

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

12.1 Straling van sterren

Opgave 1

- a De afstand die het licht in een jaar aflegt, bereken je met de formule voor de verplaatsing bij eenparige beweging. Gebruik hierbij de nauwkeurige waarde voor de omlooptijd van de aarde om de zon in BINAS tabel 31.

$$s = v \cdot t$$

$$t = 1 \text{ jaar} = 365,256 \text{ d} = 365,256 \times 24 \times 60 \times 60 = 3,15581184 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$v = c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \text{ (zie BINAS tabel 7A)}$$

$$\text{Invullen levert: } s = 2,99792458 \cdot 10^8 \times 3,15581184 \cdot 10^7 = 9,46088588 \cdot 10^{15} \text{ m.}$$

$$\text{Afgerond: } s = 9,461 \cdot 10^{15} \text{ m.}$$

- b Het aantal jaar dat het licht erover doet, volgt uit de afstand uitgedrukt in lichtjaren.

$$8,2 \cdot 10^{13} \text{ km} = 8,2 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

$$1 \text{ lichtjaar} = 9,461 \cdot 10^{15} \text{ m} \quad (\text{zie BINAS tabel 5})$$

$$\text{het aantal lichtjaar} = \frac{8,2 \cdot 10^{16}}{9,461 \cdot 10^{15}} = 8,667$$

Het licht doet er dus afgerond 8,7 jaar over om vanaf Sirius de aarde te bereiken.

- c Of de piek links of rechts ligt beredeneer je met de wet van Wien.

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = k_w$$

Volgens BINAS tabel 32B geldt voor de temperatuur van de zon $T_{\text{zon}} = 5,78 \cdot 10^3 \text{ K}$.

Hieruit volgt dat T_{Sirius} groter is dan T_{zon} .

Omdat k_w een constante is, is $\lambda_{\text{max,Sirius}}$ kleiner dan $\lambda_{\text{max,zon}}$.

Dus ligt de piek in het stralingsspectrum bij een lagere golflengte en daardoor links van de piek van de zon.

- d De relatieve lichtsterkte bereken je met de verhouding van het uitgestraalde vermogen. Het uitgestraalde vermogen bereken je met de wet van Stefan-Boltzmann. De oppervlakte bereken je met de oppervlakte van een bol.

$$A = 4\pi R^2$$

$$P_{\text{bron}} = \sigma \cdot A \cdot T^4$$

$$L_{\text{rel}} = \frac{P_{\text{bron,Sirius}}}{P_{\text{bron,zon}}} = \frac{\sigma \cdot 4\pi R_{\text{Sirius}}^2 \cdot T_{\text{Sirius}}^4}{\sigma \cdot 4\pi R_{\text{zon}}^2 \cdot T_{\text{zon}}^4} = \frac{(1,7 \times R_{\text{zon}})^2 \times (9,9 \cdot 10^3)^4}{R_{\text{zon}}^2 \times (5,78 \cdot 10^3)^4} = 25$$

(Dit betekent dus dat de lichtsterkte van Sirius 25 keer zo groot is als die van de zon.)

- e Het aantal zonnestraal $R_{\square}$ bereken je met de straal van de zon en de straal van Proxima Centauri.

De straal van Proxima Centauri bereken je met de oppervlakte van Proxima Centauri.

De oppervlakte van Proxima Centauri bereken je met de wet van Stefan-Boltzmann.

Het uitgestraalde vermogen bereken je met de lichtsterkte van Proxima Centauri.

$$P_{\text{bron,PC}} = 0,0017 \cdot L_{\text{bron,zon}} = 0,0017 \cdot P_{\text{bron,zon}}$$

$$P_{\text{bron,zon}} = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W} \quad (\text{zie BINAS tabel 32C})$$

$$\text{Invullen levert: } P_{\text{bron,PC}} = 0,0017 \times 3,85 \cdot 10^{26}$$

$$P_{\text{bron,PC}} = 6,545 \cdot 10^{23} \text{ W}$$

$$P_{\text{bron,PC}} = \sigma \cdot A \cdot T^4$$

$$\sigma = 5,670373 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

$$\text{Invullen levert: } 6,545 \cdot 10^{23} = 5,670373 \cdot 10^{-8} \cdot A \cdot (3,0 \cdot 10^3)^4$$

$$A = 1,4249 \cdot 10^{17} \text{ m}^2$$

$$A = 4\pi R^2$$

$$\text{Invullen levert: } 1,4249 \cdot 10^{17} = 4\pi R^2$$

$$R = 1,0648 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$R_{\text{zon}} = 6,963 \cdot 10^8 \text{ m} \quad (\text{zie BINAS tabel 32C})$$

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

Dus de straal van Proxima Centauri is $\frac{1,0648 \cdot 10^8}{6,963 \cdot 10^8} = 0,1529 R_{\odot}$.

Afgerond: $0,153 R_{\odot}$.

Opgave 2

- a Uit de planckkrommen blijkt dat bij 3000 K veel rood licht aanwezig is en relatief weinig blauw. Niet alle kleuren zijn in gelijke mate aanwezig, daarom geeft de gloeilamp geen wit licht.
b De temperatuur van de halogeenlamp bereken je met de wet van Wien.

$$\lambda_{\max} \cdot T = k_W$$

$$\lambda_{\max} = 906 \text{ nm} = 906 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

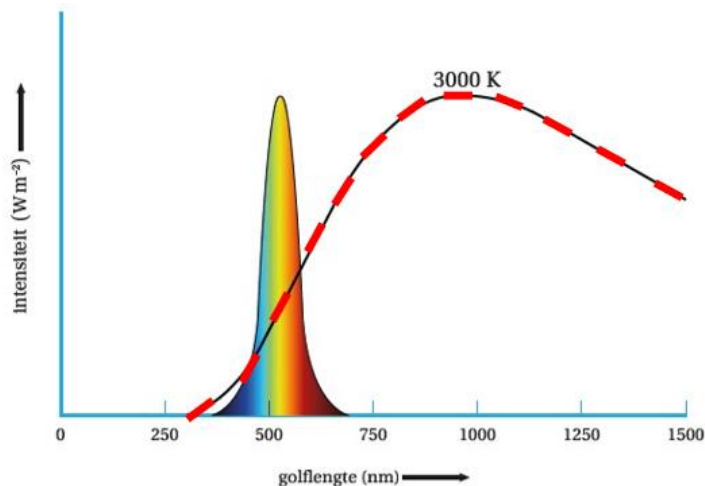
$$k_W = 2,8977721 \cdot 10^{-3} \text{ m K} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$\text{Invullen levert: } 906 \cdot 10^{-9} \cdot T = 2,8977721 \cdot 10^{-3}$$

$$T = 3198,4 \text{ K}$$

Het kwarts van de halogeenlamp moet dus tegen een hogere temperatuur bestand zijn.

- c Uit figuur 12.5 in het boek blijkt dat het grootste gedeelte van het uitgezonden spectrum niet behoort tot zichtbaar licht.
d De temperatuur van de gloeidraad in een halogeenlamp is groter dan die van de gloeidraad in een gloeilamp.
Dus de golflengte van het stralingsmaximum verschuift naar links richting het zichtbare gedeelte. Een groter gedeelte van het spectrum valt in het gebied van zichtbaar licht. Het rendement van de halogeenlamp is dus hoger.
e Zie figuur 12.1 hieronder.



Figuur 12.1

Toelichting

Voor de intensiteit geldt

$$I = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi r^2} = \frac{P_{\text{bron}}}{A}$$

Volgens de wet van Stefan-Boltzmann is het uitgezonden vermogen recht evenredig met de uitzendende oppervlakte. Wanneer het oppervlak twee keer zo klein is, dan is het uitgezonden vermogen dus twee keer zo klein. Omdat de oppervlakte ook twee keer zo klein is, blijft de intensiteit van het licht van de gloeidraad gelijk.

Opgave 3

- a De temperatuur van Wega bereken je met de wet van Wien.

$$\lambda_{\max} \cdot T = k_W$$

$$\lambda_{\max} < 400 \text{ nm} = 400 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$k_W = 2,8977721 \cdot 10^{-3} \text{ m K} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$\text{Invullen levert: } 400 \cdot 10^{-9} \cdot T = 2,8977721 \cdot 10^{-3}$$

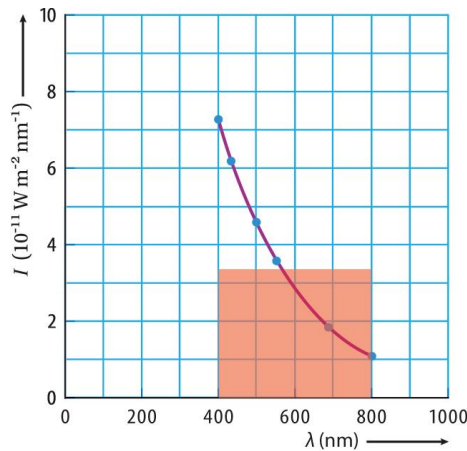
$$T = 7244 \text{ K}$$

$$\text{Dus } T > 7000 \text{ K.}$$

- b Het gevraagde percentage bereken je met de verhouding van de stralingsintensiteit in het zichtbare gebied I_{zicht} en de totale stralingsintensiteit I_{tot} .

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

De stralingsintensiteit in het zichtbare gebied volgt uit de oppervlakte onder de grafiek in het zichtbare gebied. Zie figuur 12.2 hieronder.



Figuur 12.2

$$I_{\text{zicht}} = (800 - 400) \times 3,3 \cdot 10^{-11} = 1,32 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2}.$$

$$\text{percentage} = \frac{I_{\text{zicht}}}{I_{\text{tot}}} \cdot 100\%$$

$$I_{\text{tot}} = 2,9 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{Invullen levert: percentage} = \frac{1,32 \cdot 10^{-9}}{2,9 \cdot 10^{-8}} \times 100\%$$

$$\text{Percentage} = 45,8\%$$

Afgerond: 46%.

- c De gevraagde verhouding bereken je met de verhouding van het stralingsvermogen van Wega en het stralingsvermogen van de zon.

Het stralingsvermogen van Wega bereken je met de formule voor de intensiteit.

$$I = \frac{P_{\text{wega}}}{4\pi r^2}$$

$$I = 2,9 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$$

$$r = 23,7 \cdot 10^{16} \text{ m} \quad (\text{zie BINAS tabel 32 B})$$

$$\text{Invullen levert: } 2,9 \cdot 10^{-8} = \frac{P_{\text{Wega}}}{4\pi \times (23,7 \cdot 10^{16})^2}$$

$$P_{\text{Wega}} = 2,046 \cdot 10^{28} \text{ W}$$

$$P_{\text{zon}} = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W} \quad (\text{zie BINAS tabel 32C})$$

$$\text{Invullen levert: } \frac{P_{\text{wega}}}{P_{\text{zon}}} = \frac{2,046 \cdot 10^{28}}{3,85 \cdot 10^{26}} = 53,16$$

Het totale uitgestraalde vermogen is 53 keer zo groot als dat van de zon.

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

Opgave 4

- a Voor de zonneconstante geldt $I = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi r^2}$.

Het uitgestraalde vermogen door de zon P_{bron} blijft hetzelfde. Mars staat verder van de zon af dan de aarde. Dus is de zonneconstante van Mars kleiner dan die van de zon.

- b De zonneconstante is het uitgestraalde vermogen per oppervlakte-eenheid in de bundel die Mars bereikt. Omdat Mars om zijn as draait, wordt dit vermogen verdeeld over het oppervlak van Mars.

De oppervlakte van de doorsnede van de bundel is πR^2 en de oppervlakte van Mars is $4\pi R^2$. Een vierkante meter van Mars ontvangt dus per seconde een kwart van de stralingsenergie.

- c De gemiddelde temperatuur bereken je met de wet van Stefan-Boltzmann.

Het stralingsvermogen dat een vierkante meter van het oppervlak van Mars gemiddeld uitzendt, bereken je met het stralingsvermogen dat een vierkante meter van het oppervlak van Mars gemiddeld absorbeert.

Het stralingsvermogen dat een vierkante meter van het oppervlak van Mars gemiddeld absorbeert, bereken je met het stralingsvermogen dat gemiddeld op een vierkante meter van het oppervlak van Mars terechtkomt.

Het stralingsvermogen dat gemiddeld op een vierkante meter van het oppervlak van Mars terechtkomt, bereken je met de zonneconstante van Mars.

De zonneconstante van Mars is 589 W m^{-2} . Op een vierkante meter van het oppervlak van Mars komt gemiddeld een kwart hiervan terecht: $0,25 \times 589 = 1,4725 \text{ W m}^{-2}$.

Hiervan wordt maar 75% geabsorbeerd door het oppervlak van Mars.

Dit is $0,75 \times 1,4725 \cdot 10^2 = 1,104 \cdot 10^2 \text{ W m}^{-2}$.

$$\frac{P_{\text{bron}}}{A} = 1,104 \cdot 10^2 \text{ W m}^{-2}$$

$$P_{\text{bron}} = \sigma \cdot A \cdot T^4$$

$$\text{Hieruit volgt: } \frac{P_{\text{bron}}}{A} = \sigma \cdot T^4$$

$$\sigma = 5,670373 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$\text{Invullen levert: } 1,104 \cdot 10^2 = 5,670373 \cdot 10^{-8} \cdot T^4$$

$$T = 210,0 \text{ K}$$

$$\text{Afgerond: } T = 210 \text{ K.}$$

Opgave 5

- a De netto uitgezonden straling is gelijk aan het uitgezonden vermogen min het opgenomen vermogen. Voor beide geldt de wet van Stefan-Boltzmann.

Het oppervlak is gelijk voor het uitzenden en opnemen van straling.

$$P_{\text{netto}} = P_{\text{uit}} - P_{\text{opgenomen}} = \sigma \cdot A \cdot T^4 - \sigma \cdot A \cdot T_{\text{omgeving}}^4 = \sigma \cdot A \cdot (T^4 - T_{\text{omgeving}}^4)$$

- b De hoeveelheid energie die Douwe uitzendt, bereken je met de formule voor energie.

Het netto uitgezonden vermogen bereken je met de gegeven formule.

$$P_{\text{netto}} = \sigma \cdot A \cdot (T^4 - T_{\text{omgeving}}^4)$$

$$\sigma = 5,670373 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$A = 1,8 \text{ m}^2$$

$$T = 32 \text{ }^\circ\text{C} = 32 + 273 = 305 \text{ K}$$

$$T_{\text{omgeving}} = 20 \text{ }^\circ\text{C} = 20 + 273 = 293 \text{ K}$$

$$\text{Invullen levert: } P_{\text{netto}} = 5,670373 \cdot 10^{-8} \times 1,8 \times (305^4 - 293^4) = 1,3101 \cdot 10^2 \text{ W}$$

$$E = P \cdot t$$

$$t = 1 \text{ dag} = 86400 \text{ s} \quad (\text{zie BINAS tabel 5})$$

$$\text{Invullen levert: } E = 1,3101 \cdot 10^2 \times 86400 = 1,1319 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } E = 1,1 \cdot 10^7 \text{ J.}$$

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

- c Het uitgezonden vermogen zorgt ervoor dat het tentdoek (uiteindelijk) een hogere temperatuur heeft dan de buitenlucht. Dus T_{omgeving} is in een tent groter dan in de buitenlucht. Alle andere factoren zijn hetzelfde. Lisa heeft dus gelijk.

Opgave 6

- a De oppervlaktetemperatuur van een zonnevlek bereken je uit de oppervlaktetemperatuur van de zon en het temperatuurverschil.

$$T_{\text{vlek}} = T_{\text{zon}} - \Delta T$$

$$T_{\text{zon}} = 5,78 \cdot 10^3 \text{ K} \quad (\text{zie BINAS tabel 32B})$$

$$\Delta T = 1250 \text{ }^\circ\text{C} = 1250 \text{ K}$$

$$\text{Invullen levert: } T_{\text{vlek}} = 5,78 \cdot 10^3 - 1250$$

$$T_{\text{vlek}} = 4530 \text{ K}$$

$$\text{Afgerond: } T_{\text{vlek}} = 4,53 \cdot 10^3 \text{ K.}$$

- b De kleur leid je af met behulp van de wet van Wien.

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = k_{\text{W}}$$

k_{W} is een constante.

T_{vlek} is kleiner dan T_{omgeving} .

$\lambda_{\text{max,vlek}}$ is groter dan $\lambda_{\text{max,omgeving}}$.

Hoe groter de golflengte, hoe roder de kleur. Zie BINAS tabel 19A.

De kleur van het licht van de zonnevlek is dus roder dan het licht uit de directe omgeving.

- c Dat de intensiteit van een zonnevlek ongeveer drie keer kleiner is dan die van een 'normaal' stukje oppervlak van de zon, bereken je met de verhouding van deze twee intensiteiten. De verhouding van de twee intensiteiten bereken je met de wet van Stefan-Boltzmann.

$$\frac{I_{\text{vlek}}}{I_{\text{zon}}} = \frac{\frac{P_{\text{vlek}}}{4\pi r^2}}{\frac{P_{\text{zon}}}{4\pi r^2}} = \frac{P_{\text{vlek}}}{P_{\text{zon}}} = \frac{\sigma \cdot A \cdot T_{\text{vlek}}^4}{\sigma \cdot A \cdot T_{\text{zon}}^4} = \frac{(4,53 \cdot 10^3)^4}{(5,78 \cdot 10^3)^4} = 0,3772$$

De intensiteit van een zonnevlek is dus $\frac{1}{0,377} = 2,65$ keer kleiner dan die van een normaal stukje van de zon. Dit is dus ongeveer drie keer kleiner.

Opgave 7

- a Volgens de wet van Wien en de planckkrommen hoort de hoogste temperatuur bij ultravioletstraling en blauw licht. Dit wordt met name vanuit de linkerbovenhoek van het sterrenstelsel uitgezonden en vanuit het centrum.
- b De omtrek O van de buitenrand bereken je met de formule voor de omtrek van een cirkel.

$$O = 2\pi r = \pi d$$

$$d = 2,4 \cdot 10^3 \text{ lichtjaar} = 2,4 \cdot 10^3 \times 9,461 \cdot 10^{15} = 2,2706 \cdot 10^{19} \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } O = \pi \times 2,2706 \cdot 10^{19} = 7,133 \cdot 10^{19} \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } O = 7,1 \cdot 10^{19} \text{ m.}$$

- c De effectieve temperatuur van de clusters nieuwe sterren bereken je met de wet van Wien. De golflengte van het stralingsmaximum volgt uit de kleur van de clusters en BINAS tabel 19A.

Uit BINAS tabel 19A volgt dat ultravioletstraling begint bij een golflengte van 390 nm.

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = k_{\text{W}}$$

$$\lambda_{\text{max}} = 390 \text{ nm} = 390 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$k_{\text{W}} = 2,8977721 \cdot 10^{-3} \text{ m K} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$\text{Invullen levert: } 390 \cdot 10^{-9} \cdot T = 2,8977721 \cdot 10^{-3}$$

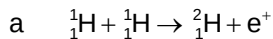
$$T = 7,430 \cdot 10^3 \text{ K}$$

Bij een grotere golflengte en dezelfde waarde voor k_{W} is dus de effectieve temperatuur groter en daardoor minstens $7,4 \cdot 10^3 \text{ K}$.

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

12.2 Sterren classificeren

Opgave 8



In deze kernreactie staat een positron. Het massadefect mag je dus niet berekenen met uitsluitend de atoommassa's in BINAS tabel 25.

De massa van een positron is gelijk aan de massa van een elektron.

$$m = (m_{\text{H-2}} - m_{\text{e}}) + m_{\text{e}} - 2(m_{\text{H-1}} - m_{\text{e}})$$

$$m = m_{\text{H-2}} - 2m_{\text{H-1}} + 2m_{\text{e}}$$

$$m = 2,014102 - 2 \times 1,007825 + 2 \times 5,48579909065 \cdot 10^{-4} = -4,50840187 \cdot 10^{-4} \text{ u}$$

Het massadefect is negatief. Er komt energie vrij.

Volgens BINAS tabel 7 geldt dat $1 \text{ u} = 931,494061 \text{ MeV}$.

De hoeveelheid energie die vrijkomt is dus gelijk aan $4,50840187 \cdot 10^{-4} \times 931,494061 = 0,419954957 \text{ MeV}$.

Dit komt afgerond overeen met $0,42 \text{ MeV}$.

- b Voor één kern helium-4 zijn twee kernen helium-3 nodig.

Voordat één kern helium-4 geproduceerd kan worden, moet stap 2 twee keer verlopen en daardoor ook stap 1.

Dus er komt in totaal $2 \times 0,42 + 2 \times 5,49 + 12,86 = 24,68 \text{ MeV}$ vrij per kern helium-4.

- c Hoeveel kg waterstof per seconde wordt omgezet bereken je met het aantal kernen helium-4 dat ontstaat.

Het aantal kernen helium-4 dat ontstaat bereken je met het uitgestraalde vermogen van de zon en de energie die ontstaat bij de productie van één kern helium-4.

$$P_{\text{bron,zon}} = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W} \quad (\text{zie BINAS tabel 32C})$$

$$24,68 \text{ MeV} = 24,68 \cdot 10^6 \times 1,602 \cdot 10^{-19} = 3,953736 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

$$\text{Dus per seconde ontstaan } \frac{3,85 \cdot 10^{26}}{3,953736 \cdot 10^{-12}} = 9,73762538 \cdot 10^{37} \text{ kernen helium-4.}$$

Voor een kern helium-4 zijn netto vier kernen H-1 nodig.

Dus er worden per seconde $4 \times 9,73762538 \cdot 10^{37} = 3,89505015 \cdot 10^{38}$ kernen H-1 omgezet.

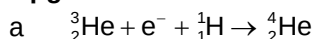
$$m_{\text{H-1}} = 1,007825 \text{ u} \quad (\text{zie BINAS tabel 25})$$

$$1 \text{ u} = 1,660538921 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

Per seconde wordt $3,89505015 \cdot 10^{38} \times 1,007825 \times 1,660538921 \cdot 10^{-27} = 6,51849356 \cdot 10^{11} \text{ kg}$ waterstof omgezet.

Afgerond: $6,52 \cdot 10^{11} \text{ kg}$.

Opgave 9



Bij deze kernreactie zijn uitsluitend kernen en elektronen betrokken. Het massadefect kun je dus berekenen met de atoommassa's in BINAS tabel 25.

$$m = m_{\text{He-4}} - m_{\text{He-3}} - m_{\text{H-1}}$$

$$m = 4,002603 - 3,016029 - 1,007825 = -0,021251 \text{ u}$$

Het massadefect is negatief. Er komt energie vrij.

De hoeveelheid energie is gelijk aan $0,021251 \times 931,494061 = 19,79951803 \text{ MeV}$.

Dit komt overeen met $19,80 \text{ MeV}$.

- b Het aantal kernen helium-4 dat per seconde in de zon ontstaat bereken je met het vermogen van de zon en de hoeveelheid energie die ontstaat bij de vorming van helium-4 uit isotopen van waterstof.

De hoeveelheid energie die ontstaat bij de vorming van helium-4 uit isotopen van waterstof bereken je met de energie die vrijkomt bij de vorming van helium-3 en de vorming van helium-4.

Bij de vorming van helium-3 ontstaat $5,91 \text{ MeV}$. Bij de vorming van helium-4 uit helium-3 ontstaat $19,80 \text{ MeV}$.

In totaal komt bij de vorming van een kern helium-4 dus $19,80 + 5,91 = 25,71 \text{ MeV}$ vrij.

Dit is $25,71 \cdot 10^6 \times 1,602 \cdot 10^{-19} = 4,1181 \cdot 10^{-12} \text{ J}$.

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

Het aantal kernen helium-4 dat per seconde ontstaat, is maximaal $\frac{3,85 \cdot 10^{26}}{4,118 \cdot 10^{-12}} = 9,34 \cdot 10^{37}$.

Afgerond: $9,3 \cdot 10^{37}$ kernen per seconde.

- c De massa die per seconde in de zon wordt omgezet bereken je met de formule van Einstein. De energie (die per seconde wordt gevormd) in de zon volgt uit het vermogen van de zon.

$$P = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

Dus per seconde wordt $3,85 \cdot 10^{26}$ J aan energie omgezet.

$$E = m \cdot c^2$$

$$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$\text{Invullen levert: } 3,85 \cdot 10^{26} = m \cdot (2,9979 \cdot 10^8)^2$$

$$m = 4,283 \cdot 10^9 \text{ kg}$$

Er wordt afgerond $4,28 \cdot 10^9$ kg per seconde omgezet (4,28 miljoen ton per seconde).

Opgave 10

- a De dichtheid bereken je met de formule voor de dichtheid. Het volume bereken je met de formule voor het volume van een bol.

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$$

$$r = 12 \text{ km} = 12 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } V = \frac{4}{3} \pi \cdot (12 \cdot 10^3)^3$$

$$V = 7,238 \cdot 10^{12} \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$m = 2M_{\odot} = 2 \times 1,9884 \cdot 10^{30} = 3,9768 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad (\text{zie BINAS tabel 32C})$$

$$\text{Invullen levert: } \rho = \frac{3,9768 \cdot 10^{30}}{7,238 \cdot 10^{12}} = 5,494 \cdot 10^{17} \text{ kg m}^{-3}$$

Afgerond: $\rho = 5,5 \cdot 10^{17} \text{ kg m}^{-3}$.

- b De minimale orde van grootte van de oppervlaktetemperatuur bereken je met de wet van Wien.

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = k_W$$

$$k_W = 2,8977721 \cdot 10^{-3} \text{ m K} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

In BINAS tabel 19B staat dat röntgenstraling en gammastraling golflengten hebben in de orde van grootte van 10^{-9} tot 10^{-15} m.

De laagste temperatuur hoort bij de grootste golflengte, in dit geval 10^{-9} m.

$$\text{Invullen levert: } 10^{-9} \cdot T = 2,8977721 \cdot 10^{-3}$$

$$T = 2,897721 \cdot 10^6 \text{ K}$$

De ordegrrootte van de oppervlaktetemperatuur is dus minimaal 10^6 .

- c De snelheid van een punt op de evenaar bereken je met de formule voor de baansnelheid. De omlooptijd bereken je met de formule voor de frequentie.

$$T = \frac{1}{f}$$

$$f = 716 \text{ Hz}$$

$$\text{Invullen levert: } T = \frac{1}{716}$$

$$T = 1,3966 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$r = 16 \text{ km} = 16 \cdot 10^3 \text{ m}$$

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

$$\text{Invullen levert: } v = \frac{2\pi \times 16 \cdot 10^3}{1,3966 \cdot 10^{-3}}$$

$$v = 7,198 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v = 7,2 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}.$$

Opgave 11

- a Als de lichtsterkte $8 \cdot 10^4$ keer groter is dan die van de zon, dan geldt $\log \frac{L}{L_{\text{zon}}} = \log 8 \cdot 10^4 = 4,9$.

Beide sterren liggen in het HR-diagram van BINAS tabel 33 dicht bij deze waarde.

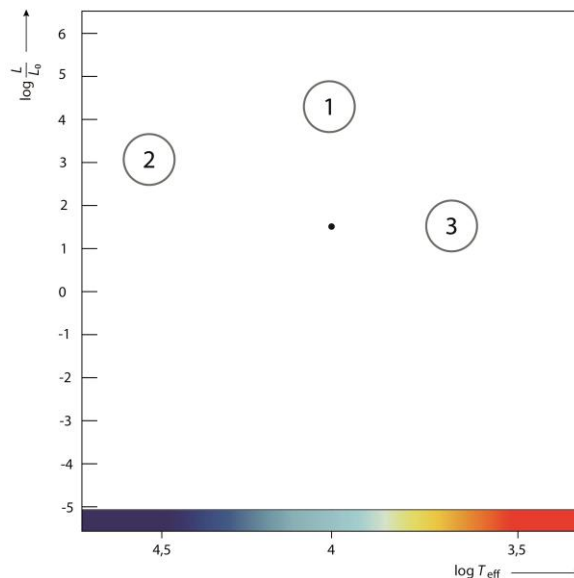
- b Als de effectieve temperatuur 1,8 keer zo groot is als die van de zon dan geldt:

$$T_{\text{eff}} = 1,8 \times 5,78 \cdot 10^3 = 1,04 \cdot 10^4 \text{ K (zie BINAS 32B)}$$

$$\log T_{\text{eff}} = \log 1,04 \cdot 10^4 = 4,01$$

Uit het HR-diagram van BINAS tabel 33 blijkt dat dit overeenkomt met Rigel en niet met Betelgeuze.

- c Zie onderstaande figuur 12.3.



Figuur 12.3

Toelichting

- Als T gelijk blijft, behoudt $\log T$ dezelfde waarde.
Volgens BINAS tabel 33 neemt, bij dezelfde waarde van $\log T$, de straal toe bij grotere waarde van $\frac{\log L}{\log L_{\odot}}$. Dus positie 1 ligt verticaal boven het zwarte punt.
- Als T toeneemt, dan verschuift de positie van de ster naar links.
Sterren met gelijke straal liggen op gestreepte schuine lijnen die naar links omhoog lopen.
Dus positie 2 ligt linksboven het zwarte punt.
- Als de helderheid van een ster gelijk blijft, dan verandert de waarde van $\frac{\log L}{\log L_{\odot}}$ niet.
Als een ster uitzet, neemt de straal toe. Dus positie 3 ligt rechts van het zwarte punt.

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

Opgave 12

- a Of de temperatuur van de zon in die tijd hoger of lager is geworden beredeneer je met de wet van Wien.

$$\lambda_{\max} \cdot T = k_W$$

Als de zon verandert in een rode reus, dan verschuift de golflengte van het stralingsmaximum in de planckkromme richting de golflengte van het rood. Dus de golflengte neemt toe. Omdat in de wet van Wien k_W niet verandert, hoort bij een grotere golflengte een lagere temperatuur. Dus de temperatuur van de zon is in die tijd lager geworden.

- b Als de zon een rode reus is geworden, is volgens de theorie *Levenscyclus van de zon* de straal 250 keer zo groot geworden. De straal van de zon is $6,963 \cdot 10^8$ m. Zie BINAS tabel 32C.
 $R = 250 \times 6,963 \cdot 10^8 = 1,741 \cdot 10^{11}$ m.
 Volgens BINAS tabel 31 is de baanstraal van Mercurius $0,0579 \cdot 10^{12} = 0,579 \cdot 10^{11}$ m.
 Venus heeft een baanstraal van $0,1082 \cdot 10^{12} = 1,082 \cdot 10^{11}$ m.
 Beide baanstralen zijn kleiner dan de straal van de zon als rode reus. Dit betekent dat de planeetbanen binnen de straal van de zon zelf vallen en dus volledig zijn opgeslokt.
- c Uit BINAS tabel 33 blijkt dat de orde van grootte van de straal van een witte dwerg gelijk is aan $0,01 R_\odot$. De straal van een witte dwerg is dus ongeveer $0,01 \times 6,963 \cdot 10^8 = 6,963 \cdot 10^6$ m. De orde van grootte is dus 10^7 .

Opgave 13

- a De kleur van Sirius bepaal je met behulp van de wet van Wien.

$$\lambda_{\max} \cdot T = k_W$$

$$k_W = 2,8977721 \cdot 10^{-3} \text{ m K} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$T = 1,0 \cdot 10^4 \text{ K}$$

$$\text{Invullen levert: } \lambda_{\max} \cdot 1,0 \cdot 10^4 = 2,8977721 \cdot 10^{-3}$$

$$\lambda_{\max} = 2,897 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Dit betekent dat de golflengte van het stralingsmaximum in het uv-gebied ligt. In dat geval zijn alle kleuren licht aanwezig, maar er is relatief veel blauw licht. Sirius heeft daarom een (blauw)witte kleur.

- b Het HR-diagram heeft een logaritmische schaal voor de straal: de afstanden tussen de streeplijnen zijn gelijk, maar de straal neemt met een factor 10 toe.
 De straal van Sirius ligt op 0,2 tussen de streeplijnen met bijschrift $1 R_\odot$ en $10 R_\odot$.
 De straal van Sirius is dus $10^{0,2} \cdot R_\odot = 1,58 \cdot R_\odot$.
 Voor Aldebaran vind je $10^{1,8} \cdot R_\odot = 63,0 \cdot R_\odot$.
 De verhouding is dus $\frac{1,58 \times R_{\text{zon}}}{63,0 \times R_{\text{zon}}} \approx 0,02507$.
 De verhouding tussen de straal van Sirius en de straal van Aldebaran is afgerond 0,03.
- c Volgens het HR-diagram van BINAS tabel 33 zit Sirius in de hoofdreeks. Aldebaran is een rode reus. Aldebaran is dus verder in zijn levenscyclus dan Sirius.

Opgave 14

- a Uit BINAS tabel 33 volgt voor de effectieve temperatuur van Betelgeuze $\log T_{\text{eff}} = 3,55$.
 Dus $T_{\text{eff}} = 10^{3,55} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ K}$.
 Uit de planckkrommen van BINAS tabel 22 blijkt dat bij een zwarte straler met een temperatuur van 3500 K de golflengte voor het stralingsmaximum ligt op de grens van rood en infrarood.
- b Of Betelgeuze zal ontploffen als een supernova hangt af van zijn massa uitgedrukt in zonmassa's. Het aantal zonmassa's van een ster bereken je met de gegeven formule.
 De verhouding $\frac{P_{\text{ster}}}{P_{\text{zon}}}$ is gelijk aan $\frac{L_{\text{ster}}}{L_{\text{zon}}}$ en bepaal je uit het HR-diagram.

$$\text{Voor Betelgeuze lees je (afgerond) af } \log \frac{L_{\text{Betelgeuze}}}{L_{\text{zon}}} = 4,9.$$

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

$$\text{Dus } \frac{P_{\text{Betelgeuze}}}{P_{\text{zon}}} = 10^{4,9} = 7,94 \cdot 10^4.$$

$$\frac{P_{\text{Betelgeuze}}}{P_{\text{zon}}} = \left(\frac{M_{\text{Betelgeuze}}}{M_{\text{zon}}} \right)^{\frac{7}{2}}$$

$$7,94 \cdot 10^4 = \left(\frac{M_{\text{Betelgeuze}}}{M_{\text{zon}}} \right)^{\frac{7}{2}}$$

$$M_{\text{Betelgeuze}} = 25,1 M_{\text{zon}}$$

De massa van Betelgeuze is veel groter dan tien maal de massa van de zon. Dit betekent dat Betelgeuze zal ontploffen als een supernova.

- c De verhouding van de stralingsintensiteiten bereken je met de stralingsintensiteit van Betelgeuze en de 'zonneconstante op aarde'.

De stralingsintensiteit van Betelgeuze bereken je met het uitgezonden vermogen van Betelgeuze en de oppervlakte van Betelgeuze.

Het uitgezonden vermogen van Betelgeuze volgt uit het uitgezonden vermogen van de zon in 10 miljard jaar.

De oppervlakte van Betelgeuze bereken je met de straal van Betelgeuze.

$$A_{\text{Betelgeuze}} = 4\pi R_{\text{Betelgeuze}}^2$$

Afstand van de aarde tot Betelgeuze $R_{\text{Betelgeuze}} = 470 \cdot 10^{16} \text{ m}$ (zie BINAS tabel 32B)

$$A_{\text{Betelgeuze}} = 4\pi (470 \cdot 10^{16})^2$$

$$A_{\text{Betelgeuze}} = 2,7759 \cdot 10^{38} \text{ m}^2$$

$$E_{\text{zon}, 10 \text{ miljard}} = P_{\text{zon}} \cdot t$$

$$P_{\text{zon}} = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ (zie BINAS tabel 32C)}$$

$$t = 10 \text{ miljard jaar} = 10 \cdot 10^6 \times 3,15 \cdot 10^7 = 3,15 \cdot 10^{14} \text{ s (zie BINAS tabel 5)}$$

$$\text{Invullen levert: } E_{\text{zon}, 10 \text{ miljard}} = 3,85 \cdot 10^{26} \times 3,15 \cdot 10^{14} = 1,212 \cdot 10^{41} \text{ J}$$

$$I_{\text{Betelgeuze}} = \frac{P_{\text{Betelgeuze}}}{A_{\text{Betelgeuze}}}$$

$$P_{\text{Betelgeuze}} = E_{\text{zon}, 10 \text{ miljard}} \text{ in een seconde} = 1,212 \cdot 10^{41} \text{ W}$$

$$\text{Invullen levert: } I_{\text{Betelgeuze}} = \frac{1,212 \cdot 10^{41}}{2,7759 \cdot 10^{38}}$$

$$I_{\text{Betelgeuze}} = 4,366 \cdot 10^2 \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{Aantal zonneconstanten} = \frac{I_{\text{Betelgeuze}}}{I_{\text{zon}}}$$

$$I_{\text{zon}} = 1,368 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2} \text{ (zie BINAS tabel 32C)}$$

$$\text{Invullen levert: } \frac{I_{\text{Betelgeuze}}}{I_{\text{zon}}} = \frac{4,366 \cdot 10^2}{1,368 \cdot 10^3} = 0,3191$$

De stralingsintensiteit van de gammaflits die de aarde bereikt, is dan afgerond 0,32 keer de zonneconstante.

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

12.3 Spectraalanalyse

Opgave 15

- a Uit BINAS tabel 21A (en uit figuur 12.20 van het boek) blijkt dat 13,0560 eV hoort bij energieniveau $n = 5$.
Omdat $n = 1$ de grondtoestand is, volgt hieruit dat dit de vierde aangeslagen toestand is.
- b Het terugvallen van niveau $n = 5$ naar $n = 1$ kan in één keer of via tussenstappen:
 $5 - 1$
 $5 - 2 - 1$
 $5 - 3 - 1$
 $5 - 3 - 2 - 1$
 $5 - 4 - 1$
 $5 - 4 - 2 - 1$
 $5 - 4 - 3 - 2 - 1$
 $5 - 4 - 3 - 1$
 Er zijn dus acht verschillende manieren mogelijk.
- c Volgens BINAS tabel 19A horen bij zichtbaar licht de golflengten 390 t/m 760 nm.
Dit zijn de overgangen naar $n = 2$ (dit heet de Balmerreeks).
Zichtbaar licht wordt dus uitgezonden tijdens de overgangen 3-2, 4-2 en 5-2.

Opgave 16

- a Op vier plaatsen is de intensiteit kleiner dan je verwacht. Er wordt dus minder vermogen per oppervlakte-eenheid ontvangen door de detector.
Het gaat dus om een absorptiespectrum.
- b Er vindt absorptie plaats bij de golflengten 410 nm; 435 nm; 485 nm en bij 655 nm.
Dit komt volgens BINAS tabel 20 overeen met het element waterstof.
- c De effectieve temperatuur volgt uit het stralingsmaximum van de planckkromme.

De golflengte van het stralingsmaximum is kleiner dan 400 nm.

Volgens BINAS tabel 22 is de temperatuur dan groter dan 6500 K.

De effectieve temperatuur van de zon is volgens BINAS tabel 32B $5,78 \cdot 10^3$ K.

Dus de effectieve temperatuur van de ster is groter dan die van de zon.

Opgave 17

- a De concentratie van het element helium in de atmosfeer is zeer klein in vergelijking met de concentratie in de zon. De absorptielijnen van helium als gevolg van absorptie in de chromosfeer van de zon zijn duidelijk zichtbaar.
Laat je wit licht door de atmosfeer gaan, dan is de absorptie zo klein dat de absorptielijnen in eerste instantie niet opgemerkt werden.
- b Bij een lage zonnestand legt het licht een grotere afstand af door de atmosfeer van de aarde. Er vindt dan meer absorptie plaats. De absorptielijnen die ontstaan door elementen in de atmosfeer van de aarde worden hierdoor duidelijker.
- c Omdat helium maar zeer weinig voorkomt in de atmosfeer, heeft de lage zonnestand bijna geen effect op de absorptielijnen die bij helium horen. De absorptie door helium vindt bijna volledig plaats in de chromosfeer van de zon.
- d Uit spectraalplaat 3 van BINAS tabel 20 blijkt dat het spectrum van waterstof geen lijnen heeft in de buurt van 570 nm. De lijn in het absorptiespectrum kan dus niet zijn veroorzaakt door een wolk koud waterstofgas.

Opgave 18

- a Dat groen licht wordt veroorzaakt door elektronen met een grotere kinetische energie beredeneer je met de wet van behoud van energie.

Tijdens dit proces wordt kinetische energie van de elektronen omgezet in fotonenergie.

$$E_{k, \text{elektron}} = E_f$$

Op grotere hoogte wordt rood licht uitgezonden en dicht bij de aarde groen licht.

Uit het spectrum voor zichtbaar licht in BINAS tabel 19A blijkt dat de fotonenergie van groen licht groter is dan die van rood licht.

Als elektronen zorgen voor groen licht, is de kinetische energie van de elektronen dus groter.

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

- b De minimale snelheid van de elektronen bereken je met de formule voor de kinetische energie.

De kinetische energie bereken je met de wet van behoud van energie.

De fotonenergie bereken je met de formule voor de fotonenergie.

$$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

$$h = 6,6206957 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$\lambda = 558 \text{ nm} = 558 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } E_f = \frac{6,6206957 \cdot 10^{-34} \times 2,99792458 \cdot 10^8}{558 \cdot 10^{-9}}$$

$$E_f = 3,5599 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_{k,\text{elektron}} = E_f$$

$$\frac{1}{2} m_e \cdot v_e^2 = E_f$$

$$m_e = 9,10938291 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$\text{Invullen levert: } \frac{1}{2} \times 9,10938291 \cdot 10^{-31} \cdot v_e^2 = 3,5599 \cdot 10^{-19}$$

$$v_e = 8,840 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v_e = 8,84 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}.$$

Opgave 19

- a De zwarte lijnen in een absorptiespectrum ontstaan wanneer licht door een stof gaat en gedeeltelijk wordt geabsorbeerd. De atomen in de waterpluim, waterstof en zuurstof, zorgen voor de lijnen in het absorptiespectrum.
- b Zie tabel 12.1.

λ (nm)	486	589	656	686
hoort bij waterstof	x		x	

Tabel 12.1

Toelichting:

Spectraalplaat 3 van BINAS tabel 20 geeft het emissiespectrum van waterstof. De lijnen in het absorptiespectrum moeten overeenkomen met de lijnen in dit emissiespectrum als ze bij waterstof horen. Dit is wel het geval voor 486 en 656 nm, maar niet voor 589 en 686 nm.

Opgave 20

- a Welke overgang hoort bij de grootste golflengte beredeneer je met de formule voor fotonenergie.

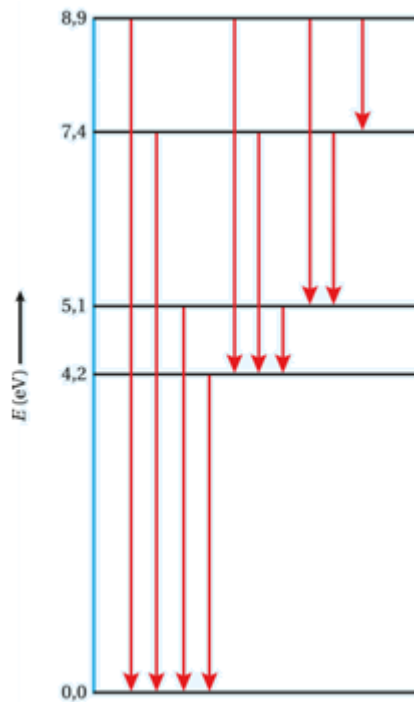
$$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

De grootste golflengte hoort bij de kleinste fotonenergie, omdat de waarden van h en c constant zijn.

De fotonen met de kleinste energie worden volgens figuur 12.25 van het boek uitgezonden bij de overgang van 5,1 naar 4,2 eV.

- b Terugvallen van een bepaalde energie naar de grondtoestand kan in één keer of in meerdere stappen. In figuur 12.4 hieronder zijn alle mogelijke overgangen met pijlen aangegeven. Er zijn dus tien verschillende overgangen mogelijk.

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

**Figuur 12.4**

- c De ionisatie-energie van $6,7 \cdot 10^{-19}$ J komt overeen met $\frac{6,7 \cdot 10^{-19}}{1,6022 \cdot 10^{-19}} = 4,2$ eV.

Dit betekent dat de ionisatie-energie volgens figuur 12.25 in het boek overeenkomt met de overgang van het eerste aangeslagen niveau naar de grondtoestand.
Dus het energieniveauschema hoort niet bij dit atoom.

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

12.4 Bewegende sterren

Opgave 21

- a Welk spectrum hoort bij zonnevlekken A bereken je met het dopplereffect.

Het groepje zonnevlekken A beweegt naar je toe. Het spectrum van zonnevlekken A vertoont dus blauwverschuiving. Dus spectrum 1 hoort bij het groepje zonnevlekken A.

- b De radiale snelheid bereken je met de formule voor de dopplerverschuiving.

λ bereken je met het gemiddelde van de golflengte bij A en C.

$\Delta\lambda$ bereken je met het verschil van de golflengte bij A en C.

De spectraallijn zonder verschuiving is het gemiddelde van de gegeven golflengten.

$$\lambda = 0,5 \times (527,0430 + 527,0350) = 527,0390 \text{ nm} = 5,270390 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Het verschil in golflengte is de helft van het verschil tussen de golflengten bij A en C.

$$\Delta\lambda = 0,5 \times (527,0430 - 527,0350) = 0,0040 \text{ nm} = 4,0 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$$

$$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$\text{Invullen levert: } v = \frac{4,0 \cdot 10^{-12}}{5,270390 \cdot 10^{-7}} \times 2,9979 \cdot 10^8$$

$$v = 2,275 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v = 2,3 \text{ km s}^{-1}.$$

- c Het aantal dagen volgt uit de omlooptijd.

De omlooptijd bereken je met de formule voor constante baansnelheid.

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$v = 2,3 \text{ km s}^{-1} = 2,3 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$r = 6,963 \cdot 10^8 \text{ m} \quad (\text{zie BINAS tabel 32C})$$

$$\text{Invullen levert: } 2,3 \cdot 10^3 = \frac{2\pi \cdot 6,963 \cdot 10^8}{T}$$

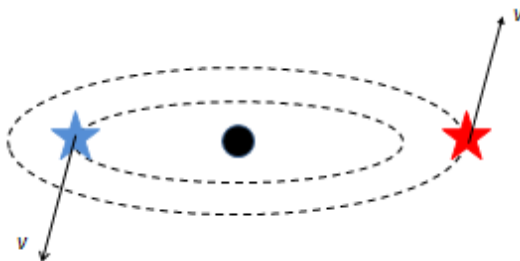
$$T = 1,902 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$\text{Het aantal dagen is dus } \frac{1,902 \cdot 10^6}{243600} = 22,0.$$

Afgerond: 22 dagen.

Opgave 22

- a Het sterrenstelsel waarin de twee sterren zich bevinden, beweegt met een bepaalde snelheid naar de aarde toe of van de aarde af. Je corrigeert eerst de rood- of blauwverschuiving van de individuele sterren voor de verschuiving als gevolg van de beweging van het gehele sterrenstelsel. Vervolgens kun je de snelheid bepalen waarmee ze binnen het sterrenstelsel bewegen. Als de ene ster dan naar je toe en de andere van je af beweegt, dan kan dit wijzen op een beweging rond een zwart gat. Zie figuur 12.5.



Figuur 12.5

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

- b Voor het uitvoeren van een cirkelbeweging is een middelpuntzoekende kracht nodig. De middelpuntzoekende kracht wordt geleverd door de gravitatiekracht. Volgens de derde wet van Newton heeft elke kracht een tegengestelde en even grote reactiekracht. Een exoplaneet oefent dus een even grote gravitatiekracht op de ster uit als de gravitatiekracht waarmee de ster de planeet in zijn baan houdt. Dit is de middelpuntzoekende kracht op de ster die leidt tot een cirkelvormige beweging van de ster.
- c Als de ster een cirkelbeweging uitvoert, dan beweegt de ster afwisselend naar de aarde toe en van de aarde af. Omdat de ster een bron van licht is, zal er dopplereffect optreden in het uitgezonden licht.
- d Als het licht van de ster door de dampkring van de exoplaneet gaat, absorberen elementen die aanwezig zijn in de dampkring bepaalde golflengten van het licht. Hierdoor ontstaan er extra zwarte lijnen in het absorptiespectrum, die wijzen op de aanwezigheid van deze elementen in de dampkring.

Opgave 23

- a Het aantal fotonen dat per seconde een oppervlakte van $1,0 \text{ m}^2$ bereikt, bereken je met het vermogen per m^2 tussen 1 en 2 mm en de fotonenergie.
Het vermogen per m^2 tussen 1 en 2 mm volgt uit de oppervlakte onder de grafiek tussen 1 en 2 mm.

De fotonenergie bereken je met de formule voor de fotonenergie en de gemiddelde golflengte.

De gemiddelde golflengte tussen 1 en 2 mm is $1,5 \text{ mm} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

$$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad \text{met } h = 6,6206957 \cdot 10^{-34} \text{ J s en } c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } E_f = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \times 3,0 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^{-3}} \quad (\text{schatting: gebruik dan afgeronde waarden})$$

$$E_f = 1,32 \cdot 10^{-22} \text{ J}$$

Het gemiddelde vermogen per m^2 tussen 1 en 2 mm is $14 \cdot 10^8 \text{ W}$.

Dus het vermogen over een breedte van 1 mm is $10 \times 14 \cdot 10^8 = 1,4 \cdot 10^6 \text{ W}$.

$$\text{Aantal fotonen per seconde is } \frac{1,4 \cdot 10^6}{1,32 \cdot 10^{-22}} = 1,0 \cdot 10^{16}.$$

Dus schatting c is de beste.

- b De temperatuur bereken je met de wet van Wien.

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = k_W$$

$$k_W = 2,8977721 \cdot 10^{-3} \text{ m K} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$\lambda_{\text{max}} = 1,1 \text{ mm} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } 1,1 \cdot 10^{-3} \cdot T = 2,8977721 \cdot 10^{-3}$$

$$T = 2,63 \text{ K}$$

$$\text{Afgerond: } T = 2,6 \text{ K.}$$

- c De snelheid bereken je met de formule voor de dopplerverschuiving

$$v = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \cdot c$$

Bij een temperatuur van 3000 K horen golflengten die (ongeveer) 1000 maal kleiner zijn dan de waargenomen golflengten.

In de formule levert dat voor de snelheid van de bron $v = 1000c$.

Dit is dus groter dan de lichtsnelheid en dat kan niet.

Opgave 24

- a Bij het draaien rond het zwarte gat beweegt de materie in figuur 12.35 aan de linkerkant van je af en aan de rechterkant naar je toe. De ene keer is er dus roodverschuiving en de andere keer blauwverschuiving.

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

Het gedeelte van de materie dat voor het zwarte gat of achter het zwarte gat langs beweegt vertoont geen rood- of blauwverschuiving. Materie draait op verschillende afstanden tot het zwarte gat, ieder met zijn eigen snelheid. Elke snelheid leidt tot een bepaalde waarde van rood- en blauwverschuiving. Hoe groter het verschil in snelheid, des te breder is de spectraallijn.

De snelheid van de materie wordt steeds groter. Hoe sneller deze rondom het zwarte gat draait, des te breder is de emissielijn.

- b De breedte van de spectraallijn bereken je met de rood- en blauwverschuiving. Een verschuiving bereken je met de formule van de dopplerverschuiving.

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$$

Voor de roodverschuiving geldt:

$$v = 2,0 \cdot 10^3 \text{ km s}^{-1} = 2,0 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$$

$$\lambda = 656 \text{ nm} = 656 \cdot 10^{-9} \text{ m} \quad (\text{zie BINAS tabel 21A bij rode kleur})$$

$$c = 2,9979 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$\text{Invullen levert: } 2,0 \cdot 10^6 = \frac{\Delta\lambda}{656 \cdot 10^{-9}} \cdot 2,9979 \cdot 10^8$$

$$\Delta\lambda = 4,37 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 4,37 \text{ nm}$$

Voor de blauwverschuiving is de maximale golflengteverschuiving hetzelfde.

De breedte van de spectraallijn is dus $2 \times 4,37 = 8,74 \text{ nm}$.

Afgerond: 8,7 nm.

- c Doordat een deel van de uitgezonden straling een golflengteverschuiving vertoont, is de intensiteit van het gedeelte dat geen verschuiving vertoont kleiner. De totale intensiteit is gelijk: de oppervlakte onder beide grafieken moet gelijk zijn.

Opgave 25

- a De omrekening van Mpc naar lichtjaar bereken je met behulp van gegevens in BINAS tabel 5.

$$1 \text{ pc} = 3,08572 \cdot 10^{16} \text{ m} \quad (\text{zie BINAS tabel 5})$$

$$1 \text{ Mpc} = 10^6 \times 3,08572 \cdot 10^{16} = 3,08572 \cdot 10^{22} \text{ m}$$

$$1 \text{ lichtjaar} = 9,461 \cdot 10^{15} \text{ m} \quad (\text{zie BINAS tabel 5})$$

Hieruit volgt:

$$1 \text{ Mpc} = \frac{3,08572 \cdot 10^{22}}{9,461 \cdot 10^{15}} = 3,261 \cdot 10^6 \text{ lichtjaar}$$

Dit is afgerond 3,26 miljoen lichtjaar.

- b De Hubbleconstante volgt uit de richtingscoëfficiënt van de (v,d) -grafiek in figuur 12.37 van het boek.

$$H_0 = \text{richtingscoëfficiënt} = \frac{\Delta v}{\Delta d}$$

De grafiek gaat door de oorsprong en het punt (2,5 Mpc; 1150 km s^{-1}).

$$2,5 \text{ Mpc} = 2,5 \times 3,26 \cdot 10^6 \times 9,461 \cdot 10^{15} \text{ m} = 7,7107 \cdot 10^{22} \text{ m}$$

$$1150 \text{ km s}^{-1} = 1150 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } H_0 = \frac{1150 \cdot 10^3 - 0,0}{7,711 \cdot 10^{22} - 0,0} = 1,491 \cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } H_0 = 1,5 \cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1}.$$

- c De grafiek in figuur 12.37 laat zien dat de snelheid waarmee een ster van de aarde af beweegt, recht evenredig is met de afstand van de ster tot de aarde. De Hubbleconstante volgt uit de richtingscoëfficiënt van de grafiek. Voor ieder sterrenstelsel, op welke afstand van de aarde ook, is de waarde van H_0 en dus $\frac{1}{H_0}$ hetzelfde. Hoe groter de leeftijd van het heelal, hoe groter de afstand van de ster tot de aarde en hoe groter de verwijderingssnelheid. Dit betekent dat $\frac{1}{H_0}$ overeenkomt met de leeftijd van het heelal.

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

- d De leeftijd van het heelal bereken je met het verband tussen de Hubbletijd en de Hubbleconstante.

$$t_H = \frac{1}{H_0}$$

$$H_0 = 72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} = \frac{72 \cdot 10^3}{10^6 \times 3,08572 \cdot 10^{16}} = 2,333 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } t_H = \frac{1}{2,333 \cdot 10^{-18}}$$

$$t_H = 4,2857 \cdot 10^{17} \text{ s}$$

$$t_H = \frac{4,2857 \cdot 10^{17}}{3,15 \cdot 10^7} = 1,36 \cdot 10^{10} \text{ jaar}$$

Afgerond: $t_H = 14$ miljard jaar.

Opgave 26

- a De radiale snelheid bereken je met de formule voor de dopplerverschuiving.

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$$

$$\Delta\lambda = 662 - 656 = 6 \text{ nm} = 6 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$\lambda = 656 \text{ nm} = 656 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } v = \frac{6 \cdot 10^{-9}}{656 \cdot 10^{-9}} \times 2,9979 \cdot 10^8$$

$$v = 2,74 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v = 3 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}.$$

- b Bij roodverschuiving geldt: $\lambda_{\text{waargenomen}} > \lambda_{\text{uitgezonden}}$ dan is $\Delta\lambda > 0$. Er volgt dan een positieve waarde voor z .
Bij blauwverschuiving geldt: $\lambda_{\text{waargenomen}} < \lambda_{\text{uitgezonden}}$ en dus $\Delta\lambda < 0$. Er volgt dan een negatieve waarde voor z .
- c De radiale snelheid bereken je met de formule voor de dopplerverschuiving.
Hierin is de relatieve verandering van de golflengte gelijk aan z .

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = z = -0,00042$$

$$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } v = -0,00042 \times 2,9979 \cdot 10^8$$

$$v = -1,259 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v = 126 \text{ m s}^{-1}.$$

- d Over hoeveel jaar de Andromedanevel de aarde heeft bereikt bereken je met de formule voor de dopplerverschuiving.
De verhouding tussen de snelheid en de lichtsnelheid volgt uit de relatieve verandering z .

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$$

De verhouding tussen de snelheid en de lichtsnelheid is gelijk aan de factor $z = 0,00042$.

Het licht doet er 2,5 miljoen jaar over om de afstand af te leggen; het sterrenstelsel doet hier

dus een factor $\frac{1}{z}$ keer zo lang over.

$$t = 2,5 \cdot 10^6 \times \frac{1}{0,00042} = 5,952 \cdot 10^9 \text{ jaar}$$

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

De Andromedanevel bereikt de aarde over afgerond $6,0 \cdot 10^9$ miljard jaar.

$$e \quad v = c \cdot \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}$$

$$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

$$z = 6,4$$

$$\text{Invullen levert: } v = 2,9979 \cdot 10^8 \cdot \frac{(6,4+1)^2 - 1}{(6,4+1)^2 + 1}$$

$$v = 2,890 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v = 2,9 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}.$$

$$f \quad v = c \cdot \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}$$

$$v = c \cdot \frac{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1\right)^2 - 1}{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1\right)^2 + 1}$$

$$v = c \cdot \frac{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + 2\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1 - 1}{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + 2\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1 + 1}$$

$$v = c \cdot \frac{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + 2\frac{\Delta\lambda}{\lambda}}{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + 2\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 2}$$

Als $v \ll c$ dan is $\Delta\lambda \ll \lambda$.

Dat betekent dat $\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2$ verwaarloosbaar is in vergelijking met $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ en dat $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$

verwaarloosbaar is ten opzichte van 2.

$$v = c \cdot \frac{2\frac{\Delta\lambda}{\lambda}}{2}$$

$$v = c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

12.5 Afsluiting

Opgave 27

- a De soort straling bepaal je met BINAS tabel 19B.

$$333 \text{ nm} = 333 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 3,33 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Volgens BINAS tabel 19B behoort de straling tot het gebied van (nabij) ultraviolet.

- b De temperatuur bereken je met de wet van Wien.

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = k_W$$

$$\lambda_{\text{max}} = 333 \text{ nm} = 333 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$k_W = 2,898 \cdot 10^3 \text{ m K} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$\text{Invullen levert: } 333 \cdot 10^{-9} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3}}{T}$$

$$T = 8,703 \cdot 10^3 \text{ K}$$

$$\text{Afgerond: } T = 8,7 \cdot 10^3 \text{ K.}$$

- c De snelheid bereken je met de formule voor de dopplerverschuiving.
De golflengte bereken je met de formule voor de energie van een foton.

$$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

$$E = 1,14 \text{ eV} = 1,14 \times 1,602 \cdot 10^{-19} = 1,826 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$\text{Invullen levert: } 1,826 \cdot 10^{-19} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \times 2,9979 \cdot 10^8}{\lambda}$$

$$\lambda = 1,0878 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$v = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \cdot c$$

$$\Delta \lambda = 0,0178 \text{ nm} = 0,0178 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } v = \frac{0,0178 \cdot 10^{-9}}{1,0878 \cdot 10^{-6}} \times 2,9979 \cdot 10^8 = 4,906 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v = 4,91 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}.$$

- d Dat de ster een superreus is volgt uit de plaats van de ster in het HR-diagram.
De plaats in het HR-diagram bepaal je met de temperatuur en de verhouding van het vermogen van de ster en het vermogen van de aarde.

y-coördinaat

$$P_{\text{aarde}} = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

$$P_{\text{ster}} = 2,22 \cdot 10^{31} \text{ W}$$

x-coördinaat

$$T = 8,7 \cdot 10^3 \text{ K}$$

$$\log(8,7 \cdot 10^3) = 3,94$$

$$\log\left(\frac{P_{\text{ster}}}{P_{\text{aarde}}}\right) = \frac{2,22 \cdot 10^{31}}{3,85 \cdot 10^{26}} = 4,76 \quad \text{Afgerond: } 3,9.$$

$$\text{Afgerond: } 4,8.$$

Het punt (3,9; 4,8) ligt ongeveer op de plaats van Deneb in het HR-diagram in BINAS tabel 33.
Dit is het gebied van de superreuzen.

- e Dat de ster een superreus is, volgt uit de verhouding van de straal van de ster en de straal van de aarde.
- De straal van de ster bereken je met de oppervlakte van de ster.
 - De oppervlakte van de ster bereken je met de wet van Stefan-Boltzmann.
 - Het uitgestraalde vermogen bereken je met de formule voor de intensiteit volgens de kwadratenwet.

$$I = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi R^2}$$

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

$$I = 9,9 \cdot 10^{-9} \text{ W m}^{-2}$$

$$R = 1412 \text{ lichtjaar} = 1412 \times 9,461 \cdot 10^{15} = 1,336 \cdot 10^{19} \text{ s}$$

$$\text{Invullen levert: } 9,9 \cdot 10^{-9} = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi(1,336 \cdot 10^{19})^2}$$

$$P_{\text{bron}} = 2,22 \cdot 10^{31} \text{ W}$$

$$P_{\text{bron}} = \sigma \cdot A \cdot T^4$$

$$\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$T = 8,7 \cdot 10^3 \text{ K}$$

$$\text{Invullen levert: } 2,22 \cdot 10^{31} = 5,670 \cdot 10^{-8} \cdot A \cdot (8,7 \cdot 10^3)^4$$

$$A = 6,834 \cdot 10^{22} \text{ m}^2$$

$$A_{\text{ster}} = 4\pi R_{\text{ster}}^2$$

$$\text{Invullen levert: } 6,834 \cdot 10^{22} = 4\pi R_{\text{ster}}^2$$

$$R_{\text{ster}} = 7,375 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } R_{\text{ster}} = 7,4 \cdot 10^{10} \text{ m.}$$

De straal van de zon is $6,963 \cdot 10^8 \text{ m}$.

$$\frac{R_{\text{ster}}}{R_{\text{aarde}}} = \frac{7,4 \cdot 10^{10}}{6,963 \cdot 10^8} = 106$$

Volgens BINAS tabel 33 zijn dergelijke sterren superreuzen.

- f Er zijn alleen maar kernen betrokken bij deze kernfusiereacties. Dus je mag de atoommassa's in BINAS tabel 25 gebruiken.

$$m_{\text{He-4}} = 4,002603 \text{ u}$$

$$m_{\text{Be-8}} = 8,005305 \text{ u}$$

$$m_{\text{C-12}} = 12,00000 \text{ u}$$

Uit bovenstaande volgt dat de massa van een kern Be-8 groter is dan de massa van twee heliumkernen. Dus er is energie nodig om die reactie te laten plaatsvinden. Bij de omgekeerde reactie komt energie vrij. Daardoor is Be-4 instabiel.

De massa van C-12 is kleiner dan de massa van een heliumkern en een berylliumkern samen. Dus bij die reactie komt energie vrij en daardoor kan hij in principe spontaan verlopen.

(De hoge temperatuur is nodig om de afstotende krachten tussen de kernen te overwinnen.)

Opgave 28

- a De classificatie van een ster bepaal je met behulp van BINAS tabel 33.
De kleur bepaal je met de wet van Wien.

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = k_W$$

$$T = 3,5 \cdot 10^3 \text{ K}$$

$$k_W = 2,898 \cdot 10^3 \text{ m K} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$\text{Invullen levert: } \lambda_{\text{max}} \cdot 3,5 \cdot 10^3 = 2,898 \cdot 10^{-3}$$

$$\lambda_{\text{max}} = 8,279 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } \lambda_{\text{max}} = 828 \text{ nm.}$$

De golflengte van het stralingsmaximum ligt in het infrarood. Dus rode kleuren komen voor in het spectrum van Gliese 581.

$$\text{De lichtsterkte is } 0,013 L_{\odot}. \text{ Dus } \log \frac{L_{\text{ster}}}{L_{\text{zon}}} = \log 0,013 = -1,88.$$

$$\text{De temperatuur is } 3,5 \cdot 10^3 \text{ K. Dus } \log T_{\text{eff}} = \log 3,5 \cdot 10^3 = 3,54.$$

Volgens BINAS tabel 33 is Gliese 581 dan geen (rode) reus maar een (rode) dwerg.

- b Uit figuur 12.38 van het boek blijkt dat de tweede, derde en vierde planeet van de zon binnen de leefbare zone vallen. Dit zijn Venus, Aarde en Mars.

Vwo 6 Hoofdstuk 12 Uitwerkingen

- c De temperatuur op een planeet bepaalt of de planeet binnen de leefbare zone van een ster valt. De lichtsterkte van Gliese 581 is kleiner dan die van de zon. Een planeet rond Gliese 581 ontvangt een kleiner vermogen aan straling dan een planeet rond de zon die zich op die afstand bevindt. Om een vergelijkbare hoeveelheid straling te ontvangen, bevindt een planeet zich dichterbij Gliese 581 dan een planeet bij de zon.

- d De verhouding tussen de intensiteiten volgt uit de stralingsintensiteit van Gliese 581c en die van de zon.

De stralingsintensiteit van Gliese 581c bereken je met de formule voor de intensiteit.

De afstand van Gliese 581 c tot de ster Gliese bepaal met behulp van figuur 11.31.

$$I_{\text{Gliese 581c}} = \frac{P_{\text{Gliese 581c}}}{4\pi r_{\text{Gliese 581c}}^2}$$

$$P_{\text{Gliese 581c}} = 0,013 \cdot P_{\text{zon}}$$

$$P_{\text{zon}} = 3,85 \cdot 10^{26} \quad (\text{zie BINAS tabel 32})$$

$$P_{\text{Gliese 581c}} = 0,013 \times 3,85 \cdot 10^{26} = 5,005 \cdot 10^{24} \text{ W}$$

Uit figuur 12.38 lees je af dat de afstand van Gliese 581c tot zijn ster gelijk is aan $r = 0,08 \text{ AE}$.

$$r_{\text{Gliese 581c}} = 0,08 \text{ AE} = 0,08 \times 1,496 \cdot 10^{11} = 1,196 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } I_{\text{Gliese 581c}} = \frac{5,005 \cdot 10^{24}}{4\pi \times (1,196 \cdot 10^{10})^2}$$

$$I_{\text{Gliese 581c}} = 2,78 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2}$$

$$I_{\text{zon}} = 1,368 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{Dit komt overeen met } \frac{I_{\text{Gliese 581c}}}{I_{\text{zon}}} = \frac{2,78 \cdot 10^3}{1,368 \cdot 10^3} = 2,03.$$

De intensiteit op Gliese 581c is dus twee keer de intensiteit op aarde.

- e De fase van water beredeneer je met de temperatuur op Gliese 581c in vergelijking met die op aarde.

Omdat Gliese 581c veel meer stralingsenergie ontvangt dan de aarde, is de temperatuur hoger dan op aarde. Het water is dan in de vorm van waterdamp aanwezig.

- f Het jaar waarin een antwoordsignaal wordt ontvangen bereken je met het jaar waarin het signaal is verzonden en de tijd die het radiosignaal nodig heeft om de afstand naar Gliese 581c twee keer af te leggen.

De tijd bereken je met de formule voor de verplaatsing bij eenparige beweging.

$$s = v \cdot t$$

$$s = 2 \times 1,92 \cdot 10^{17} \text{ m} = 3,84 \cdot 10^{17} \text{ m}$$

$$v = c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$\text{Invullen levert: } 3,84 \cdot 10^{17} = 2,9979 \cdot 10^8 \cdot t$$

$$t = 1,28 \cdot 10^9 \text{ s} = 40,6 \text{ jaar}$$

Het signaal is in 2008 verzonden, dus in 2049 kan er op zijn vroegst een signaal terugkomen.