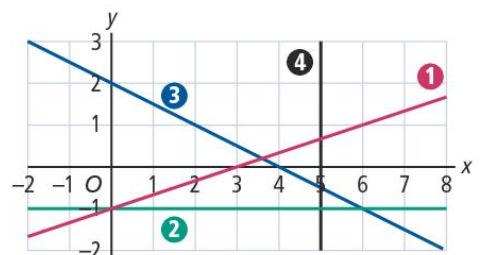
Theorie

Een **verticale lijn** heeft geen hellingsgetal en geen startgetal. Bij een verticale lijn hoort geen lineaire formule. Bij de verticale lijn van opdracht 14 hoort de formule $x = 3$.

- 15** Teken in één assenstelsel bij elk van de formules een grafiek.
- $x = 2$
 - $x = -5$
 - $y = 4$
 - $y = -3$

- 16** Zoek uit welke formule bij welke grafiek hoort.

- $y = -\frac{1}{2}x + 2$
- $x = 5$
- $y = \frac{1}{3}x - 1$
- $y = -1$



Uitdagende route → maak opdracht U2 en U3

Ondersteunende opdrachten

- 011**
- Vul de tabel verder in bij de formule $y = 6 - 2x$.
 - Hoe kun je het hellingsgetal en het startgetal uit de tabel aflezen?
 - Schrijf het hellingsgetal en het startgetal op.

x	0	1	2	3	4
y	6	...	...	...	...

Schrijf het hellingsgetal en het startgetal op van de formules.

d $y = 5x + 3$ **f** $b = 2a - 4$

e $y = -3x + 5$ **g** $b = 14 - a$

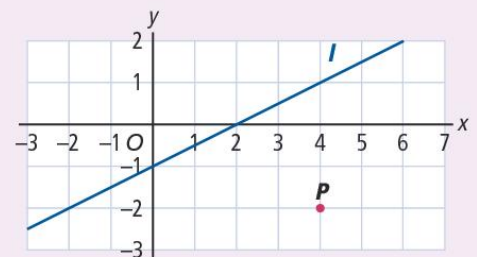
- 013** Gegeven zijn de vier formules A $y = -4x + x^2$, B $y = x + 3$, C $y = 2 + 3x$ en D $y = -2$.

- Leg uit waarom formule A geen lineaire formule is.
- Van formule B is het hellingsgetal 1.
Schrijf van de formules C en D het hellingsgetal op.
- Vul de tabel voor formule C in.
- Teken een grafiek de tabel.
- Hoe kun je aan het hellingsgetal van formule C zien dat de grafiek een stijgende lijn is?
- Ga bij de andere lineaire formules na of de bijbehorende grafiek een stijgende, dalende of horizontale lijn is.

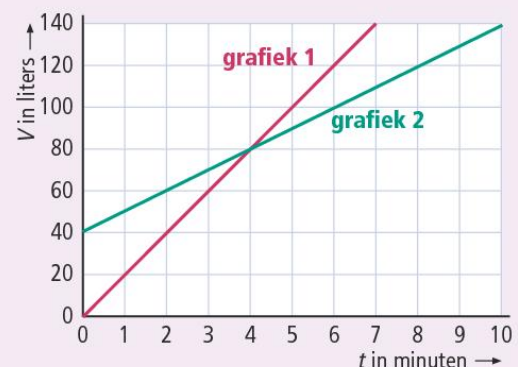
x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	...	...	...	...	...	...	...

Uitdagende opdrachten

- U2** De grafiek van lijn m loopt evenwijdig aan lijn l en gaat door het punt $P(4, -2)$.
W Teken lijn m en stel een formule op bij lijn m .



- U3** Twee badkuipen worden gevuld met water. Op het moment dat de kranen opengedraaid worden, zit er in badkuip A al water. Badkuip B is dan nog leeg. In beide badkuipen kan maximaal 200 liter water. In de grafieken kun je aflezen hoeveel liter water er op een bepaald moment in de badkuipen zit.
- Welke grafiek hoort bij badkuip A?
Hoe weet je dat?
 - Geef een formule voor grafiek 1.
 - Geef ook een formule voor grafiek 2.
 - Na hoeveel minuten is badkuip A vol? En badkuip B?



Je leert • hoe je een formule opstelt bij een lijn die het verband geeft tussen x en y

Leerroutes • ondersteunend: 17—18—019—20—021—22
 • doorlopend: 17—18—19—20—21—22
 • uitdagend: 18—19—21—22—U4—U5

Een brandende kaars werd elk uur hetzelfde aantal cm korter. Na 2 uur branden was de kaars 45 cm en na 5 uur branden was de kaars nog 33 cm lang.

- Hoe lang was de kaars voordat hij werd aangestoken?

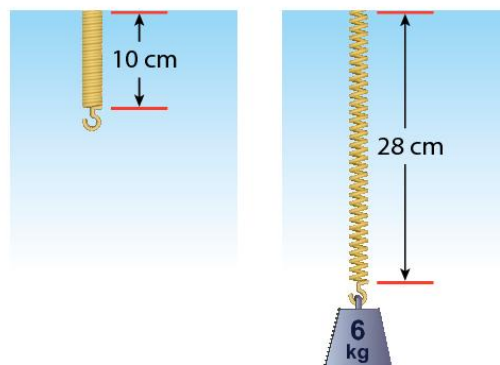


17 De lengte van een veer neemt bij elke kg die aan de veer gehangen wordt met evenveel cm toe. De veer zonder een gewicht er aan is 10 cm lang.

- Hoeveel cm neemt de lengte van de veer toe als er 6 kg aan gehangen wordt?
- En met hoeveel cm neemt de lengte van de veer toe als er 1 kg aan gehangen wordt?
- Vul de tabel verder in.

gewicht in kg	0	1	2	3	4	5	6
lengte in cm	10	...	...	...	...	...	28

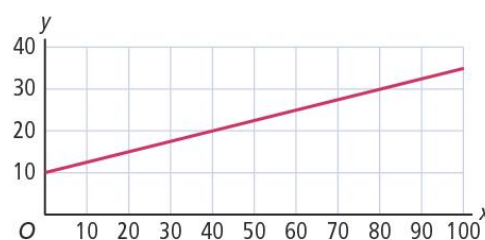
- Schrijf het hellingsgetal en het startgetal op.
- De formule voor het verband tussen het gewicht g in kg en de lengte l in cm heeft de vorm $l = \dots g + \dots$. Vul de formule verder in.



18 **a** In de grafiek kun je enkele waarden goed aflezen. Vul deze waarden in de tabel in.

x	0	40	80
y	...	...	...

- Ga na dat y met 10 toeneemt als x met 40 toeneemt.
- En met hoeveel neemt y toe als x met 1 toeneemt?
- Hoe groot is dus het hellingsgetal?
- Lees het startgetal af.
- Stel een formule op bij de grafiek.



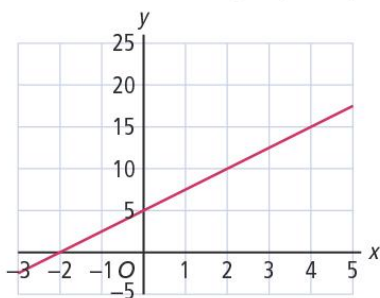
Aanpak

Hoe stel je een formule op bij een lijn die het verband geeft tussen x en y ?

- 1 Maak een tabel met waarden die je goed kunt aflezen.
- 2 Vind het hellingsgetal door uit te rekenen met hoeveel y toeneemt als x met 1 toeneemt.
- 3 Vind het startgetal door na te gaan welke waarde van y bij $x = 0$ hoort.
- 4 Vul het hellingsgetal en het startgetal in de formule $y = ax + b$ in.

Voorbeeld

Stel een formule op bij de lijn.

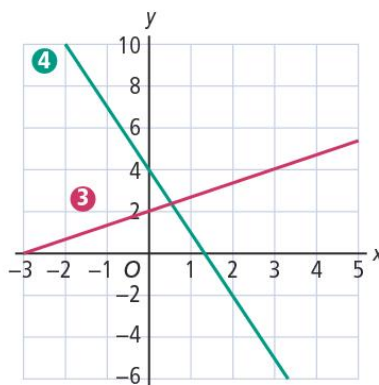
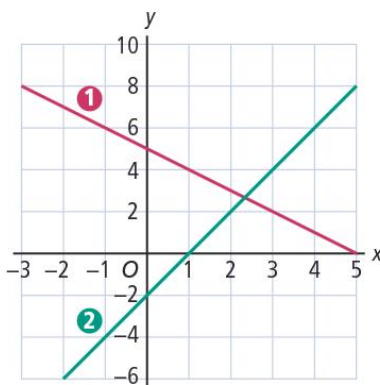
**Oplossing**

1	x	-2	0	2	4
	y	0	5	10	15

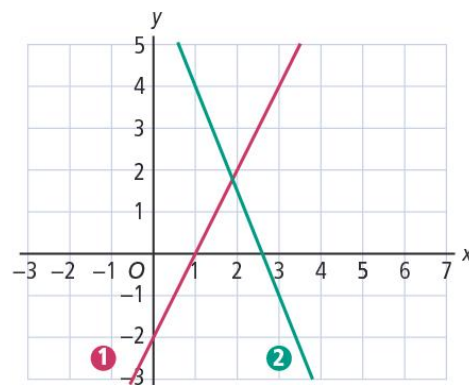
- 2 Als x met 2 toeneemt, dan neemt y met 5 toe.
Het hellingsgetal is $5 : 2 = 2\frac{1}{2}$.
- 3 Het startgetal is 5.
- 4 De formule is $y = 2\frac{1}{2}x + 5$.

Ondersteunende route → maak opdracht 019

- 19 Stel bij elke lijn hieronder de bijbehorende formule op.



- 20**
- a Grafiek 1 gaat door de punten $(0, -2)$ en $(3, 4)$.
Hoe groot is het hellingsgetal?
 - b Stel een formule op bij grafiek 1.
 - c Grafiek 2 gaat door de punten $(1, 4)$ en $(3, -1)$.
Leg uit dat het hellingsgetal van grafiek 2 gelijk is aan $-2\frac{1}{2}$.
 - d Vul de tabel bij grafiek 2 verder in.
- | | | | | | | |
|-----|-----|-----|---|-----|----|-----|
| x | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | ... | ... | 4 | ... | -1 | ... |
- e Hoe groot is het startgetal bij grafiek 2?
 - f Stel een formule op bij grafiek 2.



Ondersteunende route → maak opdracht O21

- 21**
- a Waarom hoort bij tabel A een lineaire formule?
 - b Stel een formule op bij tabel A.
 - c Ga na dat bij tabel B een lineaire formule hoort.
 - d Leg uit dat bij tabel B het startgetal 2 hoort.
 - e Stel een formule op bij tabel B.
 - f Ga na of bij tabel C een lineaire formule hoort.
 - g Marieke denk dat bij tabel C het hellingsgetal 3 is.
Welke fout maakt ze?
 - h Stel een formule op bij tabel C.

A

x	0	1	2	3
y	7	10	13	16

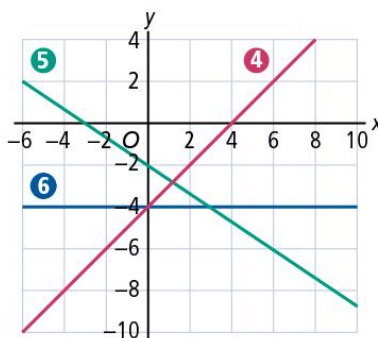
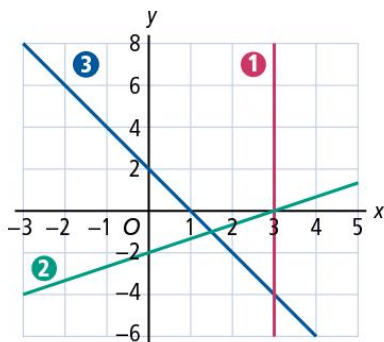
B

p	6	7	8	9
q	14	16	18	20

C

t	2	4	6	8
h	5	8	11	14

- 22** Stel bij elke grafiek hieronder de bijbehorende formule op.



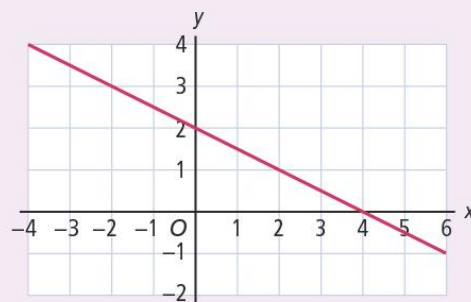
Uitdagende route → maak opdracht U4 en U5

Ondersteunende opdrachten

- 019** a Bij de lijn kun je enkele waarden goed aflezen.
Vul deze waarden in de tabel in.

x	-4	-2	0	2	4	6
y	4	...	...	...	...	...

- b Met hoeveel verandert de waarde van y als x met 1 toeneemt?
c Hoe groot is het hellingsgetal?
d Lees het startgetal af.
e De formule bij de lijn heeft de vorm $y = \dots x + \dots$.
Stel de formule bij de lijn op.



- 021** a Tabel A hoort bij een lineaire formule.
Met hoeveel neemt y toe als x met 1 toeneemt?
b Zoek uit welke waarde van y bij $x = 0$ hoort.
c Stel een lineaire formule op bij tabel A.
d Ga na dat bij tabel B een lineaire formule hoort.
e Welk hellingsgetal hoort bij tabel B?
f Ga na dat bij tabel B het startgetal 8 hoort.
g Stel een formule op bij tabel B.
h Leg uit waarom er bij tabel C geen lineaire formule hoort.

A

x	2	3	4	5
y	3	5	7	9

B

p	4	5	6	7
q	24	28	32	36

C

t	1	3	5	9
l	4	7	10	13

Uitdagende opdrachten

- U4** a Stel een formule op bij de lijn l door de punten
(0, 4) en (1, 7).
b Stel een formule op bij de lijn m door de punten
(2, 8) en (5, 14).

- U5** Een band huurt een zaal voor een concert. Alle kaartjes
die verkocht worden zijn even duur. Als er 400 kaartjes
verkocht worden, maakt de band € 1.500,- winst.
Bij 500 verkochte kaartjes is de winst € 3.000,-.

- a Met hoeveel euro neemt de winst toe als er
100 kaartjes meer verkocht worden?
b Hoeveel moet de band betalen voor de zaalhuur?
c Stel een formule op voor de winst w in euro's als er
 k kaartjes verkocht worden.



Je leert · hoe je vaststelt of er tussen twee variabelen een recht evenredig verband bestaat

Leerroutes · ondersteunend: 23—24—25—26—27—028—29—30
 · doorlopend: 23—24—25—26—27—28—29—30
 · uitdagend: 23—24—27—28—29—30—U6—U7

Sneltax berekent de prijs voor een ritje met de formule $p = 2a + 3$. Hierin is p de prijs in euro's en a de afstand in km.

Taxidirect gebruikt de formule $p = 3a$.

Rob en Wim nemen bij hetzelfde bedrijf een taxi. De rit van Rob is vier keer zo lang als die van Wim en Rob moet ook vier keer zoveel betalen.

- Bij welk bedrijf nemen ze een taxi?



23 Een ijsverkoper gebruikt de formule $w = 0,3a$. Hierin is a het aantal verkochte ijsjes en w de winst in euro's.

- Is de formule een lineaire formule? Zo ja, schrijf het hellingsgetal en het startgetal op.
- Vul de tabel verder in.
- Als de ijsverkoper twee keer zoveel ijs verkoopt, maakt hij dan ook twee keer zoveel winst? Licht je antwoord toe.
- Teken een grafiek bij de tabel.
- Gaat de grafiek door de oorsprong?

a	0	20	40	60	80	100
w	0	...	...	...	...	...

24 Een andere ijsverkoper gebruikt de formule $w = 0,6a - 15$.

- Schrijf het hellingsgetal en het startgetal op.
- Vul de tabel verder in.
- Als deze ijsverkoper twee keer zoveel ijs verkoopt, maakt hij dan ook twee keer zoveel winst? Licht je antwoord toe.
- Teken een grafiek bij de tabel.
- Gaat de grafiek door de oorsprong?

a	0	20	40	60	80	100
w	-15	...	...	...	...	...

25 Gegeven is de formule $y = 1,5x$.

- Geef het hellingsgetal en het startgetal van de formule.
- Bereken y als $x = 100$.
- Wat gebeurt er met de waarde van y als de waarde van x vier keer zo groot wordt?
- Leg uit dat de grafiek bij de formule door de oorsprong gaat.

Theorie

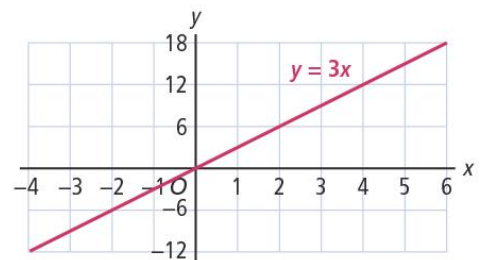
In het voorbeeld zie je een tabel bij de formule $y = 3x$. In de tabel zie je dat als bijvoorbeeld de waarde van x twee keer zo groot wordt, dat dan de waarde van y ook twee keer zo groot wordt. Je noemt de variabelen x en y dan **recht evenredig**.

De grafiek van een recht evenredig verband is een rechte lijn die door de oorsprong gaat. Een recht evenredig verband is een bijzonder lineair verband.

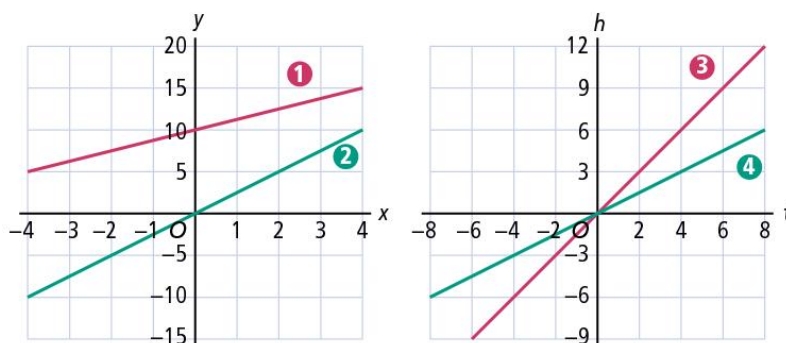
De algemene formule bij een recht evenredig verband is $y = ax$. Dit is een lineaire formule met startgetal 0.

Voorbeeld

x	0	1	2	3	4	5
y	0	3	6	9	12	15



- 26** Gegeven zijn de formules A $y = 4x$ en B $y = 4x + 2$.
- Als bij formule A de waarde van x drie keer zo groot wordt, dan wordt de waarde van y ook drie keer zo groot.
Ga dit na door $x = 2$ en $x = 6$ in te vullen.
 - Doe hetzelfde bij formule B en ga na dat de waarde van y dan niet drie keer zo groot wordt.
 - Leg uit waarom de grafiek bij formule B niet door de oorsprong gaat.
 - Is formule A een lineaire formule? En formule B?
 - Welke formule hoort bij een recht evenredig verband?
- 27** **a** Waaraan kun je zien dat grafiek 1 niet bij een recht evenredig verband hoort?



- Stel een formule op bij grafiek 1.
- Vul in: Bij grafiek 2 hoort de formule $y = \dots x$.
- Ga na dat bij grafiek 3 het hellingsgetal $1\frac{1}{2}$ is.
- Vul in: Bij grafiek 3 hoort de formule $h = \dots t$.
- Stel ook bij grafiek 4 een formule op.

Ondersteunende route → maak opdracht 028

- 28 a** Ga na bij welke van de vier tabellen een lineaire formule hoort en stel in dat geval een formule op.

A

x	0	1	2	3
y	1	3	5	7

C

x	0	10	20	30
y	0	5	10	15

B

x	1	2	3	4
y	1	2	4	8

D

x	2	3	6	8
y	3	6	9	12

- b** Bij welke van de tabellen zijn de variabelen x en y recht evenredig?

- 29** De tabel hoort bij een recht evenredig verband.

p	0	1	2	3	4
q	...	...	16	...	32

- a** Waarom moet er in de tabel onder de 0 ook een 0 staan?
b Vul de tabel verder in.
c Stel een formule op bij de tabel.

- 30** David koopt in Engeland een T-shirt voor 8 Engelse ponden.

- a** Zoek in de tabel op hoeveel euro één Engelse pond waard is.
b Bereken hoeveel euro's het T-shirt kost.
c De formule om vreemde valuta om te rekenen in euro's is $E = k \times V$. Hierin is V het bedrag in vreemde valuta, k de koers en E het bedrag in euro's.
 Leg uit dat de formule voor Engelse ponden $E = 1,08 \times V$ wordt.
d Leg uit dat de variabelen E en V recht evenredig zijn.
e Tijs koopt bij de bank 100 Engelse ponden. De bank berekent extra kosten en werkt met de formule $B = 1,08 \times V + 2,50$. Hierin is B het te betalen bedrag in euro's en V het bedrag in vreemde valuta.
 Leg uit dat in deze formule de variabelen B en V niet recht evenredig zijn.
f Hoeveel euro's moet Tijs in totaal betalen?

Waarde vreemde valuta in euro's

2 augustus 2016	koers
Amerikaanse dollar	0,81
Australische dollar	0,61
Canadese dollar	0,62
Engelse pond	1,08
Japanse yen (100)	0,08
Nieuw-Zeelandse dollar	0,58
Zwitserse frank	0,84

Uitdagende route → maak opdracht U6 en U7

Ondersteunende opdrachten

028 Gegeven zijn vier tabellen.

A

x	1	2	3	4
y	4	8	12	16

B

x	0	1	2	3
y	0	1	4	9

C

x	2	3	4	5
y	7	11	13	17

D

x	2	4	6	8
y	3	12	18	24

- Leg uit waarom bij tabel A een recht evenredig verband hoort.
- Stel een lineaire formule op bij tabel A.
- Leg uit waarom bij tabel B geen lineair verband hoort.
- Ga na dat bij tabel C en bij tabel D een lineair verband hoort en stel de bijbehorende formules op.
- Waarom is in tabel D het verband tussen de variabelen x en y recht evenredig?

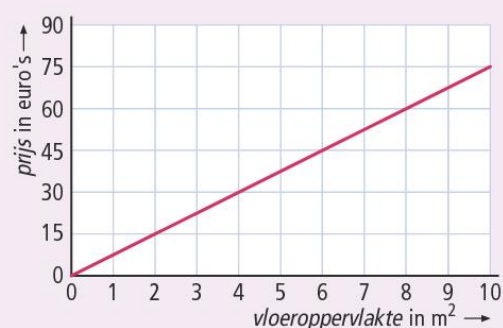
Uitdagende opdrachten

U6 Een rechte lijn gaat door de punten (4, 6) en (8, 12).

- Leg uit dat de rechte lijn de grafiek is van een recht evenredig verband.
- Stel een formule op bij dit verband.

U7 De keukenvloer van de familie Klaver wordt opnieuw betegeld. De oppervlakte van de vloer is 15 m^2 . In de grafiek kun je aflezen hoeveel de tegels kosten bij een bepaalde vloeroppervlakte.

- Stel een formule op waarmee je de prijs p in euro's bij een vloeroppervlakte van $v \text{ m}^2$ kunt berekenen.
- Familie Klaver laat de tegels bezorgen. Het laten bezorgen van de vloertegels kost 25 euro extra. Zijn dan de variabelen p en v recht evenredig? Leg uit.



Je leert · hoe je een formule opstelt bij de lijn door twee gegeven punten

Leerroutes · ondersteunend: 31—32—33—34—035—036—037
 · doorlopend: 31—32—33—34—35—36—37
 · uitdagend: 32—33—34—35—36—37—U8

In de bergsport gebruikt men de regel dat elke honderd meter die je hoger komt de temperatuur met een halve graad daalt. Op een dag is de temperatuur gedaald tot 3°C nadat een groep wandelaars 800 meter heeft geklommen.

- Wat was die dag de temperatuur op de hoogte waar de groep wandelaars begon?



31 Bij de grafiek hoort de onderstaande tabel.

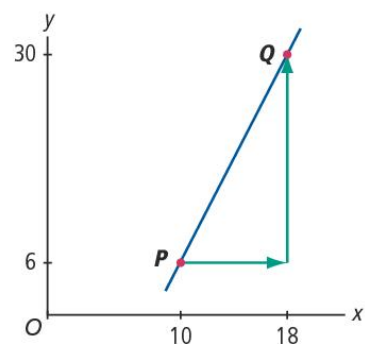
x	0	1	2	3	4	5
y	...	...	18	12	6	0

- Welk hellingsgetal hoort bij de grafiek?
- Vul de tabel verder in.
- Welk startgetal hoort bij de grafiek?
- Stel een lineaire formule op bij de grafiek.



32 Hiernaast zie je een schets van een assenstelsel met de lijn door de punten $P(10, 6)$ en $Q(18, 30)$.

- Vul in: Tussen deze punten is de toename van de x -coördinaat ... - ... = 8.
- Leg uit dat tussen deze punten de toename van de y -coördinaat 24 is.
- Laat zien dat het hellingsgetal van de lijn gelijk is aan 3.
- Leg uit dat bij de lijn de formule $y = 3x + b$ hoort.
- Het punt $P(10, 6)$ ligt op de lijn.
Leg uit waarom geldt dat $6 = 3 \times 10 + b$.
- Met de vergelijking van opdracht e kun je de waarde van het startgetal b berekenen.
Welke waarde heeft het startgetal b ?
- Schrijf de lineaire formule op van de lijn.



- 33**
- Maak een schets van een assenstelsel met de lijn door de punten $A(4, 28)$ en $B(14, 8)$.
 - Leg uit dat tussen deze punten de toename van de x -coördinaat 10 is.
 - Vul in: Tussen deze punten is de toename van de y -coördinaat $\dots - \dots = -20$.
 - Bereken het hellingsgetal van de lijn.
 - Vul in de formule $y = ax + b$ het hellingsgetal in.
 - Van het punt $B(14, 8)$ is de x -coördinaat 14 en de y -coördinaat 8.
Vul deze coördinaten in de formule van opdracht e in en laat zien dat het startgetal 36 is.
 - Schrijf de lineaire formule op van de lijn.

Aanpak

Hoe stel je een formule op bij de lijn door twee gegeven punten?

- Maak een schets van een assenstelsel met de lijn door de gegeven punten.
- Bereken met behulp van die schets het hellingsgetal.

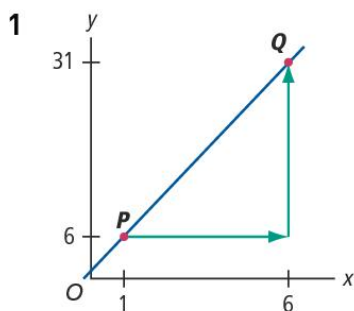
$$\text{hellingsgetal} = \frac{\text{toename tweede coördinaat}}{\text{toename eerste coördinaat}}$$

- Vul in de algemene formule het hellingsgetal in.
- Vul in die formule de coördinaten van één van de gegeven punten in en bereken het startgetal.
- Schrijf de formule van de lijn op.

Voorbeeld

Stel een formule op voor de lijn door de punten $P(1, 6)$ en $Q(6, 31)$.

Oplossing



- 2** De toename van de x -coördinaat is $6 - 1 = 5$.
De toename van de y -coördinaat is $31 - 6 = 25$.
Het hellingsgetal is $\frac{25}{5} = 5$.

3 $y = 5x + b$

- 4** De x -coördinaat van punt Q is 6 en de y -coördinaat van punt Q is 31, dus $x = 6$ en $y = 31$ invullen geeft
 $31 = 5 \times 6 + b$
 $31 = 30 + b$
 $b = 1$

- 5** De formule is $y = 5x + 1$.

- 34** In stap 4 in het voorbeeld onderaan de vorige bladzijde is het startgetal berekend door de coördinaten van het punt Q in te vullen.
Ga na dat je hetzelfde startgetal vindt als je de coördinaten van het punt P invult.

Ondersteunende route → maak opdracht 035

- 35** a Stel een formule op bij de lijn door de punten (2, 2) en (5, 11).
b Stel ook een formule op bij de lijn door de punten (3, 1) en (9, 25).

Ondersteunende route → maak opdracht 036

- 36** a Maak een schets van een assenstelsel met de lijn m door de punten (3, 9) en (8, -21).
b Vul het blaadje verder in.
c Stel een formule op bij lijn m .
d Stel een formule op bij lijn n door de oorsprong en het punt (6, -18).

De toename van de x -coördinaat is $8 - \dots = \dots$
De toename van de y -coördinaat is $\dots - \dots = -30$.
Het hellingsgetal is $\frac{-30}{\dots} = \dots$

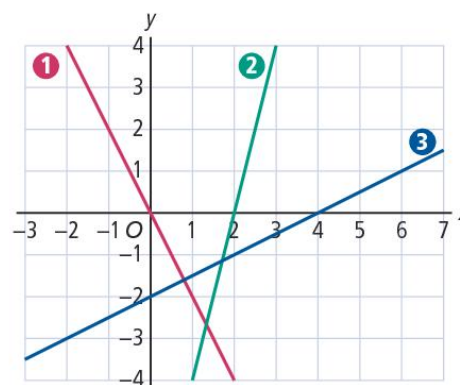
Je kunt in verschillende situaties een formule opstellen.

- > Bij een tabel van een lineair verband.
- > Bij een gegeven lijn.
- > Bij een lijn waarvan twee punten gegeven zijn.

Ondersteunende route → maak opdracht 037

- 37** a Bij welke van de drie grafieken zijn x en y recht evenredig?
b Stel een formule op bij grafiek 1.
c Stel ook formules op bij grafiek 2 en bij grafiek 3.

Uitdagende route → maak opdracht U8



Ondersteunende opdrachten

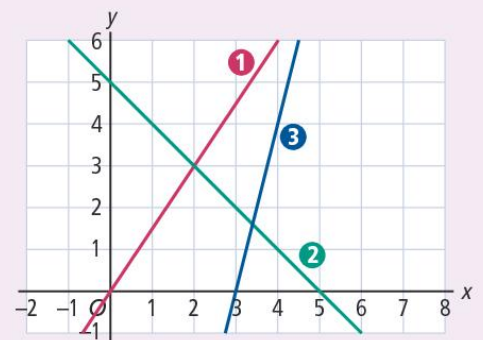
- 035**
- Maak een schets van een assenstelsel met de lijn door de punten $D(3, 9)$ en $E(5, 13)$.
 - Vul het blaadje in en ga na dat het hellingsgetal 2 is.
 - Van het punt D is de x -coördinaat 3 en de y -coördinaat 9.
Vul het hellingsgetal en deze coördinaten in de algemene formule $y = ax + b$ in en laat zien dat het startgetal 3 is.
 - Schrijf de formule bij de lijn op.
 - Stel ook een formule op bij de lijn door de punten $F(4, 7)$ en $G(9, 27)$.

De toename van de x -coördinaat	is $5 - \dots = 2$.
De toename van de y -coördinaat	is $\dots - \dots = \dots$
Het hellingsgetal is $\frac{\dots}{\dots} = \dots$	

- 036**
- Maak een schets van een assenstelsel met de lijn door de punten $H(2, 4)$ en $I(6, 2)$.
 - Vul het blaadje in en ga na dat het hellingsgetal $-\frac{1}{2}$ is.
 - Laat zien dat het startgetal 5 is.
 - Schrijf de formule bij de lijn op.
 - Stel ook een formule op bij de lijn door de punten $J(2, 8)$ en $K(7, -2)$.

De toename van de x -coördinaat	is $6 - \dots = \dots$
De toename van de y -coördinaat	is $\dots - \dots = -2$.
Het hellingsgetal is $\frac{-2}{\dots} = \dots$	

- 037**
- Hoe kun je aan grafiek 1 zien dat x en y recht evenredig zijn?
 - Bereken van grafiek 1 het hellingsgetal en stel de bijbehorende formule op.
 - Stel een formule op bij grafiek 2.
 - Van grafiek 3 kun je de coördinaten van twee roosterpunten aflezen.
Schrijf de coördinaten van die twee roosterpunten op.
 - Ga na dat van grafiek 3 het hellingsgetal 4 is.
 - Gebruik de coördinaten van één van de punten uit opdracht d om een formule bij grafiek 3 op te stellen.



Uitdagende opdrachten

- U8**
- Bij lijn k hoort deze tabel.

x	4	7	10	13	16
y	20	14	8	2	-4

Stel een formule op bij lijn k .
 - Lijn l loopt evenwijdig aan lijn k . Het punt $S(5, 12)$ ligt op lijn l .
Stel een formule op bij lijn l .
 - Stel een formule op bij de lijn m door de punten $(-5, -4)$ en $(10, -4)$.

- 38** Een auto heeft een lekke band en er moet een wiel verwisseld worden. Dat doe je met een krik die onder de auto wordt geschoven. De hoogte van de krik hangt af van het aantal keren dat de zwengel van de krik rondgedraaid wordt. De krik is na vijf keer draaien 8 cm hoog en na tien keer draaien 14 cm hoog.



- Leg uit dat bij deze situatie geen recht evenredig verband hoort.
- Hoeveel centimeter neemt de hoogte van de krik toe na één keer draaien?
- De formule die hoort bij de hoogte van de krik is van de vorm $h = \dots + \dots a$.
Hierin is h de hoogte van de krik in cm en a het aantal keer draaien.
Vul de formule verder in.
- De krik moet 26 cm hoog worden om het wiel te kunnen verwisselen.
Hoeveel keer moet er gedraaid worden?

- 39** a Ga bij de tabellen na of er een lineair verband bij hoort.

A

x	0	1	2	3
y	8	3	-2	-2

C

x	5	6	7	8
y	35	42	49	56

B

x	-2	0	2	4
y	5	7	9	11

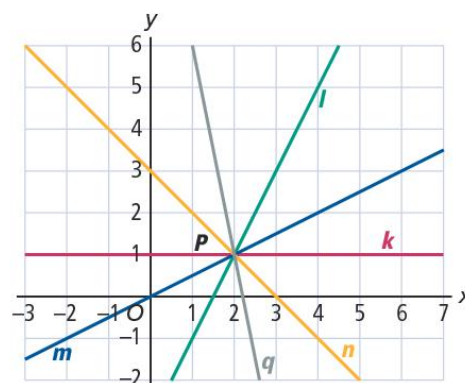
D

x	5	6	7	8
y	7	17	27	47

- Stel bij elke tabel waar een lineair verband bij hoort een formule op.
- Bij welke van de tabellen zijn de variabelen x en y recht evenredig?

- 40** In een assenstelsel zijn vijf lijnen getekend door het punt $P(2, 1)$.

- Stel een formule op bij de horizontale lijn k door punt P .
- Lijn l gaat behalve door punt P ook door het punt $(4, 5)$.
Stel een formule op bij lijn l .
- Stel een formule op bij elk van de lijnen m , n en q .
- Bij welke lijn is het verband tussen x en y recht evenredig?
- Door punt P kun je ook nog een verticale lijn tekenen.
Welke formule hoort bij die verticale lijn?



- 41**
- a** Stel een formule op bij de lijn k door de punten $A(5, -6)$ en $B(8, 9)$.
 - b** Stel een formule op bij de lijn l door de punten $C(3, -5)$ en $D(11, -3)$.
 - c** Geef een formule bij de verticale lijn m door het punt $E(2, 7)$.
 - d** Geef een formule bij de horizontale lijn n door het punt $F(3, 10)$.
- 42**
- a** Welke formules op het blaadje horen bij een recht evenredig verband?
 - b** Geef van de lineaire formules het hellingsgetal en het startgetal.
 - c** Bij welke formules is de bijbehorende grafiek dalend?
 - d** Bij welke formule hoort een verticale lijn?

- A** $y = 4 - 2x$
- B** $y = x + 6$
- C** $x = 6$
- D** $y = 4x$
- E** $y = -4$

- 43** De tabellen horen bij lineaire verbanden. Stel bij elke tabel een formule op.

a

x	0	1	2	3
y	7	7	7	7

b

x	3	4	5	6
y	22	15	8	1

- 44** Van een weegschaal wordt onderzocht of hij nauwkeurig weegt. In de tabel staan de resultaten van een test. In de bovenste rij staat het juiste gewicht g in kg en in de onderste rij het gewicht w in kg dat de weegschaal aangeeft.

g	10	20	30	40	50
w	10,5	20	29,5	39	48,5

- a** Waarom past er bij de tabel een lineaire formule?
- b** Bereken het hellingsgetal.
- c** Stel een formule op om te berekenen hoeveel de weegschaal aangeeft bij een bepaald gewicht.
- d** Frits staat op de weegschaal en die geeft 96 kg aan. Bereken het juiste gewicht van Frits.

Theorie

Lineaire formule

De grafiek bij de formule $w = 60 + 5a$ is een rechte lijn.
De formule bij een rechte lijn heet een lineaire formule.
Als je $a = 0$ in de formule invult, is de uitkomst 60.
Het punt $(0, 60)$ is het snijpunt van de grafiek met de verticale as.

S1 Welke van de formules zijn lineaire formules?

a $y = 16 + 5x$

c $l = 5m + m^2$

b $u = 3t$

d $s = 15d - 0,1$

Vaardigheid

Je kunt vaststellen of bij een tabel een lineair verband hoort.

In de bovenste rij van de tabel staan opeenvolgende gehele getallen. In de onderste rij is de toename steeds hetzelfde. Er bestaat een lineair verband tussen de variabelen x en y .

x	-1	0	1	2
y	6	8	10	12

Diagram showing differences: x increases by +1, y increases by +2.

S2 Ga bij de tabellen na of er een lineair verband bij hoort.

a

x	0	1	2	3	4
y	-2	0	2	0	-2

b

x	0	1	3	5	6
y	5	8	11	14	17

Vaardigheid

Je kunt bij een lineair verband het hellingsgetal en het startgetal vinden.

De vaste toename of afname in de tabel bij een stap van 1 noem je het hellingsgetal. Het getal in de tabel onder de waarde 0 noem je het startgetal.

In de lineaire formule $y = -4x + 7$ is het hellingsgetal het getal voor de variabele x . Het andere getal in de formule, het getal zonder variabele, is het startgetal. Dat getal geeft aan waar de grafiek op de verticale as begint.

Voorbeeld

x	-1	0	1	2
y	11	7	3	-1

Diagram showing differences: x increases by +1, y decreases by -4.

Het hellingsgetal is -4 en het startgetal is 7.

De formule hierbij is $y = -4x + 7$.

S3 Geef het hellingsgetal en het startgetal van de lineaire formules.

a $y = 2x - 4$

c $p = -5q - 6$

b $y = 8 - 3x$

d $a = b - 8$

Vaardigheid

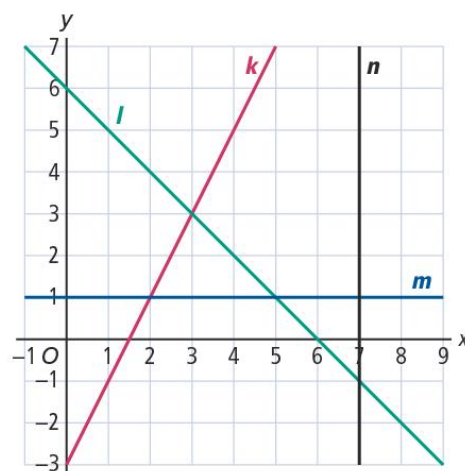
Je kunt bij een formule vaststellen of er een stijgende, dalende, horizontale of verticale lijn bij hoort.

Als in een lineaire formule het hellingsgetal positief is, dan is de grafiek een stijgende lijn. Bij de formule $y = 2x - 3$ hoort de stijgende lijn k .

Is het hellingsgetal negatief, dan is de grafiek een dalende lijn. Bij de formule $y = -x + 6$ hoort de dalende lijn l .

Is het hellingsgetal gelijk aan 0, dan is de grafiek een horizontale lijn. Bij de horizontale lijn m hoort de formule $y = 1$.

Een verticale lijn heeft geen hellingsgetal. Bij een verticale lijn hoort geen lineaire formule. Bij de verticale lijn n hoort de formule $x = 7$.



S4 Geef van de formules aan of er een stijgende, dalende, horizontale of verticale lijn bij hoort.

a $y = 5 + 3x$

c $x = 1$

b $y = -3$

d $y = -x - 7$

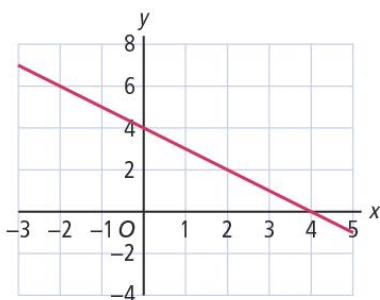
Vaardigheid

Je kunt een formule opstellen bij een lijn die het verband geeft tussen x en y .

- 1 Maak een tabel met waarden die je goed kunt aflezen.
- 2 Vind het hellingsgetal door uit te rekenen met hoeveel y toeneemt als x met 1 toeneemt.
- 3 Vind het startgetal door na te gaan welke waarde van y bij $x = 0$ hoort.
- 4 Vul het hellingsgetal en het startgetal in de formule $y = ax + b$ in.

Voorbeeld

Stel een formule op bij de lijn.

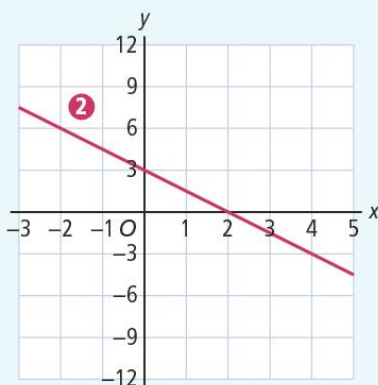
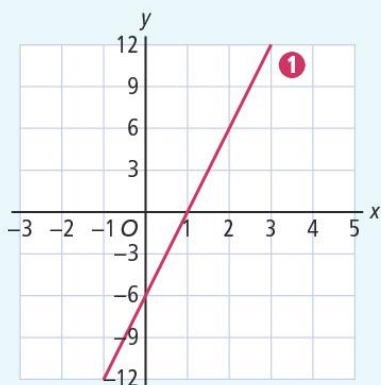


Oplossing

1	x	-2	0	2	4
	y	6	4	2	0

- Als x met 2 toeneemt, dan neemt y met 2 af.
Het hellingsgetal is $-2 : 2 = -1$.
- Het startgetal is 4.
- De formule is $y = -x + 4$.

S5 Stel bij de lijnen de bijbehorende formule op.



Vaardigheid

Je kunt van twee variabelen vaststellen of er een recht evenredig verband tussen bestaat.

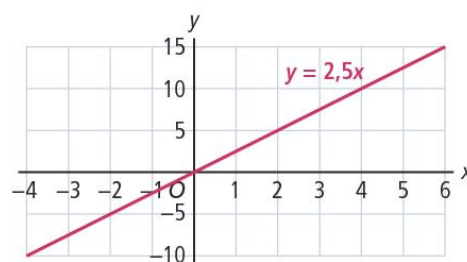
In het voorbeeld zie je een tabel die hoort bij de formule $y = 2,5x$. In de tabel zie je dat als bijvoorbeeld de waarde van x twee keer zo groot wordt, dat dan de waarde van y ook twee keer zo groot wordt. Je noemt de variabelen x en y dan recht evenredig.

De grafiek van een recht evenredig verband is een rechte lijn die door de oorsprong gaat. Een recht evenredig verband is een bijzonder lineair verband.

De algemene formule bij een recht evenredig verband is $y = ax$. Dit is een lineaire formule met startgetal 0.

Voorbeeld

x	0	1	2	3	4	5
y	0	2,5	5	7,5	10	12,5



- S6 a** Leg uit dat bij de tabel een recht evenredig verband hoort.

x	2	4	6	8	10
y	7	14	21	28	35

- b** Stel een formule op bij de tabel.

Vaardigheid

Je kunt een formule opstellen bij de lijn door twee gegeven punten.

- 1 Maak een schets van een assenstelsel met de lijn door de gegeven punten.
- 2 Bereken met behulp van die schets het hellingsgetal.

$$\text{hellingsgetal} = \frac{\text{toename tweede coördinaat}}{\text{toename eerste coördinaat}}$$

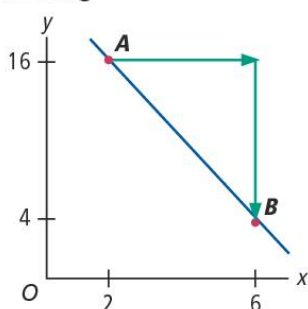
- 3 Vul in de algemene formule het hellingsgetal in.
- 4 Vul in die formule de coördinaten van één van de gegeven punten in en bereken het startgetal.
- 5 Schrijf de formule van de lijn op.

Voorbeeld

Stel een formule op voor de lijn door de punten $A(2, 16)$ en $B(6, 4)$.

Oplossing

1



2

De toename van de x -coördinaat is $6 - 2 = 4$.
De toename van de y -coördinaat is $4 - 16 = -12$.
Het hellingsgetal is $\frac{-12}{4} = -3$.

3

$$y = -3x + b$$

4

De x -coördinaat van punt B is 6 en de y -coördinaat van punt B is 4, dus $x = 6$ en $y = 4$ invullen geeft
 $4 = -3 \times 6 + b$
 $4 = -18 + b$
 $b = 22$

5

De formule is $y = -3x + 22$.

- S7 a** Stel een formule op bij de lijn door de punten $(2, 1)$ en $(16, 8)$.
- b** Stel ook een formule op bij de lijn door de punten $(4, -3)$ en $(19, 27)$.

- T1 a** Ga bij de tabellen na of er een lineair verband bij hoort.
Licht je antwoorden toe.

A

x	-1	0	1	2
y	1	4	8	11

B

x	-2	-1	0	1
y	13	8	3	-2

C

x	5	6	7	8
y	-2	1	4	7

D

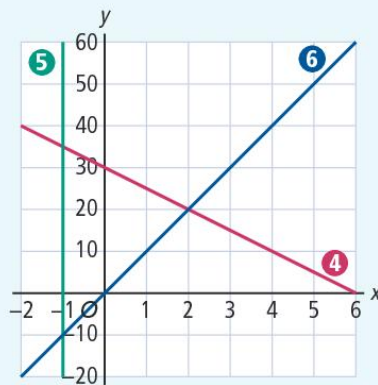
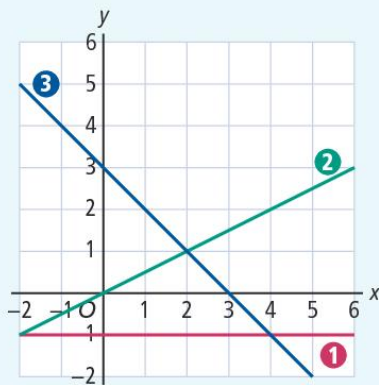
x	0	2	4	6
y	0	10	20	30

- b** Stel bij elke tabel waar een lineair verband bij hoort een formule op.
c Bij welke van de tabellen zijn de variabelen x en y recht evenredig?

- T2** Gegeven zijn de formules $y = 18 - 3x$ en $y = 3 + 2x$.

- a** Schrijf van beide formules het hellingsgetal en het startgetal op.
b Hoe kun je aan de formule $y = 18 - 3x$ zien dat de grafiek een dalende lijn is?
c Teken in één assenstelsel de grafieken bij de formules. Neem voor x de waarden -3 tot en met 7 .
d Teken in hetzelfde assenstelsel ook de grafieken bij de formules $y = 12$ en $x = 3$.
e Wat voor soort lijn hoort er bij de formule $y = 12$? En bij de formule $x = 3$?

- T3** Stel bij elk van de zes lijnen de bijbehorende formule op.



T4 Voor een taxirit betaal je een vast bedrag en een bedrag per kilometer. Een rit van 10 kilometer kost € 33,50 en een rit van 15 kilometer € 48,50.

- Hoort er bij deze situatie een recht evenredig verband? Waarom (niet)?
- Geef een formule voor de kosten van een taxirit. Neem k voor de kosten in euro's en a voor het aantal kilometers.
- Hoeveel euro kost een rit van 33 kilometer?
- Peter betaalt € 42,50 voor een rit. Hoeveel kilometer is de rit van Peter?



T5 Naomi heeft geld geleend. Hoeveel er van haar schuld s in euro's over is na een tijd van t maanden kun je berekenen met de formule $s = 13\,500 - 450t$.

- Teken een grafiek bij deze formule. Neem voor t de waarden 0 tot en met 20.
- Zijn s en t recht evenredig? Waarom (niet)?
- Na hoeveel maanden heeft Naomi het geld terugbetaald?
- Voor het bedrag b in euro's dat door Naomi is terugbetaald, geldt de formule $b = 450t$. Zijn b en t recht evenredig? Waarom (niet)?

T6 Gegeven zijn de formules A $y = x + 4$, B $y = -3x$, C $x = -2$ en D $y = 6$.

- Welke formule is geen lineaire formule?
- Geef van de lineaire formules het hellingsgetal en het startgetal.
- Ga bij elke lineaire formule na of de bijbehorende grafiek een stijgende, dalende of horizontale lijn is.
- Bij welke formule hoort een verticale lijn?

T7 Stel bij de volgende lijnen een lineaire formule op.

- Lijn k gaat door de punten (15, 1) en (20, 11).
- Lijn l door de punten (2, 7) en (5, 1).
- Bij lijn m hoort de grafiek hiernaast.
- Lijn n is een horizontale lijn door het punt $(-1, 30)$.
- Lijn q is een verticale lijn door het punt (4, 9).



Je kunt vaststellen of bij een tabel een lineair verband hoort.

- E1 Ga na bij welke van de vier tabellen een lineair verband hoort.

a

x	0	1	2	3
y	1	5	9	13

c

x	2	3	4	5
y	8	12	16	20

b

x	0	1	2	3
y	3	5	9	11

d

x	2	4	6	8
y	13	7	1	-5

Je kunt bij een lineair verband het hellingsgetal en het startgetal vinden.

- E2 Geef van elke lineaire formule het hellingsgetal en het startgetal.

a $y = 3x - 1$

c $y = 100 + 2x$

b $y = 6 - x$

d $y = 7x$

Je kunt bij een formule vaststellen of er een stijgende, dalende, horizontale of verticale lijn bij hoort.

- E3 Gegeven zijn de vier formules A $y = 3x - x^2$, B $x = 4$, C $y = 13 - 2x$ en D $y = 7$.

- Bij welke formule hoort een verticale lijn?
- Welke formules zijn lineaire formules?
- Zoek bij elke lineaire formule uit of de grafiek een stijgende, dalende, horizontale of verticale lijn is.

Je kunt een formule opstellen bij een lijn die het verband geeft tussen x en y .

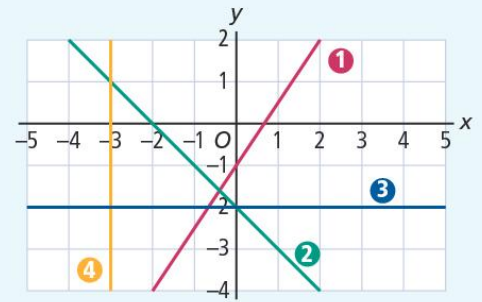
- E4 Bij de grafiek hoort de onderstaande tabel.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	...	12	10	8	6	4	2	0

- Welk hellingsgetal hoort bij de grafiek?
- Vul de tabel verder in.
- Welk startgetal hoort bij de grafiek?
- Stel een lineaire formule op bij de grafiek.



- E5** In het assenstelsel zijn vier lijnen getekend.
- Stel bij lijn 1 een lineaire formule op.
 - Stel ook bij lijn 2 een lineaire formule op.
 - Hoe groot is het hellingsgetal van lijn 3?
 - Stel bij lijn 3 een lineaire formule op.
 - Waarom heeft lijn 4 geen hellingsgetal?
 - Geef ook bij lijn 4 een formule.



Je kunt van twee variabelen vaststellen of er een recht evenredig verband tussen bestaat.

- E6** Bij welke van de tabellen bij opdracht E1 hoort een recht evenredig verband? Waarom?

- E7** a Ga bij elk van de vier tabellen na of er een lineair verband bij hoort.

A

x	0	1	2	3
y	7	8	7	4

B

x	-3	0	3	6
y	-6	0	6	12

C

x	2	5	8	11
y	8	8	8	8

D

x	-8	-6	-4	-2
y	12	8	4	0

- Stel bij elke tabel waar een lineair verband bij hoort een formule op.
- Bij welke van deze tabellen zijn x en y ook recht evenredig?

Je kunt een formule opstellen bij de lijn door twee gegeven punten.

- E8**
- Een lijn gaat door de punten (4, 0) en (16, 36). Stel een formule op bij de lijn.
 - Stel ook een formule op bij de lijn door de punten (4, -2) en (9, 18).
 - Stel een formule op bij de lijn die door de oorsprong en door het punt (4, 20) gaat.
- E9**
- Maak een schets van een assenstelsel met de lijn m door de punten (7, 14) en (11, 2).
 - Vul het blaadje verder in.
 - Stel een formule op bij lijn m .

●	De toename van de x -coördinaat is $11 - \dots = \dots$
●	De toename van de y -coördinaat is $2 - \dots = \dots$
●	Het hellingsgetal is $\frac{\dots}{\dots} = \dots$



Voor schoenen zijn er verschillende maatsystemen. Hieronder zie je een tabel waarin je de gegevens van Nederlandse schoenmaten kunt zien.

<i>Nederlandse schoenmaat</i>	33	34	35	36	37	38	39
<i>maximale voetlengte in cm</i>	20,0	20,7	21,4	22,1	22,8	23,5	24,2

<i>Nederlandse schoenmaat</i>	40	41	42	43	44	45	46
<i>maximale voetlengte in cm</i>	24,9	25,6	26,3	27,0	27,7	28,4	29,1

- 1 Jelle gaat schoenen kopen. Hij heeft schoenmaat 41.
 - a Lees in de tabel zijn maximale voetlengte af.
 - b Kan zijn voetlengte ook gelijk zijn aan 24,6 cm?
 - c Kan zijn voetlengte 25,5 cm zijn? En 25,9 cm?
 - d Tussen welke twee voetlengtes zit zijn voetlengte?
 - e Meet je eigen voetlengte en lees in de tabel af welke schoenmaat daarbij hoort. Klopt je schoenmaat?

- 2
 - a Bestaat er tussen de Nederlandse schoenmaat en de maximale voetlengte een recht evenredig verband of een lineair verband? Licht je antwoord toe.
 - b Stel een formule op waarmee je de maximale voetlengte v in cm kunt berekenen als je de Nederlandse schoenmaat N weet.

- 3 Er zijn ook schoenen met halve schoenmaten te koop.
 - a Welke maximale voetlengte zal, denk je, horen bij de Nederlandse schoenmaat $43\frac{1}{2}$?
 - b Lars heeft de Nederlandse schoenmaat $45\frac{1}{2}$. Tussen welke twee voetlengtes zit zijn voetlengte?
 - c Shanon heeft een voetlengte van 23,2 cm. Welke Nederlandse schoenmaat past haar het best?

<i>Engelse schoenmaat</i>	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$
<i>maximale voetlengte in cm</i>	20,0	20,7	21,4	22,1	22,8	23,5	24,2

<i>Engelse schoenmaat</i>	$7\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$	$9\frac{1}{2}$	$10\frac{1}{2}$	$11\frac{1}{2}$	$12\frac{1}{2}$	$13\frac{1}{2}$
<i>maximale voetlengte in cm</i>	24,9	25,6	26,3	27,0	27,7	28,4	29,1

- 4** Voor sportschoenen worden vaak Engelse schoenmaten gebruikt. In de tabel kun je de gegevens van Engelse schoenmaten zien.

- Marijn heeft een voetlengte van 26,7 cm.
Welke Engelse schoenmaat zal Marijn hebben?
- Mart heeft sportschoenen met Engelse schoenmaat $5\frac{1}{2}$.
Tussen welke twee voetlengtes zit zijn voetlengte?
- Welke Engelse schoenmaat heb jij?
- Welke Nederlandse schoenmaat hoort bij de Engelse schoenmaat $8\frac{1}{2}$?
- Bestaat er tussen de Engelse schoenmaat en de maximale voetlengte een recht evenredig verband of een lineair verband? Licht je antwoord toe.
- Stel een formule op waarmee je de maximale voetlengte v in cm kunt berekenen als je de Engelse schoenmaat E weet.

- 5 a** Vul de tabel verder in.

<i>Nederlandse schoenmaat</i>	33	34	35	36	37	38	39
<i>Engelse schoenmaat</i>	...	...	...	...	...	...	$6\frac{1}{2}$
<i>Nederlandse schoenmaat</i>	40	41	42	43	44	45	46
<i>Engelse schoenmaat</i>	...	$8\frac{1}{2}$	...	...	...	...	...

- Bestaat er tussen de Nederlandse schoenmaat en de Engelse schoenmaat een recht evenredig verband of een lineair verband? Licht je antwoord toe.
- Stel een formule op die bij deze tabel hoort. Gebruik E voor de Engelse schoenmaat en N voor de Nederlandse schoenmaat.
- Jos heeft grote voeten. Zijn Engelse schoenmaat is $16\frac{1}{2}$.
Bereken zijn Nederlandse schoenmaat.



In dit hoofdstuk

In de krant kom je vaak grafieken en tabellen tegen waarin allerlei gegevens verwerkt zijn. Het verwerken van gegevens is een onderdeel van de statistiek.

Percentages spelen in de statistiek vaak een belangrijke rol. Daarom begint het hoofdstuk met percentages berekenen met een verhoudingstabel. Omdat het rekenwerk lastiger wordt, mag je bij het rekenen in de verhoudingstabel een rekenmachine gebruiken.

Daarna ga je gegevens op verschillende manieren verwerken. Je leert daarbij gegevens te verwerken in een cirkeldiagram, een staafdiagram, een lijndiagram en een steelbladdiagram.

Ten slotte leer je hoe je het gemiddelde bij een frequentietabel berekent en wat de modus en de mediaan is. Dit onderdeel van de statistiek krijgt in klas 3 een vervolg.



- V1
- Teken een hoek van 90° .
 - Hoe noem je de hoek die je getekend hebt ook wel?
 - Verdeel de hoek van opdracht a in twee hoeken van 45° .

Aanpak

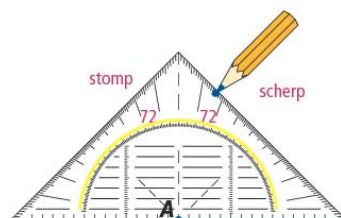
Hoe teken je een hoek?

- Teken één been van de hoek en zet een letter bij het hoekpunt.
- Leg een geodriehoek met het 0-punt op het hoekpunt en laat de langste zijde samenvallen met het getekende been.
- Bedenk of je een scherpe hoek of een stompe hoek moet tekenen. Kijk op de geodriehoek waar het aantal graden van de hoek staat en zet daar een stip.
- Trek een lijn uit het hoekpunt naar de stip en zet een boogje in de hoek. Zet ook het aantal graden in de hoek.

Voorbeeld

Teken een hoek A van 72° .

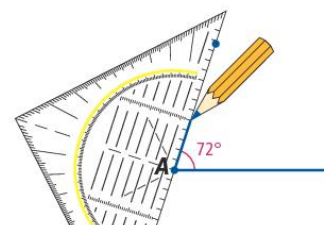
A —————



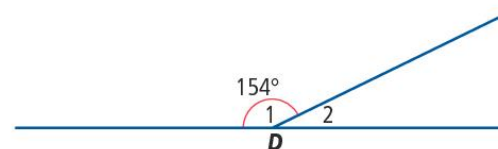
1

2 3 Hoek A is een scherpe hoek.

4



- V2
- Teken een hoek B van 63° en een hoek C van 128° .
 - Justine tekent een hoek D_1 van 154° en verlengt een van de benen van de hoek.
Hoe groot is hoek D_2 in haar tekening?
 - Justine tekent bij punt E een hoek van 170° en een hoek van 90° .
Hoe groot is de hoek die bij punt E overblijft?



- V3
- Margriet heeft een abonnement van de NS, waarmee ze op alle kaartjes 40% korting krijgt.
- Een kaartje van Meppel naar Groningen kost zonder korting € 14,-.
Bereken de korting die Margriet krijgt. Gebruik daarbij de verhoudingstabel.
 - Een kaartje van Amersfoort naar Leeuwarden kost zonder korting € 22,50.
Bereken de prijs die Margriet voor zo'n kaartje betaalt.

		$\div 100$	$\times 40$
aantal euro's	14	...	...
percentage	100	1	40
	$\div 100$	$\times 40$	

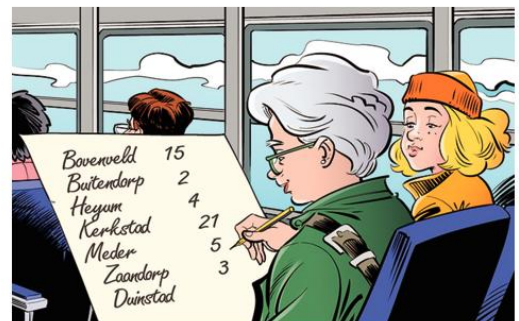
- V4 Samira wil een trui kopen die normaal € 40,- kost. Ze kan € 12,- korting krijgen. Ze berekent met twee verschillende verhoudingstabellen hoeveel procent dat is.

Samira				
aantal euro's	40	4	12	
percentage	100	...	...	
aantal euro's	40	1	12	
percentage	100	...	...	

- a Vul de tabellen verder in.
- b Welke berekening vind jij het makkelijkst?
- c Als ze een week wacht, kan ze € 17,- korting krijgen. Waarom kun je om het percentage korting te berekenen nu het best via 1 rekenen?
- d Hoeveel procent korting kan Samira na een week krijgen?
- V5 Anita gaat elke dag met de bus van Bovenveld naar Duinstad. Op een ochtend telt Anita het aantal mensen dat per plaats instapt. Ze schrijft per plaats het aantal mensen op.
- a Hoeveel mensen stappen er in totaal in?
- b Welk deel van die mensen stapt in Kerkstad in?
- c Hoeveel procent is dat?
- d Bereken hoeveel procent van de mensen in Bovenveld instapt.
- V6 Aan 30 leerlingen van havo 2 is gevraagd hoeveel uur ze per week aan sport besteden. Hieronder zie je het resultaat van dit onderzoek.

6	7	9	5	6	12	9	7	9	10
6	8	8	5	5	16	6	7	1	4
5	7	7	12	6	7	4	14	3	5

- a Bereken het gemiddelde aantal uren per week dat deze leerlingen aan sport besteden.
- b Hoeveel procent van de leerlingen besteedt meer tijd aan sport dan het gemiddelde?



Je leert • hoe je iets met een verhoudingstabel berekent

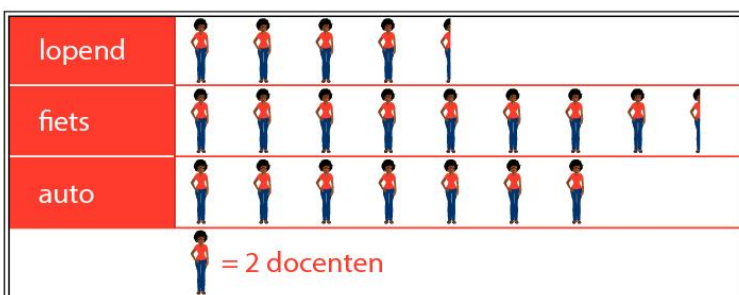
Leerroutes • ondersteunend: 1—02—3—4—6—07—7
• doorlopend: 1—2—3—4—5—6—7
• uitdagend: 2—3—5—6—7—U1—U2

Vijf mango's kosten 4 euro.

- Hoeveel kosten zes mango's?



- 1 In het beelddiagram is weergegeven hoe de docenten naar de school komen.



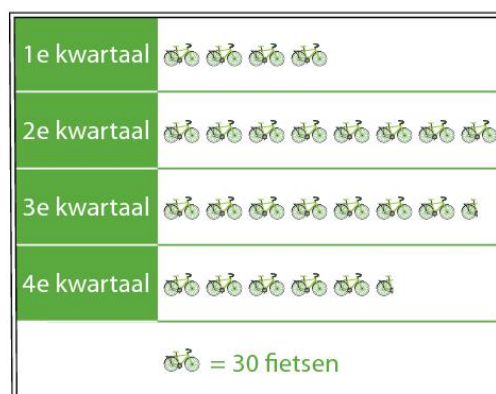
- a Hoeveel docenten heeft de school?
- b Hoeveel docenten komen lopend?
- c Hoeveel procent van de docenten komt met de auto?

Ondersteunende route → maak opdracht 02

- 2 In het beelddiagram zie je hoeveel fietsen door Tweewieler in 2016 werden verkocht.

- a Leg uit dat er in het 4e kwartaal 165 fietsen werden verkocht.
- b Hoeveel procent van de fietsen werd in het 1e kwartaal verkocht?
- c Vul de tabel in.

kwartaal	1e	2e	3e	4e
aantal fietsen	...	...	...	...
percentage	...	...	...	...

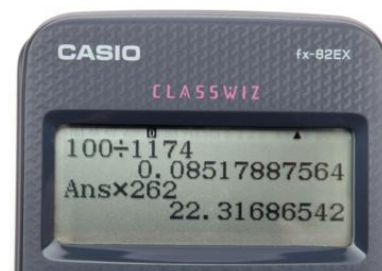


- d Is de verhouding tussen het aantal fietsen en het percentage ieder kwartaal gelijk? Verklaar je antwoord.

Sasja			
aantal leerlingen	1174	1	262
percentage	100	0,09	23,58
$100 : 1174 = 0,09$ en $0,09 \times 262 = 23,58$			
Dus 24% van de leerlingen zit in de 2e klas.			

Rudy			
aantal leerlingen	1174	1	262
percentage	100	...	22,32
$100 : 1174 \times 262 = 22,32$			
Dus 22% van de leerlingen zit in de 2e klas.			

- 3** Op de school van Sasja en Rudy zitten 1174 leerlingen. Van deze leerlingen zitten er 262 in de 2e klas. Sasja en Rudy hebben berekend hoeveel procent dat is.
- Waarom is het antwoord van Sasja minder nauwkeurig dan het antwoord van Rudy?
 - In de 3e klas zitten 228 leerlingen. Hoeveel procent van de leerlingen zit in de 3e klas?



Berekeningen met verhoudingstabellen komen niet altijd mooi uit. Dan komt de rekenmachine van pas. Bij het maken van berekeningen met de rekenmachine moet je altijd verder rekenen met niet afgeronde tussenantwoorden.

- 4** Bereken in iedere verhoudingstabel welk getal op de plaats van het vraagteken komt te staan.

a	aantal inwoners	10 987	1	538
	percentage	100	...	?

c	bedrag in €	29,75	1	12,20
	percentage	100	...	?

b	aantal appels	175	...	?
	percentage	100	...	16

d	bedrag in €	681,95	...	?
	percentage	100	1	35

- 5** Max heeft een deuk in zijn auto laten repareren. De reparatie kost € 1.180,-. Over dit bedrag moet hij ook nog 21% btw betalen. Om te berekenen hoeveel hij in totaal voor de reparatie moet betalen, maakt Max een tabel.
- Geef een verklaring voor het getal 121 in de tabel.
 - Vul bij de pijlen de juiste getallen in.
 - Hoeveel moet Max in totaal voor de reparatie betalen?

bedrag in €	1180	...	...
percentage	100	1	121
		...	× ...

- 6 In de uitverkoop krijgt Stan 15% korting op een jas. De jas kost nu € 75,10. Stan wil weten hoeveel de jas normaal kost.
- Waarom vult Stan 85 onder 75,10 in?
 - Vul bij de pijlen de juiste getallen in.
 - Bereken de ontbrekende getallen in de tabel.
 - Hoeveel euro kost de jas normaal?

bedrag in €	75,10	...	...
percentage	85	1	100
		$\div \dots$	$\times \dots$

Aanpak

Hoe bereken je iets met een verhoudingstabel?

- Maak een verhoudingstabel en zet de gegevens er in.
- Ga eerst terug naar 1 en dan naar het gevraagde aantal. Bedenk welke getallen bij de bijbehorende pijlen komen te staan.
- Bereken met de pijlen de ontbrekende getallen in de tabel. Rond de getallen niet tussendoor af.
- Schrijf het antwoord op de vraag op.

Voorbeeld

Een dorp heeft 268 inwoners van 60 jaar en ouder. Dat is 18,4% van alle inwoners van het dorp. Hoeveel inwoners heeft het dorp?

3	aantal inwoners	268	14,565...	1456,52...
	percentage	18,4	1	100
		$\div 18,4$	$\times 100$	

Oplossing

1	aantal inwoners	268	...	...
2	percentage	18,4	1	100
		$\div 18,4$	$\times 100$	

- 4 Het dorp heeft 1457 inwoners.

Ondersteunende route → maak opdracht 07

- 7 De BMX club heeft 134 leden.
- Van de leden is 77% jonger dan 16 jaar. Hoeveel leden zijn jonger dan 16 jaar?
 - Er zijn 91 jongens lid van de BMX club. Hoeveel procent van de leden is een jongen?
 - In de klas van Brenda zijn vier leerlingen lid van de BMX club. Dit is 14,8% van de leerlingen in haar klas. Hoeveel leerlingen zitten er in de klas van Brenda?

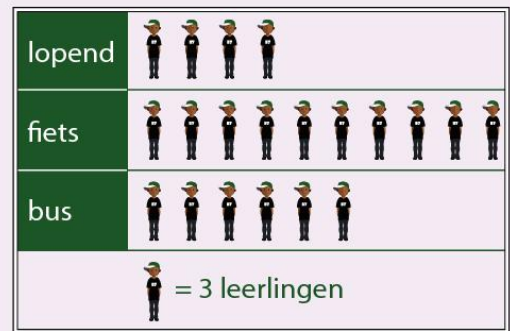
Uitdagende route → maak opdracht U1 en U2



Ondersteunende opdrachten

- 02** Het beeldddiagram geeft weer hoe de leerlingen van 2 havo naar school komen.
- Hoeveel leerlingen van 2 havo komen er in totaal naar school?
 - En hoeveel leerlingen komen lopend?
 - Verklaar de getallen 60 en 100 in de tabel.

<i>vervoermiddel</i>	totaal	lopend	fiets	bus
<i>aantal leerlingen</i>	60	...	...	...
<i>percentage</i>	100	...	...	...



- Vul de tabel verder in.

- 07** Josien koopt een trui in de uitverkoop. Ze krijgt € 11,02 korting. Dit is 24% van de normale prijs.
- Vul de bovenste tabel in.
 - Hoeveel euro is de normale prijs van de trui?
 - Op een T-shirt krijgt Josien 35% korting. Ze betaalt € 8,95. Om te berekenen hoe hoog de normale prijs is, maakt Josien de onderste tabel. Waarom zet ze 65 onder 8,95?
 - Hoeveel procent hoort bij de normale prijs?
 - Bereken de normale prijs.

<i>bedrag in euro's</i>	11,02	...	...
<i>percentage</i>	24	1	100
$\div 24 \quad \times 100$			
<i>bedrag in euro's</i>	8,95	...	...
<i>percentage</i>	65	...	...
$\div 65 \quad \times 100$			

Uitdagende opdrachten

- U1** Een flatscreen kost inclusief 21% btw € 239,-. Hoeveel euro kost de flatscreen exclusief btw?
- U2** De afdeling personeelszaken van een groot bedrijf heeft onderzoek gedaan hoe de werknemers op het werk komen. In de tabel zie je het resultaat van de mannen.

<i>vervoermiddel</i>	openbaar vervoer	auto	fiets	lopend
<i>aantal mannen</i>	108	...	...	...
<i>percentage</i>	43	33	12	12

- Hoeveel mannen komen met de auto?
- Er werken 106 vrouwen bij het bedrijf. Er komen 54 vrouwen met het openbaar vervoer. Hoeveel procent van alle werknemers komt met het openbaar vervoer?

Je leert

- wat een cirkeldiagram is
- hoe je een cirkeldiagram tekent

Leerroutes

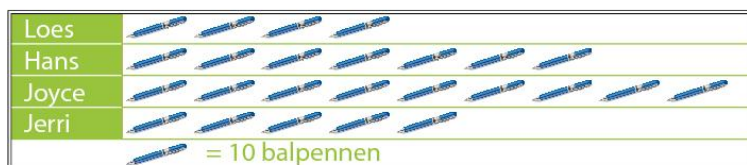
- ondersteunend: 8—09—10—11—012—13
- doorlopend: 8—9—10—11—12—13
- uitdagend: 8—9—10—11—12—U3

Het Voedingscentrum geeft met ‘de Schijf van Vijf’ aan hoe gezonde voeding eruit moet zien. De linker schijf is uitgebracht in 1953 en de rechter schijf is van 2016.

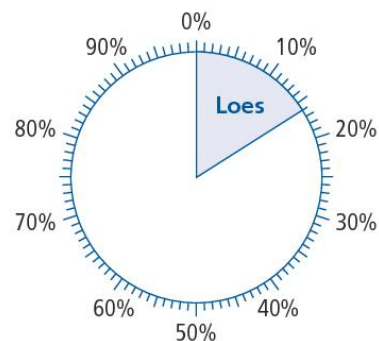
- Waarom heet dit ‘de Schijf van Vijf’?
- Welke overeenkomsten en welke verschillen zie je tussen de schijf uit 1953 en de schijf uit 2016?



- 8 Loes, Hans, Joyce en Jerri zijn langs de deur gegaan om balpennen te verkopen voor de handbalclub. In het beeldddiagram kun je zien hoeveel balpennen ze verkochten.

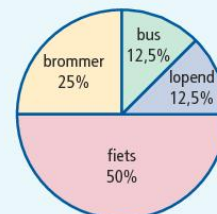


- Hoeveel balpennen zijn er in totaal verkocht?
- In het diagram rechts kun je aflezen dat Loes 16% van de balpennen verkocht. Laat met een berekening zien dat dit juist is.
- Bereken voor Hans, Joyce en Jerri hoeveel procent van de balpennen ze elk verkochten.
- Hoeveel procent zijn alle delen samen?
- Teken in het diagram rechts de delen voor de anderen.
- Leg uit dat bij Jerri in het diagram rechts een hoek van 72° hoort.



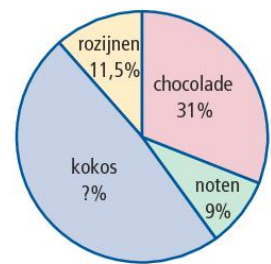
Theorie

Gegevens kun je verwerken in een **cirkeldiagram**. De delen van een cirkeldiagram noem je **sectoren**. De percentages van alle sectoren zijn bij elkaar 100%. De hoeken van alle sectoren zijn bij elkaar 360° .



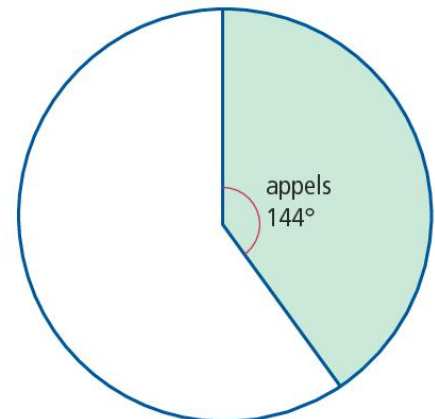
Ondersteunende route → maak opdracht 09

- 9 Josien is gek op repen bestaande uit chocolade, noten, kokos en rozijnen. Het cirkeldiagram laat zien hoeveel procent van elk van die ingrediënten er in één reep van 75 gram zit.
- Uit hoeveel sectoren bestaat het cirkeldiagram?
 - Hoe groot is het percentage rozijnen?
 - En hoe groot is het percentage kokos?
 - Hoeveel gram noten zit er in een reep?
 - En hoeveel gram chocolade zit er in een reep?



- 10 **W** Derk heeft een boomgaard met appelbomen, perenbomen en kersenbomen. Hij zet de aantallen bomen in een tabel. Derk gaat bij deze aantallen bomen een cirkeldiagram tekenen.

	totaal		appels	peren	kersen
<i>aantal bomen</i>	200	1	80	70	50
<i>aantal graden</i>	360	...	...	...	...



- Waarom staat bij het totaal aantal bomen 360 graden?
- Laat met een berekening zien dat de hoek van de sector appels 144° is.
- Bereken de hoeken van de sectoren peren en kersen.
- In de cirkel is de hoek van de sector appels getekend. Het hoekpunt ligt op het middelpunt van de cirkel. Teken tegen deze hoek de hoek van de sector peren en zet peren erin. Zet kersen in de overgebleven sector.

- 11 Vier kinderen hebben kinderpostzegels verkocht. In het beeldddiagram kun je zien hoeveel mapjes ze verkochten.
- Laat zien dat ze samen 40 mapjes verkochten.
 - Bereken met de verhoudingstabel hoe groot de hoek is van de sector die bij Lisanne hoort.

<i>aantal mapjes</i>	40	1	...
<i>aantal graden</i>	360	...	...



- Bereken met de verhoudingstabel ook de hoeken van de sectoren die bij de andere kinderen horen.
- Teken een cirkel met een straal van 5 cm, zet een stip in het middelpunt, teken in de cirkel de sector die bij Lisanne hoort en zet de naam Lisanne in deze sector.
- Teken in de cirkel ook de sectoren die bij de andere kinderen horen en zet hun namen erin.

Aanpak**Hoe teken je een cirkeldiagram?**

- 1 Zet het aantal boven in een verhoudingstabel, het aantal graden eronder en zet 360° onder het totaal aantal.
- 2 Bereken bij elke sector de hoek die erbij hoort.
- 3 Teken een cirkel, verdeel de cirkel in sectoren en geef in elke sector aan waar die bij hoort.

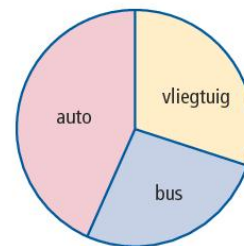
Voorbeeld

Van 150 mensen gaan 45 mensen met het vliegtuig, 65 mensen met de auto en 40 mensen met de bus. op vakantie. Teken het bijbehorende cirkeldiagram.

Oplossing

1	<i>aantal mensen</i>	150	1	45	65	40	3
	<i>aantal graden</i>	360	...	...	...	...	
2	<i>aantal mensen</i>	150	1	45	65	40	
	<i>aantal graden</i>	360	2,4	108	156	96	

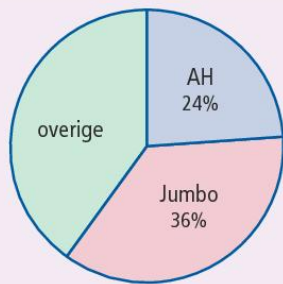
$\begin{array}{c} \text{↖} \quad \text{↗} \\ : 150 \quad \times 45 \\ \text{↘} \quad \text{↙} \\ \quad \times 65 \\ \quad \times 40 \end{array}$

**Ondersteunende route → maak opdracht 012**

- 12** Op een filmavond kiezen leerlingen uit drie soorten films: 54 leerlingen kiezen een lachfilm, 23 leerlingen kiezen een actiefilm en 18 leerlingen kiezen een horrorfilm. Verwerk deze gegevens in een cirkeldiagram.
- 13** Voetbalfans in Amsterdam werd gevraagd te kiezen uit drie clubs. Dit leverde een cirkeldiagram op met als sectoren Ajax 247° , AZ 47° en Heerenveen 67° .
- a Ga na hoeveel graden de hoeken van de sectoren bij elkaar zijn en verklaar hoe dat mogelijk is.
 - b Teken er een cirkeldiagram bij.
 - c De enquête werd gehouden onder 54 voetbalfans. Bereken hoeveel voetbalfans van elke club daar bij zaten.
 - d Zijn dat samen 54 voetbalfans?

Uitdagende route → maak opdracht U3

Ondersteunende opdrachten



<i>aantal inwoners</i>	800	...	...
<i>percentage</i>	100	1	24
		...	...

- 09** Aan 800 inwoners is gevraagd naar welke supermarkt ze gaan. In het cirkeldiagram zie je het resultaat.
- Uit hoeveel sectoren bestaat het cirkeldiagram?
 - Hoeveel procent van de inwoners gaat naar AH?
 - Hoeveel procent van de inwoners gaat naar de overige supermarkten?
 - Om te berekenen hoeveel inwoners naar AH gaan, maakt Luuk een verhoudingstabel.
Waarom staat in de verhoudingstabel 100 onder de 800?
 - Wat moet er op de puntjes bij de pijlen staan?
 - Hoeveel inwoners gaan er naar AH?
 - Bereken ook hoeveel inwoners naar de Jumbo gaan.

- 012** Op een sportdag kiezen leerlingen uit drie sporten: 40 leerlingen kiezen voetbal, 28 leerlingen kiezen volleybal en 22 leerlingen kiezen basketbal. Deze gegevens ga je verwerken in een cirkeldiagram.

<i>aantal leerlingen</i>	...	1	40	28	22
<i>aantal graden</i>	360	...	...	...	...

- Hoeveel leerlingen zijn er in totaal?
- Waarom hoort dit aantal bij 360°?
- Laat zien dat bij de sector die hoort bij de leerlingen die voetbal kiezen een hoek van 160° hoort.
- Vul de verhoudingstabel verder in.
- Teken een cirkeldiagram bij de tabel.

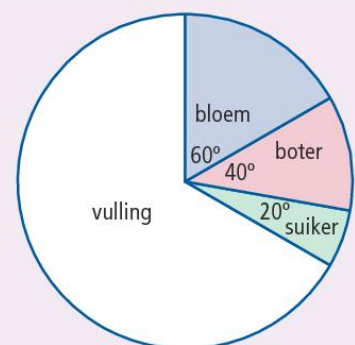
Uitdagende opdrachten

- U3** In het cirkeldiagram zie je de verdeling van de ingrediënten van een appeltaart.

W

Voor de vulling heb je 750 gram appels, 100 gram rozijnen, 100 gram walnoten en 50 gram basterdsuiker nodig.

- Hoeveel gram bloem heb je nodig voor de appeltaart?
- Teken een cirkeldiagram waarbij naast bloem, boter en suiker ook de verschillende ingrediënten voor de vulling zijn weergegeven.

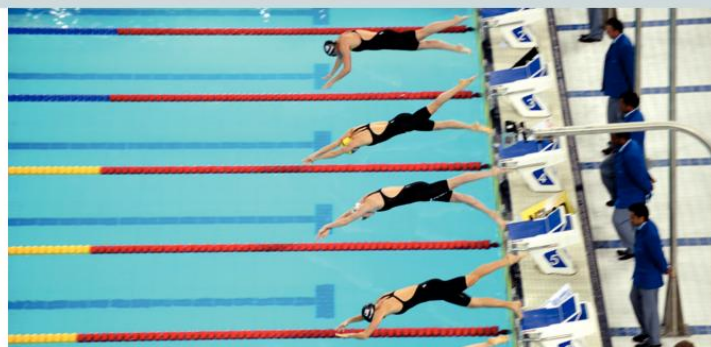
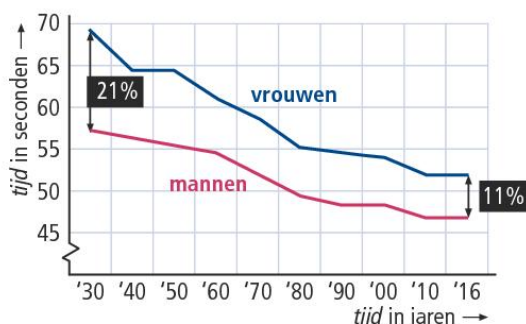


Je leert

- wat een frequentietabel is
- wat een staafdiagram en een lijndiagram is

Leerroutes

- ondersteunend: 14—015—16—017—18—19
- doorlopend: 14—15—16—17—18—19
- uitdagend: 14—15—16—17—18—U4



In de grafiek is de ontwikkeling van het wereldrecord op de 100 meter vrije slag zwemmen weergegeven.

- Wat heeft de maker van de grafiek willen aantonen?
- Hoe komt de maker van de grafiek aan de 21% en de 11%?

- 14 Sandra haalde voor wiskunde de cijfers 7, 5, 8, 6, 6, 7, 5, 7, 7 en 6. Ze heeft die cijfers in een tabel gezet.
- Hoeveel keer haalde Sandra voor wiskunde het cijfer 7?
 - Hoeveel cijfers haalde ze voor wiskunde in totaal?
 - Welk cijfer denk je dat Sandra voor wiskunde op haar rapport verwacht? Leg je antwoord uit.

<i>cijfer</i>	<i>aantal keren</i>
5	2
6	3
7	4
8	1

Theorie

Het aantal keren dat een **waarneming** voorkomt, noem je ook wel de **frequentie**. Een tabel waarin frequenties vermeld staan, heet een **frequentietabel**. Je kunt een frequentietabel horizontaal of verticaal weergegeven.

Voorbeeld

Teun heeft 15 blauwe knikkers, 22 rode knikkers en 17 gele knikkers. Hiernaast heeft Teun op twee verschillende manieren een frequentietabel bij deze gegevens gemaakt.

<i>kleur</i>	<i>aantal knikkers</i>
blauw	15
rood	22
geel	17

<i>kleur</i>	blauw	rood	geel
<i>frequentie</i>	15	22	17

Ondersteunende route → maak opdracht 015

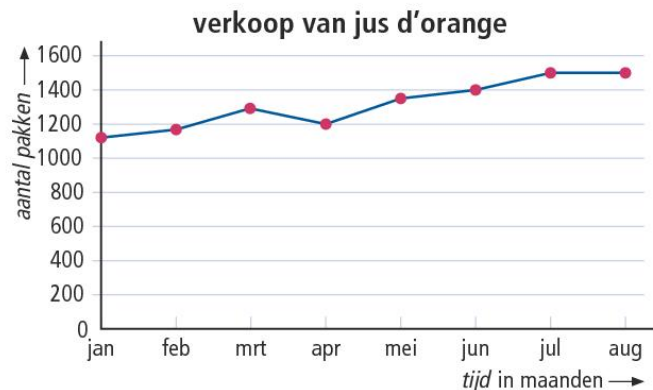
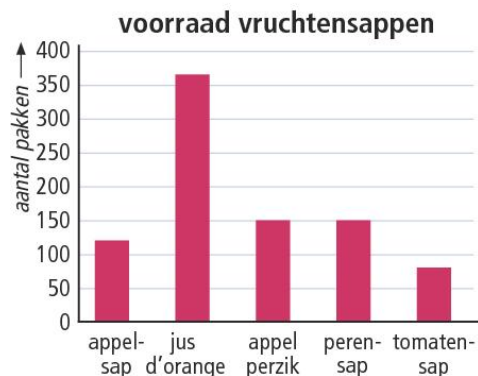
- 15 Paula heeft gedurende een periode in oktober elke dag de maximum temperatuur genoteerd.

- a Hoeveel waarnemingen zijn er?
b Maak een frequentietabel van de temperatuur.
c Hoe groot is de frequentie van 14 °C?

maximum temperatuur in °C

14	13	10	10	13	14	11	12
12	15	10	12	11	12	10	15
14	14	12	14				

- 16 Linda heeft geteld hoeveel pakken vruchtensap er op voorraad zijn. In het linker diagram zie je het resultaat.



- a Vul de frequentietabel hiernaast verder in.
b Ook heeft Linda voor een aantal maanden uitgezocht hoeveel pakken jus d'orange er zijn verkocht. Deze gegevens heeft ze in het rechter diagram verwerkt. Hoeveel pakken jus d'orange zijn er in de maand januari verkocht?
c Hoeveel pakken jus d'orange zijn er in het eerste kwartaal in totaal verkocht?
d Waarom heeft het geen zin om bij de gegevens van de voorraad vruchtensappen een grafiek te tekenen zoals bij de verkoop van de jus d'orange?

vruchtensap	aantal pakken
appelsap	120
jus d'orange	360
appel perzik	...
perensap	...
tomatensap	...

Theorie

Naast het cirkeldiagram bestaan er nog andere diagrammen. Het linker diagram bij opdracht 16 is een **staafdiagram**. Daarnaast staat een **lijndiagram**. Bij deze diagrammen kun je op de verticale as de aantallen aflezen. Een lijndiagram wordt vooral gebruikt om te laten zien hoe aantallen in de loop van de tijd veranderen.

Ondersteunende route → maak opdracht 017

- 17 In de frequentietabel zie je hoeveel tablets er van elk merk in de winkel van Digistart in het jaar 2015 zijn verkocht.

merk	Samsung	Asus	Sony	Medion	Acer
frequentie	75	82	125	56	135

- Teken een staafdiagram bij deze tabel.
- Waarom heeft het geen zin om bij deze gegevens een lijndiagram te tekenen?



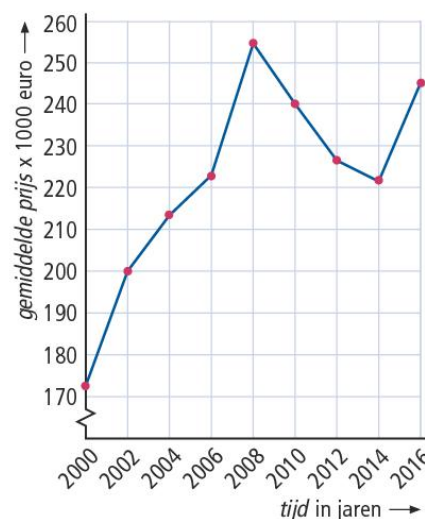
- 18 In de frequentietabel zie je hoeveel elektrische fietsen er in Nederland in de periode 2010-2015 zijn verkocht.

tijd in jaren	2010	2011	2012	2013	2014	2015
aantal × 1000	166	181	175	192	223	276

- Waarom heeft het bij deze frequentietabel wel zin een lijndiagram te tekenen?
- Teken de punten in een assenstelsel. Maak er een lijndiagram van door de punten met rechte lijnstukjes te verbinden.
- Leg uit dat je uit het lijndiagram niet kunt aflezen hoeveel elektrische fietsen er in juni 2012 zijn verkocht.
- In welk jaar was de toename van de verkoop van elektrische fietsen ten opzichte van het jaar ervoor het grootst? Hoe kun je dat in het lijndiagram zien?

- 19 In de grafiek is de gemiddelde prijs van de huizen in de afgelopen jaren weergegeven.

- Met hoeveel euro is de gemiddelde prijs van de huizen tussen 2008 en 2012 gedaald?
- Gert kijkt naar de grafiek en beweert dat tussen 2000 en 2002 de huizen bijna vier keer zo duur zijn geworden. Ben je het met Gert eens? Verklaar je antwoord.
- Hoe komt het dat het in de grafiek lijkt dat de gemiddelde prijs van de huizen zo veel is gestegen?
- In welke periode is de stijging van de gemiddelde prijs van de huizen het grootst?
- Kun je met dit lijndiagram een voorspelling doen over de gemiddelde prijs van de huizen in 2020? Verklaar je antwoord.



Uitdagende route → maak opdracht U4

Ondersteunende opdrachten

- O15** De rapportcijfers van de leerlingen in H2a voor het vak Frans zijn 8, 5, 8, 6, 6, 8, 6, 6, 7, 7, 6, 6, 9, 5, 9 en 5.
- Hoeveel waarnemingen zijn er?
 - Er zijn drie leerlingen met een 5. Hoeveel leerlingen zijn er met een 6?
 - Vul de frequentietabel van de rapportcijfers verder in.
 - Hoe groot is de frequentie van het rapportcijfer 8?

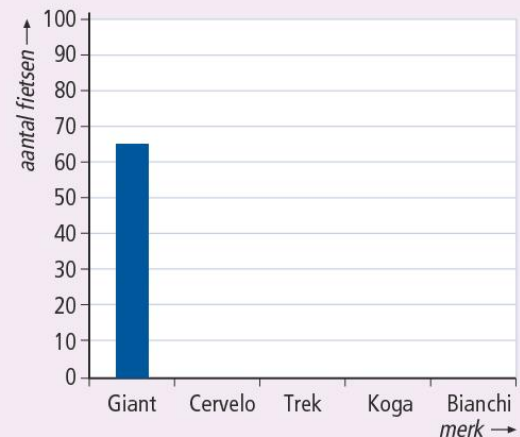
<i>rapportcijfer</i>	<i>frequentie</i>
5	3
6	...
7	...
8	...
9	...

- O17** In de frequentietabel zie je hoeveel fietsen van elk merk in de winkel van Bikestudio in het jaar 2016 zijn verkocht.

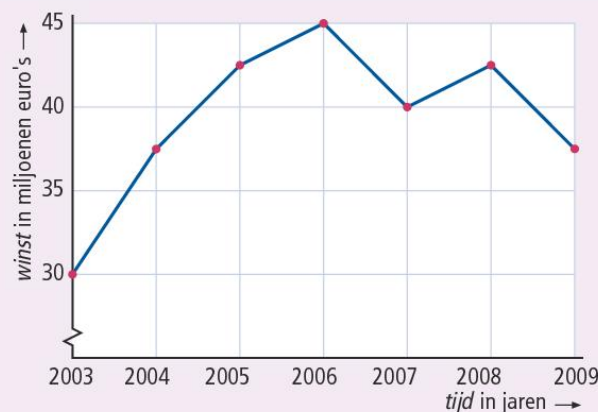
W

<i>merk</i>	Giant	Cervelo	Trek	Koga	Bianchi
<i>aantal fietsen</i>	65	72	95	57	83

- In het assenstelsel is een begin gemaakt met een staafdiagram bij de tabel. Maak het staafdiagram verder af.
- Waarom heeft het geen zin om bij deze gegevens een lijndiagram te tekenen?



Uitdagende opdrachten



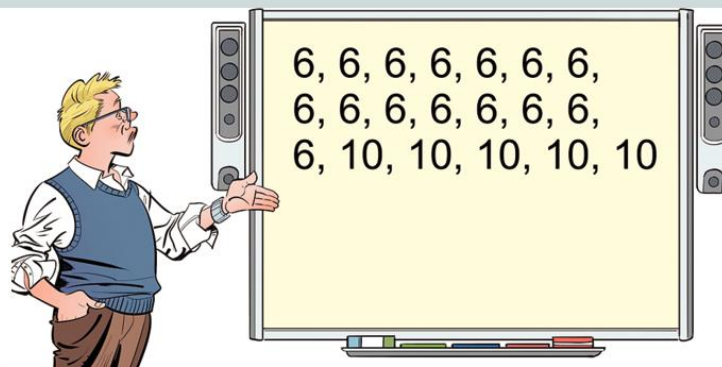
- U4** De grafiek geeft de winst weer die een softwarebedrijf in de periode 2003-2009 behaalde. Het lijkt alsof in de periode 2003-2006 de winst verviervoudigd is.
- Hoe wordt dit veroorzaakt?
 - Met hoeveel procent is de winst in deze periode in werkelijkheid toegenomen?
 - Is de winst in procenten van 2006 naar 2007 meer, minder, of evenveel gedaald als van 2008 naar 2009?

- Je leert**
- hoe je het gemiddelde bij een frequentietabel berekent
 - hoe je de modus en de mediaan berekent

- Leerroutes**
- ondersteunend: 20—021—22—23—024—24
 - doorlopend: 20—21—22—23—24—25
 - uitdagend: 20—21—23—25—U5—U6

Een leraar toont de proefwerkcijfers op het bord.

- Ga na dat het cijfer gemiddeld een 7 is.
- Vind je dat een 7 een goed beeld geeft van het resultaat?



20 Sandra heeft in klas 2A een frequentietabel gemaakt van de cijfers op het eindrapport voor het vak Engels.

- a** Hoeveel leerlingen zitten er in klas 2A?
- b** Achter de frequentietabel zie je hoe Sandra het totaal van alle rapportcijfers berekent. Maak de berekening verder af.
- c** Sandra berekent het gemiddelde rapportcijfer van de leerlingen in klas 2A door het totaal van alle rapportcijfers te delen door het aantal leerlingen. Bereken welk gemiddelde rapportcijfer Sandra zo vindt.

<i>cijfer</i>	<i>frequentie</i>	
4	1	$\rightarrow 1 \times 4 = 4$
5	6	$\rightarrow 6 \times 5 = 30$
6	7	$\rightarrow \dots$
7	6	$\dots$
8	3	$\dots$
9	2	$\dots$
		$\dots + \dots +$

Aanpak

Hoe bereken je het gemiddelde bij een frequentietabel?

- 1 Bereken het totaal van de frequenties.
- 2 Vermenigvuldig de waarnemingen met de frequenties en tel de uitkomsten op. Dit is het totaal van de waarnemingen.
- 3 Deel het totaal van de waarnemingen door het totaal van de frequenties en bereken zo het gemiddelde.

Voorbeeld

Bereken het gemiddelde bij de frequentietabel.

<i>waarneming</i>	11	13	16
<i>frequentie</i>	6	2	1

Oplossing

- 1 Het totaal van de frequenties is $6 + 2 + 1 = 9$.
- 2 Het totaal van de waarnemingen is $6 \times 11 + 2 \times 13 + 1 \times 16 = 108$.
- 3 Het gemiddelde is $108 : 9 = 12$.

Ondersteunende route → maak opdracht 021

- 21** In de frequentietabel staan de lengten van de leerlingen van groep 1.

<i>lengte in cm</i>	99	102	103	104	105	106	109	112
<i>frequentie</i>	1	3	8	3	6	4	2	1

Hoeveel cm is de gemiddelde lengte van deze leerlingen?
Rond je antwoord af op één decimaal.

- 22** Bij een viswedstrijd werd het aantal vissen per deelnemer geteld.

<i>aantal vissen</i>	0	3	4	5	8	11
<i>frequentie</i>	2	4	11	4	2	1

- Bereken het gemiddeld aantal vissen per deelnemer.
Rond je antwoord af op één decimaal.
- Je kunt natuurlijk alleen een geheel aantal vissen vangen.
Waarom is het toch zinvol om het gemiddelde aantal op één decimaal nauwkeurig te geven?
- Welk aantal vissen heeft de grootste frequentie?



- 23** De juf van een peuterspeelzaal heeft de schoenmaten van haarzelf en van de peuters op een blaadje genoteerd.

<i>schoenmaten</i>									
22	27	23	27	23	26	40	25	25	25
23	26	22	23	25					

- Welke schoenmaat heeft de juf?
- Bereken de gemiddelde schoenmaat van de hele groep.
- Vind je dat dit gemiddelde de hele groep goed weergeeft?
- Waarom kun je hier niet spreken van een schoenmaat met de hoogste frequentie?
- Milan zet de schoenen van klein naar groot en zoekt de middelste schoen.
Welke schoenmaat vindt hij op deze manier?
- Caitlyn heeft maat 24 en haar schoenen staan er niet bij.
Welke schoenmaten staan in het midden nadat Milan de schoenen van Caitlyn op de juiste plaats heeft gezet?

Theorie

De waarneming met de grootste frequentie noem je de **modus**. Als geen van de waarnemingen de grootste frequentie heeft, dan is er geen modus.
Van een rij waarnemingen die op volgorde van klein naar groot staan, heet de middelste waarneming de **mediaan**.
Bij een even aantal waarnemingen is de mediaan het gemiddelde van de middelste twee waarnemingen.



Voorbeeld 1

Leon scoorde bij 10 basketbalwedstrijden 12, 13, 15, 13, 16, 14, 12, 14, 15 en 13 punten. Geef de modus en de mediaan.

Oplossing

De modus is 13 punten.
Het aantal punten van klein naar groot is 12, 12, 13, 13, 13, 14, 14, 15, 15, 16
De mediaan is $(13 + 14) : 2 = 13,5$ punten.

Voorbeeld 2

Scott scoorde bij 9 basketbalwedstrijden 18, 22, 19, 21, 13, 17, 20, 17 en 22 punten. Geef de modus en de mediaan.

Oplossing

Er is geen modus.
Het aantal punten van klein naar groot is 13, 17, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 22
De mediaan is 19 punten.

Ondersteunende route → maak opdracht 024

- 24** Iemand van Staatsbosbeheer telt op dertien zondagen het aantal vogels in een natuurgebied.
- Lisanne beweert dat 19 vogels de mediaan is. Welke fout maakt ze? Geef de juiste mediaan.
 - Op de veertiende zondag telt iemand anders het aantal vogels. Als je deze waarneming toevoegt, dan blijkt er geen modus meer te zijn in de waarnemingen. Hoeveel vogels telt men op die veertiende zondag?

aantal vogels

14 18 18 17 16 18 19
16 17 15 18 16 15

- 25** In dierenasiels zitten soms meer honden in een hok. Jasper heeft een frequentietabel gemaakt.
- Bereken het gemiddeld aantal honden per hok.
 - Volgens Jasper is de modus 14 honden, volgens Pedro 7. Leg uit waarom Pedro gelijk heeft.
 - Hoeveel honden zitten met zes of minder in een hok?
 - Jasper zegt dat de mediaan zes honden per hok is, omdat dit precies het middelste aantal van de eerste kolom is. Pedro zegt dat je naar de tweede kolom moet kijken. Er zijn in totaal 37 hokken, dus de mediaan is het 19e hok. Leg uit dat Pedro gelijk heeft.
 - Welk aantal honden per hok is de mediaan?

aantal honden per hok	frequentie
3	1
4	2
5	3
6	10
7	14
8	5
9	2

Uitdagende route → maak opdracht U5 en U6

Ondersteunende opdrachten

- O21** In de frequentietabel staan de gewichten van de leerlingen uit klas 2B.

<i>gewicht in kg</i>	48	49	50	51	52
<i>frequentie</i>	6	7	8	3	2

- Hoeveel leerlingen zitten in klas 2B?
- Vul in: Het totale gewicht van alle leerlingen samen is $6 \times 48 + 7 \times 49 + \dots \times \dots + \dots \times \dots + \dots \times \dots = \dots$ kg.
- Bereken met de antwoorden van opdracht a en opdracht b het gemiddelde gewicht in kg. Rond je antwoord af op één decimaal.

- O24** Joost telt het aantal eieren in de nesten van koolmezen.

- Welk aantal eieren is de modus?
- Joost denkt dat 7 eieren de mediaan is. Welke fout maakt Joost?
- Welk aantal eieren is de mediaan?
- Joost vergeet één nest. In dit nest liggen 10 eieren. Welk aantal eieren is nu de mediaan?
- Waarom is er nu geen modus meer?

aantal eieren

6	8	11	8	10	12	12	7
8	10	8	9	10	12	9	

Uitdagende opdrachten

- U5**
- Van de rij 9, 2, 6, 4, 9, x , 9, 7, 6, 8 is de mediaan 7. Hoe groot is x ? En hoe groot is de modus dan?
 - De rij 4, 5, 7, y , 5, 7, 6, 4, 5, 6, 3, 6 heeft geen modus. Hoe groot kan y zijn?

- U6** In de frequentietabel staan de lengten van de leerlingen van groep 4.

<i>lengte in cm</i>	114	115	116	118	119	120	122	125	126	130	134
<i>frequentie</i>	3	8	7	3	9	8	6	2	1	1	1

- Hoeveel cm is de mediaan van de lengten?
- De gemiddelde lengte is precies 119 cm. Er komt een leerling bij met een lengte van 134 cm. Met hoeveel mm neemt de gemiddelde lengte toe?
- Verandert de mediaan als de leerling met een lengte van 134 cm erbij komt? Verklaar je antwoord.

Je leert

• wat een steelbladdiagram is

Leerroutes

- ondersteunend: 26—027—27—28—29—30
- doorlopend: 26—27—28—29—30—31
- uitdagend: 26—27—28—29—30—U7

uur	minuten								LIJN 105
06	15	30	45						
07	00	10	20	30	40	50			
08	00	10	17	20	30	40	50	57	
09	00	07	10	21	27	35	43	51	59
10	07	15	23	31	39	47	55		



Hierboven zie je een deel van de dienstregeling van lijn 105.

- Welke gegevens kun je aan de linkerkant van de dienstregeling aflezen? En welke gegevens kun je aan de rechterkant aflezen?
- Welk voordeel heeft het om de dienstregeling zo weer te geven?

26 Sofie heeft van 40 leerlingen de lengte in cm gemeten.

155 156 157 157 159 160 161 162 163 163
163 164 167 168 169 170 170 171 171 172
174 174 176 177 178 178 179 180 180 181
183 184 186 187 188 189 190 195 197 198

	Sofie				
	155	156	157	157	159
	160	161	...		
	170	170	...		

Sofie wil de lengten iets meer ordenen. Ze schrijft op een blaadje alle lengten vanaf 150 cm tot 160 cm achter elkaar, zo ook die vanaf 160 cm tot 170 cm, enzovoort. Op het blaadje van Sofie zie je daar een begin van.

- Vul het blaadje van Sofie verder in.
- Jos doet het nog korter. Van de lengten 155, 156, 157, 157 en 159 schrijft hij op een blaadje slechts één keer 15, zet een streep en achter de streep zet hij van klein naar groot 5, 6, 7, 7 en 9. Vul het blaadje van Jos verder in.
- Hoeveel leerlingen hebben een lengte vanaf 150 cm tot 160 cm?
- Bereken hoeveel procent van de 40 leerlingen een lengte heeft die minder is dan 160 cm.

	Jos					
	15	5	6	7	7	9
	16	...				
	17	...				
	18	...				
	19	...				

Theorie

In het voorbeeld zie je de gewichten van appels. Het diagram ernaast is een andere manier om deze gewichten overzichtelijk op te schrijven. Zo'n diagram heet een **steelbladdiagram**.

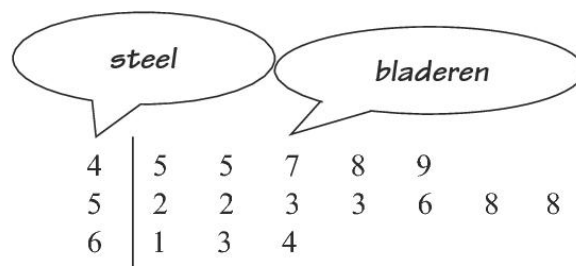
De getallen die links van de streep staan, vormen de **steel**.
De getallen rechts van de streep vormen de **bladeren**.

Voorbeeld

Van 15 appels is het gewicht in grammen genoteerd.

45 52 63 47 53 64 52 48
56 58 53 58 61 45 49

In het steelbladdiagram komen in de steel de tientallen en in de bladeren komen de eenheden.

**Ondersteunende route → maak opdracht 027**

- 27** Van de meisjes van een voetbalteam staan de lengten in centimeters in het steelbladdiagram.

14	5 8 8 8
15	
16	3 3 4 4 7
17	2 3 5 6

- Hoe lang is het langste meisje?
- Uit hoeveel meisjes bestaat het voetbalteam?
- Bereken hoeveel procent van de meisjes een lengte vanaf 160 cm tot 170 cm heeft.
- Bereken de gemiddelde lengte van de meisjes.
- Hoe groot is de modus van de lengten? En de mediaan?



- 28** Er komen vijf meisjes bij het voetbalteam van opdracht 27. De lengten van de meisjes zijn 156 cm, 161 cm, 175 cm, 181 cm en 163 cm.
- Maak een steelbladdiagram waarin deze vijf lengten ook zijn verwerkt.
 - Ga met een berekening na of door de komst van deze vijf meisjes de gemiddelde lengte van het team verandert.
 - Ga dat ook na voor de modus en voor de mediaan.

- 29** In het steelbladdiagram zie je hoe hoog de hartslag van de leerlingen een minuut na een hardlooptwedstrijd was. De laagste hartslag die gemeten is, was 102.
- Hoe hoog was de hoogste hartslag?
 - Hoeveel leerlingen deden er mee?
 - Hoeveel leerlingen hadden een hartslag hoger dan 110?
 - Welke hartslag is hier de mediaan?
 - Vijf leerlingen hadden een hogere hartslag dan Daniël. Hoe hoog was de hartslag van Daniël?

10	2 4 8 9 9 9
11	3 4 6 8
12	1 2 4 4 7 9
13	8
14	4 7 8
15	1

- 30** Klas 2A en klas 2B hebben hetzelfde proefwerk gemaakt. De cijfers van de leerlingen van klas 2A zijn al verwerkt in een steelbladdiagram.
- De cijfers van de leerlingen van klas 2B staan hieronder.

6,2	7,1	5,3	8,0	4,5	3,0	7,5	7,5
6,5	6,6	6,9	9,3	8,0	8,0	7,7	10,0
9,5	8,4	7,9	6,9	5,8	4,8	4,8	5,5

3	5
4	3 5
5	2 3 3 5 5 7
6	4 5 5 6 8
7	0 0 5 5
8	1
9	5
10	0

Zet deze cijfers ook in een steelbladdiagram.

- In klas 2A is 3,5 het laagste cijfer. Welk cijfer is in klas 2B het laagste cijfer?
 - Geef van klas 2A en van klas 2B de modus en de mediaan.
 - In welke klas is het proefwerk volgens jou het best gemaakt? Leg je antwoord uit.
- 31** In de tabel zie je de uitslag van de finale van het verspringen bij de Olympische Spelen in 2012. Bij de gesprongen afstanden moet je een steelbladdiagram gaan maken. Chiem zet de getallen 7 en 8 in de steel en Prya zet de getallen 77 tot en met 83 in de steel.
- Maak beide steelbladdiagrammen.
 - Heeft het steelbladdiagram van Chiem of dat van Prya jouw voorkeur? Schrijf de voordelen of de nadelen op.

Uitdagende route → maak opdracht U7

<i>naam</i>	<i>afstand</i>
<i>verspringer</i>	<i>in cm</i>
1 Greg Rutherford	831
2 Michell Watt	816
3 Will Claye	812
4 Michel Torneus	811
5 Sebastian Bayer	810
6 Christ. Tomlinson	807
7 Mauro V. Da Silva	801
8 Godfrey K. Mokoena	793
9 Henry Frayne	785
10 Marguise Goodwin	780
11 Aleksandr Mentkov	778
12 Tyrone Smith	770

Ondersteunende opdrachten

- O27** Donald heeft de lengten van de zonnebloemen in zijn tuin opgemeten. Zijn waarnemingen staan in het steelbladdiagram.

16	5
17	0 1 7 8 9 9
18	3 4 4 4
19	3 5 6 9

- De kortste zonnebloem is 165 cm lang.
Hoe lang is de langste zonnebloem?
- Van hoeveel zonnebloemen heeft hij de lengte gemeten?
- Hoeveel zonnebloemen zijn langer dan 190 cm?
- Bereken de gemiddelde lengte van de zonnebloemen.
- Welke lengte komt het meest voor?
- Hoe heet de lengte die het meest voorkomt?
- Hoe groot is de mediaan van de lengten?
- Donald is één zonnebloem vergeten. Deze zonnebloem is 179 cm lang.
Leg uit dat er nu geen modus meer is.

**Uitdagende opdrachten**

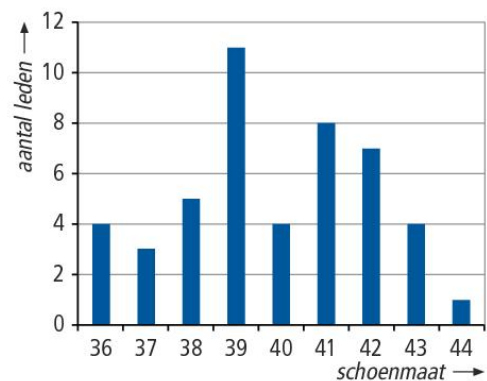
- U7** Ayla heeft een zak met tien appels gekocht. Volgens het etiket van de zak zit er 1,5 kg in. Ayla heeft het gewicht van elk van de tien appels bepaald en in een steelbladdiagram verwerkt.

14	5 7 8
15	0 1 7 8 9
16	
17	2

Ayla is vergeten om van één appel het gewicht te noteren. Ze heeft berekend dat het gemiddelde gewicht van de tien appels 154 gram is.

- Hoeveel gram weegt de zak met 10 appels?
- Hoeveel gram weegt de appel waarvan ze het gewicht niet genoteerd heeft?
- Hoeveel procent wijkt het totale gewicht af van de opgegeven 1,5 kg?

- 32** De leden van een wandelsportvereniging krijgen van een sponsor nieuwe schoenen en daarom zijn alle schoenmaten genoteerd. Het resultaat staat in het staafdiagram.
- Geef de modus van deze schoenmaten.
 - Bereken de gemiddelde schoenmaat. Rond af op één decimaal.
 - Van hoeveel procent van de leden is de schoenmaat kleiner dan de gemiddelde schoenmaat?
 - Eén van de leden zegt zijn lidmaatschap op. De mediaan verandert daardoor niet. Welke schoenmaat kan dit lid hebben?



- 33** In een straat wonen 15 gezinnen, met een gemiddeld aantal kinderen van 1,8. Er vertrekt een gezin met één kind en er komt een gezin met zeven kinderen voor in de plaats. Hoe groot wordt het nieuwe gemiddeld aantal kinderen per gezin?

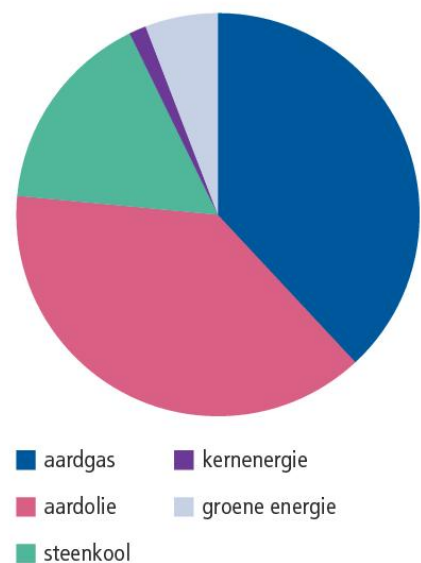
- 34** In het cirkeldiagram zie je uit welke bronnen de energie afkomstig was.
- De hoek in het cirkeldiagram bij aardgas is 137° . Hoeveel procent van het energieverbruik bestond uit aardgas?
 - Het percentage groene energie was 5,8%. Is de bijbehorende hoek in het cirkeldiagram goed getekend?
 - In de tabel zie je de gegevens over de percentages groene energie in de periode 2010-2015.

<i>tijd</i> in jaren	2010	2011	2012	2013	2014	2015
<i>percentage</i>	3,9	4,3	4,7	4,8	5,4	5,8

Teken een lijndiagram bij de tabel.

- Volgens het verdrag van Parijs uit 2015 moet in Nederland in 2020 het energieverbruik voor 14% afkomstig zijn uit groene energie. Zal dat gehaald worden? Verklaar je antwoord.

Energieverbruik in Nederland in 2015



- 35** De directeur van basisschool De Regenboog heeft de cito-scores genoteerd van de leerlingen van zijn school.

515	516	516	516	517	519	520	521	521
521	521	521	523	524	527	527	528	529
529	529	529	529	530	530	530	531	531
532	533	533	534	539	542	544	545	545
546	547	548	549	550	550			

- Maak van deze gegevens een steelbladdiagram waarbij je in de steel de tientallen zet.
- Welke score is de modus?
- En welke score is de mediaan?

51		5	6	...
52		0	...	
53		...		
54		...		
55		...		

- 36** Menno heeft van de proefwerkcijfers voor het vak muziek van klas H2a een frequentietabel gemaakt.

<i>proefwerkcijfer</i>	3	4	5	6	7	8	9
<i>frequentie</i>	1	2	3	7	12	4	2

- Hoeveel leerlingen zitten er in klas H2a?
- Bereken het gemiddelde proefwerkcijfer.
- Geef de modus en de mediaan van de proefwerkcijfers.
- De leraar laat de leerlingen die een onvoldoende gehaald hebben het proefwerk opnieuw maken. Ze halen alle zes twee punten meer dan de eerste keer. Ga na of de mediaan hierdoor verandert.

- 37** Pjotr gooit tijdens een spelletje met vijf dobbelstenen. Het gaat daarbij om het totaal aantal ogen.
- Hoeveel ogen kan Pjotr hoogstens gooien? En hoeveel ogen minstens? Leg je antwoord uit.
 - Hij gooit 20 keer en noteert telkens het aantal ogen. Bereken het gemiddelde aantal ogen dat Pjotr gooit.
 - Geef de modus en de mediaan van het aantal ogen.
 - In hoeveel procent van de worpen noteert Pjotr meer dan 13, maar minder dan 23 ogen?



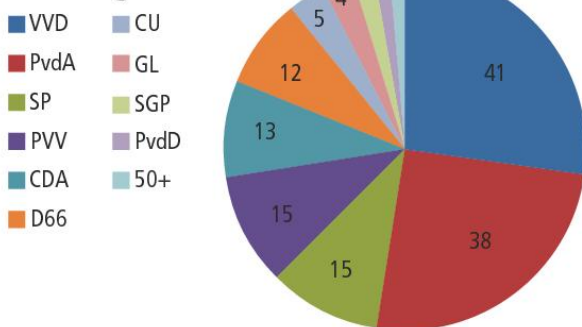
Theorie

Cirkeldiagram, staafdiagram, lijndiagram en steelbladdiagram

- > Een cirkeldiagram bestaat uit sectoren.
De percentages van alle sectoren zijn bij elkaar 100%.
De hoeken van alle sectoren zijn bij elkaar 360°.
- > Bij een staafdiagram en een lijndiagram kun je op de verticale as de aantallen aflezen. Een lijndiagram wordt vooral gebruikt om te laten zien hoe aantallen in de loop van de tijd veranderen.
- > Een steelbladdiagram is een manier om waarnemingen overzichtelijk op te schrijven.
De getallen die links van de streep staan, vormen de steel.
De getallen rechts van de streep vormen de bladeren.

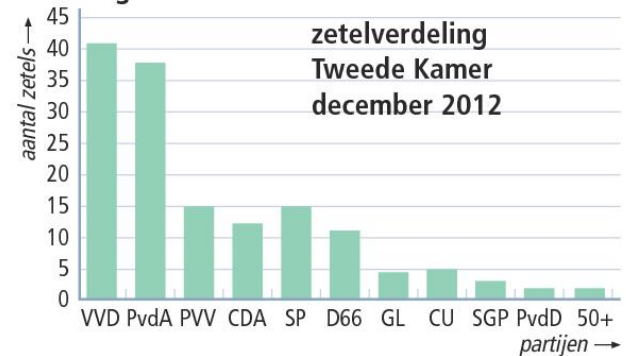
Voorbeeld 1

cirkeldiagram



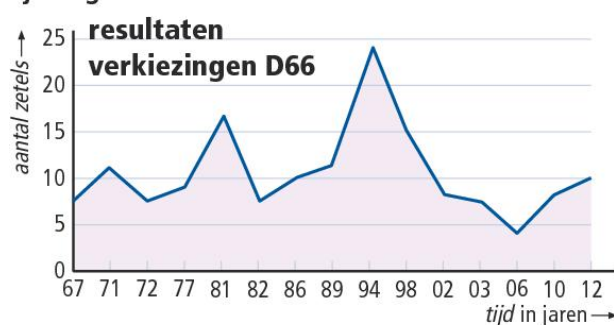
Voorbeeld 2

staafdiagram



Voorbeeld 3

lijndiagram



Voorbeeld 4

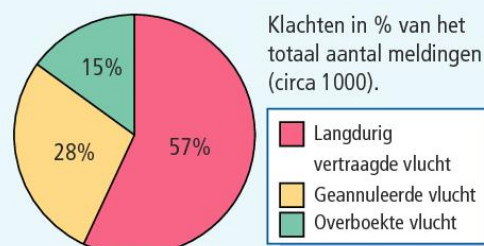
steelbladdiagram

Cijfers die de ministers krijgen voor hun functioneren.

4		8 9 9
5		1 3 3 4 4 4 9 9
6		0 5

- S1
- Waarom heeft het geen zin om bij de gegevens van voorbeeld 2 een lijndiagram te maken?
 - Welke twee diagrammen bevatten dezelfde gegevens?
 - In voorbeeld 4 zie je dat het hoogste cijfer dat een minister voor zijn functioneren kreeg een 6,5 was. Hoeveel ministers kregen een onvoldoende?

- S2** In de Consumentengids stond een artikel over klachten die in twee maanden tijd over luchtvaartmaatschappijen ontvangen waren.
- Hoeveel sectoren heeft dit cirkeldiagram?
 - Hoeveel procent van de klachten ging over een langdurig vertraagde vlucht?
 - Hoeveel klachten waren er ongeveer over een geannuleerde vlucht?
 - Waarom kun je bij opdracht c het aantal klachten niet precies geven?



Theorie

Frequentietabel, waarneming en frequentie

In een frequentietabel wordt het aantal keren dat een waarneming voorkomt weergegeven. Het aantal keren dat een waarneming voorkomt, heet de frequentie.

- S3** Tim haalde voor natuurkunde de cijfers 7, 7, 6, 3, 5, 6, 5, 8, 8, 10, 7, 4, 3, 7 en 3.
- Maak een frequentietabel bij de cijfers die Tim haalde.
 - Hoe groot is de frequentie van het cijfer 8?

Vaardigheid

Je kunt iets met een verhoudingstabel berekenen.

- Maak een verhoudingstabel en zet de gegevens er in.
- Ga eerst terug naar 1 en dan naar het gevraagde aantal. Bedenk welke getallen bij de bijbehorende pijlen komen te staan.
- Bereken met de pijlen de ontbrekende getallen in de tabel. Rond de getallen niet tussendoor af.
- Schrijf het antwoord op de vraag op.

Voorbeeld

In een straat wonen 131 mensen, waarvan er 35 jonger dan 18 jaar zijn. Hoeveel procent is jonger dan 18 jaar?

Oplossing

1	<i>aantal</i>	131	1	35
2	<i>percentage</i>	100	0,76...	26,71...
3			$\div 131$	$\times 35$

- Ongeveer 27% is jonger dan 18 jaar.

- S4** Een e-reader kost volgens de catalogus € 109,90. Omdat het een oud model is, krijgt José € 20,- korting. Hoeveel procent korting krijgt José?

Vaardigheid

Je kunt een cirkeldiagram tekenen.

- 1 Zet het aantal boven in een verhoudingstabel, het aantal graden eronder en zet 360° onder het totaal aantal.
- 2 Bereken voor elke sector de hoek die erbij hoort.
- 3 Teken een cirkel, verdeel de cirkel in sectoren en geef in elke sector aan waar die bij hoort.

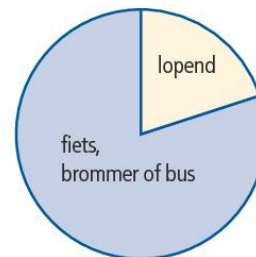
Voorbeeld

Van een middelbare school met 1200 leerlingen komen er 240 lopend naar school. De rest komt met de fiets, de brommer of de bus. Teken het bijbehorende cirkeldiagram.

Oplossing

1	aantal leerlingen	1200	1	240	960	3
	aantal graden	360	...	...	...	
2	aantal leerlingen	1200	1	240	960	
	aantal graden	360	0,3	72	288	

$\begin{matrix} & & \swarrow & \searrow & \\ & : 1200 & \times 240 & & \\ & & \times 960 & & \end{matrix}$



- 55 Bij de Olympische Spelen in Rio de Janeiro wonnen de Nederlanders 8 gouden, 7 zilveren en 4 bronzen medailles. Verwerk deze resultaten in een cirkeldiagram.

Vaardigheid

Je kunt het gemiddelde bij een frequentietabel berekenen.

- 1 Bereken het totaal van de frequenties.
- 2 Vermenigvuldig de waarnemingen met de frequenties en tel de uitkomsten op. Dit is het totaal van de waarnemingen.
- 3 Deel het totaal van de waarnemingen door het totaal van de frequenties en bereken zo het gemiddelde.

Voorbeeld

Bereken het gemiddelde bij de frequentietabel.

waarneming	20	21	25
frequentie	5	8	6

Oplossing

- 1 Het totaal van de frequenties is $5 + 8 + 6 = 19$.
- 2 Het totaal van de waarnemingen is $5 \times 20 + 8 \times 21 + 6 \times 25 = 418$.
- 3 Het gemiddelde is $418 : 19 = 22$.

- S6** In de frequentietabel zie het aantal punten dat de leerlingen van klas 2B op een sportdag bij softbal scoorden.

<i>aantal punten</i>	0	1	2	3	4
<i>frequentie</i>	2	9	7	5	1

Bereken het gemiddeld aantal punten per leerling.

Vaardigheid

Je kunt de modus en de mediaan berekenen.

De modus van een aantal waarnemingen is de waarneming die het meest voorkomt. Als geen van de waarnemingen het meest voorkomt, dan is er geen modus. Van een rij waarnemingen die op volgorde van klein naar groot staan, heet de middelste waarneming de mediaan. Bij een even aantal waarnemingen is de mediaan het gemiddelde van de middelste twee waarnemingen.

Voorbeeld 1

Negen temperaturen in °C in november waren
8 7 4 7 11 8 8 6 6

De modus is 8 °C.

De temperaturen van klein naar groot zetten geeft

4 6 6 7 7 8 8 8 11

De mediaan is 7 °C.

Voorbeeld 2

Acht temperaturen in °C in december waren
9 2 3 6 3 6 5 6

De modus is 6 °C.

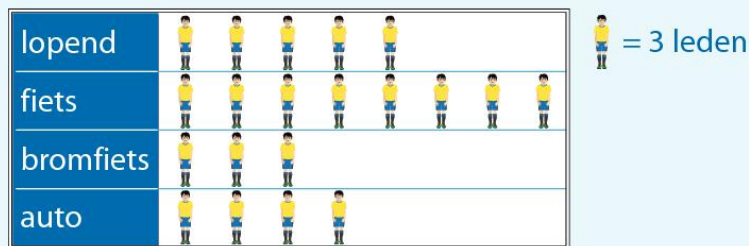
De temperaturen van klein naar groot zetten geeft

2 3 3 5 6 6 6 9

De mediaan is $(5 + 6) : 2 = 5,5$ °C.

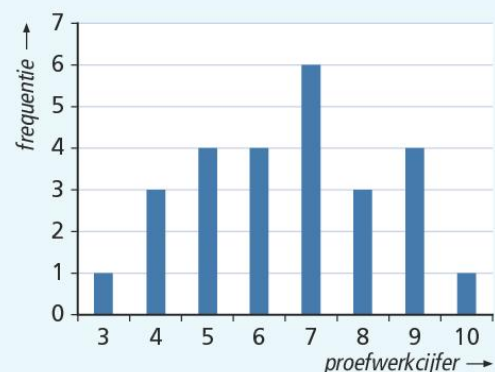
- S7** Er waren 20 deelnemers bij de 400 meter hardlopen. De tijden van deze deelnemers waren 63, 64, 72, 59, 62, 64, 58, 69, 64, 71, 69, 81, 64, 66, 67, 73, 53, 65, 75 en 70 seconden.
- Hoe groot is de mediaan van de tijden?
 - En hoe groot is de modus?





- T1** Hierboven zie je hoe de leden van een sportclub naar de training komen.
- Hoeveel leden komen er op de fiets naar de training?
 - En hoeveel leden komen er met de auto?
 - Hoeveel procent is dat van het totaal aantal leden?
 - Teken een cirkeldiagram bij deze gegevens.

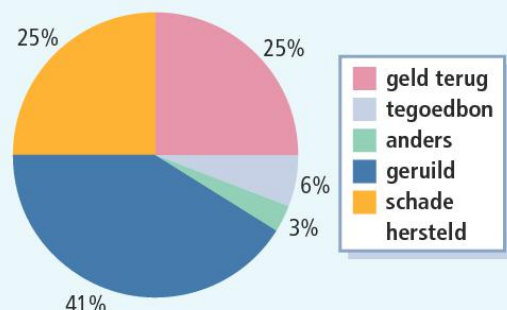
- T2** In het staafdiagram staan de resultaten van de leerlingen uit klas 2C bij een proefwerk voor het vak Duits.
- Hoeveel procent van de leerlingen heeft een onvoldoende?
 - Bereken het gemiddelde proefwerkcijfer. Rond af op één decimaal.
 - Geef de modus van de proefwerkcijfers.
 - Welk cijfer is de mediaan van de proefwerkcijfers?



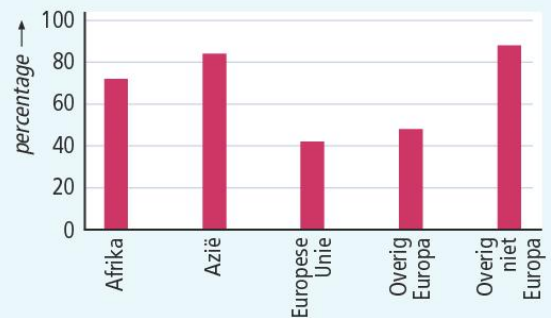
- T3** Voor een milieuonderzoek is in een beukenbos van 36 bomen de omtrek in cm gemeten.

115	116	120	122	123	127	128	130	130
134	134	134	134	139	141	141	142	142
143	144	149	149	149	150	150	151	152
153	154	154	155	160	161	165	165	166

- Maak bij deze gegevens een steelbladdiagram.
 - Geef de modus.
 - Hoe groot is de mediaan van de omtrek van de bomen?
- T4** Veel mensen die klachten hebben over gekochte kleding gaan terug naar de winkel. In het cirkeldiagram zie je hoe de klachten verholpen worden.
- Hoeveel sectoren heeft het cirkeldiagram?
 - Bij de sector 'geld terug' horen 60 mensen. Hoeveel is het totaal aantal mensen met klachten?
 - Bereken hoeveel graden de hoeken zijn van de sector bij 'geld terug' en van de sector bij 'geruild'.
 - Bereken hoeveel mensen bij de sector 'geruild' horen.



- T5** Het staafdiagram geeft het percentage mensen dat terugkeert naar Nederland na een emigratie.
- Hoeveel procent van de mensen die naar Azië zijn geëmigreerd keert terug naar Nederland?
 - Moreno ziet dat vanuit de Europese Unie 42% en vanuit overig Europa 48% terugkeert naar Nederland. Hij concludeert dat dus 45% van de mensen die naar een land in Europa zijn geëmigreerd weer naar Nederland terugkeert.
Leg uit waarom de redenering van Moreno niet klopt.



- T6** In klas 2C is gevraagd hoe oud de moeders van de leerlingen zijn. De resultaten staan in het steelbladdiagram.

```

3 | 6 3 4 2 4 9 1 1 5
4 | 4 2 5 3 9 5 1 8
5 | 0 3 7 2 0

```

- Pas het steelbladdiagram aan zodat je kunt zien welke leeftijd de mediaan is.
 - Hoe groot is de mediaan van de leeftijden?
 - Hoeveel jaar schelen de jongste en de oudste moeder?
- T7** In een bedrijf werken 25 mensen. In de frequentietabel zie je hoeveel ze per maand verdienen.

salaris in euro's	1550	1700	1900	2000	5000
aantal mensen	10	7	5	2	1

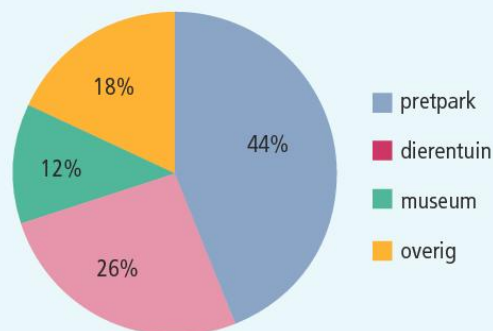
- Bereken het gemiddelde salaris van de mensen in dit bedrijf.
- Welk salaris is de modus?
- En welk salaris is de mediaan?
- Welk bedrag geeft de beste indruk van de salarissen in dit bedrijf: het gemiddelde, de modus of de mediaan?
Leg je antwoord uit.

Je kunt iets met een verhoudingstabel berekenen.

- E1** Aan 850 kinderen tussen 12 en 16 jaar is gevraagd waar ze het liefst een dagje naar toe zouden willen.

a Vul de verhoudingstabel verder in.

	totaal	pretpark	dierentuin	museum
<i>aantal kinderen</i>	850	...	...	...
<i>percentage</i>	...	...	...	...



- b** Er zijn 23 kinderen die voor het strand hebben gekozen. Hoeveel procent is dat?

- E2** In een vaas zit 0,8 liter water. De vaas is voor 32% gevuld. Hoeveel liter water kan er maximaal in de vaas?

- E3** Menno koopt een stuk kaas van 735 gram. Hij betaalt hier € 8,67 voor. Hoeveel moet hij betalen voor een stuk kaas van 540 gram?

Je kunt een cirkeldiagram tekenen.

- E4** In een kast staan 150 boeken.

<i>soort boek</i>	romans	detectives	stripboeken	schoolboeken
<i>frequentie</i>	45	30	60	15

Teken een cirkeldiagram bij de tabel.

Je kunt het gemiddelde bij een frequentietabel berekenen.

- E5** Een tennisvereniging heeft acht tennisbanen. Het bestuur wil weten hoe vaak de banen gebruikt worden. Gedurende het seizoen telt men regelmatig hoeveel tennisbanen in gebruik zijn. Het resultaat zie je in de frequentietabel.

<i>aantal tennisbanen</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>frequentie</i>	10	4	5	4	8	8	7	10	12

- a** Hoe vaak zijn alle tennisbanen in gebruik?
b Hoe vaak telt men het aantal gebruikte tennisbanen?
c In hoeveel procent van de gevallen zijn alle tennisbanen in gebruik?
d Bereken het gemiddelde aantal gebruikte tennisbanen bij deze tellingen.



- E6** Een aantal kinderen heeft een geldinzameling gehouden voor een goed doel. Bij die inzameling gaven 17 mensen 50 cent, 6 mensen gaven één euro, 12 mensen gaven twee euro, 7 mensen gaven vijf euro, 5 mensen gaven zeven euro en 3 mensen gaven tien euro.
- Maak bij deze gegevens een frequentietabel.
 - Bereken het gemiddelde van de gegeven bedragen.
 - Vijftig mensen gaven helemaal niets.
Als je deze mensen wel meetelt, hoe groot is dan het gemiddelde?

Je kunt de modus en de mediaan berekenen.

- E7** Bij een onderzoek is in een bamboebos van 30 bomen de omtrek in cm gemeten.

14	15	16	16	17	17	17	18	20	20
22	22	24	24	24	25	25	26	26	26
26	26	28	29	29	29	30	30	31	32

Geef de modus en de mediaan.

- E8** De hoogste veertien bergen ter wereld zijn 8463, 8035, 8611, 8201, 8163, 8013, 8125, 8516, 8167, 8047, 8850, 8586, 8091 en 8068 meter hoog.
- Maak hiervan een steelbladdiagram met in de steel de honderdtallen.
 - De Mount Everest is de hoogste berg ter wereld.
Hoe hoog is de Mount Everest?
 - Welke hoogte is hier de mediaan?
 - Waarom is er bij deze gegevens geen modus?

- E9** Een groep van 40 leerlingen heeft meegedaan aan een rekentest. Iedere leerling kon maximaal 100 punten halen. In het steelbladdiagram zie je de resultaten.
- Het laagste aantal punten dat werd gehaald is 37.
Wat is het hoogste aantal punten dat werd gehaald?
 - Bereken hoeveel procent van de leerlingen meer dan 55 punten heeft gehaald.
 - Geef de mediaan van de gehaalde punten.
 - Welk aantal punten is de modus?

3	7
4	0 2 4 7 7 9
5	0 1 5 5 5 5 6
6	2 2 2 3 4 4 9 9
7	1 1 1 7 7 8 8
8	0 0 0 3 4 8 9
9	0 2 3 5

Je leert

- wat een klasse, het klassenmidden en de modale klasse is
- hoe je een gemiddelde bij een indeling in klassen berekent

Deze paragraaf bereidt voor op klas 3 wvo.

- 1 Een groep van 30 leerlingen oefent de 100 meter hardlopen. De beste tijd van elke leerling staat in de lijst hiernaast.

~~13,3~~ ~~14,3~~ ~~15,0~~ ~~15,3~~ ~~13,6~~ ~~12,8~~ 13,6 13,8
13,7 14,7 12,9 14,7 14,1 13,9 13,1 13,2
14,2 15,1 12,8 14,4 14,9 15,2 13,3 14,5
13,9 14,2 12,7 13,9 13,4 14,5

- a Om een beter overzicht te krijgen is het vaak handig om een frequentietabel te maken. Waarom is het hier niet handig om dat te doen?
- b De gymlerares neemt alle tijden vanaf 12,0 tot 13,0 seconden bij elkaar, die vanaf 13,0 tot 14,0 seconden ook en zo gaat ze verder. Hiernaast staat een begin van haar frequentietabel. De tijden die doorgestreept zijn, staan al vermeld.
- Vul de frequentietabel van de gymlerares verder in.

<i>tijd in seconden</i>	<i>turven</i>	<i>frequentie</i>
vanaf 12,0 tot 13,0	/	...
vanaf 13,0 tot 14,0	//	...
vanaf 14,0 tot 15,0	/	...
vanaf 15,0 tot 16,0	//	...

Theorie

Om een goed overzicht te krijgen, kun je getallen die dicht bij elkaar liggen in één groep samennemen. Zo'n groep heet een **klasse**. Bij een frequentietabel kun je gebruik maken van een indeling in klassen. Het midden van een klasse noem je het **klassenmidden**. De klasse met de grootste frequentie noem je de **modale klasse**.

Voorbeeld

<i>zakgeld in euro's</i>	<i>klassenmidden</i>	<i>frequentie</i>
vanaf 0 tot 2	1	5
vanaf 2 tot 4	3	10
vanaf 4 tot 6	5	15
vanaf 6 tot 8	7	8
vanaf 8 tot 10	9	5
vanaf 10 tot 12	11	2

De indeling in klassen is vanaf 0 tot 2 euro, vanaf 2 tot 4 euro, enzovoort.

Van de klasse vanaf 0 tot 2 euro is 1 euro het klassenmidden, van de klasse vanaf 2 tot 4 euro is 3 euro het klassenmidden, enzovoort.

Van de klasse vanaf 4 tot 6 euro is de frequentie het grootst. Dit is de modale klasse.

- 2 Op het blaadje zie je van 35 hotels de prijs in euro's van een standaard tweepersoonskamer.

- a Maak een frequentietabel waarbij de prijzen zijn ingedeeld in klassen. Neem de eerste klasse vanaf 30 tot 40 euro. Maak de klassen even breed.
- b Geef de klassenmiddens bij de indeling in klassen.
- c Geef de modale klasse van de prijzen.

33,00 59,95 51,00 31,00 61,00
66,50 59,95 35,00 99,95 63,00
35,00 45,00 86,00 56,00 37,50
79,95 61,00 53,00 53,00 36,00
67,50 61,50 49,50 43,00 75,00
61,00 71,00 84,00 40,00 87,50
67,50 81,00 49,95 33,00 91,95

- 3 Drie weken lang is de regenval per dag in mm genoteerd.
- Bereken de gemiddelde regenval per dag in mm. Rond je antwoord af op één decimaal.
 - Vul de eerste drie kolommen van de frequentietabel in.

3,2	0,3	0,2	0,0	2,8	0,6	4,1
4,3	0,0	1,2	0,0	2,9	0,7	3,5
2,3	0,0	4,4	1,1	2,4	2,8	3,0

neerslag in mm	klassenmidden	frequentie	berekening
vanaf 0,0 tot 1,0	0,5	8	$8 \times 0,5 = 4,0$
vanaf 1,0 tot 2,0	...	...	...
...	...	...	...

- Vermenigvuldig ieder klassenmidden met de bijbehorende frequentie en tel de uitkomsten op.
- Bereken de gemiddelde regenval per dag door het totaal van de uitkomsten te delen door het aantal dagen.
- Krijg je hetzelfde antwoord als bij opdracht a? Waarom?

Aanpak

Hoe bereken je het gemiddelde bij een indeling in klassen?

- Bereken van elke klasse het klassenmidden.
- Vermenigvuldig ieder klassenmidden met de bijbehorende frequentie en tel de uitkomsten op.
- Deel het totaal van de uitkomsten door het totaal van de frequenties.

Voorbeeld

Bereken het gemiddelde bij de indeling in klassen.

lengte in cm	frequentie
vanaf 150 tot 160	4
vanaf 160 tot 170	8
vanaf 170 tot 180	9
vanaf 180 tot 190	2

Oplossing

- De klassenmiddens zijn 155, 165, 175 en 185 cm.
- $155 \times 4 + 165 \times 8 + 175 \times 9 + 185 \times 2 = 3885$ cm.
- Het totaal van de frequenties is $4 + 8 + 9 + 2 = 23$.
Het gemiddelde is $3885 \text{ cm} : 23$ is ongeveer 169 cm.

- 4 Bereken bij de indeling in klassen van opdracht 1 de gemiddelde tijd in seconden.
- 5 Cindy heeft peren van een boom geplukt. De gewichten in hele grammen staan in het steelbladdiagram.
- Welk gewicht is hier de mediaan?
 - Maak een frequentietabel. Neem de indeling in klassen vanaf 40 tot 50 gram, vanaf 50 tot 60 gram, enzovoort.
 - Welke klasse is de modale klasse?
 - Bereken het gemiddelde gewicht van de peren met behulp van de klassenmiddens.

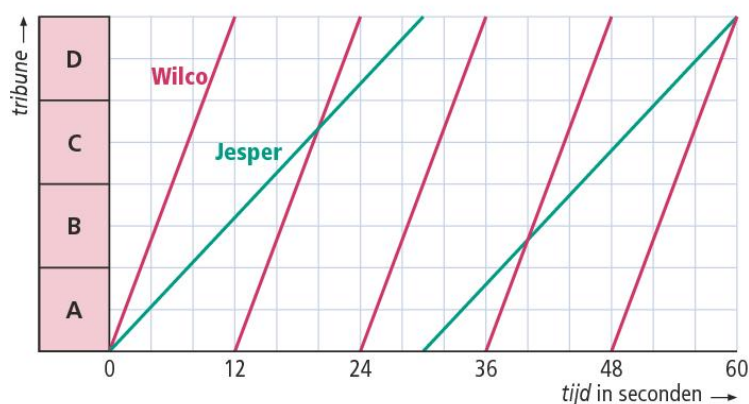
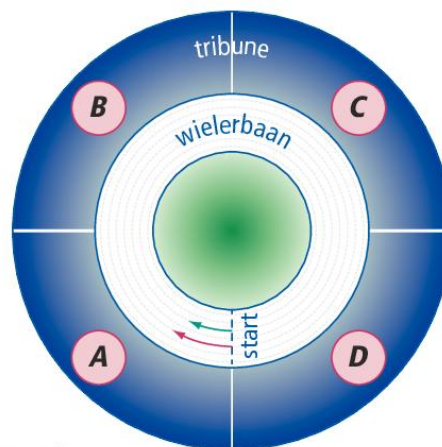
4	3	9	9
5	0	1	1
6	0	0	2
7	1	2	3
8	0	7	
9	2		

Tussendoortje | Passeren

De wielervedaan

Op een grote wielervedaan rijden Jesper en Wilco rond. Jesper doet met zijn fiets 30 seconden over een rondje. Wilco heeft met zijn motor maar 12 seconden nodig. Ze starten tegelijk en rijden in dezelfde richting met de wijzers van de klok mee. Hieronder zie je de bijbehorende grafiek.

- Na hoeveel seconden passeert Wilco Jesper voor de eerste keer?
- Hoeveel keer passeert Wilco Jesper in een uur?



De andere kant op

Daarna rijden beiden tegen de wijzers van de klok in.

- Teken in één assenstelsel de grafieken van die rit gedurende de eerste 60 seconden.

Tegen elkaar in

Vervolgens fietst Jesper weer in de richting met de wijzers van de klok mee, maar Wilco rijdt in tegengestelde richting tegen de wijzers van de klok in.

- Hoeveel keer passeren Jesper en Wilco elkaar nu in een uur?

Vaardigheden

1

In dit blok vaardigheden komen de volgende onderwerpen aan de orde.

- Delen van getallen
- Formules en grafieken
- Vergelijkingen
- Tijd
- Hoeken

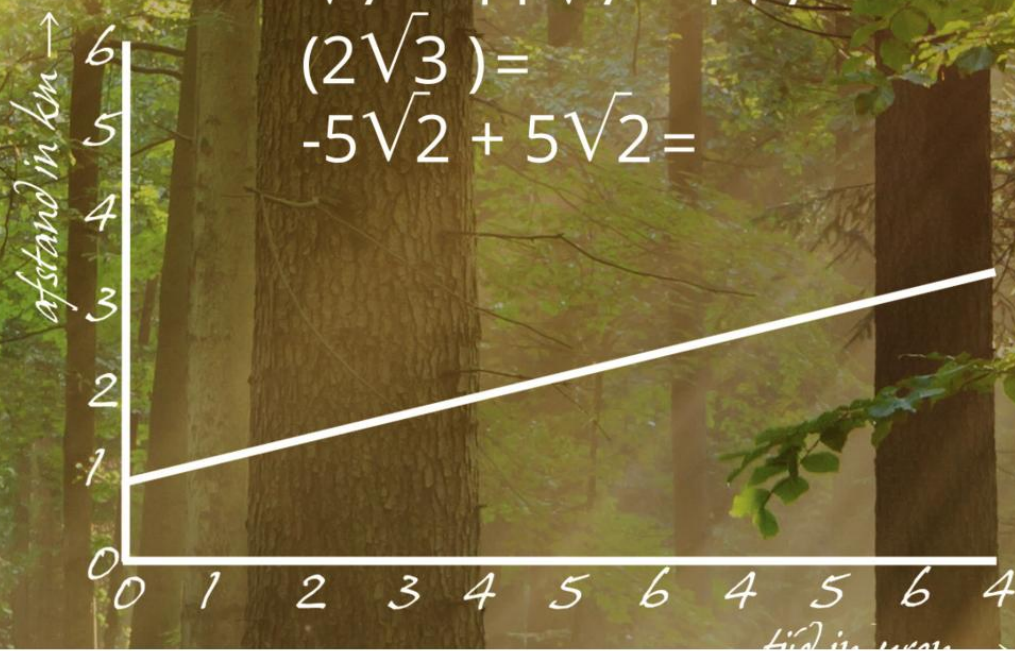
$$11h = 35$$

$$+3w = 16$$



$$\frac{1}{10} \text{ deel is } \dots\%$$

$$\frac{1}{5} \text{ deel is } \dots\%$$



$$3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} =$$

$$-5\sqrt{5} \times \sqrt{6} =$$

$$\sqrt{7} + 11\sqrt{7} - 4\sqrt{7} =$$

$$(2\sqrt{3}) =$$

$$-5\sqrt{2} + 5\sqrt{2} =$$

Delen van getallen

1 Bereken zonder rekenmachine.

- | | |
|----------------|-----------------|
| a $84 : 3 =$ | e $840 : 3 =$ |
| b $52 : 13 =$ | f $5200 : 13 =$ |
| c $1020 : 2 =$ | g $1020 : 20 =$ |
| d $420 : 21 =$ | h $420 : 210 =$ |

Theorie

Niet elke deling komt op een geheel getal uit. Als een deling niet op een geheel getal uitkomt, houd je een rest over. Het antwoord van de deling $56:8$ is een geheel getal. Je noemt 56 deelbaar door 8. Het getal 8 is een deler van 56.

Voorbeeld 1

De delers van 24 zijn 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 en 24.

Voorbeeld 2

$65 : 3 = 21$ rest 2, want $21 \times 3 = 63$ en $63 + 2 = 65$.

- 2 a Welke van de getallen 2, 3, 7, 42, 54, 77, 80 en 84 zijn deelbaar door 7?
 b Schrijf de delers op van 45.
 c Schrijf de delers op van 64.

3 Bereken en schrijf de rest erbij als de deling niet op een geheel getal uitkomt.

- | | |
|---------------|----------------|
| a $50 : 6 =$ | e $200 : 62 =$ |
| b $73 : 2 =$ | f $105 : 15 =$ |
| c $125 : 5 =$ | g $126 : 50 =$ |
| d $423 : 7 =$ | h $426 : 71 =$ |

4 $\frac{1}{6}$ deel van 48 is $48 : 6 = 8$, dus $\frac{5}{6}$ deel van 48 is $5 \times 8 = 40$. Bereken zonder rekenmachine.

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| a $\frac{2}{13}$ deel van 52 | d $\frac{4}{9}$ deel van 36 |
| b $\frac{6}{7}$ deel van 21 | e $\frac{3}{8}$ deel van 160 |
| c $\frac{7}{17}$ deel van 34 | f $\frac{5}{12}$ deel van 60 |

Formules en grafieken

Theorie

Formules waarin gelijksoortige termen voorkomen, kun je korter schrijven door de gelijksoortige termen samen te nemen.

Voorbeeld 1

In de formule $m = -7p + 3p - 9$ zijn $-7p$ en $3p$ gelijksoortige termen. Daarom kun je de formule korter schrijven als $m = -4p - 9$.

Voorbeeld 2

In de formule $k = 4p + 12q + 25$ zitten geen gelijksoortige termen. Daarom kun je de formule niet korter schrijven.

5 Schrijf, als het kan, de formules korter.

- a** $y = 7x + 3x$ **d** $b = 2a - 4c + 12$
b $y = 5x - x$ **e** $b = 12a - 3 + a - 5a$
c $y = 5 - 7x - 3x + 2$ **f** $b = 3a - 13 - 4a - 3c$

6 Gegeven is de formule $n = 7p - 6$.

- a** Bereken n voor $p = 5$.
b Doe hetzelfde voor $p = 0$, $p = -5$ en $p = 7,5$.
c Maak de opdrachten a en b ook voor de formule $n = 18 - 4p$.

7 De tabellen horen bij lineaire formules.

- a** Schrijf van deze lineaire formules het startgetal en het hellingsgetal op.
b Geef de formules bij de tabellen.
c Stel een formule op bij een rechte lijn door de punten $(0, 4)$ en $(3, 19)$.

8 Gegeven zijn de formules $y = 2x - 3$ en $y = -1,5x$.

- a** Teken in één assenstelsel de bijbehorende grafieken. Neem voor x de waarden -5 tot en met 5 .
b Schrijf van beide grafieken op door welke kwadranten ze lopen.

A

x	0	1	2	3
y	10	13	16	19

B

x	0	1	2	3
y	5	1	-3	-7

Vergelijkingen

Theorie

Een vergelijking kun je vaak oplossen door eerst een bordje te leggen op de term met de variabele erin. Reken uit wat er op het bordje moet staan en los daarmee de vergelijking op. Soms moet je de vergelijking eerst korter schrijven.

Voorbeeld 1

Los op: $130 - 6 \times a = 250$

Oplossing

$$130 - 6 \times a = 250$$

$$130 - 120 = 250$$

$$6 \times a = -120$$

$$a = -20$$

Controle

$$130 - 6 \times -20 =$$

$$130 + 120 = 250, \text{ klopt!}$$

Voorbeeld 2

Los op: $2p - 35 + 5p = 14$

Oplossing

$$7p - 35 = 14$$

$$49 - 35 = 14$$

$$7p = 49$$

$$p = 7$$

Controle

$$2 \times 7 - 35 + 5 \times 7 =$$

$$14 - 35 + 35 = 14, \text{ klopt!}$$

9 Los de vergelijkingen op met bordjes.

a $2700 - 5a = 2295$

d $1,4b + 10,2 = 20$

b $33 - 2c = 16$

e $95 + \frac{1}{2}d = 109$

c $250 + 3r = 208$

f $2,5x - 120 = 40$

10 Los de vergelijkingen op met bordjes.

a $50 = 4x + 3x - 6$

d $4a + 64 + 8a = -2$

b $19 - 12p + p = -3$

e $24 = -0,5m - 1 + 3m$

c $65 + 9m - 3m + m = 30$

f $6x + 25 - 6x = 8x + 3$

Tijd

11 a Vul in.

5,8 uur is 5 uur en 0,8 uur en dat is

5×60 minuten + ... $\times 60$ minuten =

... minuten + ... minuten = ... minuten.

b Druk de tijden uit in minuten.

A 1,3 uur

D 2,65 uur

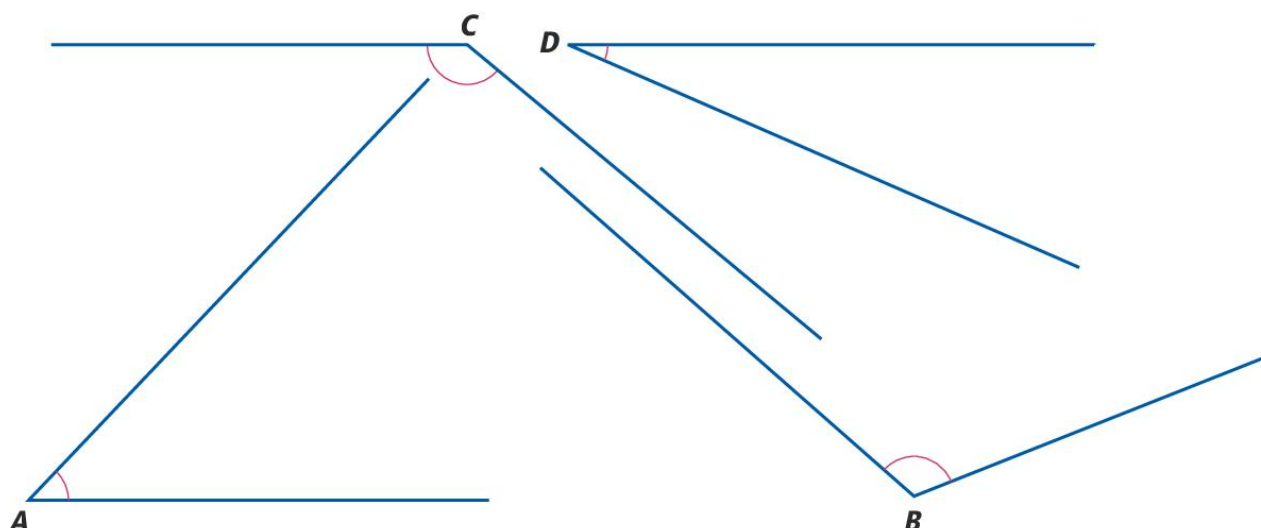
B 12,7 uur

E 1,75 uur

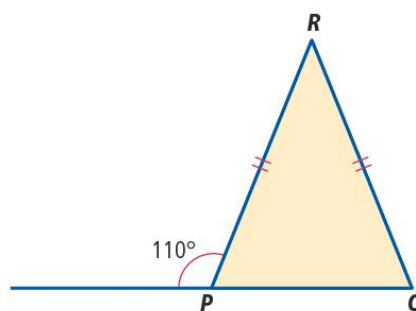
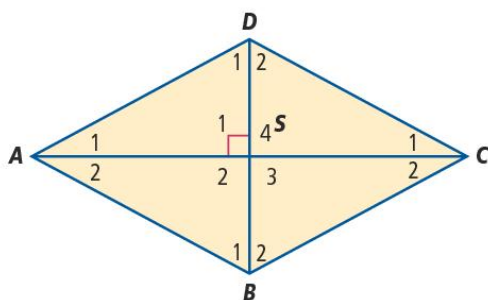
C 0,25 uur

F 23,25 uur

Hoeken



- 12** Meet $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ en $\angle D$.
- 13**
- Teken in een assenstelsel driehoek KLM met de hoekpunten $K(-3, -4)$, $L(2, -2)$ en $M(1, 2)$.
 - Meet $\angle K$, $\angle L$ en $\angle M$.
 - Hoe groot zijn $\angle K$, $\angle L$ en $\angle M$ samen?
- 14** Vierhoek $ABCD$ hieronder is een ruit en $\angle A_1 = 30^\circ$.
- Bereken $\angle D_1$.
 - Bereken $\angle C_{12}$.



- 15** Driehoek PQR is gelijkbenig. Zijde PR maakt met het verlengde van zijde PQ een hoek van 110° .
- Bereken $\angle Q$.
 - Bereken $\angle R$.





In dit hoofdstuk

In de eerste klas heb je geleerd wat kwadraten zijn. Zo is 81 het kwadraat van 9. In dit hoofdstuk leer je dat de wortel van 36 gelijk is aan 6, want $6^2 = 36$.

Verder leer je hoe je wortels bij elkaar optelt, hoe je wortels van elkaar aftrekt, hoe je wortels met elkaar vermenigvuldigt en hoe je wortels vereenvoudigt.

In klas 3 ga je verder met wortelformules en wortelvergelijkingen.

V1 Bereken zonder rekenmachine.

a $6 \times 6 =$

d $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} =$

b $-4 \times -4 =$

e $-\frac{2}{9} \times -\frac{2}{9} =$

c $-7 \times 7 =$

f $-\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} =$

Theorie

Het **kwadraat** van 9 is 81, want $9 \times 9 = 81$. In plaats van 9×9 kun je ook schrijven 9^2 .

Het kwadraat van -5 is $(-5)^2 = -5 \times -5 = 25$.

-5^2 is het tegengestelde van 5^2 , dus $-5^2 = -(5 \times 5) = -25$.

Voorbeeld

$$8^2 = 8 \times 8 = 64$$

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^2 = -\frac{2}{5} \times -\frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

$$-3^2 = -(3 \times 3) = -9$$

V2 Bereken zonder rekenmachine.

a $(-7)^2 =$

c $-1^2 =$

b $10^2 =$

d $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 =$

- V3 a Bereken zonder rekenmachine de kwadraten van 1 tot en met 10.
b Bereken de kwadraten van 11 tot en met 15.

- V4 a Het getal 28 heeft zes delers.
Schrijf ze alle zes op.
b Schrijf alle delers van het getal 7 op.
c Een getal met precies twee delers is een priemgetal.
Welke van de getallen 4, 17, 21, 23, 32 en 51 zijn priemgetallen?

- V5 Het getal 120 kun je schrijven als vermenigvuldiging van twee factoren, bijvoorbeeld $120 = 6 \times 20$ of $120 = 8 \times 15$.
Schrijf als een vermenigvuldiging van twee factoren.
Geef telkens twee mogelijkheden.

a 36

c 84

b 140

d 450

- V6 a Rond de volgende getallen af op twee decimalen.

A 3,1482

C 6,0402

B 197,008

D 4,997

- b Rond de getallen ook af op één decimaal.

Theorie

Je kunt de formule $k = 5r + 3r$ korter schrijven als $k = 8r$. De termen $5r$ en $3r$ hebben dezelfde variabele en noem je **gelijksoortige termen**. Een formule kun je korter schrijven door gelijksoortige termen op te tellen of af te trekken.

Voorbeeld 1

In de formule $b = 2a + 7a - 10$ zijn $2a$ en $7a$ gelijksoortige termen. Daarom kun je de formule korter schrijven als $b = 9a - 10$.

Voorbeeld 2

In de formule $b = 3k - 2m + 12$ zitten geen gelijksoortige termen. Daarom kun je de formule niet korter schrijven.

V7 Schrijf de volgende formules korter.

a $w = 6t - 3t + 4t$

b $q = 2a - 5a - 6a$

c $h = -6c - c + 8c$

d $p = -m + 4m - 3m$

V8 Schrijf, als het kan, de volgende formules korter.

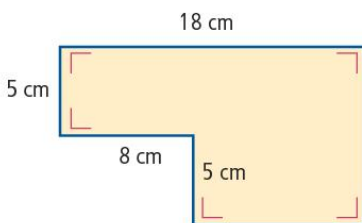
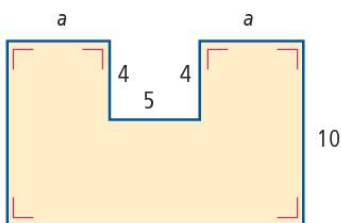
a $b = 8 - 2w + 11$

b $d = -8c - 7 + 6c$

c $y = 5\frac{2}{3}x + 3 - x$

d $k = 7m + 10 + l$

- V9**
- a** Bereken de omtrek van figuur A.
 - b** Bereken de oppervlakte van figuur A.
 - c** Geef bij figuur B een formule voor de omtrek.
 - d** Geef bij figuur B ook een formule voor de oppervlakte.

**A****B**

Je leert

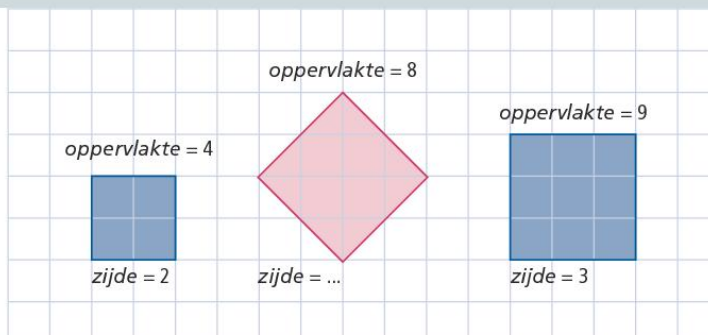
- wat de wortel van een getal is
- hoe je een benadering van een wortel geeft

Leerroutes

- ondersteunend: 1—02—3—4—05—6—7
- doorlopend: 1—2—3—4—5—6—7
- uitdagend: 1—2—4—5—7—U1—U2

Van de blauwe vierkanten kun je eenvoudig de oppervlakte berekenen. Dat doe je door het kwadraat van een zijde te berekenen. Bij het rode vierkant kun je de hokjes tellen. Dan weet je dat de oppervlakte daarvan 8 is.

- Zoek met je rekenmachine uit hoe lang de zijde van het rode vierkant ongeveer is.

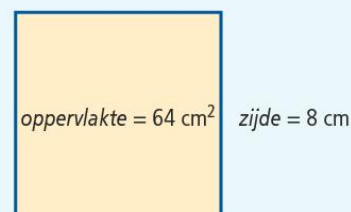


- 1
 - a Hoe groot is de oppervlakte van een vierkant met een zijde van 9 cm?
 - b Vul de tabel verder in.
 - c Hoe bereken je de oppervlakte van een vierkant als je weet hoe lang de zijden zijn?
 - d Een vierkant heeft een oppervlakte van 100 cm^2 . Leg uit dat de zijden van het vierkant 10 cm zijn.

zijde in cm	1	2	3	4
oppervlakte in cm^2	1	...	...	...

Theorie

Een vierkant met een oppervlakte van 64 cm^2 heeft zijden van 8 cm. Het kwadraat van 8 is 64. Omgekeerd geldt dat de **wortel** uit 64 gelijk is aan 8. Je noteert dat als $\sqrt{64} = 8$. De wortel uit een getal is altijd groter dan of gelijk aan 0. Je kunt $\sqrt{-64}$ niet uitrekenen, want er is geen getal te vinden waarvan het kwadraat -64 is.

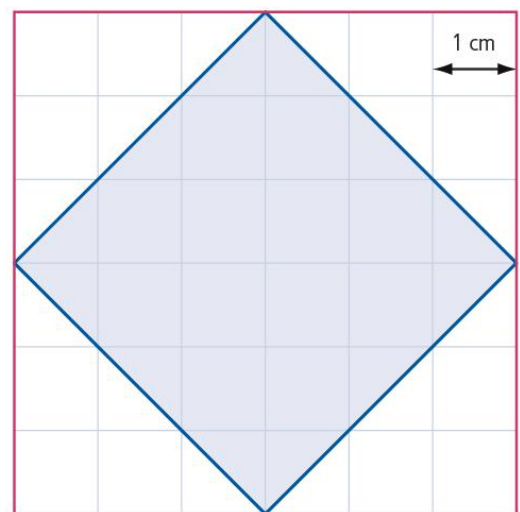


Ondersteunende route → maak opdracht 02

- 2
 - a Leg uit waarom je $\sqrt{-36}$ niet kunt uitrekenen.
 - b Vul in.
 - $\sqrt{25} = \dots$, want $\dots^2 = 25$
 - $\sqrt{49} = \dots$, want $\dots^2 = 49$
 - c Bereken zonder rekenmachine $\sqrt{81}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{400}$, $\sqrt{36}$ en $\sqrt{1}$.



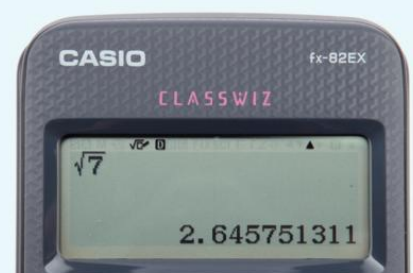
- 3
- Hoe lang zijn de zijden van een vierkante tegel met een oppervlakte van 121 cm^2 ?
 - En als de tegel een oppervlakte heeft van 196 cm^2 ?
 - Een tegelfabrikant moet een vierkante tegel maken met een oppervlakte van precies 18 cm^2 .
Waarom is dit lastig voor de tegelfabrikant?
- 4
- Bereken hoeveel cm^2 de oppervlakte van het rode vierkant is.
 - Leg uit dat de oppervlakte van het blauwe vierkant 18 cm^2 is.
 - Vul in.
De lengte van een zijde van het blauwe vierkant ligt tussen 4 cm en 5 cm in, want $4^2 = \dots$ en $5^2 = \dots$
 - Piet meet de lengte van een zijde van het blauwe vierkant. Hij vindt een lengte van 4,2 cm.
Neem het kwadraat van 4,2. Wat valt je op?
 - Kim vindt met haar rekenmachine 4,243 cm.
Laat zien dat haar resultaat nauwkeuriger is door het kwadraat van 4,243 te nemen.
 - Probeer met je rekenmachine een nog nauwkeuriger antwoord te vinden dan dat van Kim.



Theorie

Het getal $\sqrt{7}$ is geen geheel getal, want er is geen geheel getal waarvan het kwadraat gelijk aan 7 is. Het getal $\sqrt{7}$ ligt tussen 2 en 3, want $\sqrt{4} = 2$ en $\sqrt{9} = 3$. Je kunt met de worteltoets op je rekenmachine zien dat $\sqrt{7}$ **ongeveer gelijk** is aan 2,65. Je noteert dat als $\sqrt{7} \approx 2,65$. De lengte van de zijde van een vierkant met een oppervlakte 7 is **exact** $\sqrt{7}$ en 2,65 is daar een **benadering** van.

Het getal $-\sqrt{7}$ is het **tegengestelde** van het getal $\sqrt{7}$, net zoals het getal -3 het tegengestelde is van het getal 3.



Ondersteunende route → maak opdracht O5

- 5 Gegeven zijn de wortels $\sqrt{16}$, $-\sqrt{23}$, $-\sqrt{9}$, $-\sqrt{3}$ en $\sqrt{10}$.
- Daarvan is $\sqrt{16}$ een geheel getal.
Welke van de gegeven wortels is ook een geheel getal?
 - Ga met je rekenmachine na dat $-\sqrt{23} \approx -4,8$.
 - Is $-1,7$ een exact antwoord of een benadering van $-\sqrt{3}$?
 - Geef met behulp van je rekenmachine een benadering van $\sqrt{10}$ in één decimaal.
 - Teken een getallenlijn van -5 tot en met 5 en zet de wortels op de goede plaats.



- Zet ook de tegengestelden van de wortels op de goede plaats bij de getallenlijn.
- 6 Geef indien mogelijk met behulp van je rekenmachine een benadering in twee decimalen. Schrijf 'kan niet' als de wortel niet bestaat.
- | | |
|----------------|----------------|
| a $\sqrt{14}$ | c $-\sqrt{30}$ |
| b $\sqrt{-20}$ | d $-\sqrt{8}$ |

- 7
- Geef met behulp van je rekenmachine een benadering van $\sqrt{200}$ in twee decimalen.
 - Toets je benadering in op je rekenmachine en bereken hiervan het kwadraat.
Waarom komt er niet precies 200 uit?
 - Toets op je rekenmachine $(\sqrt{200})^2$ in.
Welk antwoord krijg je?
 - Van een vierkant zijn de zijden $\sqrt{23}$ lang. Je kunt de oppervlakte van dit vierkant uitrekenen met $(\sqrt{23})^2$.
Ava zegt: 'Ik weet zonder rekenmachine het antwoord.'
Leg uit hoe ze dat kan weten.
 - Bereken zonder rekenmachine.

A $(\sqrt{29})^2$	C $(\sqrt{\frac{3}{7}})^2$
B $(\sqrt{14,23})^2$	D $\sqrt{49} \times \sqrt{49}$

Uitdagende route → maak opdracht U1 en U2

Ondersteunende opdrachten

- 02 a** Vul in.
 $\sqrt{16} = 4$, want $\dots \times \dots = 16$
 $\sqrt{9} = 3$, want $\dots \times \dots = 9$
- b** Floris denkt dat $\sqrt{-100} = -10$.
 Leg met de volgende berekening uit dat Floris geen gelijk heeft.
 $(-10)^2 = -10 \times -10 = \dots$
- c** Vul in.
 $\sqrt{36} = \dots$, want $\dots \times \dots = 36$
- d** Bereken zonder rekenmachine $\sqrt{25}$, $\sqrt{81}$, $\sqrt{49}$, $\sqrt{1}$, $\sqrt{4}$ en $\sqrt{64}$.

- 05** Gegeven zijn de wortels $\sqrt{9}$, $-\sqrt{6}$, $\sqrt{2}$ en $-\sqrt{4}$.
- a** Aan welk geheel getal is $\sqrt{9}$ gelijk?
- b** Welke van de gegeven wortels is nog meer een geheel getal?
- c** Ga met je rekenmachine na dat $\sqrt{2} \approx 1,4$.
- d** Is 1,4 een exact antwoord of een benadering van $\sqrt{2}$?
- e** Geef met behulp van je rekenmachine een benadering van $-\sqrt{6}$ in één decimaal.
- f** Teken een getallenlijn van -3 tot en met 3 en zet de wortels op de goede plaats.
- g** Zet ook de tegengestelden van de wortels op de goede plaats bij de getallenlijn.

**Uitdagende opdrachten**

- U1 a** Vul een breuk in.
 $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$, want $\dots \times \dots = \frac{4}{9}$
- b** Vul een decimaal getal in.
 $\sqrt{0,25} = 0,5$, want $\dots \times \dots = 0,25$
- c** Bereken zonder rekenmachine $\sqrt{0,81}$, $\sqrt{\frac{9}{16}}$ en $\sqrt{0,64}$.
- U2** Luuk zegt: 'De wortel van een getal is altijd kleiner dan het getal zelf.'
 Geef drie voorbeelden waaruit blijkt dat Luuk geen gelijk heeft.

Je leert • hoe je wortels optelt en aftrekt

Leerroutes • ondersteunend: 8—09—9—10—11—012—13—14
 • doorlopend: 8—9—10—11—12—13—14—15
 • uitdagend: 8—9—11—12—13—14—U3—U4

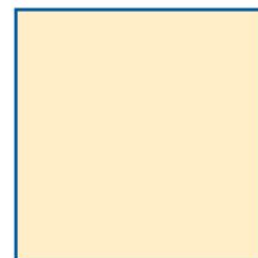
De gele figuur bestaat uit een vierkant met een oppervlakte van 80 cm^2 en een vierkant met een oppervlakte van 30 cm^2 .

Sharif vraagt zich af hoe groot de omtrek van de figuur is. Hij wil graag een exact antwoord.

- Weet jij het antwoord?



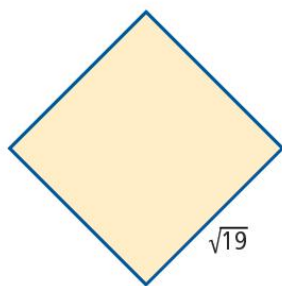
- 8**
- Hoe groot is de omtrek van het vierkant als de zijde 5 is?
 - Geef een formule voor de omtrek als de zijde a is.
 - Vul in.
 Als de zijde $\sqrt{3}$ lang is, dan is de omtrek $\sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3}$ en dat is hetzelfde als $\dots \times \sqrt{3}$.
 De omtrek is $\dots \sqrt{3}$.
 - Stel dat de zijde $\sqrt{7}$ lang is.
 De omtrek is dan $\dots \sqrt{7}$.



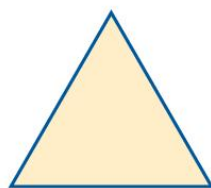
Je kunt $\sqrt{79} + \sqrt{79} + \sqrt{79}$ korter schrijven als $3 \times \sqrt{79}$ of nog korter als $3\sqrt{79}$.

Ondersteunende route → maak opdracht 09

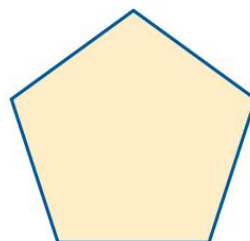
- 9**
- Vul in.
 $\sqrt{27} + \sqrt{27} + \sqrt{27} = \dots \times \sqrt{27} = \dots \sqrt{27}$
 - Schrijf zo kort mogelijk.
 - $\sqrt{43} + \sqrt{43} =$
 - $\sqrt{51} + \sqrt{51} + \sqrt{51} + \sqrt{51} =$
 - $\sqrt{73} + \sqrt{73} + \sqrt{73} + \sqrt{73} =$
 - $\sqrt{91} + \sqrt{91} + \sqrt{91} + \sqrt{91} + \sqrt{91} =$



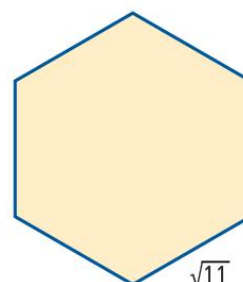
A



B



C



D

- 10** De figuren hebben steeds even lange zijden. Bereken voor elke figuur de omtrek. Geef exacte antwoorden.

- 11**
- a** Fred wil $2\sqrt{15} + 3\sqrt{15}$ korter schrijven. Op het blaadje zie je hoe hij dit doet. Vul het blaadje verder in.
 - b** Schrijf ook $8\sqrt{15} + 12\sqrt{15}$ korter.
 - c** Atif vraagt zich af of je $\sqrt{4} + \sqrt{9}$ korter kunt schrijven als $\sqrt{13}$. Hoeveel is $\sqrt{4}$? En hoeveel is $\sqrt{9}$? En hoeveel is dus $\sqrt{4} + \sqrt{9}$?
 - d** Geef met behulp van je rekenmachine een benadering van $\sqrt{13}$ en ga na dat $\sqrt{4} + \sqrt{9}$ niet gelijk is aan $\sqrt{13}$.
 - e** Ga op dezelfde wijze na dat $\sqrt{25} + \sqrt{36}$ niet gelijk is aan $\sqrt{61}$.

					<i>Fred</i>
●	$2\sqrt{15} = \sqrt{15} + \dots$	en			
●	$3\sqrt{15} = \sqrt{15} + \dots + \dots$				
●	dus $2\sqrt{15} + 3\sqrt{15} =$				
●	$\sqrt{15} + \dots + \sqrt{15} + \dots + \dots = \dots$				

Theorie

Bij wortels zoals $3\sqrt{7}$ en $5\sqrt{7}$ staat onder het wortelteken hetzelfde getal. Je kunt deze wortels zien als gelijksoortige termen. Je kunt dan **wortels** bij elkaar **optellen** of van elkaar **afrekken**. Je geeft daarbij een exact antwoord.

Voorbeeld 1

$2\sqrt{5}$ en $8\sqrt{5}$ zijn gelijksoortige termen. Daarom kun je ze bij elkaar optellen. Je krijgt dan $2\sqrt{5} + 8\sqrt{5} = 10\sqrt{5}$.

Voorbeeld 2

$3\sqrt{6}$ en $\sqrt{6}$ zijn gelijksoortige termen. Daarom kun je ze van elkaar afrekken. Je krijgt dan $3\sqrt{6} - \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$.

Voorbeeld 3

$6\sqrt{13}$ en $2\sqrt{6}$ zijn geen gelijksoortige termen. Daarom kun je ze niet bij elkaar optellen of van elkaar afrekken.

Ondersteunende route → maak opdracht 012

- 12** Schrijf, als het kan, zo kort mogelijk. Schrijf anders ‘kan niet korter’.

a $-2\sqrt{53} + 5\sqrt{53} =$

b $7\sqrt{29} - 12\sqrt{31} =$

c $3\sqrt{29} + 12\sqrt{29} - \sqrt{29} =$

d $16\sqrt{73} + \sqrt{73} - 4\sqrt{73} =$

- 13** Vul in.

a $6\sqrt{3} + \dots = 18\sqrt{3}$

b $19\sqrt{7} - \dots - \sqrt{7} = 7\sqrt{7}$

c $7\sqrt{29} - \dots = 6\sqrt{29}$

d $\dots - 13\sqrt{11} + \sqrt{11} = -3\sqrt{11}$

De optelling $-3\sqrt{11} + 4\sqrt{15} + 4\sqrt{11}$ bevat twee gelijksoortige termen. De optelling kun je korter schrijven als $\sqrt{11} + 4\sqrt{15}$ of als $4\sqrt{15} + \sqrt{11}$.

- 14** Schrijf zo kort mogelijk.

a $6\sqrt{39} - 7\sqrt{39} + 17\sqrt{13} =$

b $14\sqrt{19} + 2\sqrt{5} + 7\sqrt{19} - 3\sqrt{19} =$

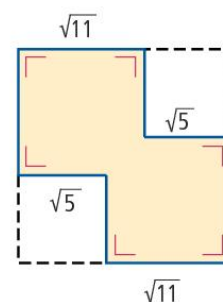
c $-\sqrt{62} + \sqrt{3} - \sqrt{62} - \sqrt{3} =$

d $4\sqrt{22} + \sqrt{42} + 4\sqrt{22} + 2\sqrt{42} =$

- 15** De figuur is ontstaan door uit een geel vierkant twee witte vierkanten weg te halen.

Bereken de omtrek van de figuur. Geef een exact antwoord en schrijf je antwoord zo kort mogelijk.

Uitdagende route → maak opdracht U3 en U4



Ondersteunende opdrachten**09** Vul in.

a $\sqrt{11} + \sqrt{11} = \dots \times \sqrt{11} = 2\sqrt{11}$

b $\sqrt{17} + \sqrt{17} = \dots \times \sqrt{17} = \dots \sqrt{17}$

c $\sqrt{79} + \sqrt{79} + \sqrt{79} + \sqrt{79} = \dots \times \sqrt{79} = \dots \sqrt{79}$

d $\sqrt{41} + \sqrt{41} + \sqrt{41} + \sqrt{41} = \dots \times \sqrt{41} = \dots$

012 **a** Vul in.

$$4\sqrt{31} + \sqrt{31} = \sqrt{31} + \sqrt{31} + \sqrt{31} + \sqrt{31} + \sqrt{31} = \dots \sqrt{31}$$

$$3\sqrt{43} + 2\sqrt{43} + \sqrt{43} = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots = \dots \sqrt{43}$$

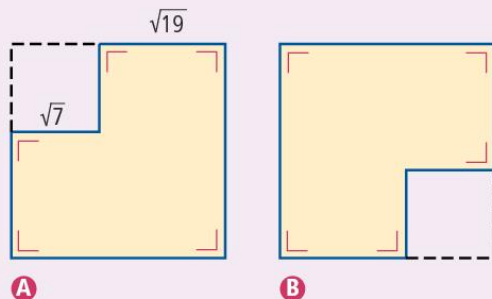
Schrijf, als het kan, zo kort mogelijk. Schrijf anders 'kan niet korter'. Geef exacte antwoorden.

b $2\sqrt{43} + 8\sqrt{43} =$

d $-4\sqrt{19} + 8\sqrt{19} - \sqrt{19} =$

c $7\sqrt{26} - 19\sqrt{31} =$

e $6\sqrt{53} + \sqrt{53} - 5\sqrt{53} =$

Uitdagende opdrachten**U3** Figuur A hieronder is ontstaan door uit een geel vierkant een vierkant weg te halen. Bereken de omtrek van figuur A. Geef een exact antwoord en schrijf je antwoord zo kort mogelijk.**A****B**

- U4** **a** Figuur B is ontstaan door uit een geel vierkant met oppervlakte 51 een vierkant met oppervlakte 6 weg te halen. Bereken de omtrek van figuur B. Geef een exact antwoord en schrijf je antwoord zo kort mogelijk.
- b** Bedenk een soortgelijke figuur waarvan de omtrek gelijk is aan $4\sqrt{13} + 4\sqrt{7}$. Teken de figuur in je schrift en geef bij elke zijde aan hoe lang deze is.

Je leert • hoe je wortels vermenigvuldigt

Leerroutes • ondersteunend: 16—17—018—19—20—021—22—23
 • doorlopend: 16—17—18—19—20—21—22—23
 • uitdagend: 16—18—19—20—21—22—U5—U6

Boer Theo heeft een vierkant stuk grond waarop hij koeien, schapen, paarden en kippen heeft staan. Hij heeft het stuk grond verdeeld in twee kleinere vierkanten en twee rechthoeken. De oppervlakte van het vierkant voor de koeien is 100 m^2 en de oppervlakte van het vierkant voor de kippen is 16 m^2 .

- Hoe groot is de oppervlakte van zijn stuk grond?



- 16** Sjors onderzoekt hoe je wortels met elkaar vermenigvuldigt. Hij denkt dat $\sqrt{4} \times \sqrt{9}$ gelijk is aan $\sqrt{36}$.

a Vul in.

$$\sqrt{4} \times \sqrt{9} =$$

$$2 \times \dots = \dots$$

b Hoeveel is $\sqrt{36}$? Is $\sqrt{4} \times \sqrt{9}$ gelijk aan $\sqrt{36}$?

c Zoek uit of $\sqrt{16} \times \sqrt{4}$ gelijk is aan $\sqrt{64}$.

d Zoek met behulp van je rekenmachine uit of $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ gelijk is aan $\sqrt{6}$.

Theorie

Wortels kun je met elkaar **vermenigvuldigen** door de getallen die onder de worteltekens staan met elkaar te vermenigvuldigen. Je geeft daarbij een exact antwoord.

Voorbeeld

Schrijf zo kort mogelijk.

$$\sqrt{5} \times \sqrt{7} = \sqrt{5 \times 7} = \sqrt{35}$$

- 17** Chantal en Mike moeten $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$ zo kort mogelijk schrijven. Op het blaadje zie je hoe ze dat doen.

a Wie van de twee schrijft $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$ het kortst?

b Schrijf $\sqrt{2} \times \sqrt{32}$ zo kort mogelijk.

	Chantal			
●	$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16}$			
●	Mike			
●	$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$			

Ondersteunende route → maak opdracht 018

18 a Vul in.

$$\sqrt{5} \times \sqrt{6} = \sqrt{5 \times \dots} = \sqrt{\dots}$$

$$\sqrt{50} \times \sqrt{2} = \sqrt{\dots \times \dots} = \sqrt{\dots} = \dots$$

b Schrijf zo kort mogelijk.

$$A \quad \sqrt{3} \times \sqrt{26} = \quad C \quad \sqrt{39} \times \sqrt{2} =$$

$$B \quad \sqrt{14} \times \sqrt{7} = \quad D \quad \sqrt{3} \times \sqrt{27} =$$

19 a Vul in.

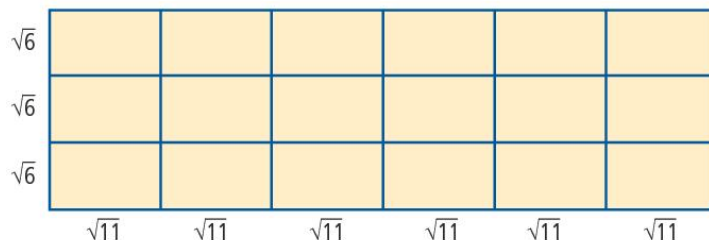
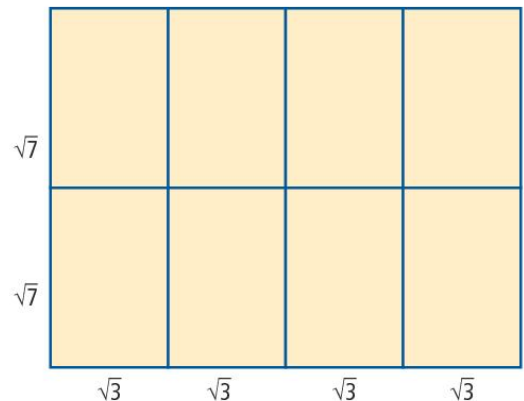
$$\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{3 \times \dots \times \dots} = \sqrt{\dots}$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{6} \times \sqrt{2} = \sqrt{\dots \times \dots \times \dots} = \sqrt{\dots} = \dots$$

b Schrijf zo kort mogelijk.

$$A \quad \sqrt{2} \times \sqrt{11} \times \sqrt{3} = \quad C \quad \sqrt{10} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} =$$

$$B \quad \sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{7} = \quad D \quad \sqrt{13} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} =$$

20 De grote rechthoek is verdeeld in acht kleine rechthoeken.**a** Vul in: De oppervlakte van zo'n kleine rechthoek is $\sqrt{3} \times \sqrt{7} = \sqrt{\dots}$.**b** Vul in: De lengte van de grote rechthoek is gelijk aan $\sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} = \dots \sqrt{3}$.**c** Leg uit dat de breedte van de grote rechthoek gelijk is aan $2\sqrt{7}$.**d** Leg met behulp van de figuur uit dat de oppervlakte van de grote rechthoek gelijk is aan $4\sqrt{3} \times 2\sqrt{7} = 8\sqrt{21}$.**e** Vul in: De oppervlakte van de grote rechthoek hieronder is $\dots \sqrt{11} \times \dots \sqrt{6}$.**f** Voer de vermenigvuldiging uit en schrijf het exacte antwoord op.

Theorie

Als je $2\sqrt{3}$ vermenigvuldigt met $5\sqrt{7}$, dan vermenigvuldig je eerst 2 met 5 en dan $\sqrt{3}$ met $\sqrt{7}$. Je krijgt $10\sqrt{21}$.

Voorbeeld 1

Schrijf zo kort mogelijk.

$$\begin{aligned} 2\sqrt{11} \times 4\sqrt{3} &= \\ 2 \times 4 \times \sqrt{11} \times \sqrt{3} &= \\ 2 \times 4 \times \sqrt{11 \times 3} &= 8\sqrt{33} \end{aligned}$$

Voorbeeld 2

Schrijf zo kort mogelijk.

$$\begin{aligned} 4\sqrt{2} \times \sqrt{50} &= \\ 4 \times \sqrt{2} \times \sqrt{50} &= \\ 4 \times \sqrt{100} &= 4 \times 10 = 40 \end{aligned}$$

Voorbeeld 3

Schrijf zo kort mogelijk.

$$\begin{aligned} 8 \times 2\sqrt{11} &= 16\sqrt{11} \text{ en} \\ 3\sqrt{5} \times 7 &= \\ 3 \times 7 \times \sqrt{5} &= 21\sqrt{5} \end{aligned}$$

Ondersteunende route → maak opdracht O21

- 21 a Vul in.

$$\begin{aligned} 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{11} &= 2 \times 3 \times \sqrt{5} \times \sqrt{11} = \dots \sqrt{\dots} \\ 7\sqrt{2} \times -\sqrt{3} &= 7 \times -1 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \dots \sqrt{\dots} \end{aligned}$$

- b Schrijf zo kort mogelijk.

$$\begin{aligned} \text{A } 2\sqrt{15} \times 6\sqrt{7} &= \\ \text{B } 2\sqrt{27} \times 8\sqrt{3} &= \\ \text{C } -3\sqrt{2} \times 5 &= \\ \text{D } -\sqrt{5} \times -3\sqrt{5} &= \end{aligned}$$

- 22 Op het blaadje zie je hoe Johan het kwadraat van $3\sqrt{5}$ berekent.

- a Vul het blaadje verder in.

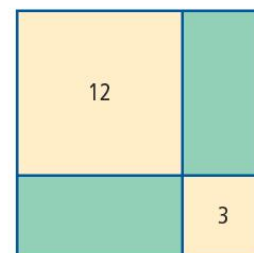
- b Bereken op dezelfde manier zonder rekenmachine het kwadraat van $5\sqrt{7}$, van $3\sqrt{14}$ en van $\frac{1}{2}\sqrt{21}$.

☐	$(3\sqrt{5})^2 = 3\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} =$	
☐	$\dots \times \dots \times \sqrt{\dots} \times \sqrt{\dots} =$	
☐	$\dots \times \dots = \dots$	Johan

- 23 Het grote vierkant is verdeeld in twee vierkanten en twee rechthoeken. In de vierkanten staat hoe groot de oppervlakte is.

Bereken de oppervlakte van het grote vierkant.

Uitdagende route → maak opdracht U5 en U6



Ondersteunende opdrachten**O18** Vul in.

a $\sqrt{7} \times \sqrt{6} = \sqrt{7 \times 6} = \dots$

b $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 12} = \sqrt{\dots} = \dots$

Schrijf de vermenigvuldigingen zo kort mogelijk.

c $\sqrt{3} \times \sqrt{7} =$

f $\sqrt{3} \times \sqrt{5} =$

d $\sqrt{23} \times \sqrt{3} =$

g $\sqrt{6} \times \sqrt{13} =$

e $\sqrt{6} \times \sqrt{5} =$

h $\sqrt{2} \times \sqrt{8} =$

O21 Vul in.

a $4\sqrt{3} \times 8\sqrt{7} = 4 \times 8 \times \sqrt{3} \times \sqrt{7} = \dots \sqrt{\dots}$

b $9\sqrt{2} \times -\sqrt{11} = 9 \times -1 \times \sqrt{2} \times \sqrt{11} = \dots \sqrt{\dots}$

c $6 \times 4\sqrt{3} = 6 \times 4 \times \sqrt{3} = \dots \sqrt{\dots}$

d $-2\sqrt{7} \times 9 = -2 \times 9 \times \sqrt{7} = \dots \sqrt{\dots}$

e $\sqrt{5} \times 8\sqrt{7} = \dots$

f $-9\sqrt{6} \times 4\sqrt{5} = \dots$

Uitdagende opdrachten**U5** Vul in.

a $\dots \times 6\sqrt{7} = 48\sqrt{77}$

d $\dots \times -3\sqrt{13} = 6\sqrt{39}$

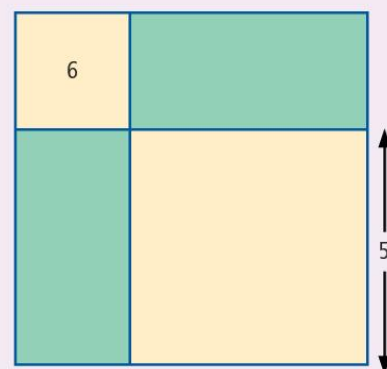
b $7\sqrt{5} \times \dots = 21\sqrt{5}$

e $3\sqrt{19} \times \dots = 18\sqrt{19}$

c $\dots \times -8\sqrt{2} = -32\sqrt{26}$

f $\dots \times -7\sqrt{17} = 3\frac{1}{2}\sqrt{51}$

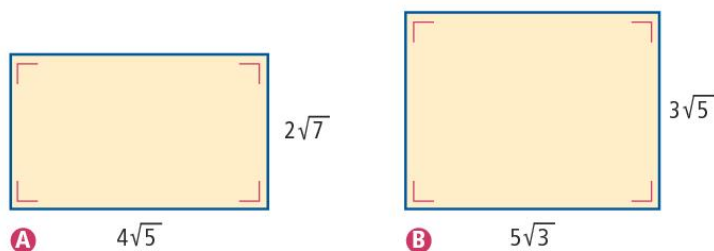
U6 Het grote vierkant is verdeeld in twee vierkanten en twee rechthoeken. In één van de vierkanten staat hoe groot de oppervlakte is. Bereken de oppervlakte van het grote vierkant. Geef een exact antwoord.



Je leert • hoe je wortels vereenvoudigt

Leerroutes • ondersteunend: 24—025—26—27—28—029—30
 • doorlopend: 24—25—26—27—28—29—30
 • uitdagend: 24—25—26—28—29—U7—U8

- Is de oppervlakte van rechthoek A groter of kleiner dan de oppervlakte van rechthoek B?



24 Erkan en Sonja hebben allebei een berekening gemaakt.

- a Ga na dat de berekeningen van Erkan en Sonja kloppen.
- b Ze willen weten welke van de twee antwoorden het grootst is. Ze gaan de antwoorden met elkaar vergelijken door ze als een wortel met alleen een getal onder het wortelteken te schrijven.

Vul in.

$$6\sqrt{6} = 6 \times \sqrt{6} = \sqrt{36} \times \sqrt{6} = \sqrt{\dots}$$

$$4\sqrt{10} = 4 \times \sqrt{10} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{\dots} = \sqrt{\dots}$$

- c Wie van de twee heeft het grootste antwoord?

$2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{6}$	Erkan
--	-------

$2\sqrt{2} \times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{10}$	Sonja
---	-------

Theorie

$2\sqrt{3}$ kun je schrijven als een wortel met alleen een getal onder het wortelteken.

Je krijgt dan $2\sqrt{3} = 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{12}$.

Voorbeeld

$$5\sqrt{6} = 5 \times \sqrt{6} = \sqrt{25} \times \sqrt{6} = \sqrt{150}$$

$$6\sqrt{5} = 6 \times \sqrt{5} = \sqrt{36} \times \sqrt{5} = \sqrt{180}$$

$$3\sqrt{10} = 3 \times \sqrt{10} = \sqrt{9} \times \sqrt{10} = \sqrt{90}$$

Ondersteunende route → maak opdracht 025

25 a Vul in.

$$2\sqrt{7} = 2 \times \sqrt{7} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{7} = \sqrt{\dots}$$

$$5\sqrt{3} = 5 \times \sqrt{3} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{3} = \sqrt{\dots}$$

- b Schrijf als een wortel met alleen een getal onder het wortelteken.

A $2\sqrt{5}$

C $4\sqrt{3}$

B $2\sqrt{11}$

D $6\sqrt{2}$

- 26** In deze opdracht leer je hoe je sommige wortels kunt schrijven als een wortel met een geheel getal voor het wortelteken. Op het bovenste blaadje wordt $\sqrt{40}$ steeds als vermenigvuldiging van twee wortels geschreven. Daarbij worden onder het wortelteken alleen gehele getallen gebruikt die groter zijn dan 1.
- Vul het bovenste blaadje verder in.
 - Welke wortel in vermenigvuldiging B is gelijk aan een geheel getal?
 - Leg uit dat je $\sqrt{40}$ kunt schrijven als $2 \times \sqrt{10}$.
 - Op het onderste blaadje is $\sqrt{42}$ op dezelfde manier als vermenigvuldiging van twee wortels geschreven. Is in een van de drie vermenigvuldigingen een wortel gelijk aan een geheel getal?
 - Is $\sqrt{42}$ te schrijven als $\dots \times \sqrt{\dots}$?

$$\begin{array}{l} A \quad \sqrt{40} = \sqrt{2} \times \sqrt{20} \\ B \quad \sqrt{40} = \sqrt{4} \times \sqrt{\dots} \\ C \quad \sqrt{40} = \sqrt{5} \times \sqrt{\dots} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \sqrt{42} = \sqrt{2} \times \sqrt{21} \\ \sqrt{42} = \sqrt{3} \times \sqrt{14} \\ \sqrt{42} = \sqrt{6} \times \sqrt{7} \end{array}$$

Theorie

$\sqrt{60}$ is te schrijven als $\sqrt{4} \times \sqrt{15} = 2\sqrt{15}$. Je noemt dit **wortels vereenvoudigen**. $\sqrt{61}$ is niet te vereenvoudigen.

Voorbeeld 1

Vereenvoudig $\sqrt{50}$.

Oplossing

$$\begin{aligned} \sqrt{50} &= \\ \sqrt{25} \times \sqrt{2} &= \\ 5 \times \sqrt{2} &= 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

Voorbeeld 2

Vereenvoudig $\sqrt{45}$.

Oplossing

$$\begin{aligned} \sqrt{45} &= \\ \sqrt{9} \times \sqrt{5} &= \\ 3 \times \sqrt{5} &= 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

- 27** Vul in.

- $\sqrt{12} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \dots \times \sqrt{3} = \dots \sqrt{\dots}$
- $\sqrt{18} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = \dots \times \sqrt{2} = \dots \sqrt{\dots}$
- $\sqrt{24} = \sqrt{4} \times \sqrt{6} = \dots \times \sqrt{6} = \dots \sqrt{\dots}$
- $\sqrt{68} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{17} = \dots \times \sqrt{17} = \dots \sqrt{17}$
- $\sqrt{75} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{3} = \dots \times \sqrt{3} = \dots \sqrt{3}$
- $\sqrt{243} = \sqrt{81} \times \sqrt{\dots} = \dots \times \sqrt{\dots} = \dots \sqrt{\dots}$

- 28** In deze opdracht ga je $\sqrt{32}$ vereenvoudigen.
- a** Op het blaadje staan de kwadraten van 1 tot en met 10. Door welke kwadraten is het getal 32 deelbaar?
 - b** Vul in en zet het grootste kwadraat dat je gevonden hebt onder het eerste wortelteken.
 $\sqrt{32} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{\dots} = \dots \times \sqrt{\dots}$
 - c** Vul in: Je kunt $\sqrt{32}$ vereenvoudigen tot $\dots \sqrt{\dots}$

	1	4	9	16	25
	36	49	64	81	100

Aanpak

Hoe vereenvoudig je een wortel?

- 1 Zoek het grootste kwadraat waardoor het getal onder het wortelteken deelbaar is. Als je geen kwadraat kunt vinden, dan is de wortel niet te vereenvoudigen.
- 2 Schrijf de wortel als een vermenigvuldiging van twee wortels. Zet onder het eerste wortelteken het grootste kwadraat.
- 3 Schrijf de wortel in de vorm $\dots \sqrt{\dots}$

Voorbeeld

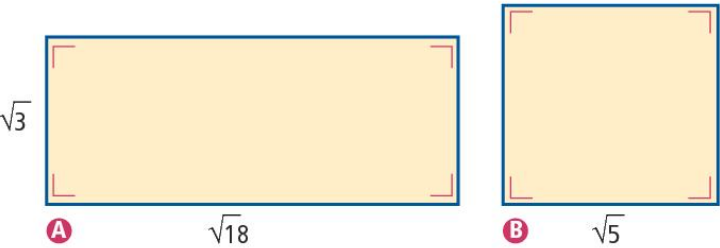
Vereenvoudig $\sqrt{72}$.

Oplossing

- 1 Het getal 72 is deelbaar door de kwadraten 4, 9 en 36.
Het grootste kwadraat is 36.
- 2 $\sqrt{72} = \sqrt{36} \times \sqrt{2}$
- 3 $\sqrt{72} = 6 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

Ondersteunende route → maak opdracht 029

- 29** Vereenvoudig indien mogelijk de wortels.
- a** $\sqrt{63}$ **c** $\sqrt{74}$
 - b** $\sqrt{125}$ **d** $\sqrt{48}$
- 30** Bereken de oppervlakte van de rechthoek en de oppervlakte van het vierkant. Geef exacte antwoorden en vereenvoudig zo ver mogelijk.



Uitdagende route → maak opdracht U7 en U8

Ondersteunende opdrachten

O25 a Vul in.

$$3\sqrt{14} = 3 \times \sqrt{14} = \sqrt{9} \times \sqrt{14} = \sqrt{\dots}$$

$$8\sqrt{3} = 8 \times \sqrt{3} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{3} = \sqrt{\dots}$$

Schrijf op dezelfde manier de volgende wortels als een wortel met alleen een getal onder het wortelteken.

b $3\sqrt{6}$

d $2\sqrt{13}$

c $8\sqrt{2}$

e $8\sqrt{7}$

O29 Je gaat $\sqrt{128}$ vereenvoudigen.

a Schrijf de kwadraten van de getallen 2 tot en met 10 op.

b Door welke drie kwadraten is het getal 128 deelbaar?

c Vul in en zet het grootste kwadraat dat je in opdracht b gevonden hebt onder het eerste wortelteken.

$$\sqrt{128} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{\dots} = \dots \times \sqrt{\dots}$$

d Vul in: Je kunt $\sqrt{128}$ vereenvoudigen tot $\dots \sqrt{\dots}$

Vereenvoudig indien mogelijk de wortels.

e $\sqrt{44}$

g $\sqrt{70}$

f $\sqrt{200}$

h $\sqrt{147}$

Uitdagende opdrachten

U7 Op het blaadje zie je hoe Sjeng $3\sqrt{12}$ vereenvoudigt.

a Vul het blaadje verder in.

b Vereenvoudig.

A $6\sqrt{32}$

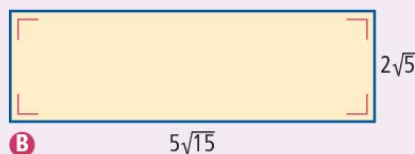
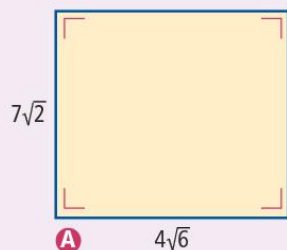
C $-3\sqrt{200}$

B $4\sqrt{76}$

D $-5\sqrt{192}$

					Sjeng
●	$3\sqrt{12}$	$= 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3}$			
●	$3 \times \dots \times \sqrt{3}$	$= \dots \sqrt{3}$			
●					

U8 Bereken de oppervlakte van de rechthoeken en zoek uit welke rechthoek de grootste oppervlakte heeft.



- 31** Gegeven zijn de wortels $\sqrt{13}$, $-\sqrt{25}$, $-\sqrt{9}$, $\sqrt{20}$ en $\sqrt{16}$.
- Welke van de gegeven wortels zijn een geheel getal?
 - Geef met behulp van je rekenmachine van de andere wortels een benadering in één decimaal.
 - Teken een getallenlijn van -5 tot en met 5 en zet de wortels op de goede plaats bij de getallenlijn.
 - Schrijf het tegengestelde van $-\sqrt{51}$ en van $\sqrt{18}$ op.

- 32** Schrijf zo kort mogelijk.

- $6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + \sqrt{3} =$
- $-\sqrt{7} \times -3\sqrt{2} =$
- $(6\sqrt{13})^2 =$
- $12\sqrt{21} \times 5\sqrt{2} =$
- $-5\sqrt{7} + \sqrt{7} - 17\sqrt{7} =$
- $(-3\sqrt{5})^2 =$

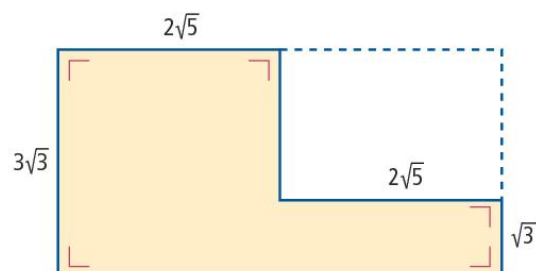
- 33** Bereken zonder rekenmachine. Schrijf 'kan niet' als de wortel niet bestaat.

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| a $-\sqrt{49}$ | d $\sqrt{900}$ |
| b $\sqrt{-100}$ | e $-\sqrt{49}$ |
| c $\sqrt{144}$ | f $\sqrt{-81}$ |

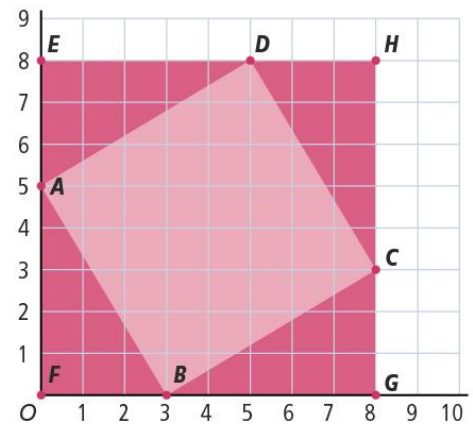
- 34** Vereenvoudig indien mogelijk.

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| a $\sqrt{45}$ | d $\sqrt{162}$ |
| b $\sqrt{88}$ | e $\sqrt{30}$ |
| c $\sqrt{150}$ | f $\sqrt{108}$ |

- 35** De figuur is ontstaan door uit een gele rechthoek een witte rechthoek weg te halen.
- Bereken de oppervlakte van de figuur. Geef een exact antwoord.
 - Schrijf het antwoord van opdracht a als een wortel met alleen een getal onder het wortelteken.
 - Bereken de omtrek van de figuur. Geef een zo kort mogelijk exact antwoord.



- 36** In het assenstelsel zijn twee vierkanten getekend.
- Hoeveel roostervierkantjes is de oppervlakte van vierkant $EFGH$?
 - Bereken de oppervlakte van driehoek ABF .
 - Gebruik je antwoorden van opdracht a en opdracht b om de oppervlakte van vierkant $ABCD$ uit te rekenen.
 - Bereken de lengte van zijde AB . Geef een exact antwoord en een benadering in drie decimalen.



- 37** Vul in.
- $9\sqrt{5} + \dots = 72\sqrt{5}$
 - $9\sqrt{5} - \dots + \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$
 - $13\sqrt{11} + \dots = -\sqrt{11}$
 - $\dots - 13\sqrt{17} + \sqrt{17} = 0$
- 38** a Vul in.
- $$\sqrt{8} \times \sqrt{3} = \sqrt{\dots} = \sqrt{\dots} \times \sqrt{6} = \dots \times \sqrt{6} = \dots \sqrt{6}$$
- b Verbind elke opdracht in het linker rijtje met een antwoord in het rechter rijtje.
- | | |
|---------------------------------|----------------|
| A $\sqrt{2} \times \sqrt{26} =$ | E $2\sqrt{5}$ |
| B $\sqrt{2} \times \sqrt{96} =$ | F $2\sqrt{13}$ |
| C $(2\sqrt{10})^2 =$ | G $8\sqrt{3}$ |
| D $\sqrt{10} \times \sqrt{2} =$ | H 40 |

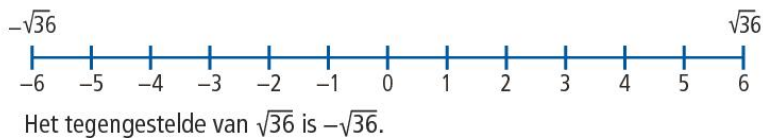
- 39** a Vul in.
- $$3\sqrt{15} + 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{5} =$$
- $$3\sqrt{15} + \dots \sqrt{15} = \dots$$
- b Verbind elke opdracht in het linker rijtje met een antwoord in het rechter rijtje.
- | | |
|---|-----------------|
| A $2\sqrt{2} \times 3\sqrt{5} + \sqrt{10} =$ | E $-7\sqrt{42}$ |
| B $\sqrt{22} - \sqrt{2} \times -3\sqrt{11} =$ | F $7\sqrt{10}$ |
| C $-\sqrt{6} \times \sqrt{7} - 6\sqrt{42} =$ | G 450 |
| D $(3\sqrt{5})^2 \times 10 =$ | H $4\sqrt{22}$ |

Theorie

Wortel en tegengestelde

Een vierkant met een oppervlakte van 36 cm^2 heeft zijden van 6 cm. Het kwadraat van 6 is 36. Omgekeerd geldt dat de wortel uit 36 gelijk is aan 6. Je noteert dat als $\sqrt{36} = 6$. De wortel uit een getal is altijd groter dan of gelijk aan 0. Je kunt $\sqrt{-36}$ niet uitrekenen, want er is geen getal waarvan het kwadraat -36 is.

Het getal $-\sqrt{36}$ is het tegengestelde van het getal $\sqrt{36}$, net zoals het getal -6 het tegengestelde is van het getal 6.



- S1**
- a** Bereken zonder rekenmachine.
 - A $\sqrt{16}$
 - B $\sqrt{81}$
 - C $\sqrt{49}$
 - D $\sqrt{400}$
 - b** Leg uit waarom je $\sqrt{-49}$ niet kunt uitrekenen.
 - c** Geef het tegengestelde van $-\sqrt{13}$ en van $\sqrt{10}$.
- S2** Zoek zonder een rekenmachine te gebruiken uit welke getalen in het rechter rijtje bij de wortels in het linker rijtje horen.
- A $\sqrt{25}$
 - B $\sqrt{64}$
 - C $(\sqrt{2,5})^2$
 - D $(\sqrt{13})^2$
 - E 2,5
 - F 13
 - G 5
 - H 8

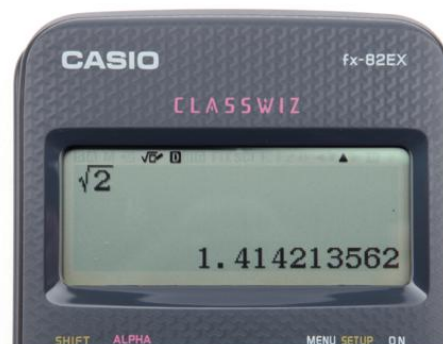
Theorie**Exact, benadering en ongeveer gelijk**

Het getal $\sqrt{12}$ is geen geheel getal, want er is geen geheel getal waarvan het kwadraat gelijk aan 12 is. Het getal $\sqrt{12}$ ligt tussen 3 en 4, want $\sqrt{9} = 3$ en $\sqrt{16} = 4$. Het getal $\sqrt{12}$ is ongeveer gelijk aan 3,46. Je noteert dat als $\sqrt{12} \approx 3,46$. De lengte van de zijde van een vierkant met een oppervlakte 12 is exact $\sqrt{12}$ en 3,46 is daar een benadering van.

- S3**
- a** Van een vierkant is de oppervlakte 30 cm^2 .
Dirk zegt: 'De zijde van het vierkant is ongeveer 5,5 cm lang.' Sophie zegt: 'De zijde is van het vierkant is $\sqrt{30}$ cm lang.'
Wie van de twee geeft een benadering van de lengte van de zijde van het vierkant?
- b** Hoe lang is de zijde van een vierkant waarvan de oppervlakte 70 is? Geef een exact antwoord.

Vaardigheid**Je kunt een benadering van een wortel geven.**

Op je rekenmachine zit een toets waarmee je van een wortel een benadering kunt geven.



- S4** Geef indien mogelijk met behulp van je rekenmachine een benadering in twee decimalen. Schrijf 'kan niet' als de wortel niet bestaat.

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| a $\sqrt{7}$ | e $-\sqrt{30}$ |
| b $\sqrt{20}$ | f $\sqrt{0,012}$ |
| c $\sqrt{14}$ | g $\sqrt{-8}$ |
| d $\sqrt{500}$ | h $-\sqrt{15}$ |

Vaardigheid

Je kunt wortels optellen en aftrekken.

Bij wortels zoals $5\sqrt{3}$ en $7\sqrt{3}$ staat onder het wortelteken hetzelfde getal. Je kunt deze wortels zien als gelijksoortige termen. Je kunt dan wortels bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken. Je geeft daarbij een exact antwoord. De optelling $2\sqrt{7} - 4\sqrt{6} + 4\sqrt{7}$ bevat twee gelijksoortige termen. De optelling kun je korter schrijven als $6\sqrt{7} - 4\sqrt{6}$ of als $-4\sqrt{6} + 6\sqrt{7}$.

Voorbeeld 1

$\sqrt{167} + \sqrt{167} + \sqrt{167}$ kun je korter schrijven als $3 \times \sqrt{167}$ of nog korter als $3\sqrt{167}$.

Voorbeeld 2

$5\sqrt{3}$ en $7\sqrt{3}$ zijn gelijksoortige termen. Daarom kun je ze van elkaar aftrekken. Je krijgt dan $5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$.

Voorbeeld 3

De optelling $2\sqrt{7} + 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$ bevat twee gelijksoortige termen. Daarom kun je de optelling korter schrijven als $2\sqrt{7} + 9\sqrt{2}$ of als $9\sqrt{2} + 2\sqrt{7}$.

S5 Schrijf zo kort mogelijk. Schrijf anders 'kan niet korter'.

a $3\sqrt{11} + 5\sqrt{11} =$

d $6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} =$

b $7\sqrt{19} - \sqrt{19} =$

e $-\sqrt{7} + 10\sqrt{19} =$

c $\sqrt{14} + 6\sqrt{14} =$

f $6\sqrt{17} - 4\sqrt{21} + \sqrt{17} + 20\sqrt{21} =$

Vaardigheid

Je kunt wortels vermenigvuldigen.

Wortels kun je met elkaar vermenigvuldigen door de getallen die onder de worteltekens staan met elkaar te vermenigvuldigen. Je geeft daarbij een exact antwoord. Als je $4\sqrt{5}$ vermenigvuldigt met $2\sqrt{7}$, dan vermenigvuldig je eerst 4 met 2 en dan $\sqrt{5}$ met $\sqrt{7}$. Je krijgt dan $8\sqrt{35}$.

Voorbeeld 1

Schrijf zo kort mogelijk.
 $6\sqrt{31} \times \sqrt{3} =$
 $6 \times \sqrt{31 \times 3} = 6\sqrt{93}$

Voorbeeld 2

Schrijf zo kort mogelijk.
 $2\sqrt{3} \times 8\sqrt{5} =$
 $2 \times 8 \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 16\sqrt{15}$

Voorbeeld 3

Schrijf zo kort mogelijk.
 $7 \times 4\sqrt{3} = 28\sqrt{3}$ en
 $6\sqrt{2} \times 3 = 6 \times 3 \times \sqrt{2} = 18\sqrt{2}$

S6 Schrijf zo kort mogelijk.

a $\sqrt{7} \times \sqrt{41} =$

b $\sqrt{13} \times \sqrt{3} =$

c $6\sqrt{72} \times 3\sqrt{2} =$

d $6\sqrt{10} \times \sqrt{3} =$

e $\frac{1}{2}\sqrt{3} \times 2\sqrt{7} \times \sqrt{5} =$

f $-\sqrt{3} \times -3\sqrt{6} \times \sqrt{2} =$

Vaardigheid

Je kunt wortels vereenvoudigen.

- 1 Zoek het grootste kwadraat waardoor het getal onder het wortelteken deelbaar is. Als je geen kwadraat kunt vinden, dan is de wortel niet te vereenvoudigen.
- 2 Schrijf de wortel als een vermenigvuldiging van twee wortels. Zet onder het eerste wortelteken het grootste kwadraat.
- 3 Schrijf de wortel in de vorm $\dots \sqrt{\dots}$

Voorbeeld 1

Vereenvoudig $\sqrt{48}$.

Oplossing

- 1 Het getal 48 is deelbaar door de kwadraten 4 en 16.
Het grootste kwadraat is 16.
- 2 $\sqrt{48} = \sqrt{16} \times \sqrt{3}$
- 3 $\sqrt{48} = 4 \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

Voorbeeld 2

Vereenvoudig $\sqrt{128}$.

Oplossing

- 1 Het getal 128 is deelbaar door de kwadraten 4, 16 en 64.
Het grootste kwadraat is 64.
- 2 $\sqrt{128} = \sqrt{64} \times \sqrt{2}$
- 3 $\sqrt{128} = 8 \times \sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

Voorbeeld 3

Vereenvoudig $\sqrt{10}$.

Oplossing

- 1 Het getal 10 is niet deelbaar door een kwadraat.
 $\sqrt{10}$ is niet te vereenvoudigen.

S7 Vereenvoudig indien mogelijk.

a $\sqrt{52}$

b $\sqrt{56}$

c $\sqrt{18}$

d $\sqrt{75}$

- T1**
- a** Geef van de wortels $\sqrt{14}$, $-\sqrt{29}$, $\sqrt{40}$ en $\sqrt{55}$ aan tussen welke twee opeenvolgende gehele getallen ze liggen.
 - b** Geef van de wortels $\sqrt{69}$, $\sqrt{-36}$, $-\sqrt{6}$ en $\sqrt{112}$ een benadering in twee decimalen of schrijf op 'kan niet'.
 - c** Bestaat het tegengestelde van $-\sqrt{17}$? Zo ja, geef dan een exact antwoord en een benadering in drie decimalen. Zo nee, schrijf dan op waarom niet.

T2 Schrijf zo kort mogelijk. Schrijf anders 'kan niet korter'.

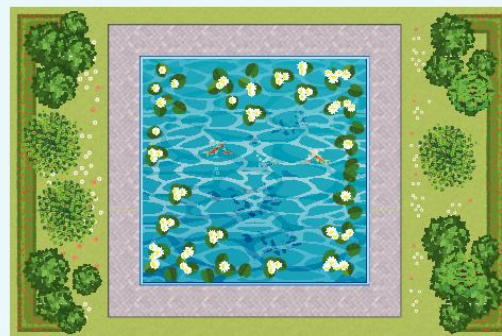
- a** $5\sqrt{51} + 9\sqrt{51} =$
- b** $5\sqrt{21} - 12\sqrt{21} =$
- c** $6\sqrt{37} + \sqrt{33} - \sqrt{37} =$
- d** $17\sqrt{7} - \sqrt{13} + 9\sqrt{11} =$
- e** $\sqrt{57} + 6\sqrt{3} - \sqrt{57} - 7\sqrt{3} =$

T3 Schrijf zo kort mogelijk.

- a** $\sqrt{3} \times \sqrt{7} =$
- b** $\sqrt{18} \times \sqrt{2} =$
- c** $4\sqrt{5} \times 3\sqrt{7} =$
- d** $3\sqrt{32} \times \sqrt{2} =$
- e** $-\sqrt{3} \times 4\sqrt{13} \times -\sqrt{2} =$
- f** $-11 \times 6\sqrt{7} =$

T4 Meneer Katgerman heeft een vierkante vijver in zijn tuin. De vijver heeft een oppervlakte van 6 m^2 .

- a** Hoe lang zijn de zijden van de vijver? Geef je antwoord in meters en rond af op twee decimalen.
- b** Rondom de vijver heeft meneer Katgerman een tegelpad aangelegd dat overal even breed is. De oppervlakte van het tegelpad en de vijver samen is 10 m^2 .
Hoeveel centimeter is het tegelpad breed? Rond je antwoord af op helen.



T5 Bereken zonder rekenmachine.

- | | |
|----------------------|---------------------------------------|
| a $\sqrt{81}$ | d $(\sqrt{17})^2$ |
| b $\sqrt{49}$ | e $(\sqrt{3\frac{1}{2}})^2$ |
| c $\sqrt{0}$ | f $\sqrt{23} \times \sqrt{23}$ |

T6 Schrijf als een wortel met alleen een getal onder het wortelteken.

- | | |
|----------------------|------------------------|
| a $2\sqrt{5}$ | d $4\sqrt{3}$ |
| b $3\sqrt{7}$ | e $6\sqrt{2}$ |
| c $5\sqrt{7}$ | f $10\sqrt{11}$ |

T7 Vereenvoudig indien mogelijk.

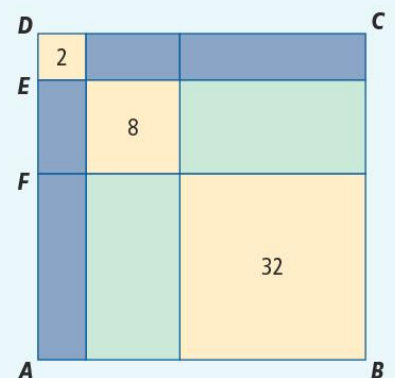
- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| a $\sqrt{245}$ | d $\sqrt{108}$ |
| b $\sqrt{44}$ | e $\sqrt{76}$ |
| c $\sqrt{147}$ | f $\sqrt{70}$ |

T8 Verbind elke opdracht in het linker rijtje met een antwoord in het rechter rijtje.

- | | |
|---|------------------------|
| A $4\sqrt{6} + \sqrt{2} \times 5\sqrt{3} =$ | E $35\sqrt{3}$ |
| B $\sqrt{14} - \sqrt{7} \times 6\sqrt{2} =$ | F $2\sqrt{30}$ |
| C $3\sqrt{2} \times \sqrt{15} - \sqrt{30} =$ | G $-5\sqrt{14}$ |
| D $5\sqrt{3} \times (\sqrt{7})^2 =$ | H $9\sqrt{6}$ |

T9 Vierkant $ABCD$ is verdeeld in drie kleine vierkanten en zes rechthoeken. In elk van de kleine vierkanten staat hoe groot de oppervlakte van dat vierkant is.

- Ga na dat de lengte van zijde EF gelijk is aan $\sqrt{8}$.
- Laat zien dat je $\sqrt{8}$ kunt vereenvoudigen tot $2\sqrt{2}$.
- Leg uit dat de lengte van zijde AF gelijk is aan $4\sqrt{2}$.
- Bereken de lengte van zijde AD . Vereenvoudig je antwoord.
- Bereken de oppervlakte van vierkant $ABCD$.



Je kunt een benadering van een wortel geven.

- E1** Geef met behulp van je rekenmachine een benadering van de wortels in twee decimalen. Schrijf 'kan niet' als de wortel niet bestaat.

a $\sqrt{40}$

d $\sqrt{20}$

b $\sqrt{-15}$

e $-\sqrt{62}$

c $-\sqrt{3}$

f $\sqrt{-45}$

- E2** Tamara heeft een tafel van 40 cm bij 40 cm. Ze wil een kleed maken zoals je in de tekening ziet. De hoekpunten van het kleed komen steeds precies in het midden van de zijden van het tafelblad.

- a Bereken de oppervlakte van het tafelblad.
 b Hoe groot is de oppervlakte van het kleed?
 c Hoeveel cm is de lengte van de zijden van het kleed? Geef een exact antwoord en een benadering in één decimaal.

**Je kunt wortels optellen en aftrekken.**

- E3** Schrijf zo kort mogelijk. Schrijf anders 'kan niet korter'.

a $-2\sqrt{53} + 5\sqrt{53} =$

b $7\sqrt{29} - 12\sqrt{31} =$

c $6\sqrt{39} - 7\sqrt{39} + 17\sqrt{13} =$

d $14\sqrt{19} + 2\sqrt{5} + 7\sqrt{19} - 3\sqrt{5} =$

e $-\sqrt{62} + \sqrt{3} - \sqrt{62} - \sqrt{3} =$

f $4\sqrt{22} + \sqrt{3} + 4\sqrt{22} + 2\sqrt{3} =$

- E4** Vul in.

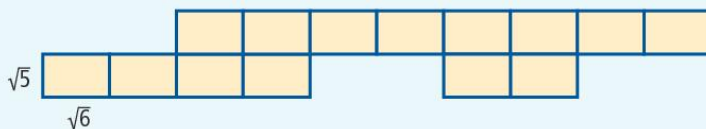
a $4\sqrt{13} - \dots = \sqrt{13}$

c $\dots - \sqrt{41} + 6\sqrt{41} = \sqrt{41}$

b $\dots + 2\sqrt{7} = -\sqrt{7}$

d $5\sqrt{19} - \sqrt{19} + \dots = 8\sqrt{19}$

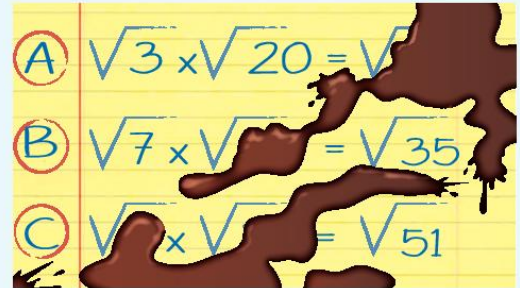
- E5** De figuur bestaat uit 14 even grote rechthoeken. Bereken de omtrek. Geef een exact antwoord.



Je kunt wortels vermenigvuldigen.**E6** Schrijf zo kort mogelijk.

- | | |
|--|---|
| a $\sqrt{7} \times \sqrt{6} =$ | e $15 \times 6\sqrt{7} =$ |
| b $\sqrt{2} \times \sqrt{13} =$ | f $2\sqrt{3} \times -8 =$ |
| c $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{11} =$ | g $-\sqrt{2} \times 5\sqrt{33} =$ |
| d $4\sqrt{13} \times 2\sqrt{3} =$ | h $\sqrt{3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{6} =$ |

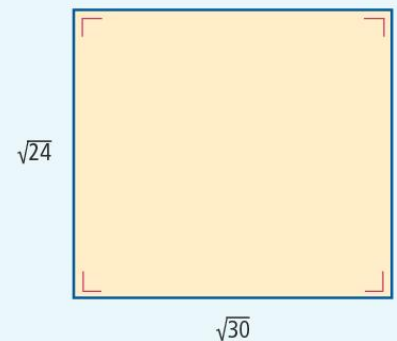
E7 Samson is wortels aan het vermenigvuldigen. Helaas is er chocolademelk op zijn blaadje gevallen. Ga na welke getallen onder de vlekken hebben gestaan en schrijf de juiste vermenigvuldigingen van de wortels op.

**Je kunt wortels vereenvoudigen.****E8** Vereenvoudig indien mogelijk.

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| a $\sqrt{45}$ | e $\sqrt{140}$ |
| b $\sqrt{125}$ | f $\sqrt{98}$ |
| c $\sqrt{108}$ | g $\sqrt{140}$ |
| d $\sqrt{48}$ | h $\sqrt{192}$ |

E9 **a** Laat zien dat de oppervlakte van de rechthoek $12\sqrt{5}$ is.
b Bereken de oppervlakte van de volgende rechthoeken. Geef exacte antwoorden en vereenvoudig indien mogelijk het antwoord.

- A Een rechthoek van $\sqrt{7}$ bij $\sqrt{3}$.
 B Een rechthoek van $\sqrt{10}$ bij $\sqrt{5}$.
 C Een rechthoek van $\sqrt{8}$ bij $\sqrt{7}$.
 D Een rechthoek van $\sqrt{2}$ bij $\sqrt{32}$.



Je leert

- wat de derdemachtswortel van een getal is
- hoe je een benadering van een derdemachtswortel geeft

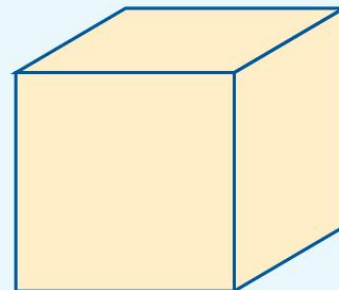
Deze paragraaf bereidt voor op klas 3 vwo.

- 1 a Bereken de inhoud van een kubus met ribben van 2 cm.

- b Vul de tabel in.

ribbe in cm	1	2	3	4	5	6	7	8
inhoud in cm ³	...	...	...	...	...	...	...	...

- c Pascal heeft een kubus met een inhoud van 216 cm³. Hij wil weten hoe lang de ribben van zijn kubus zijn. Hij schrijft de berekening $\dots \times \dots \times \dots = 216$ op. Leg uit waarom er op de puntjes steeds hetzelfde getal moet worden ingevuld.
- d Welk getal moet Pascal op de puntjes invullen?
- e Hoeveel cm zijn de ribben van de kubus van Pascal?



Theorie

Een kubus met een inhoud van 125 cm³ heeft ribben van 5 cm, want $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$. Omgekeerd geldt dat de **derdemachtswortel** van 125 gelijk is aan 5. Je noteert dat als $\sqrt[3]{125} = 5$. Een vierkant met een oppervlakte van 64 cm² heeft zijden van 8 cm. Je noteert dat als $\sqrt{64} = 8$. Deze wortel wordt ook wel de **vierkantswortel** genoemd.

Voorbeeld

Een kubus heeft een inhoud van 512 cm³. Hoe lang zijn de ribben van de kubus?

Oplossing

$\sqrt[3]{512} = 8$, want $8 \times 8 \times 8 = 512$. De ribben zijn 8 cm lang.

- 2 a Vul in.

$$\sqrt[3]{64} = \dots, \text{ want } \dots^3 = 64 \text{ en } \sqrt[3]{8} = \dots, \text{ want } \dots^3 = 8$$

- b Bereken zonder rekenmachine $\sqrt[3]{27}$, $\sqrt[3]{8000}$, $\sqrt[3]{1}$ en $\sqrt[3]{0}$.

Het getal $\sqrt[3]{15}$ is geen geheel getal, want er is geen geheel getal waarvan de derde macht gelijk aan 15 is. Het getal $\sqrt[3]{15}$ ligt tussen 2 en 3, want $\sqrt[3]{8} = 2$ en $\sqrt[3]{27} = 3$. Je kunt met de derdemachtsworteltoets op je rekenmachine zien dat $\sqrt[3]{15}$ afgerond op twee decimalen gelijk is aan 2,47. Je noteert dat als $\sqrt[3]{15} \approx 2,47$. De lengte van de ribbe van een kubus met een inhoud 15 is exact $\sqrt[3]{15}$ en 2,47 is daar een benadering van.



- 3 Geef met behulp van je rekenmachine een benadering in drie decimalen.

a $\sqrt[3]{7}$ c $\sqrt[3]{60}$
b $\sqrt[3]{19}$ d $\sqrt[3]{25}$

- 4 Op het blaadje staan vier berekeningen. Op de puntjes moet je steeds hetzelfde getal invullen.
- a Ga na dat je in berekening A het getal 9 op de puntjes moet invullen.
 - b Welk getal moet je op de puntjes in berekening B invullen?
 - c Waarom kun je geen getal vinden om op de puntjes in berekening C in te vullen?
 - d Ga na dat je het getal -2 op de puntjes in berekening D moet invullen.
 - e Leg uit waarom je wel een derdemachtswortel van een negatief getal kunt uitrekenen, maar dat je niet een vierkantswortel van een negatief getal kunt uitrekenen.

A ... $\times$... = 81

B ... $\times$... $\times$... = 125

C ... $\times$... = -9

D ... $\times$... $\times$... = -8

Theorie

Je kunt ook de derdemachtswortel van een negatief getal uitrekenen. Zo is $\sqrt[3]{-64} = -4$, want $-4 \times -4 \times -4 = -64$. Daarbij is de uitkomst negatief.

Je kunt niet de vierkantswortel van een negatief getal uitrekenen.

De uitkomst bij een vierkantswortel is altijd groter dan of gelijk aan 0.

Voorbeeld

$\sqrt[3]{8} = 2$, want $2 \times 2 \times 2 = 8$.

$\sqrt[3]{-8} = -2$, want $-2 \times -2 \times -2 = -8$.

$\sqrt{16} = 4$, want $4 \times 4 = 16$.

$\sqrt{-16}$ bestaat niet, want er is geen getal in het kwadraat gelijk aan -16 .

- 5 Op het blaadje staan vier wortels.
- a Waarom kun je $\sqrt{-9}$ niet uitrekenen?
 - b Vul het blaadje verder in.
 - c Bereken zonder rekenmachine. Schrijf 'kan niet' als de wortel niet bestaat.

A $\sqrt{169}$ E $\sqrt[3]{-1000}$
B $\sqrt{-100}$ F $\sqrt[3]{216}$
C $-\sqrt{36}$ G $\sqrt[3]{-64}$
D $\sqrt{400}$ H $-\sqrt[3]{512}$

A $\sqrt{-9} =$

B $\sqrt{121} = \dots$, want $\dots \times \dots = 121$

C $\sqrt[3]{64} = \dots$, want $\dots \times \dots \times \dots = 64$

D $\sqrt[3]{-8} = \dots$, want $\dots \times \dots \times \dots = -8$



In dit hoofdstuk

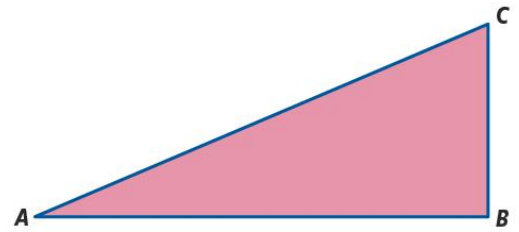
In klas 1 ben je symmetrische figuren tegengekomen. Je hebt geleerd hoe je figuren spiegelt en draait.

Dit hoofdstuk gaat over vergrotingen van figuren en over gelijkvormige figuren. Je leert wat een factor is bij een vergroting en hoe je die berekent. Ook leer je hoe je onbekende lengten bij gelijkvormige figuren berekent.

Als laatste leer je wat voor invloed een vergroting heeft op de omtrek en de oppervlakte van figuren.

In hoofdstuk 8 komt terug wat het gevolg is van de vergroting voor de oppervlakte van figuren. In hoofdstuk 10 wordt gekeken naar vergrotingen van ruimtefiguren en welke invloed dit heeft op de inhoud van ruimtefiguren.

- V1 a Van driehoek ABC is hoek A volgens Cornelia gelijk aan 155° .
Waarom kan Cornelia geen gelijk hebben?
- b Hoeveel graden is hoek A wel?
- c Eén van de hoeken is een rechte hoek.
Welke hoek is dat? En hoeveel graden is die rechte hoek?



- V2 Van driehoek DEF is $DE = 6$ cm, $\angle D = 62^\circ$ en $\angle E = 68^\circ$.
- a Maak een schets van driehoek DEF .
- b Teken eerst zijde DE en daarna hoek D en hoek E .
- c Maak de benen van de hoeken zo lang dat ze elkaar snijden en zet bij het snijpunt de letter F .
- d Meet hoeveel graden $\angle F$ is.
- e Hoeveel graden zijn $\angle D$, $\angle E$ en $\angle F$ samen?

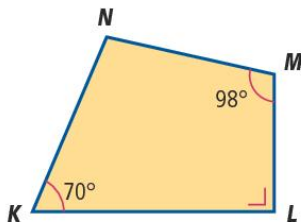
Theorie

Bij het **berekenen van hoeken** kun je van de volgende regels gebruik maken.

- > De som van de drie hoeken in een driehoek is 180° .
- > De som van de vier hoeken in een vierhoek is 360° .
- > Een gestrekte hoek is 180° .
- > Een volle hoek is 360° .
- > Overstaande hoeken zijn even groot.

Voorbeeld 1

Bereken $\angle N$.



Oplossing

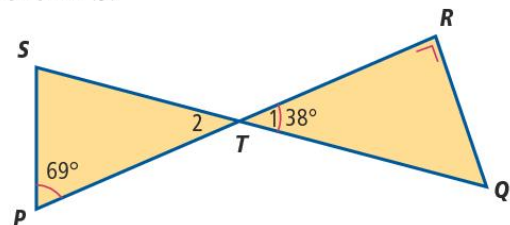
$$\angle K + \angle L + \angle M + \angle N = 360^\circ$$

$$\angle K + \angle L + \angle M = 70^\circ + 90^\circ + 98^\circ = 258^\circ$$

$$\angle N = 360^\circ - 258^\circ = 102^\circ$$

Voorbeeld 2

Bereken $\angle S$.



Oplossing

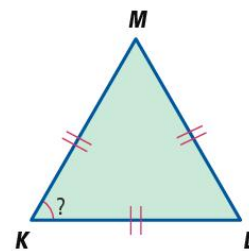
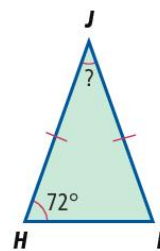
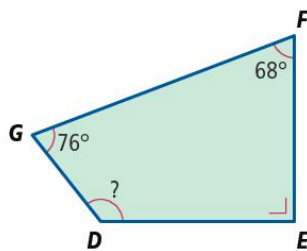
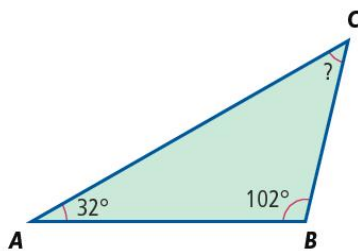
$$\angle T_2 = \angle T_1 = 38^\circ \text{ (overstaande hoeken)}$$

$$\angle P + \angle T_2 + \angle S = 180^\circ$$

$$\angle P + \angle T_2 = 69^\circ + 38^\circ = 107^\circ$$

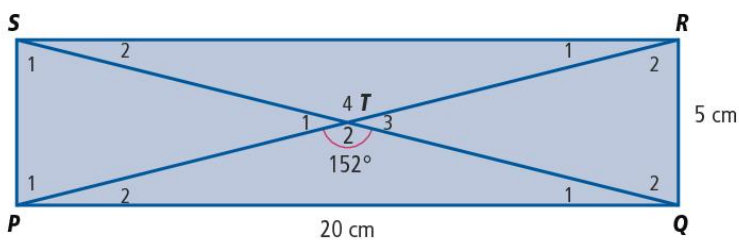
$$\angle S = 180^\circ - 107^\circ = 73^\circ$$

- V3 Bereken $\angle Q$ in voorbeeld 2.



V4 Bereken in elke figuur de grootte van de hoek met het vraagteken.

V5 Van rechthoek $PQRS$ is $PQ = 20$ cm, $QR = 5$ cm en $\angle T_2 = 152^\circ$.



- Bereken $\angle P_2$.
- Bereken ook $\angle T_1$ en $\angle P_1$.
- Bereken de oppervlakte van rechthoek $PQRS$.
- Hoe groot is de oppervlakte van driehoek PQR ?

V6 Ynske heeft een schaaltekening van haar huis gemaakt. De maten van haar tekening zet ze in een tabel.

aantal cm in de tekening	15	5	30	$7\frac{1}{2}$	$\times \dots$
aantal cm in werkelijkheid	270	...	...	...	

- Vul op de puntjes de juiste getallen in.
- Op welke schaal heeft Ynske de tekening gemaakt?
- In de tekening is een muur van de keuken 16 cm lang. Hoe lang is deze muur in werkelijkheid?
- Van de woonkamer is een muur 4,95 meter lang. Hoeveel cm is deze muur in de tekening?

Je leert

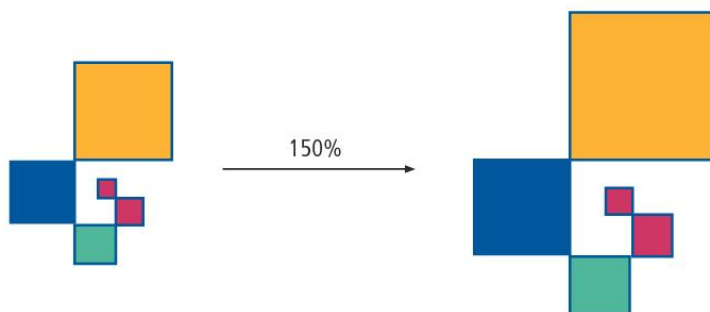
- hoe je een factor bij een vergroting berekent

Leerroutes

- ondersteunend: 1—2—3—4—05—6—07—8
- doorlopend: 1—2—3—4—5—6—7—8
- uitdagend: 2—3—5—6—7—8—U1—U2

Met een computer kun je inzoomen of uitzoomen op een afbeelding. Links staat de originele afbeelding en rechts de afbeelding ingezoomd op 150%.

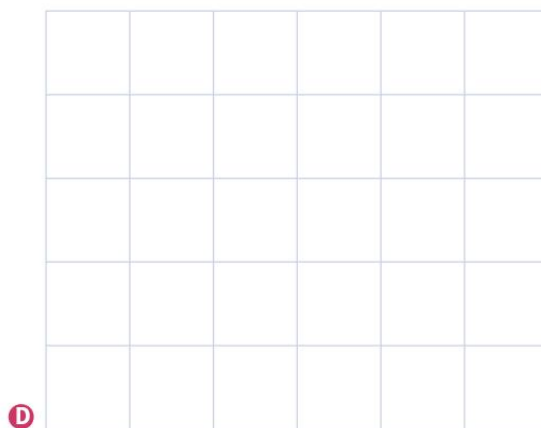
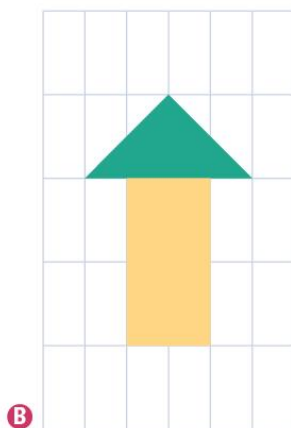
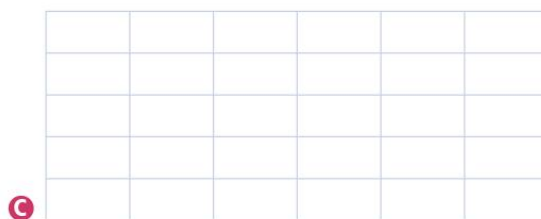
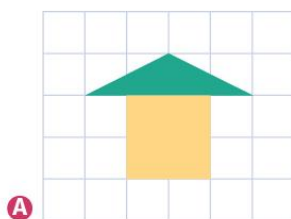
- Wat gebeurt er met een afbeelding als je inzoomt op 150%?



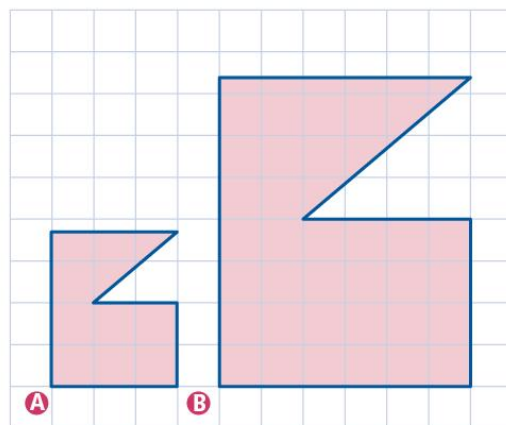
1 De figuur in rooster A is overgenomen in rooster B.

W

- Teken zelf de figuur in rooster C en in rooster D.
- In welk rooster staat een echte vergroting van de figuur uit rooster A?



- 2
- Hoeveel keer zo lang zijn de zijden van figuur A gemaakt om de zijden van figuur B te krijgen?
 - Figuur C ontstaat door de zijden van figuur A een half keer zo lang te maken.
Teken figuur C.
 - Wat weet je van de hoeken van deze drie figuren?
 - Figuur D ontstaat doordat je alleen de verticale zijden van figuur A twee keer zo lang maakt.
Teken figuur D.
 - Zijn de hoeken van figuur D even groot als die van figuur A?



- 3
- Teken in een assenstelsel driehoek ABC met de hoekpunten $A(2, 1)$, $B(5, 1)$ en $C(3, 3)$.
 - Teken in hetzelfde assenstelsel driehoek KLM met de hoekpunten $K(0, 2)$, $L(6, 2)$ en $M(2, 6)$.
 - Met welk getal moet je de lengte van de zijden van driehoek ABC vermenigvuldigen om de lengte van de zijden van driehoek KLM te krijgen?
 - Meet de hoeken van driehoek ABC en driehoek KLM .
Wat valt je op?

Theorie

Bij een **vergroting** van een figuur blijven de hoeken hetzelfde en worden alle afmetingen met hetzelfde getal vermenigvuldigd. Dit getal heet de **factor**.

Is de factor een getal groter dan 1, dan wordt de figuur groter. Is de factor een getal tussen 0 en 1, dan wordt de figuur kleiner. Ook dan spreek je van een vergroting, hoewel de figuur dus kleiner wordt.

In de meetkunde gebruik je het teken $\triangle$ voor een driehoek.

Voorbeeld

$\triangle KLM$ is een vergroting van $\triangle ABC$.

Voor de factor geldt

$$\text{lengte zijde } AB \times \text{factor} = \text{lengte zijde } KL$$

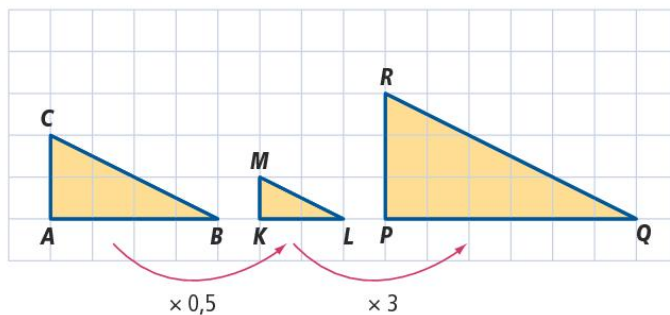
De factor is dan $2 : 4 = 0,5$.

$\triangle PQR$ is een vergroting van $\triangle KLM$.

Voor de factor geldt

$$\text{lengte zijde } KL \times \text{factor} = \text{lengte zijde } PQ$$

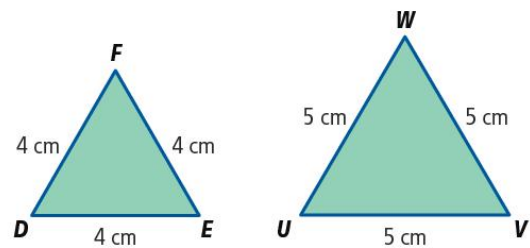
De factor is dan $6 : 2 = 3$.



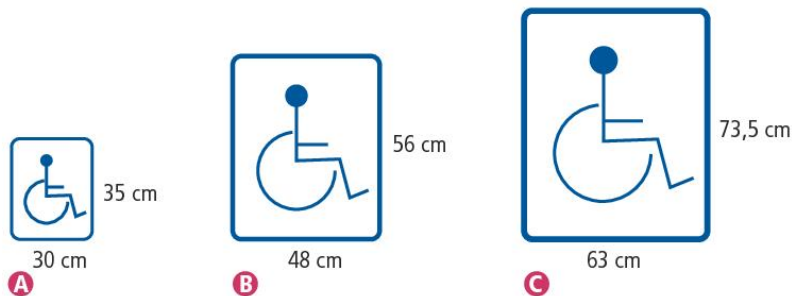
- 4 Welke factor hoort in het voorbeeld op de vorige bladzijde bij de vergroting van $\triangle ABC$ naar $\triangle PQR$?

Ondersteunende route → maak opdracht 05

- 5 a $\triangle UVW$ is een vergroting van $\triangle DEF$.
Welke factor hoort bij deze vergroting?
b $\triangle DEF$ is ook een vergroting van $\triangle UVW$.
Welke factor hoort bij deze vergroting?



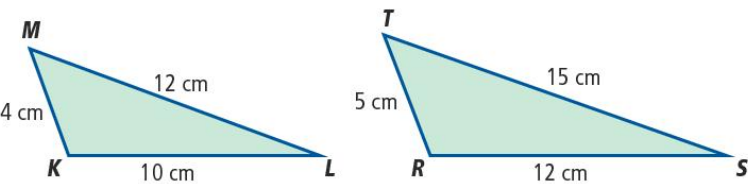
- 6 a Bord B is een vergroting van bord A. De factor bij deze vergroting is 1,6.
Met welke delingen kun je deze factor berekenen?



- b Is bord C is ook een vergroting van bord A? Zo ja, welke factor hoort bij deze vergroting?

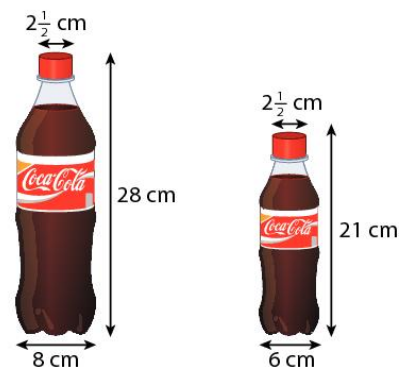
Ondersteunende route → maak opdracht 07

- 7 Is $\triangle RST$ een vergroting van $\triangle KLM$? Licht je antwoord toe.



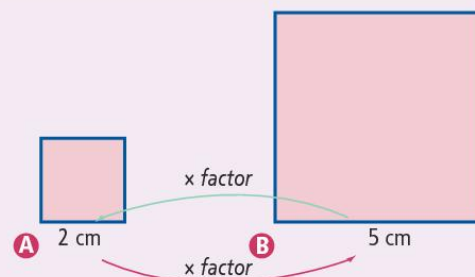
- 8 Op het eerste gezicht lijkt de grote fles cola een vergroting van de kleine fles cola.
Leg uit waarom de grote fles cola toch géén vergroting is van de kleine fles cola.

Uitdagende route → maak opdracht U1 en U2

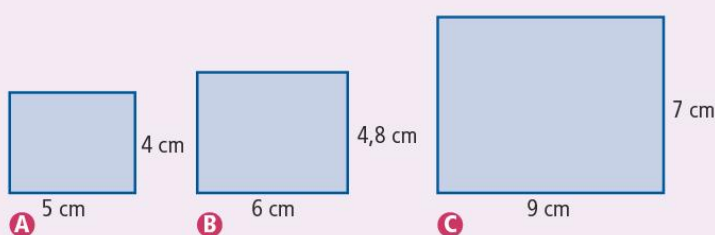


Ondersteunende opdrachten

- 05** a Vierkant B is een vergroting van vierkant A.
Voor de factor van deze vergroting geldt
 $2 \times \text{factor} = 5$.
Met welke deling kun je de factor berekenen?
- b Bereken de factor.
- c Omgekeerd is vierkant A een vergroting van vierkant B.
Voor de factor van deze vergroting geldt
 $\dots \times \text{factor} = \dots$
Vul de juiste getallen in en bereken de factor.

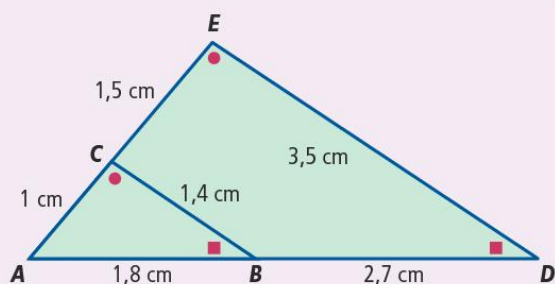


- 07** a Rechthoek B is een vergroting van rechthoek A.
De factor bij deze vergroting bereken je met de deling $6 : 5 = 1,2$.
Welke deling moet ook als uitkomst 1,2 hebben?



- b Volgens Abel is rechthoek C ook een vergroting van rechthoek A.
Welke delingen moeten dan aan elkaar gelijk zijn?
- c Laat zien dat rechthoek C geen vergroting is van rechthoek A.

Uitdagende opdrachten



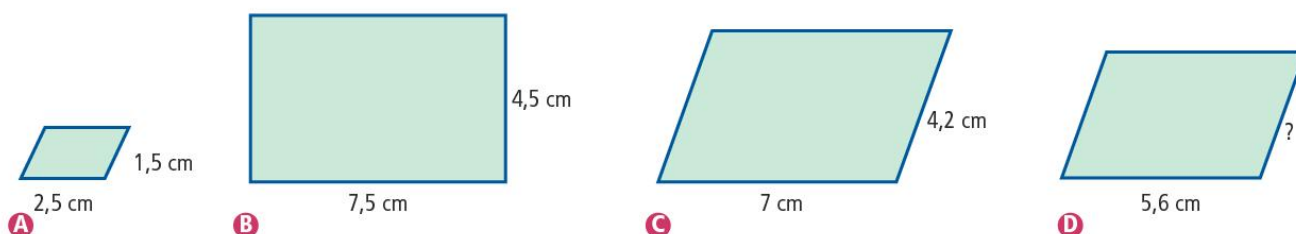
- U1** Ga na of $\triangle ADE$ een vergroting is van $\triangle ABC$.
- U2** Peter heeft een poster van 50 cm bij 70 cm. Hij laat een lijst voor de poster maken zodat er aan alle kanten een witte rand van 10 cm om de poster komt.
Is de vorm van de lijst een vergroting van de vorm van de poster? Leg uit waarom wel of waarom niet.

Je leert • hoe je de lengte van een zijde bij een vergroting berekent

Leerroutes • ondersteunend: 9—10—011—12—13—14—15—16
• doorlopend: 9—10—11—12—13—14—15—16
• uitdagend: 9—10—11—13—14—15—16—U3

Op de foto zie je een luis op een mensenhaar. In werkelijkheid is de dikte van een mensenhaar 0,05 mm. Ongeveer de helft van de luis is op de foto te zien.

- Hoeveel mm lang is deze luis in werkelijkheid?



- 9 a Welke van deze figuren kan in elk geval geen vergroting van figuur A zijn? Leg uit waarom.
b Figuur C is een vergroting van figuur A. De verhoudingstabel hoort bij de figuren A en C.

zijden figuur A in cm	2,5	1,5
zijden figuur C in cm	7	4,2

× ...

Het getal naast de pijl is de factor die hoort bij de vergroting van figuur A naar figuur C.

Met welke delingen kun je deze factor berekenen?

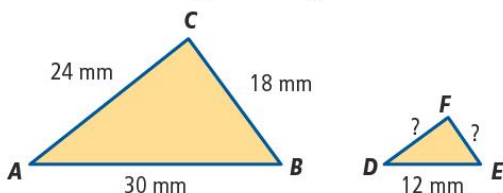
- c Bereken deze factor.
d Figuur D is een vergroting van figuur C. Maak een verhoudingstabel en bereken de factor bij de vergroting van figuur C naar figuur D.
e Welke lengte moet er op de plaats van het vraagteken in figuur D staan?

Aanpak**Hoe bereken je de lengte van een zijde bij een vergroting?**

- 1 Maak een verhoudingstabel met de gegevens erin.
Zet de zijden die bij elkaar horen boven elkaar.
- 2 Bereken de factor.
- 3 Gebruik de factor om de onbekende lengte te berekenen.

Voorbeeld

$\triangle DEF$ is een vergroting van $\triangle ABC$.
Bereken de lengte van zijde DF .

**Oplossing**

- 1

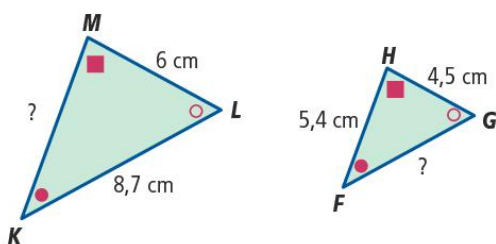
zijden $\triangle ABC$ in mm	$AB = 30$	$BC = 18$	$AC = 24$
zijden $\triangle DEF$ in mm	$DE = 12$	$EF = \dots$	$DF = \dots$

 $\times \dots$
- 2 $30 \times \text{factor} = 12$
De factor is $12 : 30 = 0,4$.
- 3 De lengte van zijde DF is $24 \times 0,4 = 9,6$ mm.

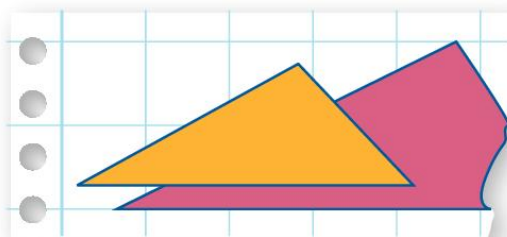
- 10 Bereken in het voorbeeld de lengte van zijde EF .

Ondersteunende route → maak opdracht 011

- 11 $\triangle FGH$ is een vergroting van $\triangle KLM$.
Bereken de lengte van zijde KM en de lengte van zijde FG .



- 12 De rode driehoek op het blaadje is een vergroting van de gele driehoek. Helaas is er een stukje afgescheurd.
- a Meet de vier zijden die je nog kunt meten en ga na welke factor hier is gebruikt.
 - b Er zijn twee zijden die je niet meer kunt meten. Bereken de lengten van die zijden.



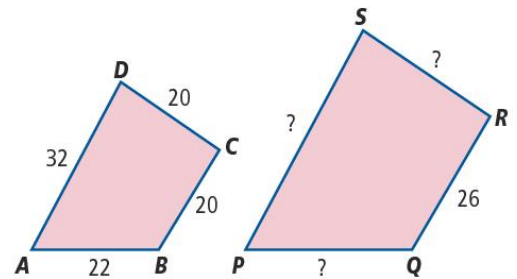


1



2

- 13** Foto 1 heeft een breedte van 5,5 cm en een hoogte van 3 cm. Foto 2 is een vergroting met een hoogte van 24 mm.
- Bereken de breedte van foto 2.
 - Elmer laat de foto vergroten tot een poster. De poster wordt 132 cm breed.
Hoe hoog wordt de poster?
- 14** Cas heeft een rechthoek getekend van 5 mm bij 17 mm en een rechthoek van 5 cm bij 17 cm.
Leg uit dat de tweede rechthoek een vergroting is van de eerste rechthoek en geef de factor die hierbij hoort.
- 15** Vierhoek $PQRS$ is een vergroting van vierhoek $ABCD$.
- Hoe groot is de factor van deze vergroting?
 - Maakt het voor de factor verschil of de lengten van BC en QR beide in cm of beide in meter zijn?
Waarom (niet)?
 - Bereken de lengten van de zijden van vierhoek $PQRS$ als $AB = 22$ mm.
 - Hoe lang is PQ als $AB = 22$ cm?

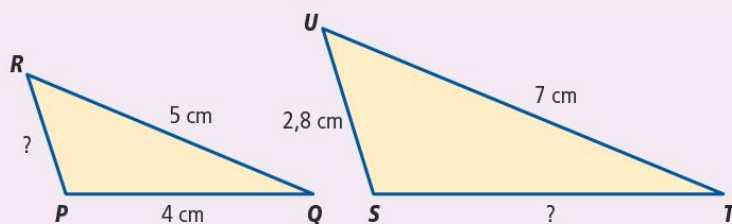


Maten zoals mm, cm en m heten eenheden. De eenheden worden in de wiskunde soms weggelaten.

- 16** Een rechthoek is 18 bij 30. Van een vergroting van deze rechthoek is één van de zijden 6.
- Hoe groot kan de factor geweest zijn? Er zijn twee mogelijkheden.
 - Welke afmetingen kan de vergroting hebben? Geef beide mogelijkheden.

Uitdagende route → maak opdracht U3

Ondersteunende opdrachten



011 $\triangle STU$ is een vergroting van $\triangle PQR$.

a Vul de gegevens in de verhoudingstabel in.

zijden $\triangle PQR$ in cm	$PQ = 4$	$QR = 5$	$PR = \dots$	$\times \dots$
zijden $\triangle STU$ in cm	$\dots = \dots$	$\dots = \dots$	$\dots = \dots$	

b Vul in: Voor de factor van de vergroting van $\triangle PQR$ naar $\triangle STU$ geldt $5 \times \text{factor} = \dots$

c Schrijf op met welke deling je de factor kunt berekenen.

d Bereken de factor.

e Gebruik de factor om de lengte van zijde ST te berekenen.

f Schrijf op hoe je de factor kunt gebruiken om de lengte van zijde PR te berekenen en bereken de lengte van zijde PR .

Uitdagende opdrachten

U3 Mirko vindt op internet een foto met een resolutie van 1600×1000 pixels. Het beeldscherm van zijn laptop heeft een resolutie van 1920×1080 pixels.



a Mirko maakt een vergroting van de foto zo dat deze in de hoogte precies op zijn beeldscherm past. Bereken de factor van de vergroting.

b Een strook van het beeldscherm wordt niet gebruikt. Bereken hoeveel pixels breed die strook is.

c Mirko kan van de foto ook een vergroting maken zodat deze in de breedte precies op het beeldscherm past. Bereken hoeveel pixels van de hoogte van de foto dan buiten het beeldscherm vallen.

Je leert

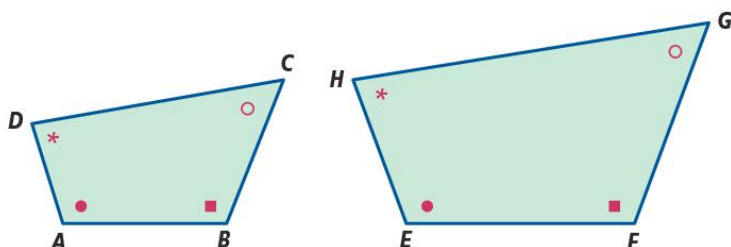
- wat gelijkvormige figuren, overeenkomstige hoeken en overeenkomstige zijden zijn
- hoe je nagaat of twee figuren gelijkvormig zijn

Leerroutes

- ondersteunend: 17—18—19—020—021—22
- doorlopend: 17—18—19—20—21—22
- uitdagend: 17—19—20—21—U4—U5

Deze houten poppetjes die in elkaar passen, worden Matroesjka's genoemd.

- Welke overeenkomsten en welke verschillen zie je tussen de zeven Matroesjka's?



17 Vierhoek $EFGH$ is een vergroting van vierhoek $ABCD$.

- Welke hoek is even groot als $\angle A$?
- Welke hoeken zijn nog meer even groot?
- Welke zijde is de vergroting van zijde AB ?
- Welke zijden horen nog meer bij elkaar?

Theorie

Een figuur en zijn vergroting heten **gelijkvormige figuren**.

Vierhoek $WXYZ$ is een vergroting van vierhoek $KLMN$.

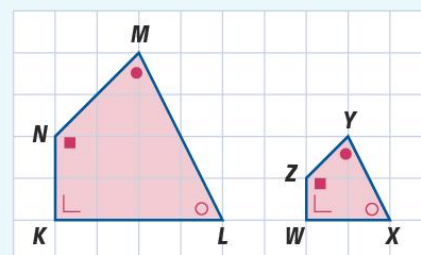
De vierhoeken zijn dus gelijkvormig.

Hoek M en hoek Y horen bij elkaar en worden

overeenkomstige hoeken genoemd.

De zijden KN en WZ horen ook bij elkaar en worden

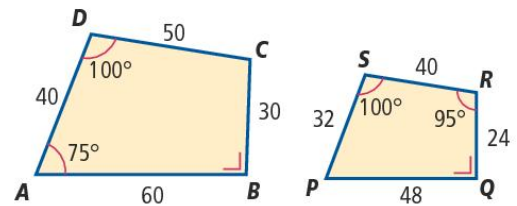
overeenkomstige zijden genoemd.



- 18 a Schrijf van de vierhoeken $KLMN$ en $WXYZ$ op de vorige bladzijde de overeenkomstige hoeken op.
b Schrijf van die vierhoeken ook de overeenkomstige zijden op.

- 19 In deze opdracht ga je onderzoeken of de vierhoeken $ABCD$ en $PQRS$ gelijkvormig zijn.

- a Bereken hoek C en hoek P .
b Zijn de overeenkomstige hoeken even groot?
c Vul de tabel verder in. Zet de overeenkomstige zijden boven elkaar.



<i>zijden vierhoek ABCD</i>	$AB = \dots$	$BC = \dots$	$\dots$	$\dots$
<i>zijden vierhoek PQRS</i>	$PQ = \dots$	$\dots = \dots$	$\dots$	$\dots$

- d Is de tabel een verhoudingstabel?
e Zijn de figuren gelijkvormig?

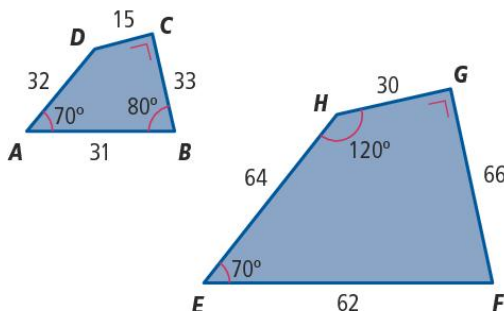
Aanpak

Hoe ga je na of twee figuren gelijkvormig zijn?

- Ga na of de overeenkomstige hoeken gelijk zijn. Als dat niet zo is, dan zijn de figuren niet gelijkvormig.
- Maak een tabel met de lengten van de zijden. Zet de overeenkomstige zijden boven elkaar.
- Ga na of de tabel een verhoudingstabel is. Als dat zo is, dan zijn de figuren gelijkvormig.

Voorbeeld

Zijn de vierhoeken $ABCD$ en $EFGH$ gelijkvormig?

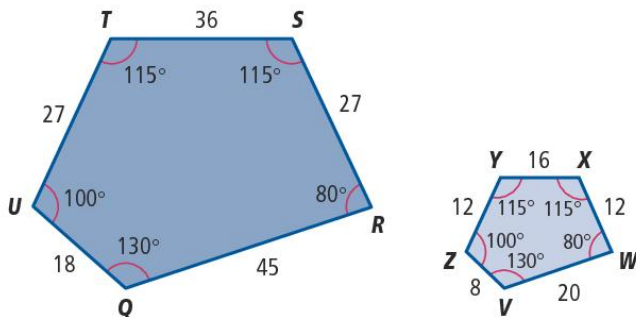


Oplossing

- $\angle D = 360^\circ - 70^\circ - 80^\circ - 90^\circ = 120^\circ$ en $\angle F = 360^\circ - 70^\circ - 120^\circ - 90^\circ = 80^\circ$, dus $\angle A = \angle E$, $\angle B = \angle F$, $\angle C = \angle G$ en $\angle D = \angle H$. De overeenkomstige hoeken zijn gelijk.
- | | | | | |
|--------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <i>zijden ABCD</i> | $AB = 31$ | $BC = 33$ | $CD = 15$ | $AD = 32$ |
| <i>zijden EFGH</i> | $EF = 62$ | $FG = 66$ | $GH = 30$ | $EH = 64$ |
- De tabel is een verhoudingstabel, want $62 : 31 = 66 : 33 = 30 : 15 = 64 : 32 = 2$. De vierhoeken $ABCD$ en $EFGH$ zijn gelijkvormig.

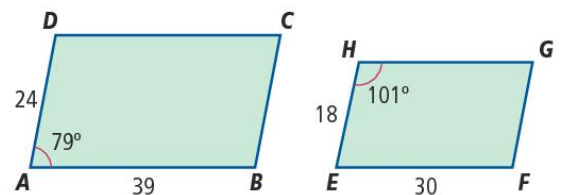
Ondersteunende route → maak opdracht O20

- 20 Ga na of de figuren $QRSTU$ en $VWXYZ$ gelijkvormig zijn.

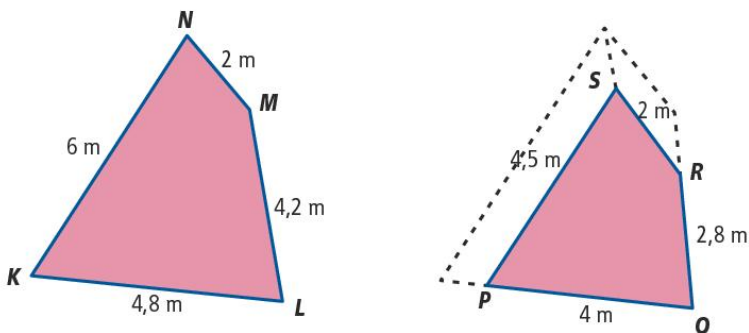


Ondersteunende route → maak opdracht O21

- 21 a Ga na of de parallelogrammen $ABCD$ en $EFGH$ gelijkvormig zijn.
 b Parallelogram $KLMN$ is gelijkvormig aan parallelogram $ABCD$. De overeenkomstige zijde van AB is KL en $KL = 13$.
 Hoe lang is zijde KN ?



- 22 Bij harde wind maakt de schipper het grootzeil kleiner door het te laten zakken en aan de onderkant op te rollen. Het zeil wordt dan gereefd. Hieronder zijn een grootzeil en een gereefd zeil getekend.
 Is het gereefde zeil een vergroting van het grootzeil?



Uitdagende route → maak opdracht U4 en U5



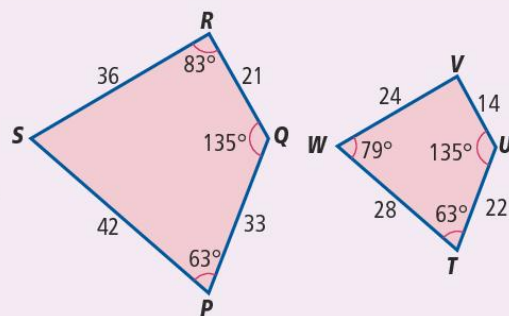
Ondersteunende opdrachten

020

- a Bereken hoek S en hoek V .
 b Zijn de overeenkomstige hoeken gelijk?
 c Vul de tabel verder in.

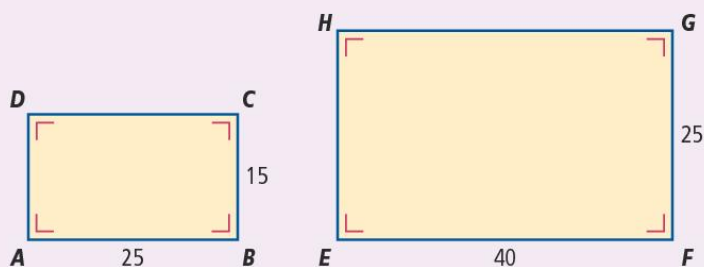
zijden $PQRS$	$PQ = \dots$	$QR = \dots$	$\dots$	$\dots$
zijden $TUVW$	$TU = \dots$	$\dots = \dots$	$\dots$	$\dots$

- d Is de tabel van opdracht c een verhoudingstabel?
 e Zijn de vierhoeken $PQRS$ en $TUVW$ gelijkvormig?



021

- a Wat kun je zeggen over de grootte van de hoeken van de rechthoeken $ABCD$ en $EFGH$?



- b Vul de tabel verder in.

zijden $ABCD$	$AB = \dots$	$BC = \dots$	$\dots$	$\dots$
zijden $EFGH$	$EF = \dots$	$FG = \dots$	$\dots$	$\dots$

- c Zijn de rechthoeken $ABCD$ en $EFGH$ gelijkvormig?
 Zo ja, welke factor hoort erbij?
 d Rechthoek $KLMN$ is gelijkvormig met rechthoek $ABCD$.
 De overeenkomstig zijde van AB is KL en $KL = 4,5$.
 Maak een schets van vierhoek $KLMN$.
 e Bereken de lengte van zijde LM .

Uitdagende opdrachten

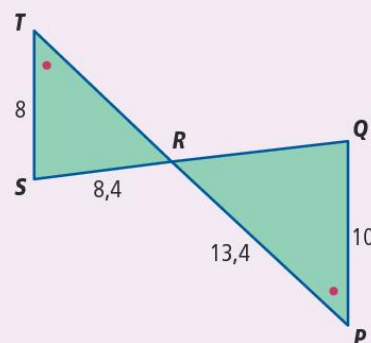
U4

In de figuur is $\angle P = \angle T$.

- a Waarom geldt $\angle S = \angle Q$?
 b De driehoeken PQR en TSR zijn gelijkvormig.
 Bereken de lengte van QS .

U5

- a Waarom zijn alle vierkanten gelijkvormig?
 b Waar moet je voor zorgen als je twee gelijkvormige ruiten wilt tekenen?



Je leert

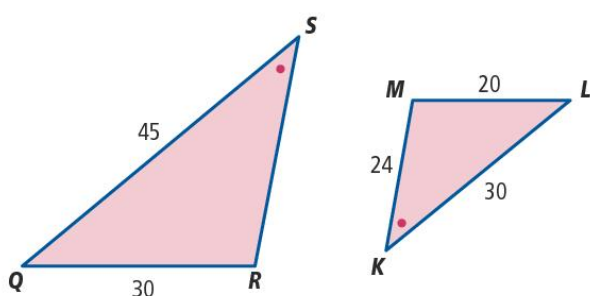
- hoe je de lengte van een zijde bij gelijkvormige figuren berekent
- hoe je met de factor de omtrek en de oppervlakte van een vergroting berekent

Leerroutes

- ondersteunend: 23—24—025—26—027—27—28
- doorlopend: 23—24—25—26—27—28—29
- uitdagend: 23—25—26—27—28—29—U6

In werkelijkheid is de afstand tussen de blauwe merktekens op de wegenkaart 11 km.

- Bereken de schaal van de wegenkaart.
- Hoe breed is volgens de wegenkaart de snelweg A1-E30? Wat valt je op?



- 23** De driehoeken KLM en QRS zijn gelijkvormig en $\angle S = \angle K$.
- Maak een schets van de driehoeken in dezelfde stand naast elkaar en schrijf de bekende maten erbij.
 - Zet de overeenkomstige zijden van de driehoeken boven elkaar in een verhoudingstabel en bereken de factor van de vergroting.
 - Bereken met de factor hoe lang zijde RS is.

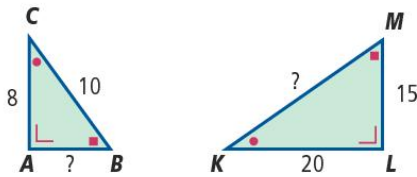
Aanpak

Hoe bereken je de lengte van een zijde bij gelijkvormige figuren?

- Maak een schets van de figuren in dezelfde stand naast elkaar en schrijf de bekende maten erbij.
- Zet de overeenkomstige zijden van de figuren boven elkaar in een verhoudingstabel en bereken de factor van de vergroting.
- Bereken met de factor de onbekende lengte.

Voorbeeld

$\triangle ABC$ is gelijkvormig met $\triangle KLM$.
Bereken de lengte van zijde KM .

**Oplossing**

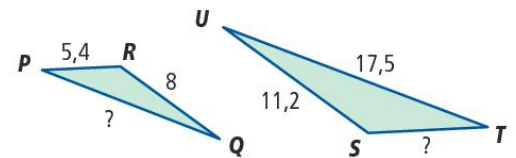
-
- | | | | |
|------------------------|-----------|--------------|--------------|
| zijden $\triangle ABC$ | $AC = 8$ | $AB = \dots$ | $BC = 10$ |
| zijden $\triangle KLM$ | $KL = 20$ | $LM = 15$ | $KM = \dots$ |

 $\times \dots$
De factor is $20 : 8 = 2,5$.
- De lengte van zijde KM is $10 \times 2,5 = 25$.

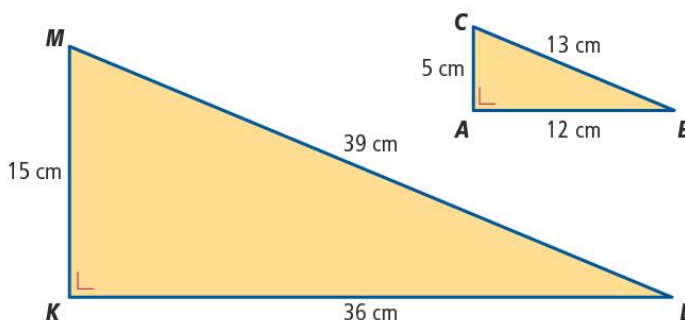
- 24** Bereken de lengte van zijde AB in het voorbeeld.

Ondersteunende route → maak opdracht 025

- 25** Driehoek PQR en driehoek STU zijn gelijkvormig.
Bereken de lengte van zijde ST en de lengte van zijde PQ .



- 26** De driehoeken ABC en KLM hieronder zijn gelijkvormig.
- Hoe groot is de factor bij de vergroting van driehoek ABC naar driehoek KLM ?
 - Bereken de omtrek van beide driehoeken.
 - Met welk getal moet je de omtrek van driehoek ABC vermenigvuldigen om de omtrek van driehoek KLM te krijgen?
 - Bereken de oppervlakte van beide driehoeken.
 - Met welk getal moet je de oppervlakte van driehoek ABC vermenigvuldigen om de oppervlakte van driehoek KLM te krijgen?

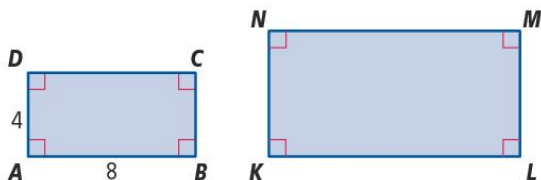


Theorie

Wanneer de afmetingen van een figuur met de factor k worden vermenigvuldigd, dan wordt de omtrek k keer zo groot en wordt de oppervlakte k^2 keer zo groot.

Voorbeeld

Rechthoek $KLMN$ is een vergroting van rechthoek $ABCD$ met de factor 1,5.



omtrek rechthoek $ABCD$ is $4 + 8 + 4 + 8 = 24$.

omtrek rechthoek $KLMN$ is $24 \times 1,5 = 36$.

oppervlakte rechthoek $ABCD$ is $4 \times 8 = 32$.

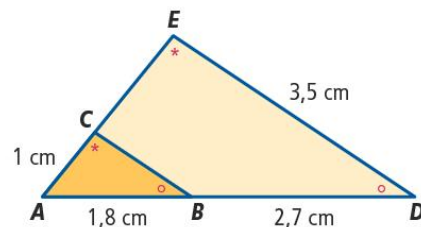
oppervlakte rechthoek $KLMN$ is $32 \times 1,5^2 = 72$.

Ondersteunende route → maak opdracht 027

- 27** Van een rechthoek van 6 cm bij 4 cm worden de lengten van de zijden met de factor 7 vermenigvuldigd.
- Hoeveel keer zo groot wordt de omtrek?
 - En hoeveel keer zo groot wordt de oppervlakte?
 - Bereken de omtrek en de oppervlakte van de vergroting.
 - Hoe groot wordt de oppervlakte als je de lengten van de zijden met de factor 10 vermenigvuldigt?

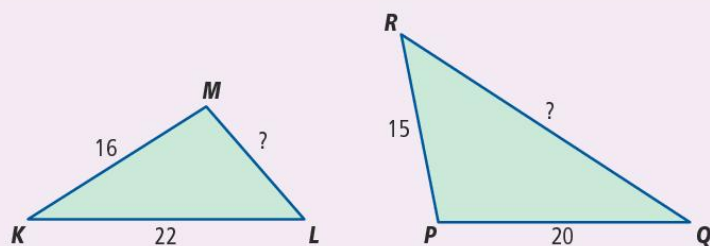
- 28** Rechthoek $KLMN$ is een vergroting van rechthoek $PQRS$. De oppervlakte van rechthoek $PQRS$ is 16 cm^2 en de oppervlakte van rechthoek $KLMN$ is 144 cm^2 .
- Met welk getal moet je de oppervlakte van rechthoek $PQRS$ vermenigvuldigen om de oppervlakte van rechthoek $KLMN$ te krijgen?
 - Met welke factor zijn de zijden van rechthoek $PQRS$ vermenigvuldigd om die van rechthoek $KLMN$ te krijgen?

- 29** In de figuur is driehoek ABC gelijkvormig met driehoek ADE .
- Bereken de lengte van zijde BC en de lengte van zijde AE .
 - De oppervlakte van driehoek ABC is 70 mm^2 . Hoe groot is de oppervlakte van driehoek ADE ?



Uitdagende route → maak opdracht U6

Ondersteunende opdrachten

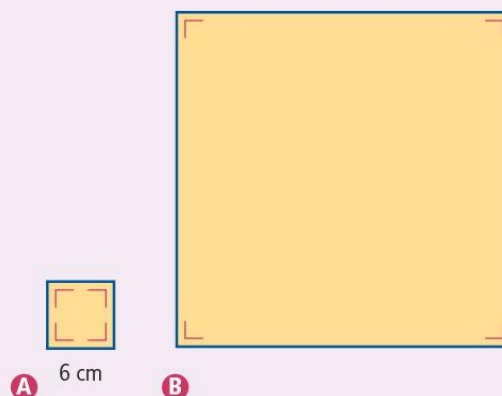


- 025** Driehoek KLM en driehoek PQR zijn gelijkvormig.
- Welke zijde is de langste zijde van driehoek KLM ?
 - En welke zijde is de langste zijde van driehoek PQR ?
 - Welke zijde in driehoek PQR is de overeenkomstige zijde van zijde LM ?
 - Teken de driehoeken in dezelfde stand.
 - Vul in de verhoudingstabel de andere zijden in. Let op dat de overeenkomstige zijden boven elkaar staan.

<i>zijden</i> $\triangle KLM$	$KL = 22$	$LM = \dots$	$KM = 16$
<i>zijden</i> $\triangle PQR$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

- Bereken de lengte van de zijden QR en LM .

- 027** Vierkant B is een vergroting van vierkant A met de factor 5. De zijden van vierkant A zijn 6 cm lang.
- Bereken de omtrek en de oppervlakte van vierkant A.
 - Bereken de lengte van de zijden van vierkant B.
 - Bereken de omtrek en oppervlakte van vierkant B.
 - Met welk getal moet je de omtrek van vierkant A vermenigvuldigen om de omtrek van vierkant B te krijgen?
 - En met welk getal moet je de oppervlakte van vierkant A vermenigvuldigen om de oppervlakte van vierkant B te krijgen?



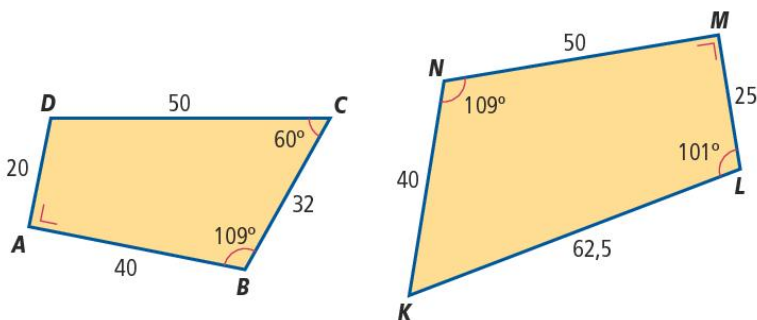
Uitdagende opdrachten

- U6** Je kunt postzegels laten maken met je eigen afbeelding. Marleen heeft een foto van 11 cm bij 16 cm. De ruimte op de postzegel die beschikbaar is voor de foto heeft een oppervlakte van 704 mm^2 . Hoe breed en hoe hoog is de foto op de postzegel?





- 30** Theo heeft een fotolijst van 90 cm breed en 60 cm hoog.
- Ga na of een vergroting van de linker foto in de lijst past.
 - De rechter foto past als Theo er een vergroting van maakt, niet precies in de lijst.
Leg uit waarom.
 - Theo maakt van de rechter foto een vergroting zodat hij wel in de lijst past. Hij moet er dan een randje afknippen.
Welke factor kiest Theo?
 - Hoe breed is het randje dat Theo eraf moet knippen?
- 31** Driehoek KLM en driehoek XYZ zijn gelijkvormig.
Voor de hoeken geldt dat $\angle K = \angle Y$ en $\angle L = \angle Z$.
Verder is $KL = 8$, $LM = 18$, $KM = 20$ en $XY = 36$.
Bereken de lengte van zijde XZ en de lengte van zijde YZ .
- 32** In de tabel staan de lengte en de breedte van vijf rechthoeken.
- | | | | | | |
|----------------------|-----|---|-----|---|-----|
| <i>lengte</i> in cm | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| <i>breedte</i> in cm | 1,5 | 3 | 3,5 | 6 | 7,5 |
- Eén rechthoek is geen vergroting van de andere rechthoeken.
Welke? Leg uit waarom.
- 33** Ga na of de vierhoeken $ABCD$ en $KLMN$ gelijkvormig zijn.



- 34** In Madurodam is een deel van Nederland op schaal 1 : 25 nagebouwd.

- Hoe groot is de factor bij deze schaal?
- De Dom van Utrecht is 112 meter hoog.
Hoeveel cm hoog is het model in Madurodam?
- In Madurodam staat een gebouw met een hoogte van 29 cm, een breedte van 34 cm en een diepte van 48 cm.
Welke afmetingen heeft dit gebouw in werkelijkheid?
- Het Binnenhof heeft in Madurodam een oppervlakte van 33,35 m².
Hoeveel m² oppervlakte heeft het Binnenhof in werkelijkheid?

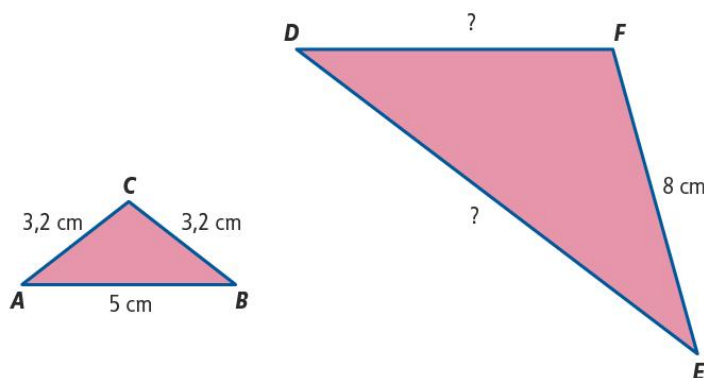


- 35** Van een foto van 9 cm bij 13 cm wordt een vergroting op posterformaat van 63 cm bij 91 cm gemaakt.

- Op de foto staat een boom. Op de foto is deze boom 4,8 cm hoog.
Hoe hoog wordt de boom op de poster?
- De stam van de boom wordt op de poster 6,3 cm dik.
Hoe dik is de stam van de boom op de foto?

- 36** De twee driehoeken ABC en DEF zijn gelijkvormig.

- Bereken de lengten van de zijden van driehoek DEF .
- De oppervlakte van driehoek ABC is 5 cm².
Hoe groot is de oppervlakte van driehoek DEF ?
- Driehoek PQR is ook gelijkvormig met driehoek ABC .
De oppervlakte van driehoek PQR is negen keer zo groot als de oppervlakte van driehoek ABC .
Bereken de lengten van de zijden van driehoek PQR .



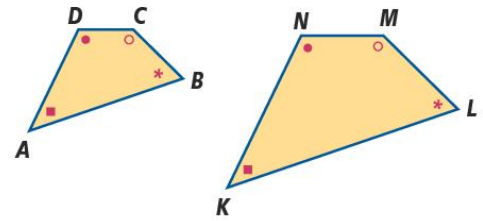
Theorie

Gelijkvormige figuren, overeenkomstige hoeken en overeenkomstige zijden

Twee figuren zijn gelijkvormig als de ene figuur een vergroting van de andere figuur is.

Hoek A en hoek K horen bij elkaar en worden overeenkomstige hoeken genoemd.

De zijden AB en KL horen ook bij elkaar en worden overeenkomstige zijden genoemd.



- S1
- Schrijf van de vierhoeken $ABCD$ en $KLMN$ de overeenkomstige hoeken op.
 - Schrijf van deze vierhoeken ook de overeenkomstige zijden op.

Vaardigheid

Je kunt de factor bij een vergroting berekenen.

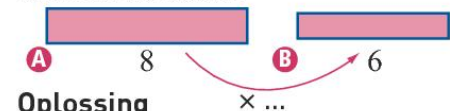
Bij een vergroting van een figuur blijven de hoeken hetzelfde en worden alle afmetingen met hetzelfde getal vermenigvuldigd. Dit getal heet de factor.

Is de factor een getal groter dan 1, dan wordt de figuur groter. Is de factor een getal tussen 0 en 1, dan wordt de figuur kleiner. Ook dan spreek je van een vergroting.

Voorbeeld

Rechthoek B is een vergroting van rechthoek A.

Bereken de factor.



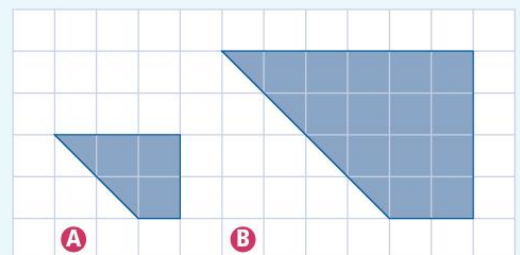
Oplossing

$$8 \times \text{factor} = 6$$

De factor is $6 : 8 = 0,75$.

- S2
- Je kunt rechthoek A ook zien als een vergroting van rechthoek B.
Welke factor hoort bij die vergroting?

- S3
- Met welke factor moet je de zijden van figuur A vermenigvuldigen om de zijden van figuur B te krijgen?
 - Figuur C is een vergroting van figuur A met de factor 0,5.
Teken figuur C.
 - Met welke factor moet je de zijden van figuur B vermenigvuldigen om de zijden van figuur C te krijgen?



Vaardigheid

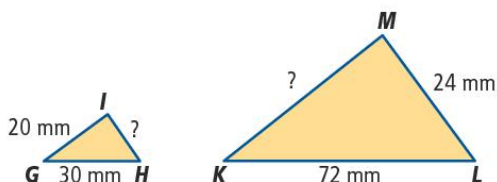
Je kunt de lengte van een zijde bij een vergroting berekenen.

- 1 Maak een verhoudingstabel met de gegevens erin. Zet de zijden die bij elkaar horen boven elkaar.
- 2 Bereken de factor.
- 3 Gebruik de factor om de onbekende lengte te berekenen.

Voorbeeld

$\triangle KLM$ is een vergroting van $\triangle GHI$.

Bereken de lengte van zijde KM .

**Oplossing**

- 1

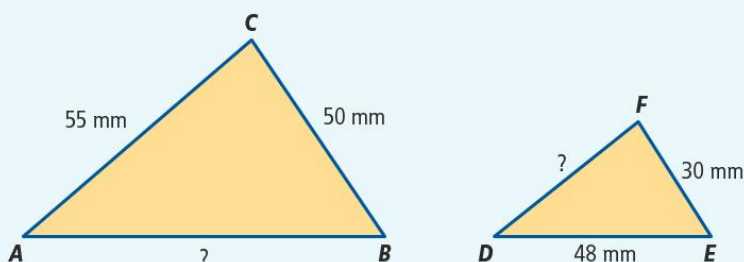
zijden $\triangle GHI$ in mm	$GH = 30$	$HI = \dots$	$GI = 20$
zijden $\triangle KLM$ in mm	$KL = 72$	$LM = 24$	$KM = \dots$

 $\times \dots$
- 2 $30 \times \text{factor} = 72$
De factor is $72 : 30 = 2,4$.
- 3 De lengte van zijde KM is $20 \times 2,4 = 48$ mm.

S4 Bereken de lengte van zijde HI in het voorbeeld.

S5 $\triangle DEF$ is een vergroting van $\triangle ABC$.

- a Bereken de lengte van zijde AB .
- b Bereken ook de lengte van zijde DF .



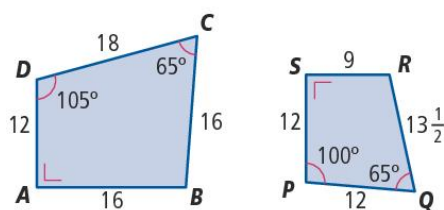
Vaardigheid

Je kunt nagaan of twee figuren gelijkvormig zijn.

- 1 Ga na of de overeenkomstige hoeken gelijk zijn. Als dat niet zo is, dan zijn de figuren niet gelijkvormig.
- 2 Maak een tabel met de lengten van de zijden. Zet de overeenkomstige zijden boven elkaar.
- 3 Ga na of de tabel een verhoudingstabel is. Als dat zo is, dan zijn de figuren gelijkvormig.

Voorbeeld

Zijn de vierhoeken $ABCD$ en $PQRS$ gelijkvormig?



Oplossing

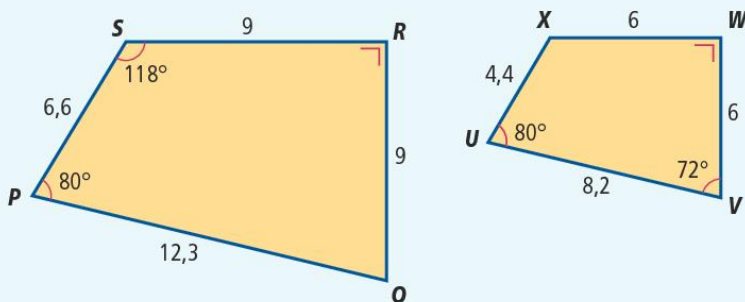
- 1 $\angle B = 360^\circ - 65^\circ - 105^\circ - 90^\circ = 100^\circ$ en $\angle R = 360^\circ - 90^\circ - 100^\circ - 65^\circ = 105^\circ$, dus $\angle A = \angle S$, $\angle B = \angle P$, $\angle C = \angle Q$ en $\angle D = \angle R$. De overeenkomstige hoeken zijn gelijk.

- 2

zijden $ABCD$	$AB = 16$	$BC = 16$	$CD = 18$	$AD = 12$
zijden $SPQR$	$SP = 12$	$PQ = 12$	$QR = 13\frac{1}{2}$	$RS = 9$

- 3 De tabel is een verhoudingstabel, want $12 : 16 = 13\frac{1}{2} : 18 = 9 : 12 = 0,75$. De vierhoeken $ABCD$ en $PQRS$ zijn gelijkvormig.

S6 Zijn de vierhoeken $PQRS$ en $UVWX$ gelijkvormig?



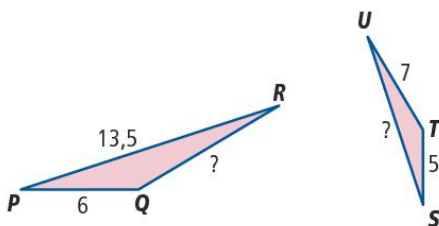
Vaardigheid

Je kunt de lengte van een zijde bij gelijkvormige figuren berekenen.

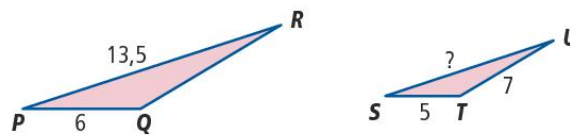
- 1 Maak een schets van de figuren in dezelfde stand naast elkaar en schrijf de bekende maten erbij.
- 2 Zet de overeenkomstige zijden van de figuren boven elkaar in een verhoudingstabel en bereken de factor van de vergroting.
- 3 Bereken met de factor de onbekende lengte.

Voorbeeld

$\triangle PQR$ is gelijkvormig met $\triangle STU$.
Bereken de lengte van zijde QR .

**Oplossing**

1

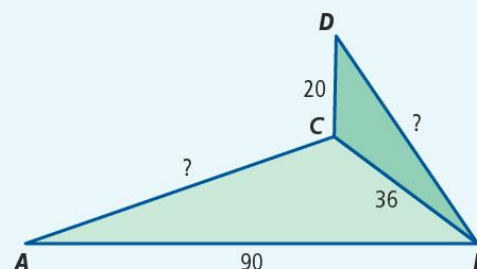


$$2 \quad \begin{array}{l|l|l|l} \text{zijden } \triangle PQR & PQ = 6 & QR = \dots & PR = 13,5 \\ \text{zijden } \triangle STU & ST = 5 & TU = 7 & SU = \dots \end{array} \times \dots$$

De factor is $6 : 5 = 1,2$.

3 De lengte van zijde QR is $7 \times 1,2 = 8,4$.

- S7**
- a Bereken de lengte van zijde SU in het voorbeeld.
 - b Driehoek ABC en driehoek BCD zijn gelijkvormig. Bereken de lengte van zijde AC en de lengte van zijde BD .

**Vaardigheid**

Je kunt met de factor de omtrek en de oppervlakte bij een vergroting berekenen.

Bij een vergroting met de factor k wordt de omtrek k keer zo groot en wordt de oppervlakte k^2 keer zo groot.

Voorbeeld

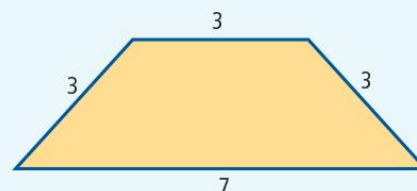
Van een figuur is de omtrek 12 en de oppervlakte 6.
De lengten van de zijden van de figuur worden met de factor 3,5 vermenigvuldigd.
Bereken de omtrek en de oppervlakte van de vergroting.

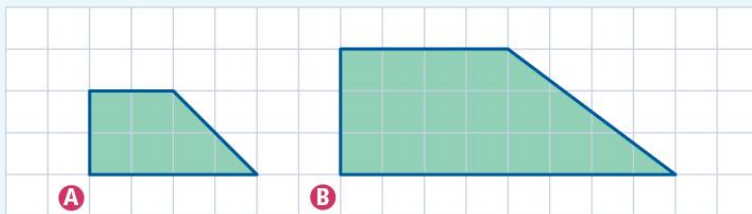
Oplossing

De omtrek van de vergroting is $12 \times 3,5 = 42$.

De oppervlakte van de vergroting is $6 \times 3,5^2 = 73,5$.

- S8**
- De lengten van de zijden van de vierhoek worden met de factor 7 vermenigvuldigd.
 - a Hoeveel keer zo groot wordt de omtrek?
 - b Bereken de omtrek van de vergroting.
 - c Hoeveel keer zo groot wordt de oppervlakte?
 - d De oppervlakte van de vierhoek is 11,2. Bereken de oppervlakte van de vergroting.





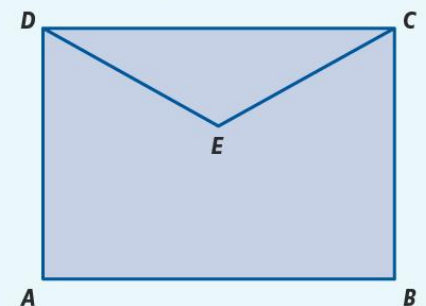
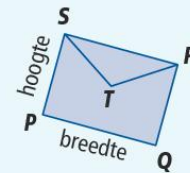
- T1**
- Is vierhoek B een vergroting van vierhoek A?
 - Figuur C ontstaat door de lengten van de zijden van figuur A met de factor $1\frac{1}{2}$ te vermenigvuldigen. Teken figuur C.

- T2** De onderste envelop is een vergroting van de bovenste envelop.

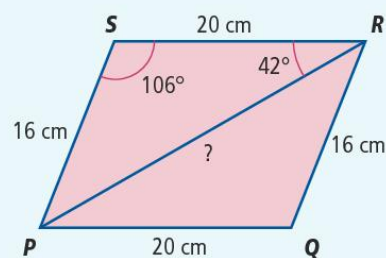
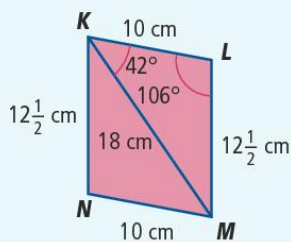
- a** Vul de tabel verder in.

maten kleine envelop in cm	$PQ = 14$	$PS = 10$	$RT = 8$
maten grote envelop in cm	$AB = 42$	$\dots = \dots$	$\dots = \dots$

- Hoe groot is de factor van de vergroting?
- Van de kleine envelop wordt een vergroting gemaakt zodat de hoogte 25 cm wordt. Welke factor hoort daarbij?

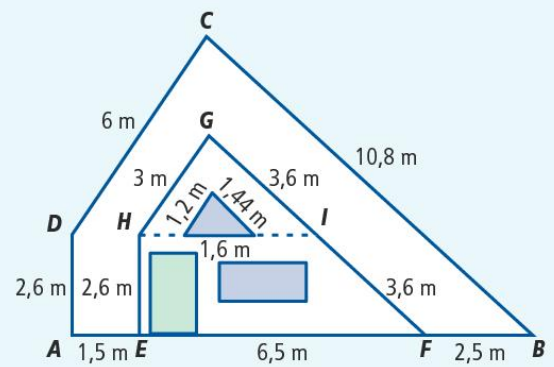


- T3**
- Toon aan dat de parallellogrammen $KLMN$ en $PQRS$ gelijkvormig zijn.
 - Bereken de lengte van diagonaal PR .



- T4** Hiernaast zie je het zijaanzicht van een huis. Van het huis staan zijde AD en zijde EH loodrecht op zijde AB . Verder is $\angle B = \angle F$ en $\angle C = \angle G$.

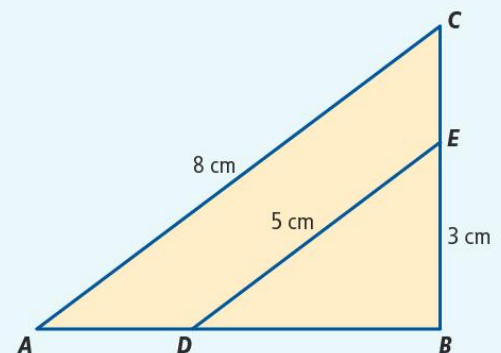
- Ga na of de vierhoeken $ABCD$ en $EFGH$ gelijkvormig zijn.
- Driehoek GHI is gelijkvormig met het driehoekige raam. Bereken de lengte van zijde HI .
- De deur is 1 meter bij 2,1 meter en het raam op de begane grond is 2,5 meter bij 1,2 meter. Zijn de deur en dat raam gelijkvormig? Leg uit.



- T5** Marian heeft een vakantiefoto van 7 cm hoog en 10 cm breed laten vergroten. De vergroting is 24 cm breed.
- Welke factor hoort bij deze vergroting?
 - Hoe hoog wordt de vergroting?
 - Op de foto staat een toren. Deze toren is op de vergroting 12 cm hoog. Hoe hoog is deze toren op de foto?

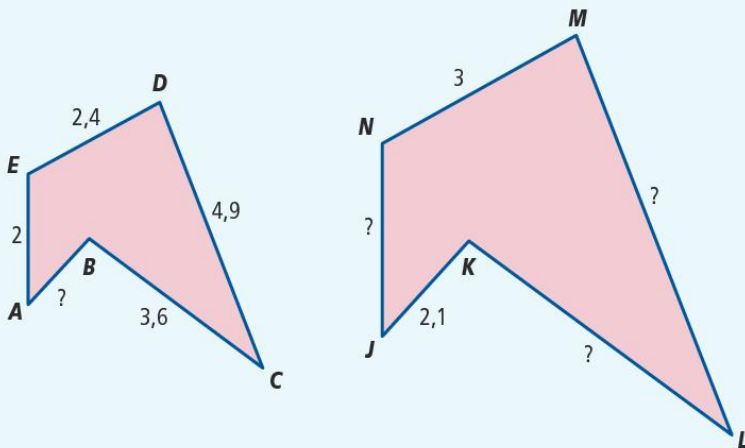
- T6** De vierhoeken $KLMN$ en $STUV$ zijn gelijkvormig. De oppervlakte van vierhoek $KLMN$ is 360 cm^2 en de oppervlakte van vierhoek $STUV$ is 40 cm^2 . De omtrek van vierhoek $KLMN$ is 84 cm. Bereken de omtrek van vierhoek $STUV$.

- T7** De driehoeken ABC en DBE zijn gelijkvormig.
- Schrijf alle paren overeenkomstige hoeken op.
 - Met welke factor moet je de lengten van de zijden van driehoek DBE vermenigvuldigen om die van driehoek ABC te krijgen?
 - Van driehoek ABC kun je nu één zijde berekenen en één zijde nog steeds niet. Welke zijde kun je nu berekenen?
 - Hoe groot is die zijde?
 - De oppervlakte van driehoek DBE is 6 cm^2 . Hoe groot is de oppervlakte van driehoek ABC ?



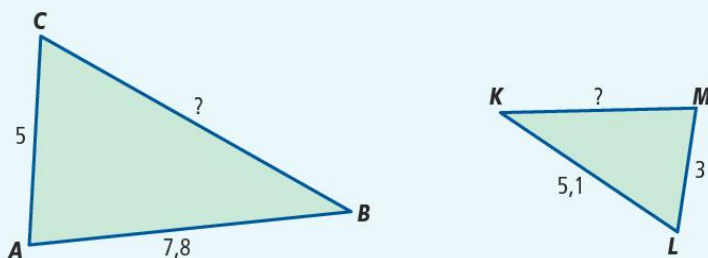
Je kunt de factor bij een vergroting berekenen.

- E1 a Vijfhoek $JKLMN$ is een vergroting van vijfhoek $ABCDE$.
Welke factor hoort bij deze vergroting?
- b Je kunt vijfhoek $ABCDE$ ook zien als een vergroting van vijfhoek $JKLMN$.
Welke factor hoort bij die vergroting?



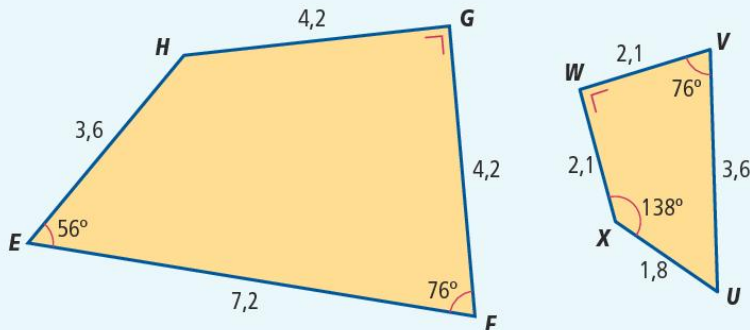
Je kunt de lengte van een zijde bij een vergroting berekenen.

- E2 Bereken in de vijfhoeken hierboven de lengten van de zijden AB , KL , LM en JN .
- E3 De afmetingen van een rechthoek zijn 3 bij 4. Van een vergroting van deze rechthoek is één van de zijden 6. Welke afmetingen kan de vergroting hebben? Geef beide mogelijkheden.
- E4 Driehoek KLM is een vergroting van driehoek ABC .
- a Welke factor hoort bij deze vergroting?
- b Bereken de lengten van de zijden BC en KM .



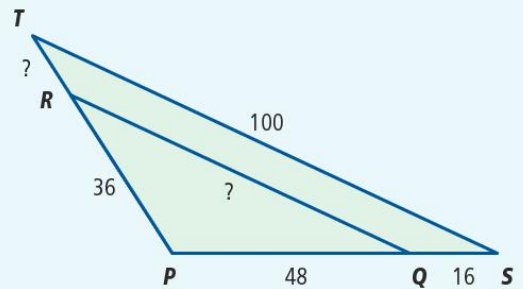
Je kunt nagaan of twee figuren gelijkvormig zijn.

- E5** a Teken in een assenstelsel de punten $L(0, 1)$, $M(2, 1)$, $N(0, 4)$, $P(3, 0)$, $Q(7, 0)$, $R(3, 6)$ en $\triangle LMN$ en $\triangle PQR$.
 b Is $\triangle PQR$ een vergroting van $\triangle LMN$?
- E6** Ga na of de vierhoeken $EFGH$ en $UVWX$ gelijkvormig zijn.



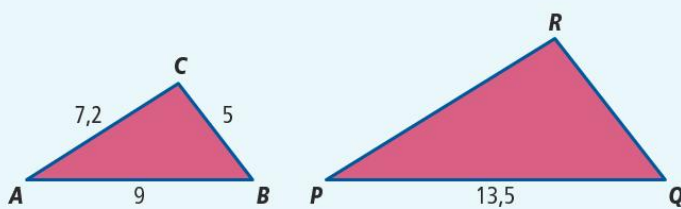
Je kunt de lengte van een zijde bij gelijkvormige figuren berekenen.

- E7** Driehoek PST en driehoek PQR zijn gelijkvormig.
 a Hoe lang is zijde PS ?
 b Maak een verhoudingstabel met de lengten van de zijden van de twee driehoeken. Zet de overeenkomstige zijden boven elkaar.
 c Bereken de lengten van de lijnstukken QR en RT .



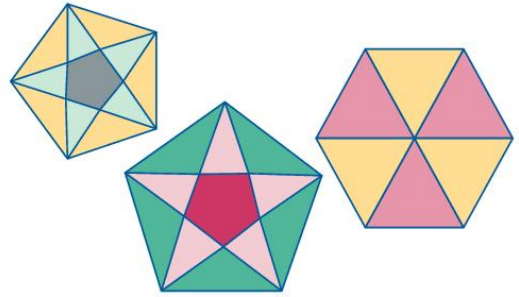
Je kunt met de factor de omtrek en de oppervlakte bij een vergroting berekenen.

- E8** Driehoek PQR is een vergroting van driehoek ABC .
 a Welke factor hoort bij deze vergroting?
 b Bereken de omtrek van driehoek PQR .
 c De oppervlakte van driehoek ABC is 18.
 Bereken de oppervlakte van driehoek PQR .



In een regelmatige veelhoek zijn alle zijden even lang en alle hoeken even groot. In de drie regelmatige veelhoeken kun je een heleboel driehoeken herkennen. Sommige van die driehoeken zijn gelijkvormig, andere niet.

Je gaat nu onderzoeken aan welke voorwaarden twee driehoeken moeten voldoen om gelijkvormig te zijn. Verder ga je onderzoeken welke gegevens je nodig hebt om een driehoek maar op één manier te kunnen tekenen.



- 1
 - a Welke bijzondere driehoeken zie je in de drie regelmatige veelhoeken?
 - b Welke driehoeken zijn gelijkvormig? Leg uit waarom.
 - c Hoeveel vijfhoeken zie je in de tekening? Zijn deze vijfhoeken gelijkvormig? Verklaar je antwoord.

- 2

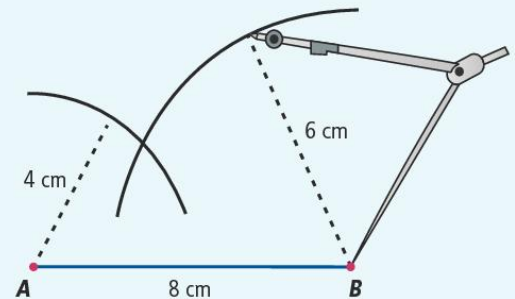
Van driehoek ABC is $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm en $AC = 4$ cm. In de tekening zie je hoe je driehoek ABC kunt tekenen.

 - a Waarom ligt punt C op het snijpunt van de twee cirkelbogen?
 - b Teken driehoek ABC op ware grootte.
 - c Meet de hoeken van driehoek ABC .
 - d Teken op dezelfde manier driehoek PQR met $PQ = 10$ cm, $QR = 7,5$ cm en $PR = 5$ cm.
 - e Meet ook de hoeken van driehoek PQR .
 - f Waarom zijn de driehoeken ABC en PQR gelijkvormig?

- 3

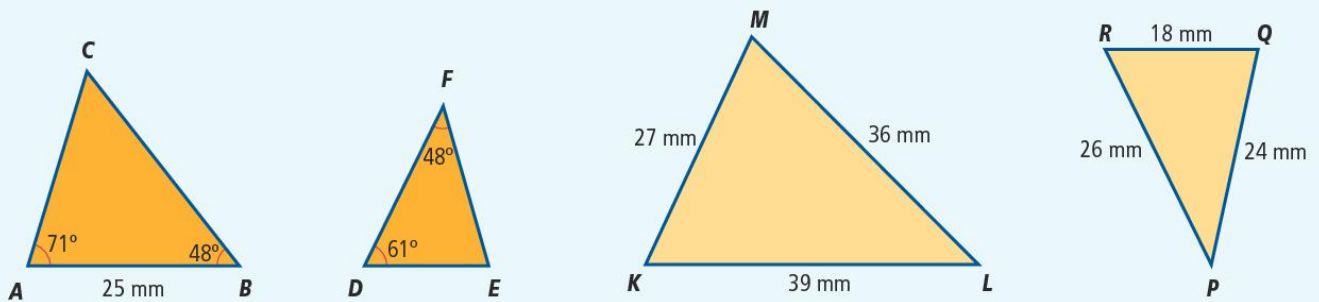
Van driehoek DEF is $DE = 4$ cm, $\angle D = 50^\circ$ en $\angle E = 70^\circ$.

 - a Teken driehoek DEF .
 - b Teken ook driehoek KLM met $KL = 6$ cm, $\angle K = 50^\circ$ en $\angle L = 70^\circ$.
 - c Meet de zijden van de driehoeken DEF en KLM .
 - d Hoe groot is $\angle F$? En hoe groot is $\angle M$?
 - e Zijn de driehoeken DEF en KLM gelijkvormig?



Twee driehoeken zijn gelijkvormig als aan minstens één van de twee volgende voorwaarden voldaan is.

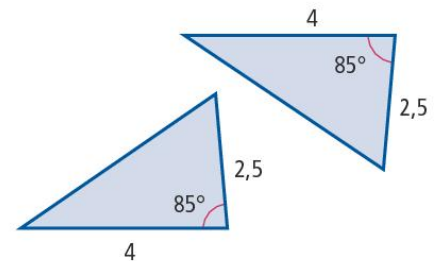
- > De overeenkomstige hoeken zijn gelijk.
- > De overeenkomstige zijden zijn met dezelfde factor vermenigvuldigd.



- 4 a Leg uit waarom de driehoeken ABC en DEF gelijkvormig zijn.
 b Teken driehoek GHI door de zijden van driehoek ABC met de factor 2 te vermenigvuldigen.
 c Zijn de driehoeken GHI en DEF ook gelijkvormig?
 d Zijn de driehoeken KLM en PQR gelijkvormig? Waarom (niet)?
- 5 a Leg uit dat $\triangle UVW$ gelijkvormig is met $\triangle XYZ$.
 b Wat kun je zeggen over de lengte van de overeenkomstige zijden?



Twee driehoeken die precies op elkaar passen, noem je congruent. Van congruente driehoeken zijn de overeenkomstige hoeken even groot en de overeenkomstige zijden zijn even lang. Bij de driehoeken hiernaast moet je één van beide eerst spiegelen voordat hij op de andere driehoek past. Ook deze driehoeken noem je congruent.



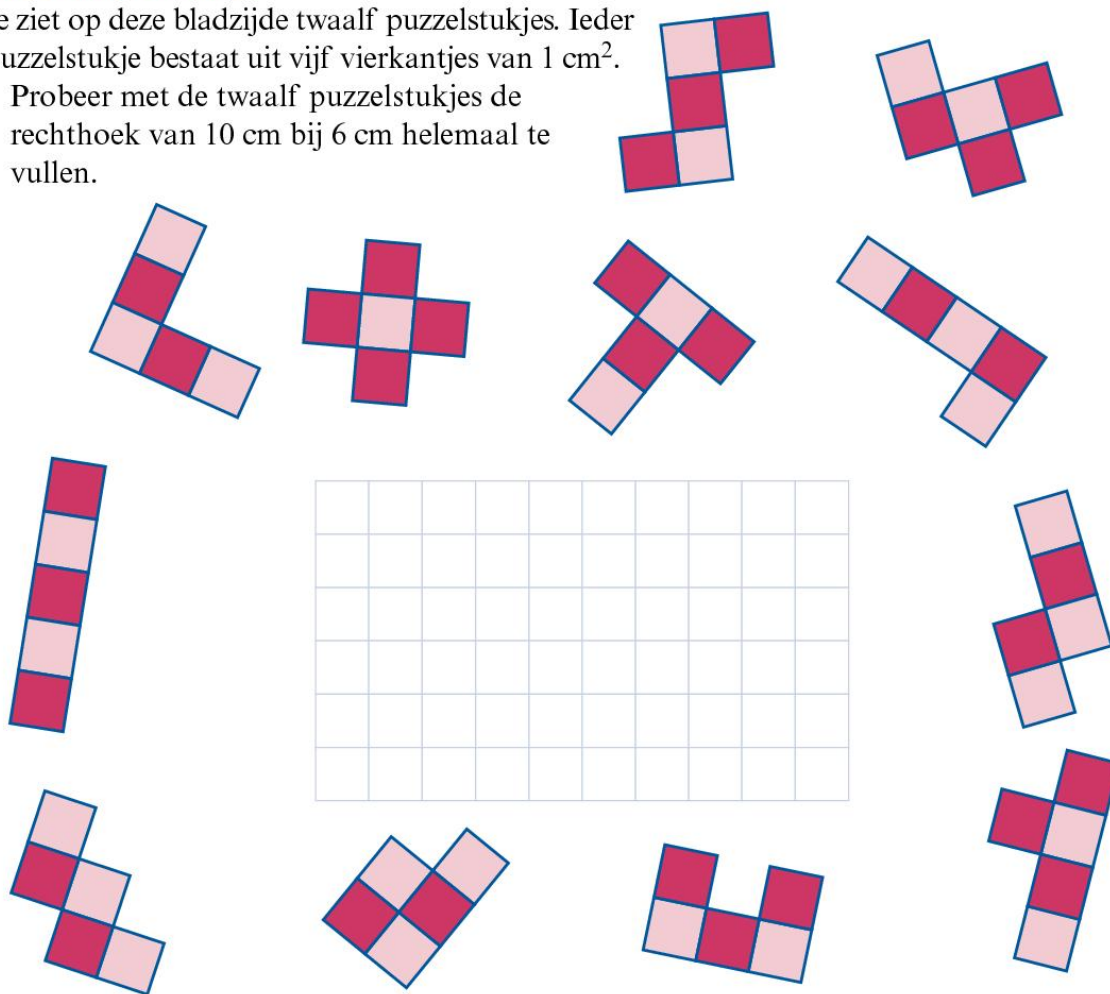
- 6 a Teken $\triangle ABC$ met zijden van 4 cm, 7 cm en 6 cm.
 b Kun je een andere driehoek tekenen met deze zijden die niet congruent is met $\triangle ABC$? Licht toe.
- 7 a Teken driehoek DEF met $\angle D = 45^\circ$ en $\angle E = 25^\circ$.
 b Hoe groot is $\angle F$?
 c Zijn alle driehoeken met deze gegevens gelijkvormig?
 d Zijn alle driehoeken met deze gegevens ook congruent? Waarom (niet)?

Tussendoortje | Vijflingen

W Twaalf puzzelstukjes

Je ziet op deze bladzijde twaalf puzzelstukjes. Ieder puzzelstukje bestaat uit vijf vierkantjes van 1 cm^2 .

- Probeer met de twaalf puzzelstukjes de rechthoek van 10 cm bij 6 cm helemaal te vullen.



0,35 cm...35 mm
230 m...0,23 km

aantal kg	5	1	0,5	4,5
aantal centen	1800	...	...	...

B

A

Teken $\angle P = 45^\circ$

Vaardigheden

2

In dit blok vaardigheden komen de volgende onderwerpen aan de orde.

- Volgorde bij berekeningen
- Tijd
- Machten
- Meetkunde
- Formules, grafieken en vergelijkingen

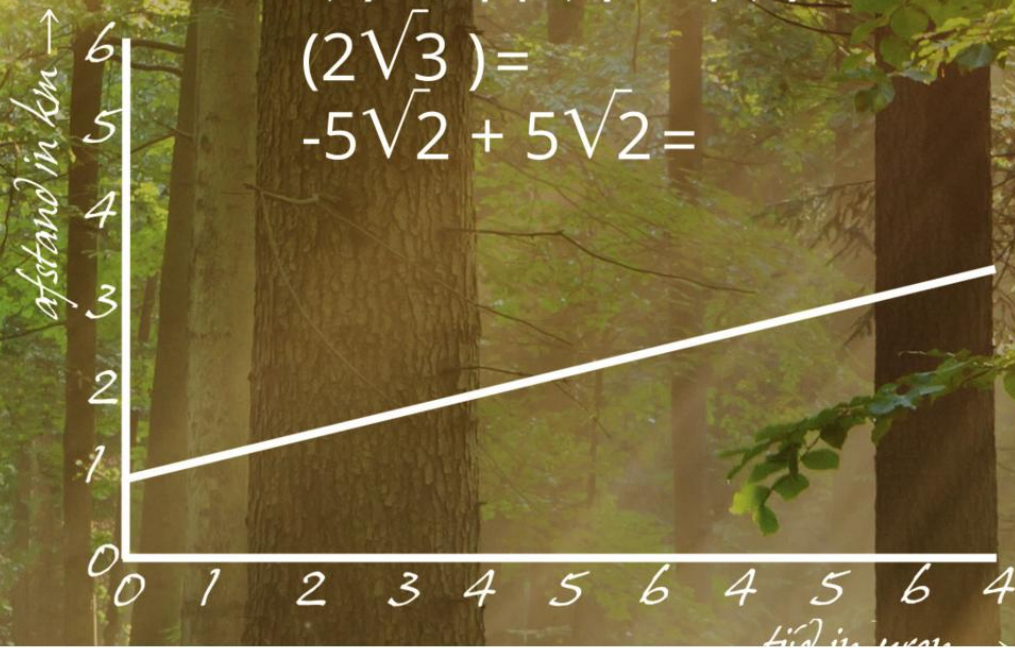
$$11h = 35$$

$$+3w = 16$$



$$\frac{1}{10} \text{ deel is } \dots\%$$

$$\frac{1}{5} \text{ deel is } \dots\%$$



$$3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} =$$

$$-5\sqrt{5} \times \sqrt{6} =$$

$$\sqrt{7} + 11\sqrt{7} - 4\sqrt{7} =$$

$$(2\sqrt{3}) =$$

$$-5\sqrt{2} + 5\sqrt{2} =$$

Volgorde bij berekeningen

Theorie

Voor de volgorde bij berekeningen geldt:

- > eerst uitrekenen wat tussen haakjes staat
- > dan machtsverheffen
- > dan vermenigvuldigen en delen van links naar rechts
- > dan optellen en aftrekken van links naar rechts

Voorbeeld

Bereken $95 - 2 \times (5 - 2)^3 =$

Oplossing

$95 - 2 \times (5 - 2)^3 =$ eerst uitrekenen wat tussen haakjes staat
 $95 - 2 \times 3^3 =$ dan machtsverheffen
 $95 - 2 \times 27 =$ daarna vermenigvuldigen
 $95 - 54 = 41$ en tot slot aftrekken

1 Bereken. Schrijf alle tussenstappen op.

- | | |
|-------------------------------|-------------------------|
| a $2 + 6 \times 4 =$ | e $30 : 5 \times 2 =$ |
| b $(7 - 5) \times 8 =$ | f $72 + 32 - 17 =$ |
| c $16 - 2 \times 5 =$ | g $24 - (4 + 13) =$ |
| d $8 \times 3 - 2 \times 6 =$ | h $34 + (26 - 9 + 5) =$ |

2 Bereken. Schrijf alle tussenstappen op.

- | | |
|--------------------------|-----------------------------|
| a $2 \times 10^2 =$ | e $-9^2 + (-9)^2 =$ |
| b $4^2 + 5 \times 6^2 =$ | f $72 : 3^2 =$ |
| c $1^4 + 2 \times 5^2 =$ | g $24 : 4 + 8^2 =$ |
| d $8^2 + (2 - 10)^2 =$ | h $(10^3 - 9^2) \times 5 =$ |

3 Op het blaadje zie je hoe je $13 \times 12 + 13 \times 8$ op een handige manier kunt berekenen door haakjes te gebruiken.

Bereken ook op een handige manier.

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------------|
| a $5 \times 21 + 5 \times 9 =$ | e $18 \times 5^2 - 13 \times 5^2 =$ |
| b $3 \times 9^2 + 7 \times 9^2 =$ | f $17 \times 16 - 17 \times 6 =$ |
| c $9 \times 7^2 - 8 \times 7^2 =$ | g $43 \times 85 + 43 \times 15 =$ |
| d $7 \times 14 + 3 \times 14 =$ | h $0,3 \times 131 - 0,3 \times 31 =$ |

Voorbeeld

$13 \times 12 + 13 \times 8 =$
 $13 \times (12 + 8) =$
 $13 \times 20 = 260$

- 4** Bereken op een handige manier door de volgorde van uitrekenen te verwisselen.

a $4 \times 83 \times 25 =$	d $450 + 173 + 27 =$
b $46 \times 8 \times 250 =$	e $400 - 169 + 69 =$
c $\frac{1}{3} \times 165 \times 30 =$	f $269 - 87 - 69 =$

Tijd

Theorie

Als je rekt met tijd is het goed te bedenken dat:

- > 1 dag = 24 uur
- > 1 uur = 60 minuten
- > 1 minuut = 60 seconden

- 5** Vul in.

a 12 uur = ... minuten	f 1 uur en 10 minuten = ... seconden
b 5 dagen = ... uur	g 960 seconden = ... minuten
c 4,5 dagen = ... uur	h 720 seconden = ... minuten
d 480 uur = ... dagen	i 1 dag en 6 uur = ... minuten
e 720 uur = ... dagen	j 540 minuten = ... uur

Machten

- 6** Bereken zonder rekenmachine.

a $10^2 =$	e $-(-5)^2 =$
b $-3^2 =$	f $-8^2 =$
c $(-6)^2 =$	g $(-7)^2 =$
d $4^2 =$	h $0^2 =$

- 7** Bereken zonder rekenmachine.

a $1^6 =$	e $-(-3)^4 =$
b $(-2)^5 =$	f $-(-4)^3 =$
c $-3^3 =$	g $-5^3 =$
d $3^5 =$	h $-(-2)^4 =$

Meetkunde

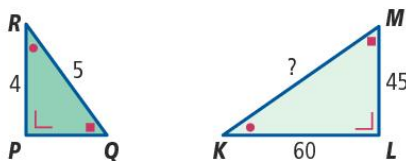
- 8 Bereken van elke balk de inhoud in liters.
- Balk 1 is 0,25 m bij 1,5 dm bij 60 cm.
 - Balk 2 is 300 cm bij 2,4 dm bij 0,5 m.
 - Balk 3 is 2 m bij 1,3 m bij 30 cm.
- 9
- Teken in een assenstelsel de punten $A(-2, -1)$, $B(1, 1)$, $C(5, 0)$ en $D(2, -2)$ en vierhoek $ABCD$.
 - Is vierhoek $ABCD$ spiegelsymmetrisch?
 - En is vierhoek $ABCD$ draaisymmetrisch?
 - Wat voor soort vierhoek is vierhoek $ABCD$?

Theorie

Bij het berekenen van een onbekende lengte bij gelijkvormige figuren maak je een schets van de figuren in dezelfde stand. Vervolgens zet je de lengten van de zijden in een verhoudingstabel en bereken je de factor van de vergroting. Daarmee bereken je dan de onbekende lengte.

Voorbeeld

$\triangle PQR$ is gelijkvormig met $\triangle KLM$
Bereken de lengte van zijde KM .



Oplossing

1



2

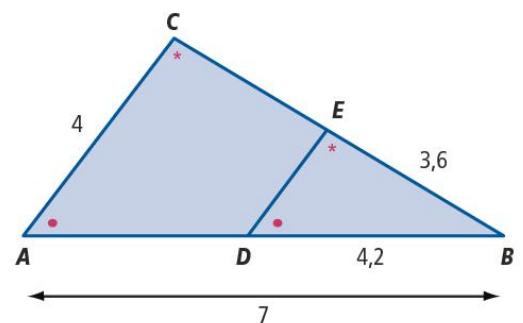
zijden $\triangle PQR$	$PR = 4$	$PQ = \dots$	$RQ = 5$
zijden $\triangle KLM$	$KL = 60$	$LM = 45$	$KM = \dots$

$\times \dots$

De factor is $60 : 4 = 15$.

3 De lengte van zijde KM is $5 \times 15 = 75$.

- 10 In de figuur hiernaast zijn $\triangle ABC$ en $\triangle DBE$ gelijkvormig. Verder is $AB = 7$, $AC = 4$, $BD = 4,2$ en $BE = 3,6$. Bereken de lengte van zijde BC en de lengte van zijde DE .



- 11 De driehoeken GHI en PQR zijn gelijkvormig waarbij $\angle G = \angle Q$ en $\angle H = \angle R$. Verder is $PQ = 12$ cm, $QR = 10$ cm, $GI = 15$ cm en $HI = 10$ cm.
- Schets de driehoeken GHI en PQR .
 - Bereken de lengte van zijde GH .
 - Bereken de lengte van zijde PR .

Formules, grafieken en vergelijkingen

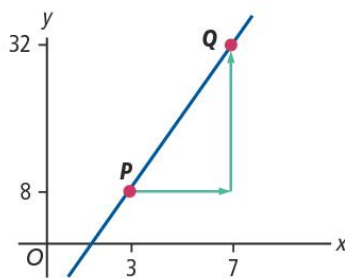
Theorie

Bij het opstellen van een formule bij een lijn door twee gegeven punten maak je eerst een schets. Vervolgens bereken je het hellingsgetal. Daarna vul je in de algemene formule $y = ax + b$ het hellingsgetal en de coördinaten van één van de gegeven punten in. Zo bereken je het startgetal.

Voorbeeld

Stel een formule op voor de lijn door de punten $P(3, 8)$ en $Q(7, 32)$.

Oplossing



De toename van de x -coördinaat is $7 - 3 = 4$.
 De toename van de y -coördinaat is $32 - 8 = 24$.
 Het hellingsgetal is $\frac{24}{4} = 6$.
 $y = 6x + b$

De x -coördinaat van punt Q is 7 en de y -coördinaat van punt Q is 32, dus $x = 7$ en $y = 32$ invullen geeft

$$32 = 6 \times 7 + b$$

$$32 = 42 + b$$

$$b = -10$$

De formule is $y = 6x - 10$.

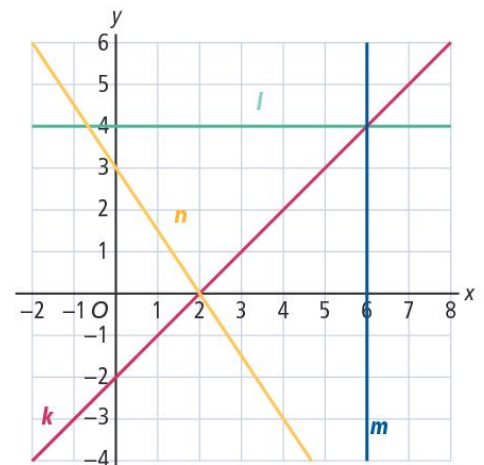
- 12 Gegeven zijn de punten $A(3, 4)$, $B(7, 10)$ en $C(4, -2)$.
- Stel een formule op bij de lijn door de punten A en B .
 - Stel een formule op bij de lijn door de punten B en C .
 - Stel een formule op bij de lijn door de punten A en C .

- 13 In het assenstelsel zijn de lijnen k , l , m en n getekend. Geef bij elke lijn een bijbehorende formule.

- 14 Gegeven is de formule $y = -2x - 2$.
- Teken in een assenstelsel een grafiek bij de formule. Neem voor x de waarden -5 tot en met 5 .
 - Teken in hetzelfde assenstelsel ook de lijnen die horen bij de formules $y = \frac{1}{2}x - 2$ en $y = -2$.

- 15 Los de vergelijkingen op met bordjes.

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a $3a - 10 = 20$ | d $1,2e + 10 = -2$ |
| b $0,5b + 8 = -10$ | e $12 = 2,5p - 8$ |
| c $17 = 3 + 2c$ | f $9 + 3g = -3$ |





Kwadratische formules

5

In dit hoofdstuk

In klas 1 heb je geleerd dat er formules zijn met en zonder haakjes en dat er formules zijn waarbij de variabele in het kwadraat staat. De bijbehorende grafiek is dan een parabool.

In dit hoofdstuk leer je eerst hoe je haakjes in een formule kunt wegwerken. Je krijgt dan vaak een kwadratische formule waarbij de variabele in het kwadraat staat.

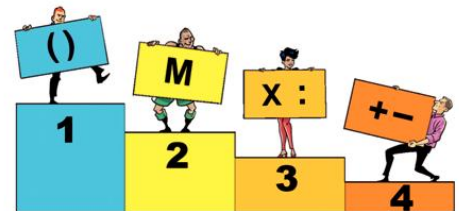
Je gaat ook grafieken bij kwadratische formules tekenen.

Vervolgens leer je hoe je vergelijkingen met kwadraten op kunt lossen. Je noemt zulke vergelijkingen kwadratische vergelijkingen.

In hoofdstuk 11 leer je meer over kwadratische vergelijkingen.

V1 Bereken. Denk aan de volgorde bij berekeningen.

- a $6^2 - 3^2 =$ d $8^2 - 6 \times 7 =$
 b $9 - (5^2 - 4) =$ e $(2 - 5)^3 \times (-2 + 3) =$
 c $10^3 - 6^2 =$ f $(9 - 11) \times -2^4 =$



- V2 a Vul in.
 $\sqrt{81} = \dots$, want $\dots^2 = 81$
 $\sqrt{16} = \dots$, want $\dots^2 = 16$
 b Leg uit waarom je $\sqrt{-9}$ niet kunt uitrekenen.
 c Bereken zonder rekenmachine $\sqrt{49}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{121}$, $\sqrt{900}$, $\sqrt{25}$ en $\sqrt{1}$.

V3 Leona heeft in haar schrift de uitkomst van de formule $t = 2d^2$ berekend als $d = -4$.
 Bereken van de formules telkens de uitkomst als $d = 3$ en als $d = -2$.

- a $t = 3d^2 + 1$
 b $t = 4 + d^2$
 c $t = 7 + 2d^2$
 d $t = 6 - 2d^2$

					Leona
	$t = 2 \times (-4)^2$				
	$t = 2 \times 16$				
	$t = 32$				

Theorie

In de formule $m = 2p \times 3p$ worden $2p$ en $3p$ met elkaar vermenigvuldigd. Je noemt $2p$ en $3p$ de **factoren**.
 Je kunt de formule korter schrijven als $m = 6p^2$.
 Daarbij is $6p^2$ het **product** van de factoren $2p$ en $3p$.



V4 Schrijf de formules korter.

- a $m = 2 \times p \times 4 \times p$ d $h = -9c \times 6$
 b $q = 6 \times t \times 2 \times t$ e $u = -2q \times 8q$
 c $k = 5a \times 7a$ f $g = -15r \times -4r$

Theorie

In formules kunnen stukjes voorkomen die bij elkaar opgeteld of van elkaar afgetrokken worden. Zulke stukjes heten **termen**. Je kunt een formule korter schrijven als er **gelijksoortige termen** zijn.

Voorbeeld 1

In de formule $b = 2a^2 + 7a^2$ zijn $2a^2$ en $7a^2$ gelijksoortige termen.

Daarom kun je de formule korter schrijven als $b = 9a^2$.

Voorbeeld 2

In de formule $q = 5p^2 + 3p$ zijn $5p^2$ en $3p$ geen gelijksoortige termen.

Daarom kun je de formule niet korter schrijven.

Voorbeeld 3

In de formule $y = 4x^2 - x^2 - 7x$ zijn $4x^2$ en x^2 gelijksoortige termen.

Daarom kun je de formule korter schrijven als $y = 3x^2 - 7x$.

V5 Schrijf, als het kan, de formules korter. Schrijf anders 'kan niet korter'.

a $b = 5a + 4a$

d $l = 7k + 4$

b $v = 6u - 4u^2$

e $k = 8l - 3l + 5l^2$

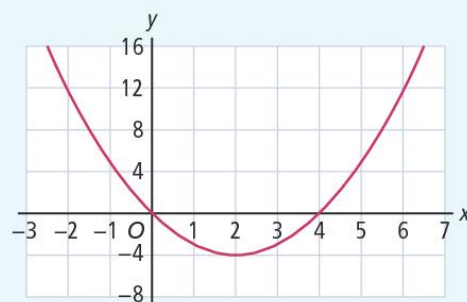
c $r = 12s^2 - 2s^2$

f $y = 5x - 4 - 5x + x^2$

Theorie

Formules als $a = 3n^2$, $a = n^2 - 4n$ en $a = n^2 + 7$ heten **kwadratische formules**. Dat zijn formules waarin de variabele als kwadraat voorkomt. De grafiek bij een kwadratische formule heet een **parabool**.

Hiernaast is een parabool bij de formule $y = x^2 - 4x$ getekend. Het laagste punt heeft de coördinaten $(2, -4)$.



- V6**
- a** Welke van de formules $y = 2x - 1$, $y = 2x^2$ en $y = x - 4^2$ is een kwadratische formule?
 - b** Vul in: Als je in de formule $y = 2x^2$ voor x het getal -3 invult, dan krijg je $y = 2 \times (-3)^2 = 2 \times \dots = \dots$
 - c** Maak een tabel bij de formule $y = 2x^2$. Neem voor x de waarden -3 tot en met 3 .
 - d** Teken een grafiek bij de tabel.
 - e** Geef de coördinaten van het laagste punt van de grafiek.

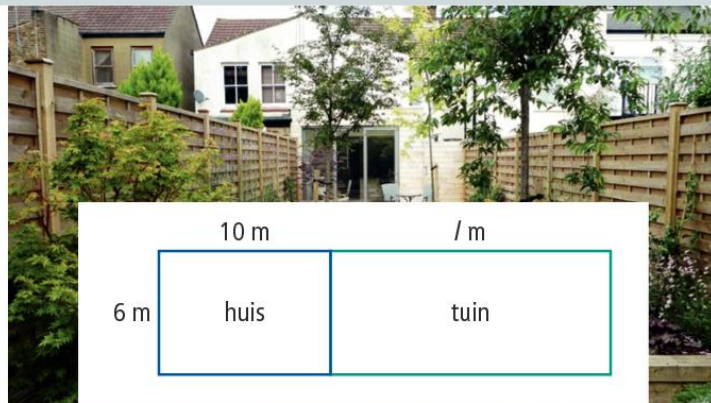
Je leert • hoe je een formule met enkele haakjes zonder haakjes schrijft

Leerroutes • ondersteunend: 1—2—3—04—5—06—7
 • doorlopend: 1—2—3—4—5—6—7
 • uitdagend: 1—3—4—6—7—U1—U2

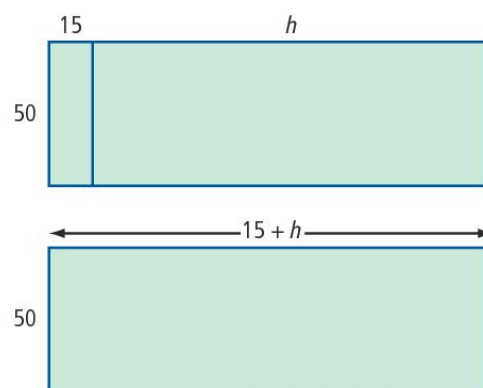
Een huis is 6 meter breed en 10 meter lang. De tuin is even breed als het huis en heeft een lengte van l meter.

- Met welke van de formules kun je de oppervlakte A in m^2 van het huis en de tuin samen berekenen?

A $A = 60 + 10l$ C $A = 60 + 6l$
 B $A = 6(10 + l)$ D $A = 10(6 + l)$

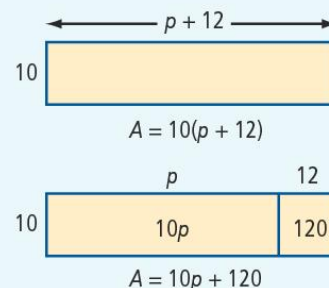


- 1** Een rol behang is 50 cm breed. Je snijdt van een rol altijd banen af die 15 cm langer zijn dan de hoogte van de kamer.
- a** Je snijdt per baan een strook van 15 cm bij 50 cm te veel af.
 Hoeveel cm^2 is dat?
- b** Een kamer is 240 cm hoog.
 Bereken de oppervlakte van de baan die je afsnijdt.
- c** Laat zien dat je de oppervlakte A in cm^2 van een baan voor een kamer die h cm hoog is, kunt berekenen met de formule $A = 750 + 50h$.
- d** Voor een kamer die h cm hoog is, snijd je een baan af met een lengte van $15 + h$ cm.
 Leg uit dat je de oppervlakte A in cm^2 van deze baan ook kunt berekenen met de formule $A = 50 \times (15 + h)$.



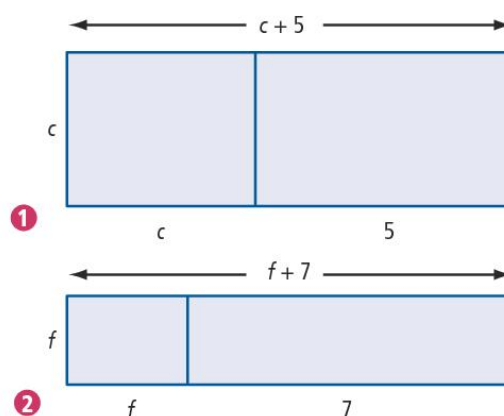
Voor de oppervlakte van de rechthoek hiernaast kun je twee verschillende formules opstellen.

- > Vermenigvuldig de lengte en de breedte met elkaar.
 Je krijgt dan de formule $A = 10 \times (p + 12)$ of korter $A = 10(p + 12)$.
- > Verdeel de rechthoek in stukken, bereken de oppervlakte van de stukken en tel ze bij elkaar op. Je krijgt dan de formule $A = 10 \times p + 10 \times 12$ of korter $A = 10p + 120$.



- 2** Neem $p = 8$ en ga na dat je met beide formules dezelfde oppervlakte van de rechthoek krijgt.

- 3 a Leg uit waarom $A = c(c + 5)$ een goede formule is voor de oppervlakte A van rechthoek 1.
- b Waarom kun je de oppervlakte A van rechthoek 1 ook berekenen met de formule $A = c^2 + 5c$?
- c Ga na dat als je het getal 6 invult, je bij beide formules dezelfde oppervlakte krijgt.
- d Geef van rechthoek 2 voor de oppervlakte A een formule met haakjes en een formule zonder haakjes.
- e Bij een andere rechthoek hoort de formule $A = 5(n + 4)$.
Teken een rechthoek die bij deze formule hoort.
- f Schrijf de formule $A = 5(n + 4)$ zonder haakjes.



Theorie

Om een formule met enkele haakjes **zonder haakjes te schrijven**, kun je denken aan een rechthoek. Je kunt ook een **vermenigvuldigtabel** gebruiken.

In het voorbeeld zie je hoe je een vermenigvuldigtabel kunt gebruiken om de formule $q = r(3r + 8)$ zonder haakjes te schrijven.

Je krijgt dan de formule $q = 3r^2 + 8r$.

Voorbeeld

Schrijf de formule $q = r(3r + 8)$ zonder haakjes.

Oplossing

$\times$	$3r$	$+8$
r	$3r^2$	$+8r$

$$q = 3r^2 + 8r$$

Ondersteunende route → maak opdracht 04

- 4 Maak bij de formules een vermenigvuldigtabel en schrijf de formules zonder haakjes.
- a $r = 4(t + 9)$ d $y = 3x(5x + 2)$
- b $h = a(6 + 2a)$ e $q = t(3 + t)$
- c $b = 7(6 + 4q)$ f $h = \frac{1}{2}m(18m + 10)$
- 5 a Vul de vermenigvuldigtabel bij de formule $p = -5(b + 3)$ verder in en schrijf de formule zonder haakjes.
- | | | |
|----------|-------|---------|
| $\times$ | b | $+3$ |
| -5 | $-5b$ | $\dots$ |
- b Ga na dat de formule $p = -5(b + 3)$ zonder haakjes geschreven wordt als $p = -5b + 15$.
- c Schrijf de formule $k = -1(4m - 7)$ zonder haakjes.

Theorie

Formules waarin negatieve factoren voorkomen, kun je ook met een vermenigvuldigtabel zonder haakjes schrijven. In plaats van $y = -1(x + 3)$ schrijf je $y = -(x + 3)$, net zoals je x schrijft in plaats van $1x$ en $-x$ in plaats van $-1x$. Zonder haakjes schrijf je de formule $y = -(x + 3)$ als $y = -x - 3$.

Voorbeeld 1

Schrijf de formule $h = -2q(q - 6)$ zonder haakjes.

Oplossing

$\times$	q	-6
$-2q$	$-2q^2$	$+12q$

$$h = -2q^2 + 12q$$

Voorbeeld 2

Schrijf de formule $a = -(5b + 2)$ zonder haakjes.

Oplossing

$\times$	$5b$	$+2$
-1	$-5b$	-2

$$a = -5b - 2$$

Ondersteunende route → maak opdracht O6

6 Schrijf de formules zonder haakjes.

- a** $s = -3(t + 5)$ **d** $v = -2d(8 - 7d)$
b $y = -3(-x + 5)$ **e** $q = -5a(-a + 6)$
c $g = -(7 - h)$ **f** $y = -x(x - 3)$

7 Bart gaat de formule $m = 4k(6k + 3)$ zonder haakjes schrijven. Hij doet dat zonder vermenigvuldigtabel. Met boogjes geeft hij aan welke vermenigvuldigingen hij uitvoert.

- a** Laat zien dat Bart met een vermenigvuldigtabel ook de formule $m = 24k^2 + 12k$ krijgt.
b Schrijf op de manier van Bart de formules zonder haakjes.

- A** $g = -2h(7 - 3h)$ **C** $y = 6x(2x + 7)$
B $p = 3(12 - 8q)$ **D** $b = -\frac{1}{2}a(-8a + 4)$

					Bart
	$m = 4k$	$(6k + 3)$			
	$m = 4k \times 6k$	$+ 4k \times 3$			
	$m = 24k^2$	$+ 12k$			

Uitdagende route → maak opdracht U1 en U2

Ondersteunende opdrachten

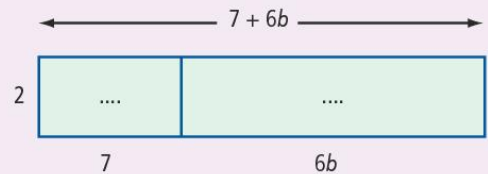
04 De rechthoek en de vermenigvuldigtabel horen bij de formule $A = 2(7 + 6b)$.

W

- Schrijf in elk stuk van de rechthoek de oppervlakte.
- Vul de vermenigvuldigtabel verder in.
- Schrijf de formule $A = 2(7 + 6b)$ zonder haakjes.

Maak bij de formules een vermenigvuldigtabel en schrijf de formules zonder haakjes.

- $h = 4(c + 3)$
- $u = 2v(15 + v)$
- $n = s(5s + 1)$
- $q = 3w(3w + 2)$



×	7	+6b
2	...	...

06 Om de formule $g = -2(3 - 2n)$ zonder haakjes te schrijven, heeft Karin een vermenigvuldigtabel gemaakt. Ze heeft al een gedeelte ervan ingevuld.

- Waarom staat er $+4n$ in het schema en niet $-4n$?
- Schrijf de formule $g = -2(3 - 2n)$ zonder haakjes.
- Om de formule $b = -(4j - 6)$ zonder haakjes te schrijven, maakt Noortje een vermenigvuldigtabel. Waarom heeft ze hier het getal -1 ingevuld?
- Schrijf de formule $b = -(4j - 6)$ zonder haakjes.

Schrijf de formules zonder haakjes.

- $g = -2(h + 1)$
- $z = -(2y - 7)$
- $q = -4(11 - 8r)$
- $c = -3x(-2x + 5)$

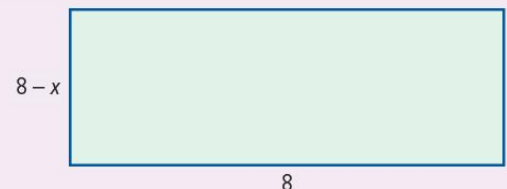
	$g = -2(3 - 2n)$		Karin
×	3	$-2n$	
-2	...	$+4n$	
$g = \dots + \dots$			

	$b = -(4j - 6)$		Noortje
×	$4j$	-6	
-1	...	...	
$b = \dots + \dots$			

Uitdagende opdrachten

U1 Rick heeft een rechthoek getekend. De lengte van de rechthoek is 8. Hij heeft de breedte korter getekend. De omtrek van zijn rechthoek is even groot als de oppervlakte ervan.

- Geef een formule met haakjes waarmee je de oppervlakte van de rechthoek van Rick kunt berekenen.
- Bereken de afmetingen van de rechthoek van Rick.



U2 Aaron heeft een formule zonder haakjes geschreven. Hij kreeg de formule $y = -12x + 48$. Hij weet niet meer hoe de formule met haakjes eruit zag. Hij weet alleen dat er voor de haakjes een negatief getal stond. Geef drie mogelijkheden hoe de formule met haakjes eruit gezien kan hebben.

Je leert • hoe je een formule met dubbele haakjes zonder haakjes schrijft

Leerroutes • ondersteunend: 8—9—10—011—012—12—13
• doorlopend: 8—9—10—11—12—13—14
• uitdagend: 8—9—10—11—12—13—U3

Tobias rekt de uitkomst van 16×23 uit met behulp van een vermenigvuldigtabel.

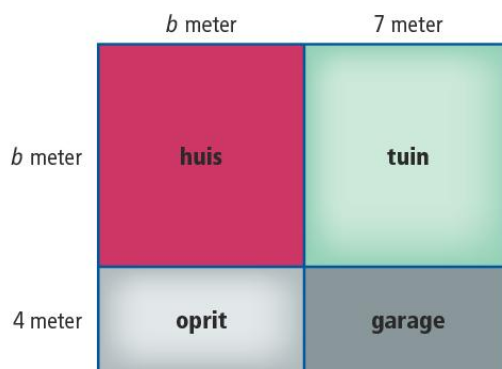
- Hoeveel is 16×23 ?
- Bereken op dezelfde manier 86×67 .



$$16 = 10 + 6 \text{ en } 23 = 20 + 3$$

$\times$	20	+3
10	200	+30
+6	+120	+18

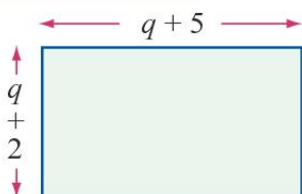
- 8 In de tekening zie je een stuk grond met een huis van b meter bij b meter. De tuin is 7 meter lang. De oprit en de garage zijn 4 meter breed.
- Hoe groot is de oppervlakte van het huis als $b = 8$?
 - Ga na dat de oppervlakte van het hele stuk grond dan 180 m^2 is.
 - Voor de oppervlakte A in m^2 van het hele stuk grond kun je de formule $A = (b + 4)(b + \dots)$ gebruiken. Welke getallen moeten er op de puntjes staan?
 - Geef een formule voor de oppervlakte van het huis.
 - Gegeven zijn de formules $A = 4b$ en $A = 7b$. Welke formule hoort bij de oppervlakte van de oprit? En welke formule hoort bij de oppervlakte van de tuin?
 - Laat zien dat voor de oppervlakte van het hele stuk grond de formule $A = b^2 + 11b + 28$ geldt.



Theorie

Voor de oppervlakte A van de rechthoek in het voorbeeld kun je twee verschillende formules opstellen.

Voorbeeld



$$A = (q + 2) \times (q + 5) \text{ of korter } A = (q + 2)(q + 5)$$

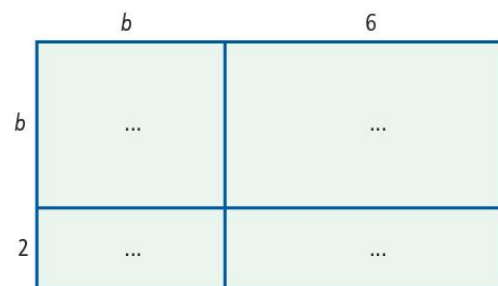
Bij de linker rechthoek vermenigvuldig je de lengte en de breedte met elkaar.

Bij de rechter rechthoek verdeel je de rechthoek in stukken. Je berekent de oppervlakte van die stukken en telt ze bij elkaar op.

	q	5
q	q^2	$5q$
2	$2q$	10

$$A = q^2 + 5q + 2q + 10 \text{ of korter } A = q^2 + 7q + 10$$

- 9** Een vierkant met zijden b cm wordt langer en breder gemaakt tot een rechthoek.
- W**
- Vul in: Voor de oppervlakte A van de rechthoek geldt de formule $A = (b + 2)(b + \dots)$.
 - Schrijf in elk stuk van de rechthoek de oppervlakte.
 - Vul in: $A = b^2 + \dots + \dots + \dots$
 - Neem de gelijksoortige termen in de formule van opdracht c samen en schrijf de formule zo kort mogelijk.



- 10** Op het blaadje zie je hoe Els de formule $p = (t + 3)(t + 6)$ met een vermenigvuldigtabel zonder haakjes schrijft.
- De factor $t + 3$ schrijft ze verticaal. Welke factor schrijft Els horizontaal?
 - Vul het blaadje verder in.
 - Els krijgt vier termen. Welke twee termen zijn gelijksoortig?
 - Schrijf de formule zonder haakjes zo kort mogelijk door de gelijksoortige termen samen te nemen.

	$p = (t + 3)(t + 6)$			Els
×	t	$+6$		
t	t^2	$+6t$		
$+3$	...	...		
$p = t^2 + 6t + \dots + \dots$				

Aanpak

Hoe schrijf je een formule met dubbele haakjes zonder haakjes?

- Maak een vermenigvuldigtabel. Plaats de ene factor verticaal en de andere factor horizontaal.
- Werk de vermenigvuldigingen uit.
- Neem de gelijksoortige termen samen.

Voorbeeld 1

Schrijf de formule $k = (p + 7)(p + 4)$ zonder haakjes.

Oplossing

1	×	p	$+4$
	p	...	...
	$+7$	...	...
3	$k = p^2 + 4p + 7p + 28$		
	$k = p^2 + 11p + 28$		

2	×	p	$+4$
	p	p^2	$+4p$
	$+7$	$+7p$	$+28$

Voorbeeld 2

Schrijf de formule $y = (a + 3)(4a + 1)$ zonder haakjes.

Oplossing

1	×	$4a$	$+1$
	a	...	...
	$+3$	...	...
3	$y = 4a^2 + a + 12a + 3$		
	$y = 4a^2 + 13a + 3$		

2	×	$4a$	$+1$
	a	$4a^2$	$+a$
	$+3$	$+12a$	$+3$

Ondersteunende route → maak opdracht 011

11 Schrijf de formules zonder haakjes.

- a $y = (x + 3)(x + 7)$ c $p = (n + 3)(4n + 2)$
 b $t = (s + 4)(s + 5)$ d $w = (3u + 1)(2u + 6)$

Ondersteunende route → maak opdracht 012

12 Op het blaadje zie je hoe Jasmijn de formule $y = (x + 5)(x - 4)$ zonder haakjes schrijft.

- a Waarom schrijft ze het getal -20 in haar tabel?
 b Vul het blaadje verder in.
 c Schrijf de formule zonder haakjes en zo kort mogelijk door de gelijksoortige termen samen te nemen.
 d Werk op dezelfde manier in de formules de haakjes weg.

- A $y = (x - 6)(x + 3)$ D $q = (8 - 3t)(1 - 2t)$
 B $a = (n - 2)(n + 4)$ E $s = (c - 2)(c - 1)$
 C $k = (t + 2)(t - 4)$ F $p = (2q + 6)(5 - q)$

	$y = (x + 5)(x - 4)$			Jasmijn
×	x	-4		
x	x^2	...		
+5	...	-20		
$y = x^2 - \dots + \dots - 20$				

13 Bart gaat de formule $m = (k - 5)(k + 3)$ zonder haakjes schrijven. Hij doet dat zonder vermenigvuldigtabel. Hij geeft met boogjes aan welke vermenigvuldigingen hij uitvoert.

- a Laat zien dat je met een vermenigvuldigtabel dezelfde formule krijgt als Bart.
 b Schrijf op de manier van Bart de formules zonder haakjes.

- A $n = (2 + a)(a + 8)$ C $d = (-2g - 4)(4g - 10)$
 B $u = (4 - v)(v + 6)$ D $s = (8 - 3k)(8 + 3k)$

	$m = (k - 5)(k + 3)$			Bart
	$m = k \times k + k \times 3 - 5 \times k - 5 \times 3$			
	$m = k^2 + 3k - 5k - 15$			
	$m = k^2 - 2k - 15$			

14 Welke van de onderstaande formules horen bij elkaar?

- A $y = (4 + x)(x - 4)$ 1 $y = x^2 - 10x + 24$
 B $y = (x + 2)(x - 4)$ 2 $y = x^2 - 2x - 8$
 C $y = (x - 3)(x + 6)$ 3 $y = x^2 - 16$
 D $y = (6 - x)(4 - x)$ 4 $y = x^2 + 3x - 18$

Uitdagende route → maak opdracht U3

Ondersteunende opdrachten

011

W

Voor de oppervlakte A van de rechthoek geldt de formule $A = (x + 2)(x + 7)$.

- Schrijf in elk stuk van de rechthoek de oppervlakte.
- Schrijf de formule $A = (x + 2)(x + 7)$ zonder haakjes.
- Je kunt ook de vermenigvuldigtabel gebruiken om de formule $A = (x + 2)(x + 7)$ zonder haakjes te schrijven. Vul de vermenigvuldigtabel verder in en laat zien dat je dezelfde formule krijgt als bij opdracht b.

Maak een vermenigvuldigtabel bij de formules en schrijf de formules zonder haakjes.

- $y = (x + 5)(x + 2)$
- $n = (k + 5)(k + 5)$
- $p = (t + 6)(6t + 1)$
- $m = (p + 7)(3p + 10)$

	x	7
x	x^2	$7x$
2		

$\times$	x	$+7$
x	x^2	$+7x$
$+2$	...	...

012

De vermenigvuldigtabel hoort bij de formule $p = (h - 3)(2h - 7)$.

- De factor $h - 3$ is verticaal geschreven. Welke factor is horizontaal geschreven?
- Vul de vermenigvuldigtabel verder in.
- Vul in: $p = 2h^2 - 7h - \dots + \dots$
- Welke twee termen zijn gelijksoortig?
- Schrijf de formule korter door de gelijksoortige termen samen te nemen.

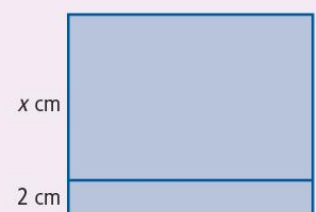
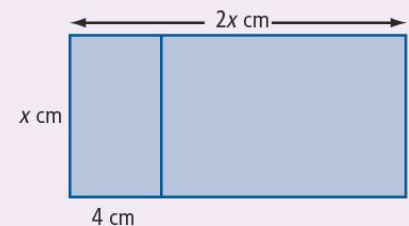
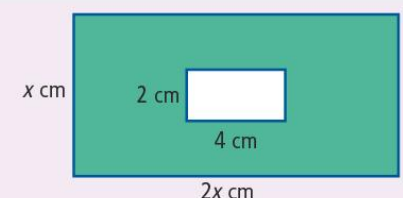
$\times$	$2h$	-7
h	$2h^2$	$-7h$
-3	...	...

Uitdagende opdrachten

U3

In de groene rechthoek van $2x$ cm lang en x cm breed wordt in het midden een gat geknipt van 4 cm bij 2 cm.

- Stel een formule op voor de oppervlakte A in cm^2 van het stuk dat overblijft.
- Van de blauwe rechthoek van $2x$ cm lang en x cm breed wordt eerst een strook van 4 cm afgeknipt. Vervolgens wordt de rechthoek breder gemaakt door er een strook van 2 cm aan te plakken. Vul in: De oppervlakte van de blauwe rechthoek die zo ontstaat kun je schrijven als $A = (2x - \dots)(x + \dots)$.
- Zoek uit of de oppervlakte van de blauwe rechthoek die zo ontstaat even groot is als de oppervlakte van de figuur van opdracht a.



Je leert

- hoe je een formule met haakjes zo kort mogelijk schrijft

Leerroutes

- ondersteunend: 15–16–17–018–19–20–021–21–22
- doorlopend: 15–16–17–18–19–20–21–22–23
- uitdagend: 15–16–17–19–20–21–23–U4–U5

In de bebouwde kom mag je maximaal 50 km per uur rijden. Je betaalt 5 euro voor elke km per uur die je te hard rijdt. Je betaalt 30 euro administratiekosten. Neem s voor je snelheid in km per uur en b voor de boete in euro's.

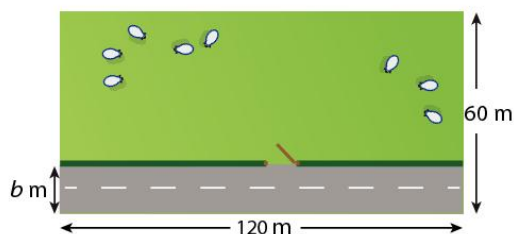
- Met welke formules kun je de boete dan berekenen?

- A $b = 50 + 5s$ C $b = 30 + 5(s - 50)$
 B $b = 5s - 220$ D $b = 50 + 5(s - 30)$



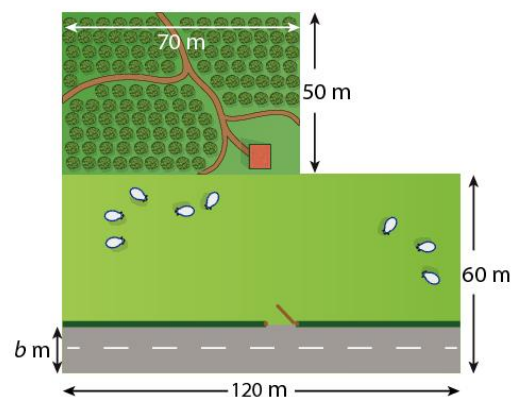
- 15** In een polder ligt een weiland van 60 meter bij 120 meter. In het weiland wordt een weg aangelegd met een breedte van b meter. Voor de overblijvende oppervlakte A in m^2 geldt de formule $A = 120(60 - b)$.

- a Leg uit waarom deze formule juist is.
 b Schrijf de formule zonder haakjes.



- 16** Naast het weiland komt een boomgaard. Voor de oppervlakte A in m^2 van het weiland en de boomgaard samen geldt de formule $A = 3500 + 120(60 - b)$.

- a Leg uit dat deze formule juist is.
 b Waarom kun je de formule niet schrijven als $A = 3620(60 - b)$?
 c Schrijf de formule $A = 3500 + 120(60 - b)$ zonder haakjes.
 d Schrijf de formule vervolgens zo kort mogelijk door de gelijksoortige termen samen te nemen.



- 17** Je gaat de formule $p = 25(2a - 3) + 110$ zo kort mogelijk schrijven.

- a Schrijf het deel $25(2a - 3)$ zonder haakjes.
 b Vul in: $p = \dots a - \dots + 110$.
 c Schrijf de formule zo kort mogelijk door de gelijksoortige termen samen te nemen.

Aanpak**Hoe schrijf je een formule met haakjes zo kort mogelijk?**

- Schrijf de formule eerst zonder haakjes. Gebruik daarbij zo nodig een vermenigvuldigtabel voor het product.
- Neem vervolgens de gelijksoortige termen samen.

Voorbeeld 1

Schrijf de formule $y = 5x + 2x(6x - 3)$ zo kort mogelijk.

Oplossing

1	×	6x	-3
	2x	12x ²	-6x

$$y = 5x + 12x^2 - 6x$$

$$2 \quad y = 12x^2 - x$$

Voorbeeld 2

Schrijf de formule $y = -3x^2 + (x + 1)(2x - 5)$ zo kort mogelijk.

Oplossing

1	×	2x	-5
	x	2x ²	-5x
	+1	+2x	-5

$$y = -3x^2 + 2x^2 - 5x + 2x - 5$$

$$2 \quad y = -x^2 - 3x - 5$$

Ondersteunende route → maak opdracht 018

- 18** Schrijf de formules zo kort mogelijk.

a $p = 2(4q + 3) + 5$ **c** $t = 3 + (a - 5)(a - 1)$

b $j = 4a(5a - 3) + 8a$ **d** $u = (4 - 2b)(3 + b) - 5$

- 19** Gerard schrijft de formule $y = x - 3x(x + 4)$ zo kort mogelijk. Hij begint door een vermenigvuldigtabel voor het product $-3x(x + 4)$ te maken.

- Waarom schrijft Gerard $-3x$ in de vermenigvuldigtabel en niet $3x$?
- Vul de vermenigvuldigtabel verder in.
- Vul in: De formule kun je schrijven als $y = x - 3x^2 - \dots$
- Welke twee termen zijn gelijksoortig?
- Schrijf de formule van Gerard zo kort mogelijk.
- Schrijf de formule $y = 8x^2 - 6x(2x + 5)$ zo kort mogelijk.

				<i>Gerard</i>
●	×	×		+4
●				
●	-3x	-3x ²		...

20 Bart schrijft in zijn schrift de formule $y = (x + 4)^2$ zonder haakjes.

a Vul het blaadje verder in en schrijf de formule zo kort mogelijk.

b Lies schrijft de formule $y = (x + 4)^2$ zonder haakjes en krijgt $y = x^2 + 4^2$.

Vul in beide formules voor x het getal 3 in en ga na dat Lies het niet goed gedaan heeft.

c Schrijf op dezelfde manier als Bart ook de formules $y = (x - 7)^2$ en $q = (2a + 5)^2$ zo kort mogelijk.

$y = (x + 4)^2$	Bart
$y = (x + 4)(x + 4)$	
$y = x^2 + 4x + \dots + \dots$	
$y = \dots$	

Ondersteunende route → maak opdracht 021

21 Schrijf de formules zo kort mogelijk.

a $k = (3r + 7)(2 - 6r)$ **d** $w = (2x + 4)(-x + 6) - 5x$

b $b = (a + 3)^2$ **e** $n = 3t^2 + (10 - 2t)^2$

c $g = 2k + (5 - k)(1 - k)$ **f** $z = (2q + 6)^2 - 2q^2$

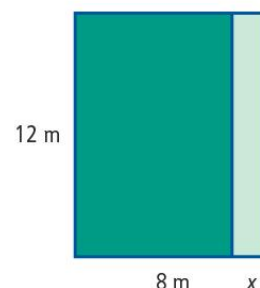
22 Andrea heeft een stuk gras in haar tuin van 8 meter bij 12 meter. Ze wil rechts nog een stuk extra gras hebben.

a Neem $x = 2$ en bereken de oppervlakte van al het gras.

b Vul in: De oppervlakte A in m^2 van al het gras kun je berekenen met de formule $A = 12(\dots + \dots)$.

c Naast het gras komt een veranda van 24 m^2 . Geef een formule waarmee je de oppervlakte van al het gras en de veranda samen kunt berekenen.

d Schrijf de formule van opdracht c zo kort mogelijk.



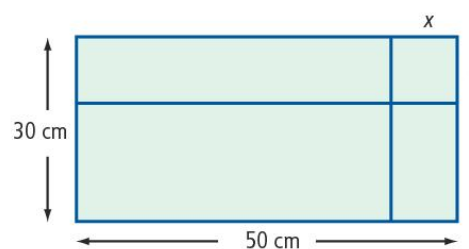
23 Van een rechthoek van 30 cm bij 50 cm wordt zowel boven als rechts een strook van x cm afgeknipt.

a Bereken de oppervlakte van de overgebleven rechthoek als $x = 10$.

b De lengte van de overgebleven rechthoek is $50 - x$ cm. Geef op dezelfde manier aan hoeveel de breedte van de overgebleven rechthoek is.

c Vul in: De formule met dubbele haakjes voor de oppervlakte A in cm^2 van de overgebleven rechthoek is $A = (50 - x)(\dots - \dots)$.

d Schrijf de formule zo kort mogelijk.



Uitdagende route → maak opdracht U4 en U5

Ondersteunende opdrachten

O18 Desi wil de formule $y = (x + 3)(6x + 4) + 8x^2$ zo kort mogelijk schrijven. Ze schrijft de formule eerst zonder haakjes.

- a Vul de vermenigvuldigtabel verder in.
- b Vul in: $y = 6x^2 + 4x + \dots + \dots + 8x^2$.
- c Schrijf de formule zo kort mogelijk door de gelijksoortige termen samen te nemen.

	$\times$	$6x$	$+4$		
	$\times$	$6x^2$	$+4x$		
	$+3$	...	...		

Schrijf de formules zo kort mogelijk.

- d $y = 2x(2x - 8) - 4x$
- f $p = (q + 2)(q - 1) + 3q$
- e $y = 6(x + 2) - 8$
- g $a = (6r + 2)(r - 3) - r^2$

O21 Je kunt $y = (2x - 5)^2$ als een formule met dubbele haakjes schrijven, namelijk $y = (2x - 5)(2x - 5)$.

- a Gebruik de vermenigvuldigtabel om de formule $y = (2x - 5)^2$ zonder haakjes te schrijven.
- b Gebruik je antwoord van opdracht a om de formule $y = (2x - 5)^2 - 3x^2$ zo kort mogelijk te schrijven.

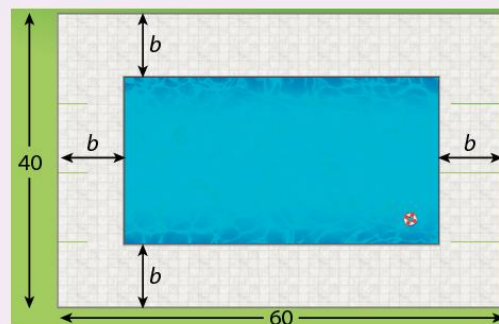
$\times$	$2x$	-5
$2x$	...	...
-5	...	...

Uitdagende opdrachten

U4 Op een formule is inkt gemorst. De formule wordt zo kort mogelijk geschreven als $a = 13p^2 + 4p + 49$. Wat stond er onder de inktvlek? Laat met berekeningen zien dat je antwoord klopt.

$$a = (\text{vlek} + 7)^2 - 3p(8 - 3p)$$

- U5** Om een zwembad wordt een tegelpad aangelegd.
- a Bereken de oppervlakte van het zwembad als het tegelpad 5 meter breed wordt.
 - b De breedte van het zwembad is $40 - 2b$ meter. Laat zien dat je de oppervlakte A in m^2 van het zwembad kunt berekenen met de formule $A = (60 - 2b)(40 - 2b)$.
 - c Schrijf de formule zo kort mogelijk.
 - d Laat zien dat je de oppervlakte A in m^2 van het tegelpad kunt berekenen met de formule $A = 200b - 4b^2$.



Je leert • wat een dalparabool, een bergparabool, een top en een symmetrieas is

Leerroutes • ondersteunend: 24—25—026—027—27—28—29
• doorlopend: 24—25—26—27—28—29—30
• uitdagend: 24—25—26—27—29—30—U6

In St. Louis staat de Gateway Arch. Dit is een kunstwerk in de vorm van een parabool. De voeten van het kunstwerk staan 192 meter uit elkaar en het is ook 192 meter hoog. Neem a voor de horizontale afstand in meters vanaf de linkerkant en h voor de hoogte in meters.

• Welke formule hoort bij dit kunstwerk?

- A $h = \frac{1}{48} a^2 - 4a$
B $h = -\frac{1}{48} a^2$
C $h = -\frac{1}{48} a^2 + 4a$



- 24** Gegeven is de kwadratische formule $y = x^2$.
a Vul in: Bij $x = -1$ is de uitkomst $y = (-1)^2$, dus $y = \dots$
b Waarom kan de uitkomst van de formule nooit een negatief getal zijn?
c Vul de tabel verder in.
d Teken een grafiek bij de tabel.
e Teken de lijn waarin de grafiek symmetrisch is.
f Geef de formule bij deze lijn.
g Schrijf de coördinaten op van het laagste punt van de grafiek.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	...	...	1	...	...	...	...

- 25** Gegeven is de kwadratische formule $y = -x^2$.
Bij $x = -1$ is de uitkomst $y = -(-1 \times -1)$, dus $y = -1$.
a Vul in: Bij $x = -2$ is $y = -(-2 \times -2)$, dus $y = \dots$
b Vul de tabel verder in.
c Teken een grafiek bij de tabel.
d Maak net zo'n tabel bij de formule $y = -x^2 + 1$ en teken in hetzelfde assenstelsel de bijbehorende grafiek.
e De grafiek van opdracht d is symmetrisch in een lijn. Teken de lijn waarin de grafiek symmetrisch is.
f Geef de formule bij deze lijn.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	...	...	-1	...	...	...	...

Theorie

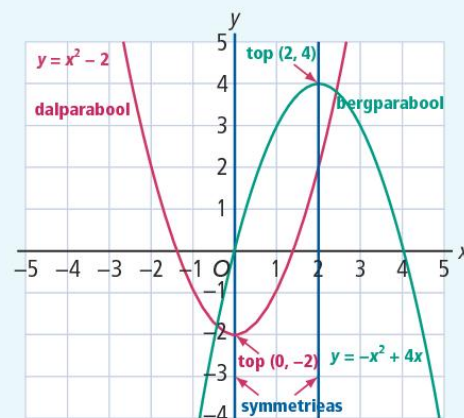
De grafiek bij een kwadratische formule heet een parabool.

Een parabool heeft een toppunt en een **symmetrieas**.

De **top** van de parabool is het hoogste of het laagste punt van de grafiek.

Een parabool met een laagste punt noem je een **dalparabool**. Zo is de grafiek bij de formule $y = x^2 - 2$ een dalparabool. De grafiek bij een kwadratische formule is een dalparabool als er een positief getal voor x^2 staat.

Een parabool met een hoogste punt noem je een **bergparabool**. Zo is de grafiek bij de formule $y = -x^2 + 4x$ een bergparabool. De grafiek bij een kwadratische formule is een bergparabool als er een negatief getal voor x^2 staat.



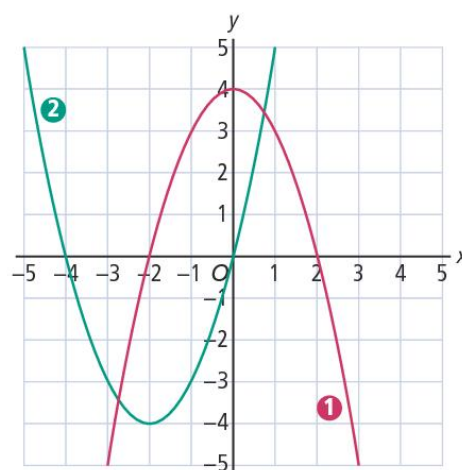
Ondersteunende route → maak opdracht 026

- 26** Geef van de formules aan of de bijbehorende grafiek een dalparabool of een bergparabool is.

- | | |
|----------------------|-------------------|
| a $y = -x^2$ | d $y = 6x^2 - 7x$ |
| b $y = -x^2 + 3$ | e $y = 0,02x^2$ |
| c $y = 0,1x^2 + 50x$ | f $y = 7 - 8x^2$ |

Ondersteunende route → maak opdracht 027

- 27** In het assenstelsel zijn twee parabolen getekend.
- W**
- Geef de coördinaten van de top van parabool 1.
 - Teken de symmetrieas van parabool 1.
 - Geef de formule bij de symmetrieas van parabool 1.
 - Geef de coördinaten van de top van parabool 2.
 - Teken de symmetrieas van parabool 2.
 - Geef de formule bij de symmetrieas van parabool 2.
 - De formules $y = -x^2 + 4$ en $y = x^2 + 4x$ horen bij de parabolen. Welke formule hoort bij welke parabool?



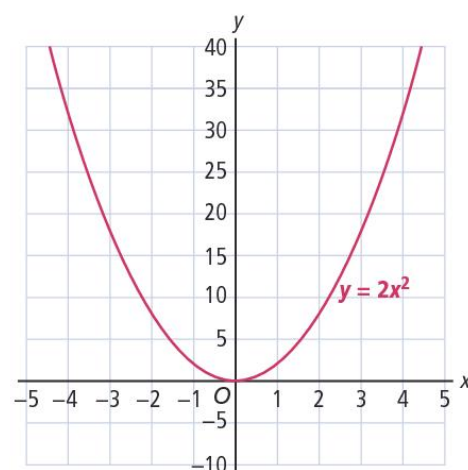
28 In het assenstelsel is de grafiek bij de formule $y = 2x^2$ getekend.

W

- a** Vul in: Bij $x = -3$ is $y = 2 \times (-3 \times -3)$, dus $y = \dots$
b De tabel hoort bij de formule $y = 2x^2 - 5$.
 Bij $x = 0$ is $y = 2 \times 0^2 - 5$, dus $y = 0 - 5 = -5$
 Vul de tabel verder in.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	...	...	...	-5	...	...	...

- c** Leg uit waarom je maar de helft van de y -waarden in de tabel echt hoeft uit te rekenen.
d Teken de grafiek bij de tabel.
e Geef de coördinaten van de top van de grafiek van opdracht d.
f Vul in: De coördinaten van de top van de grafiek bij de formule $y = -2x^2 + 25$ zijn $(0, \dots)$.



29 Een waterstraal heeft de vorm van een bergparabool.

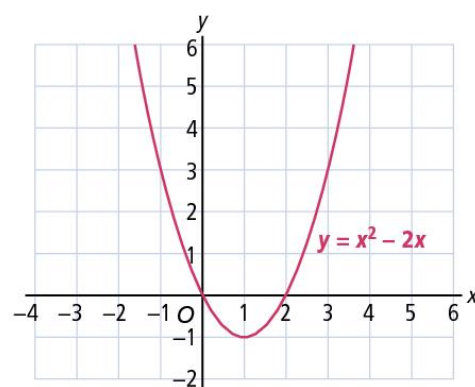
- a** De afstand tussen de spuitmond en de plaats waar de waterstraal weer in de vijver terechtkomt, is 4 meter.
 Wat weet je nu van het hoogste punt van de waterstraal?
b De formule $h = -a^2 + 4a$ hoort bij de waterstraal. Hierin is h de hoogte van de waterstraal in meters en a de horizontale afstand vanaf de spuitmond in meters.
 Hoe hoog kan de waterstraal maximaal komen?



30 In een assenstelsel is de grafiek bij de formule $y = x^2 - 2x$ getekend.

W

- a** Laat zien dat bij $x = -2$ de uitkomst $y = 8$ hoort.
b Welke coördinaten heeft de top van de grafiek?
c Teken de symmetrieas van de grafiek.
d Maak een tabel bij de formule $y = -x^2 - 4x$. Neem voor x de waarden -5 tot en met 1 .
e Teken in een nieuw assenstelsel een grafiek bij de tabel.
f Maak opdracht b en c voor de grafiek die je getekend hebt.



Uitdagende route → maak opdracht U6

Ondersteunende opdrachten

026 In de formule $y = x^2 + 5$ is het getal voor x^2 positief. De bijbehorende grafiek is dus een dalparabool.

- Waarom is de grafiek bij de formule $y = x^2 - 5$ ook een dalparabool?
- Welk getal staat in de formule $y = -x^2 + 6$ voor x^2 ?
- Waarom is de grafiek bij de formule $y = -x^2 + 6$ een bergparabool?

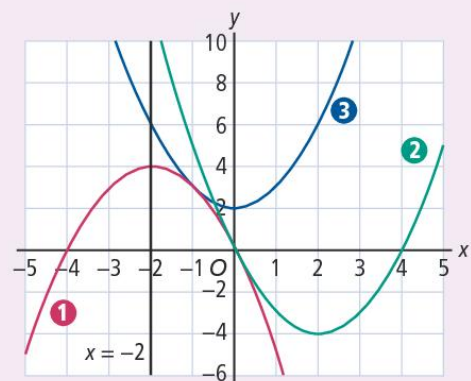
Geef van de formules aan of de bijbehorende grafiek een dalparabool of een bergparabool is.

- $y = -x^2 + 12$
- $y = -0,2x^2$
- $y = 5x^2 - 2x$
- $y = -14x + 3x^2$

027 In het assenstelsel zijn drie parabolen getekend.

W

- De coördinaten van de top van parabool 1 zijn $(-2, 4)$.
Geef de coördinaten van de top van parabool 2.
- De verticale lijn $x = -2$ is de symmetrieas van parabool 1.
Teken de symmetrieas van parabool 2.
- Geef de formule bij de symmetrieas van parabool 2.
- Geef de coördinaten van de top van parabool 3.
- Teken de symmetrieas van parabool 3.
- Geef de formule bij de symmetrieas van parabool 3.

**Uitdagende opdrachten**

U6 Een steen valt van de Eiffeltoren naar beneden. In de tabel staat hoe hoog de steen steeds boven de grond is.

t in seconden	0	1	2	3	4	5
h in meters	320	315	300	275	240	195

- Teken een grafiek bij de tabel.
- Leg uit waarom de grafiek maar een halve parabool is.
- Welke van de formules $h = 320 - 5t$, $h = t^2 + 320$ of $h = 320 - 5t^2$ hoort bij de tabel? Waarom?
- Zoek uit na hoeveel seconden de steen op de grond valt.

Je leert

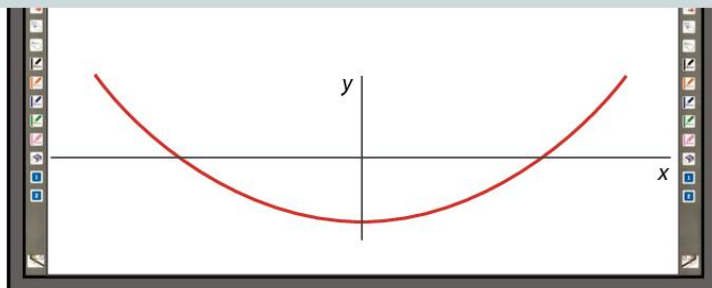
- wat het aantal oplossingen van een kwadratische vergelijking kan zijn
- hoe je een kwadratische vergelijking met bordjes oplost

Leerroutes

- ondersteunend: 31—32—33—34—035—36—37—038
- doorlopend: 31—32—33—34—35—36—37—38
- uitdagend: 31—33—34—35—36—37—38—U7

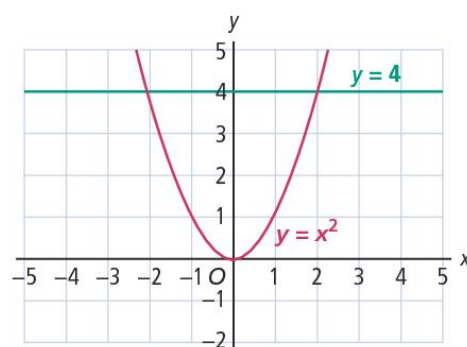
Op het schoolbord is een grafiek bij de formule $y = x^2 - 8$ getekend. De grafiek schuif je net zo ver omhoog totdat de grafiek de lijn $y = 25$ niet meer snijdt.

- Hoe ver moet je daarvoor de grafiek minstens omhoog schuiven?



31 De grafieken bij de formules $y = x^2$ en $y = 4$ zijn getekend.

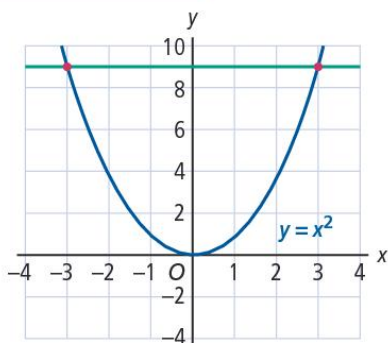
- Lees de coördinaten van de snijpunten van de twee grafieken af.
- Hoeveel oplossingen heeft de vergelijking $x^2 = 4$ dus?
- En hoeveel oplossingen heeft de vergelijking $x^2 = 0$?
- Leg uit hoe je aan de grafiek kunt zien dat de vergelijking $x^2 = -1$ geen oplossingen heeft.
- Welke twee oplossingen heeft de vergelijking $x^2 = 25$?



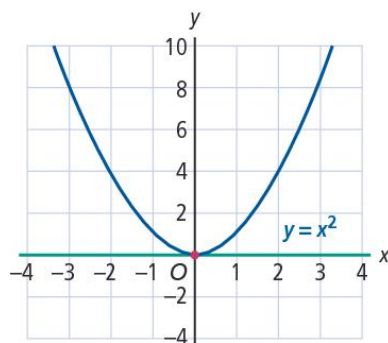
Theorie

Een **kwadratische vergelijking** kan twee, één of geen oplossingen hebben.

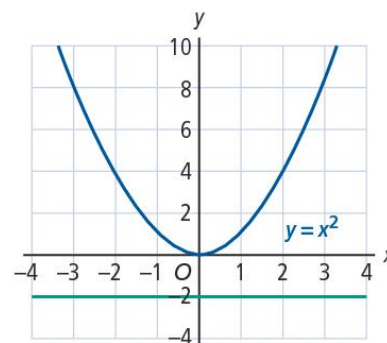
Voorbeeld



Bij $x^2 = c$ met $c > 0$
zijn er twee oplossingen.



Bij $x^2 = 0$
is er één oplossing.



Bij $x^2 = c$ met $c < 0$
zijn er geen oplossingen.

- 32** a Hoeveel oplossingen heeft de vergelijking $x^2 = 16$?
 b Los de vergelijking $x^2 = 16$ op.
 c De vergelijking $x^2 = 7$ heeft twee oplossingen.
 Eén oplossing is $x = \sqrt{7}$, want $(\sqrt{7})^2 = 7$.
 Geef de andere oplossing.
 d Hoeveel oplossingen heeft de vergelijking $x^2 = -9$?

- 33** a Om de vergelijking $x^2 - 1 = 35$ op te lossen, legt Sheila een bordje op x^2 .
 Vul het blaadje verder in.
 b Welke twee oplossingen heeft de vergelijking van Sheila? Controleer je oplossingen door ze in de vergelijking $x^2 - 1 = 35$ in te vullen.

					Sheila
	$x^2 - 1 = 35$				
	$\dots - 1 = 35$				
	$x^2 = \dots$				
	$x = \dots$ of $x = \dots$				

- 34** a Om de vergelijking $2x^2 + 5 = 23$ op te lossen, leg je een bordje op $2x^2$.
 Wat moet er op het bordje staan?
 b Vul in: $2x^2 = \dots$
 c Je legt nu een bordje op x^2 .
 Vul in: $x^2 = \dots$
 d Welke twee oplossingen heeft de vergelijking?

Aanpak

Hoe los je een kwadratische vergelijking op met bordjes?

- 1 Kijk goed waar je het bordje moet leggen.
- 2 Reken uit wat op het bordje moet staan.
- 3 Bereken vervolgens de oplossingen. Controleer je oplossingen door ze in te vullen in de vergelijking.

Voorbeeld 1

Los op $x^2 + 2 = 11$.

Oplossing

- 1 $x^2 + 2 = 11$
- 2 $9 + 2 = 11$
 $x^2 = 9$
- 3 $x = 3$ of $x = -3$
 Controle
 $3^2 + 2 = 9 + 2 = 11$, klopt
 $(-3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11$, klopt

Voorbeeld 2

Los op $12 - x^2 = 7$.

Oplossing

- 1 $12 - x^2 = 7$
- 2 $12 - 5 = 7$
 $x^2 = 5$
- 3 $x = \sqrt{5}$ of $x = -\sqrt{5}$
 Controle
 $12 - (\sqrt{5})^2 = 12 - 5 = 7$, klopt
 $12 - (-\sqrt{5})^2 = 12 - 5 = 7$, klopt

Voorbeeld 3

Los op $5x^2 + 10 = 0$.

Oplossing

- 1 $5x^2 + 10 = 0$
- 2 $-10 + 10 = 0$
 $5x^2 = -10$
 $5 \times -2 = -10$
 $x^2 = -2$
- 3 Dit kan niet. De vergelijking heeft geen oplossingen.

Ondersteunende route → maak opdracht 035

35 Los de vergelijkingen op met bordjes.

- a $x^2 - 1 = 48$ d $3a^2 = 300$
 b $p^2 + 3 = 10$ e $26 - 2d^2 = 8$
 c $81 - r^2 = 0$ f $5 + x^2 = 5$

36 Gegeven is de formule $y = 4 - 2x^2$.

- a Vul in: bij $x = -3$ is
 $y = 4 - 2 \times (-3)^2 = 4 - 2 \times \dots = 4 - \dots = \dots$
 b Teken een grafiek bij de formule $y = 4 - 2x^2$. Neem voor x de waarden -3 tot en met 3 .
 c Teken de lijn $y = 2$ en geef de coördinaten van de snijpunten van de grafieken.
 d Los de vergelijking $4 - 2x^2 = 2$ op. Kloppen je oplossingen met je antwoord bij opdracht c?

37 Philip lost de vergelijking $(x + 7)^2 = 16$ op door eerst een bordje op $x + 7$ te leggen.

- a Leg uit dat $x + 7 = 4$ of $x + 7 = -4$ moet gelden.
 b Eén oplossing is $x = -3$.
 Welke andere oplossing krijgt Philip?
 c Controleer de oplossingen van Philip door ze in de vergelijking $(x + 7)^2 = 16$ in te vullen.
 d Los op dezelfde manier de vergelijking $(x - 3)^2 = 36$ op.
 e Waarom heeft de vergelijking $(x + 5)^2 = -9$ geen oplossingen?

	$(x + 7)^2 = 16$	Philip
	$4^2 = 16$ of $(-4)^2 = 16$	
	$x + 7 = 4$ of $x + 7 = -4$	
	$x = -3$ of $x = \dots$	

Ondersteunende route → maak opdracht 038

38 Los de vergelijkingen op met bordjes.

- a $(x + 3)^2 = 25$ d $(t - 8)^2 = -1$
 b $(p - 6)^2 = 100$ e $(x - 4)^2 = 16$
 c $(c + 12)^2 = 144$ f $(a + 5)^2 = 0$

Uitdagende route → maak opdracht U7

Ondersteunende opdrachten

035 Op het blaadje staat de vergelijking $x^2 + 3 = 19$. Philip lost deze vergelijking op door een bordje op x^2 te leggen.

- Welk getal moet op het bordje staan?
- Vul het blaadje verder in.
- Controleer de oplossingen van Philip door ze in de vergelijking $x^2 + 3 = 19$ in te vullen.

			Philip
☐	$x^2 + 3 = 19$		
☐	$\dots + 3 = 19$		
☐	$x^2 = \dots$		
☐	$x = \dots$ of $x = \dots$		

Los op dezelfde manier de volgende vergelijkingen op.

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| d $x^2 + 3 = 4$ | g $a^2 - 4 = 6$ |
| e $2m^2 = 50$ | h $3d^2 + 8 = 8$ |
| f $14 - k^2 = 10$ | i $2u^2 + 7 = 19$ |

038 Je lost vergelijkingen als $(x + 4)^2 = 64$ op door eerst een bordje te leggen op $x + 4$.

- Leg uit dat op het bordje 8 of -8 kan staan.
- Door bordjes te gebruiken krijg je twee vergelijkingen. Eén daarvan is $x + 4 = 8$. Geef de andere vergelijking.
- Los de vergelijkingen van opdracht b op.
- Controleer de oplossingen door ze in de vergelijking $(x + 4)^2 = 64$ in te vullen.

Los op dezelfde manier de volgende vergelijkingen op.

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| e $(x - 1)^2 = 1$ | h $(e + 3)^2 = 144$ |
| f $(a + 2)^2 = 4$ | i $(m - 6)^2 = 0$ |
| g $(v + 5)^2 = -36$ | j $(u - 9)^2 = 9$ |

Voorbeeld

$$(x + 10)^2 = 121$$

$$11^2 = 121 \text{ of } (-11)^2 = 121$$

$$x + 10 = 11 \text{ of } x + 10 = -11$$

$$x = 1 \text{ of } x = -21$$

Controle

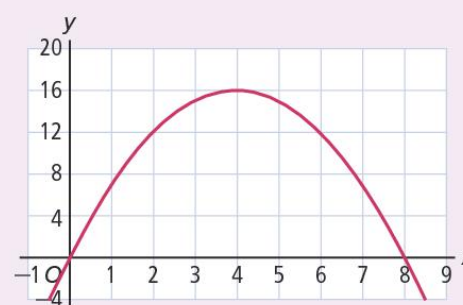
$$(1 + 10)^2 = 11^2 = 121, \text{ klopt}$$

$$(-21 + 10)^2 = (-11)^2 = 121, \text{ klopt}$$

Uitdagende opdrachten

U7 In het assenstelsel is de grafiek bij de formule $y = 8x - x^2$ getekend.

- Hoeveel oplossingen heeft de vergelijking $8x - x^2 = 12$?
- Hoeveel oplossingen heeft de vergelijking $8x - x^2 = 20$?
- Voor welke waarde van a heeft de vergelijking $8x - x^2 = a$ één oplossing?
- Voor welke waarden van a heeft de vergelijking $8x - x^2 = a$ geen oplossingen?

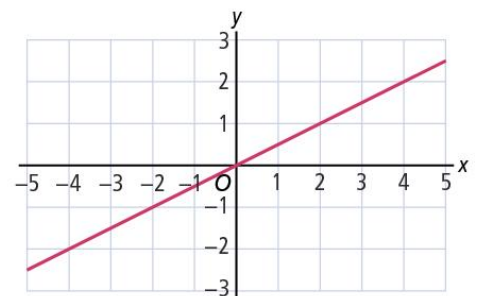


39 Geef van de beweringen aan of ze waar of niet waar zijn.

- a** De oplossingen van de vergelijking $(x - 2)^2 = 9$ zijn $x = 3$ of $x = -3$.
- b** De coördinaten van de top van de parabool bij de formule $y = x^2 - 7$ zijn $(-7, 0)$.
- c** Als je $x = -2$ in de formule $y = -3x^2$ invult, dan krijg je $y = -12$.
- d** Als je de formule $y = (x + 7)^2$ zonder haakjes schrijft, dan krijg je $y = x^2 + 49$.
- e** De grafiek bij de formule $y = 12x - x^2$ is een dalparabool.
- f** De lijn $y = -4$ snijdt de parabool bij de formule $y = x^2 - 3$ twee keer.

40 **a** Vul in de formule $y = x^2 + x(0,5 - x)$ voor x de waarden $-4, -2, 0, 2$ en 4 in en ga na of de grafiek bij deze formule kan horen.

- b** Sacha vindt het onzin om al die waarden van x in te vullen. Ze zegt: 'Deze grafiek kan nooit goed zijn. Aan de formule zie je meteen dat het een parabool moet zijn.' Ben je het met haar eens? Waarom (niet)?
- c** Schrijf de formule zo kort mogelijk. Wat blijkt?



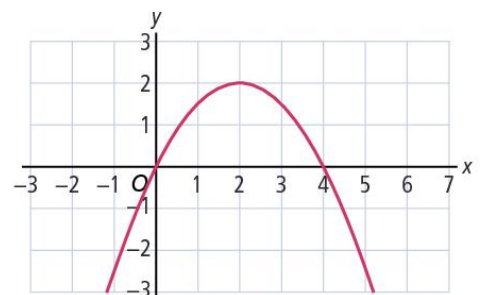
41 Schrijf de formules zo kort mogelijk.

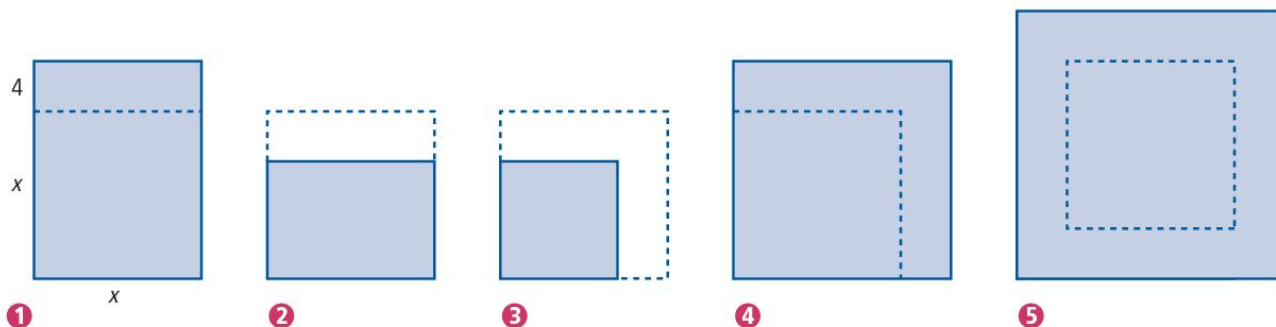
- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| a $x = -(6q - 7)$ | e $m = 5e + 3e(4 - 2e)$ |
| b $v = -d(-14 - 2d)$ | f $b = 17 - 2(v + 1)$ |
| c $p = 9q(5 - 2q)$ | g $c = 2d(d - 1) + 7d$ |
| d $k = (h - 1)(h + 4)$ | h $t = 8u - 4u(2u - 5)$ |

42 In het assenstelsel is een parabool getekend.

- a** Geef de coördinaten van de top van de parabool.
- b** Geef de formule bij de symmetrieas.
- c** Welke formule hoort bij de parabool?

- | | |
|------------------|------------------------------|
| A $y = x^2 - 2x$ | C $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$ |
| B $y = 2 - x^2$ | D $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ |





43 Je ziet vijf keer een vierkant met zijden van x waar iets mee gebeurt is. Telkens is er een strook van 4 breed aangelegd of afgehaald.

- Voor figuur 1 kun je de voor oppervlakte A een formule met haakjes en een formule zonder haakjes maken.
Vul in: $A = \dots (\dots + \dots)$ en $A = \dots + \dots$
- Geef voor de andere figuren ook een formule met haakjes en een formule zonder haakjes waarmee je de oppervlakte A kunt berekenen.

44 Los de vergelijkingen op met bordjes.

- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| a $p^2 - 1 = 24$ | d $(7 - x)^2 = 49$ |
| b $48 - 3e^2 = 0$ | e $(q + 3)^2 = 4$ |
| c $3 - 5p^2 = 3$ | f $(2q - 7)^2 = -1$ |

45 Sinaasappelsap bevat vitamine C. De vitamine C wordt afgebroken zodra een pak sinaasappelsap geopend wordt. Met de formule $p = 100 - 4t^2$ kun je uitrekenen hoeveel procent vitamine C er nog in een geopend pak zit. Hierin is p het percentage vitamine C en t de tijd in dagen nadat het pak geopend is.

- Ga na dat na twee dagen het percentage vitamine C nog maar 84 is.
- Na een aantal dagen zit er geen vitamine C meer in de sinaasappelsap.
Bereken na hoeveel dagen dat zo is.
- Maak een tabel bij de formule. Neem voor t de waarden 0 tot en met 5.
- Teken een grafiek bij de tabel.



Theorie

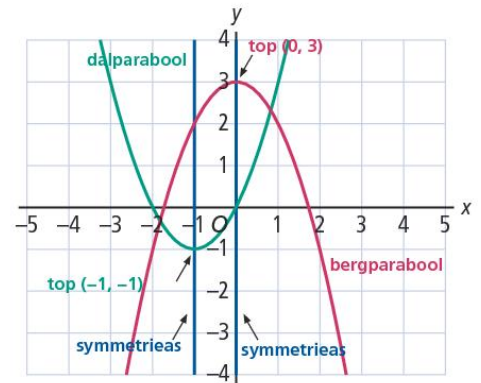
Dalparabool, bergparabool, top en symmetrieas

De grafiek bij een kwadratische formule heet een parabool. Een parabool heeft een toppunt en een symmetrieas.

De top van de parabool is het hoogste of het laagste punt van de grafiek.

Een parabool met een laagste punt noem je een dalparabool. Zo is de grafiek bij de formule $y = x^2 + 2x$ een dalparabool. De grafiek bij een kwadratische formule is een dalparabool als er een positief getal voor x^2 staat.

Een parabool met een hoogste punt noem je een bergparabool. Zo is de grafiek bij de formule $y = -x^2 + 3$ een bergparabool. De grafiek bij een kwadratische formule is een bergparabool als er een negatief getal voor x^2 staat.



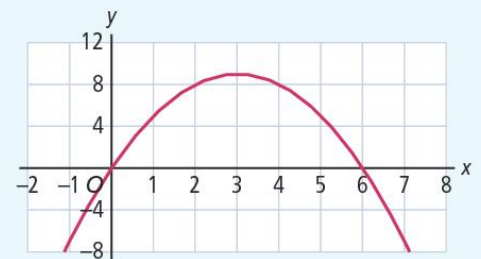
- S1** **a** Geef van de parabool de coördinaten van de top.
W **b** Is de parabool een dalparabool of een bergparabool?
c Teken de symmetrieas van de parabool.
d Zoek de juiste formule bij de parabool.

A $y = x^2 - 2x$

C $y = x^2 + 4x$

B $y = -x^2 + 10$

D $y = -x^2 + 6x$

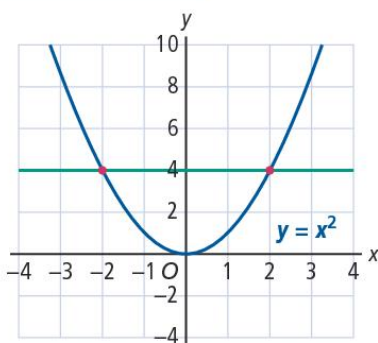


Theorie

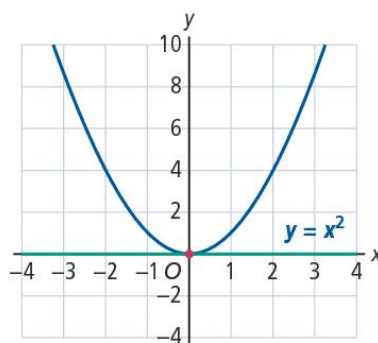
Kwadratische vergelijkingen

Een kwadratische vergelijking kan twee, één of geen oplossingen hebben.

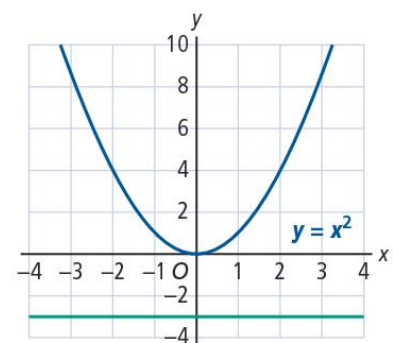
Voorbeeld



Bij $x^2 = c$ met $c > 0$
zijn er twee oplossingen.



Bij $x^2 = 0$
is er één oplossing.



Bij $x^2 = c$ met $c < 0$
zijn er geen oplossingen.

S2 Hoeveel oplossingen hebben de vergelijkingen?

a $x^2 = 100$

c $x^2 = -49$

b $x^2 = 0$

d $x^2 = 2$

Vaardigheid

Je kunt een formule met enkele haakjes zonder haakjes schrijven.

Om een formule met enkele haakjes zoals $A = 4r(r + 5)$ zonder haakjes te schrijven, kun je denken aan een rechthoek. Je kunt ook een vermenigvuldigtabel gebruiken.

Formules waarin negatieve factoren voorkomen, kun je ook met een vermenigvuldigtabel zonder haakjes schrijven.

De factor 1 en de factor -1 schrijf je niet voor de haakjes. Je schrijft dus niet $y = -1(3x - 7)$, maar $y = -(3x - 7)$.

Voorbeeld 1

Schrijf de formule $a = 4r(r + 5)$ zonder haakjes.

Oplossing

$\times$	r	$+5$
$4r$	$4r^2$	$+20r$

$$a = 4r^2 + 20r$$

Voorbeeld 2

Schrijf de formule $y = -(3x - 7)$ zonder haakjes.

Oplossing

$\times$	x	-7
-1	$-3x$	$+7$

$$y = -3x + 7$$

S3 Schrijf de formules zonder haakjes.

a $a = 3(6u + 7)$

c $d = 5m(m - 3)$

b $q = -(8 + 3h)$

d $t = -9b(6 - 2b)$

Vaardigheid

Je kunt een formule met dubbele haakjes zonder haakjes schrijven.

- 1 Maak een vermenigvuldigtabel. Plaats de ene factor verticaal en de andere factor horizontaal.
- 2 Werk de vermenigvuldigingen uit.
- 3 Neem de gelijksoortige termen samen.

Voorbeeld 1

Schrijf de formule $h = (p - 3)(p - 7)$ zonder haakjes.

Oplossing

1	×	p	-7
	p	...	...
	-3	...	...

2	×	p	-7
	p	p^2	$-7p$
	-3	$-3p$	$+21$

$$\begin{aligned} 3 \quad h &= p^2 - 7p - 3p + 21 \\ k &= p^2 - 10p + 21 \end{aligned}$$

Voorbeeld 2

Schrijf de formule $y = (3r + 2)(-2r + 5)$ zonder haakjes.

Oplossing

1	×	$-2r$	$+5$
	$3r$	...	...
	$+2$	...	...

2	×	$-2r$	$+5$
	$3r$	$-6r^2$	$+15r$
	$+2$	$-4r$	$+10$

$$\begin{aligned} 3 \quad y &= -6r^2 + 15r - 4r + 10 \\ y &= -6r^2 + 11r + 10 \end{aligned}$$

S4 Schrijf de formules zonder haakjes.

- a** $r = (j + 2)(j - 6)$ **c** $n = (2v + 1)(v - 3)$
b $y = (c - 3)(c + 4)$ **d** $w = (4u - 3)(6u + 5)$

Vaardigheid

Je kunt een formule met haakjes zo kort mogelijk schrijven.

- 1 Schrijf de formule eerst zonder haakjes. Gebruik daarbij zo nodig een vermenigvuldigtabel voor het product.
- 2 Neem vervolgens de gelijksoortige termen samen.

Voorbeeld 1

Schrijf de formule $p = 6 + 4(3a - 2)$ zo kort mogelijk.

Oplossing

1	×	$3a$	-2
	$+4$	$12a$	-8

$$p = 6 + 12a - 8$$

$$2 \quad p = 12a - 2$$

Voorbeeld 2

Schrijf de formule $q = (b + 2)^2 - 5b$ zo kort mogelijk.

Oplossing

1	×	b	$+2$
	b	b^2	$+2b$
	$+2$	$+2b$	$+4$

$$q = b^2 + 2b + 2b + 4 - 5b$$

$$2 \quad q = b^2 - b + 4$$

S5 Schrijf de formule met haakjes zo kort mogelijk.

a $g = 5(2a + 3) - 4a$

b $s = 2k + 3k(6 - 4k)$

c $z = (2t - 3)(t - 12) + 6 - 3t$

d $b = (n + 6)^2$

Vaardigheid

Je kunt een kwadratische vergelijking met bordjes oplossen.

- 1 Kijk goed waar je het bordje moet leggen.
- 2 Reken uit wat op het bordje moet staan.
- 3 Bereken vervolgens de oplossingen. Controleer je oplossingen door ze in te vullen in de vergelijking.

Voorbeeld 1

Los op $a^2 - 1 = 6$

Oplossing

1 $a^2 - 1 = 6$

2 $7 - 1 = 6$

$a^2 = 7$

3 $a = \sqrt{7}$ of $a = -\sqrt{7}$

Controle

$(\sqrt{7})^2 - 1 = 7 - 1 = 6$, klopt

$(-\sqrt{7})^2 - 1 = 7 - 1 = 6$, klopt

Voorbeeld 2

Los op $(a - 1)^2 = 64$

Oplossing

1 $(a - 1)^2 = 64$

2 $8^2 = 64$ of $(-8)^2 = 64$

$a - 1 = 8$ of $a - 1 = -8$

3 $a = 9$ of $a = -7$

Controle

$(9 - 1)^2 = 8^2 = 64$, klopt

$(-7 - 1)^2 = (-8)^2 = 64$, klopt

Voorbeeld 3

Los op $2a^2 = 32$

Oplossing

1 $2a^2 = 32$

2 $2 \times 16 = 32$

$a^2 = 16$

3 $a = 4$ of $a = -4$

Controle

$2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$, klopt

$2 \times (-4)^2 = 2 \times 16 = 32$, klopt

S6 Los de vergelijkingen op.

a $a^2 - 49 = 0$

b $c^2 + 3 = 0$

c $5 - 2d^2 = 3$

d $(k - 7)^2 = 25$

T1 Schrijf de formules zonder haakjes.

- a** $t = 4(2w + 1)$ **d** $p = 4g(g + 7)$
b $k = -9(-a + 6)$ **e** $y = -(11 + 2x)$
c $f = b(4b + 7)$ **f** $h = -2c(3 - c)$

T2 Schrijf de formules zonder haakjes.

- a** $q = (r - 1)(r + 10)$ **d** $k = (3p + 2)(p + 5)$
b $n = (x - 5)(x - 6)$ **e** $y = (2x + 1)(3x + 6)$
c $y = (5 + e)(e - 2)$ **f** $h = (5 + j)(3j + 7)$

T3 **a** Vul de tabel in bij de formule $y = -2x^2 + 1$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	...	...	...	...	...	...	...

b Teken een grafiek bij de tabel.

T4 Los de vergelijkingen op met bordjes.

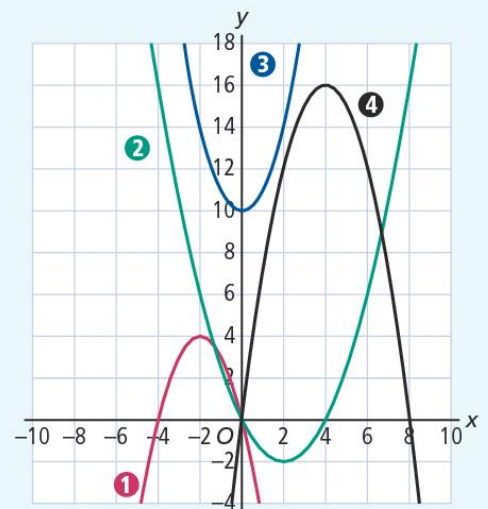
- a** $x^2 = 121$ **d** $a^2 + 5 = 4$
b $m^2 + 12 = 13$ **e** $27 - z^2 = 16$
c $2w^2 = 50$ **f** $(k - 3)^2 = 49$

T5 In het assenstelsel zijn vier parabolen getekend.

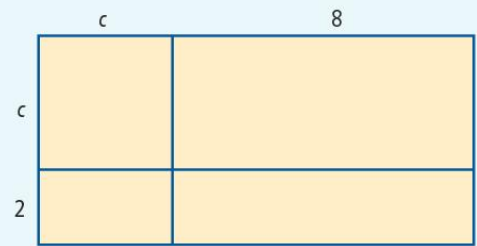
- W** **a** Is parabool 1 een dalparabool of een bergparabool?
b Teken de symmetrieas van parabool 1.
c Geef de formule bij de symmetrieas van parabool 1.
d Geef de coördinaten van de top van parabool 1.
e Maak de opdrachten a tot en met d ook voor parabool 2.
f Hieronder staan vier formules die bij de parabolen horen.

Geef van elk formule aan welke parabool erbij hoort.

- A $y = -x^2 - 4x$
B $y = 0,5x^2 - 2x$
C $y = x^2 + 10$
D $y = -x^2 + 8x$



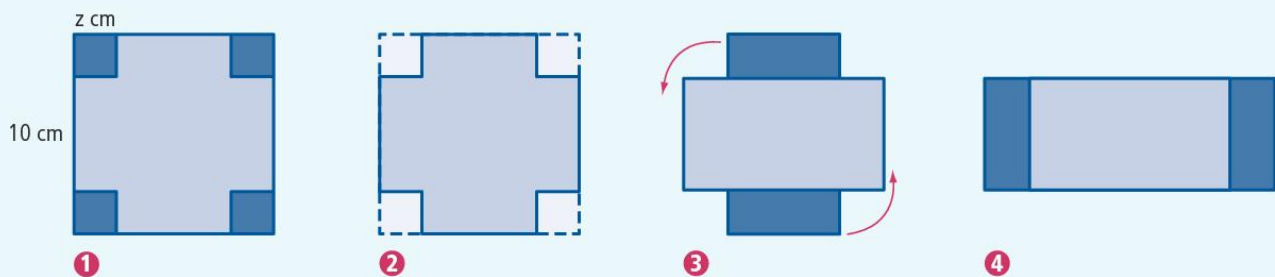
- T6**
- a** Bereken de oppervlakte van de rechthoek als $c = 5$.
 - b** Maak een formule met haakjes voor de oppervlakte A van de rechthoek.
 - c** Schrijf deze formule zonder haakjes.
 - d** Teken zelf een rechthoek waarbij voor de oppervlakte de formule $A = (2d + 1)(d + 3)$ hoort.



- T7** Schrijf de formules zo kort mogelijk.

a $r = 8(3s + 4) + 4s$ **d** $p = (4k - 1)(k - 4) + 5k$
b $k = -8c + 5c(4c + 7)$ **e** $y = (x + 4)^2$
c $w = (t + 2)(t + 5) - t^2$ **f** $b = (a - 2)^2 + 16a$

- T8** Uit een vierkant van 10 cm bij 10 cm knip je vier vierkantjes met zijden van z cm weg. In figuur 2 zie je het resultaat.



- a** Leg uit dat voor de oppervlakte A in cm^2 van figuur 2 de formule $A = 100 - 4z^2$ geldt.
- b** Door nog twee keer te knippen kun je met de verkregen stukken figuur 4 leggen.
Leg uit dat voor de lengte l van figuur 4 de formule $l = 10 + 2z$ geldt.
- c** Geef ook een formule voor de breedte b van figuur 4.
- d** Geef voor de oppervlakte A in cm^2 van figuur 4 een formule met haakjes.
- e** Schrijf de formule van opdracht d zonder haakjes.

Je kunt een formule met enkele haakjes zonder haakjes schrijven.

E1 Schrijf de formules zonder haakjes.

a $y = 5(x + 3)$

d $k = -(5d - 9)$

b $u = t(t - 7)$

e $b = -(-4 - r)$

c $m = 3a(2a + 6)$

f $h = -4p(2p - 5)$

Je kunt een formule met dubbele haakjes zonder haakjes schrijven.

E2 Schrijf de formules zonder haakjes.

a $r = (s + 3)(s + 2)$

d $h = (3 + 2n)(n + 5)$

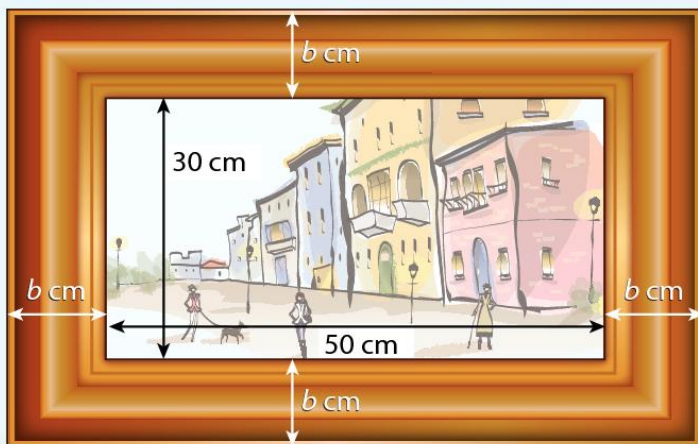
b $y = (x + 1)(x - 7)$

e $z = (4 + a)(3a + 8)$

c $b = (c - 6)(c - 7)$

f $p = (7q + 1)(2 - 3q)$

E3 Een schilderij van 30 cm bij 50 cm krijgt een lijst.
De breedte van de lijst is b cm.



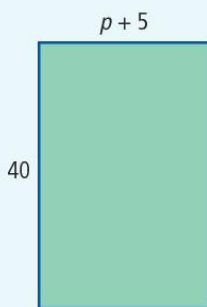
- De breedte van het schilderij met lijst is $30 + 2b$ cm. Vul in.
De lengte van het schilderij met lijst is $\dots + \dots$ cm.
- Vul in: De formule voor de totale oppervlakte A in cm^2 wordt $A = (30 + 2b)(\dots + \dots)$.
- Schrijf de formule zonder haakjes.
- Voor welke waarde van b is de totale oppervlakte 1925 cm^2 ? Is dat voor $b = 2$ of voor $b = 2,5$?

Je kunt een formule met haakjes zo kort mogelijk schrijven.

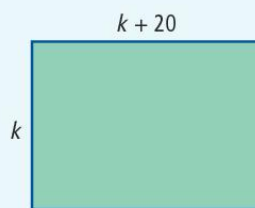
E4 Schrijf de formules zo kort mogelijk.

- a** $y = 2(x + 7) - 7x$ **d** $h = -8s(6 + s) + 10s$
b $d = -3(c - 7) + 15c$ **e** $w = (h + 7)(h - 1) + 3h$
c $k = 73 + 5(6 - b)$ **f** $p = (5c - 3)^2$

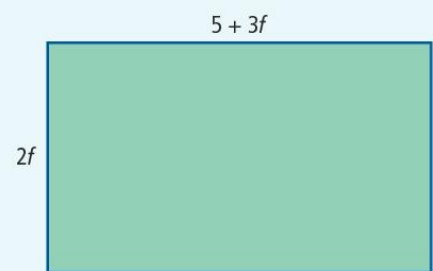
E5 Geef voor de oppervlakte A van elke rechthoek een formule met haakjes en een formule zonder haakjes.



A



B



C

Je kunt een kwadratische vergelijking met bordjes oplossen.

E6 Los de vergelijkingen op met bordjes.

- a** $x^2 - 5 = 11$ **e** $5x^2 + 39 = 19$
b $x^2 + 3 = 1$ **f** $61 - x^2 = 25$
c $2x^2 + 4 = 6$ **g** $(p - 4)^2 = 100$
d $91 - x^2 = 10$ **h** $(u + 15)^2 = 0$

E7 Gegeven is de formule $y = x^2 + 3$.

- a** Teken een grafiek bij de formule. Neem voor x de waarden -3 tot en met 3 .
b Teken de symmetrieas van de grafiek.
c Geef de formule bij de symmetrieas van de grafiek.
d Geef de coördinaten van de top van de grafiek.
e Hoeveel snijpunten heeft de grafiek met de lijn $y = 5$? En met de lijn $y = 3$?
f Los de vergelijking $x^2 + 3 = 52$ op.

Om te tellen heb je alleen de natuurlijke getallen 0 tot en met 9 nodig. Ga je hiermee optellen en aftrekken, dan heb je ook negatieve getallen nodig zoals -3 , -2 en -1 . De getallen $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ noem je de gehele getallen.

- 1 Als je twee gehele getallen met elkaar vermenigvuldigt, dan is de uitkomst altijd een geheel getal. Met delen is dat anders.
 - a Geef een voorbeeld van twee gehele getallen die, als je ze door elkaar deelt, als uitkomst een geheel getal opleveren.
 - b Geef een voorbeeld van twee gehele getallen die, als je ze door elkaar deelt, als uitkomst geen geheel getal opleveren.

Bij delen heb je weer nieuwe getallen nodig, namelijk breuken. De getallen die je als een breuk kunt schrijven noem je de rationale getallen, bijvoorbeeld $\frac{1}{2}$ en $-4\frac{4}{7}$.

- 2 Gehele getallen zijn ook rationale getallen. Zo kun je het gehele getal 3 als de breuk $\frac{3}{1}$ of als de breuk $\frac{-60}{-20}$ schrijven. Schrijf de getallen 7 en -11 op drie manieren als een breuk.
- 3 Je kunt een decimaal getal dat een eindig aantal decimalen heeft, eenvoudig als breuk schrijven. Zo is $0,753 = \frac{753}{1000}$. Schrijf de getallen 0,25; 2,8; 1,417 en 3,33 als een breuk.
- 4 Van sommige decimale getallen met oneindig veel decimalen weet je dat je ze makkelijk als een breuk kunt schrijven. Zo is $0,3333\dots = \frac{1}{3}$. Welke decimale getallen horen bij welke breuken?

A 0,666...	X $\frac{5}{6}$
B 0,166...	Y $\frac{2}{3}$
C 0,833...	Z $\frac{1}{6}$

Decimale getallen met een eindig aantal decimalen zijn rationale getallen, want je kunt ze als een breuk schrijven. Er zijn decimale getallen met een oneindig aantal decimalen waarvan één cijfer of een groep van cijfers zich herhaalt: de repeterende decimale getallen. Zo is $\frac{7}{22} = 0,318181\dots$. Bij het schrijven van een repeterend decimaal getal geef je met een streep door het eerste en laatste cijfer aan welk deel van de decimalen zich telkens herhaalt. Zo is $\frac{7}{22} = 0,3\overline{18}$.

Voorbeeld

Het getal $\frac{2}{3} = 0,66\dots$ schrijf je als $0,\overline{6}$.
 Het getal $\frac{9}{37} = 0,243\ 243\dots$ schrijf je als $0,\overline{243}$.
 Het getal $\frac{286}{675} = 0,423\ 703\ 703\dots$ schrijf je als $0,423\ \overline{703}$.

- 5 Schrijf de breuken $\frac{4}{9}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{45}{444}$ en $\frac{5}{44}$ als decimale getallen.
- 6 Het getal 9 past 4 keer in het getal 42. Er blijft dan nog 6 over. Je zegt dat 42 gedeeld door 9 gelijk is aan 4 rest 6.
- Hoeveel is 151 gedeeld door 3?
 - Hoe groot kan de rest maximaal zijn als je een getal deelt door 7?
- 7 Als je de breuk $\frac{3}{7}$ als decimaal getal schrijft, krijg je een repeterend decimaal getal. Je onderzoekt nu hoe dat komt.
- Je kunt 7 niet een aantal keer van 3 aftrekken zonder dat je een negatieve rest krijgt. Vóór de komma komt dus een 0. Je kunt 7 wel vier keer van 30 aftrekken. Hoe groot is de rest?
 - Vul de berekening op het blaadje verder in totdat de decimalen in de uitkomst gaan repeteren.
 - Welke resten kun je krijgen als je deelt door 7?
 - Leg uit waarom, als je de breuk $\frac{3}{7}$ als een decimaal getal schrijft, de decimalen in de uitkomst gaan repeteren.

$$\frac{3}{7} = 0,...$$

$$30 : 7 = 4 \text{ rest } 2$$

$$\text{Voorlopige uitkomst is } \frac{3}{7} = 0,4...$$

$$20 : 7 = 2 \text{ rest } 6$$

$$\text{Voorlopige uitkomst is } \frac{3}{7} = 0,42...$$

$$60 : 7 = 8 \text{ rest } 4$$

$$\text{Voorlopige uitkomst is } \frac{3}{7} = 0,428...$$

...

Je kunt elke breuk schrijven als een decimaal getal met een eindig aantal decimalen of met een oneindig, maar repeterend aantal decimalen.

Het omgekeerde kan ook. In het voorbeeld zie je hoe je een decimaal getal met een oneindig, maar repeterend aantal decimalen, kunt schrijven als een breuk.

Voorbeeld

Schrijf 0,545 454... als een breuk.

Oplossing

Stel $x = 0,545\ 454...$, dan is

$$100x = 54,545\ 454..., \text{ dus}$$

$$100x - x = 54,545\ 454... - 0,545\ 454...$$

$$99x = 54$$

$$x = \frac{54}{99} = \frac{6}{11}$$

- 8
- Leg uit wat er gebeurt als je het getal 0,545 454... in het voorbeeld met 100 vermenigvuldigt.
 - Leg uit waarom je bij het getal 0,571 428 op het blaadje moet vermenigvuldigen met 1 000 000 en niet met 100.
 - Vul het blaadje verder in.
 - Schrijf als een breuk.

A 0,444...

C 0,047

B 0,123 412 341...

D 0,036

Schrijf 0,571 428 als een breuk.

Stel $x = 0,571\ 428$, dan is

$$1\ 000\ 000x = 571\ 428,571\ 428, \text{ dus}$$

$$1\ 000\ 000x - x = ...$$

$$... x = ...$$

$$x = \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$$



De stelling van Pythagoras

6



In dit hoofdstuk

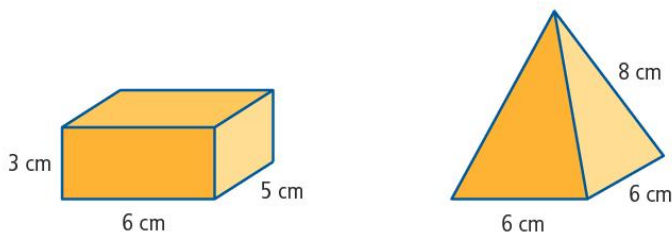
Waarschijnlijk heb je al eens iets gehoord over de stelling van Pythagoras, terwijl je nog niet wist waar die over ging. In dit hoofdstuk kom je te weten wat de stelling van Pythagoras over de zijden van rechthoekige driehoeken vertelt.

Je leert hoe je met de stelling van Pythagoras de lengte van een onbekende zijde in een rechthoekige driehoek berekent.

Daarna leer je hoe je de lengte van een lijnstuk in een ruimtefiguur, zoals een balk of een piramide, berekent.

In de hoofdstukken 8 en 10 ga je de stelling van Pythagoras toepassen bij het berekenen van oppervlakten en inhouden.



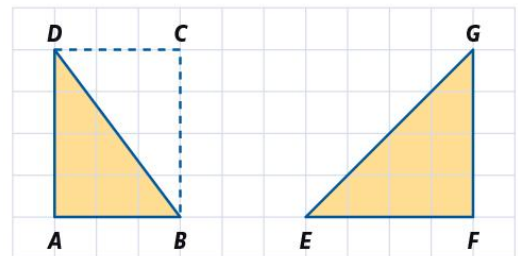


V1 Links staat een balk en rechts staat een piramide met een vierkant grondvlak.

- Hoeveel grensvlakken heeft de balk?
- En hoeveel ribben? En hoeveel hoekpunten?
- Hoeveel grensvlakken, hoeveel ribben en hoeveel hoekpunten heeft de piramide?
- Teken op ware grootte een bovenaanzicht van de piramide.

V2 Om de oppervlakte van $\triangle ABD$ te berekenen, teken je er eerst een rechthoek omheen.

- Bereken hoeveel roostervierkantjes de oppervlakte van rechthoek $ABCD$ is.
- Leg uit dat de oppervlakte van $\triangle ABD$ de helft is van de oppervlakte van rechthoek $ABCD$.
- Hoeveel roostervierkantjes is de oppervlakte van $\triangle ABD$?
- Bereken op dezelfde manier de oppervlakte van $\triangle EFG$.
- Waarom is $\triangle EFG$ een gelijkbenige rechthoekige driehoek?



V3 a Van $\triangle PQR$ is $\angle P = 90^\circ$, $PQ = 5$ cm en $PR = 3$ cm. Op het bovenste blaadje zie je een schets hoe $\triangle PQR$ er ongeveer uitziet.

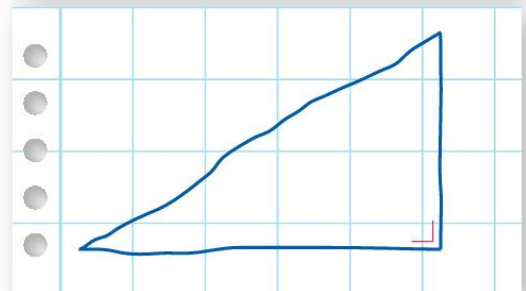
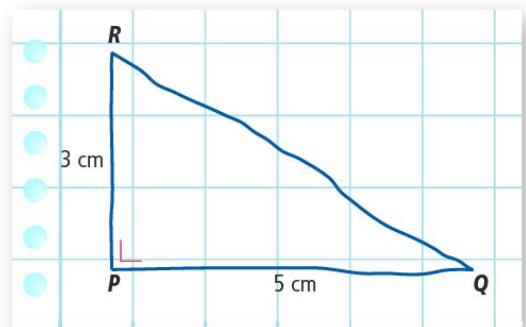
Welke zijde is de langste zijde van $\triangle PQR$?

b Van $\triangle KLM$ is $\angle K = 90^\circ$, $KL = 2$ cm en $KM = 7$ cm. Maak een schets van $\triangle KLM$. Begin met het tekenen van de rechte hoek.

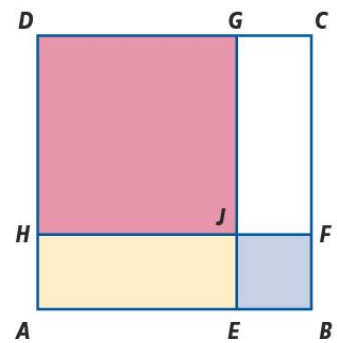
c Van $\triangle XYZ$ is $\angle Y = 90^\circ$, $XY = 3$ cm en $YZ = 7$ cm. Op het onderste blaadje is een begin gemaakt van een schets van $\triangle XYZ$.

Zet de gegevens van $\triangle XYZ$ op de goede plek.

d Van $\triangle STU$ zijn alle zijden 4 cm lang. Maak een schets van $\triangle STU$ en schrijf op wat voor soort driehoek het is.



- V4 Vierkant $ABCD$ is in vier stukken verdeeld. De oppervlakte van vierkant $HJGD$ is 64 cm^2 en de oppervlakte van vierkant $EBFJ$ is 9 cm^2 .
- Bereken de lengte van lijnstuk DG en de lengte van lijnstuk BE .
 - Hoe groot is de oppervlakte van rechthoek $AEJH$?
 - Hoeveel cm is zijde AB ?
 - Bereken de oppervlakte van vierkant $ABCD$ op twee verschillende manieren.



Theorie

Van een vierkant met oppervlakte 7 is de zijde $\sqrt{7}$ lang. Dit is een **exact** antwoord. Afgerond op twee decimalen is dit 2,65. Dit is een **benadering** in twee decimalen nauwkeurig.

- V5
- Hoe lang zijn de zijden van vierkanten met oppervlakten van 37, van 54 en van 81? Geef exacte antwoorden en benaderingen in twee decimalen nauwkeurig.
 - Hoe groot is de oppervlakte van een vierkant met zijden van 7? En van een vierkant met zijden van $\sqrt{17}$? En met zijden van $\sqrt{113}$?
 - Bereken $(\sqrt{3})^2$, $(\sqrt{15})^2$, $(\sqrt{36})^2$ en $(\sqrt{2})^2$.
- V6
- Jan denkt dat $\frac{1}{2}\sqrt{28}$ gelijk is aan $\sqrt{14}$. Ga met behulp van je rekenmachine na dat dit niet klopt.
 - Hoeveel is $(\frac{1}{2}\sqrt{28})^2$?

- V7
- Vul in.
 $(\frac{1}{2}\sqrt{40})^2 = \frac{1}{2}\sqrt{40} \times \frac{1}{2}\sqrt{40} =$
 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{40} \times \sqrt{40} =$
 $\dots \times \dots = \dots$
 - Bereken zonder rekenmachine.

- A $(\frac{1}{2}\sqrt{7})^2$ C $(\frac{1}{2}\sqrt{76})^2$
 B $(\frac{1}{2}\sqrt{18})^2$ D $(\frac{1}{2}\sqrt{27})^2$

Voorbeeld

$$\begin{aligned} (\frac{1}{2}\sqrt{8})^2 &= \\ \frac{1}{2}\sqrt{8} \times \frac{1}{2}\sqrt{8} &= \\ \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{8} \times \sqrt{8} &= \\ \frac{1}{4} \times 8 &= 2 \end{aligned}$$

Je leert

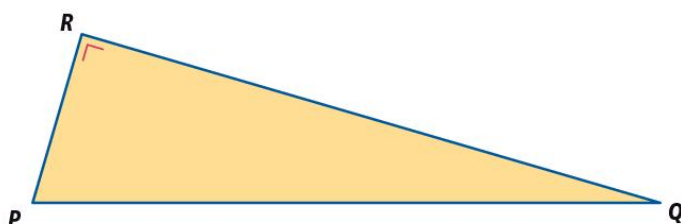
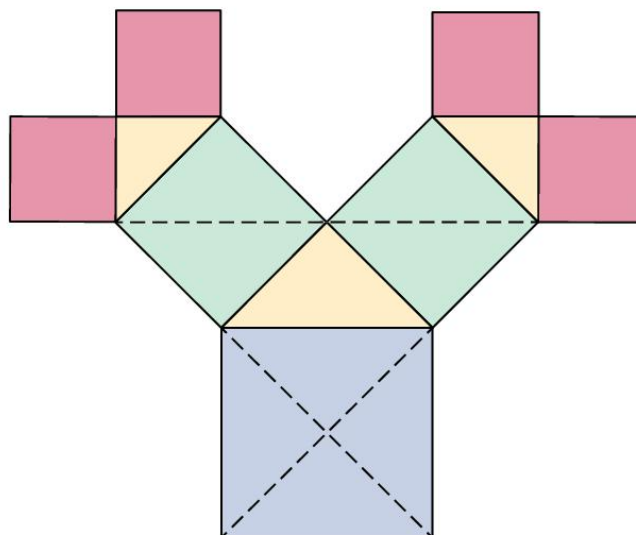
- wat de stelling van Pythagoras over de zijden van een rechthoekige driehoek vertelt

Leerroutes

- ondersteunend: 1—2—3—4—05—6
- doorlopend: 1—2—3—4—5—6
- uitdagend: 1—2—3—4—6—U1

Een figuur is opgebouwd uit vierkanten en gelijkbenige rechthoekige driehoeken.

- Beredeneer dat de oppervlakten van de twee groene vierkanten samen even groot is als de oppervlakte van het blauwe vierkant.
- Is de oppervlakte van de vier rode vierkanten samen even groot als de oppervlakte van het blauwe vierkant?



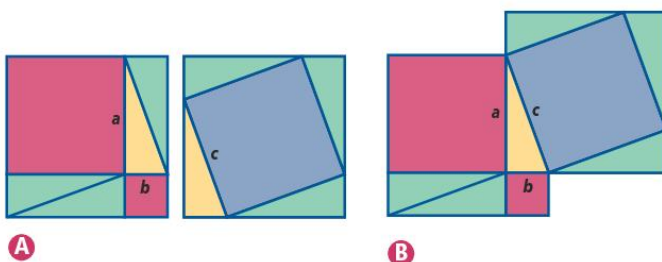
- 1
 - a Meet van $\triangle PQR$ de lengten van de zijden in mm.
 - b Welke zijde van $\triangle PQR$ is de langste zijde?
 - c Hoe herken je zonder te meten de langste zijde in een rechthoekige driehoek?

Theorie

Van de rechthoekige driehoek KLM heten de zijden KL en LM , die de benen zijn van de rechte hoek, de **rechthoekszijden**. Zijde KM is de langste zijde en die ligt tegenover de rechte hoek.



- 2
- Welke zijden zijn de rechthoekszijden van $\triangle ABC$?
 - Bereken de oppervlakte van vierkant $ACHI$ en de oppervlakte van vierkant $ADEB$.
 - Bereken de oppervlakte van vierkant $BFGC$ door dit vierkant in te lijsten.
 - Tel de oppervlakte van vierkant $ACHI$ en de oppervlakte van vierkant $ADEB$ bij elkaar op. Wat valt je op?
 - Bereken de lengte van BC .
- 3 Op de twee even grote borden in tekening A zijn vier even grote rechthoekige driehoeken neergelegd.



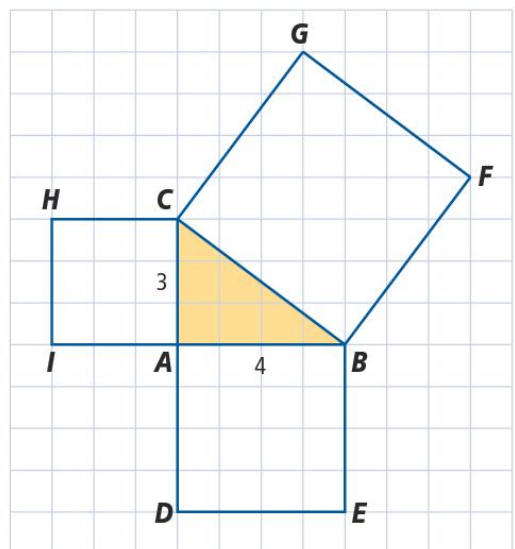
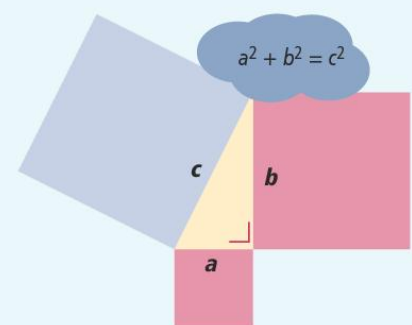
- Wat kun je zeggen over de oppervlakte van het rode deel in vergelijking met de oppervlakte van het blauwe deel?
- De rechthoekszijden van de gele driehoek zijn a cm en b cm en de langste zijde van de gele driehoek is c cm. Waarom is de oppervlakte van het grote rode vierkant a^2 cm² en de oppervlakte van het kleine rode vierkant b^2 cm²?
- Vul in.
De oppervlakte van het blauwe vierkant is ... cm².
- Leg met behulp van beide tekeningen uit waarom geldt $a^2 + b^2 = c^2$.

Theorie

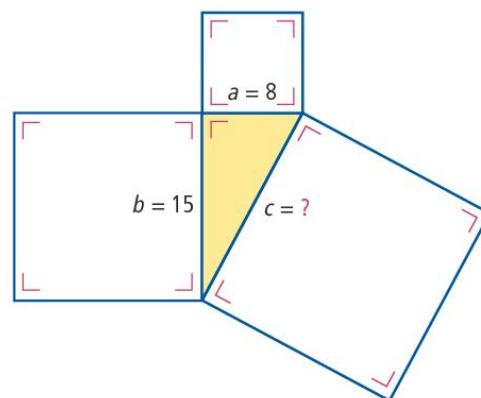
Bij elke rechthoekige driehoek zijn de oppervlakten van de twee vierkanten op de rechthoekszijden samen even groot als de oppervlakte van het vierkant op de langste zijde. Noem je de rechthoekszijden a en b en de langste zijde c , dan geldt $a^2 + b^2 = c^2$.

Dit wordt de **stelling van Pythagoras** genoemd.

Pythagoras was een Griekse wijsgeer die leefde tussen 580 en 500 voor Christus.



- 4 Van de gele rechthoekige driehoek is $a = 8$ en $b = 15$.
- Bereken de oppervlakten van de vierkanten op de rechthoekszijden.
 - Gebruik de stelling van Pythagoras om de oppervlakte van het vierkant op de langste zijde te berekenen.
 - Bereken zijde c .
 - Bij deze driehoek past het schema hieronder. De lengten van de rechthoekszijden zijn al ingevuld. Leg met behulp van de stelling van Pythagoras uit hoe dit schema werkt.



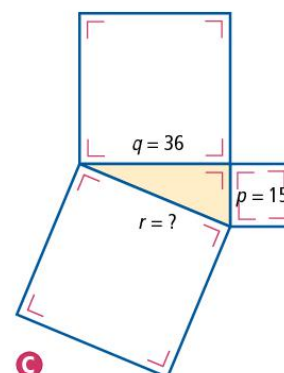
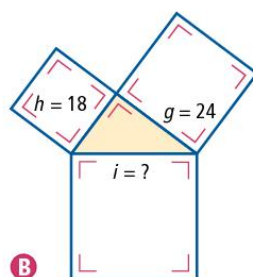
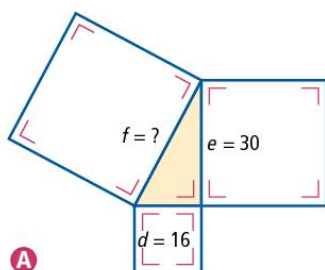
<i>lengte van de zijde</i>		<i>oppervlakte van het vierkant</i>
$a = 8$	$\longrightarrow$	...
$b = 15$	$\longrightarrow$	...
$c = \dots$	$\longleftarrow$	... +

- e Vul het schema verder in. Krijg je dezelfde lengte voor de langste zijde als bij opdracht c?

Ondersteunende route → maak opdracht O5

- 5 Van figuur A en van figuur B zijn de lengten van twee rechthoekszijden van de gele driehoek gegeven.
- Vul het schema voor figuur A verder in.
 - Hoe lang is zijde f ?
 - Bereken ook de lengte van de langste zijde van figuur B. Gebruik een schema zoals in opdracht a.

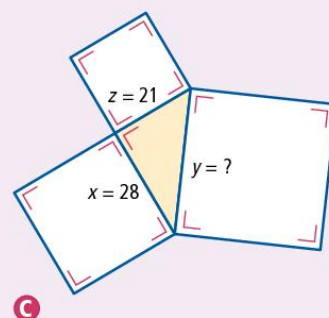
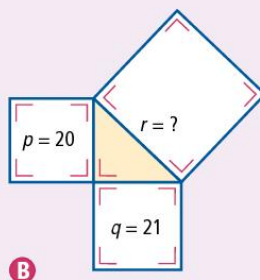
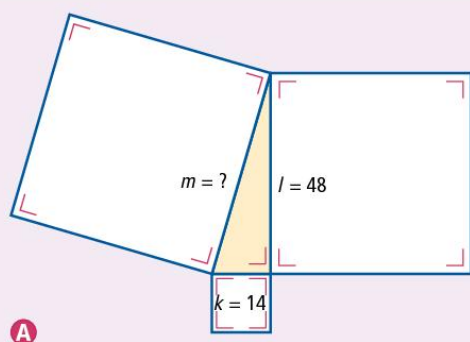
<i>lengte van de zijde</i>	<i>oppervlakte van het vierkant</i>
$d = \dots$	...
$e = \dots$	... +
$f = \dots$	...



- 6 Van figuur C is de lengte van twee rechthoekszijden van de gele driehoek gegeven. Bereken met een schema de lengte van zijde r .

Uitdagende route → maak opdracht U1

Ondersteunende opdrachten



- 05** Van figuur A zijn de lengten van de rechthoekszijden van de gele driehoek in een schema ingevuld.

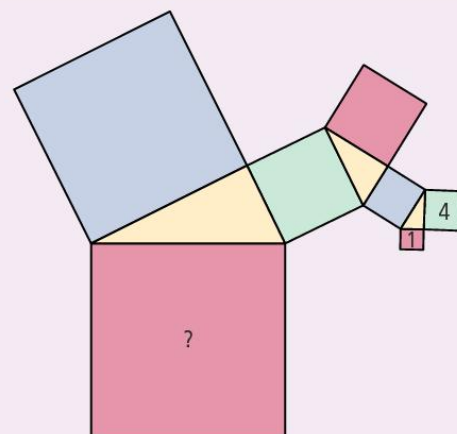
<i>lengte van de zijde</i>	<i>oppervlakte van het vierkant</i>
$k = 14$	...
$l = 48$	... +
...	...

- Bereken de oppervlakten van de vierkanten op de rechthoekszijden en vul die in het schema in.
- Bereken met het schema de oppervlakte van het vierkant op de langste zijde.
- Welke lengte heeft de langste zijde?
- Bereken van figuur B de lengte van de langste zijde. Gebruik bij je berekening het schema hiernaast.
- Bereken van figuur C de lengte van de langste zijde. Gebruik bij je berekening een schema.

<i>lengte van de zijde</i>	<i>oppervlakte van het vierkant</i>
$p = \dots$	...
$\dots = \dots$	... +
$\dots = \dots$	...

Uitdagende opdrachten

- U1** Hiernaast staat een gedeelte van een zogenaamde Pythagorasboom. Deze is opgebouwd uit gelijkvormige rechthoekige driehoeken met vierkanten op de zijden.
- De oppervlakte van het rode vierkant rechts is 1 en de oppervlakte van het groene vierkant rechts is 4.
- Bereken de oppervlakte van het blauwe vierkant rechts.
 - Hoe groot is de oppervlakte van het rode vierkant onderaan?

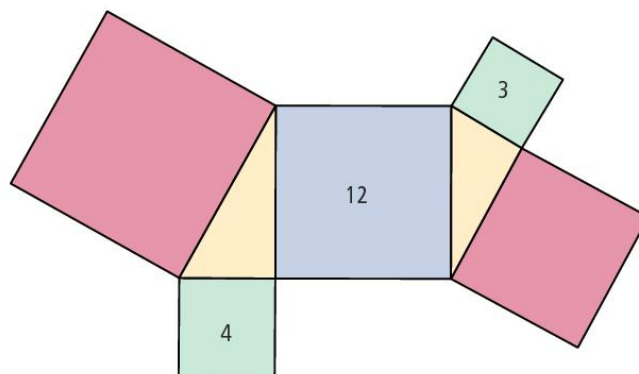


Je leert • hoe je de lengte van een zijde in een rechthoekige driehoek berekent

Leerroutes • ondersteunend: 7—8—9—010—11—12—013
 • doorlopend: 7—8—9—10—11—12—13
 • uitdagend: 8—9—10—11—12—13—U2

Een figuur is opgebouwd uit vierkanten en gelijkvormige rechthoekige driehoeken. In enkele vierkanten staat de oppervlakte.

- Hoe lang zijn de zijden van de groene vierkanten?
- En hoe lang zijn de zijden van de rode vierkanten?



lengte van de zijde		oppervlakte van het vierkant
$k = 40$	$m = ?$	$k = 40$
		$l = 9$
		$m = \dots$
		$\dots +$
		$\dots$

$l = 9$

Debby

zijde	kwadraat
$p = 24$	$\dots$
$q = 10$	$\dots +$
$r = \dots$	$\dots$

$p = 24$

$q = 10$

Dik

7 Debby en Dik maken een schema bij twee verschillende rechthoekige driehoeken.

- Vul de schema's verder in.
- Waarom schrijft Dik kwadraat bovenaan in zijn schema?

8 Van $\triangle GHI$ is $\angle G = 90^\circ$, $GH = 7$ en $GI = 4$.

- Maak een schets van $\triangle GHI$ en zet de gegevens erbij.
- Vul in het schema de kwadraten bij GH en GI in en bereken daarmee het kwadraat bij HI .
- Bereken de exacte lengte van zijde HI .

zijde	kwadraat
$GH = 7$	$\dots$
$GI = 4$	$\dots +$
$HI = \dots$	$\dots$

9 Van $\triangle KLM$ is $\angle K = 90^\circ$, $KL = 15$ en $LM = 20$.

- Maak een schets van $\triangle KLM$ en zet de gegevens erbij.
- Waarom staat in het schema de zijde LM onderaan?
- Vul in het schema de kwadraten bij KL en LM in en bereken daarmee het kwadraat bij KM .
- Bereken de exacte lengte van zijde KM .

zijde	kwadraat
$KL = \dots$	$\dots$
$KM = \dots$	$\dots +$
$LM = \dots$	$\dots$

Aanpak**Hoe bereken je de lengte van een zijde in een rechthoekige driehoek?**

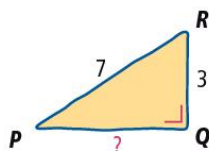
- 1 Maak een schets van de driehoek en zet de gegevens erbij.
- 2 Zet de bekende afmetingen in een schema. Zorg er voor dat de langste zijde altijd onderaan staat.
- 3 Bereken de kwadraten van de gegeven zijden.
- 4 Bereken het kwadraat van de onbekende zijde.
- 5 Neem de wortel. Geef een exact antwoord.

Voorbeeld

Van $\triangle PQR$ is $\angle Q = 90^\circ$, $PR = 7$ en $QR = 3$.
Bereken de lengte van zijde PQ .

Oplossing

1



2

zijde	kwadraat
3 $QR = 3$	9
$PQ = \dots$	$\dots$
$PR = 7$	49 +

4 $PQ^2 = 49 - 9$

$PQ^2 = 40$

5 $PQ = \sqrt{40}$

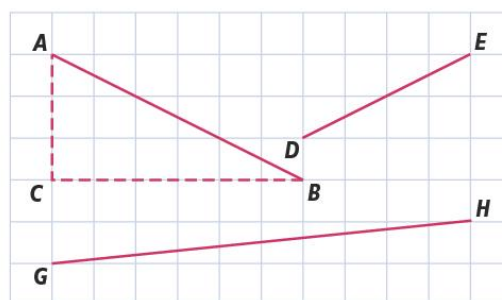
Ondersteunende route → maak opdracht 010

- 10** Bereken met de gegevens van de driehoeken hieronder de lengte van de onbekende zijde.

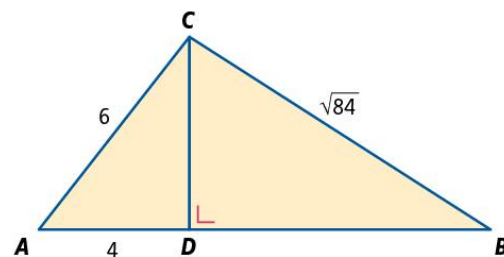
- $\triangle DEF$ met $\angle D = 90^\circ$, $DE = 20$ en $EF = 30$
- $\triangle GHI$ met $\angle G = 90^\circ$, $GH = 12$ en $GI = 5$
- $\triangle KLM$ met $\angle M = 90^\circ$, $KL = 6$ en $LM = \sqrt{12}$

- 11** Met de stelling van Pythagoras kun je de lengte berekenen van lijnstukken die schuin in een rooster staan.

- Met behulp van stippellijnen is bij lijnstuk AB een rechthoekige driehoek gemaakt. Bereken de lengte van lijnstuk AB .
- Bereken op dezelfde manier de lengte van lijnstuk DE en de lengte van lijnstuk GH .



- 12** Van $\triangle ABC$ is $\angle D = 90^\circ$, $AD = 4$, $AC = 6$ en $BC = \sqrt{84}$.
- a** Jan zegt: 'De lengte van lijnstuk CD is $\sqrt{20}$. Op één decimaal afgerond is dat 4,5.'
- Ga na dat Jan de lengte van lijnstuk CD juist berekent.
- b** Om de lengte van lijnstuk BD te berekenen, moet je de lengte van lijnstuk CD in een nieuw schema invullen.



Arnold	
zijde	kwadraat
$CD = \sqrt{20}$	20
$BD = \dots$	$\dots +$
$BC = \sqrt{84}$	$\dots$

Linda	
zijde	kwadraat
$CD = 4,5$	20,25
$BD = \dots$	$\dots +$
$BC = \sqrt{84}$	$\dots$

Arnold vult $\sqrt{20}$ in en krijgt als kwadraat $(\sqrt{20})^2 = 20$.

Linda vult 4,5 in en krijgt als kwadraat $4,5^2 = 20,25$.

Wie van de twee doet het goed? Waarom?

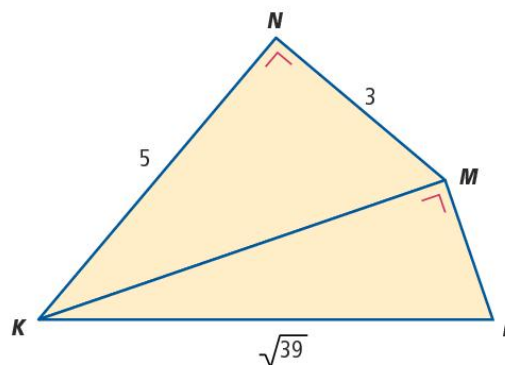
- c** Bereken de lengte van lijnstuk BD .

Bij opdracht 12 moet je eerst de lengte van lijnstuk CD berekenen voor je de lengte van lijnstuk BD kunt berekenen. In zo'n geval moet je doorrekenen met het exacte antwoord.

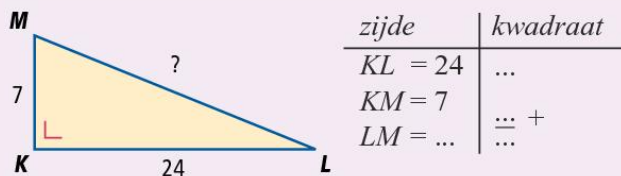
Ondersteunende route → maak opdracht 013

- 13** Van vierhoek $KLMN$ is $\angle M = 90^\circ$, $\angle N = 90^\circ$, $KL = \sqrt{39}$, $MN = 3$ en $KN = 5$.
Bereken de lengte van zijde LM .

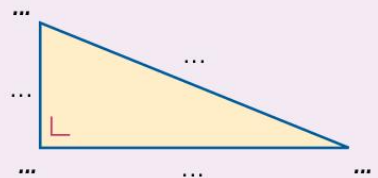
Uitdagende route → maak opdracht U2



Ondersteunende opdrachten



- 010**
- Van $\triangle KLM$ is $\angle K = 90^\circ$, $KL = 24$ en $KM = 7$. Vul het schema verder in en bereken de lengte van zijde LM .
 - Van $\triangle DEF$ $\angle D = 90^\circ$, $DF = 8$ en $EF = 20$. Zet de gegevens in de schets hiernaast erbij.
 - Bereken de lengte van de onbekende zijde. Gebruik een schema, zorg er voor dat de langste zijde onderaan staat.

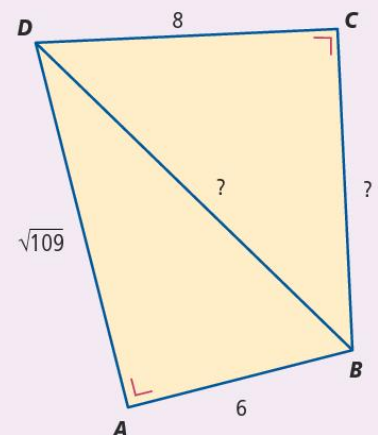


Bereken met de gegevens van de driehoeken hieronder de lengte van de onbekende zijde.

- Van $\triangle PQR$ is $\angle Q = 90^\circ$, $PQ = 9$ en $PR = 12$.
- Van $\triangle UVW$ is $\angle U = 90^\circ$, $UV = 11$ en $UW = \sqrt{104}$.

- 013** Van vierhoek $ABCD$ is $\angle A = 90^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 6$, $CD = 8$ en $AD = \sqrt{109}$. Om de lengte van zijde BC te kunnen berekenen, heb je de lengte van lijnstuk BD nodig.

- Bereken de lengte van lijnstuk BD .
- Waarom moet je om de lengte van zijde BC te berekenen de exacte lengte van lijnstuk BD gebruiken?
- Bereken de lengte van zijde BC .



Uitdagende opdrachten

- U2**
- De punten $K(-32, 45)$, $L(17, -63)$, $M(89, 31)$ en $N(23, 40)$ vormen vierhoek $KLMN$. Zoek uit welke zijde van deze vierhoek het langst is en welke zijde het kortst is.
 - Van $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, $A(6, 5)$ en $B(13, 5)$. Verder is $AC = \sqrt{130}$. Zoek uit welke coördinaten punt C heeft. Let op, er zijn twee mogelijkheden!

Je leert • hoe je de stelling van Pythagoras toepast

Leerroutes • ondersteunend: 14—15—16—017—18—019—20—21
 • doorlopend: 14—15—16—17—18—19—20—21
 • uitdagend: 15—17—18—19—20—21—U3—U4

In een Pools wiskundeboek stond de opdracht hiernaast. Hoewel je waarschijnlijk geen Pools spreekt, kun je de opdracht dankzij de tekening toch goed maken.

- Wat stond er boven de opdracht en wat werd er in de opdracht gevraagd?
- En welk antwoord hoort er bij de opdracht?

TWIERDZENIE PITAGORASA



16. Czy lustro o wymiarach 2,20 m x 2,20 m można przenieść przez drzwi o wymiarach 1 m x 2 m?



- 14** Een voetbalveld is 110 meter lang en 75 meter breed. Lionel wil de afstand weten van de ene hoekvlag naar de hoekvlag er schuin tegenover.
- a Laat met een berekening zien dat de afstand exact $\sqrt{17\,725}$ meter is.
 - b Lionel zegt: 'Nu weet ik nog niet wat de afstand is.' Wat bedoelt hij hiermee?
 - c Geef een benadering van de afstand in hele meters.
 - d Waarom is het niet zo zinvol het aantal meters af te ronden op drie decimalen?
- 15** Sam zet een ladder van 6 meter zo tegen de muur dat de onderkant 1,5 meter van de muur staat. Sam wil weten hoe hoog de bovenkant van de ladder tegen de muur staat.
- a Schets de rechthoekige driehoek die hierbij hoort en zet de gegevens erbij.
 - b Maak een schema en vul de bekende afmetingen in.
 - c Bereken de onbekende zijde.
 - d Waarom heeft het hier geen zin een exact antwoord te geven?
 - e Hoe hoog staat de bovenkant van de ladder tegen de muur? Rond het aantal meters af op één decimaal.



Aanpak**Hoe pas je de stelling van Pythagoras toe?**

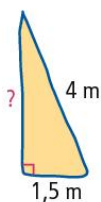
- 1 Zoek naar een rechthoekige driehoek, maak hiervan een schets en zet de gegevens erbij.
- 2 Maak een schema en vul de bekende afmetingen in.
- 3 Bereken de onbekende zijde. Rond je antwoord bij een opdracht met een context verstandig af.

Voorbeeld

Een ladder van 4 meter staat 1,5 meter van een muur af.
Hoe hoog komt de ladder?

Oplossing

1



2

zijde	kwadraat
1,5	2,25
?	...
4	16

$$16 - 2,25 = 13,75$$

$$3 \quad ? = \sqrt{13,75} \approx 3,7 \text{ meter}$$

De ladder komt ongeveer 3,7 meter hoog.

- 16 Hoe hoog komt de ladder uit het voorbeeld als de ladder niet 1,5 meter, maar 1,2 meter van de muur staat?

Ondersteunende route → maak opdracht 017

- 17 De grootte van een beeldscherm wordt aangegeven met de lengte van de diagonaal van het beeldscherm.
- a Trudie heeft een tv op haar slaapkamer met een beeldscherm van 71 cm breed en 40 cm hoog. Bereken de lengte van de diagonaal van haar beeldscherm.
 - b Van een tv is het beeldscherm 63 cm hoog en is de diagonaal 127 cm lang. Hoe breed is het beeldscherm van deze tv?

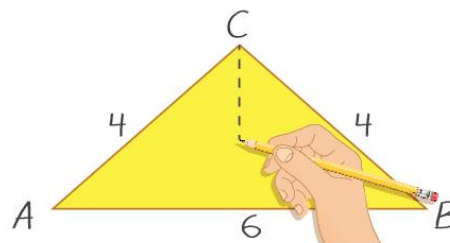
- 18** a Van een tablet is de lengte van de diagonaal 9 inch.
De tablet is 18,7 cm lang. Een inch is 2,54 cm.
Hoeveel cm is de breedte van deze tablet?
- b Een andere tablet is groter. Deze tablet is 24,3 cm lang
en 19,1 cm breed.
Bereken de lengte van de diagonaal van deze tablet in
inches nauwkeurig.



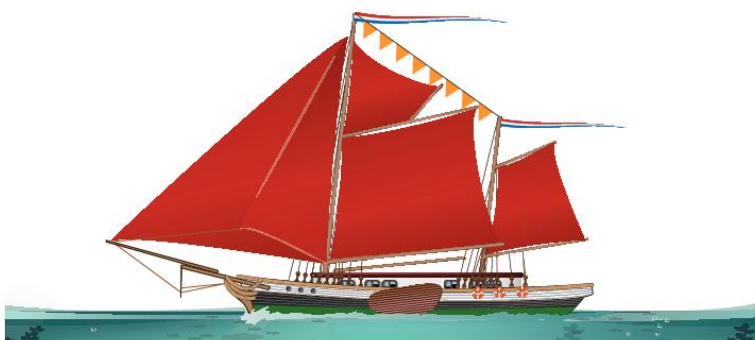
Ondersteunende route → maak opdracht 019

- 19** Jaap probeert een snel stromende rivier van 28 meter breed
over te zwemmen. Als hij aan de overkant is, merkt hij dat
het water hem 98 meter stroomafwaarts heeft meegevoerd.
- a Bereken hoeveel meter Jaap zwemmend heeft afgelegd.
- b Waarom is het niet zinvol het antwoord op vier
decimalen af te ronden?

- 20** Van $\triangle ABC$ is $AB = 6$, $AC = 4$ en $BC = 4$.
Alicia wil de afstand van punt C tot zijde AB berekenen.
Ze tekent daarvoor een lijnstuk vanuit punt C loodrecht
op zijde AB . Dit lijnstuk snijdt zijde AB in punt D .
- a Waarom tekent ze een lijnstuk loodrecht op zijde AB ?
- b Wat weet Alicia over de lengte van lijnstuk AD ?
- c Bereken de afstand van punt C tot zijde AB .



- 21** Van een platbodem is de voorste mast 16 meter hoog.
De achterste mast is 9,5 meter hoog. De masten staan
10 meter uit elkaar. Van de top van de voorste mast
wordt een vlaggenlijn strak gespannen naar de top
van de achterste mast.
Bereken de lengte van de vlaggenlijn.



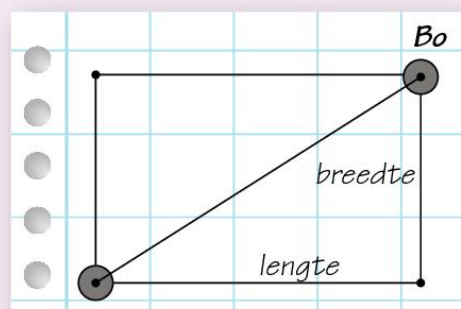
Uitdagende route → maak opdracht U3 en U4

Ondersteunende opdrachten

017

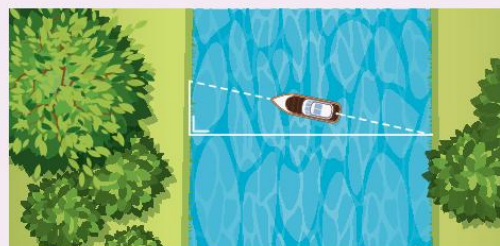
W

- a Op twee hoeken van een rechthoekig schoolplein staan lantaarnpalen schuin tegenover elkaar. De afstand tussen de lantaarnpalen is 25 meter en het schoolplein is 15 meter breed. Bo maak een schets van het schoolplein. Zet de maten in haar schets erbij en bereken de lengte van het schoolplein.
- b Een ander schoolplein is 21 meter bij 21 meter. Bereken de lengte van de diagonaal van dit schoolplein in centimeters nauwkeurig.

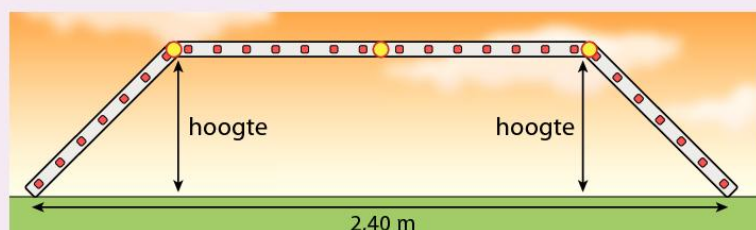


019

- Jesse heeft een op afstand bestuurbaar bootje waarmee hij een 4,5 meter breed beekje recht wil oversteken. Eenmaal aan de overkant blijkt dat de stroming het bootje 1 meter stroomafwaarts heeft meegevoerd.
- a Maak een schets bij deze situatie en zet de gegevens erbij.
- b Hoeveel meter heeft het bootje van Jesse afgelegd?



Uitdagende opdrachten

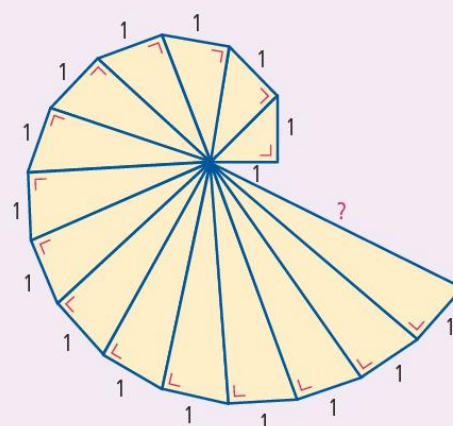


U3

- Een trap bestaat uit vier even lange delen die je op verschillende manieren kunt vastzetten. De totale lengte van de trap is 3,20 meter. Hoe hoog is de trap in deze stand?

U4

- Hiernaast is een soort slakkenhuis getekend. Het is opgebouwd uit 15 rechthoekige driehoeken waarvan telkens één rechthoekszijde 1 lang is. Bereken de lengte van de zijde waar een vraagteken bij staat.

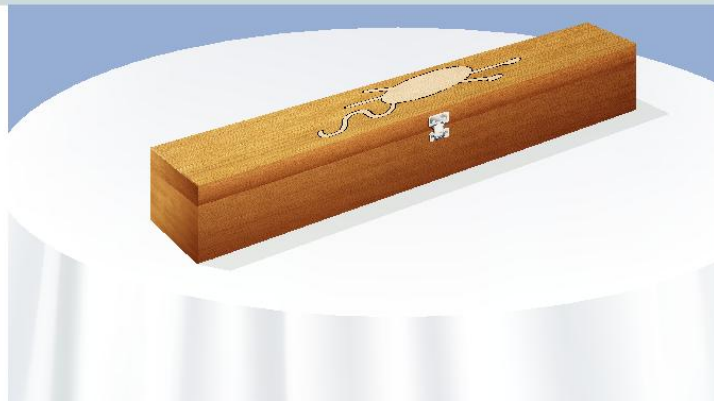


Je leert • hoe je de lengte van een lijnstuk in een ruimtefiguur berekent

Leerroutes • ondersteunend: 22—23—24—025—25—26
 • doorlopend: 22—23—24—25—26—27
 • uitdagend: 22—23—24—25—27—U5

Een breinaaldenkist is van binnen 35 cm lang, 12 cm breed en 12 cm hoog. Ebell zegt dat er een breinaald met een lengte van hoogstens 35 cm in de kist past waarna de deksel er nog op kan. Volgens Rick past er wel een breinaald van 37 cm in de kist. Volgens Kera past er zelfs een breinaald met een nog grotere lengte in.

• Wie heeft er gelijk? Waarom?



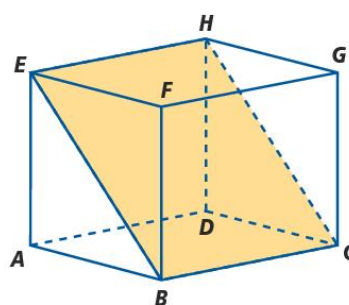
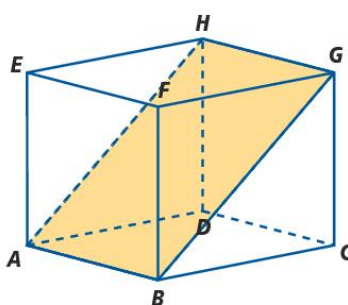
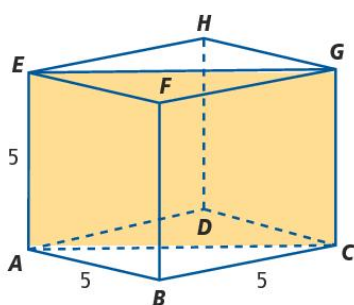
22 Een kist is 120 cm lang, 50 cm breed en 40 cm hoog.

In de kist zit een tussenschot.

- Welke vorm heeft het tussenschot?
- Maak een schets van het bovenaanzicht van de kist en zet de gegevens erbij.
- Bereken de lengte van het tussenschot.

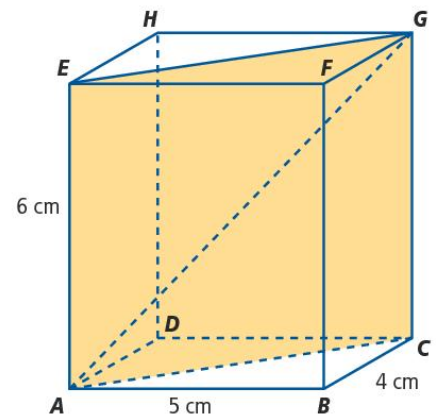


Om in een kubus of in een balk de lengte van een lijnstuk te kunnen berekenen, teken je een hulpvlak in de vorm van een rechthoek. Van een kubus of een balk schrijf je eerst de hoekpunten van het grondvlak op, dan een punt en daarna de hoekpunten van het bovenvlak, bijvoorbeeld $ABCD.EFGH$.



23 In de kubus $ABCD.EFGH$ zijn de rechthoeken $ACGE$, $ABGH$ en $BCHE$ getekend. Laat met een berekening zien dat de rechthoeken $ACGE$, $ABGH$ en $BCHE$ even groot zijn.

- 24** Van de balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 5$ cm, $BC = 4$ cm en $AE = 6$ cm. Je gaat de lengte van lijnstuk AG berekenen. Lijnstuk AG ligt in hulpvlak $ACGE$.
- Welke vorm heeft hulpvlak $ACGE$?
 - Maak een schets van hulpvlak $ACGE$. Zet de letters en de bekende afmetingen erbij.
 - Om de lengte van lijnstuk AG te kunnen berekenen, moet je eerst de lengte van lijnstuk AC berekenen. Bereken de lengte van lijnstuk AC . Geef een exact antwoord.
 - Bereken de lengte van lijnstuk AG .



Aanpak

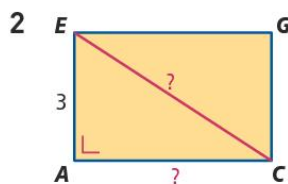
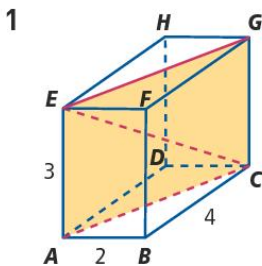
Hoe bereken je de lengte van een lijnstuk in een ruimtefiguur?

- 1 Zoek een hulpvlak waarin het lijnstuk ligt.
- 2 Maak een schets van dit hulpvlak en zet de letters en de bekende afmetingen erbij.
- 3 Kijk of je de lengte van het gevraagde lijnstuk al kunt berekenen. Soms moet je eerst de lengte van een ander lijnstuk berekenen.
- 4 Bereken de lengte van het gevraagde lijnstuk. Gebruik bij het doorrekenen altijd exacte tussenantwoorden.

Voorbeeld

Bereken in de balk hoe lang lijnstuk CE is.

Oplossing



- 3 Eerst AC berekenen.

zijde	kwadraat
$AB = 2$	4
$BC = 4$	16
$AC = \dots$	20

Dus $AC = \sqrt{20}$.

- 4 Dan CE berekenen.

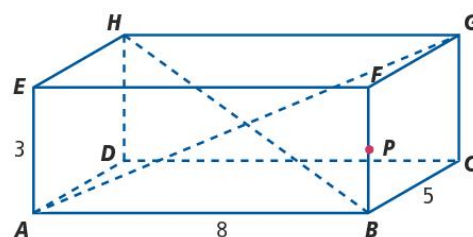
zijde	kwadraat
$AC = \sqrt{20}$	20
$AE = 3$	9
$CE = \dots$	29

Dus $CE = \sqrt{29}$.

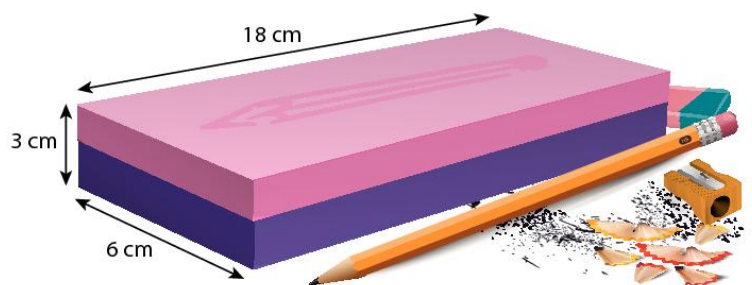
Ondersteunende route → maak opdracht 025

25 Van de balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 8$, $BC = 5$ en $AE = 3$.

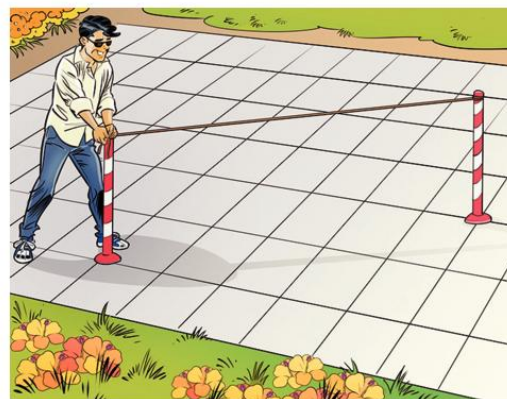
- In welk hulpvlak ligt lijnstuk BH ?
- Bereken de lengte van lijnstuk BH .
- Leg uit waarom lijnstuk AG en lijnstuk BH even lang zijn.
- Punt P is het midden van ribbe BF . Bereken de lengte van lijnstuk DP .



26 In de tekening zie je een doosje met de binnenmaten.

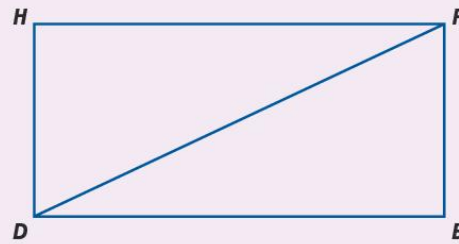
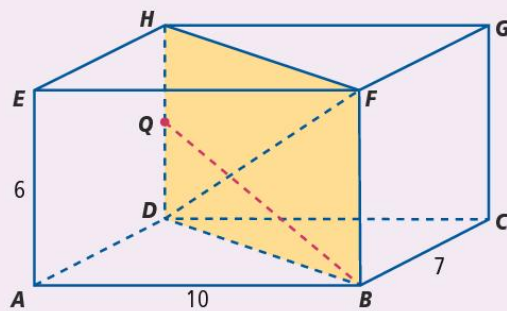


- Laat met een berekening zien dat een potlood van 19 cm niet op de bodem van het doosje past.
 - Laat met een berekening zien dat de deksel nog op het doosje kan als het potlood in het doosje zit.
 - Bereken de maximale lengte van een potlood dat in het doosje past als de deksel er nog op kan.
- 27 Job spant een touw tussen twee paaltjes. Het touw hangt horizontaal. De tegels van het terras zijn 50 cm bij 50 cm.
- Teken op schaal 1 : 50 een bovenaanzicht van het terras.
 - Laat met een berekening zien dat de lengte van het touw ongeveer 269,3 cm is.
 - Job zegt dat hij 269 cm touw nodig heeft. Waarom is dit niet genoeg? Hoeveel cm heeft hij nodig?
 - Job spant een ander touw van de bovenkant van het linker paaltje naar de onderkant van het rechter paaltje. Beide paaltjes zijn 70 cm hoog. Hoeveel cm moet dat touw minstens zijn?



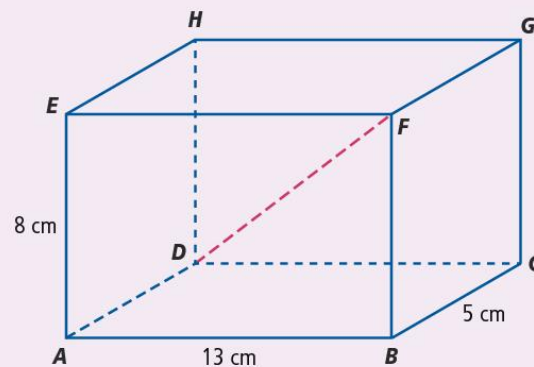
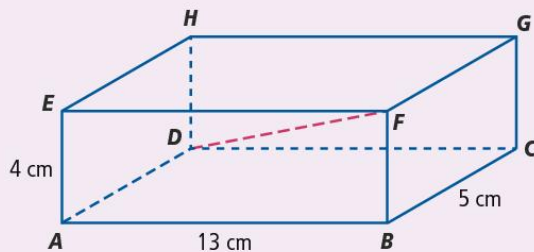
Uitdagende route → maak opdracht U5

Ondersteunende opdrachten



- 025** Van de balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 10$, $BC = 7$ en $AE = 6$.
- Lijnstuk BD ligt in het grondvlak. Bereken de lengte van lijnstuk BD .
 - Lijnstuk DF ligt in hulpvlak $DBFH$. Zet in de schets van hulpvlak $DBFH$ de bekende afmetingen erbij.
 - Bereken de lengte van lijnstuk DF .
 - Lijnstuk BH is net zo lang als lijnstuk DF . Noem nog een lijnstuk dat dezelfde lengte heeft als lijnstuk DF .
 - Punt Q is het midden van ribbe DH . Bereken de lengte van lijnstuk BQ .

Uitdagende opdrachten



- U5** Rudy heeft een balk met een lengte van 13 cm, een breedte van 5 cm en hoogte van 4 cm. Hij heeft ook een tweede balk met dezelfde lengte en breedte, maar deze balk is twee keer zo hoog.
- Hoeveel keer zo lang is de lengte van lijnstuk DF in de tweede balk vergeleken met de lengte van lijnstuk DF in de eerste balk?
 - En hoe zit dat als de tweede balk niet alleen twee keer zo hoog, maar ook twee keer zo breed is?

Je leert • hoe je de hoogte van een piramide berekent

Leerroutes • ondersteunend: 28—29—30—031—32—33
 • doorlopend: 28—29—30—31—32—33
 • uitdagend: 28—29—31—33—U6—U7

Voor het museum het Louvre in Parijs staat een grote glazen piramide. Het vierkante grondvlak is 35 meter bij 35 meter en de opstaande ribben zijn ook 35 meter lang.

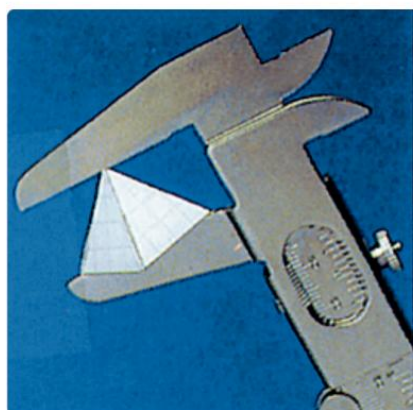
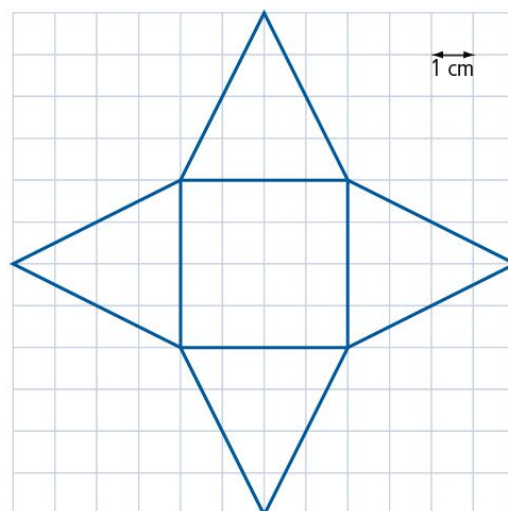
- Hoe hoog denk je dat de glazen piramide ongeveer is?



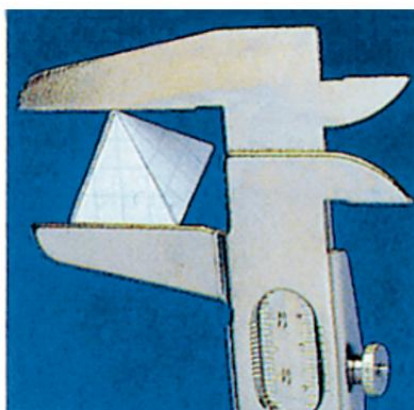
28 Op het roosterpapier is een uitslag voor een piramide getekend.

W

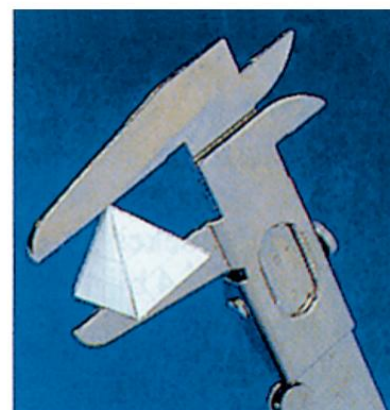
- In het midden van de uitslag zit een vierkant. Welke bijzondere vorm hebben de driehoeken in de uitslag?
- Knip de uitslag uit en vouw de piramide in elkaar. Plak de grensvlakken niet aan elkaar vast, want je moet dezelfde uitslag straks nog een keer gebruiken.
- Sylvia, Jamil en Isa verschillen van mening over hoe hoog de piramide is. Hieronder zie je hoe ze dat met een schuifmaat meten. Wie doet het goed?
- Meet hoe hoog jouw piramide is. Bedenk zelf een goede manier om dat te doen.



Sylvia

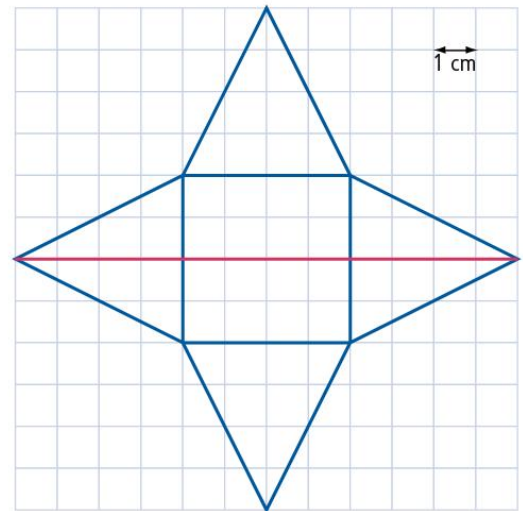


Jamil



Isa

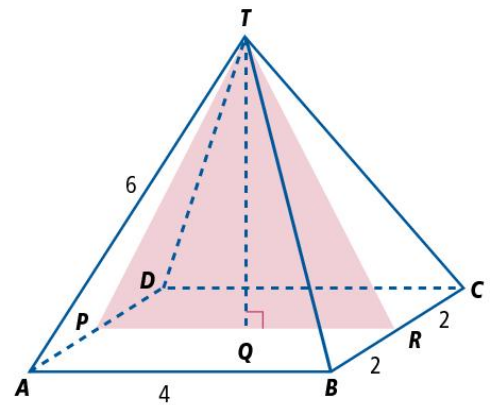
- 29**
- Vouw de piramide van opdracht 28 weer open en teken op de uitslag een rode lijn zoals je hiernaast ziet. Vouw daarna de piramide weer in elkaar, met de rode lijn aan de buitenkant.
 - Je ziet nu drie rode lijnen aan de buitenkant van de piramide. Deze vormen precies de zijden van een driehoek.
Wat voor een soort driehoek is dit?
 - Teken deze driehoek op ware grootte.
 - Teken in deze driehoek het lijnstuk dat aangeeft hoe hoog de piramide is.
 - Bereken de lengte van dit lijnstuk.
 - Meet in deze driehoek de lengte van hetzelfde lijnstuk.
 - Krijg je dezelfde antwoorden bij opdracht 28d en opdracht 29e en opdracht 29f?



Theorie

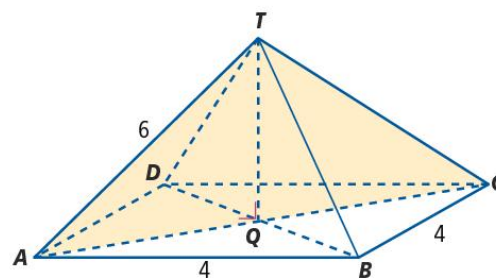
De **hoogte van een piramide** is de afstand van de top tot het grondvlak. In de piramide hiernaast is dat lijnstuk TQ . Van een piramide schrijf je eerst de top op, dan een punt en daarna het grondvlak, bijvoorbeeld $T.ABCD$.

- 30**
- De piramide $T.ABCD$ heeft een vierkant grondvlak met ribben 4. De opstaande ribben zijn 6. Punt P is het midden van ribbe AD en punt R is het midden van ribbe BC .
- Maak een schets van hulpvlak TPR en zet de letters en de bekende afmetingen erbij.
 - Om de hoogte TQ in $\triangle TPR$ te kunnen berekenen, moet je er eerst achter komen hoe lang lijnstuk RT is. In welk grensvlak ligt lijnstuk RT ?
 - Maak een schets van dit grensvlak en zet de letters en de bekende afmetingen erbij.
 - Bereken de lengte van lijnstuk RT .
 - Bereken de hoogte van de piramide.

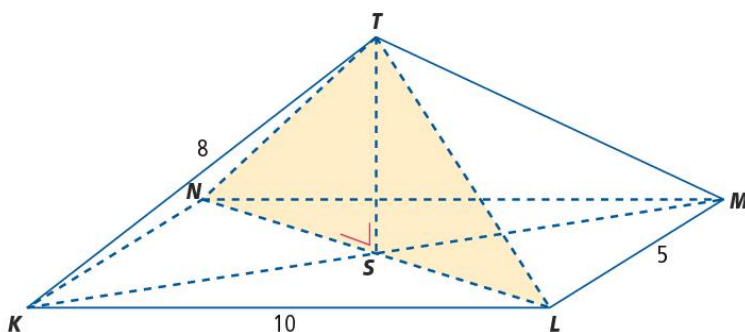


Ondersteunende route → maak opdracht 031

- 31** De piramide $T.ABCD$ heeft een vierkant grondvlak met ribben 4. De opstaande ribben zijn 6.
- Bereken de lengte van lijnstuk AC .
 - Hoe lang is lijnstuk AQ ?
 - Maak een schets van hulpvlak ACT en zet de letters en de bekende afmetingen erbij.
 - Bereken de hoogte TQ van de piramide.

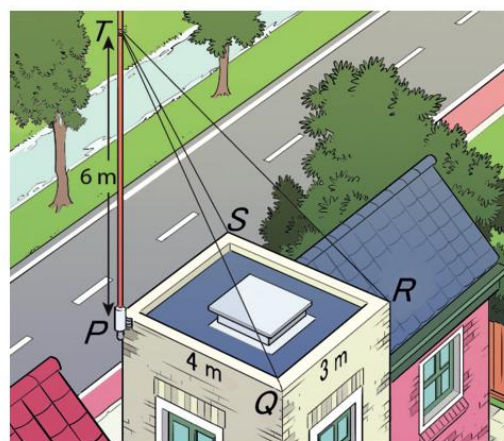


- 32** Van de piramide $T.KLMN$ is $KL = 10$, $LM = 5$ en de opstaande ribben zijn 8. Het grondvlak is een rechthoek.



Tim wil de hoogte van de piramide berekenen. Hij ziet dat de hoogte ST in hulpvlak LNT ligt en loodrecht op het grondvlak staat.

- Maak een schets van hulpvlak LNT en zet de letters en de bekende afmetingen erbij.
 - Van welk lijnstuk moet hij eerst nog de lengte berekenen voordat hij de hoogte van de piramide kan berekenen?
 - Bereken de lengte van dat lijnstuk.
 - Bereken de hoogte van de piramide.
- 33** Een huis heeft een plat dak in de vorm van een rechthoek van 4 meter bij 3 meter. In één van de hoekpunten heeft Roos een mast met een antenne geplaatst. Vanaf een punt dat 6 meter boven het dak ligt, is deze mast door kabels met drie andere hoekpunten van het dak verbonden.
- Had Roos aan 21 meter kabel voldoende?
 - Hoeveel meter is de afstand van punt T naar het midden van het dak?



Uitdagende route → maak opdracht U6 en U7

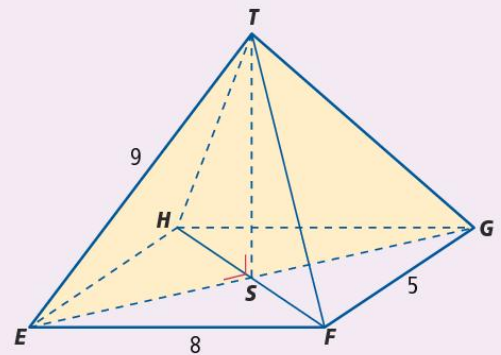
Ondersteunende opdrachten

031

W

De piramide $T.EFGH$ heeft een rechthoekig grondvlak met $EF = 8$ en $FG = 5$. De opstaande ribben zijn 9. Lijnstuk TS is de hoogte van deze piramide. Jill gaat de hoogte van de piramide berekenen.

- Om de lengte van lijnstuk TS te kunnen berekenen, moet je eerst uitrekenen hoe lang lijnstuk EG is. Lijnstuk EG ligt in het grondvlak. Welke vorm heeft het grondvlak?
- Maak een schets van het grondvlak en zet de letters en de bekende afmetingen erbij.
- Ga met een berekening na dat de lengte van lijnstuk EG gelijk is aan $\sqrt{89}$.
- Lijnstuk TS ligt in hulpvlak EGT . Jill maakt een schets van dit hulpvlak. Zet de bekende afmetingen in haar schets erbij.



Jill

zijde	kwadraat
$ES = \frac{1}{2}\sqrt{89}$	22,25
$TS = \dots$	$\dots +$
$ET = \dots$	$\dots$

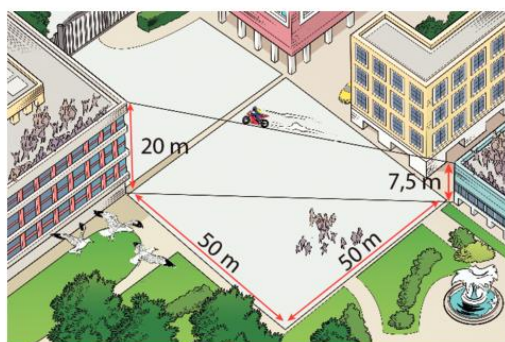
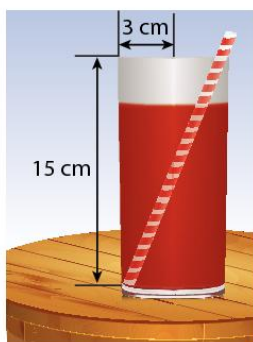
- Waarom is de lengte van lijnstuk ES gelijk aan $\frac{1}{2}\sqrt{89}$?
- Ga na dat het kwadraat van $\frac{1}{2}\sqrt{89}$ gelijk is aan 22,25.
- Vul het schema verder in en bereken de hoogte TS van de piramide.

Uitdagende opdrachten

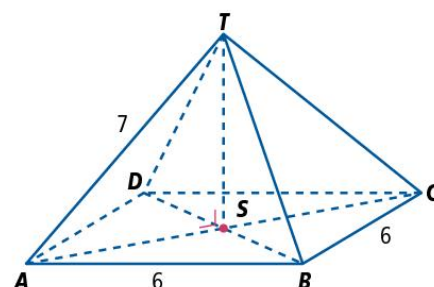
- U6** Van de piramide $T.KLMN$ is het grondvlak een rechthoek met $KL = 6$ en $LM = 4$. De top T van de piramide ligt midden boven het grondvlak en de opstaande ribben zijn 6. Gebruik hulpvlak LTN om de hoogte van de piramide te berekenen.

- U7** De piramide $T.ABCD$ heeft een vierkant grondvlak met een oppervlakte van 50. De hoogte van de piramide is 10 en de opstaande ribben zijn even lang.
- Bereken de lengte van ribbe AT .
 - Bereken de afstand van punt T tot het midden van ribbe BC .

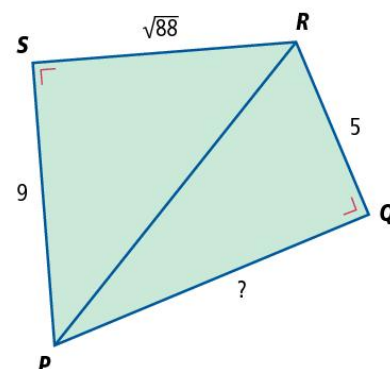
- 34** Francien heeft een glas gevuld met limonade. Het glas heeft de vorm van een cilinder. De bodem heeft een straal van 3 cm en de hoogte van het glas is 15 cm. Ze wil de limonade met een rietje gaan drinken.
- Francien pakt een rietje dat precies 15 cm lang is.
Leg uit waarom dat niet handig is.
 - Francien pakt een ander rietje en zet dat diagonaal in het glas. Het rietje steekt 2 cm uit.
Bereken de lengte van dat rietje.



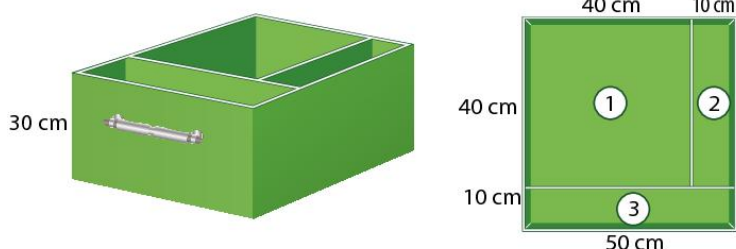
- 35** Een stuntrijder wil op zijn motor over een kabel van het dak van een gebouw van 7,5 meter hoog naar het dak van een ander gebouw rijden dat 20 meter hoog is. Beide gebouwen staan tegenover elkaar aan een vierkant plein van 50 meter bij 50 meter.
- Bereken de lengte van de diagonaal van het plein.
 - Bereken de lengte van de kabel.
- 36**
- In een cilindervormige ton past precies een kubus met ribben van 62 cm.
Bereken de straal van de bovenkant van de ton.
 - In een andere cilindervormige ton past precies een balk met een lengte van 50 cm, een breedte van 20 cm en een hoogte van 60 cm. De ton heeft een hoogte van 60 cm.
Hoeveel cm is de straal van de bovenkant van die ton?
- 37** Een piramide heeft een vierkant grondvlak met zijde 6. De opstaande ribben hebben allemaal lengte 7.
- Maak een schets van hulpvlak ACT en zet de letters en de bekende afmetingen erbij.
 - Bereken de lengte van lijnstuk AC .
 - Welk lijnstuk is de hoogte van de piramide?
 - Bereken de hoogte van de piramide.



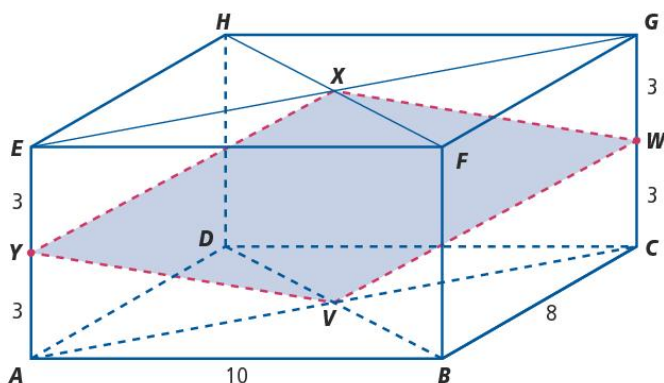
- 38** Van vierhoek $PQRS$ is $\angle Q = 90^\circ$, $\angle S = 90^\circ$, $QR = 5$, $RS = \sqrt{88}$ en $PS = 9$.
Bereken de lengte van zijde PQ .



- 39** Een keukenlade is 30 cm hoog en opgedeeld in drie rechthoekige vakken.



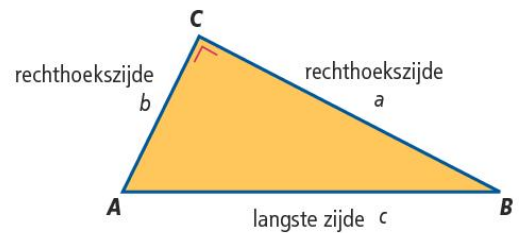
- Past een snijplank van 55 cm bij 25 cm in vak 1?
 - Past deze snijplank in vak 2?
 - En past deze snijplank in vak 3?
- 40** Van de balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 10$, $BC = 8$ en $AE = 6$.
- Bereken de lengte van lijnstuk VW .
 - Bereken de omtrek van de blauwe vierhoek. Rond je antwoord af op één decimaal.



Theorie

Rechthoekszijden en stelling van Pythagoras

Van de rechthoekige driehoek ABC heten de zijden a en b , die de benen zijn van de rechte hoek, de rechthoekszijden. Zijde c is de langste zijde en die ligt tegenover de rechte hoek. In de rechthoekige driehoek geldt volgens de stelling van Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$.



- S1
- Welke zijden van $\triangle KLM$ zijn de rechthoekszijden?
 - En welke zijde is de langste zijde?
 - Noem de langste zijde k en de rechthoekszijden l en m . Hoe luidt de stelling van Pythagoras dan in deze driehoek? Gebruik de letters k , l en m .



Vaardigheid

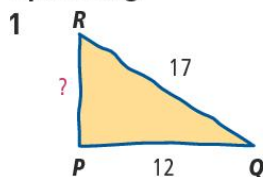
Je kunt de lengte van een zijde in een rechthoekige driehoek berekenen.

- Maak een schets van de driehoek en zet de gegevens erbij.
- Zet de bekende afmetingen in een schema. Zorg er voor dat de langste zijde altijd onderaan staat.
- Bereken de kwadraten van de gegeven zijden.
- Bereken het kwadraat van de onbekende zijde.
- Neem de wortel. Geef een exact antwoord.

Voorbeeld

Van $\triangle PQR$ is $\angle P = 90^\circ$, $PQ = 12$ en $QR = 17$.
Bereken de lengte van zijde PR .

Oplossing



2	zijde	kwadraat
3	$PQ = 12$	144
	$PR = \dots$	$\dots$
	$QR = 17$	289 +

$$4 \quad PR^2 = 289 - 144$$

$$PR^2 = 145$$

$$5 \quad PR = \sqrt{145}$$

S2 Bereken met de gegevens van de driehoeken hieronder de lengte van de onbekende zijde.

a $\triangle ABC$ met $\angle B = 90^\circ$, $AB = 12$ en $BC = 5$

b $\triangle DEF$ met $\angle D = 90^\circ$, $DE = 7$ en $EF = 41$

c $\triangle GHI$ met $\angle I = 90^\circ$, $GI = \sqrt{28}$ en $HI = 7$

Vaardigheid

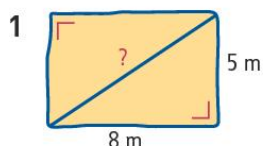
Je kunt de stelling van Pythagoras toepassen.

- 1** Zoek een rechthoekige driehoek, maak hiervan een schets en zet de gegevens erbij.
- 2** Maak een schema en vul de bekende afmetingen in.
- 3** Bereken de onbekende zijde. Rond je antwoord bij een opdracht met een context verstandig af.

Voorbeeld

Boven een rechthoekig terras van 8 meter bij 5 meter wordt een kabel gespannen. Bereken hoe lang de kabel is.

Oplossing



2

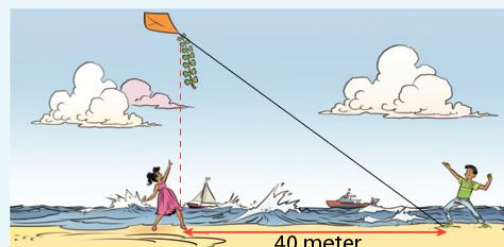
zijde	kwadraat
8	64
5	25
?	...

+ $64 + 25 = 89$

3 $? = \sqrt{89} \approx 9,4$ meter
De kabel is ongeveer 9,4 meter lang.

S3 Jesco en Renee zijn aan het vliegeren. Ze gebruiken een touw van 60 meter lengte. Renee wil weten hoe hoog de vlieger staat. Ze gaat daarom recht onder de vlieger staan. De afstand tussen Jesco en haar is dan 40 meter.

- a** Bereken hoe hoog de vlieger staat.
- b** Sahar staat midden tussen Jesco en Renee in. Hoe ver is de afstand van Sahar tot de vlieger?



Vaardigheid

Je kunt de lengte van een lijnstuk in een ruimtefiguur berekenen.

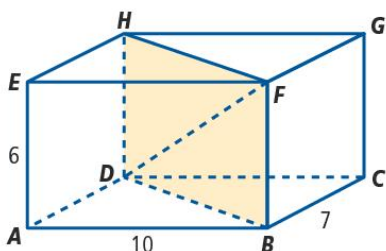
- 1 Zoek een hulpvlak waarin het lijnstuk ligt.
- 2 Maak een schets van dit hulpvlak en zet de letters en de bekende afmetingen erbij.
- 3 Kijk of je de lengte van het gevraagde lijnstuk al kunt berekenen. Soms moet je eerst de lengte van een ander lijnstuk berekenen.
- 4 Bereken de lengte van het gevraagde lijnstuk. Gebruik bij het doorrekenen altijd exacte tussenantwoorden.

Voorbeeld

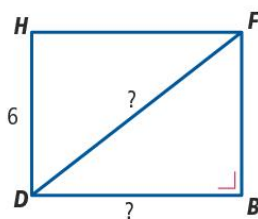
Bereken in de balk hoe lang lijnstuk DF is.

Oplossing

1



2



3 Eerst BD berekenen.

zijde	kwadraat
$AB = 10$	100
$AD = 7$	49
$BD = \dots$	149^+

Dus $BD = \sqrt{149}$.

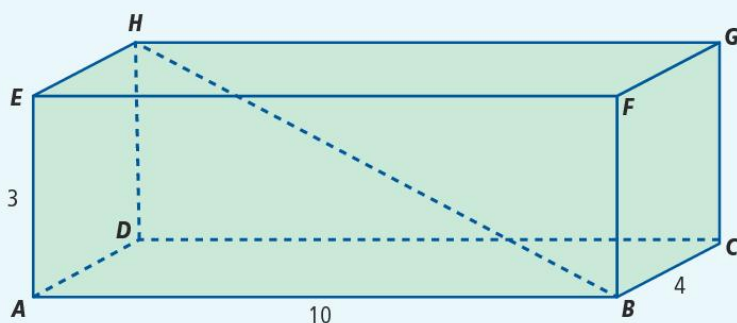
4 Dan DF berekenen.

zijde	kwadraat
$BD = \sqrt{149}$	149
$BF = 6$	36
$DF = \dots$	185^+

Dus $DF = \sqrt{185}$.

S4 Van de balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 10$, $BC = 4$, en $AE = 3$.

- a Bereken de lengte van lijnstuk BH .
- b Noem twee lijnstukken met dezelfde lengte als lijnstuk BH .



Vaardigheid**Je kunt de hoogte van een piramide berekenen.**

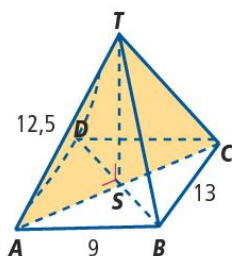
De hoogte van een piramide is de afstand van de top tot het grondvlak.

Voorbeeld

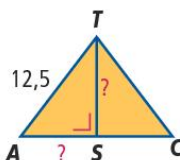
Bereken de hoogte van de piramide.

Oplossing

1



2



3 Eerst AC berekenen.

zijde	kwadraat
$AB = 9$	81
$BC = 13$	169
$AC = \dots$	$\frac{250}{+}$

Dus $AC = \sqrt{250}$.

Omdat $AC = \sqrt{250}$, is
 $AS = \frac{1}{2} \sqrt{250}$.

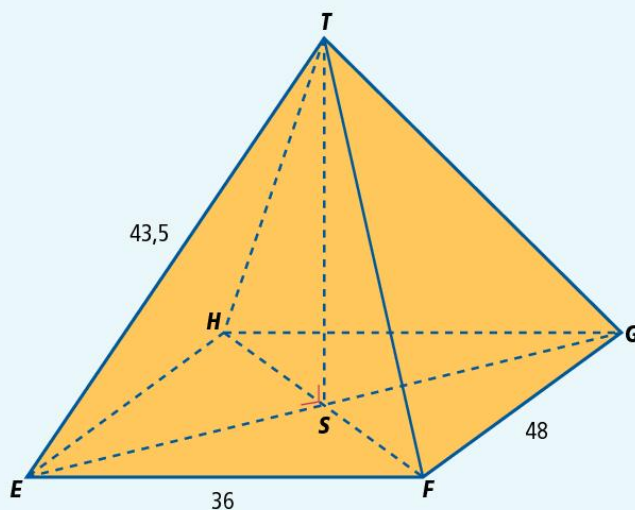
4 Dan de hoogte van de piramide berekenen.

zijde	kwadraat
$AS = \frac{1}{2} \sqrt{250}$	62,5
$ST = \dots$	93,75
$AT = 12,5$	156,25 +

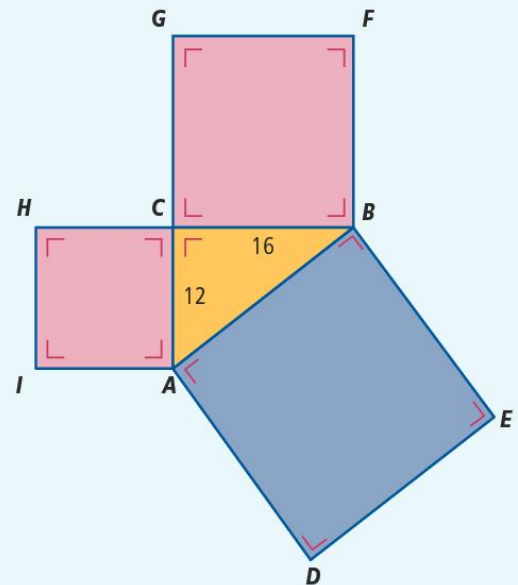
De hoogte van de
 piramide is $\sqrt{93,75}$.

S5 Van de piramide $T.EFGH$ is $EF = 36$, $FG = 48$ en alle opstaande ribben zijn 43,5 lang.

- a** Welk lijnstuk is de hoogte van piramide $T.EFGH$?
b Bereken de hoogte van de piramide $T.EFGH$.



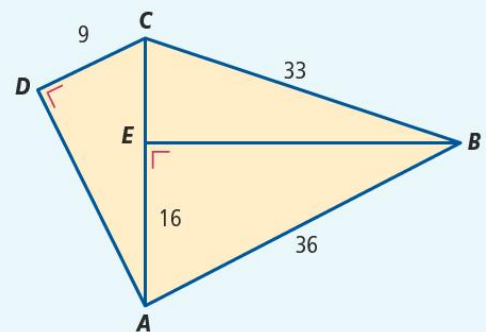
- T1** Van de rechthoekige driehoek ABC is $AC = 12$ en $BC = 16$. Op iedere zijde van de driehoek is een vierkant getekend.
- Welke zijden zijn de rechthoekszijden van $\triangle ABC$?
 - En welke zijde is de langste zijde?
 - Bereken de oppervlakte van vierkant $IACH$ en de oppervlakte van vierkant $CBFG$.
 - Bereken met de antwoorden van opdracht c de oppervlakte van vierkant $ADEB$.
 - Bereken de lengte van zijde AB .

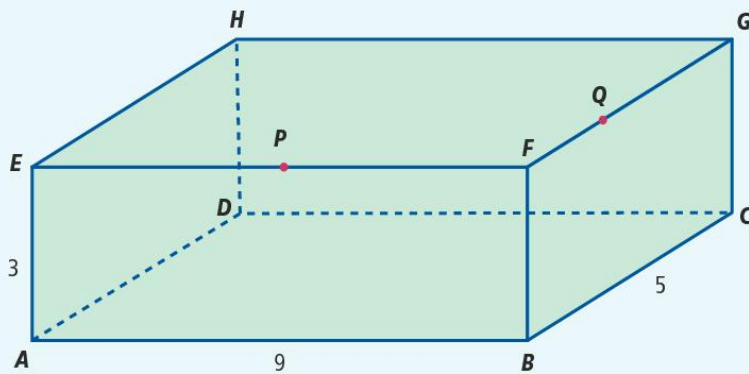


- T2** Bereken met de gegevens van de driehoeken hieronder de lengte van de onbekende zijde.
- $\triangle XYZ$ met $\angle Y = 90^\circ$, $XY = 8$ en $YZ = 4$
 - $\triangle DEF$ met $\angle D = 90^\circ$, $DE = 15$ en $EF = 25$
 - $\triangle KLM$ met $\angle K = 90^\circ$, $KL = \sqrt{200}$ en $LM = 15$

- T3** Een schip vaart 77 mijl naar het noorden. De kapitein ontdekt dan dat de koers verkeerd is en gaat verder in de richting van het oosten. Na 36 mijl naar het oosten te zijn gevaren, gaat het schip weer verder in de juiste richting. Hoeveel mijl heeft het schip te veel gevaren?

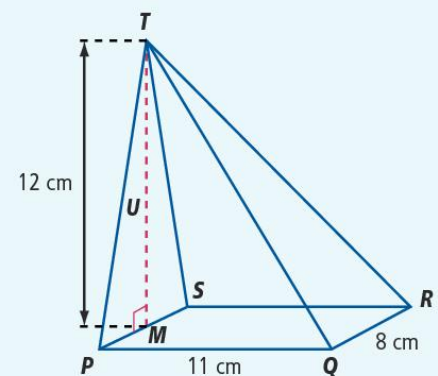
- T4** Van vierhoek $ABCD$ is $\angle D = 90^\circ$, $\angle E = 90^\circ$, $AB = 36$, $BC = 33$, $DC = 9$ en $AE = 16$.
- Bereken de lengte van lijnstuk BE .
 - Hoe lang is lijnstuk CE ?
 - Bereken de omtrek van vierhoek $ABCD$. Rond je antwoord af op één decimaal.





- T5** Van de balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 9$, $BC = 5$ en $AE = 3$.
- Bereken de lengte van lijnstuk CE .
 - Noem nog twee lijnstukken met dezelfde lengte als lijnstuk CE .
 - Punt P is het midden van ribbe EF .
Hoe lang is lijnstuk DP ?
 - Punt Q ligt op ribbe FG , waarbij $FQ = 2$.
Bereken de lengte van lijnstuk DQ .

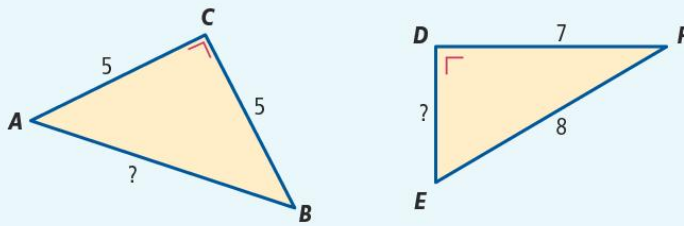
- T6** Zoltan wil een draadmodel van een piramide maken. Het grondvlak $PQRS$ moet een rechthoek van 11 cm bij 8 cm worden. De top T komt 12 cm boven het midden M van zijde PS te liggen. Zoltan heeft 1 meter ijzerdraad.
- Bereken de lengten van de ribben TP , TQ , TR en TS .
 - Heeft Zoltan aan 1 meter ijzerdraad voldoende?
 - Punt U ligt midden tussen de punten T en M .
Bereken hoeveel cm de lengte van lijnstuk RU is.



- T7** Een vlaggenmast wordt door vier touwen overeind gehouden. De vier touwen zitten op een hoogte van 480 cm aan de vlaggenmast vast. Alle vier de paaltjes waarmee de touwen vast zitten aan de grond staan even ver van de vlaggenmast af. Er is in totaal 32 meter touw gebruikt. Bereken hoe ver de paaltjes van de vlaggenmast af staan.

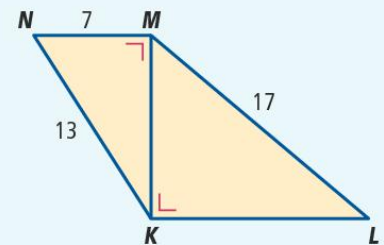


Je kunt de lengte van een zijde in een rechthoekige driehoek berekenen.



- E1 Bereken de lengte van de zijden AB en DE .
- E2 Bereken met de gegevens van de driehoeken hieronder de lengte van de onbekende zijde.
- a $\triangle PQR$ met $\angle P = 90^\circ$, $QR = 11$ en $PQ = 9$
- b $\triangle KLM$ met $\angle L = 90^\circ$, $KL = \sqrt{52}$ en $KM = 10$

- E3 Van vierhoek $KLMN$ is $KN = 13$, $LM = 17$ en $MN = 7$. Verder staat lijnstuk KM loodrecht op de zijden KL en MN .
- a Ga met een berekening na dat de lengte van lijnstuk KM , afgerond op twee decimalen, gelijk is aan 10,95.
- b Bereken de omtrek van vierhoek $KLMN$.



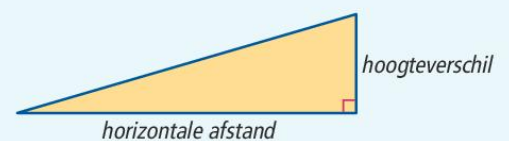
Je kunt de stelling van Pythagoras toepassen.

- E4 Bij een verhuizing moet een rechthoekig tafelblad van 120 cm bij 240 cm door een rechthoekig raam van 75 cm bij 100 cm worden gehesen. Past het tafelblad door het raam? Licht je antwoord toe met een berekening.

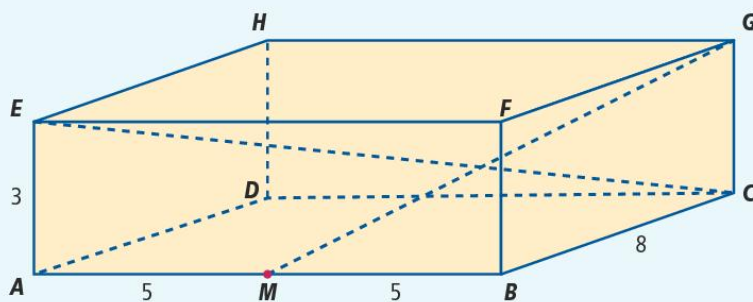
- E5 Zwemparadijs AquaFun heeft twee rechte glijbanen. In de tabel staan van de glijbanen enkele gegevens.

	<i>glijbaan 1</i>	<i>glijbaan 2</i>
<i>hoogteverschil</i> in meters	1,5	...
<i>horizontale afstand</i> in meters	4,5	5,5
<i>lengte</i> in meters	...	6,2

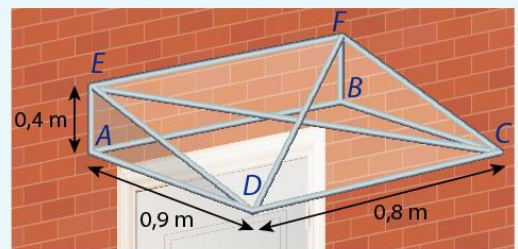
- a Maak een schema bij glijbaan 1, vul de bekende afmetingen in en bereken de lengte van glijbaan 1.
- b Welk hoogteverschil hoort er bij glijbaan 2?



Je kunt de lengte van een lijnstuk in een ruimtefiguur berekenen.

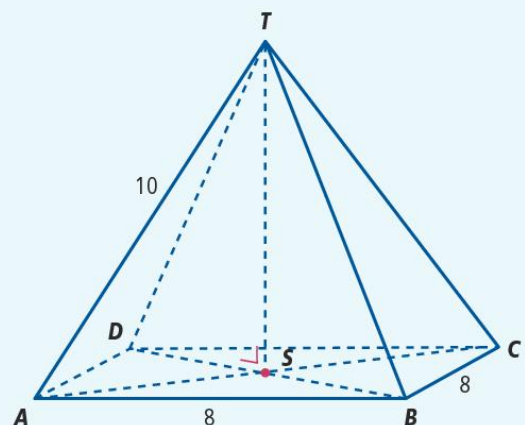


- E6** Van balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 10$, $BC = 8$ en $AE = 3$. Punt M is het midden van ribbe AB .
- Lijnstuk CE ligt in hulpvlak $ACGE$.
Maak een schets van dit hulpvlak en zet de letters en de bekende afmetingen erbij.
 - Bereken de lengte van lijnstuk CE .
 - Noem nog twee lijnstukken die even lang zijn als lijnstuk CE .
 - Hoe lang is lijnstuk GM ?
- E7** Boven een deur wordt een afdakje van metalen staven gemaakt.
- Bereken de lengte van staaf DE .
 - Hoe lang is staaf DF ?
 - Is de totale lengte van de metalen staven meer of minder dan 10 meter?



Je kunt de hoogte van een piramide berekenen.

- E8** Piramide $T.ABCD$ heeft een vierkant grondvlak met $AB = 8$. Verder is $AT = 10$ en staat lijnstuk ST loodrecht op het grondvlak.
- Welk lijnstuk is de hoogte van de piramide?
 - Welk hulpvlak kun je gebruiken om de hoogte van de piramide te berekenen?
 - Maak een schets van dit hulpvlak en zet de letters en de bekende afmetingen erbij.
 - Bereken de hoogte van de piramide.

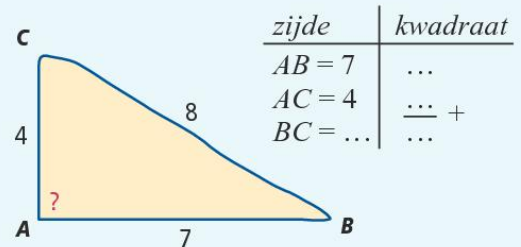


Je leert

- wat een scherphoekige driehoek en een stomphoekige driehoek is
- hoe je onderzoekt of een driehoek rechthoekig, scherphoekig of stomphoekig is

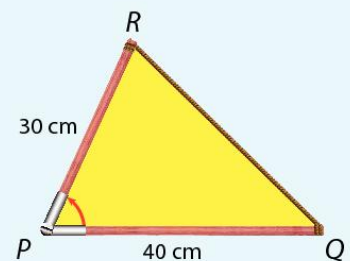
Deze paragraaf bereidt voor op klas 3 wvo.

- Van $\triangle ABC$ is $AB = 7$, $BC = 8$ en $AC = 4$.
In de schets van $\triangle ABC$ lijkt $\angle A$ een rechte hoek.
 - Waarom staat zijde BC onder in het schema?
 - Reken uit hoe lang zijde BC volgens het schema moet zijn.
 - Komt er in het schema de juiste lengte voor zijde BC uit?
 - Is $\triangle ABC$ een rechthoekige driehoek?



Als in een driehoek de som van de kwadraten van de twee kortste zijden gelijk is aan het kwadraat van de langste zijde, dan is de driehoek rechthoekig. Dit heet de omgekeerde stelling van Pythagoras.

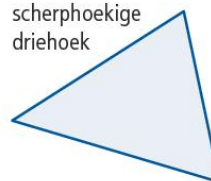
- Maak eerst een schets van de driehoeken en ga dan na welke van de driehoeken rechthoekig zijn.
 - $\triangle ABC$ met $AB = 16$, $BC = 30$ en $AC = 34$
 - $\triangle KLM$ met $KL = 24$, $LM = \sqrt{600}$ en $KM = 2$
 - $\triangle XYZ$ met $XY = \sqrt{5}$, $YZ = \sqrt{13}$ en $XZ = 4$
- Twee latjes PQ en PR van 40 cm en 30 cm zitten met een scharnier in punt P aan elkaar vast. Het touw QR vormt de derde zijde van $\triangle PQR$. Als $\angle P$ groter wordt, dan heb je een langer touw nodig.
 - Ga na dat $\angle P$ een rechte hoek is als het touw 50 cm is.
 - Wat weet je van $\angle P$ als de lengte van het touw meer dan 50 cm is?
 - Hoe zit dat als het touw korter dan 50 cm is?
 - Wat weet je van de lengte van het touw als $\angle P$ stomp is?
 - Hoe zit dat als $\angle P$ scherp is?



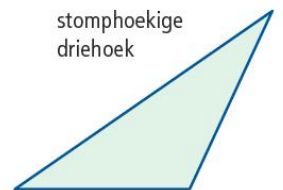
Theorie

Een driehoek waarvan alle hoeken scherp zijn, noem je een **scherphoekige driehoek**.
Een driehoek met een stompe hoek noem je een **stomphoekige driehoek**.

scherphoekige
driehoek



stomphoekige
driehoek



- 4 Van $\triangle ABC$ is $AB = 9$, $BC = 7$ en $AC = 5$.
- Maak een schets van $\triangle ABC$.
 - Zet de twee kortste zijden van $\triangle ABC$ in een schema.
 - Laat met een berekening zien dat $\angle C$ niet recht is.
 - Is de gegeven lengte van zijde AB groter of kleiner dan de uitkomst voor de lengte van AB volgens het schema?
 - Is $\triangle ABC$ scherphoekig of stomphoekig?

Aanpak

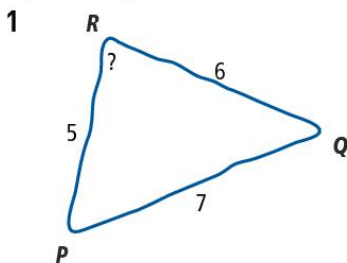
Hoe onderzoek je of een driehoek rechthoekig, scherphoekig of stomphoekig is?

- Maak een schets van de driehoek.
- Zet de kortste twee zijden van de driehoek in een schema.
- Vul het schema verder in en controleer of de uitkomst voor de langste zijde klopt met de gegeven lengte.
- Klopt deze uitkomst, dan is de driehoek rechthoekig. Is de gegeven lengte groter dan de uitkomst, dan is de driehoek stomphoekig. Is de gegeven lengte kleiner dan de uitkomst, dan is de driehoek scherphoekig.

Voorbeeld

Van $\triangle PQR$ is $PQ = 7$, $QR = 6$ en $PR = 5$.
Onderzoek of $\triangle PQR$ rechthoekig, scherphoekig of stomphoekig is.

Oplossing



zijde	kwadraat
$PR = 5$	25
$QR = 6$	<u>36</u> +
$PQ = \dots$	61

- $PQ = \sqrt{61} \approx 7,8$
- De gegeven lengte 7 is kleiner dan $\sqrt{61}$, dus $\triangle PQR$ is scherphoekig.

- 5 Onderzoek of de volgende driehoeken rechthoekig, scherphoekig of stomphoekig zijn.
- $\triangle ABC$ met $AB = 10$, $BC = 13$ en $AC = 8$
 - $\triangle KLM$ met $KL = 12$, $LM = 9$ en $KM = \sqrt{67}$
 - $\triangle PQR$ met $PQ = 12$, $QR = \sqrt{168}$ en $PR = \sqrt{24}$
- 6 Van $\triangle PQR$ is $P(0, 1)$, $Q(8, 2)$ en $R(1, 4)$.
Onderzoek of deze driehoek rechthoekig, scherphoekig of stomphoekig is.

Tussendoortje | Pythagoras

W De Griekse postzegel

De figuur op de Griekse postzegel bestaat uit een rechthoekige driehoek met geruite vierkanten op de zijden. De kleine zwarte en grijze vierkantjes van het vierkant op de lange zijde kun je precies verdelen over de twee vierkanten op de rechthoeks zijden.

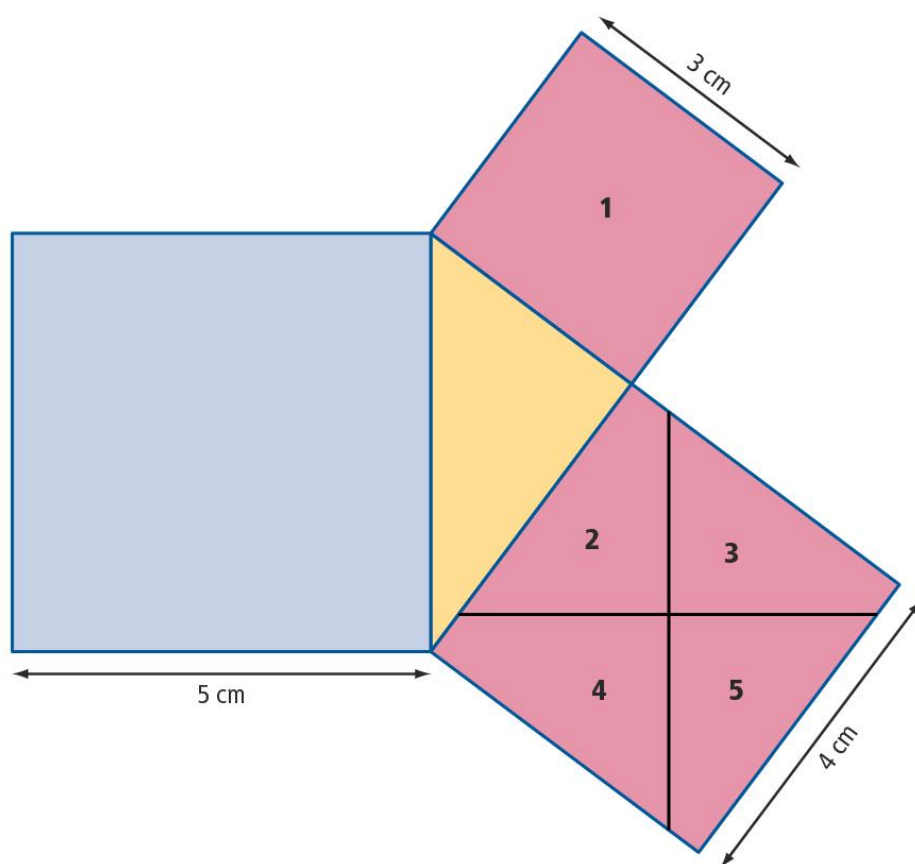
- Zoek uit of het klopt.



De legpuzzel

In de loop van de tijd is de stelling van Pythagoras op veel manieren bewezen. Zo is er een legpuzzelbewijs van Perigal. De rode vierkanten op de rechthoeks zijden zijn verdeeld in vijf stukken 1, 2, 3, 4 en 5.

- Zoek uit hoe die vijf stukken in het blauwe vierkant op de langste zijde passen.



B

Teken $\angle P = 45^\circ$

Vaardigheden

3

In dit blok vaardigheden komen de volgende onderwerpen aan de orde.

- Breuken
- Wortels en machten
- Vergelijkingen
- Formules met haakjes
- Meetkunde

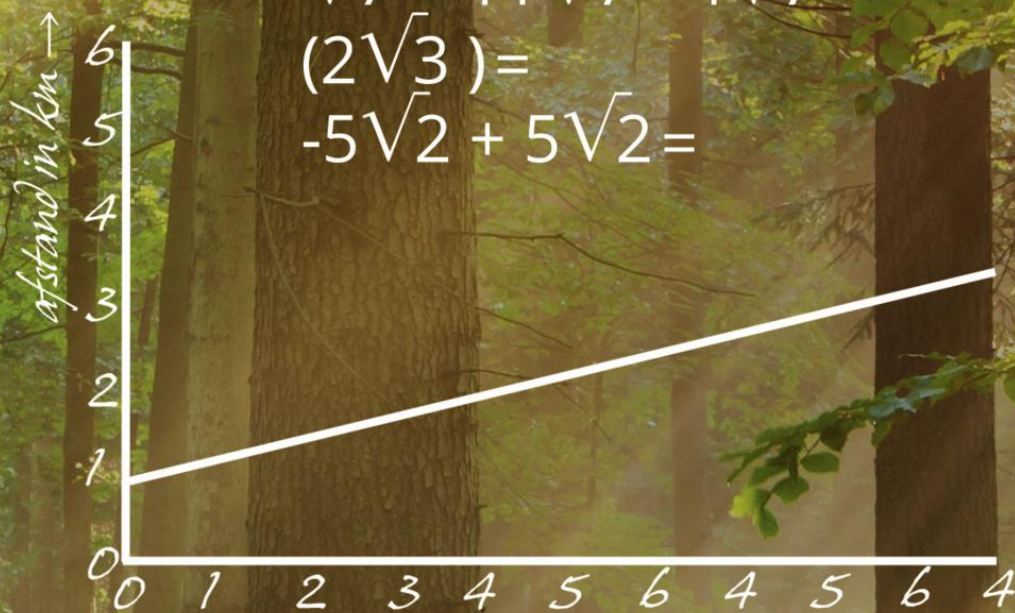
$$11h = 35$$

$$+3w = 16$$



$$\frac{1}{10} \text{ deel is } \dots\%$$

$$\frac{1}{5} \text{ deel is } \dots\%$$



$$3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} =$$

$$-5\sqrt{5} \times \sqrt{6} =$$

$$\sqrt{7} + 11\sqrt{7} - 4\sqrt{7} =$$

$$(2\sqrt{3}) =$$

$$-5\sqrt{2} + 5\sqrt{2} =$$

Breuken

Theorie

Sommige breuken kun je vereenvoudigen door de teller en de noemer door hetzelfde getal te delen.

Je kunt bijvoorbeeld de breuk $\frac{4}{10}$ vereenvoudigen door de teller en de noemer door 2 te delen. Er geldt $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

Voorbeeld

Vereenvoudig $\frac{84}{108}$.

Oplossing

Je kunt 84 en 108 allebei door 12 delen.

Er geldt dus $\frac{84}{108} = \frac{7}{9}$.

1 Vereenvoudig de breuken.

a $\frac{24}{54}$

d $\frac{88}{200}$

b $\frac{62}{93}$

e $\frac{148}{244}$

c $\frac{95}{190}$

f $\frac{84}{154}$

Theorie

Breuken met gelijke noemers kun je eenvoudig optellen of aftrekken. Dat doe je door de tellers van de breuken bij elkaar op te tellen of van elkaar af te trekken. Als bij het optellen of aftrekken van breuken de noemers niet gelijk zijn, dan moet je eerst de breuken gelijknamig maken.

Voorbeeld

Bereken $\frac{4}{15} + \frac{5}{6} =$

Oplossing

$\frac{4}{15} = \frac{8}{30}$ teller en noemer met 2 vermenigvuldigen

$\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$ teller en noemer met 5 vermenigvuldigen

$\frac{4}{15} + \frac{5}{6} = \frac{8}{30} + \frac{25}{30} =$ optellen

$\frac{33}{30} = \frac{11}{10} = 1\frac{1}{10}$ vereenvoudigen en helen eruit halen

2 Bereken en vereenvoudig indien mogelijk je antwoord.

a $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} =$

d $\frac{7}{8} - \frac{5}{12} =$

b $\frac{2}{9} + \frac{2}{3} =$

e $\frac{12}{15} - \frac{2}{5} =$

c $\frac{2}{7} - \frac{2}{9} =$

f $\frac{9}{11} + \frac{2}{9} =$

3 Bereken en vereenvoudig indien mogelijk je antwoord.

a $1\frac{5}{9} - \frac{4}{9} =$ **e** $2\frac{9}{10} + 8\frac{2}{5} =$

b $4\frac{6}{11} - 1\frac{9}{11} =$ **f** $\frac{13}{14} + 1\frac{4}{7} =$

c $8\frac{1}{9} + 2\frac{8}{9} =$ **g** $7\frac{12}{25} - 1\frac{2}{5} =$

d $\frac{3}{7} + 4\frac{6}{7} =$ **h** $4\frac{7}{18} - 2\frac{5}{6} =$

Wortels en machten

Theorie

Wortels kun je met elkaar vermenigvuldigen door de getallen die onder de worteltekens staan met elkaar te vermenigvuldigen. Je geeft daarbij een exact antwoord. Bij wortels zoals $3\sqrt{7}$ en $5\sqrt{7}$ staat onder het wortelteken hetzelfde getal. Je kunt deze wortels zien als gelijksoortige termen. Je kunt dan wortels bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken. Je geeft daarbij een exact antwoord.

Voorbeeld

Schrijf zo kort mogelijk.

$$\sqrt{3} \times \sqrt{13} = \sqrt{3 \times 13} = \sqrt{39}$$

$$2\sqrt{5} \times 4\sqrt{7} = 2 \times 4 \times \sqrt{5 \times 7} = 8\sqrt{35}$$

$$3\sqrt{7} + 8\sqrt{7} = 11\sqrt{7}$$

$$4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -\sqrt{3}$$

4 Schrijf zo kort mogelijk.

a $3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} =$ **d** $3\sqrt{5} - 7\sqrt{2} - 2\sqrt{5} =$

b $\sqrt{7} + 11\sqrt{7} - 4\sqrt{7} =$ **e** $5\sqrt{13} - 11\sqrt{7} - 4\sqrt{13} =$

c $-5\sqrt{2} + 5\sqrt{2} =$ **f** $-6\sqrt{11} - 5\sqrt{11} + 5\sqrt{17} =$

5 Schrijf zo kort mogelijk.

a $3\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} =$ **d** $\sqrt{7} \times -5\sqrt{6} =$

b $8\sqrt{3} \times 5\sqrt{2} =$ **e** $(2\sqrt{3})^2 =$

c $-5\sqrt{5} \times \sqrt{6} =$ **f** $(5\sqrt{2})^2 =$

6 Bereken zonder rekenmachine.

a $5^3 =$ **e** $(8 - 15)^2 =$

b $0,6^2 =$ **f** $5^2 \times 2^4 =$

c $(-4)^3 =$ **g** $-(-5)^4 =$

d $(-7)^5 + 7^5 =$ **h** $-(-2)^6 - 2^6 =$

Vergelijkingen

7 Los de vergelijkingen op met bordjes.

- a** $x^2 = 16$ **d** $a^2 + 35 = 5$
b $t^2 = 81$ **e** $p^2 - 25 = -15$
c $n^2 = 7$ **f** $3k^2 - 6 = 12$

8 Los de vergelijkingen op met bordjes.

- a** $9p + 5 = 50$ **d** $-0,5k = 12$
b $3r - 5 = -14$ **e** $4x + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$
c $\frac{1}{3}b + 2 = 5$ **f** $150 = 60 + 15a$

Voorbeeld

Los op $x^2 + 2 = 7$.

Oplossing

1 $x^2 + 2 = 7$

2 $5 + 2 = 7$

$x^2 = 5$

3 $x = \sqrt{5}$ of $x = -\sqrt{5}$

Controle

$(\sqrt{5})^2 + 2 = 5 + 2 = 7$, klopt

$(-\sqrt{5})^2 + 2 = 5 + 2 = 7$, klopt

Formules met haakjes

Theorie

Om een formule waarin haakjes voorkomen zonder haakjes te schrijven, kun je gebruik maken van een vermenigvuldigtabel.

Voorbeeld 1

Schrijf de formule $y = -3(2a - 5)$ zonder haakjes.

Oplossing

×	$2a$	-5
-3	$-6a$	$+15$

$y = -6a + 15$

Voorbeeld 2

Schrijf de formule $h = (p + 2)(3p - 1)$ zonder haakjes.

Oplossing

×	$3p$	-1
p	$3p^2$	$-p$
$+2$	$+6p$	-2

$h = 3p^2 - p + 6p - 2$

$h = 3p^2 + 5p - 2$

9 Schrijf de formules zo kort mogelijk.

- a** $k = 8(a + 5)$ **e** $m = (a + 2)(a + 8)$
b $y = 5(x + 9)$ **f** $b = (p + 1)(9 + 4p)$
c $p = 12(5 + 3q)$ **g** $k = (4t - 1)(5t + 1)$
d $q = 6(6 + 7t)$ **h** $d = (u - 7)(u - 10)$

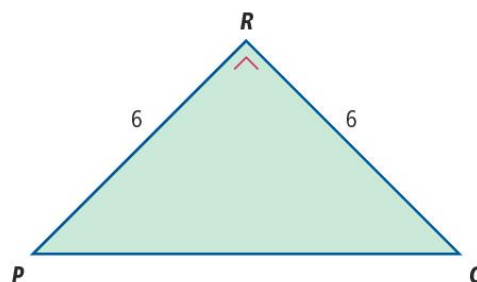
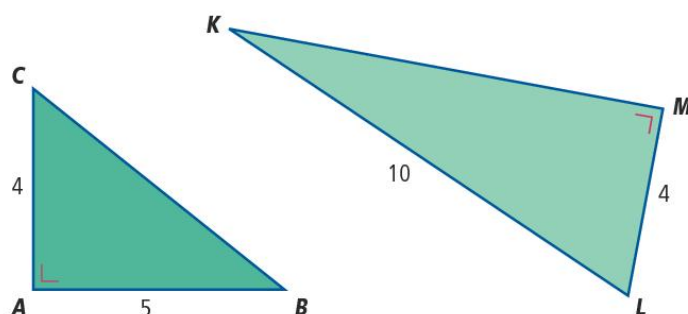
10 Schrijf de formules zonder haakjes en zo kort mogelijk.

a $p = 3(a - 4) + 7a$ **d** $g = 11w - (-3 + 6w)$

b $d = (r - 3)(2r + 3) + 9$ **e** $v = 4t + (t + 3)(t + 7)$

c $q = 2(a + 1) - 3a$ **f** $d = 3e - 6(e + 2)$

Meetkunde

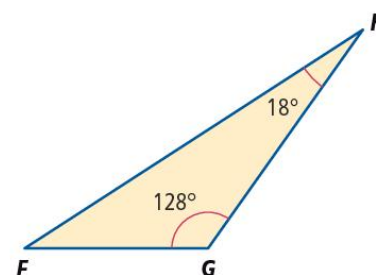
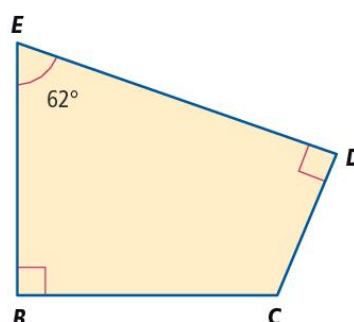
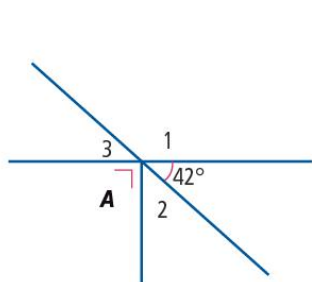


- 11**
- a** Bereken van de driehoeken de lengte van de onbekende zijde.
 - b** Meet $\angle K$.
 - c** Bereken $\angle P$.

Theorie

Bij het berekenen van hoeken kun je van de volgende regels gebruik maken.

- > De som van de hoeken in een driehoek is 180° .
- > De som van de hoeken in een vierhoek is 360° .
- > Een gestrekte hoek is 180° .
- > Een volle hoek is 360° .
- > Overstaande hoeken zijn even groot.



- 12** Bereken $\angle A_1$, $\angle A_2$, $\angle A_3$, $\angle C$ en $\angle F$.

- B** benadering 89, 193
berekenen van hoeken 118
bergparabool 171
bladeren 63
- C** cirkeldiagram 50
- D** dalende lijn 15
dalparabool 171
derdemachtswortel 114
- E** exact 89, 193
- F** factor 121, 156
formule met dubbele haakjes 163
formule met haakjes 167
frequentie 54
frequentietabel 54
- G** gelijksoortige termen 87, 157
gelijkvormige figuren 128, 132
gemiddelde 58, 77
grafiek tekenen 9
- H** hellingsgetal 14
hoek tekenen 44
hoogte van een piramide 211
horizontale lijn 15
- K** klasse 76
klassenmidden 76
kwadraat 86
kwadratische formule 157
kwadratische vergelijking 174
- L** lijn door twee gegeven punten 27
lijndiagram 55
lijnstuk in een ruimtefiguur 207
lineair verband 12
lineaire formule 10, 19
- M** mediaan 60
modale klasse 76
modus 60
- O** ongeveer gelijk 89
overeenkomstige hoeken 128
overeenkomstige zijden 128
- P** parabool 157
product 156
- R** recht evenredig 23
rechthoekszijden 194
- S** scherphoekige driehoek 224
sectoren 50
staafdiagram 55
startgetal 14
steel 63
steelbladdiagram 63
stelling van Pythagoras 195, 203
stijgende lijn 15
stomphoekige driehoek 224
symmetrieas 171
- T** tegengestelde 89
termen 157
top 171
- V** vergroting 121, 125
verhoudingstabel 48
vermenigvuldigtabel 159
verticale lijn 16
vierkantswortel 114
- W** waarneming 54
wortel 88
wortels optellen of aftrekken 93
wortels vereenvoudigen 101
wortels vermenigvuldigen 96
- Z** zijde in een rechthoekige driehoek 199
zonder haakjes schrijven 159

Ontwerp omslag G2K, Groningen/Amsterdam

Fotografie omslag Getty Fotosearch

Ontwerp binnenwerk Paul Kooi, G2K, Groningen/Amsterdam

Illustraties Peter Fitzverploegh, Utrecht

Technisch tekenwerk Integra Software Services, India

Beeldresearch Daliz, Den Haag

Fotoverantwoording

Shutterstock, New York: p. 10, 18, 21, 25, 26, 30, 43, 44, 46, 48, 59,

65, 71, 96, 128, 130, 136l, 154, 155, 170, 172, 204, 210b

iStockphoto/ Getty Images, Londen: p. 6, 7, 37, 74, 84, 85, 116, 117

Belinda van Dam/ Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 14

Image Broker/ Image Select, Wassenaar: p. 22

John Stoel, Haren: p. 40, 210o

Dave de Bruin/ Daliz, Den Haag: p. 47, 89, 92, 107, 114

Voedingscentrum, Den Haag: p. 50

VI Images/ Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 54

Acer Computer BV (Benelux), Den Bosch: p. 56

Harold Versteeg/ Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 62

Joyce van Belkom / Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 63

Linsie Spaans/ Shutterstock/ Daliz, Den Haag: p. 78,79, 127, 148, 149, 226, 227

Science Photo Library/ Getty Images, Londen: p. 124

Geertrui Schaberg, Mildam: p. 126, 135

123RF, San Francisco: p. 136r, 137

Yang Unik Dan Cantik: p. 158

ANP Photo, Rijswijk: p. 166

Appelsientje/ Friesland Campina, Amersfoort: p. 179

Robin van Utrecht/ Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 190, 191



Bij dit boek hoort een digitale leeromgeving
met interactieve opdrachten in diverse leerroutes,
overzichtelijke dashboards en een uitgebreide toetsmodule.
Dit maakt gepersonaliseerd leren mogelijk.



Noordhoff Uitgevers



www.modernewiskunde.noordhoff.nl

ISBN 978-90-01-88271-6



9 789001 882716