

9 Formules en grafieken

9-1 Regelmaat en patronen

1a

<i>nummer</i>	1	2	3	4	5
<i>aantal stippen</i>	1	4	9	16	25

- b De zevende figuur bestaat uit $25 + 11 + 13 = 49$ stippen.
Of: de zevende figuur bestaat uit $7^2 = 49$ stippen.

2a De verschillen zijn telkens 12.

b De toename is telkens 12.

c 75, 87, 99

d Er gaat telkens 9 af, dus de volgende getallen zijn 95 en 86.

e Er gaat telkens 13 af, dus de volgende getallen zijn 27 en 14.

3a Er is telkens met 2 vermenigvuldigd, dus de volgende getallen zijn 112 en 224.

b Er is telkens met 3 vermenigvuldigd, dus de volgende getallen zijn 972 en 2916.

4a De verschillen zijn achtereenvolgens 3, 5, 7 en 9.

b De verschillen worden telkens 2 groter, of er komt telkens 2 meer bij.

c De volgende getallen zijn 53 en 66.

5a Er is telkens met 5 vermenigvuldigd, dus de volgende getallen zijn 375 en 1875.

b Er gaat telkens 23 af, dus de volgende getallen zijn 56 en 33.

c Er is telkens door 3 gedeeld, dus de volgende getallen zijn 9 en 3.

6a Er is telkens door 2 gedeeld, dus de volgende getallen zijn 24 en 12.

b Er komt telkens 2 meer bij, dus de volgende getallen zijn 55 en 67.

c Er komt telkens 4 meer bij, dus de volgende getallen zijn 50 en 72.

7a Om de vier punten met elkaar te verbinden zijn 6 lijnstukken nodig.

b

<i>figuur</i>	A	B	C	D
<i>aantal punten</i>	2	3	4	5
<i>aantal lijnstukken</i>	1	3	6	10

c Bij 6 punten zijn $(6 \times 5) : 2 = 15$ lijnstukken nodig.

d De toename is telkens 1 meer (+ 2, + 3, + 4, ...).

9-2 Vuistregels

1a De lengte van Lianne wordt volgens de formule $(186 + 174) : 2 - 2 = 178$ cm.

b $(\text{lengte vader} + 168) : 2 + 11 = 184$

$(\text{lengte vader} + 168) : 2 = 173$

$\text{lengte vader} + 168 = 346$, dus de vader van Rick zal 178 cm zijn.

- 2a** Haar voetlengte zal $177 : 6 = 29,5$ cm zijn.
- b** De lengte van Rianna zal ongeveer $28 \times 6 = 168$ cm zijn.
- c** De schoenmaat van Frank is $1\frac{1}{2} \times 26 = 39$.
- d** De formules B en D zijn juist.
- e** $\text{schoenmaat} = \text{lichaamslengte} : 4$ is te schrijven als $4 \times \text{schoenmaat} = \text{lichaamslengte}$.
Voor schoenmaat 44 betekent dat een lichaamslengte van $4 \times 44 = 176$ cm.
Ruben is 186 cm lang. Het scheelt 10 cm met de vuistregel.
- 3a** De boete moet dan $15^2 : 3 = 225 : 3 = 75$ euro zijn.
- b** $192 = 576 : 3$, dus $(\text{aantal km per uur te snel})^2 = 576$.
Volgens de politie heeft Tom $\sqrt{576} = 24$ km per uur te hard gereden.
Zijn snelheid was dus $110 + 24 = 134$ km per uur.
- 4a** Hij ziet de horizon op een afstand van $\sqrt{3 \times 13} = \sqrt{39} \approx 6,2$ km, dus tussen 6 en 7 km.
- b** Haar zichthoogte is ongeveer 21,5 meter. Zij ziet de horizon dan op een afstand van $\sqrt{21,5 \times 13} = \sqrt{279,5} \approx 16,7$ km, dus meer dan 15 km.
- c** $10 = \sqrt{100} \approx \sqrt{7,7 \times 13}$. Zijn zichthoogte zal ongeveer 8 meter zijn.
- d** Formule D hoort bij deze vuistregel.
- 5a** Je hoort de donder na $2 \times 3 = 6$ seconden.
- b** Het onweer zit op $9 : 3 = 3$ km.

9-3 Lineaire groei

- 1a** Een klus van 2 uur kost $35 + 45 \times 2 = 35 + 90 = 125$ euro.
- b** Een klus van 4,5 uur kost $35 + 45 \times 4,5 = 35 + 202,50 = 237,50$ euro.
- c** $170 = 35 + 45 \times \text{aantal gewerkte uren}$
 $135 = 45 \times \text{aantal gewerkte uren}$, dus het aantal gewerkte uren $= 135 : 45 = 3$.
- d** Beiden hebben de voorrijkosten van 35 euro moeten betalen.
Bij Kars is er $67,50 : 45 = 1,5$ uur langer gewerkt dan bij Cor.
- 2a** Je moet bij deze loodgieter het aantal gewerkte uren keer 40 doen en er dan 50 bij optellen. De formule $b = 40u + 50$ is juist.
- b** $260 = 40u + 50$
 $210 = 40u$. Aan deze klus is $210 : 40 = 5,25$ uur, dus vijf uur en een kwartier gewerkt.
- 3a** $y = -20 \times 4 + 100 = -80 + 100 = 20$
- b**
- | | | | | | | |
|-----|-----|----|----|----|----|---|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y | 100 | 80 | 60 | 40 | 20 | 0 |
- c** $30 = -20x + 100$
 $-70 = -20x$ dus $x = \frac{-70}{-20} = 3\frac{1}{2}$
- d** $95 = -20x + 100$
 $-5 = -20x$ dus $x = \frac{-5}{-20} = \frac{1}{4}$
- e** p is het punt met x -coördinaat nul, dus $p = 100$.
- f** q is het punt met y -coördinaat nul, dus $q = 5$.

9 Formules en grafieken

4	formule	$y = 3x + 80$	$N = 0,1p + 3,5$	$B = 500 - 75t$
	startgetal	80	3,5	500
	hellingsgetal	3	0,1	-75

5a Het totaal aantal punten is $12 \times 10 = 120$.

Rijntje heeft 80 punten gehaald en krijgt $\text{cijfer} = \frac{80}{120} \times 9 + 1 = 6 + 1 = 7$.

b $6,5 = \frac{\text{aantal behaalde punten}}{120} \times 9 + 1$ geeft $5,5 = \frac{\text{aantal behaalde punten}}{120} \times 9$

$0,611... = \frac{\text{aantal behaalde punten}}{120}$

dus $\text{aantal behaalde punten} = 120 \times 0,611... = 73,333...$

Dora moet minimaal 74 punten scoren.

6a 12 cent

b Van 5 naar 10 minuten gaat het bedrag met 20 cent omhoog, dus als je één minuut langer belt gaat het bedrag met $20 : 5 = 4$ cent omhoog.

c Een gesprek van 13 minuten kost $52 + 3 \times 4 = 64$ cent.

d Het starttarief is 12 cent, dus is er $68 : 4 = 17$ minuten gebeld.

7	aantal kilometers	3	4	5	6	7	8	9
	prijs in euro's	9,5	11	12,5	14	15,5	17	18,5

9-4 Exponentiële groei

1a $0,25 \times 640 = 160$ woningen

b $640 + 160 = 800$ woningen

c $0,25 \times 800 = 200$ woningen

d $800 + 200 = 1000$ woningen

e In 2011 zijn er $0,25 \times 1000 = 250$ woningen bijgekomen.

Eind 2011 zijn er in totaal $1000 + 250 = 1250$ woningen in deze wijk.

In 2012 zijn er $0,25 \times 1250 \approx 313$ woningen bijgekomen.

Eind 2012 zijn er in totaal $1250 + 313 = 1563$ woningen in deze wijk.

f Als er 25% bijkomt, komt het totaal op 125%. Je moet met 1,25 vermenigvuldigen.

2a Er is telkens met 2 vermenigvuldigd, dus de volgende getallen zijn 48 en 96.

b Er is telkens met 0,5 vermenigvuldigd, dus de volgende getallen zijn 50 en 25.

c Er is telkens met 1,5 vermenigvuldigd, dus de volgende getallen zijn 324 en 486.

d Er is telkens met $\frac{1}{3}$ vermenigvuldigd, dus de volgende getallen zijn 18 en 6.

3a 1,75

b 0,977

c 1,001

d 0,995

4a Een toename met 19%

b Een afname met 15%

c Een afname met 80%

d Een toename met 3,5%

- 5a De groeifactor is $117\,000 : 130\,000 = 0,9$.
 b De afname was 10%.
 c Het aantal werklozen op 1 januari 2010 $\times 0,9 \times 0,9 = 130\,000$.
 Het aantal werklozen op 1 januari 2010 $\times 0,81 = 130\,000$.
 Het aantal werklozen op 1 januari 2010 is $130\,000 : 0,81 \approx 160\,000$.
- 6a Volgens boswachter Ko waren er $2550 \times 1,15 \approx 2933$ gezonde bomen.
 Volgens Daniël waren er $2550 : 0,85 = 3000$ gezonde bomen.
 b De redenering van Daniël is juist.
- 7a In 2012 is het aantal auto's $16\,750 \times 1,08 \times 1,08 \approx 19\,537$.
 b Op 1 januari 2012 stond er $450 : 1,026 \approx 438,60$ euro op mijn rekening.
 c In 2010 waren er $80 : 0,85 : 0,85 : 0,85 \approx 130$ voortijdige schoolverlaters.

- 8a lineaire groei
 b exponentiële groei
 c lineaire groei

9a

t	0	1	2	3	4	5
P	1600	1200	900	675	506	380

- b Ja, dat kan door telkens met $\frac{1200}{1600} = \frac{900}{1200} = \frac{675}{900} = \frac{506}{675} = \frac{380}{506} = 0,75$ te vermenigvuldigen.
 c $P = 1600 \times 0,75^t$ is omcirkeld.

9-5 Werken met formules

- 1a $36 : 12 = 3$ dm
 b $36 : 4,5 = 8$ dm
 c
- | | | | | | | |
|---------------|---|---|----|----|-----|-----|
| lengte in dm | 6 | 4 | 1 | 12 | 1,5 | 0,5 |
| breedte in dm | 6 | 9 | 36 | 3 | 24 | 72 |
- d De formules A en D zijn goed.

2a

t	0	1	2	3	4	5
N	0,25	0,5	1	2	4	8

b

t	0,5	1	2	3	4	9
N	36	18	9	6	4,5	2

c

t	3	5	7	9	15	20
N	7	13	19	25	43	58

- 3a Michael rijdt 90 km per uur, dat is 25 meter per seconde.
 Hij legt 25 meter af voordat hij begint te remmen.
- b Zijn remweg is $\frac{1}{2} \left(\frac{90}{10} \right)^2 = \frac{1}{2} \times 9^2 = \frac{1}{2} \times 81 = 40\frac{1}{2}$ meter.
 In totaal legt Michael $25 + 40\frac{1}{2} = 65\frac{1}{2}$ meter af voor hij helemaal stilstaat.

- 4a** Als de *tijd* = 0 dan is *hoogte* = $-5 \times 0^2 + 20 \times 0 + 25 = 25$ meter.
- b** Na één seconde is de *hoogte* = $-5 \times 1^2 + 20 \times 1 + 25 = 40$ meter.
- c** Na drie seconden is de *hoogte* = $-5 \times 3^2 + 20 \times 3 + 25 = 40$ meter.
Na vier seconden is de *hoogte* = $-5 \times 4^2 + 20 \times 4 + 25 = 25$ meter.
Na vier seconden is de steen niet hoger dan na drie seconden.
- d** Na vijf seconden is de *hoogte* = $-5 \times 5^2 + 20 \times 5 + 25 = 0$ meter, dus valt de steen in het water.
- 5a** Volume = $0,52 \times 6^3 = 0,52 \times 216 = 112,32 \text{ cm}^3$.
- b** Volume = $0,52 \times 12^3 = 0,52 \times 1728 = 898,56 \text{ cm}^3$.
Dit is minder dan een liter (= 1000 cm^3).
- c** Als de diameter 4 cm is, is het volume = $0,52 \times 4^3 = 33,28 \text{ cm}^3$.
Als de diameter 5 cm is, is het volume = $0,52 \times 5^3 = 65 \text{ cm}^3$.
De diameter van een bol met volume 40 cm^3 ligt tussen 4 en 5 cm.
- 6a** $\text{aantal diagonalen} = \frac{7 \times (7 - 3)}{2} = \frac{7 \times 4}{2} = \frac{28}{2} = 14$. Klopt.
- b** $\text{aantal diagonalen} = \frac{120 \times (120 - 3)}{2} = \frac{120 \times 117}{2} = \frac{14\,040}{2} = 7020$.
- c** $27 = \frac{n \times (n - 3)}{2}$ geeft $n \times (n - 3) = 54$.

Hieruit volgt dat $n = 9$ want $9 \times 6 = 54$.

Test jezelf

- T-1a** Er is telkens met 4 vermenigvuldigd, dus de volgende getallen zijn 1792 en 7168.
- b** Er is telkens door 8 gedeeld, dus de volgende getallen zijn 2 en 0,25.
- c** Er komt telkens 2 meer bij, dus de volgende getallen zijn 45 en 60.
- T-2a** Er komen telkens 3 lucifers bij, dus voor de vierde figuur heb je $10 + 3 = 13$ lucifers nodig.
- b** Voor de vijfde figuur zijn er $13 + 3 = 16$ lucifers nodig.
- c** Voor de 100^e heb je $16 + 95 \times 3 = 301$ lucifers nodig.
- T-3a** Hij mocht $2 \times 6.14,60 \text{ minuten} + 30 \text{ seconden} = 12.29,20 \text{ minuten} + 30 \text{ seconden} = 12.59,20 \text{ minuten}$ verwachten.
- b** Hij had er $13.58,50 \text{ minuten} - 22 \text{ seconden} = 13.36,50 \text{ minuten}$ over moeten doen.
Op de 5 km had hij $(13.36,50 \text{ minuten} - 30 \text{ seconden}) : 2 = 13.06,50 : 2 = 6.33,25$ minuten.
- T-4a** Ari moet $40 + 200 \times 0,15 = 40 + 30 = 70$ euro betalen.
- b** Voor de gereden kilometers betaalt ze $88 - 40 = 48$ euro.
Ze heeft $48 : 0,15 = 320$ km gereden die dag.
- c** De formule $b = 0,15a + 40$ is omcirkeld.
- T-5a** De groeifactor is 0,9825.
Drie kwartalen na 1 januari 2009 is de gemiddelde prijs
 $280\,000 \times 0,9825 \times 0,9825 \times 0,9825 \approx 266\,000$ euro.
- b** Het maandinkomen is dan $1750 + 5 \times 125 = 2375$ euro per maand.

- T-6a** $0,75 \times 10 \times 8^2 = 0,75 \times 10 \times 64 = 480 \text{ cm}^3$
- b** Het volume van deze cilinder is $0,75 \times 10 \times 24^2 = 0,75 \times 10 \times 576 = 4320 \text{ cm}^3$.
 Het volume van deze cilinder is $4320 : 480 = 9$ keer zo groot.
 Of: de diameter is 3 keer zo groot, dan is het volume $3^2 = 9$ keer zo groot.
- c** $0,75 \times 8 \times \text{diameter}^2 = 150$
 $6 \times \text{diameter}^2 = 150$
 $\text{diameter}^2 = 25$. Dus de diameter is 5 cm.

Extra oefening

E-1a

<i>nummer</i>	1	2	3	4
<i>aantal kubusjes</i>	1	5	14	30

- b** Het zesde figuur bestaat uit $30 + 25 + 36 = 91$ kubusjes.
- E-2a** Er komt telkens 15 bij, dus de volgende getallen zijn 423 en 438.
- b** Er gaat telkens 2 meer af, dus de volgende getallen zijn 28 en 5.
- c** Er gaat telkens 2,2 af, dus de volgende getallen zijn 3,9 en 1,7.
- d** Er is telkens met 3 vermenigvuldigd, dus de volgende getallen zijn 162 en 486.
- E-3a** Voor de 18 km lopen hebben ze $18 : 4 = 4\frac{1}{2}$ uur nodig.
 De 1200 m stijging duurt $1200 : 300 = 4$ uur.
 De 600 m daling duurt 1 uur. Dit is samen $4,5 + 4 + 1 = 9\frac{1}{2}$ uur.
 Ze hebben ook nog 9 keer een kwartier rust $= 2\frac{1}{4}$ uur.
 In totaal doen ze over de tocht $9\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} = 11\frac{3}{4}$ uur $= 11$ uur en 45 minuten.
- b** Over de 8 km wandeling doet hij $8 : 4 = 2$ uur.
 Over de 600 m daling doet hij 1 uur. Dit is samen $2 + 1 = 3$ uur.
 Hiervan moet hij ook 3 keer een kwartier rusten $= \frac{3}{4}$ uur.
 Er blijven nog $6 - 3\frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$ uur over voor de stijging en de rust hiervoor.
 Hij kan dus 2 keer 300 m zijn gestegen met tussendoor een kwartier rust.
 Hans is 600 meter gestegen.
- E-4a** Daar is de temperatuur $18 + 400 \times 0,03 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$.
- b** De buitentemperatuur is $34 - 250 \times 0,03 = 26,5 \text{ }^\circ\text{C}$.
- E-5a** Die vier dagen kosten hem $4 \times 47,50 = 190$ euro.
 Voor extra kilometers heeft hij nog $220 - 190 = 30$ euro over.
 Hij kan hiermee $30 : 0,15 = 200$ extra kilometers rijden.
 In totaal kan Jamil maximaal $4 \times 100 + 200 = 600$ km rijden.
- b** De formules $b = 130 + 0,15a$ en $b = 190 + 0,15(a - 400)$ zijn omcirkeld.

- E-6a** De groeifactor hierbij is 1,05. Er zijn $3000 \times 1,05 \times 1,05 \approx 3308$ konijnen in 2012.
b 1,05
c Er leefden toen $3000 : 1,05 \approx 2857$ konijnen.

E-7a

h in cm	10	15	20	30	40
v in km per uur	12	8	6	4	3

- b** De snelheid wordt dan drie keer zo klein.

Toetsopdrachten

- Figuur 1 bestaat uit 5 lucifers, figuur 2 uit 7 lucifers en figuur 3 uit 9 lucifers.
 Voor elk volgend figuur komen er telkens 2 lucifers bij.
 Voor de 50e figuur zijn $5 + 49 \times 2 = 103$ lucifers nodig.
- Lisa is ongeveer $66 + 100 = 166$ cm lang.
- Het volume van bol 1 is $0,5 \times 10^3 = 0,5 \times 1000 = 500 \text{ cm}^3$.
 Het volume van bol 2 is $0,5 \times 30^3 = 0,5 \times 27\,000 = 13\,500 \text{ cm}^3$.
 Het volume van bol 2 is $13\,000 \text{ cm}^3$ meer dan het volume van bol 1.
- $v = 12$ geeft $P = 60 \times 12^3 = 103\,680$.
 $v = 18$ geeft $P = 60 \times 18^3 = 349\,920$.
 $v = 24$ geeft $P = 60 \times 24^3 = 829\,440$.
 De windsnelheid is dus meer dan 18 maar minder dan 24 meter per seconde.
- De groeifactor is 1,03.
 Op 1-1-2010 waren er $1763 : 1,03 : 1,03 \approx 1661$ herten.
- $80 = 12 \times \sqrt{\text{remspoor}}$
 $6,666\dots = \frac{80}{12} = \frac{20}{3} = \sqrt{\text{remspoor}}$. Dus $\text{remspoor} = 6,666\dots^2 \approx 44,4$ meter.
- Het bedrag moet dan twee keer verdubbeld worden.
 Bij een rente van 3,6% duurt het $72 : 3,6 = 20$ jaar om een bedrag te verdubbelen.
 Twee keer verdubbelen kost dus $2 \times 20 = 40$ jaar.
- Bij 50 cent is zijn omzet $= -4 \times 50^2 + 560 \times 50 = 18\,000$ cent = 180 euro.
 Bij 60 cent is zijn omzet $= -4 \times 60^2 + 560 \times 60 = 19\,200$ cent = 192 euro.
 Bij 70 cent is zijn omzet $= -4 \times 70^2 + 560 \times 70 = 19\,600$ cent = 196 euro.
 Bij 80 cent is zijn omzet $= -4 \times 80^2 + 560 \times 80 = 19\,200$ cent = 192 euro.
 Zijn omzet is het grootst als de prijs van zijn broodjes 70 cent is.