

Systematische Natuurkunde



Beste leerling,

Dit boek van Systematische Natuurkunde kun je samen met de digitale leeromgeving gebruiken in de les. Het is van jou persoonlijk, dus je mag er aantekeningen in maken. Na dit schooljaar mag je het boek houden.

Wij wensen je veel succes en plezier met het vak natuurkunde.

Team Systematische Natuurkunde



ThiemeMeulenhoff

COLOFON

Bureauredactie

Lineke Pijnappels, Tilburg

Beeldresearch

Verbaal Visuele Communicatie BV,
Velp

Technische illustraties

Jeannette Steenmeijer / Verbaal
Visuele Communicatie BV, Velp

Vormgeving basisontwerp

Studio Bassa, Culemborg

Vormgeving en opmaak

Crius Group

Over ThiemeMeulenhoff

ThiemeMeulenhoff ontwikkelt slimme flexibele leeroplossingen met een persoonlijke aanpak. Voor elk niveau en elke manier van leren. Want niemand is hetzelfde.

We combineren onze kennis van content, leerontwerp en technologie, met onze energie voor vernieuwing. Om met en voor onderwijsprofessionals grenzen te verleggen. Zo zijn we samen de motor voor verandering in het primair, voortgezet en beroepsonderwijs.

Samen leren vernieuwen.

www.thiememeulenhoff.nl

ISBN 978 90 06 37384 4

Tiende druk, eerste oplage, 2023

© ThiemeMeulenhoff, Amersfoort, 2023

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16B Auteurswet 1912 j° het Besluit van 23 augustus 1985, Stbl. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie (PRO), Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp (www.stichting-pro.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet) dient men zich tot de uitgever te wenden. Voor meer informatie over het gebruik van muziek, film en het maken van kopieën in het onderwijs zie www.auteursrechtenonderwijs.nl.

De uitgever heeft ernaar gestreefd de auteursrechten te regelen volgens de wettelijke bepalingen. Degenen die desondanks menen zekere rechten te kunnen doen gelden, kunnen zich alsnog tot de uitgever wenden.

Deze uitgave is volledig CO₂-neutraal geproduceerd.

Het voor deze uitgave gebruikte papier is voorzien van het FSC®-keurmerk.

Dit betekent dat de bosbouw op een verantwoorde wijze heeft plaatsgevonden.



Systematische Natuurkunde



Jan Cor Isarin
René de Jong
Arjan Keurentjes
Maarten Duijnste

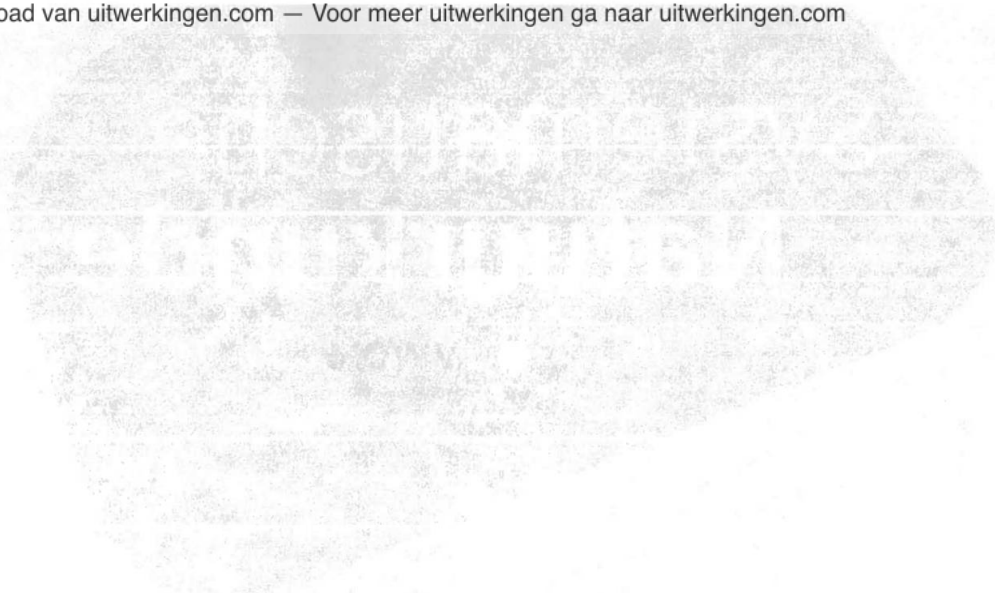
Mark Bosman
Torsten van Goolen
Kees Hooyman
Koos Kortland
Michel Philippons
Hein Vink

Eindredactie
Harrie Ottink

Eindredactie Digitaal
Evert-Jan Nijhof



ThiemeMeulenhoff



Inhoud

	Werken met Systematische Natuurkunde	6
11	Medische beeldvorming	9
11.1	Echografie en MRI	10
11.2	Röntgenfotografie en CT-scan	18
11.3	Kernstraling	25
11.4	Halveringstijd en activiteit	35
11.5	Risico's van ioniserende straling	43
11.6	Afsluiting	50
	Checklist voor begrippen en leerdoelen	56
12	Astrofysica	61
12.1	Straling van sterren	62
12.2	Sterren classificeren	71
12.3	Spectraalanalyse	81
12.4	Bewegende sterren	91
12.5	Afsluiting	102
	Checklist voor begrippen en leerdoelen	106
13	Quantumwereld	109
13.1	Licht als golf	110
13.2	Fotonen	122
13.3	Golfgedrag bij elektronen	131
13.4	Opgesloten quantumdeeltjes	142
13.5	Elektronen in materialen	154
13.6	Afsluiting	165
	Checklist voor begrippen en leerdoelen	169
	Register	172
	Grootheden en eenheden	176
	Lijst van uitkomsten	178

Werken met Systematische Natuurkunde

Je gaat aan de slag met Systematische Natuurkunde. Bij deze methode werk je met je leerboek en online. Alle leerstof die je nodig hebt voor het eindexamen vind je in de leerboeken. Soms staat informatie of een opdracht online. In de kantlijn staat dan een icoon.

Theorie en opgaven

Elk paragraaf begint met een korte introductie en een vraag. Zo krijg je een eerste indruk van het doel van de paragraaf.

Een verloskundige maakt tijdens de zwangerschap een echo om de ontwikkeling van de baby te volgen. Dit is niet schadelijk voor het kind. Hoe werkt echografie?



De tekst is verdeeld in subparagrafen. Belangrijke **begrippen** herken je aan een **blauwe kleur**. In de **checklist** aan het einde van een hoofdstuk staan deze begrippen en de **leerdoelen** per paragraaf bij elkaar. Achterin het boek staat het **register**. Daarmee zie je je snel op welke pagina's een begrip is besproken.

Voor elektromagnetische golven geldt dus:

$$c = f \cdot \lambda$$

- c is de lichtsnelheid in m s^{-1} .
- f is de frequentie in Hz.
- λ is de golflengte in m.

De **formules** die je moet kennen en kunnen gebruiken, hebben een gele achtergrondkleur. De legenda geeft de betekenis van elk symbool.

De **voorbeelden** inclusief uitwerking hebben een blauwe achtergrondkleur. Als je alle voorbeelden hebt bestudeerd heb je een goede basis voor het maken van de opgaven aan het einde van de paragraaf.

Voorbeeld 5 Rekenen met halveringstijd
Een radioactieve stof bevat de isotoop jood-131 $2,8 \cdot 10^{13}$ atoomkernen van deze isotoop aanwezig 8,0 dagen.

- Bereken hoeveel atoomkernen I-131 nog aanwezig na 8,0 dagen.
- Bereken na hoeveel dagen 93,75% van de kernen is afgebroken.

Vergelijk je in de vier kernreacties de getallen met de twee behoudswetten gelden:

- Behoud van massagetal: de som van de massagetallen links aan de som van de massagetallen rechts.
- Behoud van ladingsgetal: de som van de ladingen links aan de som van de ladingen rechts.

Opsommingen met blokjes zijn belangrijke onderdelen van de theorie die je goed moet onthouden of kunnen toepassen. Hier wordt bijvoorbeeld beschreven hoe je een probleem het best kunt aanpakken.

Aan het eind van een paragraaf vind je een aantal **opgaven**.
Achterin dit boek staat een **lijst met uitkomsten**. Hiermee kun je controleren of je een vraag goed hebt beantwoord.

Wil je de **volledige uitwerking** van een vraag inzien, dan kun je die krijgen van je docent.

Lijst van uitkomsten

Hoofdstuk 11

Hoofdstuk 11		e	$1,9 \cdot 10^{10}$
		g	$3,6 \cdot 10^{14}$
2	c nee	25	c $8,2 \cdot 10^{-3}$ Bq
3	a $1,6 \cdot 10^6$ Hz	26	b nee
	b hoger	27	c $2,2 \cdot 10^{-4}$ Sv
5	a 5,60 m	29	b diepliggend
	b 1,26 T	30	b bètastraling

Afsluiting

De **Afsluiting** is de laatste paragraaf van elk hoofdstuk.
De afsluiting begint met een **samenvatting** van de theorie.

11.6 Afsluiting

Samenvatting

Medische beeldvorming gaat over technieken om het lichaam in beeld te brengen.
Met het resultaat van zo'n techniek wordt een diagnose gesteld, een ziekte opgespoord, een operatie gemakkelijker. Daarbij wordt gebruik gemaakt van

Verder vind je in de Afsluiting een lijst met alle **formules** die in het hoofdstuk zijn besproken.

Daaronder staat een overzicht van de **BINAS-tabellen** die van belang zijn bij de theorie van het hoofdstuk.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk besproken zijn, staan hieronder bij elkaar.

lichtsnelheid

$$c = f \cdot \lambda$$

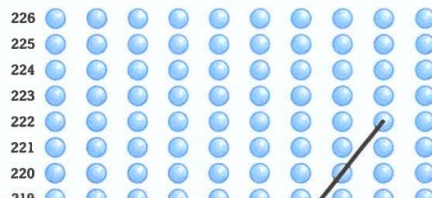
fotonenergie

$$E_f = h \cdot f \text{ en } E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

De **opgaven** in de afsluiting gaan vaak over meerdere hoofdstukken en zijn op examenniveau.

Opgaven

- **tekenblad** 33 In de Radon Health Mine in de Amerikaanse staat Montana kunnen mensen radontherapie ondergaan. Tien dagen lang verblijven ze enkele uren per dag in een ondergrondse miintunnel waar de lucht een hoge



Aan het einde van de afsluiting vind je per paragraaf een **checklist** van de begrippen en leerdoelen. De leerdoelen geven je een kort overzicht van wat je moet kennen en kunnen voor het eindexamen.

Checklist voor begrippen en leerdoelen

Hierna vind je een overzicht van de begrippen en leerdoelen per paragraaf. Kruis de leerdoelen aan waarvan jij vindt dat je ze nu beheerst. Bij de leerdoelen die je nog niet helemaal beheerst noteer je de acties die je gaat ondernemen om het leerdoel alsnog te kunnen behalen.

Paragraaf 2 Röntgenfotografie en CT-scan

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: röntgenfoto, röntgenstraling, intensiteit, doorlatingskromme, halveringsdikte, strooistraling, CT-scan	☐	
uitleggen hoe bij röntgenfotografie een beeld van het inwendige van het lichaam ontstaat	☐	

Iconen in de kantlijn

De iconen in de kantlijn hebben de volgende betekenis:

 **Start**
Maak de startvragen

Als je  in de kantlijn ziet, weet je dat er **digitale opdrachten** zijn die je (aanvullend) kunt maken. Na het maken krijg je direct feedback.

Er zijn vier soorten opdrachten:

- Start aan het begin van een paragraaf
- Oefenen A na de helft van de paragrafen
- Oefenen B na de laatste paragraaf
- Zelftoets digitaal over het hele hoofdstuk

► **applet**
Significante cijfers

Staat het icoon **applet** in de kantlijn, dan kun je digitaal een experiment nabootsen of oefenen met een specifiek onderwerp. Eventuele opdrachten krijg je van je docent.

► **practicum**
Dichtheid van vurenhout

Staat het icoon **practicum** in de kantlijn, dan is op de docentensite een practicum beschikbaar. Je docent bepaalt wanneer en op welke manier je een practicum aangeboden krijgt.

► **tekenblad**

Bij sommige opgaven staat het icoon **tekenblad**. Dan moet er getekend worden in een figuur in het boek. De originele tekenbladen vind je in je eigen digitale omgeving, zodat je een tekenopdracht ook hierop kunt maken.

► **hulpblad**

Bij sommige vragen is een **hulpblad** beschikbaar. Op dit hulpblad wordt in stappen duidelijk gemaakt hoe je een vraag kunt beantwoorden. Een hulpblad krijg je van je docent.

11

Medische beeldvorming



Voor een juiste diagnose wil een arts graag het inwendige van een lichaam in beeld brengen. Er zijn verschillende methoden om met behulp van straling in het lichaam te kijken. In dit hoofdstuk wordt van een aantal methoden besproken hoe het beeld tot stand komt. Ook lees je over de risico's bij bestralingen.

Een verloskundige maakt tijdens de zwangerschap een echo om de ontwikkeling van de baby te volgen. Dit is niet schadelijk voor het kind. Hoe werkt echografie?



Figuur 11.1

11.1 Echografie en MRI

Medische beeldvorming



Start

Maak de startvragen

Als een huisarts een patiënt onderzoekt, kan hij alleen de buitenkant bekijken. Dit komt doordat zichtbaar licht niet in het lichaam doordringt. Er bestaan soorten straling die wel in het lichaam doordringen, zoals röntgenstraling. Met behulp van deze soorten straling worden afbeeldingen van inwendige organen en processen gemaakt.

Zichtbaar licht en röntgenstraling zijn voorbeelden van **elektromagnetische golven**. Echografie maakt gebruik van geluidsgolven. Geluidsgolven dringen wel door in het lichaam, maar behoren niet tot de elektromagnetische golven.

Net als voor andere golven geldt voor de golfsnelheid van elektromagnetische golven $v = f \cdot \lambda$. De golfsnelheid is bij elektromagnetische golven gelijk aan de lichtsnelheid c . Volgens Einstein is dit de grootst mogelijke snelheid in het heelal. Grotere snelheden zijn nog nooit waargenomen.

Voor elektromagnetische golven geldt dus:

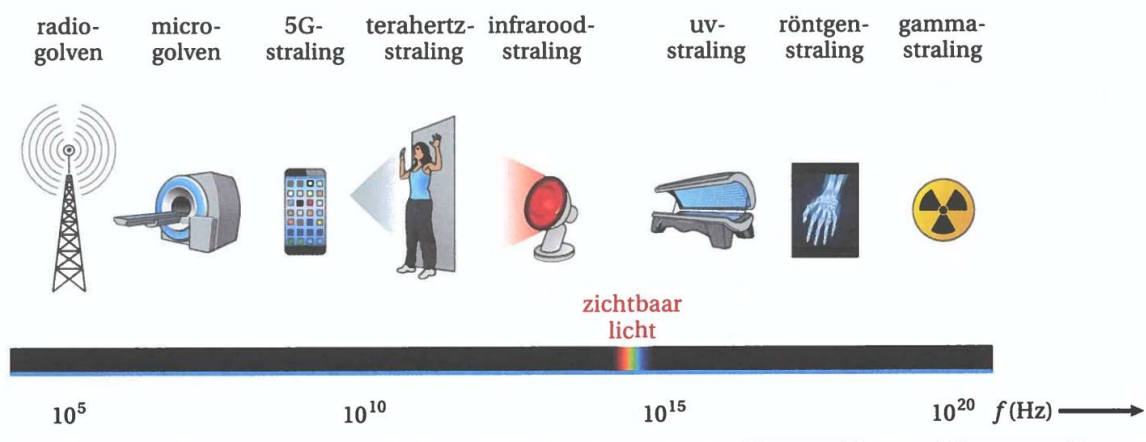
$$c = f \cdot \lambda$$

- c is de lichtsnelheid in m s^{-1} .
- f is de frequentie in Hz.
- λ is de golflengte in m.

Zichtbaar licht en röntgenstraling zijn onderdelen van het **elektromagnetisch spectrum**. Zie BINAS tabel 19B. Je ziet daar dat het spectrum is uitgesplitst in zes gebieden met steeds kleinere golflengten:

- radiogolven
- infrarood
- zichtbaar licht
- ultraviolet
- röntgenstraling
- gammastraling

In figuur 11.2 zie je een aantal elektromagnetische golven met hun toepassing. Bij **microgolven** is een MRI-apparaat afgebeeld, bij röntgenstraling zie je een röntgenfoto. Dit zijn voorbeelden van medische beeldvorming.



Figuur 11.2

In BINAS tabel 19B vind je een uitgebreider overzicht van alle soorten elektromagnetische straling. Daarin staan ook de energieën van de soorten straling.

Energie elektromagnetische straling

Elektromagnetische straling bestaat uit energiepakketjes, **fotonen** genoemd. Een foton heeft bijzondere eigenschappen. Het gedraagt zich soms als een klein deeltje, zoals bij terugkaatsen, en soms als een golf, zoals bij het berekenen van de energie van een foton. De energie van een foton is recht evenredig met de frequentie van de straling en omgekeerd evenredig met de golflengte ervan. De fotonen van radiogolven hebben dus de laagste energie en die van gammastraling hebben de hoogste energie.

Voor de **energie van een foton** geldt:

$$E_f = h \cdot f \quad \text{en} \quad E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

- E_f is de energie van een foton in J.
- h is de constante van Planck in Js.
- f is de frequentie in Hz.
- c is de lichtsnelheid in m s^{-1} .
- λ is de golflengte in m.

De **constante van Planck** staat in BINAS tabel 7A: $h = 6,62606957 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$.

De energie van één foton is erg klein. Daarom is het vaak handig om in plaats van joule een andere eenheid te gebruiken: de **elektronvolt**.

Hierbij geldt: $1,000 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Deze eenheid vind je in BINAS tabel 5.

Vaak gebruik je de kilo-elektronvolt (keV) en de mega-elektronvolt (MeV).

Voorbeeld 1 Fotonen

De energie van een foton is omgekeerd evenredig met de golflengte van de straling: $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$

a Leid deze formule af met behulp van formules in BINAS.

Een röntgenfoto van een gebroken arm is gemaakt met röntgenstraling met een energie van 40 keV. Dit betekent dat de fotonen van deze straling elk een energie bezitten van 40 keV.

b Bereken de golflengte van de gebruikte fotonen uitgedrukt in nm.

Uitwerking

a Er geldt: $E_f = h \cdot f$ en $c = f \cdot \lambda$.

Uit de laatste formule volgt: $f = \frac{c}{\lambda}$.

Invullen levert: $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$.

b $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ met $E_f = 40 \text{ keV} = 40 \cdot 10^3 \text{ eV} = 40 \cdot 10^3 \times 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 6,408 \cdot 10^{-15} \text{ J}$

$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ en $c = 2,997 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (zie BINAS tabel 7A en 5)

Invullen levert: $6,408 \cdot 10^{-15} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \times 2,997 \cdot 10^8}{\lambda}$.

$\lambda = 3,098 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 3,098 \cdot 10^{-2} \times 10^{-9} = 3,098 \cdot 10^{-2} \text{ nm}$

Afgerond: $\lambda = 3,1 \cdot 10^{-2} \text{ nm}$.

Fotonen van radiostraling hebben weinig energie, de fotonen van ultraviolette, röntgen- en gammastraling hebben veel energie. De totale hoeveelheid energie van straling hangt niet alleen af van de energie van de afzonderlijke fotonen, maar ook van het aantal uitgezonden fotonen. Van ultraviolette straling weet je dat deze je huid laat verkleuren, en dat je er niet te lang in mag zitten.

Röntgen- en gammastraling zijn nog gevaarlijker: dit zijn vormen van **ioniserende straling**. Hun fotonen hebben genoeg energie om elektronen uit atomen weg te slaan, waardoor deeltjes met andere eigenschappen ontstaan en dat kan gevaarlijk zijn.

Echografie

Bij ongeboren baby's moet je voorzichtig zijn met straling. Daarom maakt een verloskundige gebruik van **echografie** om een beeld van de foetus te maken. De gebruikte **geluidsgolven** hebben frequenties tussen 1 MHz en 10 MHz. Dit geluid kun je niet horen, omdat je gehoorzintuigen deze hoge frequenties niet kunnen waarnemen. Het is dus **ultrasoon geluid**.

Bij echografie zendt een **transducer** korte geluidspulsen uit. Het lichaam van de foetus reflecteert een deel van elke puls en de transducer vangt de weerkaatste puls weer op. De transducer zendt pas een nieuwe puls uit nadat de vorige teruggekaatste puls in zijn geheel is ontvangen. Hoe groter de afstand van de foetus tot de transducer, des te langer doet het geluid erover om terug te keren naar de transducer. Met deze gegevens berekent een computer het beeld van de foetus. Zie figuur 11.3.



Figuur 11.3

Tijdens een echografisch onderzoek is de frequentie van de geluidsgolf constant. De snelheid van het geluid hangt af van het soort weefsel waar het geluid doorheen gaat. In BINAS tabel 15A zie je dat de geluidssnelheid in weefsels veel groter is dan in lucht. De golflengte van geluid is in weefsels dus veel groter dan in lucht.

Als een geluidsgolf van het ene medium naar het andere overgaat, reflecteert een deel van de golf. Is het verschil in geluidssnelheid groot, dan is er veel reflectie. De geluidssnelheid is in bot veel groter dan in andere weefsels. Geluidsgolven dringen daardoor nauwelijks door in bot.

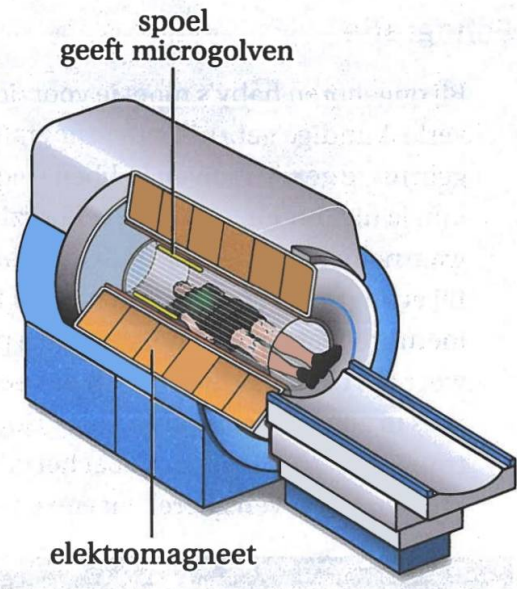
Ook bij een overgang naar lucht treedt veel reflectie op. Daarom wordt bij echografie een gel gebruikt om te voorkomen dat tussen lichaam en transducer luchtballen ontstaan die het geluid reflecteren en het echobeeld verstoren.

Echografie is een eenvoudige en goedkope techniek, die voor zover bekend onschadelijk is. De techniek wordt gebruikt bij onderzoek aan zachte weefsels. Omdat de geluidsgolven niet voorbij botten en met lucht gevulde lichaamsholtes komen, is de techniek niet voor elk onderzoek geschikt. Ook is het beeld niet heel scherp, waardoor het soms lastig te interpreteren is.

MRI

Bij het maken van een **MRI**-scan ligt de patiënt in een soort tunnel. Zie figuur 11.4. Het scanapparaat brengt de verdeling van de waterstofatomen in het lichaam in beeld. Waterstofatomen zitten onder andere in water.

Deze techniek maakt gebruik van het feit dat waterstofkernen kleine magneetjes zijn. Daar merk je normaal gesproken niets van, omdat deze magneetjes allemaal door elkaar liggen. In een MRI-apparaat wordt de richting van de magneetjes veranderd, waardoor je kunt bepalen waar zich waterstofatomen bevinden.



Figuur 11.4

Een MRI-scan wordt gemaakt in vier stappen:

- Een zeer grote elektromagneet zorgt voor een sterk **magnetisch veld** in de tunnel. De magnetische waterstofkernen die zich in dit veld bevinden, gaan zich richten. Ze kunnen daarbij in de richting van het veld staan (de grondtoestand), of juist in tegengestelde richting (de aangeslagen toestand). De meeste kernen gaan in de richting van het veld staan. Dat komt doordat er meer energie nodig is om de kernen in de tegengestelde richting te zetten.
- Om een MRI-scan te maken, moeten de magneetjes in de aangeslagen toestand komen. Bij een constant magnetisch veld kost dat overal evenveel energie, zonder onderscheid tussen verschillende delen van het lichaam. Daarom zijn er extra elektromagneten, **gradiëntspoelen**, die ervoor zorgen dat de grootte van het magnetisch veld niet overal in de tunnel gelijk is. Hoe groter het magnetisch veld, hoe meer energie het kost om de waterstofkernen aan te slaan.
- Een spoel zendt korte tijd radiogolven uit met een frequentie in de orde van grootte van 100 MHz. Als een foton van deze straling precies genoeg energie heeft, kan een waterstofkern in de aangeslagen toestand komen. Een aangeslagen waterstofkern valt korte tijd later weer terug naar de grondtoestand, waarbij zijn richting dus weer omkeert. Dan kan opnieuw een foton worden opgenomen, enzovoort. Dit noemt men het resoneren van waterstofkernen.
- Alleen in delen van het lichaam waar het magnetisch veld precies de juiste sterkte heeft, gaan waterstofkernen resoneren. Hoeveel energie daarvoor nodig is, hangt af van de sterkte van het magnetisch veld, en dat is overal verschillend. Hoelang het duurt voordat een aangeslagen waterstofkern weer terugkeert in de grondtoestand hangt af van het type weefsel waarin de waterstofkern zich bevindt. De tijd die nodig is om 63% van de waterstofkernen te laten terugkeren naar de grondtoestand, heet de **relaxatietijd**. Het resoneren van waterstofkernen zorgt voor radiostraling. Door deze straling in alle richtingen te meten, berekent een computer waar in het lichaam welk soort weefsel aanwezig is.

Opgaven

- 1 MRI en echografie maken beide gebruik van golven.
 - a Noem twee verschillen tussen deze golven.

Bij echografie ligt de frequentie van de golf tijdens een onderzoek vast.
 - b Leg uit dat bij MRI met meer dan één frequentie wordt gewerkt.

Bij MRI is de sterkte van het magnetisch veld in de verschillende delen van het lichaam niet gelijk.
 - c Leg uit waarom de magnetische veldsterkte per deel moet verschillen.
- 2 Voor het maken van een echo wordt de buik ingesmeerd met een gel. Die gel zorgt ervoor dat de geluidspulsen (bijna) zonder reflectie overgaan van de transducer naar de huid op de buik.
 - a Leg uit waarom zonder zo'n gel heel veel reflectie optreedt.
 - b Noem nog een voordeel van het gebruik van een gel tijdens het onderzoek.
 - c Leg uit of de golflengte van het geluid een vaste waarde heeft tijdens een echografie.

Echografie is geschikt voor onderzoeken aan organen in de buikholte, maar niet voor een onderzoek aan de longen.
 - d Leg uit waarom niet.
- ▶ **hulpblad** 3 Een fysiotherapeut wil met een echo de aderen in een spier waarnemen. De diameter van zo'n ader is ongeveer 1,0 mm. Is de diameter kleiner dan de golflengte, dan is de reflectie van de geluidsgolf onduidelijk.
 - a Bereken de frequentie waarbij een geluidsgolf nog net wordt weerkaatst door een ader met een diameter van 1,0 mm.
 - b Leg uit of de fysiotherapeut een hogere of een lagere frequentie moet gebruiken om er zeker van te zijn dat de aderen zichtbaar zijn op de echo.
- 4 Bij het maken van een echo wordt een transducer tegen de buikwand geplaatst. De afstand tussen de buikwand en het ongeboren kind is 12 cm. De ultrasone golven worden in pulsen uitgezonden. De duur van een puls is 110 μs .

Neem aan dat de gemiddelde geluidssnelheid in het weefsel tussen de buikwand en de ongeboren baby gelijk is aan die in water van 40 °C.

 - a Leg uit waarom dit een redelijke aanname is.
 - b Toon aan dat na $1,6 \cdot 10^{-4}$ s de transducer het weerkaatste geluid ontvangt.

De foetus hoort de geluidsgolven niet, maar merkt wel de frequentie waarmee de geluidspulsen worden uitgezonden.
 - c Toon dit aan.
- 5 Bij een MRI-onderzoek worden elektromagnetische golven uitgezonden met een frequentie van 53,5 MHz.
 - a Bereken de golflengte.

De frequentie waarmee waterstofkernen resoneren, bereken je met:

$$f = \frac{\gamma \cdot B_{\text{ext}}}{2\pi}$$

- f is de resonantiefrequentie van de waterstofkernen in Hz.
- γ is de gyromagnetische verhouding in MHz T^{-1} .
- B_{ext} is de sterkte van het magnetisch veld in T.

Voor waterstofatomen is de gyromagnetische verhouding $267,5 \text{ MHz T}^{-1}$.

b Bereken de sterkte van het magnetische veld.

In tabel 11.1 staan de relaxatietijden van verschillende weefsels in het hoofd.

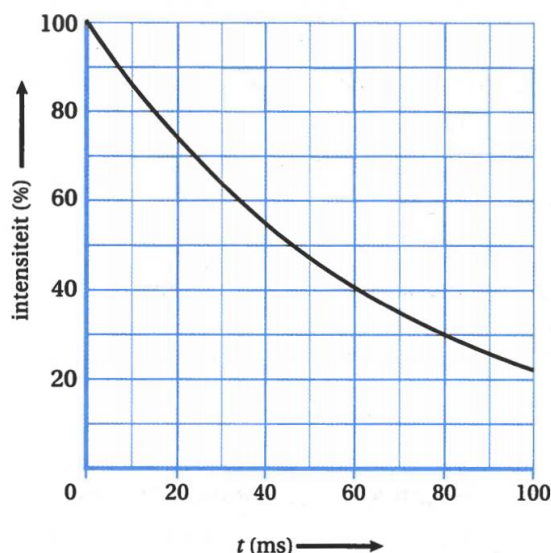
c Waarom heeft hersenvocht een veel groter relaxatietijd dan andere weefsels?

Weefsel	Relaxatietijd (ms)
Bloed (zuurstofarm)	50
Bloed (zuurstofrijk)	200
Grijze stof in de hersenen	100
Hersenvocht	2200
Spierweefsel	100
Vetweefsel	60-80
Witte stof in de hersenen	90

Tabel 11.1

Figuur 11.5 is voor een type weefsel de intensiteit van de radiostraling als functie van de tijd weergegeven.

d Bepaal uit welk weefsel de straling afkomstig is.



Figuur 11.5

- 6 Elektromagnetische straling kan gevaarlijk zijn als de energie van de fotonen groot genoeg is om atomen te ioniseren. De ionisatie-energie verschilt per atoom, maar is op zijn minst enkele elektronvolts.

De ultraviolette straling van de zon bestaat uit uv-A, uv-B, en uv-C. De grootste golflengte heeft uv-A, de kleinste heeft uv-C. Door te lang in de zon zitten, kunnen moleculen in de huid beschadigd raken.

a Leg uit welk soort uv-straling het gevaarlijkst is.

Bij MRI wordt straling met een frequentie van ongeveer 50 MHz gebruikt.

b Leg met behulp van een berekening uit of de energie van fotonen in MRI-straling groot genoeg is om atomen te ioniseren.

Bij een medisch onderzoek wordt gebruik gemaakt van technetium. Het technetium zendt fotonen uit met een energie van 141 keV.

c Bereken de frequentie van de straling.

d Zoek in je tabellenboek op wat voor soort straling dit is.

Röntgenstraling is schadelijk.
Tijdens een onderzoek draagt de
radiologisch laborant een
schildklierbeschermer en een
loodschort. Op welke manier
beschermt zo'n schort tegen
röntgenstraling?



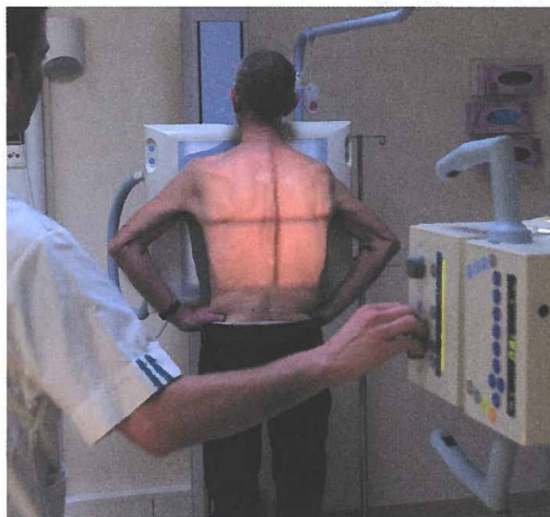
Figuur 11.6

11.2 Röntgenfotografie en CT-scan

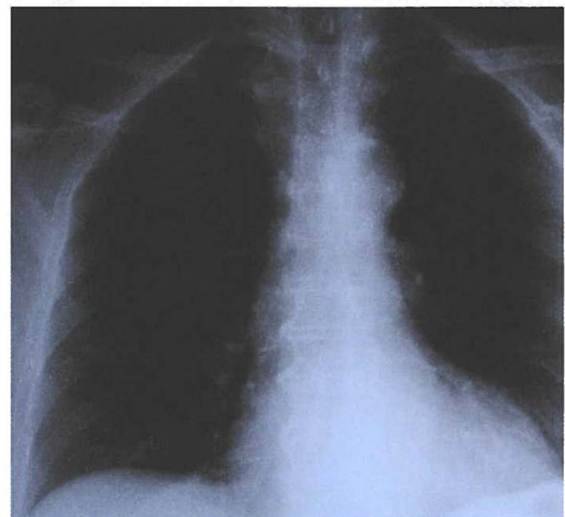
Röntgenfoto

In figuur 11.7 wordt een **röntgenfoto** van het bovenlichaam gemaakt. Een röntgenbron zendt gedurende een korte periode **röntgenstraling** uit die op het lichaam valt. Een detector aan de andere kant van het lichaam registreert hoeveel straling het lichaam heeft gepasseerd. Waar veel röntgenstraling is doorgelaten, is de foto donker. Zie figuur 11.8.

De longen vallen erg op. Dat komt doordat ze de straling grotendeels doorlaten. Je ziet de ribben vaag, omdat die een deel van de straling tegenhouden. De ruggengraat houdt de straling bijna volledig tegen, en is daarom wit op de foto.



Figuur 11.7



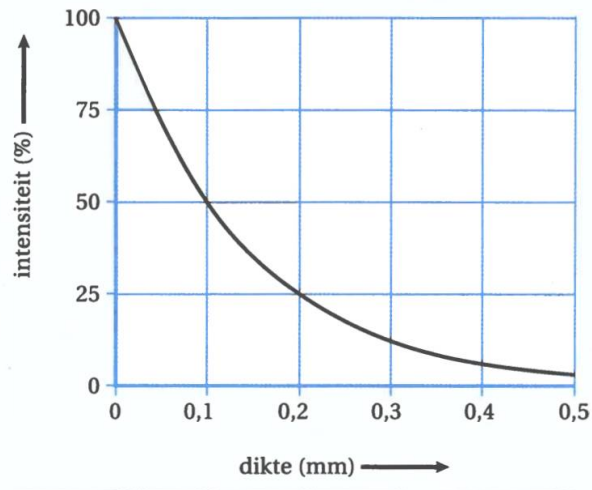
Figuur 11.8

Intensiteit en halveringsdikte

Tijdens een meting valt een hoeveelheid straling op een oppervlak. De hoeveelheid straling op een oppervlakte van 1 m^2 heet de **intensiteit** met symbool I . De eenheid is W m^{-2} .

Hoeveel röntgenstraling een materiaal doorlaat, hangt af van het soort en de dikte van het materiaal.

In figuur 11.9 zie je hoe de intensiteit van de doorgelaten straling afhangt van de dikte van een plaat lood. De beginintensiteit noem je 100%. De grafiek die de intensiteit van doorgelaten straling weergeeft als functie van de dikte van het materiaal, noem je een **doorlatingskromme**.



Figuur 11.9

Je ziet dat bij een dikte van 0,1 mm de helft van de straling is tegengehouden: 50%.

Je zegt dat de **halveringsdikte** van lood in dit geval gelijk is aan 0,1 mm.

Is de dikte 0,2 mm, dan wordt de helft van de helft doorgelaten: 25%.

De intensiteit van de straling die wordt doorgelaten, bereken je daarom met:

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ met } n = \frac{d}{d_{\frac{1}{2}}}$$

- I is de intensiteit die wordt doorgelaten in W m^{-2} .
- I_0 is de intensiteit die op het materiaal valt in W m^{-2} .
- d is de dikte van het materiaal tussen de bron en de ontvanger in m.
- $d_{\frac{1}{2}}$ is de halveringsdikte in m.

Vaak ben je alleen maar geïnteresseerd in welk deel van de straling wordt doorgelaten of tegengehouden. Dan gebruik je de verhouding $\frac{I}{I_0}$ tussen de doorgelaten straling en de opvallende straling. Deze verhouding kun je uitdrukken als een percentage, zoals in figuur 11.9.

De halveringsdikte hangt niet alleen af van het materiaal, maar ook van de energie van de straling. Dit geldt niet alleen voor röntgenstraling, maar voor alle soorten elektromagnetische straling. In BINAS tabel 28F staat een overzicht van de halveringsdikte van enkele stoffen bij verschillende energie van het foton.

Het contrast op röntgenfoto's wordt veroorzaakt door de verschillende halveringsdikten van weefsels. Bot houdt röntgenstraling beter tegen dan spierweefsel. Dat betekent dat bot een kleinere halveringsdikte heeft dan spierweefsel.

Voorbeeld 2 Rekenen met halveringsdikte

Van een arm wordt een röntgenfoto gemaakt. De arm is 10,0 cm dik. De halveringsdikte van het spierweefsel is 3,0 cm. Bot heeft voor deze straling een halveringsdikte van 1,0 cm.

- a Maak een schatting van de fotonenergie van de gebruikte straling. Gebruik BINAS tabel 28F.

Op een stuk arm vallen $1,00 \cdot 10^5$ fotonen.

- b Bereken hoeveel fotonen de arm passeren als de arm uitsluitend bestaat uit 10,0 cm spierweefsel.
- c Bereken hoeveel procent van de fotonen door de arm wordt geabsorbeerd als midden in de arm een bot van 3,0 cm dik zit. Geef je antwoord in drie significante cijfers.

Uitwerking

- a Volgens BINAS 28F is voor bot bij een halveringsdikte van 1,08 cm de energie van de fotonen gelijk aan 0,05 MeV. De halveringsdikte neemt toe als de fotonenergie toeneemt. De fotonenergie is dus iets kleiner dan 0,05 MeV.

- b Voor de doorgelaten straling geldt:

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$n = \frac{d}{d_{\frac{1}{2}}} \text{ met } d = 10,0 \text{ cm en } d_{\frac{1}{2}} = 3,0 \text{ cm}$$

$$n = \frac{10,0}{3,0} = 3,333$$

De opvallende straling I_0 bestaat uit $1,00 \cdot 10^5$ fotonen.

$$\text{Invullen levert: } I = 1,00 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3,333} = 9,921 \cdot 10^3$$

Er worden $9,921 \cdot 10^3$ fotonen doorgelaten.

Afgerond: $9,9 \cdot 10^3$ fotonen.

- c De straling gaat nu door 7,0 cm spierweefsel en door 3,0 cm bot. De door het spierweefsel doorgelaten straling bereken je met:

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$n = \frac{d}{d_{\frac{1}{2}}} \text{ met } d = 7,0 \text{ cm en } d_{\frac{1}{2}} = 3,0 \text{ cm}$$

$$n = \frac{7,0}{3,0} = 2,333$$

Het spierweefsel laat dus $\left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^{2,333}$ van de fotonen door.

3,0 cm bot komt overeen met drie halveringsdiktes en laat dus $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ van de fotonen door.

De lagen weefsel laten dan samen $I = 1,00 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2,333} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 2,480 \cdot 10^3$ fotonen door.

$$\text{Dit is } \frac{2,480 \cdot 10^3}{1,00 \cdot 10^5} \times 100\% = 4,48\%.$$

Dus 95,52% wordt geabsorbeerd.

Afgerond: 95,5%.

Bij het maken van een röntgenfoto is een radiologisch laborant aanwezig. Hij moet zichzelf beschermen tegen weerkaatste röntgenstraling ofwel **stroofstraling**. Tijdens het maken van een röntgenfoto gaat hij achter loodglas staan. Loodglas is net als gewoon glas transparant voor zichtbaar licht, maar heeft voor röntgenstraling een kleinere halveringsdikte. Daardoor houdt het röntgenstraling veel beter tegen dan gewoon glas. Als de radiologisch laborant niet achter loodglas kan staan, moet hij een loodschort en een schildklierbeschermer dragen.

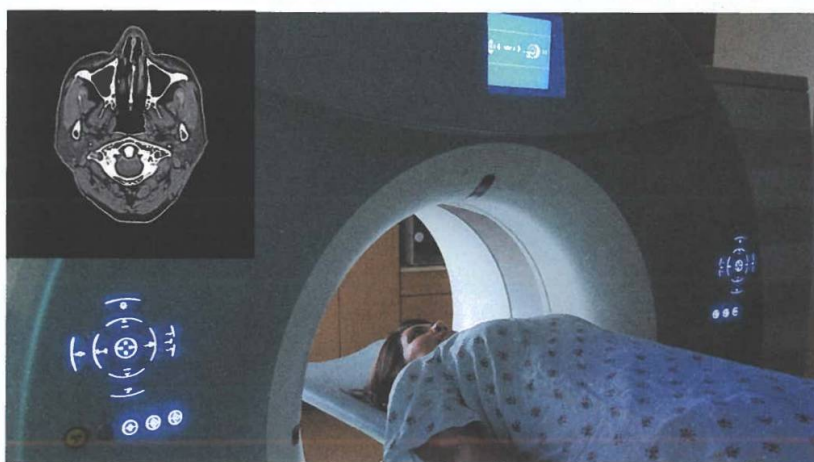
CT-scan

Je kunt met röntgenstraling een filmpje maken van bewegende lichaamsdelen. Deze techniek kun je gebruiken om een beeld te krijgen van de werking van maag, darmen en bloedvaten. Omdat deze organen zelf niet goed zichtbaar zijn op een röntgenfoto, krijgt de patiënt een contrastmiddel toegediend. Hierin zitten stoffen die röntgenstraling beter tegenhouden.

Tijdens sommige operaties wordt op deze manier een beeld gemaakt van het operatiegebied. De chirurg weet dan beter hoe hij te werk moet gaan. Doordat er meerdere röntgenopnamen worden gemaakt, is de hoeveelheid straling die de patiënt ontvangt groter dan bij een enkele röntgenfoto.

Een röntgenfoto maakt een tweedimensionaal beeld: de longen, ribben en ruggengraat zijn over elkaar afgebeeld. Een driedimensionaal beeld is mogelijk met behulp van een **CT-scan**. De afkorting CT betekent *Computed Tomography* oftewel 'berekende doorsnede'.

In figuur 11.10 zie je een CT-scanner. De röntgenbron draait om de patiënt heen om opnamen onder verschillende hoeken te maken. Een computer berekent met die opnamen hoe het driedimensionale beeld van de patiënt eruitziet. Zie figuur 11.10 linksboven. Voor één CT-scan zijn veel röntgenopnamen nodig. Daardoor ontvangt een patiënt veel meer straling dan bij een enkelvoudige röntgenopname.



Figuur 11.10

Opgaven

- 7 Bij de productie van ijzeren platen meet een werknemer de dikte van een plaat met behulp van gammastraling. De straling heeft een energie van 1,0 MeV. De plaat houdt 85% van de gammastraling tegen. Bereken de dikte van die plaat.
- 8 Een laborant moet een bron die gammastraling uitzendt, veilig opbergen. De straling die de bron afgeeft, heeft een energie van 2,0 MeV. Hij kan kiezen uit drie verschillende verpakkingen. Zie tabel 11.2. Leg met behulp van BINAS tabel 28F uit welke verpakking het veiligst is.

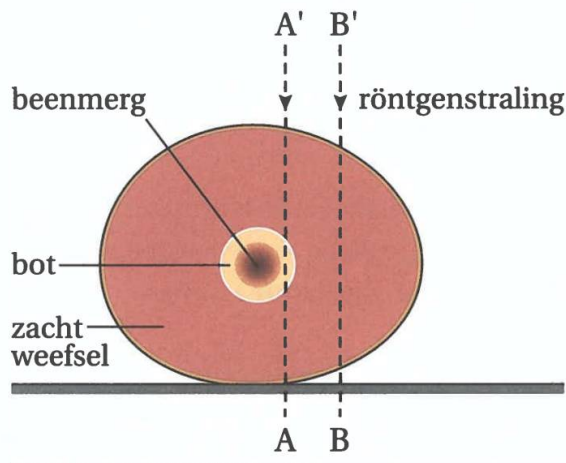
Verpakking	Materiaal	Wanddikte
1	ijzer	3,0 cm
2	aluminium	6,0 cm
3	beton	6,0 cm

Tabel 11.2

- 9 In figuur 11.11 zie je röntgenfoto's van een knie. De halveringsdikte van zacht weefsel, zoals spieren, vet en beenmerg, is gelijk aan de halveringsdikte van water. In figuur 11.12 zie je een dwarsdoorsnede van een bovenbeen.
- a Is de intensiteit van de röntgenstraling op plaats A groter of kleiner dan op plaats B? Licht je antwoord toe.
- b Leg uit hoe uit figuur 11.11 blijkt dat er beenmerg in het bot zit.



Figuur 11.11



Figuur 11.12

- 10 In figuur 11.13 zie je een röntgenfoto van de romp van een patiënt. De darmen vallen extra op als gevolg van het contrastmiddel bariumpap, dat bij de patiënt is ingebracht voordat de foto werd gemaakt.
Leg uit of bariumpap een grote of een kleine halveringsdikte heeft.



Figuur 11.13

- 11 Victor, Max en Tom doen een experiment waarbij ze röntgenstraling afschermen met behulp van een plaatje aluminium. Een plaatje aluminium van 1,0 cm houdt ongeveer 30% van de opvallende röntgenstraling tegen. Ze hebben ook nog een plaatje aluminium van 2,0 cm. Max voorspelt dat dit niet dik genoeg is om de helft van de straling tegen te houden. Victor denkt dat 2,0 cm juist veel meer dan de helft van de straling tegenhoudt. Tom denkt dat 2,0 cm ongeveer de halveringsdikte is voor dit soort straling.
Beredeneer wie er gelijk heeft.

- 12 Een aluminium cilinder met gesloten uiteinden is van binnen hol. Zowel de hoogte als de diameter van de cilinder is 7,0 cm. Zie figuur 11.14a. De dikte van het aluminium is 7,0 mm. Niels maakt twee röntgenfoto's van deze cilinder. De fotonen van de straling hebben een energie van 50 keV.

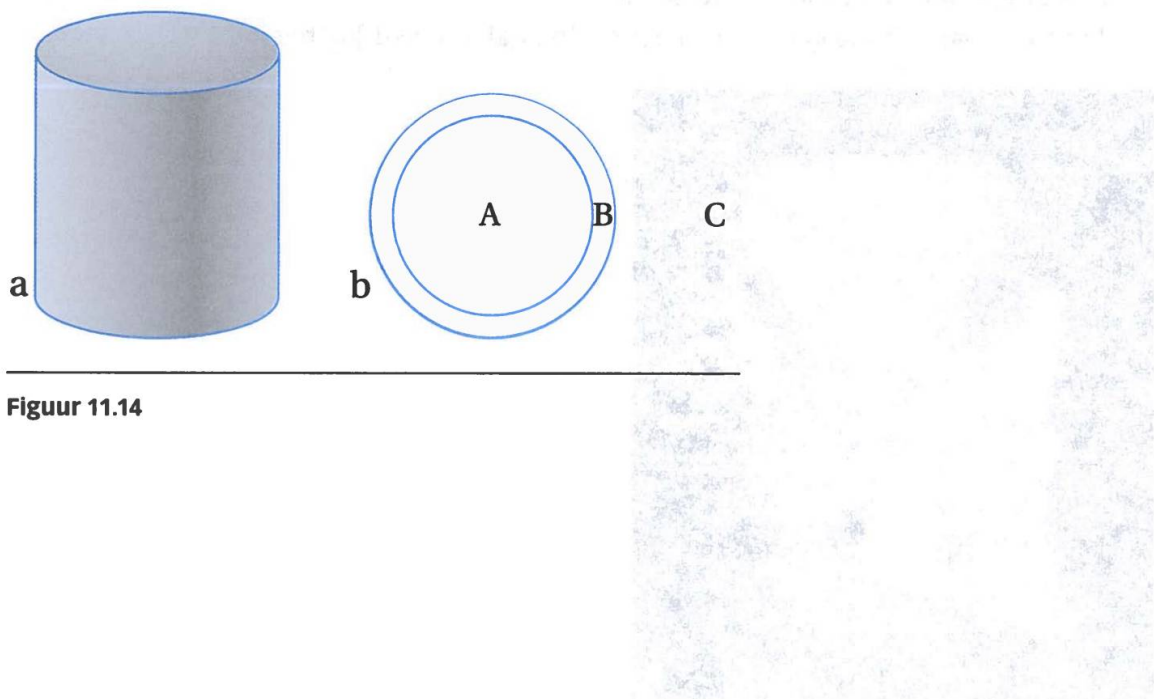
Voor de eerste foto laat Niels de röntgenstraling vallen op het cirkelvormige bovenvlak van de cilinder. De foto is opgebouwd uit drie delen met een verschillende kleur. De grenzen tussen de delen zijn scherp zichtbaar. Zie figuur 11.14b.

a Voer de volgende opdrachten uit:

- Zoek de halveringsdikte op voor aluminium voor röntgenstraling van 50 keV.
- Bereken voor elk deel van de cilinder hoeveel procent van de opvallende straling is doorgelaten.
- Geef de kleur van elk deel aan. Kies uit wit, grijs en zwart.

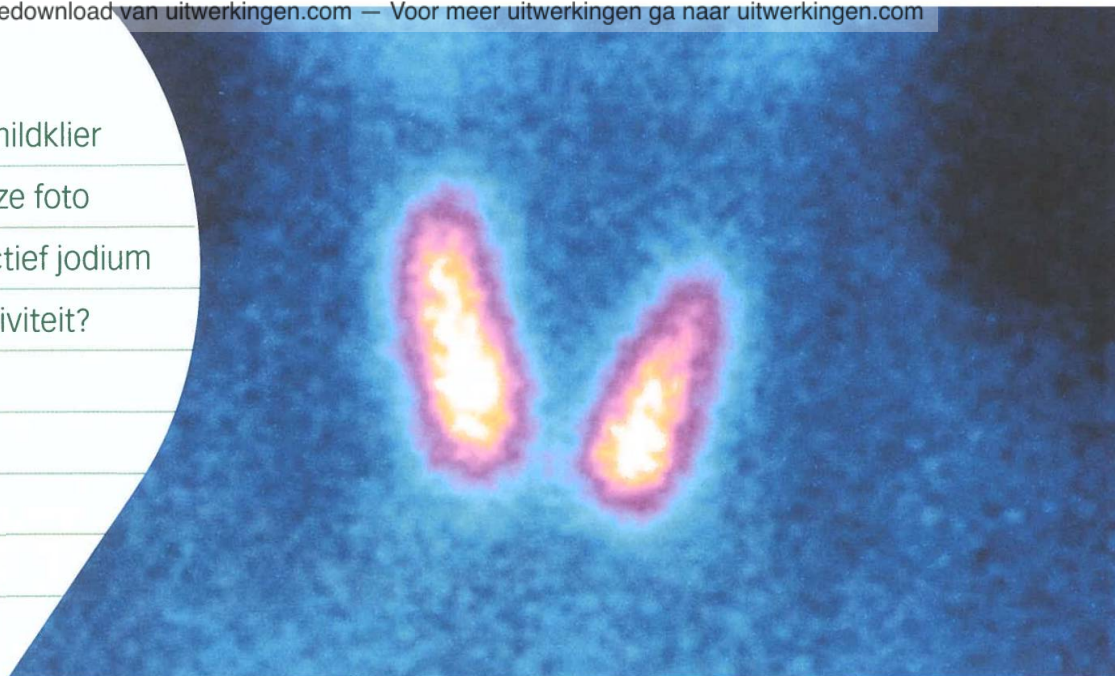
Daarna maakt Niels een röntgenfoto vanaf de zijkant van de cilinder. Op deze foto is de grens tussen de buitenkant en de holte binnenin niet scherp.

b Leg uit hoe dat komt.



Figuur 11.14

Op deze foto zie je de schildklier van een patiënt. Voor deze foto moest de patiënt radioactief jodium innemen. Wat is radioactiviteit?



Figuur 11.15

11.3 Kernstraling

Stralingsbronnen

Röntgenstraling wordt opgewekt met een röntgenbuis. Dat apparaat zet elektrische energie om in röntgenstraling. Een röntgenbuis is een voorbeeld van een **kunstmatige stralingsbron**.

Bepaalde atoomsoorten, zoals uranium en radium, zenden van nature straling uit in de vorm van kleine deeltjes of als gammastraling. In de aardkorst komen stoffen met deze atoomsoorten voor. Deze stoffen noem je **radioactieve stoffen**. Het zijn voorbeelden van **natuurlijke stralingsbronnen**.

In het heelal vind je vele natuurlijke stralingsbronnen, die ook richting de aarde stralen. Straling afkomstig uit de ruimte noem je **kosmische straling**.

Door deze bronnen is er overal op aarde straling aanwezig. Deze altijd aanwezige straling noem je **achtergrondstraling**.

Atoombouw

Een atoom is opgebouwd uit een **kern** en daaromheen een **elektronenwolk** met negatief geladen elektronen. De kern is opgebouwd uit twee soorten deeltjes: **protonen** en **neutronen**. In BINAS tabel 7B zie je dat de massa van een proton en een neutron ongeveer gelijk is, en dat de massa van een elektron veel kleiner is.

Neutronen zijn neutraal. Protonen hebben een positieve lading die gelijk is aan die van een elektron, maar tegengesteld: $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Een atoom is elektrisch neutraal. Een atoom heeft dus evenveel elektronen in de elektronenwolk als protonen in de kern. Bij een **ion** is het aantal elektronen dus niet gelijk aan het aantal protonen.

Het aantal protonen in de kern van een atoom is het **atoomnummer** met symbool Z . Het atoomnummer geeft de atoomsoort, het element. Iedere atoomsoort heeft een eigen symbool. In BINAS tabel 40 staan de elementen alfabetisch gerangschikt. Een rangschikking op atoomnummer vind je in BINAS tabel 99: het periodiek systeem der elementen. Omdat een atoom elektrisch neutraal is, geeft het atoomnummer ook het aantal elektronen in de elektronenwolk aan. Daarom noem je het atoomnummer ook wel het **ladingsgetal**.

De som van het aantal protonen en neutronen in de kern noem je het **massagetal** met symbool A . Geef je het aantal neutronen in de kern weer met symbool N , dan geldt:

$$A = N + Z$$

- A is het aantal kerndeeltjes.
- N is het aantal neutronen.
- Z is het aantal protonen.

Met het atoomnummer en het massagetal ligt de samenstelling van de kern vast. Omdat neutronen niet bijdragen aan de lading, geeft het atoomnummer Z ook de lading van de kern. Protonen en neutronen zijn ongeveer even zwaar, dus het massagetal bepaalt bij benadering de massa van de kern.

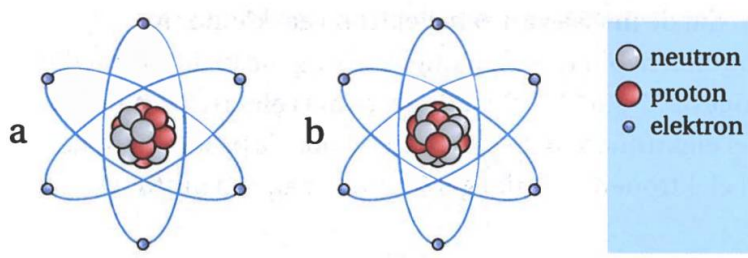
Een kern kun je schematisch weergeven met:



- A is het massagetal, dus de som van het aantal protonen en neutronen.
- Z is het atoomnummer, dus het aantal protonen.
- X is het symbool van het atoomsoort.

Een koolstofatoom met zes protonen en acht neutronen geef je dus weer met ${}^{14}_6\text{C}$. De 6 is eigenlijk overbodig, omdat het atoomnummer van koolstof altijd 6 is. In plaats van ${}^{14}_6\text{C}$ kun je ook ${}^{14}\text{C}$ of C-14 of koolstof-14 schrijven.

Figuur 11.16 is een schematische tekening van koolstof-12 en koolstof-14. Beide atomen bevatten zes protonen en zes elektronen. De atomen verschillen echter in het aantal neutronen: koolstof-12 bevat zes neutronen, en koolstof-14 bevat acht neutronen. Het atoomnummer is dus bij beide atomen gelijk, maar het massagetal is verschillend. Atomen met hetzelfde atoomnummer maar met een verschillend massagetal noem je **isotopen**. Isotopen hebben een verschillend aantal neutronen, maar de chemische eigenschappen zijn gelijk.



Figuur 11.16

Kernstraling

De kernen van sommige isotopen zijn **instabiel** en zenden spontaan straling uit. Je noemt deze isotopen **radioactief**. Radioactief betekent dat er straling wordt uitgezonden. Omdat de straling afkomstig is uit de atoomkern, spreek je van **kernstraling**. Door het uitzenden van kernstraling verandert de energie en meestal ook de samenstelling van de atoomkern. Dit noem je **radioactief verval**.

Er zijn drie soorten kernstraling, die worden aangegeven met een Griekse letter: alfa-, bèta- en gammastraling.

- **α-straling** bestaat uit geladen deeltjes opgebouwd uit twee protonen en twee neutronen. Zo'n deeltje is dus de kern van de isotoop He-4. Een alfadeeltje weergegeven met atoomnummer en massagetal is dan ${}^4_2\text{He}$ of ${}^4_2\alpha$.
- **β-straling** bestaat uit elektronen (β^-) of uit **positronen** (β^+). Een positron heeft dezelfde massa en een even grote lading als een elektron, maar de lading is positief in plaats van negatief. Positronen zijn de antideeltjes van elektronen. Als een elektron en een positron bij elkaar komen, treedt **annihilatie** op. De combinatie van elektron en positron wordt omgezet in energie, die vrijkomt in de vorm van fotonen. Ook de omgekeerde reactie is mogelijk: uit fotonen met voldoende energie kunnen paren van elektronen en positronen worden gevormd. Dit heet **creatie**. Omdat fotonen geen lading hebben, ontstaan bij een creatie-reactie altijd evenveel positronen als elektronen.
Je kunt β-straling weergeven met een atoomnummer en een massagetal. Je noteert dan ${}^0_{-1}\text{e}$ of ${}^0_{-1}\beta$ voor een elektron en ${}^0_1\text{e}$ of ${}^0_1\beta$ voor een positron. Het massagetal van een elektron of positron is 0, omdat de massa zeer klein is in vergelijking met die van een proton of een neutron. Voor het elektron is het atoomnummer -1, omdat het elektron een negatieve lading heeft. Een positron heeft een positieve lading en daarom het atoomnummer +1.
- **γ-straling** bestaat uit fotonen. Deze straling heeft geen lading en geen massa, want een foton is alleen maar een pakketje energie. Met atoomnummer en massagetal geef je γ-straling daarom weer met ${}^0_0\gamma$.

Er zijn in totaal ongeveer 2500 isotopen bekend. In BINAS tabel 25 vind je de gegevens van een aantal isotopen. In de laatste kolom staat welke soorten straling ontstaan tijdens het verval van een isotoop.

Het getal in de laatste kolom is de kinetische energie van het deeltje, uitgedrukt in MeV. Je ziet dat koolstof-12 **stabiel** is doordat in de laatste kolom en ook in de kolom ervoor een streepje staat.

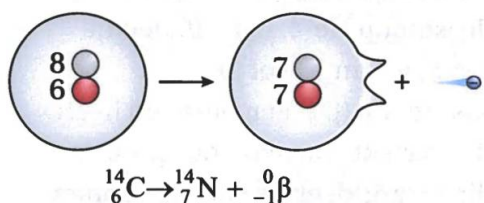
Boor-12 is instabiel: bij het verval van een kern B-12 komt een elektron vrij, en gammastraling.

Opmerking

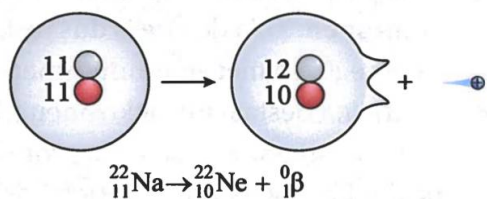
In de laatste kolom staan ook andere soorten verval. Die behoren niet tot de stof van het CE van vwo.

Kernreacties

Verval van kernen is een voorbeeld van een kernreactie. Zo'n reactie kun je weergeven met een schema waarin de instabiele kern links van de pijl staat en de vervalproducten rechts. Kernreacties kun je ook weergeven met een vergelijking. De deeltjes geef je dan schematisch weer met een massagetal en een atoomnummer. Bij het β -verval van koolstof-14 ontstaan stikstof-14 en een elektron. Zie figuur 11.17. Kijk je naar de samenstelling van de kern, dan verandert een neutron in een proton en een elektron. Het elektron gaat als β -straling de kern uit. Daardoor neemt het atoomnummer met 1 toe en blijft het massagetal gelijk.



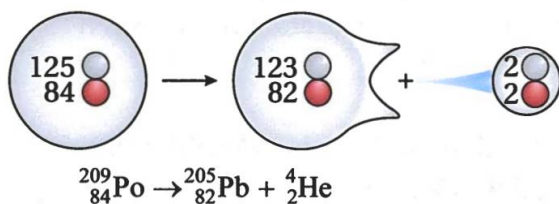
Figuur 11.17



Figuur 11.18

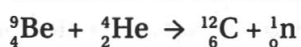
Bij het β -verval van natrium-22 ontstaan neon-22 en een positron. Zie figuur 11.18. Kijk je naar de samenstelling van de kern, dan verandert een proton in een neutron en een positron. Het positron gaat als β -straling de kern uit. Daardoor neemt het atoomnummer met 1 af en het massagetal blijft gelijk.

Polonium-209 is een instabiele isotoop van polonium. Deze isotoop vertoont alfaverval. Zie figuur 11.19. Kijk je naar de samenstelling van de kern, dan vormen twee protonen en twee neutronen een heliumkern. Dit deeltje gaat als α -straling de kern uit.



Figuur 11.19

Bij vervalreacties staat links van de pijl slechts één deeltje, de vervallende kern. Bij een kernreactie kunnen ook meerdere deeltjes één nieuwe kern vormen. Dit heet **kernfusie**. De nieuwe kern kan zich daarna weer splitsen in andere deeltjes. Een voorbeeld is de reactie tussen de kern van Be-9 en een alfadeeltje. Hierbij ontstaat C-12 en een neutron.



Vergelijk je in de vier kernreacties de getallen met elkaar, dan zie je dat de volgende twee behoudswetten gelden:

- Behoud van massagetal: de som van de massagetalen rechts van de pijl is gelijk aan de som van de massagetalen links van de pijl.
- Behoud van ladingstal: de som van de atoomnummers rechts van de pijl is gelijk aan de som van de atoomnummers links van de pijl.

Moet je zelf een vergelijking opstellen, dan maak je gebruik van deze twee behoudswetten. Het symbool van een onbekende atoomsoort leid je af met behulp van het atoomnummer.

Voorbeeld 3 Kernreactie opstellen

Een kern van de isotoop boor-12 is instabiel. Bij verval ontstaan een β -deeltje en een γ -foton.

a Geef de vervalvergelijking.

Als een alfadeeltje reageert met N-14 komt een proton vrij. Hierbij ontstaat de kern van een andere atoomsoort.

b Geef de vergelijking van deze kernreactie.

Uitwerking

a Volgens BINAS tabel 25A is het β -deeltje een elektron.

Het symbool ervan is ${}^0_{-1}\text{e}$ of ${}^0_{-1}\beta$. Beide symbolen zijn juist in een vergelijking.

Het γ -foton zet je ook in de vervalvergelijking.

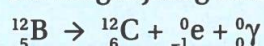
Dit levert het volgende op: ${}^{12}_5\text{B} \rightarrow {}^A_Z\text{X} + {}^0_{-1}\text{e} + {}^0_0\gamma$.

Vergelijk je de massagetalen voor en na de pijl, dan zie je dat het massagetal van element X gelijk is aan 12.

Uit de vergelijking van de atoomnummers volgt dat het atoomnummer van X gelijk is aan 6.

In BINAS tabel 99 zie je dat C (koolstof) het symbool is van het element bij atoomnummer 6.

De vergelijking van de vervalreactie van B-12 is dus:



b ${}^{14}_7\text{N} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^1_1\text{H} + {}^{17}_8\text{O}$

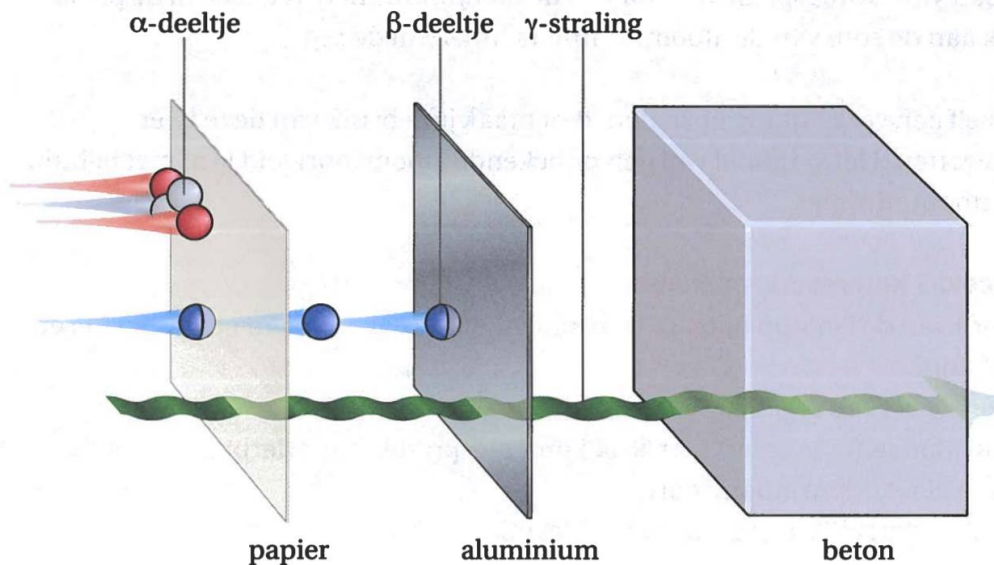
Dracht en doordringend vermogen

Kernstraling heeft, net als röntgen- en ultraviolette straling, voldoende energie om atomen te ioniseren. Het is dus **ioniserende straling**. Ook kan kernstraling in stoffen doordringen, maar niet elk soort straling doet dat even goed.

Alfastraling dringt maar enkele centimeters in de lucht door, terwijl bètastraling enkele meters haalt. Je zegt dat bètastraling een groter **doordringend vermogen** heeft. De afstand die de deeltjes afleggen in een bepaalde stof, noem je de **dracht**.

In figuur 11.20 zie je voor alfa- en bètastraling de dracht schematisch weergegeven. Je ziet ook dat de intensiteit van de gammastraling steeds kleiner wordt.

Voor gammastraling geldt, net als voor röntgenstraling, dat de fotonen willekeurig ver kunnen komen. Maar hoe dikker de laag tussen bron en ontvanger, hoe minder fotonen erdoorheen komen. Ook bij gammastraling is dus sprake van een halveringsdikte.



Figuur 11.20

Als straling in een stof doordringt, worden er atomen geïoniseerd. Voor alfa- en bètadeeltjes geldt dat ze bij elke ionisatie energie verliezen. Alfadeeltjes ioniseren door hun grotere massa en energie efficiënter dan bètadeeltjes. Je zegt dat het **ioniserend vermogen** van alfastraling groter is dan dat van bètastraling. Maar door dat grote ioniserende vermogen zijn alfadeeltjes ook sneller hun energie kwijt, en dat maakt hun doordringend vermogen een stuk kleiner.

Gammastraling en röntgenstraling hebben allebei een groot doordringend vermogen maar een klein ioniserend vermogen.

Nucleaire diagnostiek

Bij sommige vervalreacties komt gammastraling vrij. Als je een patiënt een radioactieve stof toedient, kun je de vrijkomende gammastraling buiten het lichaam detecteren en gebruiken om dat deel van het lichaam in beeld te brengen. Dit heet **nucleaire diagnostiek**.

Een patiënt krijgt een radioactieve stof toegediend die zich ophoopt in het lichaamsdeel dat de radioloog wil onderzoeken. Vervolgens wordt een opname gemaakt van de intensiteit van de gammastraling.

Schildklieronderzoek met radioactief jodium is een voorbeeld daarvan.

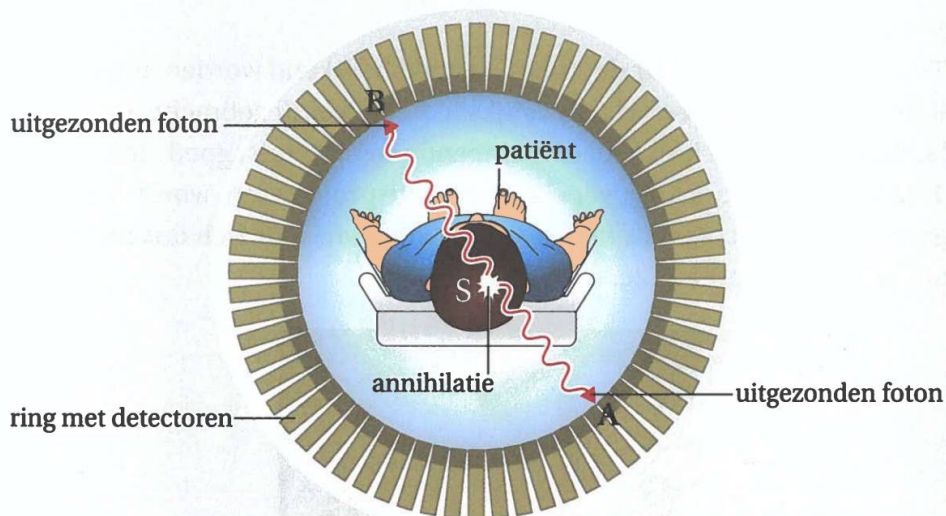
Met radioactieve preparaten kun je ook onderzoeken hoe organen werken. De werking van de nieren kun je onderzoeken door een radioactief preparaat in te brengen bij een patiënt. Vervolgens volg je hoe snel dit preparaat wordt uitgescheiden. Het radioactieve preparaat in zo'n onderzoek noem je een **tracer**.

PET-scan

PET is de afkorting voor positron-emissietomografie. Hierbij wordt de binnenkant van het lichaam in beeld gebracht (tomografie) met behulp van een radioactieve stof met een isotoop die β^+ -straling (positronen) uitzendt (emissie).

Een uitgezonden positron heeft een te kleine dracht om buiten het lichaam te komen. In plaats daarvan annihileert het met een elektron dicht bij de plek waar het positron is uitgezonden. Bij deze annihilatie ontstaan twee fotonen, die in tegenovergestelde richting wegvliegen.

Bij een PET-scan is de patiënt omgeven door een ring van detectoren, zie figuur 11.21. De twee uitgezonden fotonen laten kort na elkaar twee detectoren een signaal afgeven. Hierdoor weet je dat de plek van ontstaan van de twee fotonen ligt op de verbindinglijn tussen deze twee detectoren. Met het tijdsverschil tussen de twee detecties is de exacte plek van ontstaan te berekenen.



Figuur 11.21

Voorbeeld 4 PET-scan

Voor een onderzoek krijgt een patiënt N-13 toegediend.

a Geef de vergelijking van het verval van N-13.

De plaats waar annihilatie plaatsvindt, noem je S. Vanuit S worden twee fotonen uitgezonden, in tegenovergestelde richting. Detector A neemt een foton waar, en 0,67 ns later neemt ook detector B een foton waar. De afstand AB is 90 cm.

b Bereken de afstanden SA en SB.

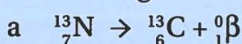
Vanwege de zeer korte halveringstijd van nog geen tien minuten kan N-13 niet vervoerd worden. Het moet ter plekke worden gemaakt. Je maakt N-13 door een proton tegen O-16 te schieten. Hierbij ontstaat nog een tweede deeltje.

c Geef de vergelijking van deze kernreactie.

Voor de patiënt is de korte halveringstijd een groot voordeel.

d Leg dit uit.

Uitwerking



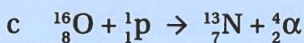
b Voor de beweging van fotonen geldt $s = v \cdot t$ met $v = c = 2,997 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

Detector B geeft een signaal af 0,67 ns nadat detector A dat heeft gedaan.

In 0,67 ns legt het licht $2,997 \cdot 10^8 \times 0,67 \cdot 10^{-9} = 0,20 \text{ m}$ af.

Afstand SA is dus 20 cm groter dan afstand SB, en $SA + SB = 90 \text{ cm}$.

Dus $SA = 55 \text{ cm}$ en $SB = 35 \text{ cm}$.



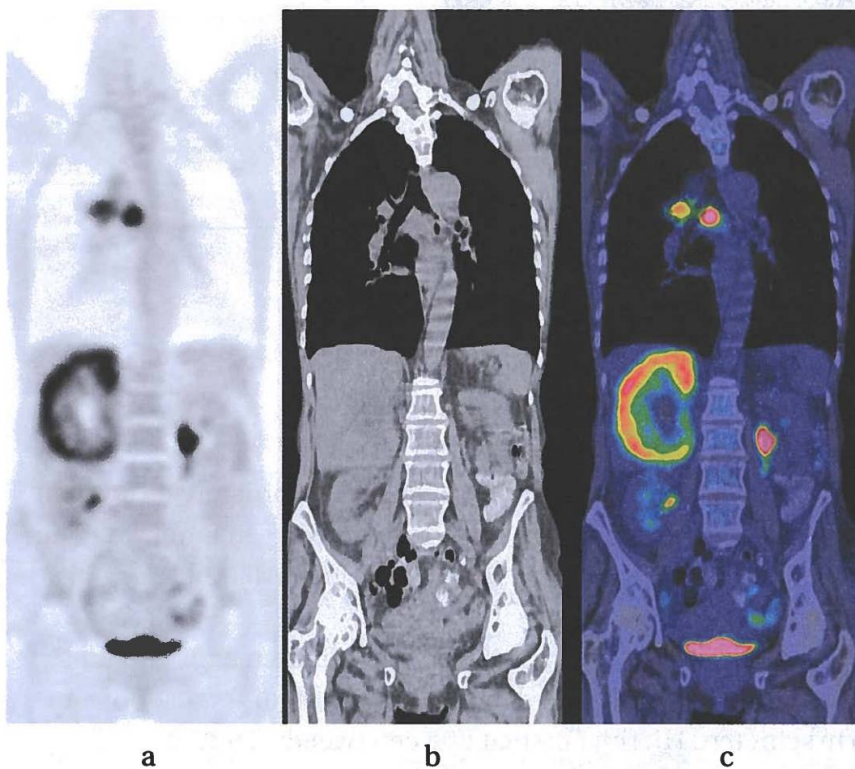
d Door de kleine halveringstijd zal de radioactieve stof na het onderzoek snel uit het lichaam van de patiënt verdwijnen.

Een andere toepassing van PET is het detecteren van tumoren. Hiervoor wordt FDG gebruikt, een suikermolecuul met een radioactief F-18.

Tumoren gebruiken veel energie, en nemen daarom veel suiker op. De suiker wordt pas verbrand nadat het F-18 is vervallen. Tumoren geven daardoor een extra sterk signaal op een PET-scan.

Met een PET-scan kan de plek waar de tumor zit goed berekend worden, maar een nadeel is dat het omliggende weefsel nauwelijks in beeld wordt gebracht. Zie figuur 11.22a. Bij een CT-scan kun je het omringende weefsel juist goed zien.

Zie figuur 11.22b. Door beide scans over elkaar heen te projecteren, wordt duidelijker in welke organen de radioactieve stoffen zijn opgehoopt en waar zich dus mogelijk een tumor bevindt. Zie figuur 11.22c.



Figuur 11.22

Opgaven

- 13 Een atoomkern bestaat uit 30 protonen en 36 neutronen.
- Geef de notatie van de kern met daarin het atoomnummer en het massagetal. In BINAS tabel 25 staan ook andere isotopen van deze atoomsoort.
 - Hoeveel van deze isotopen zenden geen straling uit?
 - Hoeveel van deze isotopen zenden elektromagnetische straling uit?
 - Hoeveel van deze isotopen zenden elektronen uit?
- 14 Geef met behulp van BINAS tabel 25 aan of de volgende isotopen stabiel of instabiel zijn. Als een isotoop instabiel is, geef dan de vergelijking van de vervalreactie.
- Lithium-6
 - Nikkel-63
 - Zuurstof-15
 - Plutonium-244
 - Lood-206
 - Lood-212
- 15 Om de kransslagaderen van het hart te onderzoeken, wordt een patiënt geïnjecteerd met een technetium-preparaat op basis van de isotoop Tc-99m. Deze isotoop vervalst onder uitzending van een gammafoton tot de isotoop Tc-99. Vervolgens vervalst deze isotoop onder uitzending van een elektron.
- Geef de vervalvergelijking van Tc-99m.
 - Geef de vervalvergelijking van Tc-99.
 - Leg uit dat er wel fotonen, maar geen elektronen worden uitgezonden door het lichaam van de patiënt.
- 16 Een α -deeltje met een energie van enkele MeV dringt een blok grafiet binnen. Door interactie van het α -deeltje met de koolstofatomen kunnen atomen worden geïoniseerd. Om een atoom te ioniseren is ongeveer 10 eV nodig. Het α -deeltje komt niet verder dan enkele mm diep in het koolstof. Daarna worden er geen koolstofatomen meer geïoniseerd.
- Leg uit hoe dat komt.
Een β -deeltje met dezelfde energie heeft een hogere snelheid.
 - Leg dit uit.
De snelheid en lading van het β -deeltje zijn nadelig voor het ioniserend vermogen.
 - Leg dit uit.
Een α -deeltje en een β -deeltje hebben dezelfde energie. Door het kleinere ioniserende vermogen slaagt het β -deeltje er minder vaak in een atoom te ioniseren.
 - Leg uit dat de dracht van het β -deeltje groter is dan die van het α -deeltje.
Fotonen worden bij ionisatie geabsorbeerd. Na één geslaagde ionisatie is het foton dus verdwenen. Stel dat een foton dat een atoom passeert een kans heeft van 0,01% om het atoom te ioniseren.
 - Laat zien dat de halveringsdikte ongeveer overeenkomt met een rij van 7000 atomen.

- 17 In de bergen is de achtergrondstraling meestal sterker dan in laaggelegen gebieden zoals Nederland.
Noem hiervoor twee redenen.
- 18 Uranium-238 vervalt in een aantal stappen tot lood-206. Deze combinatie van stappen noem je een vervalreeks. Tijdens het verval van uranium-238 naar lood-206 wordt bij elke stap in de vervalreeks óf een α -deeltje óf een β -deeltje uitgezonden.
- Beredeneer bij hoeveel stappen van deze vervalreeks een α -deeltje wordt uitgezonden.
 - Beredeneer bij hoeveel stappen van deze vervalreeks een β -deeltje wordt uitgezonden.
- 19 Voor een hersenonderzoek met een PET-scanner krijgt een patiënt een stof ingebracht die gemakkelijk via het bloed in het lichaam wordt opgenomen. Deze stof bevat de radioactieve isotoop F-18, die vervalt door het uitzenden van positronen.
- Geef de vervalreactie van F-18.
Een positron dringt enkele millimeters door in het weefsel en annihileert dan met een elektron. Daarbij ontstaan twee γ -fotonen die in (vrijwel) tegenovergestelde richting bewegen. Om deze γ -straling te registreren, wordt de patiënt met zijn hoofd precies in het midden van een ring met detectoren geschoven. Zie figuur 11.21. De twee γ -fotonen bereiken zeer kort na elkaar de ring met detectoren. Wanneer de twee getroffen detectoren binnen een ingestelde tijdsduur Δt een foton registreren, wordt aangenomen dat deze twee fotonen afkomstig zijn van dezelfde annihilatie. Een computer verwerkt de informatie van een groot aantal metingen en zet de PET-scan om in een beeld.
 - Bereken de orde van grootte van de ingestelde tijdsduur Δt . Maak daarbij gebruik van een schatting en neem aan dat de fotonen overal met de lichtsnelheid in vacuüm bewegen.
Ongeveer 90% van de annihilaties levert geen bruikbare informatie op. Dat komt onder andere doordat een deel van de vrijgekomen fotonen naast de detectoren valt en doordat er fotonen uit andere delen van het lichaam worden gemeten.
 - Noem twee andere mogelijke oorzaken waardoor niet alle annihilaties bruikbare informatie opleveren.



Oefen met 11.1 t/m 11.3

Bij een loterij weet je nooit of je de hoofdprijs wint. Dit is afhankelijk van toeval. De organisator van de loterij weet wel hoe groot de kans op de hoofdprijs is. Ook bij het vervallen van kernen heb je te maken met toeval. Hoe zit dat precies?



Figuur 11.23

11.4 Halveringstijd en activiteit

Radioactiviteit is een toevalsproces

Radon-220 is een radioactief edelgas. Het komt vrij uit bouwmaterialen, en is in alle gebouwen aanwezig. Radon-220 vervalt onder uitzending van een alfadeeltje. De vergelijking van de vervalreactie is ${}^{220}_{86}\text{Rn} \rightarrow {}^{216}_{84}\text{Po} + {}^4_2\alpha$.

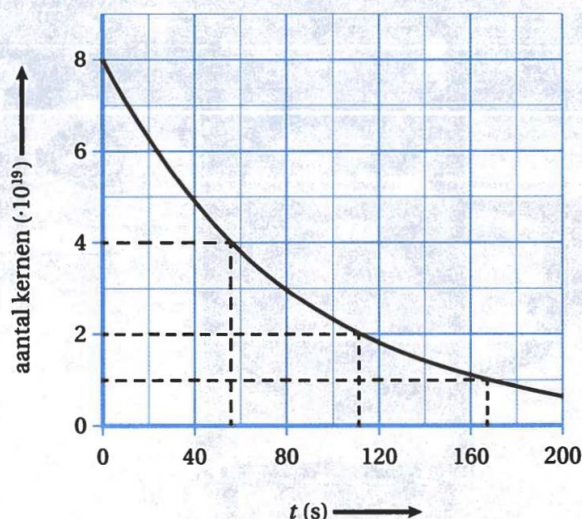
Je kunt niet voorspellen wanneer een bepaalde kern vervalt: de ene radonkern vervalt binnen een microseconde, een andere radonkern blijft misschien meer dan duizend jaar bestaan.

Over één enkele kern kun je dus niets zeggen. Bestudeer je echter een grote groep van radon-220-kernen, dan blijkt dat de helft daarvan binnen 55,6 s is vervallen. Welke kernen vervallen weet je niet van tevoren, alleen dat na 55,6 s nog maar de helft van het radon-220 over is.

Halveringstijd

applet
ilveringstijd
i activiteit

De tijdsduur waarin de helft van de radioactieve isotopen vervalt, noem je de **halveringstijd** met symbool $t_{\frac{1}{2}}$. Na 55,6 s is de helft van radon-220 vervallen. Daarna kunnen de overgebleven radonkernen nog steeds vervallen. Na nog eens 55,6 s is ook van deze kernen de helft vervallen, en dit gaat zo door. In figuur 11.24 zie je de grafiek die het verband geeft tussen het aantal kernen radon-220 en de tijd. Zo'n grafiek noem je een **vervalkromme**.



Figuur 11.24

Na 55,6 s is de hoeveelheid radon-220 gehalveerd. Na 111,2 s is de hoeveelheid twee keer gehalveerd: er is dan nog maar $\frac{1}{4}$ deel oftewel 25% over. Na 166,8 s is er nog maar $\frac{1}{8}$ deel oftewel 12,5% van de oorspronkelijke hoeveelheid over.

Het aantal isotopen dat na een bepaalde tijd nog *niet* is vervallen, bereken je met:

$$N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ met } n = \frac{t}{t_{\frac{1}{2}}}$$

- N is het aantal nog niet vervallen isotopen op een bepaald tijdstip.
- N_0 is aantal isotopen in de beginsituatie.
- n is het aantal halveringstijden.
- t is de tijd die verstreken is vanaf het begin in s.
- $t_{\frac{1}{2}}$ is de halveringstijd in s.

In BINAS tabel 25 staat in de zesde kolom de halveringstijd vermeld. Erg instabiele isotopen vervallen snel. Deze hebben dus een kleine halveringstijd. Let erop dat er vijf verschillende eenheden worden gebruikt bij de halveringstijd.

Voorbeeld 5 Rekenen met halveringstijd

Een radioactieve stof bevat de isotoop jood-131. Op het tijdstip $t = 0$ s zijn er $2,8 \cdot 10^{13}$ atoomkernen van deze isotoop aanwezig. De halveringstijd van I-131 is 8,0 dagen.

- a Bereken hoeveel atoomkernen I-131 nog aanwezig zijn na 20,0 dagen.
- b Bereken na hoeveel dagen 93,75% van de kernen is vervallen.

Uitwerking

- a Voor het aantal atoomkernen dat nog over is, geldt:

$$N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ met } n = \frac{t}{t_{\frac{1}{2}}}$$

$$N_0 = 2,8 \cdot 10^{13}$$

$$n = \frac{20,0}{8,0} = 2,5$$

$$\text{Invullen levert: } N = 2,8 \cdot 10^{13} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2,5}$$

$$N = 4,94 \cdot 10^{12} \text{ kernen}$$

$$\text{Afgerond: } N = 4,9 \cdot 10^{12} \text{ kernen.}$$

- b Er is nog $100 - 93,75 = 6,25\%$ over. Dat is hetzelfde als $\frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$. De hoeveelheid I-131 is dus vier keer gehalveerd. 93,75% van de kernen is vervallen na $4 \times 8,0 = 32$ dagen.

Activiteit

In figuur 11.24 zie je dat gedurende de eerste halveringstijd $4,0 \cdot 10^{19}$ kernen vervallen. Tijdens de tweede halveringstijd maar de helft: $2,0 \cdot 10^{19}$. In dezelfde tijd vervallen er dus minder kernen.

Bij het verval van één kern radon-220 komt één alfadeeltje vrij. Tijdens de tweede halveringstijd komen dus in dezelfde tijd minder alfadeeltjes vrij. Het aantal deeltjes dat per seconde vrijkomt noem je de **activiteit**. De eenheid van activiteit is becquerel met symbool Bq.

De **gemiddelde activiteit** bereken je met:

$$A_{\text{gem}} = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$$

- A_{gem} is de gemiddelde activiteit in Bq.
- ΔN is de verandering van het aantal deeltjes.
- Δt is de tijdsduur in s.

Het aantal deeltjes dat nog radioactief is neemt door verval af. Daarom is in de formule een minteken nodig om de activiteit een positieve waarde te geven.

In een (N, t) -diagram volgt de gemiddelde activiteit uit de steilheid van een snijlijn.

Voorbeeld 6 Gemiddelde activiteit berekenen

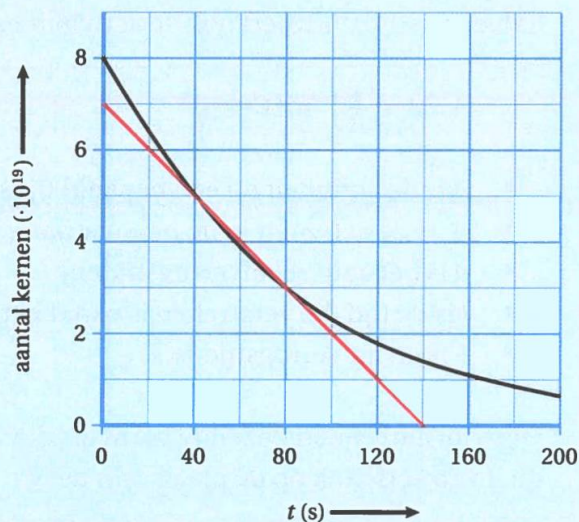
In figuur 11.25 is de snijlijn getekend voor het interval $t = 40$ s en $t = 80$ s.

- a Bepaal de steilheid van de snijlijn.
- b Bepaal de gemiddelde activiteit tussen $t = 40$ s en $t = 80$ s.

Uitwerking

$$\begin{aligned} \text{a steilheid} &= \left(\frac{\Delta N}{\Delta t} \right) \\ \text{steilheid} &= \frac{0 - 7,0 \cdot 10^{19}}{140 - 0} \\ \text{steilheid} &= -5,0 \cdot 10^{17} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b } A_{\text{gem}} &= -\frac{\Delta N}{\Delta t} \\ \text{Dus } A_{\text{gem}} &= 5,0 \cdot 10^{17} \text{ Bq.} \end{aligned}$$



Figuur 11.25

$A_{\text{gem}} = 5,0 \cdot 10^{17}$ Bq betekent dat er gedurende 40 s gemiddeld $5,0 \cdot 10^{17}$ kernen per seconde vervallen. Tegelijkertijd zijn er gemiddeld $5,0 \cdot 10^{17}$ alfadeeltjes per seconde ontstaan.

Wil je de **activiteit op een tijdstip** bepalen, dan gebruik je de raaklijnmethode. Er geldt:

$$A = -\frac{dN}{dt} = -\left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}}$$

Voorbeeld 7 Activiteit op een tijdstip bepalen (1)

Bepaal met behulp van figuur 11.24 de activiteit op $t = 80$ s.

Uitwerking

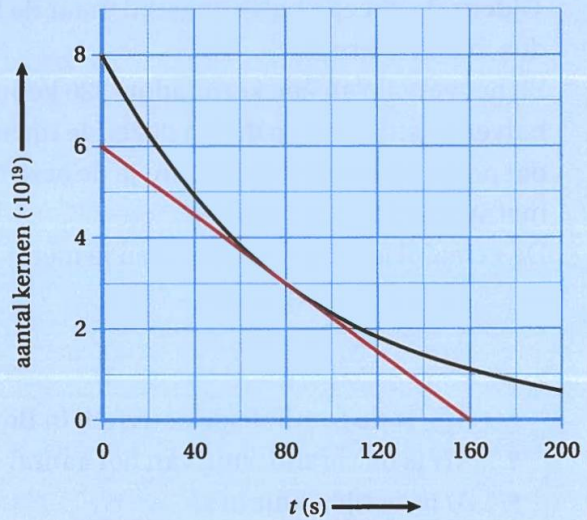
De activiteit volgt uit de steilheid van de raaklijn aan de (N, t) -grafiek op $t = 80$ s. Zie figuur 11.26.

$$A = -\frac{dN}{dt} = -\left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}}$$

$$A = -\frac{0 - 6,0 \cdot 10^{19}}{160 - 0}$$

$$A = 3,75 \cdot 10^{17} \text{ Bq}$$

Afgerond: $A = 3,8 \cdot 10^{17} \text{ Bq}$.



Figuur 11.26

Is de activiteit op $t = 80$ s gelijk aan $3,8 \cdot 10^{17} \text{ Bq}$, dan komen $3,8 \cdot 10^{17}$ alfadeeltjes per seconde vrij. Op een later tijdstip zal de activiteit echter lager zijn: er zijn dan minder kernen over die kunnen vervallen. Als het aantal kernen halveert na één halveringstijd, halveert ook de activiteit na één halveringstijd. Er geldt dus:

$$A = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ met } n = \frac{t}{t_{\frac{1}{2}}}$$

- A is de activiteit op een bepaald tijdstip in Bq.
- A_0 is de activiteit in de beginsituatie in Bq.
- n is het aantal halveringstijden.
- t is de tijd die verstreken is vanaf het begin in s.
- $t_{\frac{1}{2}}$ is de halveringstijd in s.

Deze formule heeft dezelfde vorm als die voor het aantal overgebleven deeltjes, met de A van activiteit op de plaats van de N .

Uit een wiskundige berekening (die je niet hoeft te kennen) volgt dat je de activiteit op een bepaald tijdstip kunt berekenen met:

$$A = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \cdot N$$

- A is de activiteit op een bepaald tijdstip in Bq.
- N is het aantal deeltjes.
- $t_{\frac{1}{2}}$ is de halveringstijd in s.

Voorbeeld 8 Activiteit op een tijdstip bepalen (2)

Bepaal met behulp van figuur 11.24 de activiteit op $t = 80$ s. Gebruik hierbij bovenstaande formule voor de activiteit op een bepaald tijdstip.

Uitwerking

$$A = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \cdot N$$

In figuur 11.24 lees je af dat het aantal deeltjes op $t = 80$ s gelijk is aan $3,0 \cdot 10^{19}$.

Uit figuur 11.24 volgt dat $t_{\frac{1}{2}}$ gelijk is aan 55,6 s.

Invullen levert: $A = \frac{\ln 2}{55,6} \times 3,0 \cdot 10^{19}$

$$A = 3,74 \cdot 10^{17} \text{ Bq}$$

Afgerond: $A = 3,7 \cdot 10^{17} \text{ Bq}$.

Dit betekent dat er op $t = 80$ s gemiddeld $3,7 \cdot 10^{17}$ kernen per seconde vervallen.

Tegelijkertijd ontstaan er gemiddeld $3,7 \cdot 10^{17}$ alfadeeltjes per seconde.

Opgaven

20 De schildklier gebruikt jodium om een bepaald hormoon te produceren. Een radioloog wil de schildklier van een patiënt onderzoeken. In de patiënteninformatie van een ziekenhuis staat:

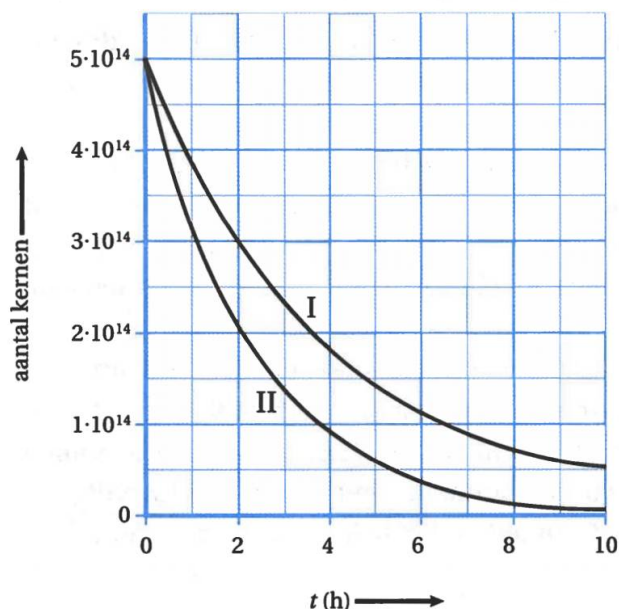
‘Bij dit onderzoek krijgt u een injectie met een licht radioactieve stof in uw arm. De radioactieve stof gaat via uw bloed naar uw schildklier. (...) De stof verdwijnt vanzelf binnen een aantal dagen uit uw lichaam. 24 uur na de injectie maakt de medisch nucleair werker met behulp van een gammacamera en een computer opnamen van uw schildklier. (...)’

De patiënt werd geïnjecteerd met een I-123-preparaat op maandagochtend om 9:10 uur. Op dinsdagochtend om 8:46 uur werd het onderzoek verricht.

- a Bereken met hoeveel procent de activiteit van het gehele preparaat is afgenomen.
- b Leg uit waarom er 24 uur gewacht wordt voordat de opname gemaakt wordt.
- c Noem twee manieren waarop de stof vanzelf uit het lichaam van de patiënt verdwijnt.

- 21 Een hoeveelheid radioactief jodium-131 heeft een activiteit van $6,0 \cdot 10^{15}$ Bq.
- Toon aan dat de hoeveelheid I-131 gelijk is aan 1,3 g.
 - Is de halveringstijd van 2,6 gram jodium-131 groter dan die van 1,3 g? Licht je antwoord toe.
 - Is de activiteit van 2,6 gram jodium-131 groter dan die van 1,3 g? Licht je antwoord toe.
 - Bereken na hoeveel dagen de activiteit van 1,3 g I-131 is gedaald tot $1,7 \cdot 10^{15}$ Bq.
- 22 In 1986 vond in Tsjernobyl een ontploffing plaats in een kernreactor. Hierdoor kwamen radioactieve stoffen in de atmosfeer terecht, waaronder cesium. Een groot gebied werd daardoor radioactief besmet. Pas in 2076 zal het aantal vrijgekomen cesiumatomen afgenomen zijn tot 12,5% van de oorspronkelijke hoeveelheid.
- Toon aan dat het om cesium-137 gaat.
- Naast cesium-137 is ook de isotoop strontium-90 vrijgekomen.
- Toon aan dat het meer dan een eeuw duurt voordat minder dan 1% van de oorspronkelijke hoeveelheid strontium-90 over is.
- Van een andere bij dit ongeluk ontsnapte radioactieve stof bleek de activiteit na 6,0 uur te zijn afgenomen met 75%.
- Beredeneer hoe groot de halveringstijd van deze atoomsoort is.

- **tekenblad** 23 Een laborant onderzoekt twee radioactieve preparaten. Preparaat I bevat een andere radioactieve isotoop dan preparaat II. Beide isotopen vervallen tot stabiele stoffen door het uitzenden van alfastraling. Op $t = 0$ h bevatten beide preparaten $5,0 \cdot 10^{14}$ radioactieve atomen. In figuur 11.27 is voor beide preparaten het aantal radioactieve kernen N weergegeven als functie van de tijd t .
- Leg aan de hand van figuur 11.27 uit van welk preparaat de atomen het meest stabiel zijn.



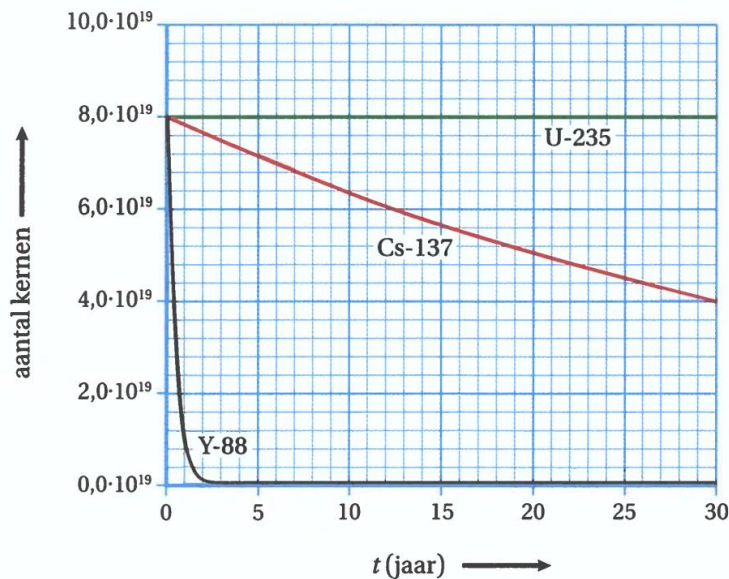
Figuur 11.27

- b Toon aan dat de halveringstijd van preparaat I gelijk is aan 2,8 h.
 - c Toon aan dat de activiteit van preparaat I op $t = 0$ h gelijk is aan $3,4 \cdot 10^{10}$ Bq.
 - d Leg uit dat de activiteit van preparaat I op $t = 5,6$ h gelijk is aan $8,5 \cdot 10^9$ Bq.
 - e Bepaal de gemiddelde activiteit van preparaat I tussen $t = 0$ h en $t = 5,6$ h.
- De activiteit van preparaat II is na 5,6 uur kleiner dan de activiteit van preparaat I.
- f Beschrijf hoe je dat kunt afleiden uit figuur 11.27.
 - g Bepaal hoeveel alfadeeltjes preparaat II in die 5,6 h heeft uitgezonden.

24 In een kerncentrale wordt splijtstof gebruikt. In deze splijtstof komen verschillende radioactieve stoffen voor, zoals yttrium-88, cesium-137 en uranium-235.

In figuur 11.28 zie je een grafiek van het aantal radioactieve atomen in een staaf splijtstof, uitgezet tegen de tijd. De halveringstijd van Y-88 die volgt uit figuur 11.28 komt goed overeen met de halveringstijd volgens BINAS.

- a Laat dat zien.
 - b Leg uit waarom de hoeveelheid U-235 niet merkbaar afneemt.
- Een splijtstofstaaf is ongeveer een jaar in gebruik. Daarna wordt hij als afval afgevoerd. Afval met een hoge activiteit moet veilig worden opgeborgen. Cs-137 geeft meer problemen dan Y-88 en ook meer problemen dan U-235.
- c Beredeneer dit met behulp van een formule.



Figuur 11.28

► **hulpblad** 25 Een laborant heeft een monster met daarin I-125 en I-131. In figuur 11.29 zie je de vervalcurve van het monster.

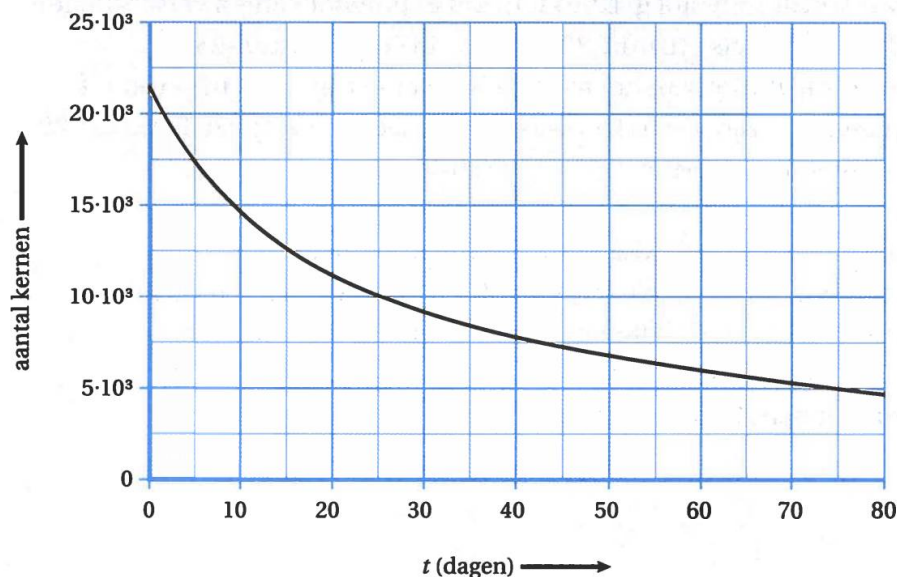
► **tekenblad**

a Toon aan dat op $t = 56$ dagen minder dan 1% van de oorspronkelijke hoeveelheid I-131 aanwezig is in het monster.

Omdat de hoeveelheid I-131 zo laag is na 56 dagen, mag je aannemen dat de activiteit op $t = 59$ dagen uitsluitend veroorzaakt wordt door I-125.

b Toon aan dat de activiteit van I-125 op $t = 59$ dagen gelijk is aan $8,7 \cdot 10^{-4}$ Bq.

c Bepaal de activiteit van I-131 op $t = 0$ dagen.



Figuur 11.29

Bij de ramp met de kerncentrale in Fukushima kwamen radioactieve stoffen vrij. Een onderzoeker meet met een geiger-müllerteller of het kind is besmet. Hoe werkt zo'n apparaat?



Figuur 11.30

11.5 Risico's van ioniserende straling

Bestraling en besmetting

Wanneer een tandarts een röntgenfoto maakt van je gebit, absorbeert je kaak een deel van de straling. Je spreekt dan van **bestraling**. Een manier om je te beschermen tegen bestraling is door afstand te nemen van stralingsbronnen. Daarom staat de tandarts tijdens het maken van de röntgenfoto op grote afstand van het röntgenapparaat en achter een muur.

Krijg je een radioactieve stof op of in je lichaam, dan is het niet mogelijk om afstand te houden tot de bron. Je spreekt dan van **besmetting**. De bron zal je continu bestralen, totdat hij wordt verwijderd.

Ioniserende straling kan elektronen losslaan uit atomen. Daardoor kunnen weefsels en DNA beschadigd raken. Bij grote hoeveelheden straling krijg je **stralingsziekte**. Stralingsziekte is dodelijk, er raken dan zoveel lichaamsprocessen ontregeld dat je niet meer herstelt. Maar een hoeveelheid straling is zelden groot genoeg om stralingsziekte te veroorzaken.

Kleine hoeveelheden straling zijn niet fataal. Als cellen beschadigd raken, zorgt het lichaam er zelf voor dat deze cellen worden vervangen. Er is echter een kleine kans dat een cel met beschadigd DNA zich ontwikkelt tot een tumorcel. Hoe vaker je wordt bestraald, hoe groter dit risico. Dit risico is nog groter bij cellen die zich vaak delen, zoals cellen in het bloed. De risico's zijn dus ook afhankelijk van welk deel van het lichaam bestraald wordt.

Opgroeïende kinderen zijn gevoeliger voor straling dan volwassenen. Dit komt doordat cellen van kinderen zich veel sneller delen dan cellen van volwassenen.

Stralingsdosis

De gevolgen van ioniserende straling hangen onder andere af van de hoeveelheid energie die een deel van je lichaam ontvangt. Hoe meer energie, des te meer schade kan er ontstaan. Er ontstaat ook meer schade als dezelfde hoeveelheid energie op een kleiner deel van je lichaam valt. De **stralingsdosis** met symbool D is een maat voor de schade die kan ontstaan. Stralingsdosis druk je uit in J kg^{-1} , maar meestal wordt gray met symbool Gy gebruikt. Zie BINAS tabel 4 bij dosis.

Je berekent de stralingsdosis met:

$$D = \frac{E}{m}$$

- D is de stralingsdosis in J kg^{-1} of Gy.
- E is de geabsorbeerde energie in J.
- m is de bestraalde massa in kg.

In BINAS tabel 27D1 vind je in het linker gedeelte de effecten van grote doses ioniserende straling op enkele organen.

Voorbeeld 9 Berekenen van stralingsdosis

Een patiënt laat een röntgenfoto maken van zijn bovenbeen. De massa van zijn bovenbeen is 5,0 kg. Op zijn been vallen per seconde $5,2 \cdot 10^{10}$ röntgenfotonen, met elk een energie van $4,0 \cdot 10^4$ eV. Er wordt 40% van de energie geabsorbeerd. Het maken van de foto duurt 0,60 s.

- a Bereken de stralingsdosis.
- b Is deze dosis gevaarlijk?

Uitwerking

- a Op zijn bovenbeen vallen $5,2 \cdot 10^{10}$ fotonen per seconde. In 0,60 s zijn dat $0,60 \times 5,2 \cdot 10^{10} = 3,12 \cdot 10^{10}$ fotonen.

De totale hoeveelheid energie van die fotonen is gelijk aan:

$$3,12 \cdot 10^{10} \times 4,0 \cdot 10^4 \text{ eV} = 1,248 \cdot 10^{15} \text{ eV}$$

$$\text{Dit komt overeen met } 1,248 \cdot 10^{15} \times 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ J.}$$

Van deze hoeveelheid energie wordt 40% geabsorbeerd door 5,0 kg weefsel.

De geabsorbeerde hoeveelheid energie is $0,40 \times 2,0 \cdot 10^{-4} = 8,0 \cdot 10^{-5} \text{ J}$.

$$D = \frac{E}{m}$$

$$\text{Invullen levert: } D = \frac{8,0 \cdot 10^{-5}}{5,0}$$

$$D = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ Gy}$$

- b Volgens BINAS tabel 27D1 is een stralingsdosis van $1,6 \cdot 10^{-5} \text{ Gy}$ op botweefsel niet gevaarlijk.

Equivalente dosis

Alfastraling heeft een veel groter ioniserend vermogen dan andere soorten straling. Om de stralingsdoses van verschillende soorten straling goed te kunnen vergelijken, moet je er rekening mee houden dat alfastraling tot maximaal 20× schadelijker is dan alle andere soorten straling. Je zegt dat de **weegfactor** w_R van alfastraling gelijk is aan 20. De **equivalente dosis** of **dosisequivalent** houdt rekening met de weegfactor. Het symbool ervan is H . De weegfactor is een getal zonder eenheid. Daardoor is de eenheid van H ook J kg^{-1} . Maar meestal wordt sievert met symbool Sv gebruikt. Er geldt:

$$H = w_R \cdot D$$

- H is de equivalente dosis in J kg^{-1} of Sv.
- w_R is de weegfactor.
- D is de stralingsdosis in Gy.

Weegfactoren staan in BINAS tabel 27D3. Voor β -straling, γ -straling en röntgenstraling is de weegfactor 1. Voor alfastraling is de weegfactor 20.

Stralingsnormen

Het biologische effect van straling verschilt per soort weefsel. Het biologische effect op het beenmerg is bijvoorbeeld twaalf keer zo groot als op de huid. De **effectieve totale lichaamsdosis** houdt hiermee rekening. In BINAS tabel 27D1 staan in het rechter gedeelte de effecten van een grote effectieve totale lichaamsdosis. Je ziet dat er bij 100 mSv een tijdelijk effect optreedt. Normaal gesproken herstelt het lichaam zichzelf. Maar er kan altijd een cel zo beschadigd raken dat er tumorgroei optreedt. Om de kans op schadelijke effecten zo klein mogelijk te houden, zijn er **stralingsbeschermingsnormen** vastgesteld, ook wel **dosislimieten** genoemd. Zo'n norm betreft de effectieve totale lichaamsdosis gedurende een jaar uitgedrukt in millisievert per jaar. Zie BINAS tabel 27D2. Daar zie je dat de dosislimiet voor iemand die vanwege zijn beroep in aanraking komt met straling gelijk is aan 20 mSv per jaar.

Voorbeeld 10 Rekenen met dosislimiet

Tijdens een vliegreis van Nederland naar de VS ontvang je extra kosmische straling van ongeveer 0,05 mSv per enkele reis. Een beroemde dj maakt voor optredens maandelijks een retourvlucht van Nederland naar de VS. Bepaal met behulp van BINAS of de hoeveelheid ontvangen straling de stralingsbeschermingsnormen overschrijdt.

Uitwerking

De dj maakt per jaar $12 \times 2 = 24$ reizen.

Hij ontvangt dan $24 \times 0,05 = 1,2$ mSv extra kosmische straling.

Een dj is niet iemand die beroepshalve met straling werkt. Volgens BINAS tabel 27D2 is zijn dosislimiet dan 1 mSv per jaar. De hoeveelheid straling die de dj ontvangt overschrijdt dus de stralingsbeschermingsnormen.

Bij de dosislimieten wordt blootstelling om medische redenen niet meegeteld. Zie de voetnoot bij BINAS tabel 27D2. Anders zou volgens BINAS tabel 29 één CT-scan al een forse overschrijding van de dosislimiet geven. Ook natuurlijke stralingsbronnen worden niet meegerekend. Door achtergrondstraling ontvang je ongeveer 2 mSv per jaar. Hoe dan ook moet de blootstelling aan straling verder zo laag mogelijk zijn.

Radiotherapie

Patiënten met een tumor worden in sommige gevallen bestraald. Dit noem je **radiotherapie**. De straling beschadigt de cellen in de tumor, zodat die cellen afsterven. Een nadeel is dat de straling ook gezond weefsel kan aantasten. Het effect van bestraling is het grootst op snel delende cellen, zoals de cellen die in een tumor aanwezig zijn. Bij een bestraling worden de stralingsnormen ruim overschreden. Er is dan sprake van een afweging: de gevolgen van niet behandelen zijn groter dan de gevolgen van de straling.

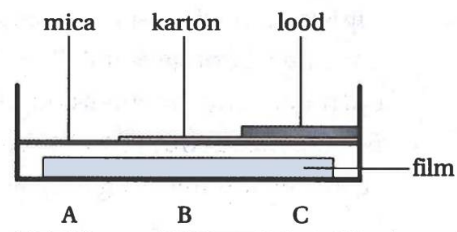
Als de stralingsbron zich buiten het lichaam bevindt, spreek je van **uitwendige bestraling**. De tumor wordt dan door de huid heen bestraald. Daarbij raakt de huid beschadigd, vergelijkbaar met een eerstegraadsverbranding.

Bij **inwendige bestraling** wordt een radioactieve stof in de buurt van de tumor gebracht. Dat kan met een injectie in een bloedvat, waarna de radioactieve stof zich aan de tumor hecht. De radioactieve stof kan ook in een gesloten capsule in de buurt van de tumor worden gebracht. De radioactieve stof verspreidt zich dan niet eerst door het lichaam. Het nadeel van deze methode is dat er een operatie nodig is.

Dosimeter

Een radioverpleegkundige werkt de hele dag met radioactieve bronnen. Om te bepalen hoeveel straling hij oploopt, beschikt hij over een **dosimeter**. Dat is een apparaatje dat de hoeveelheid geabsorbeerde straling meet. Een voorbeeld van een dosimeter is een badge die je op je kleding draagt.

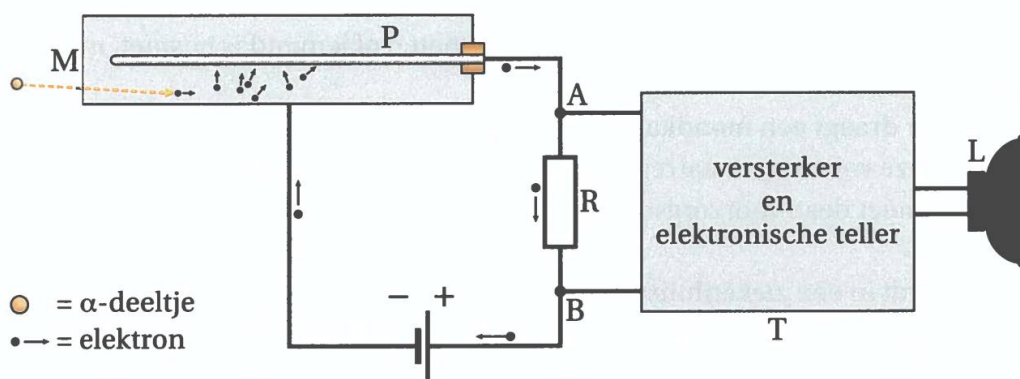
In figuur 11.31 zie je een schematische dwarsdoorsnede van zo'n badge. De badge is opgebouwd uit een fotografische film met daaroverheen drie stukjes materiaal. Het laagje mica laat vrijwel alle straling door. Het laagje karton houdt alleen alfastraling tegen. Het laagje lood laat alleen gammastraling door. Bij A meet je dus de totale hoeveelheid straling, bij B de hoeveelheid bèta- en gammastraling en bij C alleen de gammastraling. Door de verkleuring van de drie delen van de film te onderzoeken, wordt het soort straling en de intensiteit ervan bepaald.



Figuur 11.31

Geiger-müllerteller

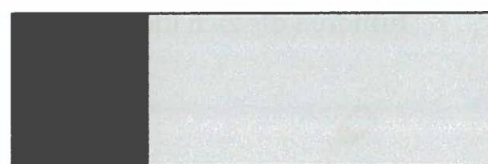
De **geiger-müllerteller** (**GM-teller**) is een van de meest gebruikte stralingsdetectoren bij radioactieve stoffen. De schematische opbouw van een GM-teller zie je in figuur 11.32. Een buis is afgesloten met een micavenster M. In de buis bevindt zich een gas. Als ioniserende straling via het micavenster in de buis komt, worden enkele moleculen van het gas geïoniseerd. Door de spanning over de wand van de buis en de pin P worden de vrijgemaakte elektronen versneld richting de pin. Bij een botsing van deze elektronen tegen moleculen van het gas ontstaan nog meer vrije elektronen. De vrijgemaakte elektronen gaan in de pin P. Daardoor ontstaat er korte tijd een kleine stroom door de weerstand R. Die geeft een spanningspuls over de weerstand. Elke puls wordt versterkt en geteld door de teller T. Doordat er een luidspreker op de teller is aangesloten, hoor je bij elk puls een korte tik. Wordt er veel ioniserende straling gemeten, dan hoor je veel tikken achter elkaar. De GM-teller gaat dan 'ratelen'.



Figuur 11.32

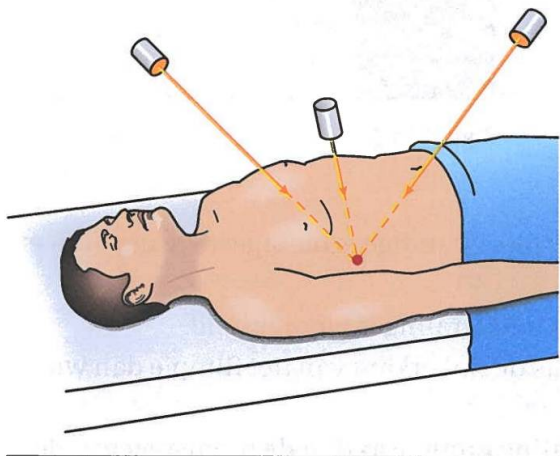
Opgaven

- 26 Een verpleegkundige in het ziekenhuis is blootgesteld aan ioniserende straling. Dit blijkt uit de badge op de kleding. In figuur 11.33 is het ontwikkelde filmpje van de badge te zien. Een filmpje dat niet bestraald is met ioniserende straling is wit. De linkerkant van het filmpje zat onder het micavenster. Uit het filmpje blijkt dat de verpleegkundige is blootgesteld aan alfa- en gammastraling.
- Leg uit dat de verpleegkundige niet aan bètastraling is blootgesteld.
 - Als er geen alfastraling was geweest, was de linkerkant van het filmpje dan wit geweest?
 - Leg uit dat de intensiteit van de alfastraling groter was dan de intensiteit van de gammastraling.



Figuur 11.33

- **hulpblad** 27 Radon is een radioactief gas dat niet alleen uit de aardbodem ontsnapt, maar ook uit natuurlijke bouwmaterialen. Daardoor is de hoeveelheid radon per m^3 lucht in huis groter dan buiten. In deze opgave gaat het uitsluitend over de isotoop radon-222. De longen van een mens bevatten gemiddeld $2,5 \text{ dm}^3$ lucht. Is deze lucht afkomstig uit de huiskamer, dan veroorzaakt het aanwezige radon-222 in de longen een stralingsvermogen van $5,3 \cdot 10^{-14} \text{ W}$.
- Stel de vervalvergelijking op van radon-222.
 - Toon aan dat de gemiddelde activiteit van radon-222 per m^3 ingeademde 'huiskamerlucht' gelijk is aan 24 Bq .
De bestraalde massa van de longen is $0,15 \text{ kg}$.
 - Bereken de equivalente dosis die iemand per jaar in zijn longen ontvangt van radon-222 als hij uitsluitend 'huiskamerlucht' inademt.
- 28 Op 11 maart 2011 werd de kerncentrale in Fukushima getroffen door een zeebeving, gevolgd door explosies waarbij veel radioactief materiaal vrijkwam. Een onderzoeker bepaalt met een stralingsmeter of een kind besmet is.
- Leg uit dat je met een stralingsmeter wel kunt meten of iemand is besmet, maar niet of hij is bestraald.
De onderzoeker draagt een mondkapje, handschoenen en een speciaal pak.
 - Leg uit of deze voorzorgsmaatregelen hem beschermen tegen besmetting.
 - Leg uit wanneer deze voorzorgsmaatregelen hem beschermen tegen bestraling.
- 29 Een patiënt wordt in een ziekenhuis bestraald met gammastraling. In plaats van één enkele bron worden in dit ziekenhuis drie bronnen gebruikt. Zie figuur 11.34. Daardoor krijgt de tumor een stralingsdosis toegediend die $1,5\times$ zo groot is als bij bestraling met één bron. De intensiteit van een van de drie bronnen is dan dus maar de helft van die van één enkele bron.
- Leg uit wat de voordelen zijn van bestraling vanuit drie bronnen in plaats van één. Gebruik het begrip stralingsdosis in je antwoord.
 - Zal deze methode eerder gebruikt worden bij diepliggende tumoren of juist bij tumoren die zich dicht onder de huid bevinden? Licht je antwoord toe.



Figuur 11.34

- 30 Bij het uitwendig bestralen van een tumor worden vooral röntgenstraling en gammastraling gebruikt. Bij inwendige bestraling komt zowel een alfastraler als een bètastraler in aanmerking. Een gammastraler is bij inwendige bestraling minder geschikt dan een alfa- of een bètastraler.
- a Leg dit uit.
De stralingsbron wordt in een afgesloten capsule bij de tumor geplaatst.
- b Wordt er dan een alfa- of een bètastraler gebruikt? Licht je antwoord toe.
- 31 Bij het maken van een röntgenfoto van de borstkas ontvangt een patiënt een equivalente dosis van $7,2 \mu\text{Sv}$. De massa van het bestraalde weefsel is 17 kg en de gemiddelde energie van de röntgenfotonen is 12 keV. De patiënt absorbeert 60% van de röntgenfotonen.
- a Leg uit dat de stralingsdosis gelijk is aan de equivalente dosis.
- b Bereken hoeveel röntgenfotonen er in totaal op de patiënt vallen.
- 32 Een banaan bevat ongeveer 0,50 g kalium. Een klein deel van dat kalium is K-40, een radioactieve isotoop. Als gevolg hiervan zijn bananen ook radioactief. Bij het verval van K-40 ontstaat β -straling.
- a Geef de vervalreactie van K-40.
Als je een banaan eet, raak je besmet. Pim adviseert om een banaan niet vers te eten, zodat de radioactiviteit kleiner is.
- b Leg uit dat Pims advies niet zo veel zin heeft.
Als je een banaan eet, neemt de hoeveelheid kalium in je lichaam toe. Na enkele dagen is de extra hoeveelheid K-40 het lichaam alweer uit. Een gram kalium heeft een activiteit van 31 Bq. De effectieve lichaamsdosis is $6,2 \text{ nSv}$ per Bq gedurende de tijd dat het extra kalium in het lichaam verblijft.
- c Bereken hoeveel bananen je per dag moet eten om de stralingsbeschermingsnorm van BINAS tabel 27D2 te overschrijden.
Kalium is een belangrijke stof in je lichaam. In een volwassen man van 70 kg geeft het aanwezige kalium permanent een activiteit van 5,4 kBq. Het elektron dat vrijkomt bij het verval van K-40 heeft gemiddeld een energie van $7,1 \cdot 10^{-14} \text{ J}$.
- d Bereken de jaarlijkse equivalente stralingsdosis als gevolg van de aanwezigheid van kalium in het lichaam van een volwassen man van 70 kg.



Oefenen B

Oefen met hoofdstuk 11

11.6 Afsluiting

Samenvatting

Medische beeldvorming gaat over technieken om het lichaam in beeld te brengen. Met het resultaat van zo'n techniek wordt een diagnose gesteld, een ziekte opgespoord, een operatie gemakkelijker. Daarbij wordt gebruik gemaakt van verschillende soorten straling: straling die gebaseerd is op ultrasoon geluid, elektromagnetische straling en straling die gebruik maakt van deeltjes: alfa- en bètastraling.

Echografie maakt gebruik van ultrasone geluidspulsen. Uit de reflectie van die pulsen berekent een computer het beeld.

Bij een MRI-scan wordt de verdeling van de waterstofatomen in het lichaam in beeld gebracht. MRI is gebaseerd op het feit dat waterstofkernen zich gedragen als kleine magneetjes. Tijdens een MRI-scan resoneert een deel van de waterstofkernen waarbij radiostraling ontstaat. Door deze straling in alle richtingen te meten berekent een computer een dwarsdoorsnede van het lichaam.

Elektromagnetische straling bestaat uit energiepakketjes, fotonen genoemd. De energie van een foton is erg klein. Daarom is het vaak handig om in plaats van joule een andere eenheid te gebruiken: de elektronvolt.

Het elektromagnetische spectrum bestaat uit zes gebieden met steeds kleinere golflengten: radiogolven, infrarood, zichtbaar licht, ultraviolet, röntgenstraling en gammastraling. De golfsnelheid van elektromagnetische straling is gelijk aan de lichtsnelheid.

Fotonen van radiostraling hebben weinig energie. De fotonen van ultraviolette, röntgen- en gammastraling hebben veel energie en zijn daardoor vormen van ioniserende straling. Hun fotonen hebben genoeg energie om elektronen uit atomen weg te slaan, waardoor deeltjes met andere eigenschappen ontstaan en dat kan gevaarlijk zijn.

Je kunt in aanraking komen met ioniserende straling via natuurlijke en kunstmatige stralingsbronnen. Natuurlijke stralingsbronnen zorgen voor achtergrondstraling. Dit is de som van de straling die radioactieve stoffen in de aarde uitzenden en de kosmische straling uit het heelal. Het röntgenapparaat is een voorbeeld van een kunstmatige stralingsbron.

Een radioactieve stof vervalt uiteindelijk. Daarbij kunnen alfastraling, bètastraling en gammastraling ontstaan.

Bij alfaverval stoot de kern twee protonen en twee neutronen uit: een heliumkern. Bij bèta-min-verval zendt de kern een elektron uit terwijl in de kern een neutron in een proton verandert. Bij bèta-plus-verval wordt een positron uitgezonden. Dan is een proton omgezet in een neutron.

Gammastraling is elektromagnetische straling en bestaat uit fotonen. Bij gammaverval veranderen de soort en het aantal deeltjes in de kern niet.

In de vergelijking van een kernreactie geef je deeltjes schematisch weer met een atoomnummer en een massagetal. Bij zo'n vergelijking geldt behoud van massagetal en ladingsgetal.

Alfastraling heeft het kleinste doordringende vermogen en het grootste ioniserende vermogen. Gammastraling heeft het grootste doordringende vermogen en het kleinste ioniserende vermogen.

De halveringstijd is de tijd waarin de helft van de isotopen is vervallen. Uit een vervalcurve leid je de gemiddelde activiteit en de activiteit op een tijdstip af. De gemiddelde activiteit is de steilheid van de snijlijn van de (N,t) -grafiek. De activiteit op een tijdstip bepaal je met behulp van de raaklijnmethode of bereken je met de formule voor (radio)activiteit.

De halveringsdikte is de dikte van een materiaal dat je nodig hebt om de helft van de straling tegen te houden. Röntgenfotografie en de CT-scan maken gebruik van het verschil in halveringsdikte tussen verschillende soorten weefsels.

Een CT-scan bestaat uit een aantal röntgenfoto's, die onder verschillende hoeken worden gemaakt. Hieruit berekent een computer een doorsnede van het lichaam.

Bij nucleaire diagnostiek wordt een radioactieve stof in het lichaam gebracht. Vervolgens wordt in beeld gebracht waar de gammastraling uit het lichaam vandaan komt.

Bij het maken van een PET-scan worden radioactieve isotopen gebruikt die positronen uitzenden. Bij annihilatie ontstaan twee fotonen uit een elektron en een positron. Uit detectie van de twee fotonen kan de plaats waar ze vandaan komen worden afgeleid.

Het vormen van een elektron en een positron uit twee fotonen heet creatie.

Bij radiotherapie wordt een deel van het lichaam bestraald om de cellen van een tumor te doden. Radiotherapie kan zowel inwendig als uitwendig toegepast worden.

De stralingsdosis is een maat voor het risico dat je loopt na bestraling. Voor alfastraling moet de stralingsdosis gecorrigeerd worden met de weegfactor. Op die manier verkrijg je de equivalente dosis. Het biologische effect van straling verschilt per soort weefsel. De effectieve totale lichaamsdosis houdt daar rekening mee.

Twee apparaten waarmee je straling kunt detecteren, zijn de dosimeter en de geiger-müllerteller. De dosimeter geeft informatie over het soort en de totale hoeveelheid opgelopen straling. De geiger-müllerteller geeft informatie over de activiteit van een bron.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk besproken zijn, staan hieronder bij elkaar.

lichtsnelheid	$c = f \cdot \lambda$
fotonenergie	$E_f = h \cdot f$ en $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$
verzwakking elektromagnetische straling	$I = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ met $n = \frac{d}{d_{\frac{1}{2}}}$
aantal moederkernen	$N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ met $n = \frac{t}{t_{\frac{1}{2}}}$
(radio)activiteit	$A = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ met $n = \frac{t}{t_{\frac{1}{2}}}$ $A = -\frac{dN}{dt} = -\left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}}$ $A_{\text{gem}} = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$ $A = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \cdot N$
(geabsorbeerde stralings)dosis	$D = \frac{E}{m}$
equivalente dosis (dosisequivalent)	$H = w_R \cdot D$

De formules kun je terugvinden in BINAS tabel 35E2 en E3.

In BINAS tabellen 7A, 15A, 25A, 27D en 28F vind je de gegevens die van belang zijn voor dit hoofdstuk.

BINAS tabel 29 is een overzicht met de technieken voor medische beeldvorming.

Opgaven

tekenblad 33 In de Radon Health Mine in de Amerikaanse staat Montana kunnen mensen radontherapie ondergaan. Tien dagen lang verblijven ze enkele uren per dag in een ondergrondse mijntunnel waar de lucht een hoge concentratie aan radioactief radon bevat. De straling waaraan de mensen worden blootgesteld heeft een heilzame werking, zo wordt beweerd. Het radon in de mijn is de isotoop radon-222. In figuur 11.35 is het verval van Rn-222 in een (A,Z) -diagram weergegeven met een pijl.

- a Leg uit hoe uit figuur 11.35 blijkt dat bij het verval van Rn-222 een α -deeltje vrijkomt.

De kern die bij dit verval ontstaat, is ook instabiel en vervalt korte tijd later. Dit proces herhaalt zich een

aantal malen. Bij een mogelijke vervalreeks van deze kern komen zo achtereenvolgens een α -deeltje, een β -deeltje, een β -deeltje en een α -deeltje vrij.

- b Bepaal welke isotoop ontstaat door deze vervalreeks. Geef daartoe in figuur 11.35 de vervalreeks weer met pijlen.

De activiteit van het Rn-222 in de Amerikaanse mijn bedraagt 65 Bq per liter lucht. De α -straling wordt vooral door het longweefsel geabsorbeerd. In de longen van een bepaald persoon bevindt zich (gemiddeld) 6,0 L lucht.

Als gevolg van het verval van één Rn-222-kern absorbeert het longweefsel $3,1 \cdot 10^{-12}$ J stralingsenergie.

- c Toon met een berekening aan dat het longweefsel per uur $4,4 \cdot 10^{-6}$ J stralingsenergie absorbeert.

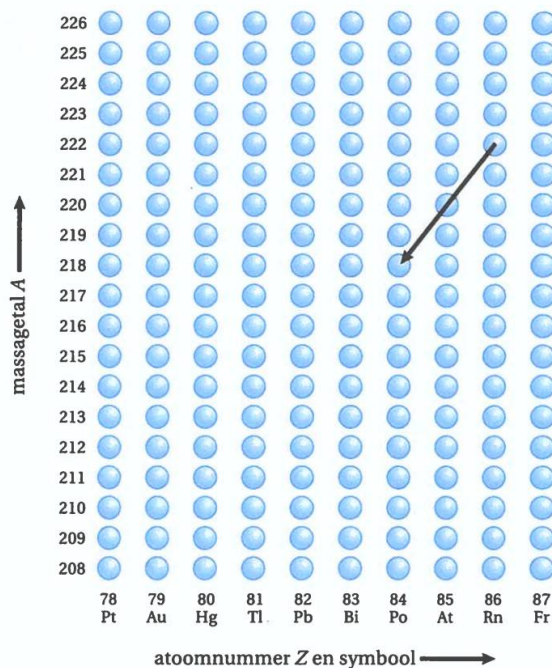
Iemand verblijft tijdens zijn therapie 32 uur in de mijn. De massa van zijn longen is $9,5 \cdot 10^2$ g. De stralingsweegfactor van de α -deeltjes is gelijk aan 20.

- d Bereken de equivalente dosis die zijn longen hierdoor ontvangen.

Speciaal voor mijnwerkers is al vijftig jaar geleden voor het stralingsniveau ten gevolge van radon en zijn vervalproducten de eenheid WL (working level) ingevoerd. Een stralingsniveau van 1,0 WL wordt acceptabel geacht voor mijnwerkers.

1,0 WL komt overeen met een radonactiviteit van $2,0 \cdot 10^{-9}$ curie per m^3 lucht. De curie is een verouderde eenheid van activiteit. Zie tabel 5 van BINAS.

- e Bereken het stralingsniveau in WL van de Radon Health Mine.



Figuur 11.35

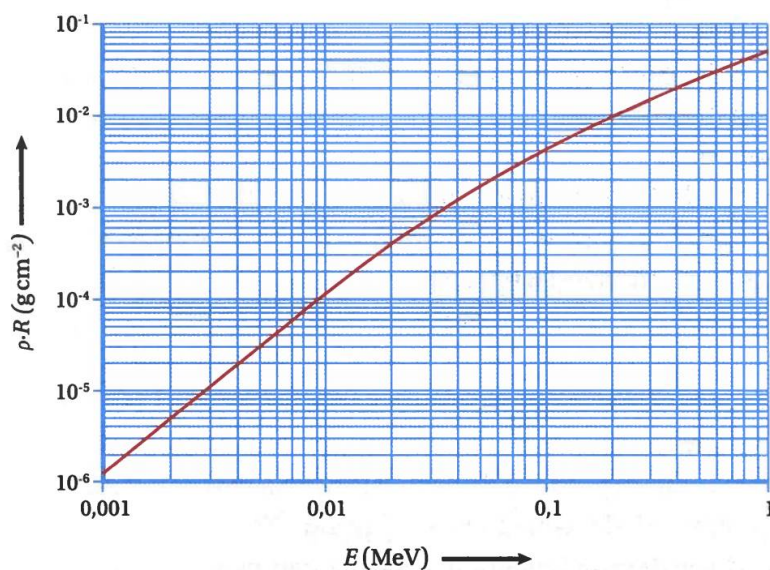
- 34 Er zijn verschillende methoden om na te gaan of het jaartal op het etiket van een wijnfles klopt met de inhoud van de fles. Bij methode 1 wordt gekeken naar de activiteit van de β -straling van de isotopen in de wijn. Maar daarvoor moet de fles geopend worden. Bij dure oude wijn wil je de fles niet openmaken. Dan kan met methode 2 worden gekeken naar de γ -straling van Cs-137. Deze isotoop komt pas sinds 1950 voor in de atmosfeer ten gevolge van kernproeven. Vanaf dat jaar is er Cs-137 in de wijndruiven terechtgekomen.

Over methode 1

In wijn komen de radioactieve isotopen C-14, O-15 en H-3 voor. De activiteit van deze isotopen in wijn wordt gemeten als de wijn de fles in gaat. Op het etiket van een fles wijn staat dat deze vijf jaar oud is. Uit de afname van de activiteit wil men afleiden hoe oud deze wijn werkelijk is. Voor deze methode is alleen H-3 geschikt.

- a Leg met behulp van gegevens uit BINAS uit waarom voor deze methode alleen H-3 geschikt is. Geef daartoe aan waarom C-14 en O-15 niet geschikt zijn.

In figuur 11.37 is het verband uitgezet van het product van de dichtheid ρ (in g cm^{-3}) en de dracht R (in cm) tegen de energie van het β -deeltje (in MeV).



Figuur 11.37

Door het glas van een fles met een dikte van 3,5 mm komt geen β -straling van H-3.

- b Toon dat aan met behulp van figuur 11.37 en een berekening van de dracht.

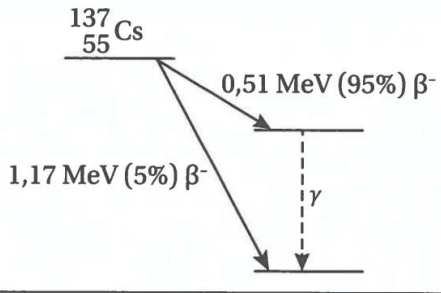


Figuur 11.36

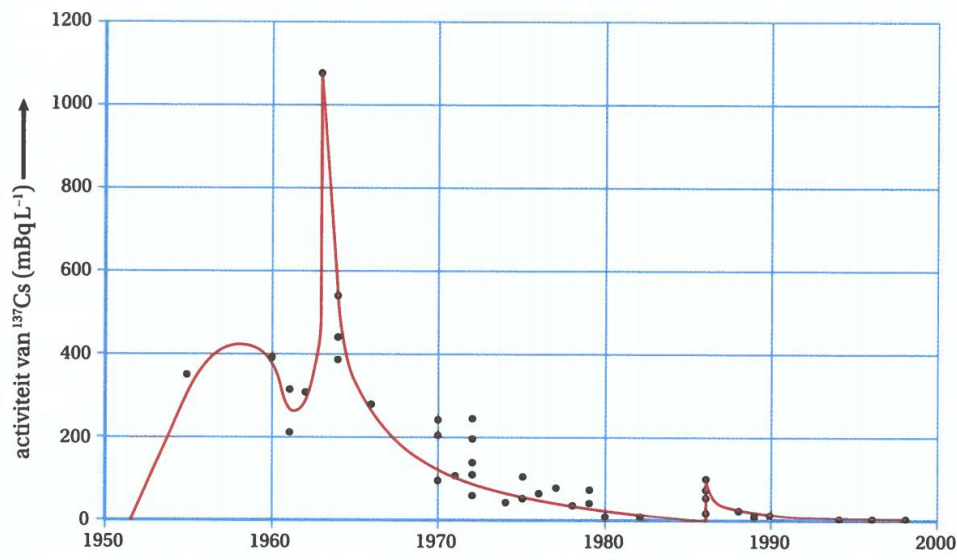
Over methode 2

Bij de tweede methode wordt gekeken naar Cs-137, dat vervalt onder uitzending van β -deeltjes. 95% van de kernen van Cs-137 vervalt naar een metastabiele toestand, waarna de kernen onder uitzending van een γ -foton de grondtoestand bereiken. Zie figuur 11.38.

- c Geef de vergelijking van het meest voorkomende verval van Cs-137 naar de grondtoestand.
- d Bereken de golflengte van het γ -foton.

**Figuur 11.38**

Van een groot aantal Franse wijnen waarvan het productiejaar met zekerheid is vastgesteld, is de activiteit van de γ -straling gemeten. De gemeten activiteiten zijn omgerekend naar de waarde die ze zouden hebben op 1 januari 2000. Zie figuur 11.39.

**Figuur 11.39**

Op het etiket van een wijnfles (75 cL) staat dat de wijn uit 1960 komt. Halverwege 2018 meet men de activiteit van de γ -straling van Cs-137 van die fles wijn.

- e Bepaal wat de verwachte activiteit van Cs-137 (γ -straling) van de fles wijn is als hij echt uit 1960 komt.

Als bij een test van een fles wijn de omgerekende activiteit 50 mBq L^{-1} bedraagt, is niet exact vast te stellen uit welk jaar de wijn komt.

- f Wat is daarvan de reden?

Checklist voor begrippen en leerdoelen

Hierna vind je een overzicht van de begrippen en leerdoelen per paragraaf. Kruis de leerdoelen aan waarvan jij vindt dat je ze nu beheerst. Bij de leerdoelen die je nog niet helemaal beheerst noteer je de acties die je gaat ondernemen om het leerdoel alsnog te kunnen behalen.

Paragraaf 1 Echografie en MRI

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: elektromagnetische golven, elektromagnetisch spectrum, foton, fotonenergie, elektronvolt, ioniserende straling, echografie, geluidsgolven, ultrasoon geluid, transducer, MRI, gradiëntspoel	☐	
uitleggen wat de risico's zijn van ultraviolette straling en ioniserende straling (röntgen- en gammastraling) voor het lichaam	☐	
uitleggen hoe bij echografie een beeld van het inwendige van het lichaam ontstaat, en welke rol het verschil in geluidssnelheid in verschillende soorten weefsels daarbij speelt	☐	
uitleggen hoe bij MRI een beeld van het inwendige van het lichaam ontstaat, en welke rol het magnetisch veld in de scanner en de door een spoel uitgezonden microgolven daarbij spelen	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de lichtsnelheid en de fotonenergie: $c = f \cdot \lambda$, $E_f = h \cdot f$ en $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$	☐	

Paragraaf 2 Röntgenfotografie en CT-scan

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: röntgenfoto, röntgenstraling, intensiteit, doorlatingskromme, halveringsdikte, strooi-straling, CT-scan	☐	
uitleggen hoe bij röntgenfotografie een beeld van het inwendige van het lichaam ontstaat	☐	
beschrijven dat de intensiteit van de doorgelaten röntgenstraling niet alleen afhangt van de dikte en het soort materiaal, maar ook van de fotonenergie	☐	

uit een (I, d) -diagram (of doorlatingskromme) bepalen hoe groot de halveringsdikte van het materiaal is	☐	
uitleggen hoe bij een CT-scan een beeld van het inwendige van het lichaam ontstaat, en wat daarbij de overeenkomsten en verschillen zijn met röntgenfotografie	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de intensiteit van de doorgelaten straling: $I = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ met $n = \frac{d}{d_{\frac{1}{2}}}$	☐	

Paragraaf 3 Kernstraling

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: kunstmatige stralingsbron, radioactieve stof, natuurlijke stralingsbron, kosmische straling, achtergrondstraling, proton, neutron, ion, atoomnummer, massagetal, isotopen, kernstraling, radioactief verval, α -straling, β -straling, γ -straling, positron, annihilatie, creatie, kernreactie, doordringend vermogen, dracht, ioniserend vermogen, nucleaire diagnostiek, gammacamera, tracer, PET-scan, β^+ -straling	☐	
de kern van een atoom en kernstraling schematisch weergeven met behulp van het atoomnummer Z en het massagetal A : A_ZX	☐	
beschrijven wat er in een instabiele atoomkern gebeurt bij het uitzenden van α -straling, β -straling en γ -straling	☐	
de vergelijking voor een kernreactie opstellen met behulp van twee behoudswetten	☐	
uitleggen wat de oorzaak is van het verschil in doordringend en ioniserend vermogen van de verschillende soorten kernstraling	☐	
beschrijven hoe bij nucleaire diagnostiek en PET-scan een beeld van het inwendige van het lichaam ontstaat, en uitleggen waarom daarbij als radioactieve isotoop alleen β^+ -stralers en γ -stralers bruikbaar zijn	☐	

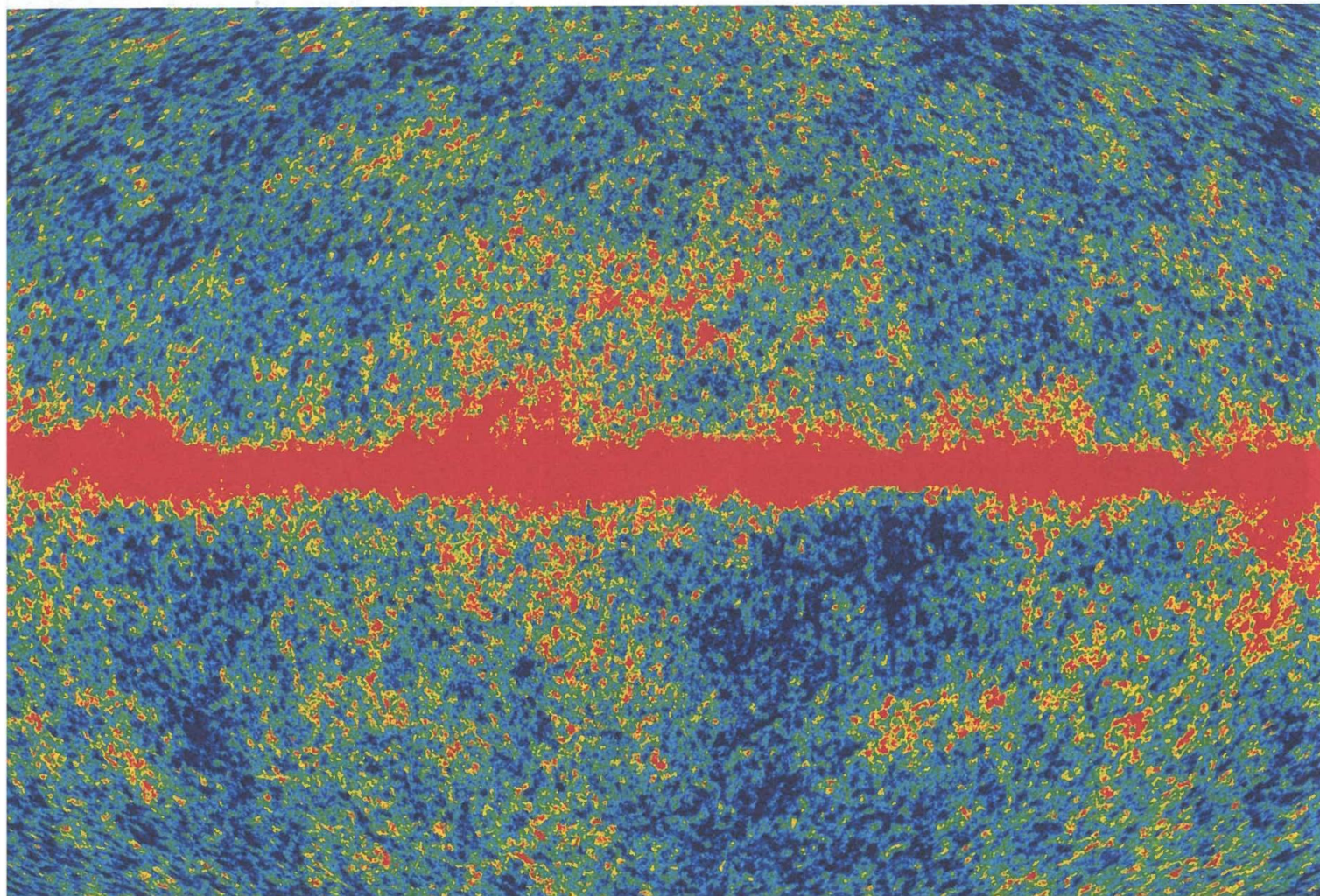
Paragraaf 4 Halveringstijd en activiteit

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: halveringstijd, vervalcurve, activiteit, gemiddelde activiteit, activiteit op een tijdstip	☐	
het radioactief verval van een isotoop beschrijven als toevalsproces	☐	
uit het (N,t) -diagram of (A,t) -diagram van een radioactieve isotoop – de gemiddelde activiteit bepalen met de snijlijnmethode – de activiteit op een tijdstip bepalen met de raaklijnmethode	☐	
uitleggen hoe de activiteit van een radioactieve isotoop afhangt van het aantal instabiele kernen en de halveringstijd	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor het aantal instabiele kernen dat op een bepaald tijdstip nog niet is vervallen: $N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ met $n = \frac{t}{t_{\frac{1}{2}}}$	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de gemiddelde activiteit van een radioactieve isotoop en de activiteit op een bepaald tijdstip: $A_{\text{gem}} = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$, $A = -\frac{dN}{dt} = -\left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}}$ en $A = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ met $n = \frac{t}{t_{\frac{1}{2}}}$	☐	
berekeningen maken en redeneren met het verband tussen de activiteit van een radioactieve isotoop en het aantal instabiele kernen: $A = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \cdot N$	☐	

Paragraaf 5 Risico's van ioniserende straling

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: bestraling, besmetting, stralingsziekte, stralingsdosis, weegfactor, equivalente dosis, effectieve totale lichaamsdosis, stralingsbeschermingsnorm (of dosislimiet), radiotherapie, uitwendige bestraling, inwendige bestraling, dosimeter, geiger-müllerteller (of GM-teller)	○	
uitleggen wat de risico's zijn van ioniserende straling (röntgenstraling en kernstraling) en met welke beschermingsmaatregelen die risico's zo klein mogelijk blijven	○	
uitleggen hoe ioniserende straling wordt gebruikt bij stralingstherapie, en welke effecten die therapie heeft	○	
uitleggen hoe de ontvangen stralingsdosis wordt gemeten met een dosimeter	○	
uitleggen hoe de activiteit van een radioactieve isotoop wordt gemeten met een geiger-müllerteller	○	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de stralingsdosis en de equivalente (of effectieve) dosis: $D = \frac{E}{m}$ en $H = w_R \cdot D$	○	

12 Astrofysica



De elektromagnetische straling die relatief kort (300 000 jaar) na de oerknal vrijkwam, is nog steeds meetbaar. Deze straling bevat informatie over het ontstaan van het heelal.

De straling die sterren uitzenden geeft informatie over de temperatuur van een ster, de snelheid waarmee de ster beweegt en welke elementen aanwezig zijn in het heelal. Sporen van elementen als zuurstof en koolstof geven plekken in het heelal aan waar leven mogelijk is.

In dit hoofdstuk lees je hoe je informatie haalt uit straling van sterren. Ook de levenscyclus van een ster komt aan bod.

Het zonlicht dat wij op aarde ontvangen is wit, doordat het alle kleuren bevat. Toch ziet de zon er voor ons lichtgeel uit. Andere sterren die wij aan de hemel zien, zijn soms blauw of roodachtig van kleur. Naast zichtbaar licht zenden sterren ook andere straling uit. Welke informatie bevat deze straling?

Figuur 12.1

12.1 Straling van sterren

Eenheden in de astrofysica



Start

Maak de startvragen

Als je in een heldere nacht de sterrenhemel bekijkt, zie je een paar duizend sterren. Door een eenvoudige telescoop zijn dat er enkele miljoenen. Hoe groter de afstand tot een ster, des te kleiner is de kans dat je de ster ziet. Kijk je nauwkeurig naar sterren, dan zie je dat sommige sterren er roodachtig of blauwachtig uitzien. Alles wat we van sterren weten, is afgeleid uit het licht dat sterren uitzenden. Behalve zichtbaar licht zenden sterren, zoals de zon, ook onzichtbare straling uit. Dat is onder andere uv-straling, de straling waardoor je bruin wordt. Alle soorten straling van het elektromagnetisch spectrum kunnen door een ster worden uitgezonden. Welke soorten straling een ster uitzendt is onder andere afhankelijk van zijn leeftijd.

Om grote getallen te vermijden, worden in de astrofysica afwijkende eenheden gebruikt, bijvoorbeeld voor afstand. Soms wordt een eenheid gebaseerd op waarden van de zon.

De baan van de aarde om de zon is niet helemaal cirkelvormig: het is een ellips. Door de ellipsvormige baan van de aarde om de zon fluctueert de afstand tot de zon van $1,47 \cdot 10^{11}$ m tot $1,52 \cdot 10^{11}$ m. De gemiddelde afstand van het midden van de aarde tot het midden van de zon heet de **astronomische eenheid** AE. In BINAS tabel 5 vind je de nauwkeurige waarde: $1 \text{ AE} = 1,49598 \cdot 10^{11}$ m. Afstanden tot sterren kun je in veel gevallen handig uitdrukken in AE.

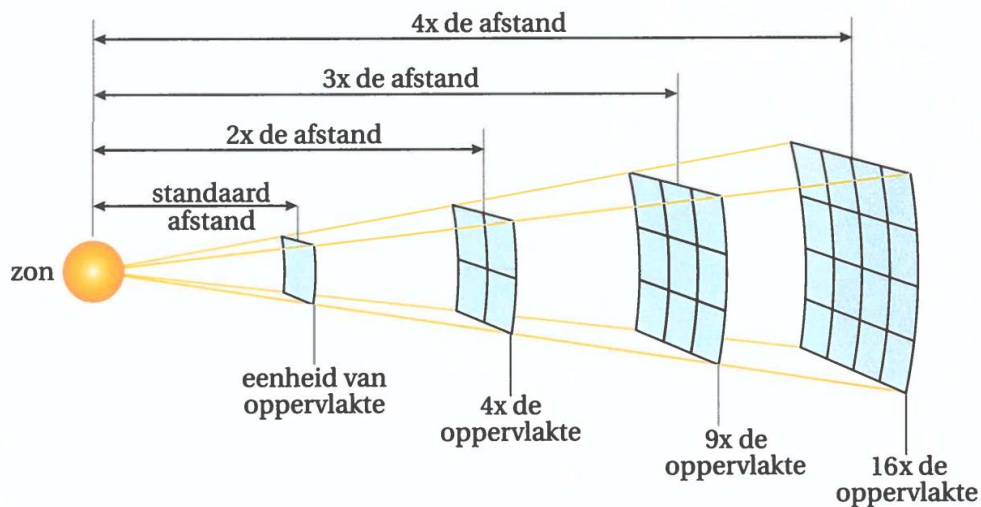
Een andere eenheid om afstanden in het heelal uit te drukken is **lichtjaar**. Dit is de afstand die elektromagnetische straling en dus ook licht in één jaar aflegt. Zoals aangegeven in BINAS tabel 5 is een lichtjaar gelijk aan $9,461 \cdot 10^{15}$ m. Deze waarde bereken je zelf bij vraag 1a.

De massa's van sterren kun je uitdrukken in aantal **zonmassa**. Grootheden van de zon geef je vaak weer met index $_{\odot}$ in plaats van index $_{\text{zon}}$. Uit BINAS tabel 32C volgt dus $M_{\odot} = 1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.

Kwadratenwet

De straling van sterren verspreidt zich in alle richtingen. De hoeveelheid energie per tijdseenheid van deze straling noem je het **stralingsvermogen** van een ster met symbool P_{bron} . Dit heet ook wel de **lichtsterkte** met symbool L .

Het stralingsvermogen wordt verspreid over een steeds groter oppervlak. Dit is de oppervlakte van een bol met $A_{\text{bol}} = 4\pi r^2$. In figuur 12.2 zie je dat het bestraalde oppervlak toeneemt met het kwadraat van de afstand. Dit heet de **kwadratenwet**.



Figuur 12.2

Het stralingsvermogen dat per oppervlakte-eenheid wordt ontvangen, noem je de **intensiteit** van de straling. Voor een bol geldt dan:

$$I = \frac{P_{\text{bron}}}{A} = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi r^2}$$

- I is de intensiteit van de straling in W m^{-2} .
- P_{bron} is het stralingsvermogen in W.
- A is oppervlakte in m^2 .
- r is de afstand tussen de zwaartepunten van de ontvanger en de bron in m.

Voorbeeld 1 Rekenen en redeneren met intensiteit

De intensiteit van de zonnestraling is bij de aarde gemiddeld $1,368 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2}$. In BINAS tabel 32C staat achter 'uitgestraald vermogen' het stralingsvermogen van de zon vermeld met de waarde $3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}$.

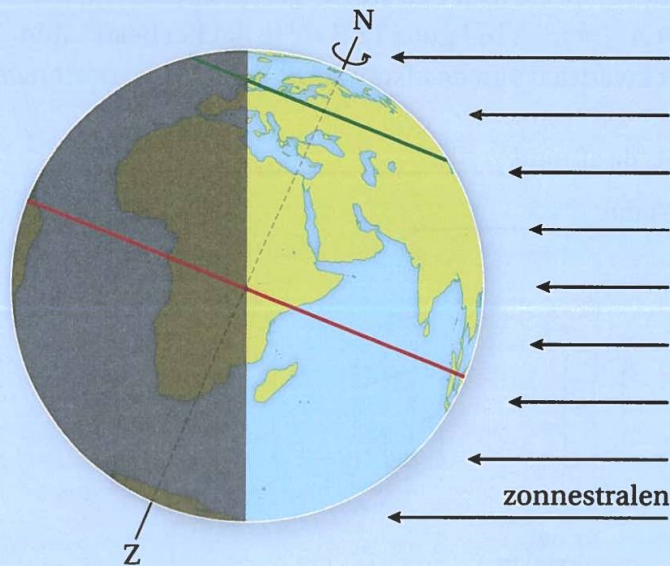
- a Bereken met deze gegevens de gemiddelde afstand van de aarde tot de zon.

De aardas staat schuin op de zonnestralen. In figuur 12.3 zie je de stand van de aarde ten opzichte van de zonnestralen op 21 juni. Je ziet dat je een bundel zonlicht in de buurt van de aarde mag beschouwen als een evenwijdige bundel. Rond de evenaar is de temperatuur gemiddeld veel hoger dan in Nederland.

b Leg uit hoe dat komt.

De aarde beweegt in een ellipsvormige baan rond de zon. Op 21 juni is de afstand tot de zon groter dan op 21 december. Toch is het 21 juni zomer op het noordelijk halfrond en winter op het zuidelijk halfrond.

c Geef hiervoor twee redenen.



Figuur 12.3

Uitwerking

a
$$I = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi r^2}$$

$$I = 1,368 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2}$$

$$P_{\text{bron}} = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

$$\text{Invullen levert: } 1,368 \cdot 10^3 = \frac{3,85 \cdot 10^{26}}{4\pi r^2}.$$

$$r = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } r = 1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}.$$

b
$$I = \frac{P_{\text{bron}}}{A}$$

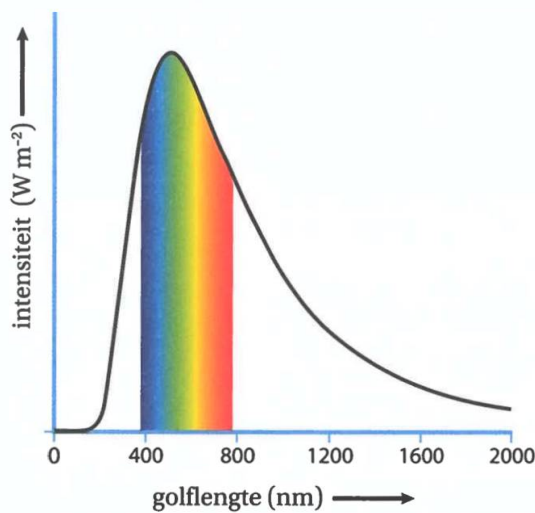
Een lichtbundel met een doorsnede van 1 m^2 valt bij de evenaar loodrecht in en in Nederland schuin. Daardoor verspreidt dezelfde hoeveelheid licht zich in Nederland over een grotere oppervlakte. Als de oppervlakte groter is en het vermogen blijft gelijk, dan is de intensiteit van het licht kleiner. Een vierkante meter aarde ontvangt dus in Nederland per seconde minder stralingsenergie dan op de evenaar. Daardoor is de temperatuur op de evenaar gemiddeld hoger dan in Nederland.

c Op het noordelijk halfrond beschijnt de zon een groter deel van de aarde dan op het zuidelijk halfrond. Daardoor valt op het noordelijk halfrond per dag gedurende een langere tijd zonlicht dan op het zuidelijk halfrond.

Wet van Wien

Kijk je nauwkeurig naar sterren, dan zie je dat ze van kleur verschillen. Sommige sterren zijn rood, andere meer wit en sommige zijn blauwig.

De straling die een ster uitzendt kun je weergeven in een **stralingsspectrum**. Een andere naam daarvoor is planckkromme. In zo'n diagram is de intensiteit van de straling uitgezet tegen de golflengte. In figuur 12.4 zie je het stralingsspectrum van de zon. Je ziet dat straling wordt uitgezonden in het gebied met zichtbaar licht, maar ook in het niet-zichtbare deel van het spectrum. Die straling is waarneembaar met allerlei instrumenten aan boord van satellieten.



Figuur 12.4

In figuur 12.4 zie je dat de straling van de zon de grootste intensiteit heeft bij een golflengte van 500 nm. Dit is het stralingsmaximum λ_{max} van de zon.

De golflengte van λ_{max} is afhankelijk van de temperatuur van het oppervlak van de ster. Voor het verband tussen de golflengte van het stralingsmaximum en de oppervlaktetemperatuur geldt de **wet van Wien**:

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = k_{\text{W}}$$

- λ_{max} is de golflengte bij het stralingsmaximum in m.
- T is de absolute temperatuur in K.
- k_{W} is de constante van Wien in m K.

De constante van Wien staat in BINAS tabel 7A: $k_{\text{W}} = 2,8977721 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$.

Met behulp van deze wet bereken je de temperatuur van het oppervlak van een ster. Uit de wet van Wien volgt dat hoe hoger de temperatuur is, des te kleiner is de golflengte van het stralingsmaximum. Dat blijkt ook uit de diagrammen van BINAS tabel 22. Voor relatief koude sterren met een temperatuur van bijvoorbeeld 4000 K

zie je dat de meeste straling wordt uitgezonden in het rode gedeelte van het spectrum. Zo'n ster heeft dan een rode kleur. Hete sterren, met een temperatuur van bijvoorbeeld 6500 K, hebben een piek in het blauwe gedeelte van het spectrum en hebben daardoor een blauwe kleur. Een witte kleur ontstaat als de golflengte van het stralingsmaximum zich in het midden van het gebied van zichtbaar licht bevindt. Een ster met een temperatuur van ongeveer 5000 K zendt veel straling met alle zichtbare kleuren uit. Een mengsel van alle kleuren geeft wit licht.

Wet van Stefan-Boltzmann

De oppervlaktetemperatuur van een ster bepaalt niet alleen de kleur van het licht dat uitgezonden wordt, maar ook de hoeveelheid stralingsenergie die de ster per tijdseenheid uitzendt. Dit noem je het **stralingsvermogen**, uitgedrukt in watt. Het uitgezonden vermogen hangt alleen af van de temperatuur en van de oppervlakte. Dat verband heet de **wet van Stefan-Boltzmann**:

$$P_{\text{bron}} = \sigma \cdot A \cdot T^4$$

- P_{bron} is het stralingsvermogen in W.
- σ is de constante van Stefan-Boltzmann in $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$.
- T is de absolute temperatuur in K.
- A is de oppervlakte van het uitstralend oppervlak in m^2 .

De **constante van Stefan-Boltzmann** staat in BINAS tabel 7A: $5,670373 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-4}$.

Voorbeeld 2 Rekenen aan de zon

In figuur 12.4 zie je het stralingsspectrum van de zon.

- a Toon aan dat de temperatuur van het oppervlak van de zon $5,8 \cdot 10^3 \text{ K}$ is.
- b Bereken het stralingsvermogen van de zon.

Uitwerking

a $\lambda_{\text{max}} \cdot T = k_{\text{W}}$

$$\lambda_{\text{max}} = 5,0 \cdot 10^2 \text{ nm} = 5,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$k_{\text{W}} = 2,8977721 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$$

Invullen levert: $5,0 \cdot 10^{-7} \cdot T = 2,8977721 \cdot 10^{-3}$.

$$T = 5,795 \cdot 10^3 \text{ K}$$

Afgerond: $T = 5,8 \cdot 10^3 \text{ K}$.

b $P_{\text{bron}} = \sigma \cdot A \cdot T^4$

$$\sigma = 5,670373 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-4}$$

$$A_{\text{bol}} = 4\pi r^2$$

$$r = 6,963 \cdot 10^8 \text{ m} \quad (\text{zie BINAS tabel 32C})$$

Invullen levert: $P_{\text{bron}} = 5,670373 \cdot 10^{-8} \times 4\pi \times (6,963 \cdot 10^8)^2 \times (5,8 \cdot 10^3)^4$

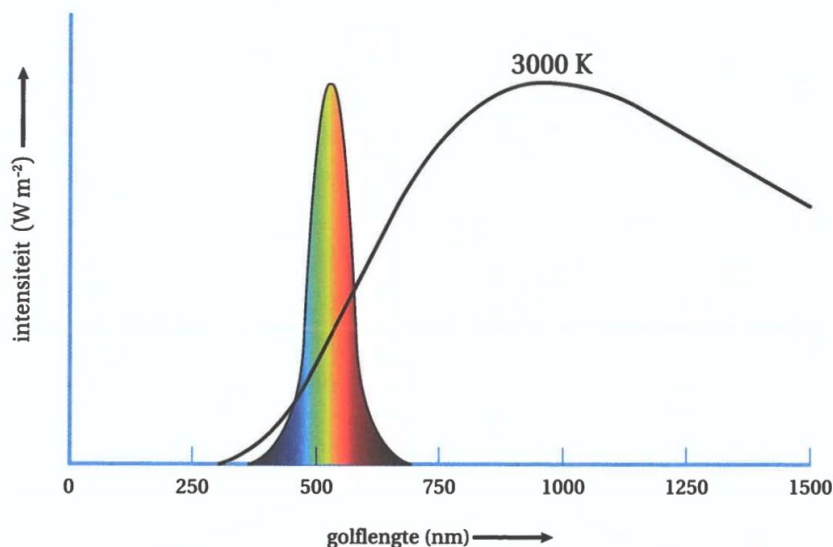
$$P_{\text{bron}} = 3,909 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

Afgerond: $P_{\text{bron}} = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ W}$.

Opgaven

- 1 Het licht van de sterren legt enorme afstanden af om ons te bereiken. Astronomen gebruiken de eenheid lichtjaar voor afstanden in het heelal.
 - a Toon aan dat een lichtjaar gelijk is aan $9,461 \cdot 10^{15}$ m.
De ster Sirius is de helderste ster aan de nachtelijke hemel. Sirius staat op $8,2 \cdot 10^{13}$ km van de aarde. De straal van Sirius is 1,7 keer de straal van de zon. De effectieve temperatuur van Sirius is $9,9 \cdot 10^3$ K.
 - b Bereken hoeveel jaar het licht van Sirius erover doet om de aarde te bereiken.
 - c Leg uit of de piek in het stralingsspectrum van Sirius links of rechts van de piek in het stralingsspectrum van de zon ligt.
De relatieve lichtsterkte is de verhouding van de lichtsterkte van een ster tot die van de zon.
 - d Bereken de relatieve lichtsterkte van Sirius.
Proxima Centauri staat het dichtst bij de zon. De effectieve temperatuur van deze ster is $3,0 \cdot 10^3$ K en de lichtsterkte is 0,0017 maal die van de zon.
 - e Bereken de straal van Proxima Centauri en druk die straal uit in aantal zonstraal $R_{\odot}$.

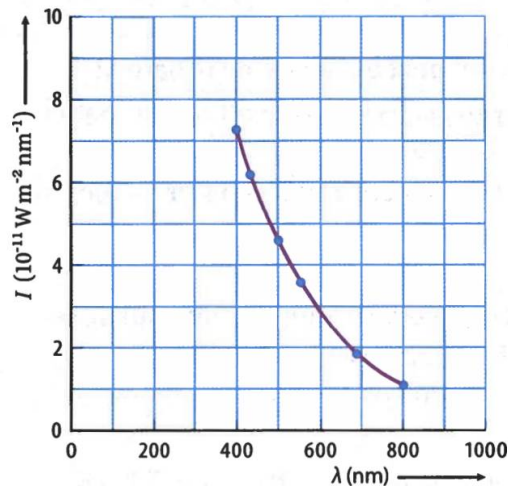
- tekenblad 2 De gloeidraad van een ouderwetse gloeilamp heeft een temperatuur van 3000 K.
- hulpblad
- a Leg met behulp van de planckkrommen uit dat een gloeilamp geen wit licht geeft. De ballon van de halogeenlamp is gemaakt van kwarts in plaats van normaal glas. Voor licht van een halogeenlamp geldt dat $\lambda_{\text{max}} = 906$ nm.
 - b Toon aan dat het kwarts bestand moet zijn tegen hogere temperaturen dan het glas van een ouderwetse gloeilamp.
In figuur 12.5 is de planckkromme van een gloeidraad weergegeven. De gekleurde piek geeft de gevoeligheid van het menselijk oog aan. Het rendement van gloeilampen is klein.
 - c Hoe leid je dit je af uit het spectrum?
 - d Leg uit of het rendement van de halogeenlamp groter is dan dat van de gloeilamp.
 - e Schets in figuur 12.5 de stralingskromme van een gloeidraad met gelijke temperatuur, maar met een uitstralend oppervlak dat tweemaal zo klein is. Geef een toelichting bij je schets.



Figuur 12.5

- 3 Wega is een heldere ster in het sterrenbeeld Lyra (Lier). Analyse van de straling die de aarde van Wega ontvangt, geeft het diagram van figuur 12.6. Dit is de ontvangen stralingsintensiteit (per golflengtegebied van 1 nm) in het zichtbare gebied als functie van de golflengte. Hieruit kun je afleiden dat de temperatuur van Wega hoger is dan 7000 K.

a Laat dat zien.



Figuur 12.6

Met behulp van figuur 12.6 kun je een schatting maken van de stralingsintensiteit in het gebied van het zichtbare licht. Astronomen hebben ook de grootte gemeten van de totale stralingsintensiteit van Wega die per seconde bij de aarde aankomt. Over het gehele spectrum gemeten is dit $2,9 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$. Een percentage hiervan ligt in het zichtbare gebied.

b Bepaal dit percentage.

Het uitgestraalde vermogen van Wega is groter dan het uitgestraalde vermogen van de zon.

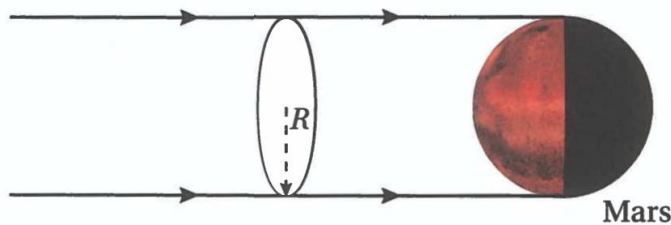
c Bereken hoeveel maal zo groot. Je hoeft geen rekening te houden met absorptie in de atmosfeer.

- **hulpblad** 4 De gemiddelde intensiteit van de elektromagnetische straling die vanaf de zon de aarde bereikt, heet de zonneconstante. De zonneconstante op aarde is gelijk aan $1,368 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2}$. Zie BINAS tabel 32C. De zonneconstante van Mars is gelijk aan 589 W m^{-2} . Deze constante is veel kleiner dan die van de aarde.

a Beredeneer waarom dit zo is.

De bundel straling van de zon die op het Marsoppervlak valt, is weergegeven in figuur 12.7. De straal van die bundel is gelijk aan de straal van Mars.

b Toon aan dat het stralingsvermogen dat een vierkante meter van het oppervlak van Mars gemiddeld ontvangt een kwart is van de zonneconstante van Mars.



Figuur 12.7

25% van de totale elektromagnetische straling wordt door het Marsoppervlak niet geabsorbeerd, maar teruggekaatst de ruimte in. Doordat Mars om zijn as draait, warmt de zonzijde van Mars op en koelt de schaduwkant af. De gemiddelde temperatuur van het Marsoppervlak is constant. Dit houdt in dat het oppervlak van Mars gemiddeld evenveel elektromagnetische straling uitzendt als dat het absorbeert.

c Bereken de gemiddelde temperatuur van het Marsoppervlak.

- hulpblad** 5 Het menselijk lichaam zendt warmtestraling uit. Dit is straling in het infrarode deel van het elektromagnetisch spectrum. De stralingskromme van het lichaam voldoet bijna perfect aan een planckkromme. Voor het absorberen van straling geldt voor het lichaam bij benadering dezelfde planckkromme als voor het uitzenden. Voor het netto uitgezonden vermogen geldt:

$$P_{\text{netto}} = \sigma \cdot A \cdot (T^4 - T_{\text{omgeving}}^4)$$

- P_{netto} is het uitgezonden vermogen in W.
- σ is de constante van Stefan-Boltzmann in $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$.
- A is het huidoppervlak in m^2 .
- T is de temperatuur in K.

a Leid bovenstaande formule af met behulp van de wet van Stefan-Boltzmann.

Douwe heeft een huidoppervlak van $1,8 \text{ m}^2$ en zijn huidtemperatuur is 32°C . Binnen in huis is de temperatuur constant 20°C .

b Bereken hoeveel energie Douwe in een dag aan warmtestraling uitzendt.

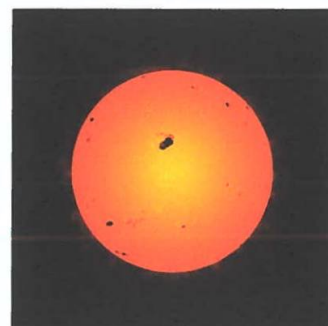
Douwe gaat kamperen met Lisa en hij wil graag 's nachts naar de sterren kijken.

Douwe wil in de open lucht onder de sterrenhemel slapen, omdat het volgens hem buiten toch niet kouder is dan in een tent. Lisa vindt dit een slecht idee en zegt dat daklozen niet voor niets onder bruggen of viaducten overnachten.

c Leg uit wie er gelijk heeft.

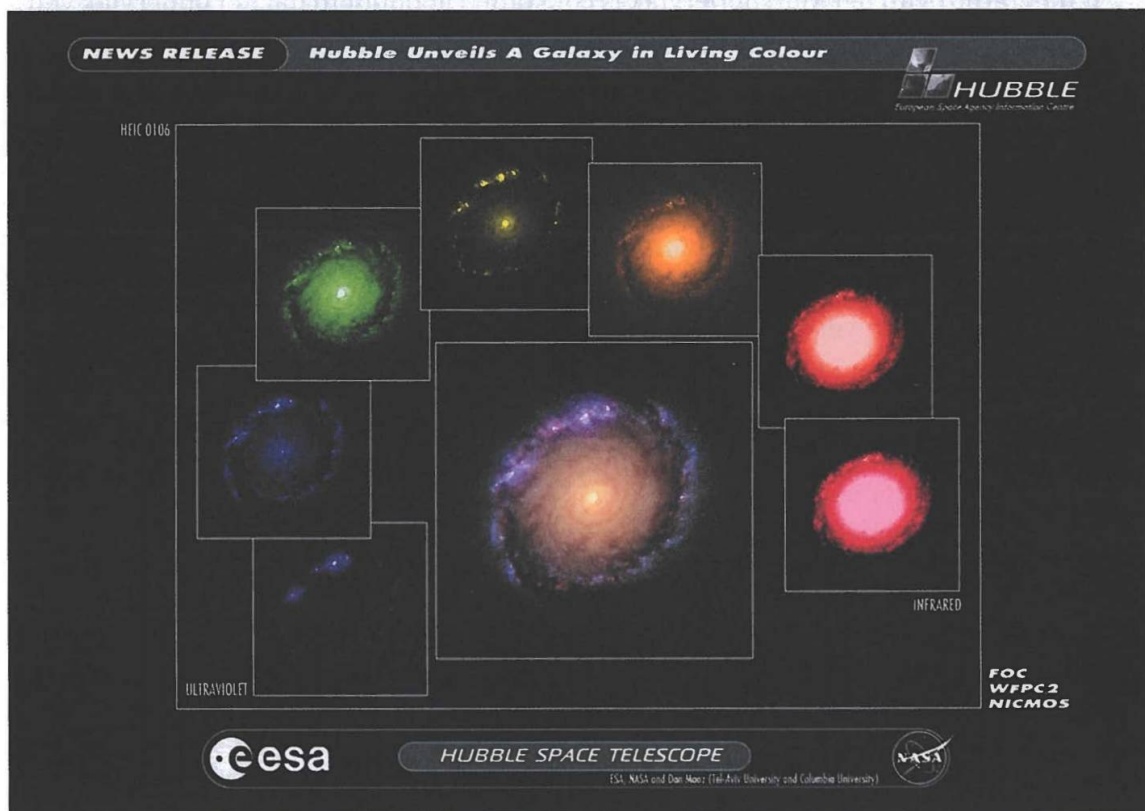
- 6 Zonnevlekken zijn donkere vlekken op de zon. Zie figuur 12.8. Zonnevlekken hebben een oppervlaktetemperatuur die 1250°C lager ligt dan de temperatuur in hun directe omgeving.

- a Bereken de oppervlaktetemperatuur van een zonnevlek uitgedrukt in kelvin.
- b Leg uit of het licht van de zonnevlek blauwer of roder is dan het licht uit de directe omgeving.
- c Toon aan dat de intensiteit van een zonnevlek ongeveer drie keer kleiner is dan die van een 'normaal' stukje oppervlak van de zon.

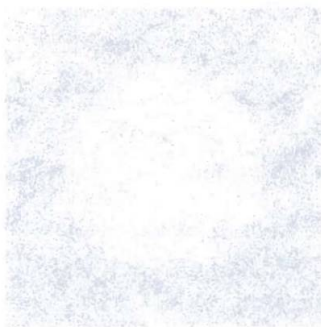


Figuur 12.8

- **hulpblad** 7 In figuur 12.9 zie je het sterrenstelsel NGC 1512 meerdere keren afgebeeld. De beelden zijn afkomstig van de Hubble-telescoop, die zich in een baan om de aarde bevindt. De buitenste foto's zijn gemaakt met één enkele golflengte licht. Het binnenste beeld is geconstrueerd door de verschillende beelden te combineren.
- Leg uit hoe je kunt zien dat de temperatuur relatief hoog is in de kern van het sterrenstelsel en aan de buitenrand.
- De buitenrand heeft een diameter van $2,4 \cdot 10^3$ lichtjaar en bestaat vooral uit clusters nieuwe sterren.
- Bereken de omtrek van de buitenrand van het sterrenstelsel uitgedrukt in meter.
 - Toon aan dat de clusters nieuwe sterren een effectieve temperatuur hebben van minstens $7,4 \cdot 10^3$ K.



Figuur 12.9



Het aantal sterren in het heelal wordt geschat tussen 10^{22} en 10^{24} . Al deze sterren zijn te ordenen op basis van grootte, temperatuur en lichtsterkte. Is de zon een bijzondere ster of gewoon een van de vele?



Figuur 12.10

12.2 Sterren classificeren

Evolutie van sterren

Sterren worden gevormd in enorme gas- en stofwolken in het heelal. De dichtheid van zo'n wolk neemt toe wanneer de massa in de wolk samenklontert onder invloed van de gravitatiekracht. Dit heet **gravitatiecontractie**. Hierbij komt energie vrij. Vergelijk dit met het vrijkomen van gravitatie-energie als twee massa's naar elkaar toe bewegen: als een appel naar de aarde valt, komt zwaarte-energie vrij. Bij samenklontering van voldoende massa ontstaat een gasbol die **protoster** wordt genoemd. Deze bestaat voornamelijk uit waterstofgas. De energie die vrijkomt tijdens de gravitatiecontractie wordt onder andere omgezet in kinetische energie van de gasmoleculen. De snelheid van de moleculen is een maat voor de temperatuur. Door de gravitatiecontractie stijgt daarom de temperatuur van de gasbol.

In de loop van miljoenen jaren verzamelt de protoster steeds meer massa. Op een gegeven moment worden de druk en de temperatuur in de protoster zo hoog dat er **kernfusie** plaatsvindt waarbij waterstof wordt omgezet in helium.

Kernfusie

Bij kernfusie vindt samensmelting van positief geladen atoomkernen plaats. Pas bij zeer hoge temperaturen is de snelheid van de kernen zo groot dat de afstotende krachten tussen de kernen overwonnen worden. Als er netto energie vrijkomt bij een kernfusiereactie ontstaat een stabiele kern. Is dat niet het geval, dan vervalt de ontstane kern. De kans is dan groot dat de oorspronkelijke kernen weer ontstaan.

In de zon wordt in een aantal stappen waterstof omgezet in helium. Het nettoresultaat is dat een grote hoeveelheid energie vrijkomt. Hierdoor blijft de temperatuur in de zon hoog, ondanks het feit dat de zon grote hoeveelheden energie uitstraalt. Daardoor kan de productie van helium uit waterstof door blijven gaan.

De energieproductie is het gevolg van het verdwijnen van massa tijdens de kernfusie. Die verdwenen massa noem je het **massadefect**. Einstein toonde aan dat massa en energie equivalent zijn, dat wil zeggen dat ze in elkaar omgezet kunnen worden. De **formule van Einstein** luidt:

$$E = m \cdot c^2$$

- E is de energie in J.
- m is het massadefect in kg.
- c is de lichtsnelheid in m s^{-1} .

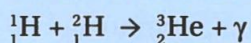
Door de massa's van de kernen voor en na de kernreactie met elkaar te vergelijken, bereken je het massadefect. Hierbij maak je gebruik van BINAS tabel 25, waarin de atoommassa's van de isotopen staan. De atoommassa is de massa van de kern met de elektronen in de elektronenwolk. De massa van de kern bereken je dus door de atoommassa te verminderen met de massa van de elektronen.

De massa's in tabel 25 zijn uitgedrukt in u, de atomaire massa-eenheid. In BINAS tabel 7B vind je waarde ervan: $u = 1,660538921 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. De massa van een elektron vind je ook in BINAS tabel 7B, zowel uitgedrukt in u als in kg.

Voorbeeld 3 Berekening maken aan een kernfusiereactie

Een van de reacties die in de zon plaatsvinden is de kernfusie tussen waterstof en deuterium, waarbij helium-3 en gammastraling ontstaan. Deuterium is een isotoop van waterstof met in de kern een proton en een neutron.

De kernfusiereactie verloopt dus als volgt:



- a Bereken de massa van een helium-3-kern uitgedrukt in u.
- b Toon aan dat het massadefect van deze kernfusiereactie gelijk is aan het verschil tussen de atoommassa's voor en na de pijl: $m = m_{\text{He-3}} - m_{\text{H-2}} - m_{\text{H-1}}$
- c Bereken de hoeveelheid energie die vrijkomt bij deze kernfusiereactie.

Uitwerking

- a De atoommassa van een atoom helium-3 is 3,016029 u. (zie BINAS tabel 25)
De massa van een elektron is $5,4857990946 \cdot 10^{-4} \text{ u}$. (zie BINAS tabel 7B)
Helium heeft atoomnummer 2 en dus heeft een atoom helium twee elektronen. De massa van de kern van helium-3 is dus $m_{\text{He-3}} - 2m_e$.
Invullen levert: $3,016029 - 2 \times 5,4857990946 \cdot 10^{-4} = 3,01493184 \text{ u}$.
Afgerond: $m_{\text{He-3}} = 3,014932 \text{ u}$.

b Voor het massadefect geldt:

$$\begin{aligned} m &= (m_{\text{He-3}} - 2m_e) - (m_{\text{H-2}} - m_e + m_{\text{H-1}} - m_e) \\ &= m_{\text{He-3}} - 2m_e - m_{\text{H-2}} + m_e - m_{\text{H-1}} + m_e \\ &= m_{\text{He-3}} - m_{\text{H-2}} - m_{\text{H-1}} \end{aligned}$$

c $E = m \cdot c^2$

$$m = m_{\text{He-3}} - m_{\text{H-2}} - m_{\text{H-1}}$$

$$m_{\text{He-3}} = 3,016029 \text{ u} \quad (\text{zie BINAS tabel 25})$$

$$m_{\text{H-2}} = 2,014102 \text{ u}$$

$$m_{\text{H-1}} = 1,007825 \text{ u}$$

$$\text{Invullen levert: } m = 3,016029 - 2,014102 - 1,007825 = -5,898 \cdot 10^{-3} \text{ u}$$

De massa is afgenomen.

Dus er is $5,898 \cdot 10^{-3} \text{ u} = 5,898 \cdot 10^{-3} \times 1,660538921 \cdot 10^{-27} = 9,7938585561 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$ in energie omgezet.

$$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } E = 9,7938585561 \cdot 10^{-30} \times (2,99792458 \cdot 10^8)^2 = 8,80228110 \cdot 10^{-13} \text{ J.}$$

$$\text{Afgerond: } E = 8,802 \cdot 10^{-13} \text{ J.}$$

Uit vraag b in voorbeeld 3 blijkt dat je het massadefect kunt berekenen met uitsluitend de atoommassa's uit BINAS tabel 25. Dit mag alleen als bij een kernreactie uitsluitend kernen en eventueel elektronen betrokken zijn.

De energie is uitgedrukt in J. Vaak wordt bij kernprocessen MeV gebruikt.

In BINAS tabel 7B vind je de omrekeningsfactor van u naar MeV: $1 \text{ u} = 931,494061 \text{ MeV}$.

Voorbeeld 4 Berekeningen maken met MeV

In BINAS tabel 7B staat de omrekeningsfactor waarmee je u omrekent naar MeV: $1 \text{ u} = 931,494061 \text{ MeV}$. Deze waarde kun je op zeven significante cijfers nauwkeurig zelf berekenen.

a Laat dat zien met de gegevens in de tabellen 7A en B.

In de zon vindt onder andere de volgende kernreactie plaats: ${}^4_2\text{Be} + e^- \rightarrow {}^3_3\text{Li}$.

Deze reactie is een onderdeel van de cyclus waarbij helium-4 wordt gevormd uit helium-3. Zie opgave 8.

b Toon aan dat het massadefect van deze kernreactie gelijk is aan het verschil tussen de atoommassa's voor en na de pijl: $m = m_{\text{Li-3}} - m_{\text{Be-4}}$

c Leg uit of bij deze kernreactie energie vrijkomt of wordt opgenomen.

d Bereken die hoeveelheid energie uitgedrukt in MeV.

Uitwerking

a $E = m \cdot c^2$

$$1 \text{ u} = 1,660538921 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad (\text{zie BINAS tabel 7B})$$

$$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie BINAS tabel 7A})$$

$$\text{Invullen levert: } E = 1,660538921 \cdot 10^{-27} \times (2,99792458 \cdot 10^8)^2 = 1,49241795 \cdot 10^{-10} \text{ J.}$$

$$1 \text{ eV} = 1,602176634 \cdot 10^{-19} \text{ J, dus } 1 \text{ MeV} = 1,602176634 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$1,49241795 \cdot 10^{-10} \text{ J} = \frac{1,49241795 \cdot 10^{-10}}{1,602176634 \cdot 10^{-13}} = 931,494021 \text{ MeV}$$

(Dit is in zeven significante cijfers gelijk aan de omrekeningsfactor in BINAS tabel 7B.)

b Voor het massadefect geldt:

$$\begin{aligned} m &= (m_{\text{Li-3}} - 3m_e) - [(m_{\text{Be-4}} - 4m_e) + m_e] \\ &= m_{\text{Li-3}} - 3m_e - m_{\text{Be-4}} + 3m_e \\ &= m_{\text{Li-3}} - m_{\text{Be-4}} \end{aligned}$$

c $m = m_{\text{Li-3}} - m_{\text{Be-4}}$

$$m_{\text{Li-3}} = 7,016004 \text{ u} \quad (\text{zie BINAS tabel 25})$$

$$m_{\text{Be-4}} = 7,016929 \text{ u}$$

$$m = 7,016004 - 7,016929 = -9,25 \cdot 10^{-4} \text{ u}$$

De massa neemt af tijdens de kernreactie. Daardoor komt er dus energie vrij bij de kernreactie.

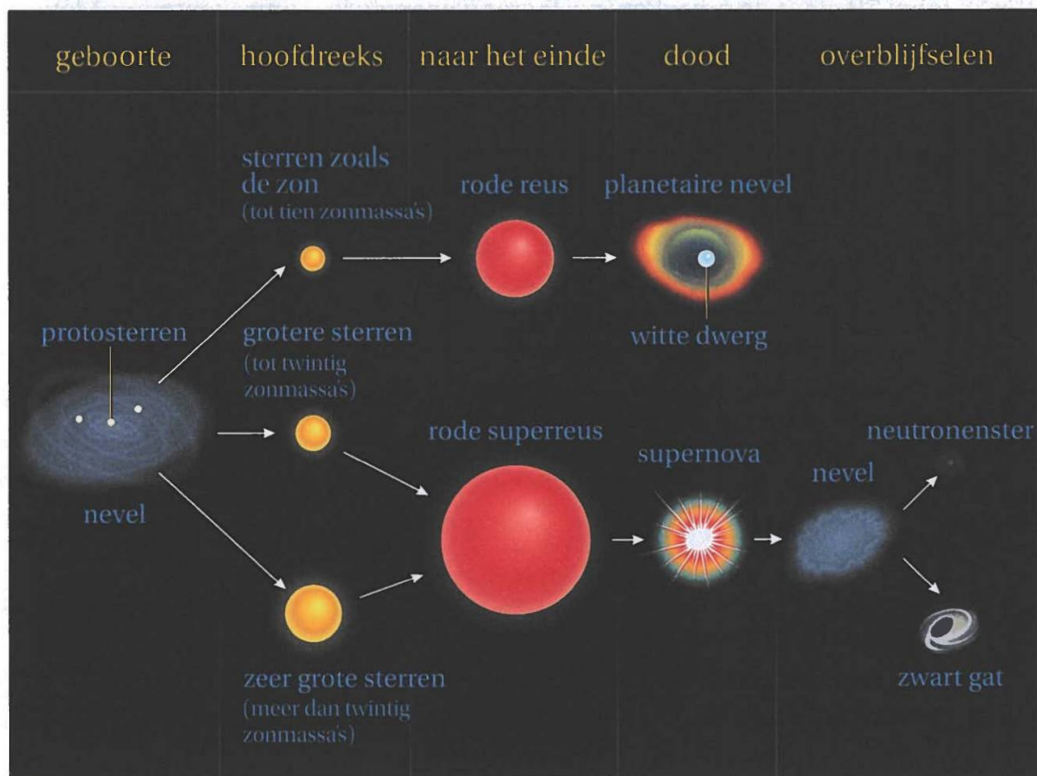
d $1 \text{ u} = 931,494061 \text{ MeV}$

$$9,25 \cdot 10^{-4} \text{ u} = 9,25 \cdot 10^{-4} \times 931,494061 = 0,861632 \text{ MeV}$$

Afgerond: $E = 0,862 \text{ MeV}$.

Kernfusie is het proces waardoor sterren enorme hoeveelheden energie uitstralen. Door de toenemende temperatuur krijgen de deeltjes een dusdanig hoge snelheid dat de ster niet verder samenklontert: de gravitatiecontractie stopt.

Het verdere verloop van de evolutie van een ster hangt af van de massa van de ster. Zie figuur 12.11. Sterren met een massa tot tien zonmassa's veranderen na miljarden jaren in **rode reuzen**. Deze hebben een relatief lage temperatuur en een zeer grote diameter. Als in een rode reus de waterstof op is, vindt er weer gravitatie-contractie plaats. De rode reus verandert uiteindelijk in een **witte dwerg**, met een kleine diameter en een hogere temperatuur.



Figuur 12.11 De evolutie van een ster. De afbeelding toont de verschillende stadiën van de levenscyclus van een ster, afhankelijk van de massa. De stadiën zijn: geboorte, hoofdreeks, naar het einde, dood, en overblijfselen.

Sterren die een massa hebben van meer dan tien zonmassa's vormen uiteindelijk **superreuzen**, die ook een lage temperatuur en een zeer grote diameter hebben. Wanneer een superreus is opgebrand, vindt er weer gravitatiecontractie plaats. Door zijn grote massa verloopt de gravitatiecontractie bij de superreus veel sneller dan bij een rode reus. Hierdoor wordt de temperatuur zo hoog dat er andere kernfusies plaatsvinden, waarbij zware atoomkernen ontstaan. Uiteindelijk wordt de temperatuur zo hoog dat er een enorme explosie volgt. De buitenste lagen van de ster worden de ruimte in geblazen en de ster zendt in een relatief korte tijd zeer veel energie uit. Zo'n exploderende ster noem je een **supernova**.

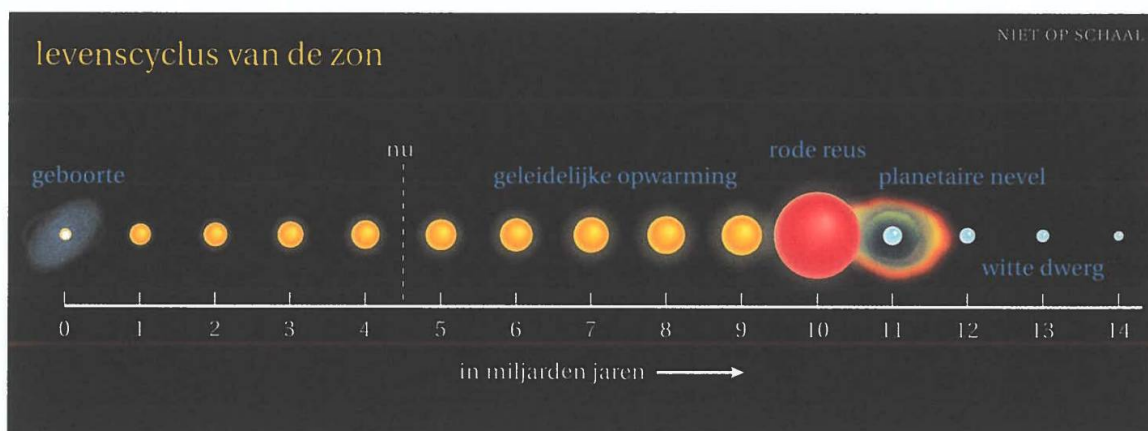
Het uitgezonden vermogen van een supernova is vele miljoenen maal zo groot als dat van de zon. Voordat de ster explodeert, zijn al grote hoeveelheden zware kernen gevormd. Tijdens de explosie vindt er een lawine aan kernfusiereacties plaats waarbij nog zwaardere kernen ontstaan. Vrijwel alle zware atoomsoorten op aarde vinden hun oorsprong in supernova-explosies. Hoe de supernova verder evolueert, hangt af van de massa van de oorspronkelijke superreus.

Lichtere superreuzen, met een massa tot twintig zonmassa's, eindigen als **neutronenster**. Een neutronenster bestaat bijna alleen maar uit neutronen en kan waargenomen worden doordat een neutronenster radiogolven uitzendt.

Zwaardere superreuzen eindigen als **zwart gat**. Een zwart gat is een hemellichaam waarvan het zwaartekrachtsveld zo sterk is dat het zelfs licht kan invangen.

Levenscyclus van de zon

In figuur 12.12 zie je de levenscyclus van de zon. Over ruim vijf miljard jaar is de zon veranderd in een rode reus. De straal van de zon is dan 250 keer zo groot geworden. De aarde wordt dan nog net niet opgeslokt door de zon, maar de temperatuur op aarde is wel zo hoog opgelopen dat er geen leven meer mogelijk is. Uiteindelijk eindigt de zon als witte dwerg, een van de mogelijke eindfasen van een ster. De straal van de zon is dan nog maar 1% van de huidige straal. In een witte dwerg vinden geen kernreacties meer plaats, maar de temperatuur blijft lange tijd zeer hoog.



Figuur 12.12

Hertzsprung-Russell-diagram

De miljarden sterren in het heelal hebben verschillende temperaturen en lichtsterkten. Als je de sterren ordent aan de hand van temperatuur en lichtsterkte krijg je een diagram in de vorm van een puntenwolk. Zie figuur 12.13. Deze classificatie van sterren heet een **Hertzsprung-Russell-diagram (HR-diagram)**.

Langs de horizontale as is de logaritme van de temperatuur van de ster uitgezet en langs de verticale as de logaritme van de relatieve lichtsterkte van de ster.

Als je de logaritme van een meetwaarde neemt, dan krijgt het antwoord evenveel cijfers achter de komma als de meetwaarde significante cijfers heeft. $\log(3,2 \cdot 10^7) = 7,505$ en dat rond je dus af naar 7,51.

De relatieve lichtsterkte is de verhouding tussen de lichtsterkte van een ster en die van de zon. De meeste sterren (90%) behoren tot de **hoofdreeks**: een vrij smalle band van linksboven (heet en lichtsterk) naar rechtsonder (koel en lichtzwak).

Boven in het diagram ligt een band met sterren met een zeer grote lichtsterkte: de reuzensterren.

In BINAS tabel 33 vind je een uitgebreider Hertzsprung-Russell-diagram. De schuine gestreepte lijnen geven de straal van een ster aan, uitgedrukt in zonnestraal.

De plaats van een ster in het diagram hangt samen met de levensfase waarin die ster zich bevindt. Wanneer een ster energie produceert door de omzetting van waterstof in helium, bevindt hij zich in de hoofdreeks. De straal van die sterren heeft dezelfde orde van grootte als de straal van de zon.

Voor zware sterren duurt die hoofdreeksfase niet langer dan enkele tientallen miljoenen jaren; voor lichte sterren zoals de zon kan deze periode enkele tientallen miljarden jaren in beslag nemen. Hierna evolueert de ster verder als rode reus of superreus, om vervolgens als witte dwerg, neutronenster of zwart gat te eindigen.

Voorbeeld 5 Werken met het HR-diagram

De ster Polux heeft een temperatuur van $5,0 \cdot 10^3$ K en de lichtsterkte is 43 maal die van de zon.

Is Polux een witte dwerg, een reus of ligt Polux op de hoofdreeks in het HR-diagram?

Uitwerking

Zie BINAS tabel 33.

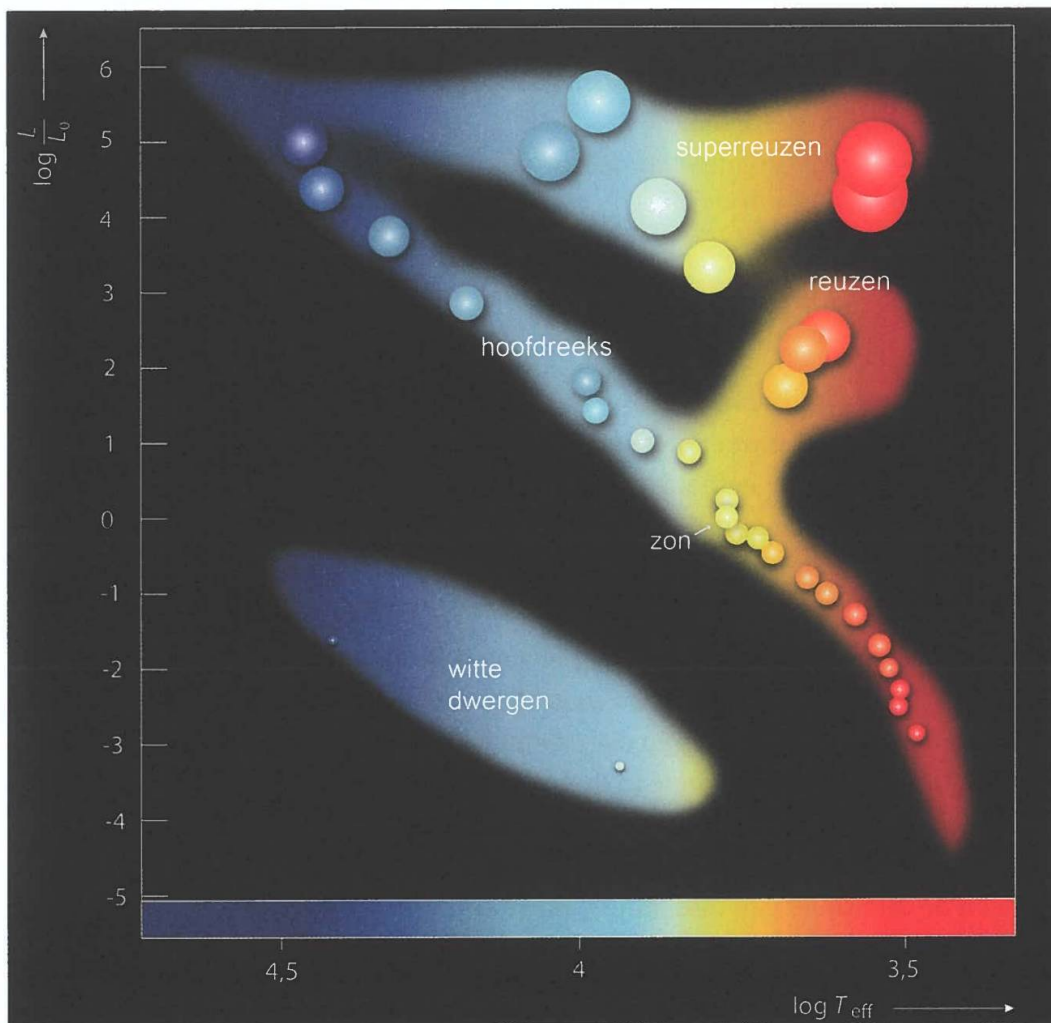
Langs de horizontale as staat de logaritme van de effectieve temperatuur.

$$\log 5,0 \cdot 10^3 = 3,70.$$

Langs de verticale as staat $\log \frac{L_{\text{ster}}}{L_{\odot}}$ met $\frac{L_{\text{ster}}}{L_{\odot}} = 43$.

$$\log 43 = 1,63$$

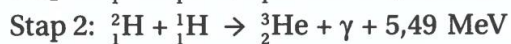
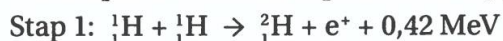
Volgens het Hertzsprung-Russell-diagram ligt het punt (3,70; 1,63) in het gebied van de reuzen. Dus Polux is een reus.



Figuur 12.13

Opgaven

- 8 Astrofysici veronderstellen dat in de zon de energieproductie vrijwel volledig te danken is aan de fusie van waterstof-1 waarbij uiteindelijk helium-4 ontstaat. Een van de processen verloopt in drie stappen:



In stap 1 ontstaan bij de kernfusie van twee waterstofkernen een deuteriumkern en een positron. Bij deze reactie komt 0,42 MeV aan energie vrij.

a Toon dat aan.

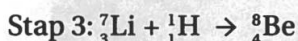
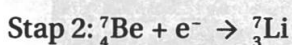
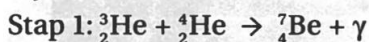
Uiteindelijk ontstaat helium-4. Bij de vorming van één kern helium-4 uit waterstof-1 komt 24,68 MeV aan energie vrij.

b Toon dat aan.

c Bereken hoeveel kg waterstof per seconde in de zon wordt omgezet in helium-4.

- 9 In de zon vinden diverse kernreacties plaats waarbij uit waterstof-1 uiteindelijk helium-4 ontstaat. Zie opgave 8. Bij hogere temperaturen kan helium-4 op een andere manier worden gevormd.

Bij een van die kernreacties ontstaat helium-4 uit helium-3 in vier stappen:



- a Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef de vier stappen weer met één reactievergelijking.
- Toon aan dat de hoeveelheid energie die vrijkomt bij de vorming van helium-4 uit helium-3 gelijk is aan 19,80 MeV.

Het vermogen van de zon is $3,85 \cdot 10^{26}$ W. De hoeveelheid energie die vrijkomt bij de vorming van helium-3 uit waterstof-1 is gelijk aan 5,91 MeV.

- b Bereken hoeveel helium-4-kernen er per seconde ontstaan in de zon.

In de zon zijn nog andere kernreacties waarbij massa wordt omgezet in energie.

Samen zorgen ze voor het vermogen dat de zon levert.

- c Bereken hoeveel kg per seconde in de zon wordt omgezet in energie.

- hulplad 10 Een neutronenster heeft een massa van twee zonmassa's en een straal van 12 km.

- a Bereken de dichtheid van deze neutronenster.

De temperatuur van neutronensterren is zo hoog dat ze ook röntgen- en gamma-straling uitzenden.

- b Bereken de minimale orde van grootte van de oppervlaktetemperatuur.

Neutronensterren hebben een magnetisch veld waardoor de straling voornamelijk aan de noordpool en de zuidpool uitgezonden wordt. Omdat neutronensterren zeer snel ronddraaien, is de straling waarneembaar als een soort vuurtorenlicht.

Vanwege dit knipperen wordt dit soort sterren pulsars genoemd. De snelst draaiende pulsar heeft een straal van 16 km en knippert met een frequentie van 716 Hz.

- c Bereken de snelheid van een punt op de evenaar van deze ster.

- 11 Van een onbekende ster is bekend dat zijn totale lichtsterkte $8 \cdot 10^4$ keer groter is dan die van de zon.

- a Leg met behulp van BINAS tabel 33 uit dat zowel Betelgeuze als Rigel in aanmerking komen als deze ster.

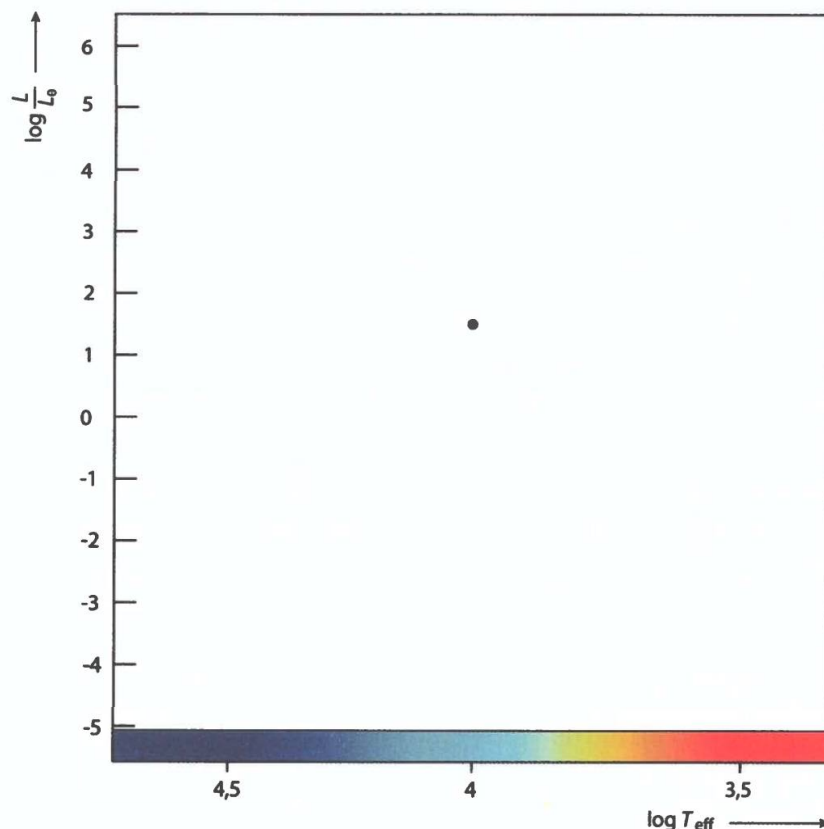
De onbekende ster heeft een effectieve temperatuur die 1,8 keer zo groot is als die van de zon.

- b Leg uit welke van de twee sterren aan deze voorwaarde voldoet.

In figuur 12.14 is de zwarte punt een ster in een HR-diagram.

- c Geef in figuur 12.14 de positie aan van de ster tijdens zijn evolutie als:

- 1 zijn oppervlaktetemperatuur gelijk blijft, maar zijn straal groter wordt;
- 2 zijn oppervlaktetemperatuur hoger wordt, maar zijn straal gelijk blijft;
- 3 de ster uitzet, maar zijn helderheid gelijk blijft.



Figuur 12.14

- 12 Over vijf miljard jaar is de zon een rode reus geworden.
- Leg uit of de temperatuur van de zon in die tijd hoger of lager is geworden.
 - Toon aan dat de planeten Mercurius en Venus dan door de zon opgeslokt zijn. De zon eindigt als witte dwerg. De straal van de zon is dan veel kleiner dan in de fase van rode reus.
 - Bepaal met behulp van BINAS tabel 33 de orde van grootte van de straal van de zon als witte dwerg.
- 13 In het HR-diagram in BINAS tabel 33 staan de sterren Sirius en Aldebaran. Uit dit diagram volgt dat de effectieve temperatuur van Sirius $1 \cdot 10^4$ K is en die van Aldebaran $4 \cdot 10^3$ K. Aldebaran is een rode reus.
- Leg uit welke kleur Sirius heeft.
 - Bepaal met behulp van het HR-diagram de verhouding tussen de straal van Sirius en de straal van Aldebaran.
 - Beredeneer welke van deze twee sterren het verst is in zijn levenscyclus.
- hulpblad** 14 De ster Betelgeuze in het sterrenbeeld Orion is een rode superreus. Tijdens zijn levensloop is Betelgeuze enorm uitgezet, waarbij de temperatuur gedaald is tot een waarde lager dan die van de zon.
- Toon aan dat Betelgeuze met name rood licht en infraroodstraling uitzendt.

Voor de meeste sterren blijkt het uitgezonden vermogen ook af te hangen van de massa van de ster. Ten opzichte van de zon geldt de volgende relatie:

$$\frac{P_{\text{ster}}}{P_{\text{zon}}} = \left(\frac{M_{\text{ster}}}{M_{\text{zon}}} \right)^{\frac{7}{2}}$$

- P is het uitgezonden vermogen in W.
- M is de massa in kg.

Als de massa van een ster groter is dan tien maal de massa van de zon, zal de ster aan het eind van zijn leven ontploffen als een supernova.

- b Ga door middel van een berekening na of Betelgeuze zal ontploffen als een supernova.

Op 29 maart 2003 werd aan de hemel een zeer bijzonder verschijnsel waargenomen: een gammaflits. Deze werd veroorzaakt doordat heel ver weg een erg zware ster aan het eind van zijn leven ontplofte. Bij een gammaflits zendt de ster per seconde evenveel energie uit als de zon in tien miljard jaar, voornamelijk in de vorm van gammastraling. Als Betelgeuze aan het eind van zijn leven een gammaflits met hetzelfde vermogen produceert, ontvangt de aarde een zeer grote stralingsintensiteit. De stralingsintensiteit van de zon op aarde vind je in BINAS tabel 32C bij 'zonneconstante op aarde'.

- c Bereken de stralingsintensiteit van de gammaflits van Betelgeuze die de aarde dan bereikt in verhouding tot de zonneconstante.

Oefenen A

Oefen met 12.1 en 12.2

Het element helium is voor het eerst waargenomen door zonlicht te bestuderen. In het spectrum van zonlicht ontbreken de golflengten die horen bij helium, een tot dan toe onbekend element. Waardoor worden de golflengten die een stof kan absorberen en uitzenden bepaald?



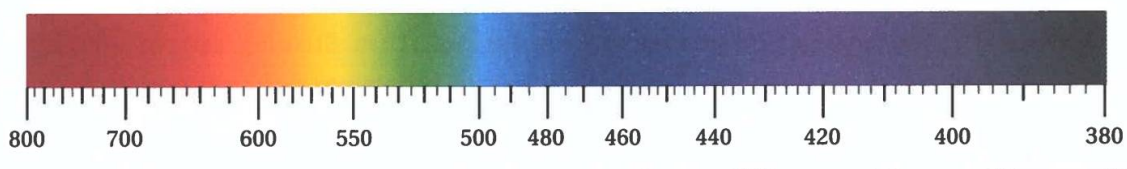
Figuur 12.15

12.3 Spectraalanalyse

Emissiespectrum

Laat je wit licht op een prisma vallen, dan splitst het licht zich in kleuren: er ontstaat een **spectrum**. Het spectrum ontstaat doordat de breking per kleur verschilt, waardoor de kleuren op verschillende posities afgebeeld worden.

Het spectrum dat een stof uitzendt, heet het **emissiespectrum** van die stof. Uit de planckkrommen in BINAS tabel 22 blijkt dat bij hoge temperaturen alle kleuren licht worden uitgezonden. Er is sprake van een **continu spectrum**. Zie figuur 12.16.



Figuur 12.16

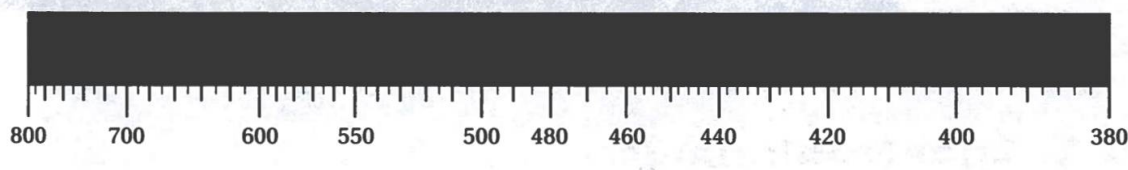
Continue spectra zijn kenmerkend voor stoffen waarvan de deeltjes dicht opeen zitten. Een gloeiende vaste stof, zoals de gloeidraad van een lamp, geeft dus een continu spectrum af.

In een gas zitten de moleculen onder normale omstandigheden niet dicht genoeg op elkaar om een continu spectrum te creëren. Maar bij hoge temperaturen en onder grote druk is dat wel het geval. In het binnenste van sterren zijn de omstandigheden zodanig dat er sprake is van een continu spectrum.

Lijnspectrum

De heliumlamp in figuur 12.15 is een gasontladingsbuis. In zo'n buis bevinden zich atomen helium onder lage druk. Over de uiteinden van de buis staat een hoge elektrische spanning. De atomen helium nemen tijdelijk elektrische energie op en geven die later weer af in de vorm van straling. Hierbij ontstaat het goudgele licht van een heliumlamp. Gebruik je een ander gas dan helium, dan zie je een andere kleur licht. De kleur is dus karakteristiek voor het gas dat je gebruikt.

In figuur 12.17 zie je het emissiespectrum van een natriumlamp. Natriumlampen worden vaak gebruikt voor straatverlichting en hebben een kenmerkende oranjegele kleur. Tijdens het branden van de lamp bevinden zich atomen natrium in de buis. Uit het emissiespectrum van natrium blijkt dat de natriumlamp alleen maar oranjegeel licht uitzendt en geen andere kleuren.

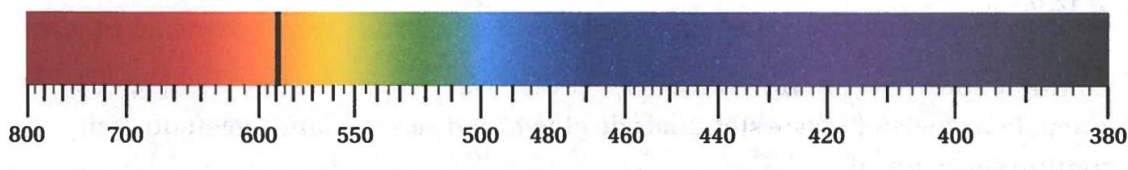


Figuur 12.17

Bij zowel de heliumlamp als de natriumlamp is sprake van een **lijnspectrum**. Dit betekent dat er alleen maar licht met specifieke golflengten, dus specifieke kleuren, wordt uitgezonden. Elk element heeft een uniek lijnspectrum. De spectra 3 tot en met 10 in BINAS tabel 20 zijn hiervan voorbeelden.

Absorptiespectrum

Laat je een bundel wit licht door een kleurloze vlam gaan, dan heeft het licht aan de andere kant van de vlam nog steeds een continu spectrum. Strooi je enkele korreltjes natriumchloride (keukenzout) in de vlam, dan kleurt de vlam door het natrium oranjegeel. Het spectrum van het licht dat door deze vlam is gegaan, is niet meer volledig. Zie figuur 12.18. Dit spectrum noem je het **absorptiespectrum** van natrium.



Figuur 12.18

De zwarte lijn in het continue spectrum geeft aan welke kleur licht is geabsorbeerd door het natrium. De golflengte die hoort bij de zwarte lijn komt overeen met het oranjegele licht in het emissiespectrum van figuur 12.17.

Het natrium in de vlam absorbeert het oranjegele deel van het invallende witte licht. Vervolgens zendt het natrium dit licht weer uit in alle richtingen. En dat licht neem je waar als je naar de vlam kijkt. De intensiteit van de oranjegele kleur in het licht dat door de vlam heen gaat, is dan sterk afgenomen. Dat veroorzaakt in het absorptiespectrum een zwarte lijn.

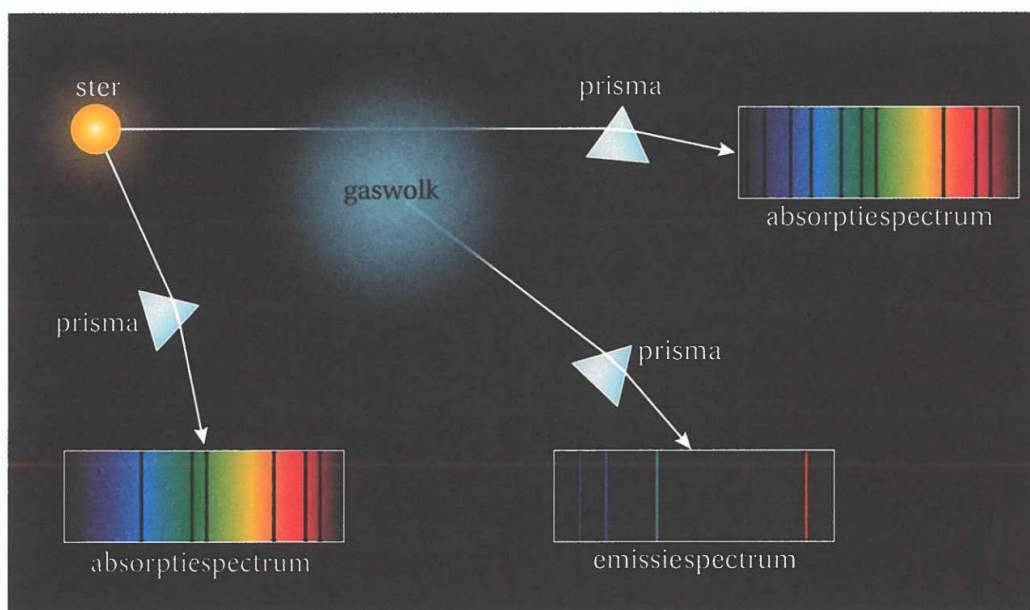
Het absorptiespectrum van een element is 'het omgekeerde' van het emissiespectrum van dat element. Ook voor het absorptiespectrum geldt dus: het is uniek voor elk element.

Spectraalanalyse

Omdat emissiespectra en absorptiespectra zo kenmerkend zijn voor elementen, kun je aan de hand van spectra van uitgezonden licht onderzoeken welke elementen aanwezig zijn. Dat kun je doen in een laboratorium, bij onderzoek naar het licht van een onbekende stof, maar ook door licht van sterren te analyseren. Dat laatste heet **spectraalanalyse**.

In het spectrum van het zonlicht komen zwarte lijnen voor. Zie BINAS tabel 20 spectrum 2. De zwarte lijnen zijn **fraunhoferlijnen**. Deze ontstaan door absorptie van zonlicht in de buitenste lagen van de zon, wanneer het licht in de zon van binnen naar buiten gaat.

Spectraalanalyse is voor de sterrenkunde van groot belang. Afhankelijk van de weg die het sterrenlicht heeft afgelegd, ontstaat een emissiespectrum of een absorptiespectrum. Zie figuur 12.19. Gaat bijvoorbeeld het licht afkomstig van een ster onderweg door een gaswolk, dan kun je uit het absorptiespectrum opmaken welke atoomsoorten in de gaswolk aanwezig zijn. Deze techniek wordt gebruikt om in ver weg gelegen zonnestelsels te zoeken naar planeten met een dampkring die waterstof en zuurstof bevat. Op dit soort planeten zou leven mogelijk kunnen zijn.



Figuur 12.19

Voorbeeld 6 Vuurwerk

Na het afsteken van vuurwerk loopt de temperatuur van het materiaal snel op. De kleureffecten van vuurwerk ontstaan door de metaalverbindingen in het vuurwerk. Zo zorgt natriumnitraat voor een oranjegele kleur. Elk metaal heeft een kenmerkende kleur.

- Leg uit waardoor je bij een hoge temperatuur een kleur ziet.
- Bepaal aan de hand van tabel 20 in BINAS de kleur van kalium (K) en calcium (Ca).

Uitwerking

- De atomen nemen warmte op en geven die later weer af in de vorm van straling.
- Het emissiespectrum van kalium bestaat uit een (zwakke) lijn bij 405 nm. Dus kalium geeft een violette kleur.
Calcium heeft lijnen in het rode deel en in het blauwe deel van het spectrum. De lijnen in het rode gebied zijn talrijker en helderder. Daardoor kleurt calcium rood-oranje.

Atoommodel van Bohr

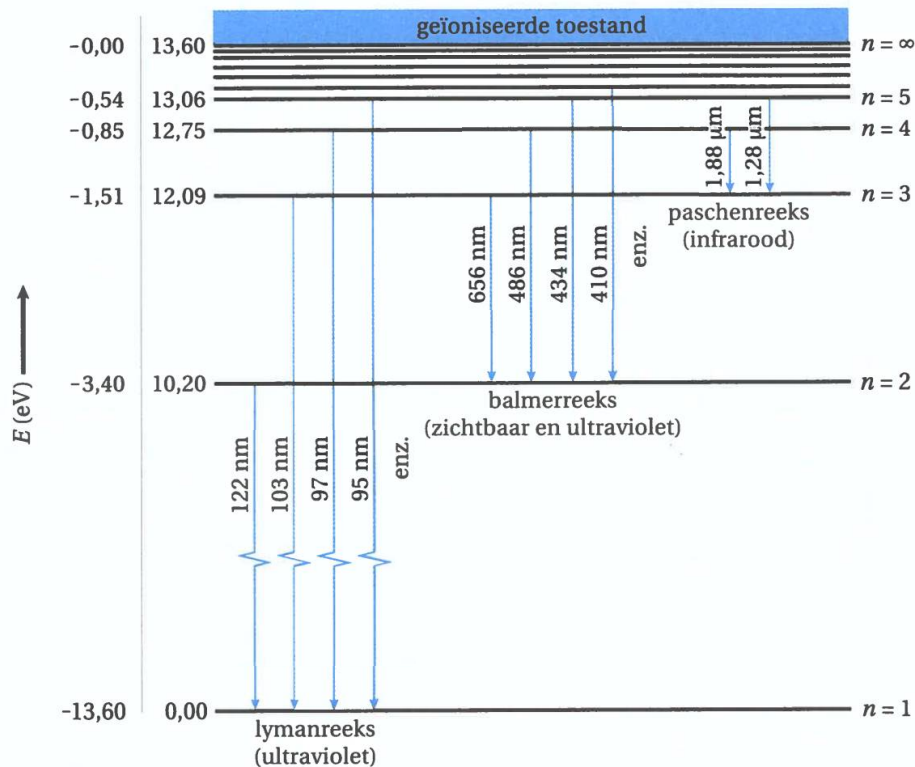
In 1913 heeft Niels Bohr een atoommodel voorgesteld waarmee het lijnenspectrum van waterstof kan worden verklaard. Het **atoommodel van Bohr** gaat ervan uit dat elektronen verschillende **energieniveaus** kunnen bezetten die vaste waarden hebben. In zijn model is een vaste hoeveelheid energie nodig om een elektron naar een hoger energieniveau te brengen. Een atoom kan dus alleen maar fotonen met een bepaalde waarde absorberen, waardoor het precies op een hoger energieniveau terechtkomt. Wanneer het elektron terugvalt naar een lager energieniveau, wordt een foton uitgezonden met een overeenkomstige energie. Voor de energie van een foton dat wordt uitgezonden als een elektron terugvalt van energieniveau m naar energieniveau n , geldt:

$$E_f = |E_m - E_n|$$

- E_f is de fotonenergie in eV.
- E_m is de waarde van energieniveau m in eV.
- E_n is de waarde van energieniveau n in eV.

Energieniveauschema van waterstof

De energieniveaus van het atoommodel van Bohr kun je weergegeven in een **energieniveauschema**. In figuur 12.20 staat het energieniveauschema van het waterstofatoom. Een vergelijkbaar schema vind je in BINAS tabel 21A.



Figuur 12.20

Bij de verticale as staan twee as-bijchriften. Uit beide getallenreeksen volgt dat de **ionisatie-energie** van waterstof 13,60 eV is. Neemt een waterstofatoom deze hoeveelheid energie op, dan verliest het zijn elektron.

Gebruik je het eerste bijchrift, met negatieve waarden, dan geldt voor de verschillende energieniveaus:

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2}$$

- E_n is de waarde van het energieniveau n in eV.
- n is een positief geheel getal (1,2,3...).

Het energieniveau met waarde $n = 1$ noem je de **grondtoestand**. Volgens de formule geldt hiervoor de energiewaarde $-13,6$ eV. Wanneer een elektron zich op een hoger energieniveau bevindt, dan is het atoom in een **aangeslagen toestand**.

De eerste aangeslagen toestand krijgt $n = 2$, de tweede aangeslagen toestand krijgt $n = 3$, enzovoort. Bij de geïoniseerde toestand geldt $n = \infty$. Uit de formule volgt dat hierbij een energieniveau van 0 eV hoort.

In het tweede bijchrift bij de verticale as is aan de grondtoestand de energiewaarde 0 eV toegekend. Op het moment dat het waterstofatoom is geïoniseerd, is het energieniveau 13,6 eV. In dit bijchrift hebben alle energieniveaus dus een positieve waarde, wat meer overzichtelijk kan zijn.

Een aangeslagen elektron valt altijd terug naar de grondtoestand, maar dit hoeft niet in één keer te gebeuren. Het kan ook in meerdere stappen.

In het energieniveauschema van waterstof zie je zogenoemde reeksen.

De balmerreeks is als eerste ontdekt: deze gaat over licht in het zichtbare gebied. Het is de terugval van een hogere aangeslagen toestand naar de eerste aangeslagen toestand.

Voorbeeld 7 Rekenen met energieniveaus van waterstof

Gebruik bij deze opgave BINAS tabel 21A. De overgangen in het energiediagram van waterstof zijn onderverdeeld in groepen, genoemd naar de ontdekkers van de bijbehorende spectraallijnen: de lymanreeks, de balmerreeks en de paschenreeks. De spectraallijnen in het zichtbare deel van het waterstofspectrum horen bij de balmerreeks.

De balmerreeks bestaat uit alle spectraallijnen die horen bij het terugvallen naar de eerste aangeslagen toestand ($n = 2$). Niet alle spectraallijnen van de balmerreeks vallen in het zichtbare gebied.

a Beredeneer dit met behulp van BINAS tabel 19A en 21A.

De lymanreeks bestaat uit alle overgangen van hoger gelegen niveaus ($n > 1$) naar de grondtoestand ($n = 1$). In tabel 21A staan de energieën $n = 1$ tot en met $n = 5$.

De energie in eV van de vijfde aangeslagen toestand ($n = 6$) kun je op twee manieren berekenen:

- met behulp van tabel 21A en de formule voor de energie van een foton,
- met uitsluitend één formule in BINAS.

Die waarden zijn aan elkaar gelijk als je de uitkomsten weergeeft in twee significante cijfers.

b Laat dat zien.

Uitwerking

a De spectraallijn met golflengte 397 nm ligt volgens BINAS tabel 19A op de grens van uv en zichtbaar licht. Volgens tabel 21A zijn ook overgangen met een groter energieverschil mogelijk.

Uit de formule $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ (en ook uit BINAS tabel 21A) volgt voor een groter verschil in energie een spectraallijn met een kleinere golflengte. Dus die spectraallijnen vallen niet meer in het zichtbare gebied.

b $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$

Volgens BINAS tabel 21A geldt bij de overgang van niveau $n = 6$ naar $n = 1$:

$$\lambda = 93,8 \text{ nm} = 93,8 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

$$c = 2,997 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

Invullen levert:

$$E_f = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \times 2,997 \cdot 10^8}{93,8 \cdot 10^{-9}} = 2,1172 \cdot 10^{-18} \text{ J} = \frac{2,1172 \cdot 10^{-18}}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 13,215 \text{ eV}$$

Voor de energie van energieniveau $n = 1$ geldt $E_f = 13,5950 \text{ eV}$.

Dus de energie van $n = 6$ is gelijk aan $13,215 - 13,5950 = -0,3790 \text{ eV}$.

Afgerond: $E_6 = -0,38 \text{ eV}$.

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2}$$

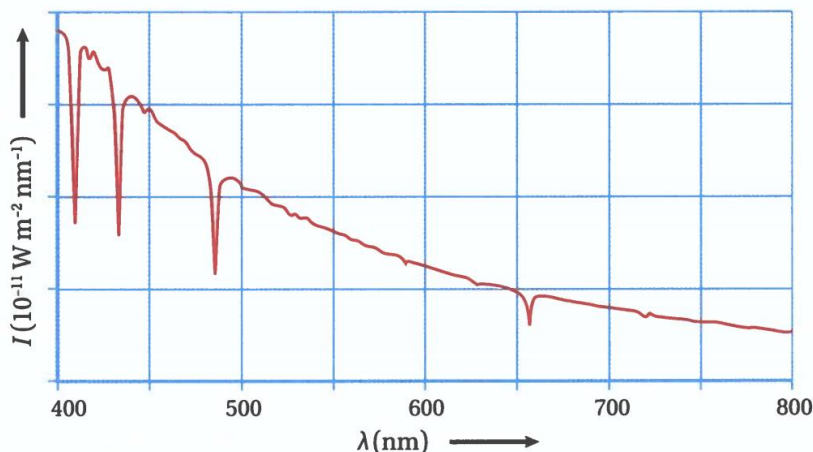
$$n = 6$$

$$\text{Invullen levert: } E_6 = -\frac{13,6}{6^2} = -0,3776 \text{ eV.}$$

$$\text{Afgerond: } E_6 = -0,38 \text{ eV.}$$

Opgaven

- 15 In een aangeslagen waterstofatoom kan een elektron op verschillende manieren terugvallen naar de grondtoestand. Ga uit van een waterstofatoom dat een energieniveau heeft van +13,0560 eV.
- Toon aan dat het waterstofatoom zich bevindt in de vierde aangeslagen toestand.
 - Op hoeveel manieren kan het elektron terugvallen van de vierde aangeslagen toestand naar de grondtoestand? Licht je antwoord toe.
 - Leg uit tijdens welke overgangen zichtbaar licht wordt uitgezonden.
- 16 Spectra in de vorm van kleurenbanden, zoals figuur 12.19, zijn moeilijk te interpreteren. Daarom worden de resultaten van spectraalanalyse meestal weergegeven in een diagram waarin de intensiteit van de straling is uitgezet tegen de golflengte. Zie figuur 12.21.

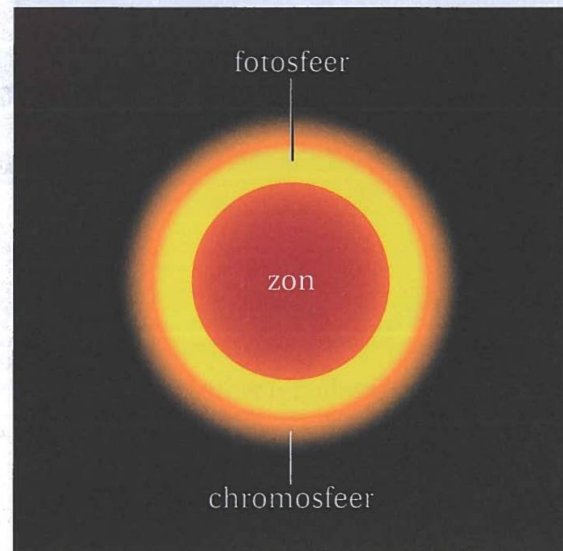


Figuur 12.21

Figuur 12.21 is het diagram van een spectrum van een ster.

- Leg uit of het gaat om een absorptie- of een emissiespectrum. Uit het diagram kun je de golflengten afleiden van vier spectraallijnen. Deze worden allemaal veroorzaakt door hetzelfde element.
- Ga met behulp van BINAS tabel 20 na om welk element het gaat.
- Is de effectieve temperatuur van deze ster groter of kleiner dan die van de zon? Licht je antwoord toe.

- 17 Fraunhoferlijnen zijn absorptielijnen die ontstaan door absorptie van licht in de buitenste lagen van de zon. De zon is een gasbol, waarvan de buitenste twee lagen de fotosfeer en de chromosfeer heten. Zie figuur 12.22. De fotosfeer is een laag met een gemiddelde temperatuur van ongeveer 5800 K. De straling van de zon is afkomstig uit deze laag. De chromosfeer is een zeer uitgebreide gasvormige 'atmosfeer' rondom de zon.



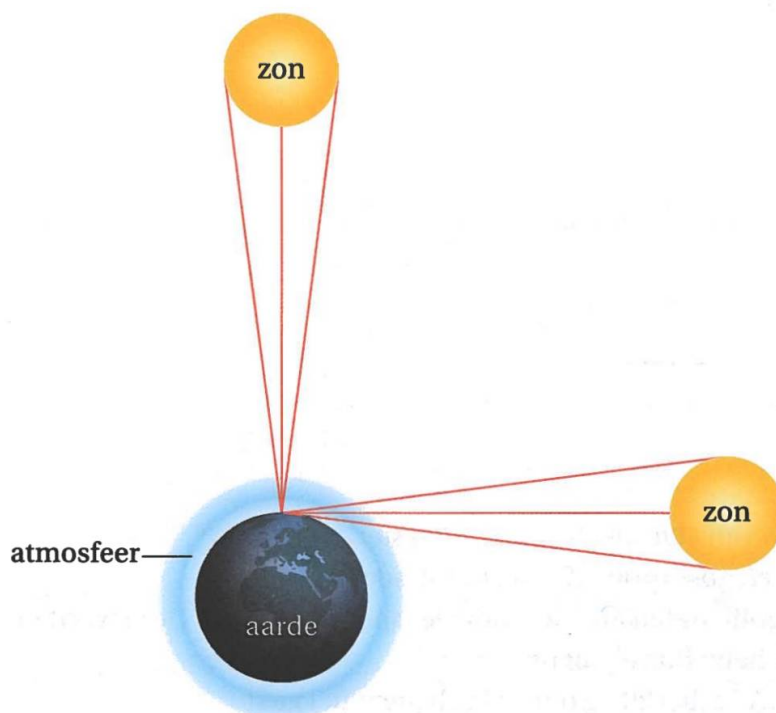
Figuur 12.22

De zonnestraling uit de fotosfeer gaat dus door de chromosfeer voordat deze de zon verlaat. Om het aardoppervlak te bereiken, gaat de zonnestraling ook nog door de atmosfeer van de aarde.

Het edelgas helium komt zowel voor op de aarde als op de zon, maar is op de zon eerder ontdekt dan op aarde.

a Geef hiervoor een verklaring.

Bij een lage zonnestand gaan de stralen door een dikkere laag van de atmosfeer dan bij een hoge zonnestand. Zie figuur 12.23.



Figuur 12.23

Sommige absorptielijnen in het zonnespectrum zijn bij lage zonnestand duidelijk sterker dan wanneer de zon hoog aan de hemel staat.

b Geef hiervoor een verklaring.

c Zijn ook de absorptielijnen van helium beter zichtbaar bij lage zonnestand?

Licht je antwoord toe.

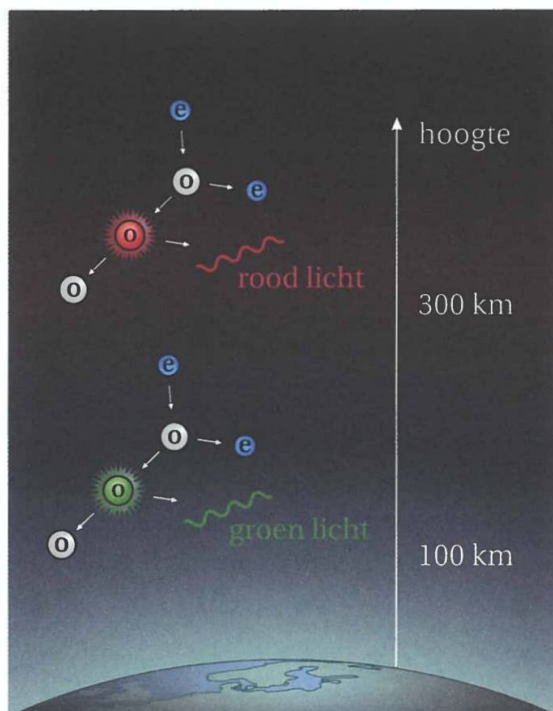
Een bepaalde ster heeft, vergeleken met de zon, extra absorptielijnen in het gele gebied met een golflengte rond de 570 nm.

d Leg met behulp van BINAS tabel 20 uit of deze absorptielijnen veroorzaakt kunnen zijn door een wolk koud waterstofgas waar het licht van deze ster doorheen is gegaan.

hulpblad

18 Aan het oppervlak van de zon ontsnappen allerlei geladen deeltjes, zoals elektronen. Deze geladen deeltjes veroorzaken het noorder- en zuiderlicht doordat ze bij de polen met hoge snelheid tegen atomen botsen. Hierdoor komen de atomen in een aangeslagen toestand. Bij het terugvallen naar de grondtoestand zenden deze atomen licht uit. De kleur van het uitgezonden licht hangt af van de hoogte waarop de straling wordt geabsorbeerd. Zie figuur 12.24. Hoe groter de kinetische energie van de elektronen, des te dieper dringen ze in de dampkring door.

a Leg dit uit met behulp van de kleuren in figuur 12.24.



Figuur 12.24

Een zuurstofatoom zendt groen licht uit met een golflengte van 558 nm, nadat het door een botsing met een elektron in een aangeslagen toestand is gekomen.

b Bereken de minimale snelheid van het elektron.

- **tekenblad 19** Op de zuidpool van Europa, een van de manen van Jupiter, zijn waterpluimen ontdekt. Het poollicht dat op deze maan ontstaat, gaat door deze waterpluimen voordat het de ruimte in gaat en op aarde wordt waargenomen. Het absorptiespectrum van dit licht wordt geanalyseerd. Er blijken zwarte lijnen in het absorptiespectrum voor te komen.

- a Leg uit hoe de zwarte lijnen in een absorptiespectrum ontstaan. De golflengten bij de zwarte lijnen zijn weergegeven in tabel 12.1. Deze lijnen kunnen wijzen op de aanwezigheid van waterstof of andere elementen.
- b Geef in tabel 12.1 aan welke absorptielijn(en) bij waterstof hoort (horen). Licht je keuze toe.

λ (nm)	486	589	656	686
hoort bij waterstof				

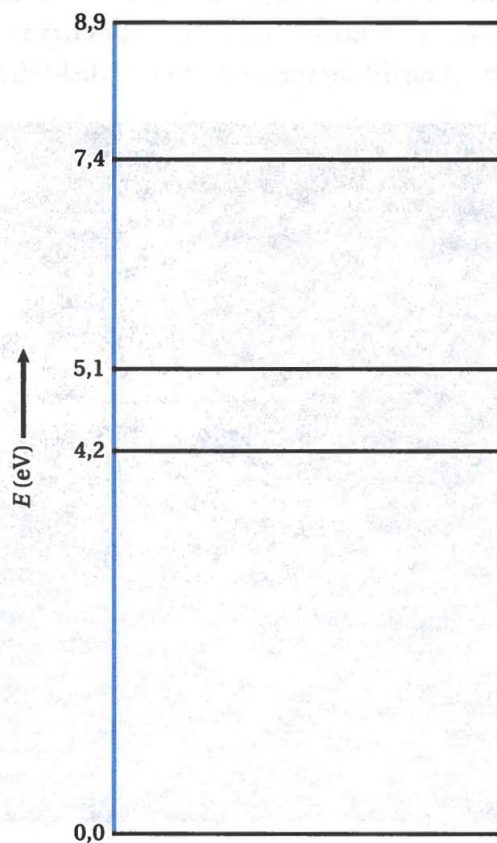
Tabel 12.1

- **tekenblad 20** In figuur 12.25 zijn vijf energieniveaus van een atoom getekend.

- a Leg uit bij welke overgang straling met de grootste golflengte wordt uitgezonden.
- b Geef in figuur 12.25 met pijlen aan hoeveel emissielijnen er op grond van dit schema mogelijk zijn.

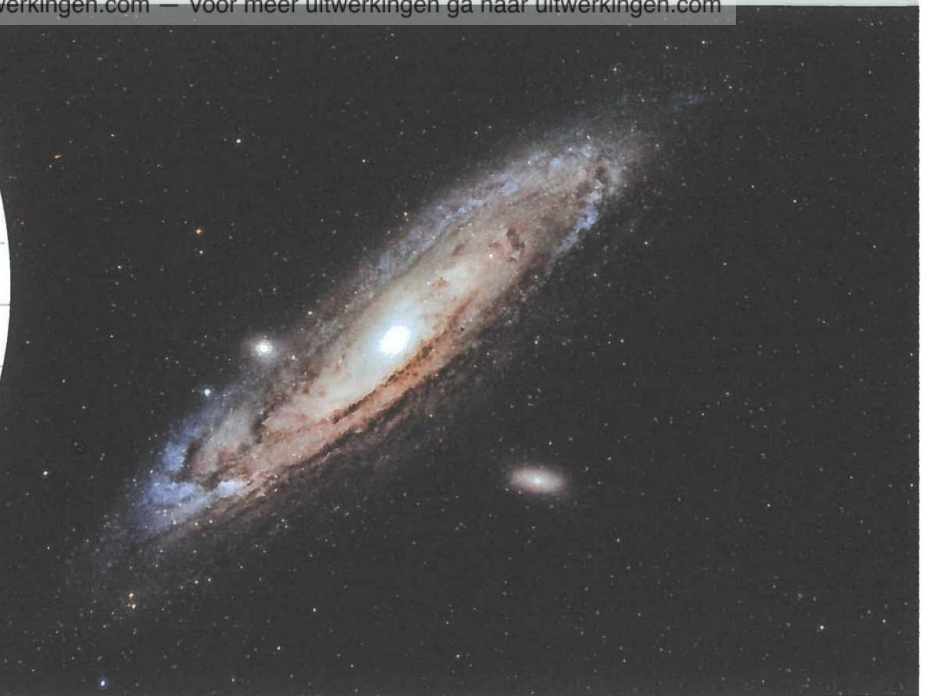
Van een atoom is bekend dat zijn ionisatie-energie $6,7 \cdot 10^{-19}$ J bedraagt.

- c Kan het energieniveauschema van figuur 12.25 bij dit atoom horen? Licht je antwoord toe.



Figuur 12.25

Edwin Hubble ontdekte dat nevels zoals Andromeda zelfstandige sterrenstelsels zijn, en dat de meeste sterrenstelsels van ons vandaan bewegen. Dit deed hij door spectra van sterren te bestuderen met een zeer grote telescoop. Hoe bepaal je met behulp van een spectrum de snelheid van een ster?



Figuur 12.26

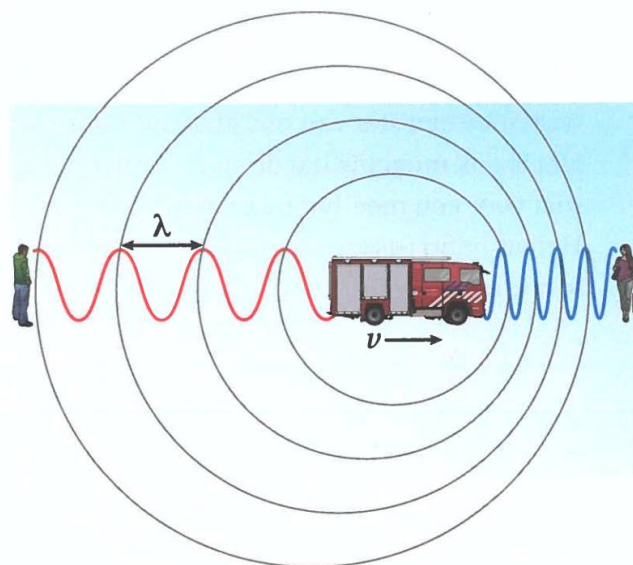
12.4 Bewegende sterren

Dopplereffect

In de negentiende eeuw ontdekten wetenschappers met behulp van telescopen een opmerkelijk verschijnsel in de spectra van sterren. De lijnen in een absorptiespectrum waren verschoven ten opzichte van de overeenkomstige lijnen in het absorptiespectrum van zonlicht op aarde. Dit verschijnsel kun je verklaren met het dopplereffect.

Als je een brandweerauto hoort naderen, klinkt de sirene hoger dan wanneer de auto bij je vandaan beweegt. De frequentie van een golf die afkomstig is van een bewegende bron, verandert. Dit verschijnsel heet het **dopplereffect**, zoals besproken in hoofdstuk 9 Trillingen en golven. Dit effect treedt ook op bij lichtgolven.

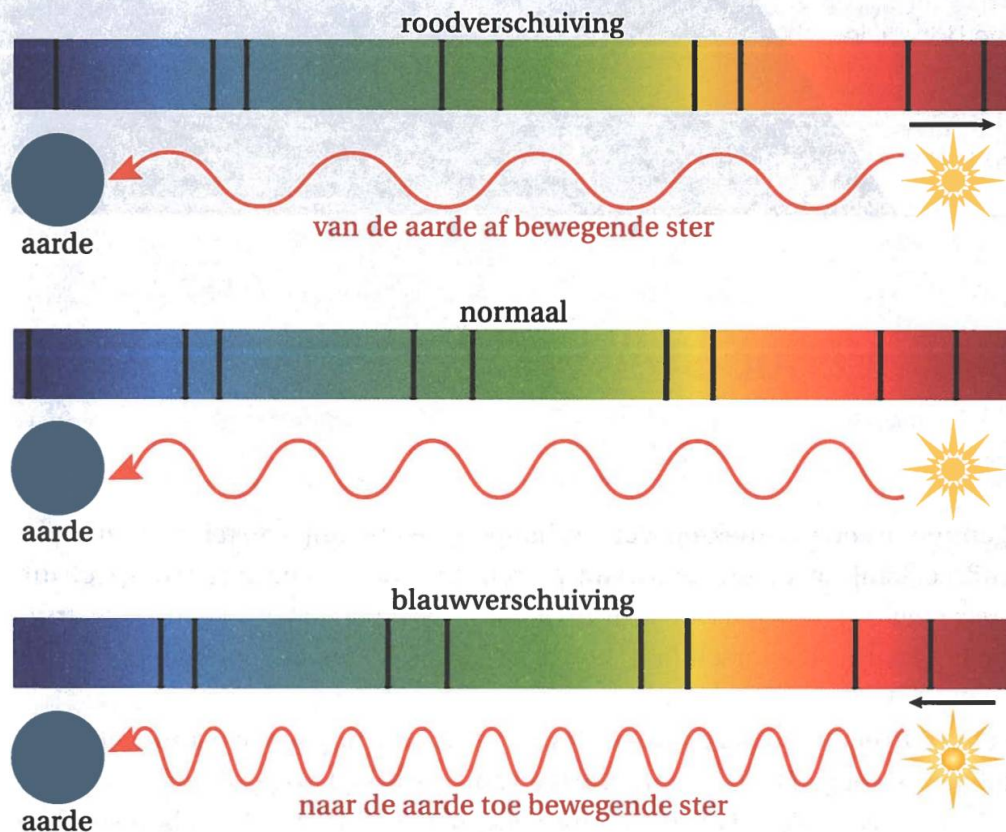
Wanneer de bron in de richting van de waarnemer beweegt, worden de golven samengedrukt en wordt de golflengte kleiner. Als de bron van de waarnemer af beweegt, neemt de golflengte toe. Zie figuur 12.27. De snelheid waarmee golven zich voortplanten, verandert niet. Uit $v = \lambda \cdot f$ volgt dan dat de frequentie verandert. Neemt de golflengte toe, dan neemt de frequentie af en omgekeerd.



Figuur 12.27

Roodverschuiving en blauwverschuiving

Als een ster beweegt ten opzichte van de aarde, zijn de lijnen in het absorptie-spectrum verschoven ten opzichte van de lijnen in het spectrum van een ster die stilstaat ten opzichte van de aarde. Zie figuur 12.28. Voor een ster die van de waarnemer af beweegt, zijn de absorptielijnen verschoven richting het rode deel van het spectrum. Dit heet **roodverschuiving**. Sterren die naar de waarnemer toe bewegen vertonen **blauwverschuiving**.



Figuur 12.28

Hoe groter de snelheid van de ster, des te groter is de verschuiving. De snelheid waarmee een ster van ons af of naar ons toe beweegt, is de **radiale snelheid**. Het is ook mogelijk dat de ster vanuit ons gezien zijwaarts beweegt, maar dat zorgt niet voor een meetbare verschuiving van een lijn in het spectrum. Het verband tussen de radiale snelheid en de verschuiving wordt gegeven door de formule:

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$$

- v is de radiale snelheid van de ster in m s^{-1} .
- $\Delta\lambda$ is het verschil in golflengte in m.
- λ is de oorspronkelijke golflengte in m.
- c is de lichtsnelheid in m s^{-1} .

Voorbeeld 8 Rekenen aan dopplereffect van licht

De radiale snelheid van de ster Aldebaran is $54,26 \text{ km s}^{-1}$. In het spectrum van deze ster is een absorptielijn van magnesium zichtbaar bij een golflengte van $518,4 \text{ nm}$.

a Bereken de dopplerverschuiving ($\Delta\lambda$) van deze lijn in nm.

De gemeten golflengte is groter dan de overeenkomstige lijn in het spectrum van magnesium.

b Leg uit of Aldebaran van de aarde af beweegt of ernaartoe.

Uitwerking

a $v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$

$$v = 54,26 \text{ km s}^{-1} = 54,26 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$\lambda = 518,4 \text{ nm}$$

$$c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } 54,26 \cdot 10^3 = \frac{\Delta\lambda}{518,4 \cdot 10^{-9}} \times 2,998 \cdot 10^8$$

$$\Delta\lambda = 9,382 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } 0,094 \text{ nm.}$$

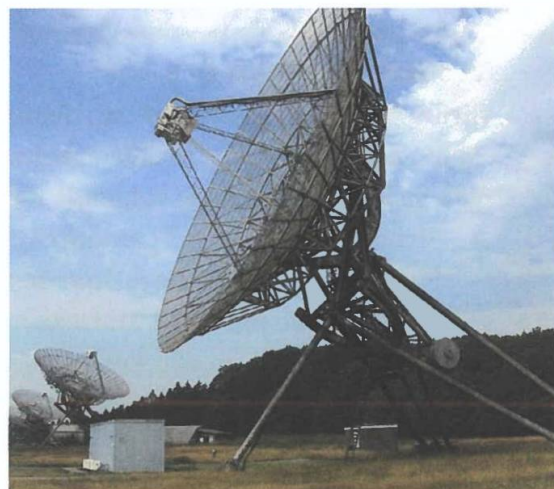
b De gemeten golflengte is groter. Dus is er roodverschuiving. Aldebaran beweegt van de aarde af.

Kijken naar het heelal

Kijk je met het blote oog naar de sterren, dan valt via je ooglenzen maar weinig licht op je netvlies. Je ziet daardoor niet veel van het heelal. En als je al iets ziet, dan zijn er nauwelijks details. Galilei gebruikte aan het begin van de 17e eeuw voor het eerst een telescoop om naar de sterren te kijken. Door het lenzenstelsel van een telescoop viel er veel meer licht op zijn netvlies. Hij ontdekte de beweging van de planeten rond de zon en hij zag ook dat er manen rond de planeet Jupiter draaien. Na de introductie van de fotografie worden dankzij lange belichtingstijden ook details van de hemellichamen zichtbaar.

Je ogen zijn alleen gevoelig voor zichtbaar licht. Andere vormen van elektromagnetische straling kun je slechts waarnemen met een telescoop gecombineerd met sensoren die gevoelig zijn voor die vormen van straling.

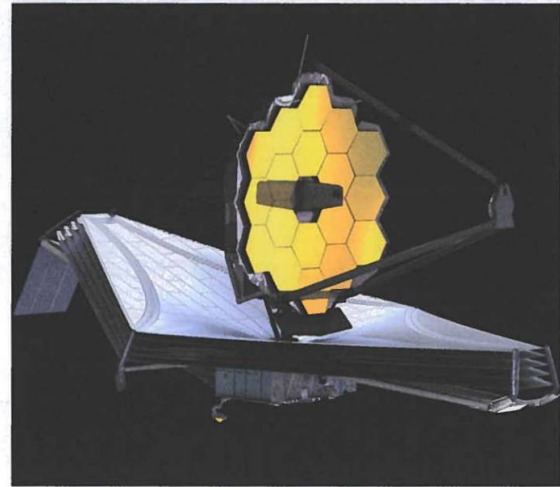
Sinds de jaren 30 van de vorige eeuw is ook onderzoek naar radiogolven mogelijk. In Drenthe staat bij Westerbork een van de grootste radiotelescopieën ter wereld, zie figuur 12.29.



Figuur 12.29

Door onderzoek aan radiogolven zijn veel stralingsbronnen ontdekt die geen sterren zijn, bijvoorbeeld gas- en stofnevels. Ook de eerste quasars zijn geïdentificeerd dankzij radioastronomie. Quasars zijn geen sterren, maar de heldere kern van een sterrenstelsel. De grote hoeveelheid straling ontstaat doordat in de kern een zwart gat aanwezig is.

Onderzoek naar infraroodstraling speelt een grote rol bij het waarnemen van stralingsbronnen op zeer grote afstand. Dankzij de grote snelheid waarmee deze zich van ons verwijderen is er een grote roodverschuiving, waardoor ze ook infraroodstraling uitzenden. In 2021 is de James Webb Space Telescope (JWST) gelanceerd. Zie figuur 12.30. De JWST onderzoekt de ir-straling die is ontstaan bij de vorming van sterrenstelsels in het jonge heelal, dus kort na de oerknal.



Figuur 12.30

De atmosfeer van de aarde absorbeert een groot deel van de uv-straling uit het heelal. Onderzoek aan uv-straling gebeurt daarom op grote hoogte of in de ruimte. Uit de planckkrommen in BINAS tabel 22 leid je af dat de hoeveelheid uv-straling groter is naarmate een ster een hogere temperatuur heeft.

Uit tabel 22 volgt ook dat hoe hoger de temperatuur is, des te meer röntgen- en gammastraling er ontstaat. Gammastraling kan natuurlijk ook ontstaan bij kernreacties in een ster.

Spectraalanalyse beperkt zich dus niet tot het zichtbare licht. Met behulp van steeds krachtigere en nauwkeurigere meetinstrumenten zijn in de afgelopen eeuwen technieken ontwikkeld die het mogelijk maken een groot deel van het heelal in kaart te brengen en beter te begrijpen hoe het heelal 'werkt'.

Met behulp van een paar metingen kun je veel eigenschappen van sterren bepalen.

Voorbeeld 9 Sirius A en B

Sirius A is de helderste ster aan de hemel. Sirius A heeft een begeleider, Sirius B. Neem aan dat Sirius B in een cirkelvormige baan om Sirius A draait.

Van Sirius A en B zijn de volgende meetgegevens bekend:

- Sirius B draait in 54,2 jaar om Sirius A heen.
 - Sirius A en Sirius B zie je door een telescoop onder een bepaalde hoek α vanaf de aarde. Zie figuur 12.31. Deze hoek is maximaal $2,083 \cdot 10^{-3}^\circ$.
 - De balmerlijn van 486 nm in het spectrum van Sirius B vertoont afwisselend een maximale rood- en blauwverschuiving van 17,8 pm.
- a Toon aan dat Sirius B om Sirius A draait met $v = 11 \text{ km s}^{-1}$.
 - b Toon aan dat de afstand tussen Sirius A en B gelijk is aan $2,9 \cdot 10^{12} \text{ m}$.
 - c Bereken de afstand tussen Sirius en de aarde.

Met behulp van de gegevens bij a en b, de formule voor de gravitatiekracht en nog een formule in BINAS kun je de massa van Sirius A berekenen.

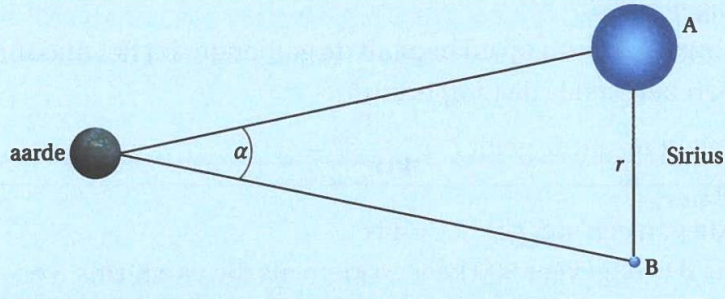
d Leg uit welke formule in BINAS je moet gebruiken.

De temperatuur van Sirius A is ongeveer 2,5 keer zo hoog als die van Sirius B.

e Leg uit hoe je de temperatuur van een ster kunt bepalen.

Sirius A kun je met het blote oog zien, maar Sirius B niet.

f Leg met behulp van BINAS tabel 32B en formules in BINAS uit waardoor het komt dat Sirius A een veel hogere lichtintensiteit heeft dan Sirius B.



Figuur 12.31

Uitwerking

a $v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$

$$\Delta\lambda = 17,8 \text{ pm} = 17,8 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$\lambda = 486 \text{ nm} = 486 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } v = \frac{17,8 \cdot 10^{-12}}{486 \cdot 10^{-9}} \times 2,9979 \cdot 10^8 = 1,097 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$$

Dit is afgerond 11 km s^{-1} .

b $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$

$$v = 11 \text{ km s}^{-1} = 11 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$T = 54,2 \text{ jaar} = 54,2 \times 3,15 \cdot 10^7 = 1,707 \cdot 10^9 \text{ s}$$

$$\text{Invullen levert: } 11 \cdot 10^3 = \frac{2\pi r}{1,707 \cdot 10^9}$$

$$r = 2,882 \cdot 10^{12} \text{ m}$$

Afgerond: $r = 2,9 \cdot 10^{12} \text{ m}$.

c Als je in figuur 12.31 de middelloodlijn neerlaat op de straal, dan ontstaat een rechthoekige driehoek waarbij hoek α en de straal r zijn gehalveerd.

$$\tan\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{\frac{1}{2}r}{\text{afstand Sirius tot aarde}}$$

$$\alpha = 2,083 \cdot 10^{-3}^\circ$$

$$r = 2,882 \cdot 10^{12} \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } \tan\left(\frac{1}{2} \times 2,083 \cdot 10^{-3}\right) = \frac{\frac{1}{2} \times 2,882 \cdot 10^{12}}{\text{afstand Sirius tot aarde}}$$

Afstand Sirius tot aarde is $8,229 \cdot 10^{16} \text{ m}$.

Afgerond: $8,23 \cdot 10^{16} \text{ m}$.

- d Je hebt de formule voor de middelpuntzoekende kracht nodig.
Voor een eenparige cirkelbeweging van Sirius B om Sirius A geldt:

$$F_g = F_{\text{mpz}}$$

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

Hierin is M de massa van Sirius A, m de massa van Sirius B en r de straal tussen Sirius A en B.

In de vergelijking kun je m wegdelen.

De waarde van G staat in BINAS tabel 7A en de waarden van v en r zijn de gegevens bij de vragen a en b.

- e Je neemt een stralingsspectrum op en bepaalt de golflengte bij het maximum.
Met de wet van Wien bereken je de temperatuur.

- f Voor de lichtintensiteit op aarde geldt $I = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi r_{\text{aarde-Sirius}}^2}$
waarbij $P_{\text{bron}} = \sigma \cdot A_{\text{Sirius}} \cdot T^4$.

Voor de oppervlakte van een ster geldt $A = 4\pi r^2$.

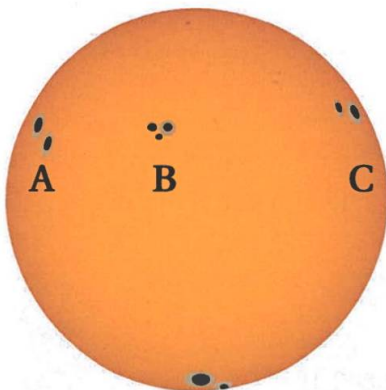
De straal van Sirius B is ongeveer 200 keer zo klein als die van Sirius A en T is 2,5 keer zo groot.

Dus P_{bron} van Sirius B is ongeveer duizend keer kleiner dan P_{bron} van Sirius A.
Uit de formule voor de lichtintensiteit volgt dan dat de intensiteit van Sirius B op aarde ongeveer duizend keer kleiner is dan die van Sirius A.

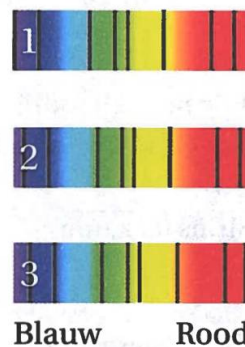
Opgaven

- 21 In de zeventiende eeuw ontdekte Galilei vlekken op de zon. Hij zag de zonnevlekken van links naar rechts bewegen. Hieruit trok hij de conclusie dat de zon om zijn eigen as draait.

In figuur 12.32 zie je drie groepjes zonnevlekken A, B en C.



Figuur 12.32



Figuur 12.33

Door de rotatie beweegt het groepje zonnevlekken A naar ons toe en groepje C van ons af. In figuur 12.33 staat schematisch weergegeven hoe de spectra eruitzien die zijn opgenomen van de drie groepjes zonnevlekken.

- a Beredeneer aan de hand van de verschuiving van de spectraallijnen welk spectrum hoort bij het groepje zonnevlekken A.

In werkelijkheid is de verschuiving van de spectraallijnen veel kleiner.

In spectrum 1 zit een spectraallijn bij 527,0350 nm.

In spectrum 3 zit dezelfde lijn bij 527,0430 nm.

- b Toon aan dat de snelheid waarmee groepje zonnevlekken A naar ons toe beweegt $2,3 \text{ km s}^{-1}$ is.
- c Bereken aan de hand van de snelheid in vraag b hoeveel dagen de zon erover doet om één keer om zijn as te draaien.

- hulpblad** 22 Zwarte gaten zenden geen zichtbaar licht uit, maar kunnen indirect worden opgespoord door naar hun effecten te kijken. Als twee sterren vlak bij elkaar staan, verwacht je dat ze dezelfde rood- of blauwverschuiving vertonen, want die is het gevolg van de beweging van het gehele sterrenstelsel. Is de ene ster meer richting rood verschoven en de andere meer richting blauw, dan kan dit wijzen op een zwart gat tussen deze twee sterren in.

- a Leg uit waarom dit verschijnsel kan wijzen op de aanwezigheid van een zwart gat.

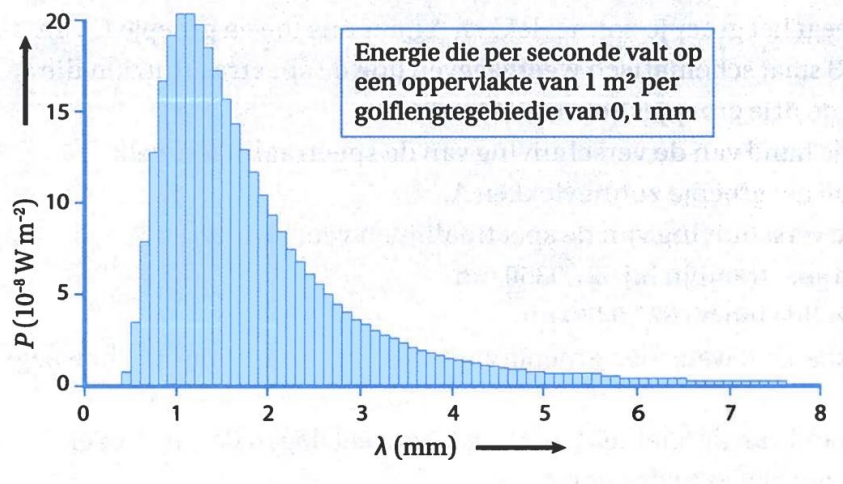
Een vergelijkbare methode wordt gebruikt voor het zoeken naar exoplaneten. Dit zijn planeten die zich buiten ons zonnestelsel bevinden. Wanneer een exoplaneet in een baan om een ster draait, dan voert de ster hierdoor zelf ook een kleine cirkelvormige beweging uit.

- b Verklaar deze cirkelvormige beweging met een van de wetten van Newton.
- c Leg uit dat het uitvoeren van een cirkelbeweging door een ster leidt tot een dopplereffect.

Sommige exoplaneten hebben een dampkring. Om de samenstelling daarvan te bepalen, wordt het spectrum opgenomen als de planeet voor zijn ster langs beweegt.

- d Leg uit hoe de spectraalanalyse dan informatie geeft over de samenstelling van de dampkring van de exoplaneet.

- hulpblad** 23 De Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) is een satelliet die kosmische achtergrondstraling meet. De openingfoto van dit hoofdstuk is daarmee geconstrueerd. De gemeten straling is afkomstig uit alle richtingen en is uitgezonden toen het heelal ongeveer 300 000 jaar bestond en een temperatuur had van 3000 K. De metingen van WMAP worden gecorrigeerd voor de invloed van alle storende bronnen, zodat alleen de kosmische achtergrondstraling overblijft. Uit de gecorrigeerde metingen is figuur 12.34 afgeleid.



Figuur 12.34

Hierna staan vier schattingen van het aantal fotonen met een golflengte tussen 1,0 en 2,0 mm dat per seconde een oppervlakte van $1,0 \text{ m}^2$ treft.

- A $1 \cdot 10^{10}$
- B $1 \cdot 10^{13}$
- C $1 \cdot 10^{16}$
- D $1 \cdot 10^{19}$

a Welke schatting is de beste? Motiveer je keuze met een berekening.

Bij de stralingskromme van figuur 12.34 hoort een temperatuur van 2,6 K.

b Toon dat aan.

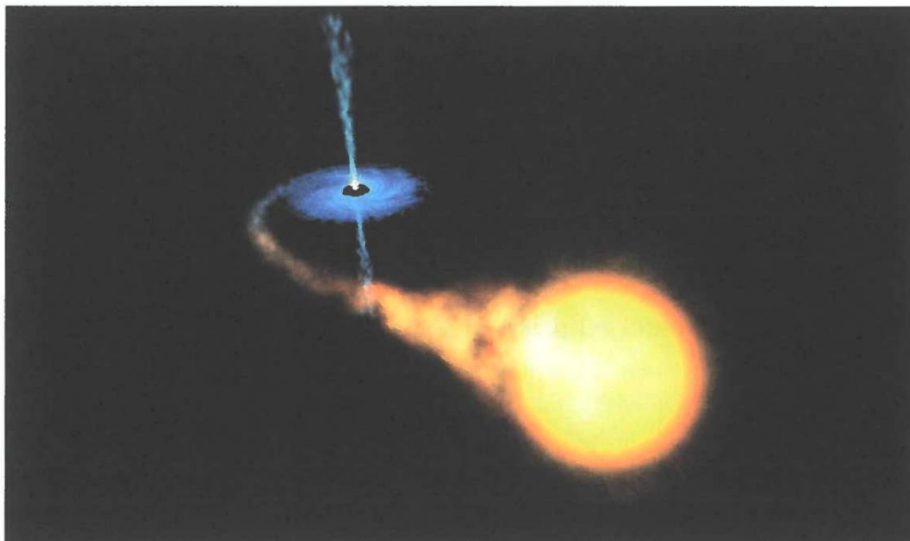
Vrijwel alle fotonen die zijn uitgezonden toen het heelal 300 000 jaar oud was, zijn nu nog steeds onderweg, alleen is hun 'kleur' veranderd in ver infrarood. Er is dus sprake van 'roodverschuiving'.

Eén verklaring is de roodverschuiving vanwege de uitdijing van het heelal.

Dopplerverschuiving door de radiale snelheid van de bron kan niet de verklaring zijn, omdat daaruit een snelheid volgt die groter is dan de lichtsnelheid.

c Toon dat aan.

- 24 In het centrum van een Seyfertstelsel bevindt zich een zwart gat. Materie uit de directe omgeving van het zwarte gat wordt sterk aangetrokken en draait met steeds grotere snelheid richting het zwarte gat. Zie figuur 12.35.



Figuur 12.35

Hierdoor ontstaat een platte 'koek' van hete gassen en stof. De naar het zwarte gat 'vallende' materie wordt zeer heet en zendt veel straling uit. Hierdoor treedt rood- én blauwverschuiving op en zijn de emissielijnen breder dan normaal.

De breedte van de lijnen wordt vaak uitgedrukt in de maximale snelheid waarmee materie rond het zwarte gat draait. De lijnen vertonen breedtes tot ongeveer 10^4 km s^{-1} .

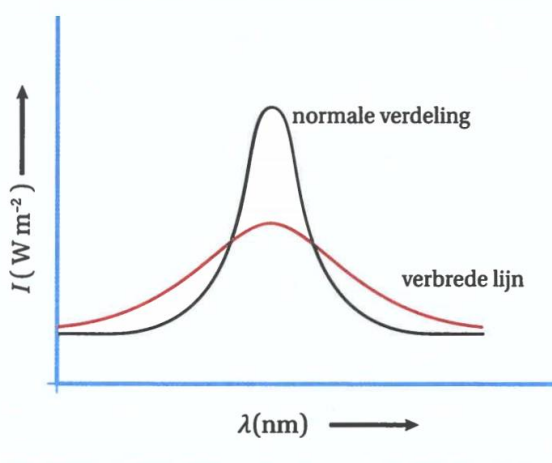
a Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef een verklaring voor de rood- én blauwverschuiving van de spectraallijnen.
- Geef een verklaring voor de verbreding van de spectraallijnen.

b Bereken de breedte van de rode balmerlijn bij een lijnbreedte van $2,0 \cdot 10^3 \text{ km s}^{-1}$.
Geef je antwoord in nm.

In figuur 12.37 zie je een intensiteitsprofiel van een normale spectraallijn (zwart) en een verbrede spectraallijn (rood).

c Leg uit waarom de piek bij de verbrede lijn minder hoog is.



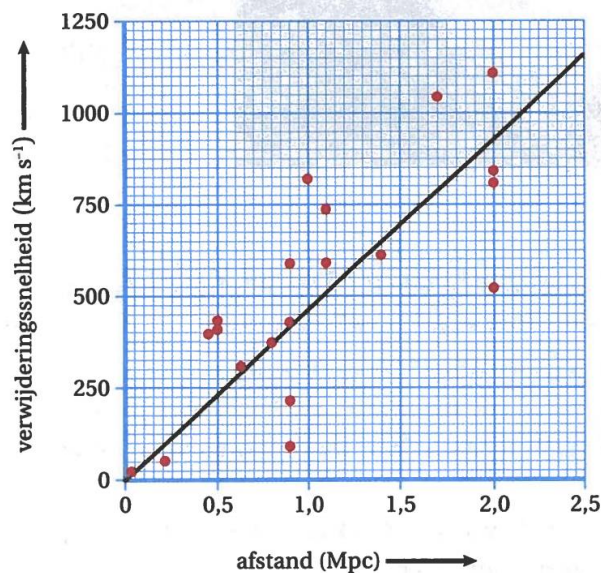
Figuur 12.36

- 25 De snelheid waarmee een sterrenstelsel van de aarde af beweegt, neemt toe als de afstand tot het sterrenstelsel groter wordt. Dit verband staat bekend als de wet van Hubble:

$$v = H_0 \cdot d$$

- v is de snelheid waarmee het sterrenstelsel zich van ons verwijdt in km s^{-1} .
- H_0 is de Hubbleconstante, uitgedrukt in Mpc^{-1} .
- d is de afstand tot de aarde in Mpc.

- a Toon aan dat 1 Mpc (megaparsec) gelijk is aan 3,26 miljoen lichtjaar.



Figuur 12.37

Figuur 12.37 geeft het verband tussen de afstand tot de aarde en de snelheid waarmee het stelsel van ons vandaan beweegt. Deze figuur is gebaseerd op de metingen van Hubble in 1929.

- b Bereken de waarde van H_0 die uit figuur 12.37 volgt.

De waarde $\frac{1}{H_0}$ heeft dus de dimensie tijd en noem je de Hubbletijd t_H . De tijd t_H zou de leeftijd van het heelal zijn.

- c Leg dit uit met behulp van figuur 12.37.

In 2001 is de waarde van de Hubbleconstante bepaald op $72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

- d Bereken op basis van deze waarde de leeftijd van het heelal in miljarden jaren.

26 Een sterrenstelsel laat een roodverschuiving zien. De lijn bij 656 nm wordt waargenomen bij 662 nm.

a Bereken de radiale snelheid van dit sterrenstelsel.

De grootte van de rood- of blauwverschuiving wordt vaak uitgedrukt in de waarde z . Hiervoor geldt:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \quad \text{met} \quad \Delta\lambda = \lambda_{\text{waargenomen}} - \lambda_{\text{uitgezonden}}$$

- z is de relatieve verandering van de golflengte.
- $\Delta\lambda$ is het verschil in golflengte in m.
- λ is de oorspronkelijke uitgezonden golflengte in m.

b Leg uit dat z zowel positief als negatief kan zijn.

De Andromedanevel bevindt zich op een afstand van 2,5 miljoen lichtjaar van de aarde en heeft een waarde $z = -0,00042$.

c Toon aan dat de Andromedanevel naar de aarde toe beweegt met een snelheid van 126 km s^{-1} .

d Bereken over hoeveel jaar de Andromedanevel de aarde heeft bereikt.

Een quasar is een actief centrum van een sterrenstelsel met een zeer hoge helderheid. Het gaat om een superzwaar zwart gat in het centrum van een sterrenstelsel, waarvan de omringende schijf met materie licht en straling uitzendt wanneer deze naar het zwarte gat wordt getrokken. Quasars staan op enorme afstanden van de aarde (tot 13 miljard lichtjaar) en bewegen daardoor met grote snelheden van ons af. Eén van de quasars die zeer ver van ons afstaat, heeft een roodverschuiving van $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 6,4$. Gebruik je de formule $v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$ dan zou de snelheid van de quasar 6,4 maal de lichtsnelheid c zijn en dat is volgens Einstein onmogelijk. Bij snelheden in de buurt van de lichtsnelheid volgt uit Einsteins relativiteitstheorie de volgende dopplerformule:

$$v = c \cdot \frac{(z + 1)^2 - 1}{(z + 1)^2 + 1}$$

e Bereken met de formule van Einstein de snelheid van de quasar.

f Laat zien dat voor kleine snelheden deze formule weer geschreven kan worden als: $v = z \cdot c$. Tip: gebruik de wetenschap dat als $v < c$ dan is $\Delta\lambda < \lambda$.

Oefenen B

Oefen met hoofdstuk 12

12.5 Afsluiting

Samenvatting

De straling afkomstig van de zon en andere sterren behoort tot het elektromagnetisch spectrum. Naast zichtbaar licht worden onder andere uv-straling, infraroodstraling en röntgenstraling uitgezonden.

De hoeveelheid straling die het oppervlak van een ster per seconde uitzendt, heet het uitgezonden vermogen of de lichtsterkte.

De wet van Stefan-Boltzmann geeft aan hoe het uitgezonden vermogen van een ster afhangt van de temperatuur en de oppervlakte. De straling wordt uitgezonden in alle richtingen. Hierbij neemt het stralingsvermogen per vierkante meter af volgens de kwadratenwet.

Het stralingsvermogen per vierkante meter heet de intensiteit.

De intensiteit van de straling die een ster uitzendt, volgt uit de oppervlakte onder de planckkromme.

De golflengte met de grootste stralingspiek is volgens de wet van Wien een maat voor de oppervlaktetemperatuur.

Binnen de astrofysica worden veel eenheden gebaseerd op maten van de zon.

De astronomische eenheid (AE) is gelijk aan de gemiddelde afstand van de aarde tot de zon.

Grote afstanden in het heelal kun je behalve in de astronomische eenheid ook uitdrukken in de eenheid lichtjaar. Dit is de afstand die elektromagnetische straling en dus ook het licht in een jaar aflegt.

Sterren hebben een levenscyclus waarin ze verschillende stadia doorlopen. Uit samenklontering van gassen ontstaat eerst een protoster. Tijdens deze gravitatiecontractie nemen de temperatuur en de dichtheid zodanig toe dat kernfusies optreden.

Bij de kernfusies in de zon wordt in een aantal stappen waterstof omgezet in helium. Bij dit proces wordt een deel van de massa omgezet in energie. Hierdoor blijft de temperatuur hoog, ondanks het feit dat de zon grote hoeveelheden energie uitstraalt.

Het verdere verloop van de levenscyclus van een ster hangt af van zijn massa.

Een lichte ster zoals de zon verandert na miljarden jaren in een rode reus en eindigt uiteindelijk als witte dwerg.

Een zware ster eindigt via superreus en supernova uiteindelijk als neutronenster of zwart gat.

In een Hertzsprung-Russell-diagram zijn sterren geordend op basis van grootte, temperatuur en lichtsterkte.

Spectraalanalyse van het licht geeft informatie over de eigenschappen van een ster. Een gloeiend voorwerp zoals een ster geeft een continu spectrum dat alle kleuren bevat. Gaat het licht eerst door een gas, dan neem je een absorptiespectrum met zwarte lijnen waar.

Het absorptiespectrum van een element is 'het omgekeerde' van het emissiespectrum van dat element. De golflengten die horen bij deze lijnen zijn uniek voor het element waaruit een gas bestaat.

Het spectrum van een element ontstaat wanneer elektronen in een atoom van het ene energieniveau overgaan naar het andere. Het laagste energieniveau heet de grondtoestand. Andere mogelijke energieniveaus noem je aangeslagen toestanden.

De lijnen in de spectra verschuiven doordat sterren bewegen. Dit verschijnsel heet het dopplereffect. De grootte van de rood- of blauwverschuiving is een maat voor de radiale snelheid van een ster.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk zijn besproken, staan hieronder bij elkaar.

intensiteit volgens kwadratenwet	$I = \frac{P_{\text{bron}}}{A} = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi r^2}$
wet van Wien	$\lambda_{\text{max}} \cdot T = k_{\text{w}}$
wet van Stefan-Boltzmann	$P_{\text{bron}} = \sigma \cdot A \cdot T^4$
energie spectraallijn	$E_{\text{f}} = E_{\text{m}} - E_{\text{n}} $
energie waterstofatoom	$E_{\text{n}} = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (in eV)}$
dopplerverschuiving	$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$

Deze formules staan in BINAS in de tabellen 35 E1 en E2.

In BINAS staan gegevens die horen bij dit hoofdstuk in verschillende tabellen.

Het gaat hierbij om de tabellen 5, 7, 19, 21, 22, 25, 31, 32 en 33.

Opgaven

- 27 De helderste ster in het sterrenbeeld Cygnus (Zwaan) staat op een afstand van 1412 lichtjaar van de aarde.

De intensiteit van de straling van deze ster op aarde is $9,9 \cdot 10^{-9} \text{ W m}^{-2}$.

Voor de golflengte waarbij de meeste straling wordt uitgezonden geldt $\lambda_{\text{max}} = 333 \text{ nm}$.

De spectraallijn van waterstof, met een energie van 1,14 eV, vertoont een roodverschuiving van 0,0178 nm.

- Leg uit tot welk gebied van het elektromagnetische spectrum straling met een golflengte van 305 nm behoort.
- Toon aan dat de temperatuur van de ster $8,7 \cdot 10^3 \text{ K}$ is.
- Bereken de snelheid waarmee de ster zich van de aarde verwijdt.

Sterren waarvan de orde van grootte van de straal honderd keer groter is dan die van de straal van de aarde noem je superreuzen. Dat een ster een superreus is, kun je op twee manieren afleiden.

De eerste manier is door de plaats van de ster in het HR-diagram in BINAS tabel 33 te bepalen.

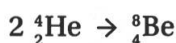
- Laat dat zien.

De tweede manier is door de straal van de ster te berekenen en te vergelijken met de straal van de aarde.

- Toon dat aan. Voer daartoe eerst de volgende opdrachten uit:
 - Toon aan dat het uitgestraalde vermogen van de ster $2,22 \cdot 10^{31} \text{ W}$ is.
 - Toon aan dat de straal van deze ster $7,4 \cdot 10^{10} \text{ m}$ is.

Nadat in een superreus alle waterstof is omgezet in helium, stijgt de temperatuur door gravitatiecontractie. De ster krimpt door zijn eigen zwaartekracht waardoor veel warmte vrijkomt. De temperatuur wordt zo hoog dat er kernfusies mogelijk zijn waarbij zwaardere kernen ontstaan.

De volgende twee fusiereacties kunnen plaatsvinden.



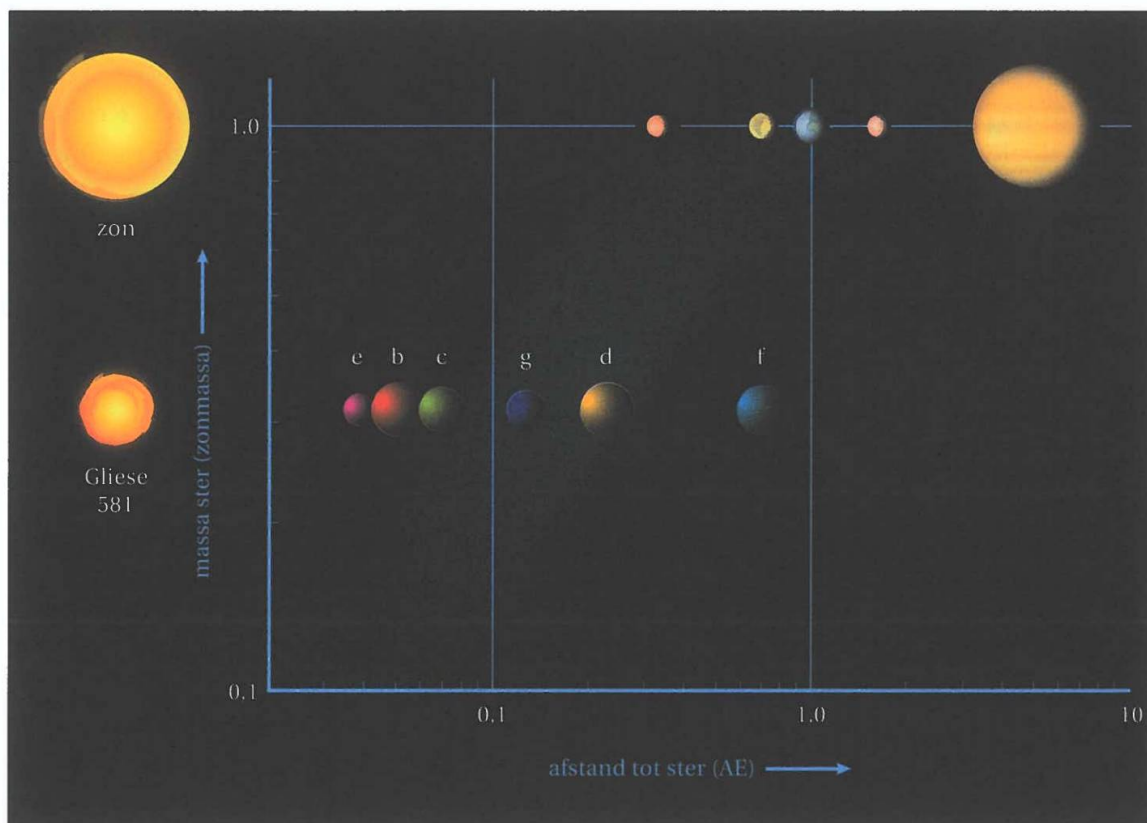
In BINAS tabel 25 zie je aan de kolom met halveringstijden dat ${}^8_4\text{Be}$ zeer instabiel is en ${}^{12}_6\text{C}$ zeer stabiel.

- Geef hiervoor een verklaring met andere gegevens in BINAS tabel 25.

- **hulpblad** 28 Gliese 581 is een zwakke ster die je met het blote oog niet kunt zien. De massa van Gliese 581 is 0,33 zonmassa's en de lichtsterkte is 0,013 keer de lichtsterkte van de zon. De effectieve temperatuur van Gliese 581 is $3,5 \cdot 10^3 \text{ K}$.

- Leg uit dat Gliese 581 een rode dwerg is.

Rond Gliese 581 zijn exoplaneten ontdekt, genaamd Gliese b, c en verder. Nog niet van alle planeten is het bestaan bevestigd, maar een aantal liggen waarschijnlijk binnen de leefbare zone van Gliese 581. Dit is het gebied rond een ster waar de temperatuur op een planeet geschikt is voor leven. In figuur 12.38 is de leefbare zone van de zon en van Gliese 581 weergegeven met een lichtblauwe kleur.



Figuur 12.38

b Geef aan welke planeten rond de zon in de leefbare zone vallen.

De afstand van de leefbare zone tot Gliese 581 is kleiner dan die tot de zon.

c Leg uit waarom.

De intensiteit van de ontvangen straling op planeet Gliese 581 c is twee keer de intensiteit van de zon op aarde.

d Toon dit aan met figuur 12.38.

Stel dat er op Gliese 581 c water aanwezig is.

e Is het water dan als ijs of als waterdamp aanwezig? Licht je antwoord toe.

Op 9 oktober 2008 is er een radiosignaal naar Gliese 581 c gestuurd. De afstand vanaf de aarde tot Gliese 581 c bedraagt $1,92 \cdot 10^{17}$ m. Als er leven is op Gliese 581 c, wordt er misschien een signaal teruggezonden.

f Bereken in welk jaar het theoretisch mogelijk is om een antwoordsignaal te ontvangen.



Maak de zelftoetsen

Checklist voor begrippen en leerdoelen

Hierna vind je een overzicht van de begrippen en leerdoelen per paragraaf. Kruis de leerdoelen aan waarvan jij vindt dat je ze nu beheerst. Bij de leerdoelen die je nog niet helemaal beheerst noteer je de acties die je gaat ondernemen om het leerdoel alsnog te kunnen behalen.

Paragraaf 1 Straling van sterren

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: lichtsnelheid, stralingsvermogen (of lichtsterkte), kwadratenwet, stralingsintensiteit, astronomische eenheid, lichtjaar, stralingsspectrum, planckkromme, wet van Wien, wet van Stefan-Boltzmann	☐	
uitleggen dat het door een ster uitgezonden stralingsvermogen zich verspreidt over een boloppervlak	☐	
een afstand in het heelal omrekenen van meter (m) naar astronomische eenheid (AE) of lichtjaar (lj) en omgekeerd	☐	
uitleggen hoe het stralingsspectrum van een ster afhangt van de temperatuur van het steroppervlak, en wat dat betekent voor de kleur van de ster	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de intensiteit, met de wet van Wien en de wet van Stefan-Boltzmann: $I = \frac{P_{\text{bron}}}{A} = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi r^2}, \lambda_{\text{max}} \cdot T = k_{\text{W}} \text{ en } P_{\text{bron}} = \sigma \cdot A \cdot T^4$	☐	

Paragraaf 2 Sterren classificeren

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: gravitatiecontractie, protoster, rode reus, witte dwerg, superreus, supernova, neutronenster, zwart gat, Hertzsprung-Russelldiagram (of HR-diagram), hoofdreeks	☐	
het ontstaan en de evolutie van een ster beschrijven, afhankelijk van de massa van de ster	☐	
het massadefect berekenen en uitleggen of bij een kernfusie energie vrijkomt of energie wordt opgenomen	☐	

met het HR-diagram een gegeven ster classificeren als hoofdreeksster, reus, superreus of witte dwerg	☐	
uit het HR-diagram bepalen hoe groot het stralingsvermogen, de oppervlaktetemperatuur en de straal van een ster zijn	☐	
rekenen en redeneren met de formule van Einstein: $E = m \cdot c^2$	☐	

Paragraaf 3 Spectraalanalyse

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: spectrum, emissiespectrum, continu spectrum, lijnenspectrum, absorptiespectrum, spectraalanalyse, fraunhoferlijn, atoommodel van Bohr, energieniveau, energieniveauschema, ionisatie-energie, grondtoestand, aangeslagen toestand	☐	
uitleggen waardoor het spectrum van de door een ster uitgezonden straling een continu spectrum is	☐	
beschrijven hoe het emissie- en absorptiespectrum van een gas ontstaan	☐	
uitleggen hoe uit het spectrum van een ster of gaswolk te bepalen is welke atoomsoorten in de buitenste lagen van de ster of in de gaswolk aanwezig zijn	☐	
met het atoommodel van Bohr uitleggen wat er in het atoom gebeurt bij de absorptie en emissie van een foton	☐	
uit het energieniveauschema van een atoom afleiden hoe het lijnenspectrum van de uitgezonden straling eruitziet	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de fotonenergie bij een energieniveau-overgang en de energieniveaus van het waterstofatoom: $E_f = E_m - E_n $ en $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$	☐	

Paragraaf 4 Bewegende sterren

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: dopplereffect, roodverschuiving, blauwverschuiving, radiale snelheid	☐	
uitleggen waarom de golflengte van de uitgezonden straling kleiner is als de bron naar je toe beweegt en groter is als de bron van je af beweegt (vergeleken met de golflengte van die straling als de bron stilstaat)	☐	
uitleggen wat de rood- of blauwverschuiving in het spectrum betekent voor de richting van de radiale snelheid van de ster	☐	
met voorbeelden toelichten dat met spectraalanalyse eigenschappen van sterren bepaald kunnen worden	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de dopplerverschuiving: $\nu = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$	☐	

13 Quantumwereld



Onze huizen worden smart met intelligente technieken voor energievoorziening, beveiliging en bediening. Denk aan zonnepanelen, sensoren, leds en lasers. Gegevens worden verwerkt met computers en smartphones. Deze moderne apparaten hebben gemeen dat ze gebruik maken van de quantumtheorie, die na 1900 opkwam en ons inzicht in het gedrag van licht en materie grondig heeft veranderd. In dit hoofdstuk lees je meer over de bijzondere eigenschappen van licht en elektronen en hoe die eigenschappen worden toegepast in de digitale technieken.

Een lasersnijder snijdt met behulp van licht de letters nauwkeurig uit. Laserlicht is een vorm van licht met bijzondere toepassingen. Wat is licht, en hoe maak je het zo sterk dat je ermee kunt snijden?



Figuur 13.1

13.1 Licht als golf

Modellen van licht



Start

Maak de startvragen

In de zeventiende eeuw waren er twee theorieën over licht:

- **Het deeltjesmodel van Newton**
Newton stelde dat licht uit een stroom deeltjes bestaat. Volgens deze opvatting zendt een lichtbron voortdurend 'lichtdeeltjes' uit en zijn lichtstralen de banen van die deeltjes.
- **Het golfmodel van Huygens**
Huygens stelde dat licht bestaat uit trillingen die zich zeer snel voortplanten. Licht zou dan een golfverschijnsel zijn, net als geluid of golven in het water.

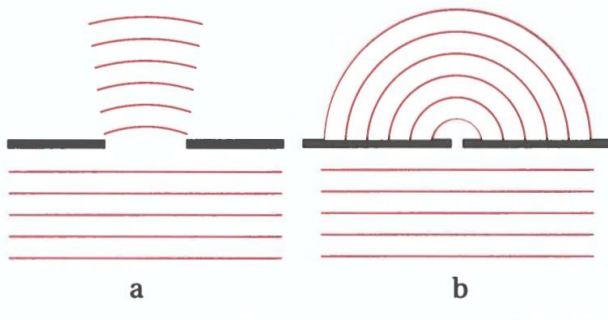
Om onderscheid tussen deze theorieën te maken, heb je verschijnselen nodig die het ene model wel kan verklaren, en het andere niet. In deze paragraaf lees je dat licht gedrag vertoont dat kenmerkend is voor golven, en hoe je dat gedrag kunt waarnemen.

Diffractie bij een spleet

Als je een steen in het water gooit, gaat het water op die plek op en neer bewegen. Vanuit dit punt ontstaat een **cirkelvormige golf** die zich in alle richtingen uitbreidt. Zo'n trillend punt noem je een **puntbron**.

Een ander type golf is de **vlakke golf**. Dat is een golf waarbij de golfbergen en golfdalen evenwijdig aan elkaar in één richting bewegen.

Laat je een vlakke golf op een kleine opening vallen, dan zie je dat de golf na de opening breder is dan de opening zelf. Zie figuur 13.2. Dit verschijnsel heet **diffractie** en komt voor bij alle soorten golven. Een ander woord voor diffractie is **buiging**.



Figuur 13.2

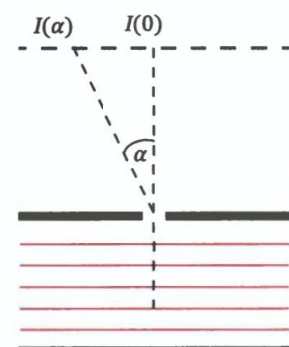
Vallen vlakke watergolven op een spleet die tien keer zo breed is als de golflengte van de golf, dan is de vlakke golf direct na het passeren van de opening vrijwel even breed als de spleet, en een stukje verder is de vlakke golf iets breder dan de spleet. Zie figuur 13.2a.

Komt een vlakke golf aan bij een spleet smaller dan één golflengte, dan kan de trilling alleen op de plek van de opening worden doorgegeven. De opening gedraagt zich daardoor als een puntbron. De vlakke golf breidt zich vanuit de opening als een cirkelvormige golf uit in alle richtingen. Zie figuur 13.2b.

Intensiteit van licht bij diffractie

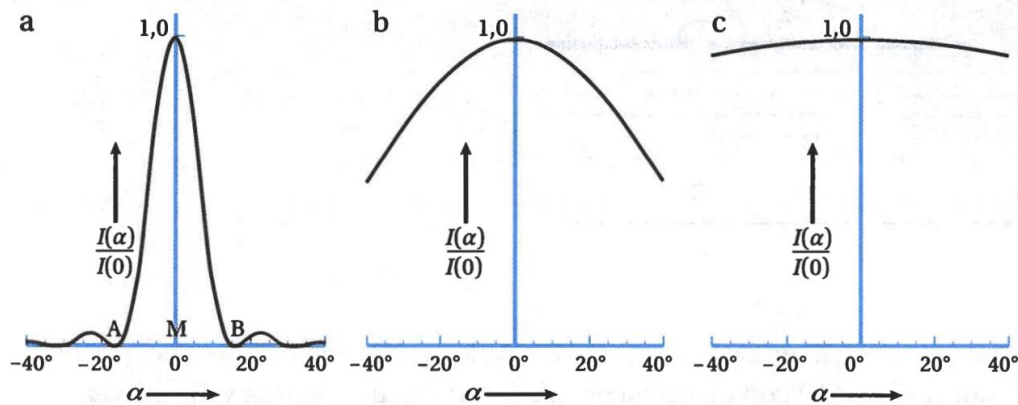
Als licht zich gedraagt als een golf, moet dat zichtbaar zijn aan de variaties in de intensiteit van het licht. Laat je licht op een spleet vallen, dan zie je voorbij de spleet inderdaad verschillen in intensiteit.

De intensiteit van het licht achter de spleet hangt af van de plaats ten opzichte van de spleet. De intensiteit van het licht is het grootst recht achter de spleet, dus bij $\alpha = 0^\circ$. Zie figuur 13.3. Deze intensiteit heeft symbool $I(0)$. De intensiteit bij een bepaalde hoek heeft symbool $I(\alpha)$. Om de verandering in intensiteit bij verschillende spleetbreedtes gemakkelijker met elkaar te kunnen vergelijken, bepaal je de relatieve intensiteit $\frac{I(\alpha)}{I(0)}$.



Figuur 13.3

In figuur 13.4 zie je voor drie spleetbreedtes de grafiek van de relatieve intensiteit als functie van hoek α . Figuur 13.4a hoort bij een spleet met een breedte die tien keer zo groot is als de golflengte. Er treedt nauwelijks diffractie op. Het meeste licht gaat rechtdoor en komt in het midden terecht tussen A en B. Bij A en B is de intensiteit nul. Je ziet dat links van A en rechts van B ook nog een beetje licht komt.



Figuur 13.4

In 13.4b is de breedte van de spleet ongeveer gelijk aan de golflengte. Dan is de middelste piek breder. Er treedt meer diffractie op.

Figuur 13.4c geldt voor een spleet die smaller is dan de golflengte. Je ziet dat de relatieve intensiteit zeer geleidelijk verandert. De diffractie is maximaal.

De mate van diffractie hangt dus af van de verhouding tussen golflengte en spleetbreedte. Omdat licht een zeer kleine golflengte heeft, bleef lang onduidelijk dat licht een golfverschijnsel is.

Voorbeeld 1 Diffractie bij een deuropening

Je staat bij een deuropening. Net om de hoek staat iemand die je niet kunt zien, maar als hij spreekt kun je hem wel horen.

Leg uit hoe dat kan. Maak een schatting van de orde van grootte van een deuropening, en gebruik daarbij de orde van grootte van de frequenties van hoorbaar geluid en zichtbaar licht.

Uitwerking

Een deuropening heeft een ordegrootte van 1 meter. De geluidssnelheid is 340 m s^{-1} .

De orde van grootte van de frequentie van hoorbaar geluid is 10^2 tot 10^4 Hz .

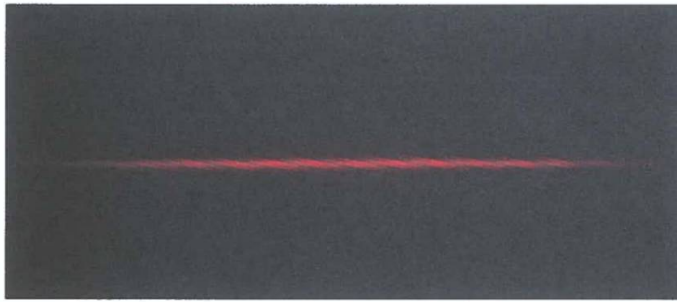
Uit $v = f \cdot \lambda$ volgt dat de golflengte 0,034 tot 3,4 m is.

Voor zichtbaar licht is de orde van grootte van de frequentie 10^{14} Hz en de golfsnelheid is $3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$. De orde van grootte van de golflengte is dan 10^{-6} m .

Voor geluid is een deuropening dus enkele golflengtes tot minder dan één golflengte breed. Daardoor is er voldoende diffractie en hoor je geluid om de hoek.

Voor zichtbaar licht is een deuropening miljoenen golflengtes breed. Dan is de diffractie verwaarloosbaar.

Valt het rode licht van een laser op een spleet van ongeveer $1\text{ }\mu\text{m}$, dan zie je het schermbeeld van figuur 13.5.



Figuur 13.5

Je ziet een brede lichtvlek, waarvan de intensiteit zeer geleidelijk verandert. Er is dus veel diffractie. De breedte van de spleet heeft dus dezelfde orde grootte als de golflengte van het rode licht van de laser: $650\text{ nm} = 0,650\text{ }\mu\text{m}$.

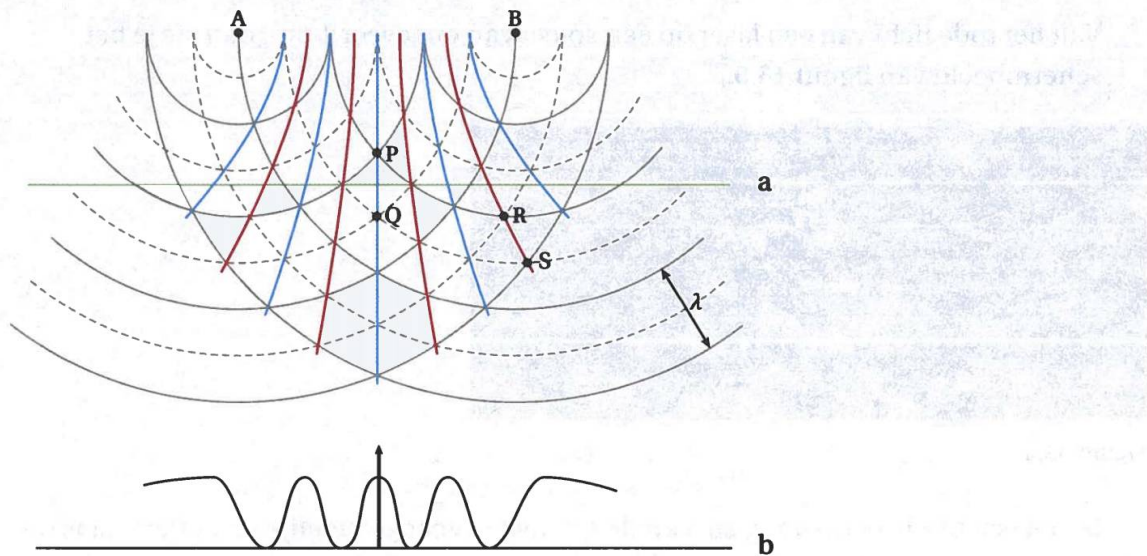
Buigingsverschijnselen treden niet alleen op bij een opening. Ook als een golf op een obstakel valt, treedt diffractie op. Is de breedte van het obstakel hoogstens één golflengte, dan buigt de golf om het obstakel heen. Er treedt volledige diffractie op. Is de breedte van het obstakel tien keer de golflengte, dan zie je achter het obstakel nauwelijks diffractie en komen daar geen golven (bij licht: is het daar donker).

Interferentie, knooplijnen en buiklijnen

Hoewel in de 17^e eeuw al werd ontdekt dat bij licht diffractie optreedt, waren de voorstanders van het deeltjesmodel van licht niet overtuigd. Dat veranderde pas toen werd ontdekt dat licht ook interferentie vertoont.

In het hoofdstuk *Trillingen en golven* is interferentie van geluid besproken. Lopen twee geluidsgolven met dezelfde frequentie en amplitude door elkaar, dan ontstaan knopen en buiken. Dit verschijnsel kun je onderzoeken met twee luidsprekers aangesloten op een toongenerator.

In figuur 13.6a is een momentopname van deze situatie getekend. A en B stellen twee bronnen voor die cirkelvormige geluidsgolven uitzenden. De zwarte cirkels om A en B stellen de maxima van de verdichtingen voor. De afstand tussen twee van deze cirkels is één golflengte. De gestreepte cirkels zijn de minima van de verdunningen op een afstand van een halve golflengte van de doorgetrokken cirkels. Het gereduceerde faseverschil tussen een gestreepte cirkel en een zwarte cirkel is dus steeds 0,5. Aan het patroon van doorgetrokken en gestreepte cirkels zie je dat de bronnen A en B in fase trillen.



Figuur 13.6

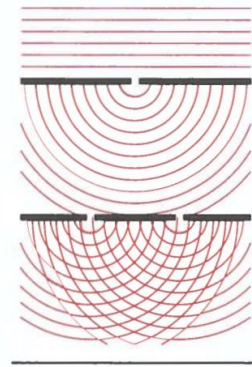
Op het getekende moment in figuur 13.6a is in punt P zowel uit bron A als uit B een golf aangekomen. Het verschil in weglengte is $P_A - P_B = 0$. Omdat A en B in fase trillen, zijn ook de golven die in P arriveren in fase. Er ontstaat dus een buik in P. Ook voor het punt Q geldt $Q_A - Q_B = 0$, en dus arriveren ook hier de golven in fase, en is er een buik. Op alle punten op de blauwe lijn door P en Q geldt dat de golven in fase arriveren, en dat er een buik wordt gevormd. Zo'n lijn noem je een **buiklijn**. Op een buiklijn versterken de golven elkaar maximaal.

Ook in punt R komen golven uit A en B aan. Door de doorgetrokken lijnen en gestreepte lijnen in de tekening te tellen, zie je dat $R_A = 3,5\lambda$ en $R_B = 2\lambda$. Voor het weglengteverschil geldt $R_A - R_B = 1,5\lambda$. Als in R een maximum uit A arriveert, dan arriveert tegelijkertijd een minimum uit B, en omgekeerd. De golven uit A en B werken elkaar steeds tegen, ze zijn in tegenfase. Ook in punt S is dat zo. In de punten R en S ontstaat een knoop. De rode lijn door R en S bestaat uit knopen, en die lijn noem je een **knooplijn**. Op een knooplijn doven de golven elkaar bijna volledig uit. Alle blauwe lijnen in figuur 13.6a zijn buiklijnen en alle rode lijnen zijn knooplijnen. Loop je langs de groene lijn, dan varieert de amplitude. Passeer je een knoop, dan is de amplitude minimaal, bij een buik is de amplitude maximaal. Daardoor hoor je het geluid afwisselend zachter en harder worden. Figuur 13.6b toont de intensiteit van de golven op de groene lijn.

Proef van Young

Voor constructieve en destructieve interferentie is het essentieel dat de twee bronnen dezelfde frequentie en amplitude hebben, en een vast faseverschil. Dit is lastig te realiseren met lichtbronnen.

In 1805 kwam de Engelsman Thomas Young met een oplossing. Zie figuur 13.7. Eerst liet hij licht op één smalle spleet vallen, waarna het door diffractie uitwaaiert. Dit licht liet hij vervolgens op twee smalle spleten vallen die even ver van de eerste spleet afliggen. Deze spleten dienen op hun beurt weer als puntbronnen. Licht uit deze twee spleten is uit één oorspronkelijke bron afkomstig en heeft dus dezelfde frequentie, amplitude en faseverschil. Achter de dubbele spleet ontstaan daardoor op dezelfde manier als in figuur 13.6 knoop- en buiklijnen.

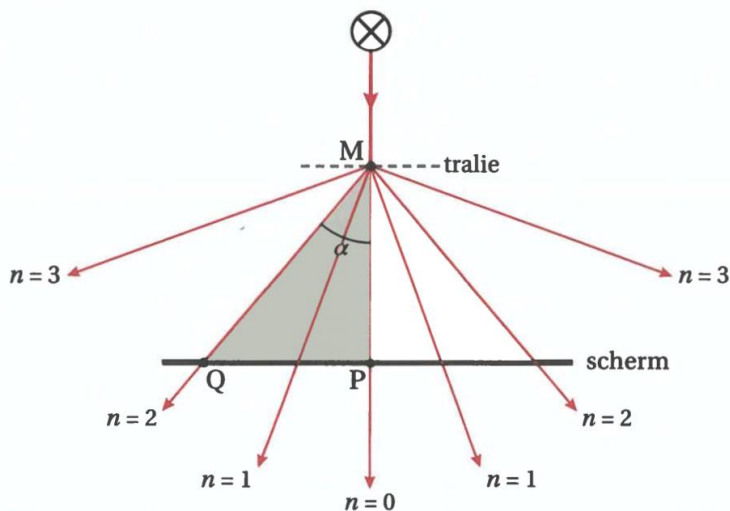


Figuur 13.7

Tralie

Young gebruikte een dubbele spleet. Bij praktische toepassingen van interferentie van licht gebruik je meestal een **tralie**. Hierin zitten niet twee, maar heel veel spleten op regelmatige afstand. De afstand tussen twee aangrenzende spleten heet de **tralieconstante** d . Bij een tralie wordt meestal gesproken over lijnen in plaats van spleten. Bij de info over een tralie staat dan het aantal lijnen per mm. Hiermee bereken je de afstand tussen twee lijnen en dus tussen twee spleten.

Laat je het rode licht van een laser via een tralie op een scherm vallen, dan zie je op het scherm slechts op bepaalde plaatsen een rode stip. Op die plaatsen ontstaan dus maxima en is er constructieve interferentie. Op alle andere plaatsen is er destructieve interferentie. In figuur 13.8 zie je een schematisch bovenaanzicht.



Figuur 13.8

Het licht dat op de tralie valt gaat dus verder langs buiklijnen. Het rechtdoorgaande licht volgt de buiklijn, aangeduid met $n = 0$. Dit noem je het licht van de nulde orde. Aan beide kanten van de nulde orde komt licht van de eerste orde, aangeduid met $n = 1$. Weer verder naar buiten loopt aan beide kanten licht van de tweede orde, aangeduid met $n = 2$. De bijbehorende hoek α is de hoek tussen het rechtdoorgaande licht en het licht van de tweede orde. Zie het grijze vlak in figuur 13.8.

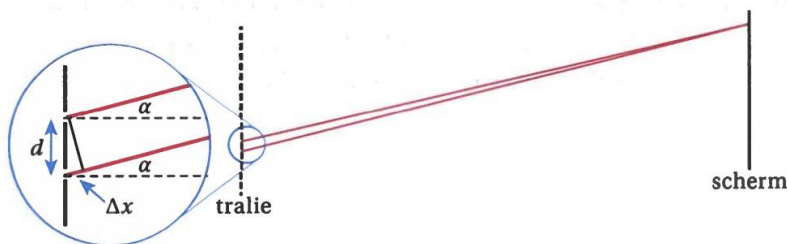
Hoe groter de tralieconstante, des te kleiner is hoek α . Hoek α is ook kleiner als de golflengte kleiner is. De formule voor de **maxima van een tralie** geeft het verband tussen hoek α en de golflengte λ van het licht. Er geldt:

$$d \cdot \sin(\alpha) = n \cdot \lambda$$

- d is de tralieconstante in m.
- α is de hoek tussen het afgebogen licht en het rechtdoorgaande licht.
- n is een geheel getal (0, 1, 2, 3, ...).
- λ is de golflengte in m.

In opgave 6 leid je af dat bij een tralie alleen smalle maxima op het scherm te zien zijn en dat op andere plaatsen destructieve interferentie optreedt.

De formule voor de maxima van een tralie leid je als volgt af. Zie figuur 13.9. Je ziet twee lichtstralen die door twee aangrenzende spleten worden afgebogen. Op het scherm komen deze lichtstralen samen en interfereren ze. Het faseverschil komt door het weglengteverschil tussen de twee lichtstralen. Omdat de afstand tot het scherm veel groter is dan de afstand tussen de spleten, is de hoek die de lichtstralen maken met de normaal voor beide spleten nagenoeg gelijk, zie de uitvergroting aan de linkerkant in figuur 13.9.



Figuur 13.9

Om het weglengteverschil Δx aan te geven, trek je een loodlijn van de bovenste spleet naar de lichtstraal uit de onderste spleet. Zo ontstaat een rechthoekige driehoek met tophoek α . Er geldt: $\sin(\alpha) = \frac{\Delta x}{d}$. Voor maxima is constructieve interferentie nodig en die treedt op als $\Delta x = n \cdot \lambda$, met n een geheel getal.

Uit $\sin(\alpha) = \frac{\Delta x}{d}$ en $\Delta x = n \cdot \lambda$ volgt de formule voor de maxima van een tralie.

Voorbeeld 2 Golflengte bepalen met een tralie

De tralie in figuur 13.8 heeft 535 lijnen per mm. De afstand van de tralie tot het scherm is 1,75 m. De afstand PQ bedraagt 1,61 m.

Bepaal de golflengte van het gebruikte licht.

Uitwerking

$$d \cdot \sin(\alpha) = n \cdot \lambda$$

De tralieconstante bereken je uit het aantal lijnen per mm = 10^{-3} m.

Er zijn 535 lijnen per mm. Dus $d = \frac{10^{-3}}{535} = 1,869 \cdot 10^{-6}$ m.

Hoek α bereken je uit de afstand PQ en de afstand tussen de tralie en het scherm.

$$\tan(\alpha) = \frac{PQ}{MP} = \frac{1,61}{1,75}$$

Hieruit volgt $\alpha = 42,61^\circ$.

De waarde van n bepaal je uit figuur 13.8.

Bij de afstand PQ hoort $n = 2$.

Invullen levert: $1,869 \cdot 10^{-6} \cdot \sin(42,61) = 2 \cdot \lambda$.

$$\lambda = 6,326 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

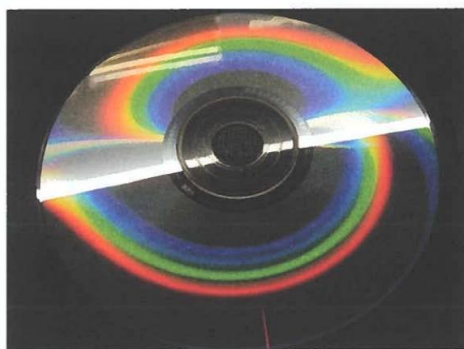
Afgerond: $\lambda = 6,33 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.

DiffRACTIE en interferentie om ons heen

Licht en geluid zijn beide golfverschijnselen. De golflengte van geluid varieert van enkele centimeters tot enkele meters. De golflengte van zichtbaar licht ligt rond de 550 nm. In voorbeeld 1 heb je gezien dat geluid eenvoudig om alledaagse voorwerpen buigt, en licht nauwelijks. Zijn de obstakels kleiner dan de golflengte van het licht, dan vertoont ook licht diffractie. Daardoor kun je met een lichtmicroscop geen voorwerpen zien die veel kleiner zijn dan de golflengte van licht. Al is de vergroting nog zo sterk, het licht buigt in alle richtingen om het voorwerp en geeft dus geen (duidelijk) beeld.

Als je wit licht op een cd laat vallen, zie je allerlei kleuren. In figuur 13.10 zie je het witte tl-licht en tegelijkertijd de kleuren waaruit het tl-licht is opgebouwd.

Een cd is gemaakt van spiegellend materiaal. De informatie op een cd is vastgelegd in kleine putjes die in een spiraalvorm op de cd liggen. De afstand tussen de windingen van de spiraal is steeds gelijk. Daardoor vormen ze een tralie. Door de tralie vertoont het teruggekaatste licht diffractie en interferentie. De richting waarin de maxima liggen hangt af van de golflengte, en dus van de kleur. Daardoor zie je in verschillende richtingen allerlei kleuren van het licht.



Figuur 13.10

De informatie op een cd wordt afgelezen met een laser. In een laser wordt met behulp van interferentie licht van één golflengte gemaakt en versterkt. Bij het aflezen van de cd is vooral van belang dat het licht van de laser slechts één frequentie heeft. De versterking van het licht bij een laser geeft weer andere toepassingen, zoals een lasersnijder.

Opgaven

- 1 Verklaar de volgende verschijnselen:
 - a In een dal tussen hoge bergen komt een radio-uitzending op de korte golf slecht door als de zendmast in een ander dal staat. Uitzendingen op de lange en middengolf van die zendmast zijn veel beter te ontvangen.
 - b Bij een openluchtconcert draagt het geluid heel ver. Op grote afstand hoor je echter vooral de lage tonen.
 - c Voor onderzoek aan de structuur van kristallen wordt röntgenstraling gebruikt. Zichtbaar licht is hiervoor niet geschikt.

- 2 Jeroen laat een evenwijdige bundel geel licht vallen op een plaatje met twee spleten. Op een wit scherm achter de spleten ziet Jeroen het interferentiepatroon van figuur 13.11. De golflengte van het licht is 589 nm.

- a Leg uit of een spleet breder of smaller is dan 589 nm.
- b Leg uit waarom Jeroen afwisselend gele en witte strepen ziet. Jeroen verandert de afstand tussen de spleten. De gele strepen komen daardoor dichterbij elkaar te liggen.
- c Heeft Jeroen de afstand tussen de spleten groter of kleiner gemaakt? Licht je antwoord toe.

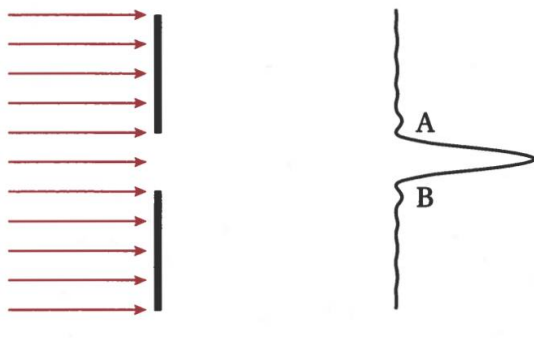
De strepen liggen ook dichterbij elkaar als Jeroen een andere kleur licht gebruikt.

- d Is de golflengte van die kleur licht dan groter of kleiner? Licht je antwoord toe.

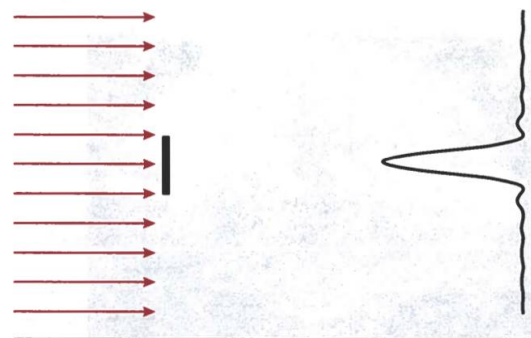


Figuur 13.11

- 3 Een brede evenwijdige bundel licht valt op een spleet. Zie figuur 13.12. De grafiek laat de lichtintensiteit op een scherm achter de spleet zien.



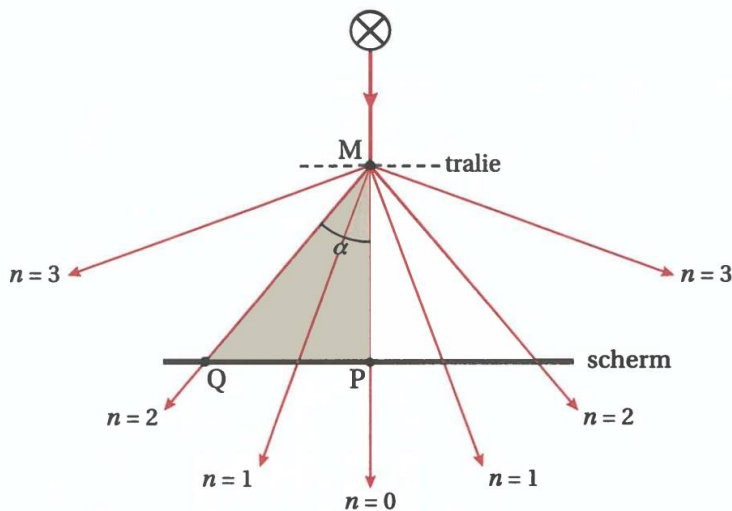
Figuur 13.12



Figuur 13.13

In figuur 13.13 valt dezelfde bundel licht op een voorwerp. Dit voorwerp is precies even breed als de spleet in figuur 13.12. De lichtintensiteit op het scherm in figuur 13.13 is precies omgekeerd aan die in figuur 13.12. Dit heet het principe van Babinet.

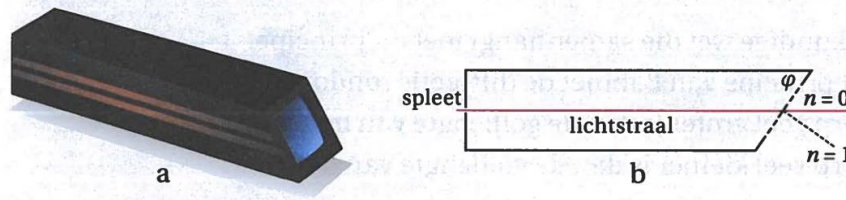
- a Noem de natuurkundige wet die samenhangt met dit principe.
 - b Beschrijf met het principe van Babinet de diffractie rondom een voorwerp:
 - 1 als het voorwerp veel groter is dan de golflengte van het licht;
 - 2 als het voorwerp veel kleiner is dan de golflengte van het licht.
- 4 Annick laat het licht van een neonlaser op een tralie vallen. Ze ziet op het scherm in zeven richtingen rood licht. Dit zijn de plaatsen waar de buiklijnen het scherm raken. Het scherm staat op een afstand van 1,75 m van de tralie. Figuur 13.14 is een schematisch bovenaanzicht.



Figuur 13.14

De golflengte van het licht van de neonlaser is 633 nm. De tralie bestaat uit 500 lijnen per mm.

- a Leg uit waarom er maar in zeven richtingen rood licht te zien is. Laat je een straal wit licht op zo'n tralie vallen, dan zie je in het midden een witte streep. Op de zes andere plaatsen zie je spectra met alle kleuren tussen rood en violet.
 - b Leg uit waarom de streep in het midden wit is en op de andere plaatsen niet. Zowel links als rechts van de witte streep is een volledig spectrum te zien.
 - c Leg uit welke kant van deze spectra het dichtst bij de witte streep ligt: rood of violet. Het spectrum op de plaats $n = 2$ valt gedeeltelijk over het spectrum met $n = 3$.
 - d Leg met de formule voor de maxima van een tralie uit waarom dat zo is. De overlap is kleiner bij een andere tralie.
 - e Heeft deze andere tralie meer of minder lijnen per mm? Licht je antwoord toe.
- 5 Een eenvoudige spectroscop maak je zelf uit een kartonnen doosje met één schuine rand. In figuur 13.15 zie je een foto en een dwarsdoorsnede. Licht uit een lichtbron valt via een spleet naar binnen, en reist door het doosje naar de schuine zijde aan de overkant. Daar zit een venster met traliefolie. Deze traliefolie bevat 1000 lijnen per mm. Door de tralie wordt het licht gebogen en valt het uiteen in een spectrum van verschillende golflengtes. Daarvoor moet je wel in de goede richting kijken.



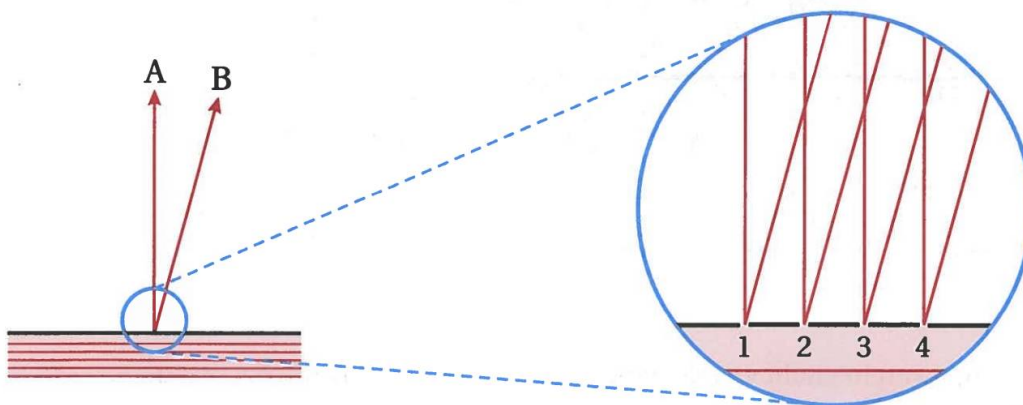
Figuur 13.15

- a Leg uit waarom je in de richting aangegeven met $n = 1$ een spectrum van het licht kunt zien, maar in de richting van $n = 0$ niet.

Loodrecht op de tralie zie je het licht van de eerste orde. In deze richting zie je het midden van het spectrum van zichtbaar licht bij 575 nm.

- b Bereken de hoek φ tussen de bovenzijde van het doosje en de tralie.

- **hulpblad** 6 In een plaat bevinden zich vier spleten op gelijke afstand van elkaar. Op de plaat valt een vlakke golf. Daardoor zijn de golven uit de spleten in fase. Achter de spleten treedt interferentie op tussen de golven uit de vier spleten.



Figuur 13.16

Figuur 13.16 laat de richting zien van de golven die interfereren in de punten A en B. Ligt een punt, in vergelijking met de afstand tussen de spleten, heel ver van de plaat af, dan mag je aannemen dat de golven richting dat punt evenwijdig aan elkaar lopen. Zie de vergroting in figuur 13.16. In werkelijkheid komen telkens vier golven samen in een punt.

- a Leg uit dat de golven in punt A maximaal constructief interfereren.
Voor de 'evenwijdige' golven in de richting van B is het faseverschil tussen de golven van twee naast elkaar gelegen spleten steeds gelijk aan $\frac{1}{4}$.
- b Leg uit dat de golven uit de vier spleten in de richting van B toch maximaal destructief interfereren in punt B.
- c Leg uit dat maximale destructieve interferentie achter de vier spleten ook optreedt als het faseverschil tussen golven uit twee naast elkaar gelegen spleten $\frac{1}{2}$ of $\frac{3}{4}$ is.

In sommige punten treedt alleen maar constructieve interferentie op. In die richtingen ontstaan maxima.

- d Geef aan wat er dan geldt voor het faseverschil tussen de golven uit twee naast elkaar gelegen spleten.

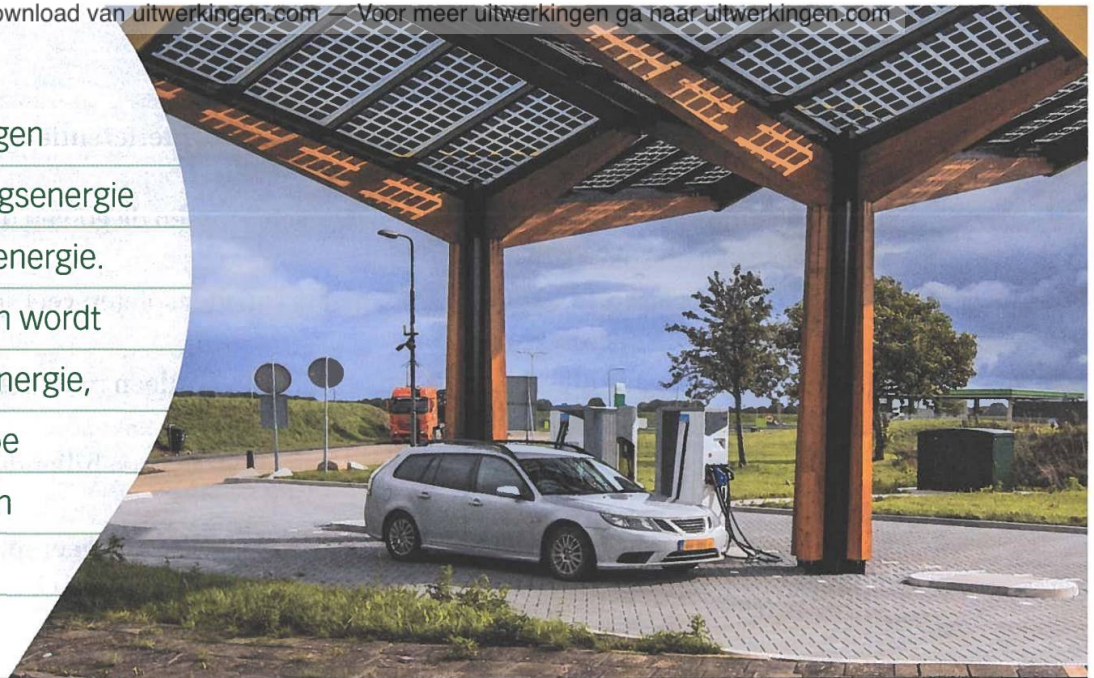
Als je in het interferentie-experiment in plaats van vier spleten veel spleten gebruikt, blijven de maxima op hun plaats.

- e Leg uit dat in de punten tussen de maxima vrijwel alleen maximale destructieve interferentie plaatsvindt.

Laat je wit licht op spleten vallen, dan splitst het licht in verschillende kleuren en ontstaat er een spectrum.

- f Leg uit dat je voor een goed spectrum beter een tralie met veel spleten kunt gebruiken dan een tralie met vier spleten.

Boven dit oplaadpunt liggen zonnepanelen die stralingsenergie omzetten in elektrische energie. Zichtbaar licht van de zon wordt omgezet in elektrische energie, infraroodstraling niet. Hoe verloopt de interactie van licht met elektronen?



Figuur 13.17

13.2 Fotonen

Problemen voor het golfmodel van licht

Nadat Thomas Young had aangetoond dat licht diffractie en interferentie vertoont, waren de meeste natuurkundigen overtuigd dat licht een golfverschijnsel is. In de negentiende eeuw werden echter een aantal ontdekkingen gedaan die niet te verklaren zijn met het golfmodel voor licht. Twee van die ontdekkingen zijn:

- Zichtbaar licht kan elektronen vrijmaken uit materialen, maar infraroodstraling niet.
- Het stralingsspectrum van gasen is een lijnenspectrum.

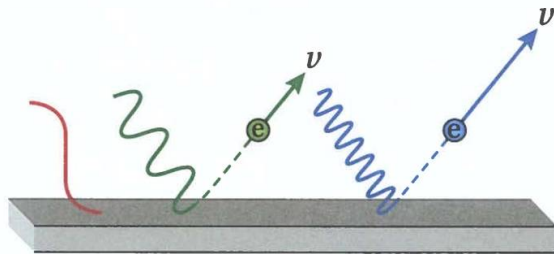
Max Planck gaf in 1900 de eerste aanzet tot een verklaring van die ontdekkingen. Hij nam aan dat stralingsenergie bestaat uit een stroom ondeelbare energiepakketjes, fotonen. Zo'n ondeelbaar energiepakketje noemde hij een **quantum**. Planck stelde dat de energie van die pakketjes evenredig is met de frequentie van de bijbehorende straling: $E_f = h \cdot f$.

Straling maakt elektronen vrij

► **applet**
Foto-elektrisch
effect

Als licht op een metaal valt, kan de stralingsenergie van het licht worden geabsorbeerd door elektronen in het metaal. Krijgt een elektron daardoor genoeg energie, dan verlaat het elektron het metaal. Vanuit het golfmodel van licht verwacht je dat een stralingsbron met grote intensiteit veel elektronen per seconde vrijmaakt. In 1887 ontdekte Heinrich Hertz bij zijn experimenten dat niet alleen de intensiteit, maar ook de frequentie van het licht een rol speelt.

Wordt een plaatje lithium met groen licht bestraald, dan komen er per seconde weinig elektronen vrij. Rood licht maakt bij lithium geen enkel elektron vrij, hoe groot de intensiteit van het licht ook is. Bij blauw licht komen altijd elektronen vrij, ook bij een kleine intensiteit. Elektronen verlaten het metaal blijkbaar alleen als de frequentie groot genoeg is en dus de golflengte klein genoeg. En hoe groter de frequentie, des te groter bleek de snelheid van het elektron dat het lithium verlaat. Zie figuur 13.18.



Figuur 13.18

In 1905 realiseerde Einstein zich dat de hypothese van Planck de problemen met het vrijmaken van elektronen uit metalen oplost. Einstein stelde dat een elektron in een metaal slechts één foton kan absorberen. Heeft zo'n foton te weinig energie, dan kan het geen elektron vrijmaken. Uit $E_f = h \cdot f$ volgt dus dat het vrijmaken van een elektron afhangt van de frequentie van de straling.

Straling van warme voorwerpen en gassen

Het stralingsspectrum van een gloeiend voorwerp is **continu**: alle golflengtes en frequenties komen voor. Een heet gas vertoont geen continu spectrum, maar een lijnenspectrum. Zo'n spectrum noem je **discreet**. Dit betekent dat het gas alleen straling absorbeert en uitzendt bij enkele scherp bepaalde frequenties, en bij andere frequenties niet.

In een golfmodel van licht kunnen golflengtes en frequenties echter elke waarde aannemen. Dus hoe ontstaat dan een discreet lijnenspectrum?

In 1913 gebruikte Bohr de ideeën van Planck en Einstein voor zijn atoommodel. In zijn model kunnen atomen alleen bestaan bij bepaalde energieniveaus. Een overgang tussen twee energieniveaus vindt plaats door emissie of absorptie van een enkel foton. Bohrs model verklaart het bestaan van spectraallijnen, zoals beschreven in hoofdstuk 12. Bohr kon echter niet aangeven waarom er discrete in plaats van continue energieniveaus zijn. De verklaring hiervoor wordt beschreven in paragraaf 13.4.

Voorbeeld 3 Elektronen vrijmaken

Een plaatje zink is verbonden met een elektroscop. Zie figuur 13.19. De elektroscop geeft een uitslag. Dit komt doordat met een geladen staaf lading op het plaatje zink is gebracht. Zolang de opstelling bij kunstlicht staat, gebeurt er niet veel. Laat je een bundel ultraviolet licht op het plaatje zink vallen, dan loopt de uitslag van de elektroscop snel terug. Aan de uitslag van een elektroscop zie je niet of de aangebrachte lading positief of negatief is. Na dit experiment weet je dat wel.

- a Beredeneer dat het plaatje zink negatief geladen was.

In BINAS tabel 24 vind je de uittree-energie van diverse materialen. Dit is de energie die nodig is om een elektron uit het materiaal vrij te maken.

- b Verklaar met deze tabel waarom er niets gebeurt bij zichtbaar kunstlicht. Het zinken plaatje wordt bestraald met uv-straling met een golflengte van 250 nm. De energie van een foton wordt volledig door een elektron geabsorbeerd. Hierdoor verlaat het elektron het metaal met een hoeveelheid kinetische energie.
- c Bereken de kinetische energie van het vrijgemaakte elektron uitgedrukt in eV.



Figuur 13.19

Uitwerking

- a Bij bestralen met uv-licht worden (negatief geladen) elektronen uit het materiaal vrijgemaakt. Als het plaatje zink positief geladen zou zijn, zou daardoor het plaatje zink steeds positiever moeten worden. De uitslag wordt echter niet groter, maar kleiner. Dus is de verklaring dat het plaatje steeds minder negatief wordt.

Het plaatje was dus negatief geladen.

- b Volgens BINAS tabel 24 is 4,27 eV of meer nodig om een elektron uit zink vrij te maken. In BINAS tabel 19A zie je dat de maximale energie van fotonen van zichtbaar (kunst)licht ongeveer 3,10 eV is. Dat is dus te weinig om elektronen uit zink vrij te maken.
- c De kinetische energie bereken je met de wet van behoud van energie.

$$E_f = E_{\text{uittree}} + E_k$$

$$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \quad (\text{zie BINAS tabel 7A})$$

$$c = 2,997 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie BINAS tabel 7A})$$

$$\lambda = 250 \text{ nm} = 250 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } E_f = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \times 2,997 \cdot 10^8}{250 \cdot 10^{-9}} = 7,943 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \frac{7,943 \cdot 10^{-19}}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 4,958 \text{ eV.}$$

$$E_{\text{uittree}} = 4,27 \text{ eV}$$

$$4,958 = 4,27 + E_k$$

$$E_k = 0,688 \text{ eV}$$

$$\text{Afgerond: } E_k = 0,69 \text{ eV.}$$

Dubbelspleetexperiment met fotonen

Het dubbelspleetexperiment van Young bewijst dat bij licht diffractie en interferentie optreedt, en dus dat licht golfgedrag vertoont. Planck, Einstein en Bohr veronderstelden dat licht deeltjesgedrag vertoont, en konden daarmee succesvol andere experimenten verklaren.

Golf- en deeltjesgedrag komen samen als je het dubbelspleetexperiment uitvoert met een lichtbron die je kunt dimmen. Als je licht op een dubbele spleet laat vallen, verwacht je interferentie. Om het deeltjesgedrag zichtbaar te maken, dim je de lichtbron zo ver dat hij slechts één foton tegelijk uitzendt en dat hij pas een nieuw foton uitzendt als het vorige foton het scherm bereikt heeft.

In figuur 13.20 zie je het scherm na een steeds langere tijd. In figuur 13.20a zijn slechts enkele puntjes te zien, die horen bij de inslagen van afzonderlijke fotonen. Deze losse puntjes bevestigen het deeltjeskarakter van licht. De deeltjes lijken willekeurig verspreid op het hele scherm terecht te komen. Als het experiment langer duurt, zie je strepen ontstaan. Op de lichte plekken zijn veel fotonen gedetecteerd, op de donkere plekken juist weinig. De fotonen vormen een korrelig interferentiepatroon, waarbij de afzonderlijke puntjes bij losse fotonen horen. Het interferentiepatroon is juist een eigenschap van alle fotonen samen.

Als je het experiment herhaalt, is de opbouw van de stippen elke keer anders, maar steeds ontstaat uiteindelijk een interferentiepatroon zoals in figuur 13.20e. Je kunt dus niet van tevoren voorspellen waar afzonderlijke fotonen terechtkomen. Een foton heeft wel een grote kans om bij een maximum in het interferentiepatroon terecht te komen, en bij een minimum is die kans heel klein. Het interferentiepatroon geeft dus een **waarschijnlijkheidsverdeling** weer: statistische informatie over waar een foton terecht kan komen.



Figuur 13.20

De wiskundige beschrijving van deze waarschijnlijkheidsverdeling gebruikt een **toestandsfunctie** $\psi(x)$ met een amplitude A , die afhangt van de plaats x . Die amplitude heeft echter geen directe fysische betekenis, zoals in de formule voor de uitwijking bij een harmonische trilling, maar is een maat voor de **waarschijnlijkheid** om het deeltje op plaats x aan te treffen. De kans om het foton op plaats x aan te treffen wordt bepaald door A^2 .

De toestandsfunctie heeft ook een deel dat de fase beschrijft. Ook dit is geen meetbare grootheid, maar het verschil in fase zegt iets over de interferentie en daarmee over de kansverdeling.

De toestandsfunctie wordt ook wel **golf functie** genoemd. Die naam is verwarrend, want er is niet altijd sprake van golven.

Door welke spleet ging het foton?

In het dubbelspleetexperiment met losse fotonen ontstaat nog steeds een interferentiepatroon. Toch is de lichtbron zo gedimd dat er steeds maar één foton tussen bron en scherm aanwezig is. De interferentie ontstaat dus niet door interactie van fotonen onderling. Men zegt daarom dat een foton interfereert met zichzelf. Maar ook die beschrijving in woorden schiet tekort. Voor interferentie zijn twee spleten nodig. Hoe kan één foton door twee spleten zijn gegaan?

Op het eerste gezicht lijkt dat een oplosbaar probleem. Er zijn manieren om een foton te detecteren, en je kunt een experiment ontwerpen waarbij je detecteert door welke spleet het foton is gegaan. Een uitbreiding van het experiment met een bepaling door welke spleet het foton reist heeft echter een onverwachte uitkomst. Zodra je vaststelt door welke spleet het foton reist, *verdwijnt het interferentiepatroon!* Wiskundig gezien is dit verklaarbaar. Als je niet kijkt door welke spleet het foton is gegaan, wordt het experiment beschreven door een toestandsfunctie waarbij de kans voor beide spleten gelijk is. Als je het foton wel detecteert, is een beschrijving aan de orde waarbij het foton 100% zeker door één spleet gegaan is, en niet door de andere. Deze twee wiskundige beschrijvingen verschillen, en de uitkomst dus ook. De natuurkundige interpretatie is echter opmerkelijk. Blijkbaar heb je, door te kijken waar het foton onderweg was, het experiment veranderd. Je hebt twee duidelijk verschillende situaties:

- 1 Je hebt een interferentiepatroon, en dan moet je het idee opgeven dat je kunt nagaan hoe het foton gereisd is.
- 2 Je checkt hoe het foton gereisd is, maar dan heb je geen interferentiepatroon. Meten onderweg verandert de toestandsfunctie, en daarna zijn de golven niet meer hetzelfde. Daardoor is interferentie niet meer mogelijk.

Hoe vreemd dit resultaat ook lijkt, het is bevestigd in diverse experimenten. Natuurkundigen denken zelfs aan een praktische toepassing: communicatie die je niet kunt af luisteren. Je maakt een boodschap die je alleen maar kunt reconstrueren uit twee delen, zoals bij een interferentiepatroon. Die boodschap codeer je in de toestandsfunctie van een foton en dan heb je de hele toestandsfunctie nodig om het bericht te kunnen decoderen. Probeert iemand een dergelijke boodschap onderweg te onderscheppen, dan verandert hij de toestandsfunctie, en vernielt daarmee het bericht.

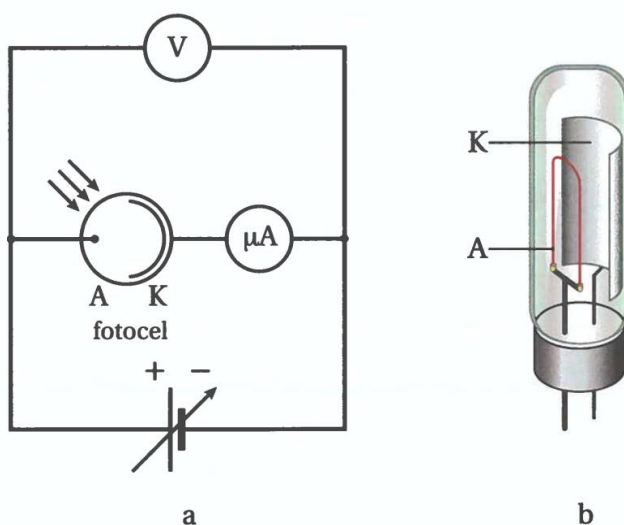
Opgaven

- 7 Het zonlicht dat de aarde bereikt, bestaat uit fotonen. Een zonnestraal met doorsnede $1,0 \text{ m}^2$ levert $1,36 \text{ kW}$ aan stralingsvermogen.
- De golflengte van zichtbaar licht ligt tussen ongeveer 400 en 760 nm . De gemiddelde golflengte van zichtbaar licht ligt rond de 550 nm .
- a Bereken met deze golflengte hoeveel fotonen er per seconde door een doorsnede van $1,0 \text{ m}^2$ gaan.
- Zichtbaar licht valt op een plaatje cesium. De uittree-energie van cesium vind je in BINAS tabel 24.
- b Bereken de maximale snelheid van de elektronen die worden vrijgemaakt uit cesium.

- 8 BINAS tabel 24 bevat gegevens over het vrijmaken van elektronen bij diverse metalen, het foto-elektrisch effect. De uittree-energie is de energie die minimaal nodig is om een elektron vrij te maken uit een metaal. De golflengte en frequentie van een foton dat precies die minimale energie heeft, noem je de grensgolflengte en grensfrequentie.
- a Controleer voor het metaal koper dat de grensfrequentie en grensgolflengte volgen uit de uittree-energie.
- Het foto-elektrisch effect treedt op bij fotonen die een energie hebben die groter is dan de uittree-energie. De uittree-energie is dus een ondergrens.
- b Leg uit of de grensfrequentie een boven- of ondergrens is.
- c Leg uit of de grensgolflengte een boven- of ondergrens is.

• hulpblad

- 9 Nuray onderzoekt het vrijmaken van elektronen uit kalium met een schakeling waarin een fotocel is opgenomen. Zie figuur 13.21a.
- Figuur 13.21b is een tekening van een fotocel. Een halfronde kathode K is bedekt met een laagje kalium. De anode A is een erg dunne draad, waardoor er nauwelijks licht wordt tegengehouden. Valt er licht op de fotocel, dan worden in de kathode elektronen vrijgemaakt, die vervolgens richting anode bewegen.



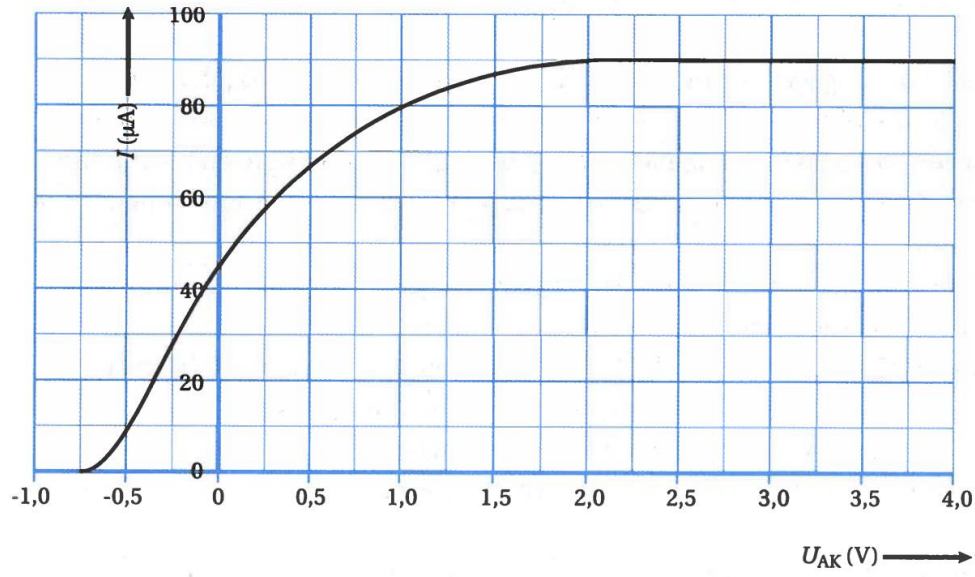
Figuur 13.21

Eerst verbindt Nuray anode A met de positieve pool van een variabele spanningsbron. Zie figuur 13.21a. Als de spanning 0 V is, meet ze een stroomsterkte van $45 \mu\text{A}$. Als Nuray de spanning vergroot, neemt de stroomsterkte toe.

a Geef hiervoor een verklaring.

Daarna verbindt Nuray de anode met de negatieve pool van de variabele spanningsbron. Als ze vervolgens de spanning vergroot, bereiken steeds minder elektronen de anode. De stroomsterkte neemt af. Is de stroomsterkte $0 \mu\text{A}$ geworden, dan is de kinetische energie van een vrijgemaakt elektron volledig omgezet in elektrische energie van het elektron. De spanning waarbij dat gebeurt noem je de remspanning U_{rem} .

In figuur 13.22 zijn de meetresultaten van Nuray verwerkt.



Figuur 13.22

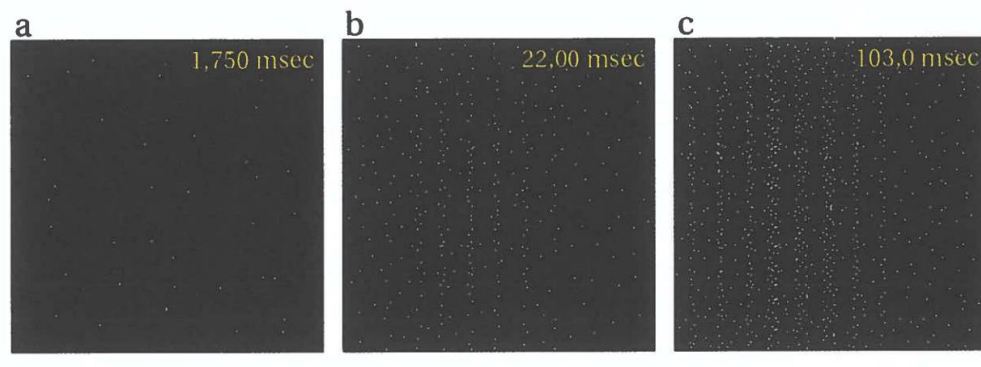
In BINAS tabel 24 vind je de uittree-energie van kalium. Dit is de energie die nodig is om een elektron uit kalium vrij te maken.

- b Toon aan dat de golflengte van het licht dat op de kathode valt, gelijk is aan $4,1 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.
- c Toon aan dat het aantal elektronen dat per seconde uit de kathode wordt vrijgemaakt, gelijk is aan $5,6 \cdot 10^{14}$.

Op de kathode valt licht met een intensiteit van $6,0 \text{ W m}^{-2}$. De oppervlakte van de kathode is $3,5 \text{ cm}^2$.

- d Bereken hoeveel procent van de op de kathode vallende fotonen een elektron vrijmaakt.
- e Wat gebeurt er met de energie van de fotonen die geen elektron vrijmaken?

- 10 In figuur 13.23 zie je drie momentopnamen van het dubbelspleetexperiment waarbij de lichtbron een laser met rood licht is.
- a Leg uit dat dit experiment zowel het bestaan van fotonen als het golfkarakter van licht aantoont.



Figuur 13.23

Je herhaalt het dubbelspleetexperiment, maar je gebruikt een laser met groen licht in plaats van rood licht.

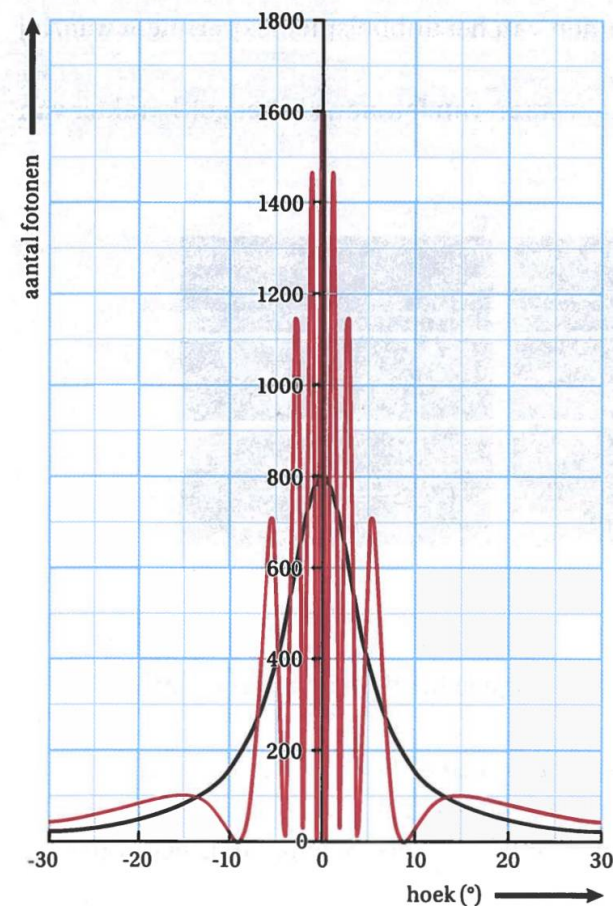
b Leg uit of het linker plaatje dan verandert, en zo ja, hoe.

c Leg uit of het rechter plaatje dan verandert, en zo ja, hoe.

Een dubbelspleetexperiment doe je met monochromatisch licht. Dit is licht van één frequentie.

d Leg uit hoe het rechter plaatje eruitziet als je wit licht gebruikt.

- 11 David en Steven doen het dubbelspleetexperiment met losse fotonen. De afstand tussen de dubbele spleet en het scherm is 80 cm.
David en Steven gebruiken een lichtbron die fotonen uitzendt met een golflengte van 650 nm. Ze stellen het vermogen zo laag in dat zich tussen de dubbele spleet en het scherm steeds maar één foton bevindt.
Uiteindelijk willen David en Steven voor een duidelijk interferentiepatroon ten minste 10 miljoen fotonen detecteren.
Voer de volgende opdrachten uit:
- Bereken het maximale vermogen van de lichtbron.
 - Bereken hoelang één experiment dan minstens duurt.
- 12 Kartal en Malou voeren beiden een dubbelspleetexperiment uit. Ze gebruiken dezelfde opstelling, maar Kartal doet het experiment zonder te detecteren door welke spleet het foton ging, terwijl Malou dit wel checkt. Beiden laten evenveel fotonen op een scherm terechtkomen. In figuur 13.24 zie je de resultaten van Kartal en Malou weergegeven in een diagram van het aantal fotonen van het licht op het scherm.



Figuur 13.24

- a Leg uit welke grafiek hoort bij de resultaten van Kartal en welke bij die van Malou.

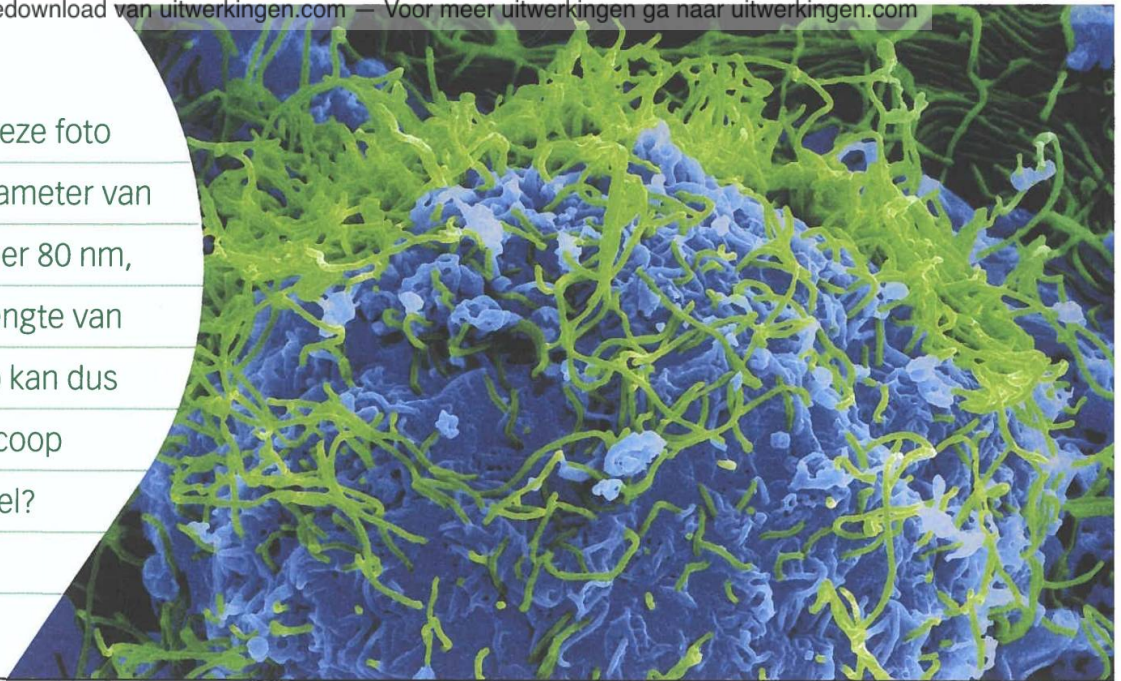
Na het detecteren door welke spleet het foton ging, gaat het foton wel verder. Toch is er aan de waarschijnlijkheidsgolf iets veranderd.

- b Leg uit of de amplitude of de fase veranderd is.

De oppervlakte onder beide grafieken is gelijk.

- c Leg uit waarom dat zo moet zijn.

De groene draadjes op deze foto zijn ebolavirussen. De diameter van een ebolavirus is ongeveer 80 nm, veel kleiner dan de golflengte van zichtbaar licht. Deze foto kan dus niet met een lichtmicroscop zijn gemaakt. Hoe dan wel?



Figuur 13.25

13.3 Golfgedrag bij elektronen

Golf-deeltjedualiteit

In de zeventiende eeuw vroegen wetenschappers zich af of licht een golf- of een deeltjesverschijnsel was. In dezelfde tijd werd de vraag gesteld waaruit materie bestaat. In de negentiende eeuw leken beide vragen beantwoord: materie bestaat uit kleine deeltjes, licht is een golfverschijnsel.

In het begin van de twintigste eeuw was dat toch niet zo duidelijk meer. Licht vertoont naast golfgedrag ook deeltjesgedrag. Dit noem je **golf-deeltjedualiteit**.

Als licht een golfverschijnsel is met deeltjesgedrag, dan vertonen deeltjes misschien ook golfgedrag. En dan hoort bij een deeltje een golflengte.

Debrogliegolflengte

De Franse geleerde Louis de Broglie kwam in 1924 met een voorstel voor de golflengte van de toestandfunctie van bewegende deeltjes. Deze golflengte noem je de **debrogliegolflengte**. Volgens De Broglie wordt de golflengte van de toestandfunctie die hoort bij een bewegend deeltje gegeven door:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

- λ is de debrogliegolflengte in m.
- h is de constante van Planck in Js.
- m is de massa van het deeltje in kg.
- v is de snelheid van het deeltje in m s^{-1} .

Voor het waarnemen van golfgedrag zoals diffractie en interferentie is de golflengte belangrijk. De mate van diffractie is groot bij een grote golflengte ten opzichte van de breedte van een spleet. Voor een grote golflengte moet de noemer $m \cdot v$ in de formule voor de de Broglie golflengte heel klein zijn. Golfgedrag is dan het best waarneembaar voor deeltjes met een kleine m . Het lichtste deeltje dat je kent is het elektron. Het grootste deel van de rest van dit hoofdstuk gaat dan ook over het gedrag van elektronen.

Voorbeeld 4 Rekenen met de de Broglie golflengte

In een versneller wordt een proton versneld tot een snelheid van 2,0 miljoen km h^{-1} .

a Bereken de de Broglie golflengte van dit proton.

De kleinste golflengte van zichtbaar licht is 400 nm.

b Bereken de minimale snelheid van een elektron zodat de de Broglie golflengte kleiner is dan 400 nm.

Uitwerking

a $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ (zie BINAS tabel 7A)

$m = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ (zie BINAS tabel 7B)

$v = 2,0 \text{ miljoen km h}^{-1} = \frac{2,0 \cdot 10^6}{3,6} = 5,556 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$

Invullen levert: $\lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{1,673 \cdot 10^{-27} \times 5,556 \cdot 10^5}$

$\lambda = 7,128 \cdot 10^{-12} \text{ m}$

Afgerond: $\lambda = 7,1 \cdot 10^{-12} \text{ m}$.

b $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ (zie BINAS tabel 7A)

$m = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ (zie BINAS tabel 7B)

$\lambda = 400 \text{ nm} = 4,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

Invullen levert: $4,0 \cdot 10^{-7} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{9,109 \cdot 10^{-31} \cdot v}$

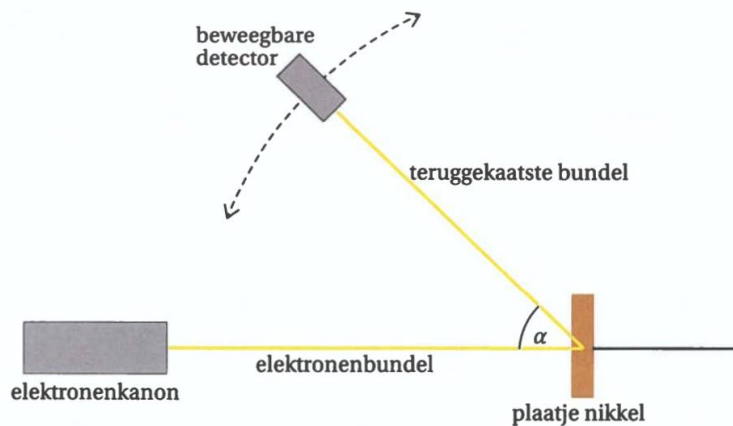
$v = 1,819 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$

De snelheid moet dus afgerond groter zijn dan $1,8 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$ ($= 1,8 \text{ km s}^{-1}$).

De de Broglie golflengte van een bewegend deeltje is omgekeerd evenredig met de snelheid. Voor een deeltje dat bijna stilstaat wordt die golflengte heel groot, en verwacht je meetbaar golfgedrag zoals diffractie. Maar deeltjes bewegen bij kamertemperatuur, en de bijbehorende snelheid is zeker niet klein. Koel je de materie sterk af, tot in de buurt van het absolute nulpunt, dan wordt de snelheid wel klein, en geeft de grote de Broglie golflengte meetbare effecten.

DiffRACTIE aan kristalroosters

Een experiment van Davisson en Germer zorgde voor bewijs voor de hypothese van De Broglie. Zij onderzochten het oppervlak van metalen. Hun opstelling zie je in figuur 13.26. Een elektronenkanon schiet elektronen met een bepaalde snelheid op een plaatje nikkel.



Figuur 13.26

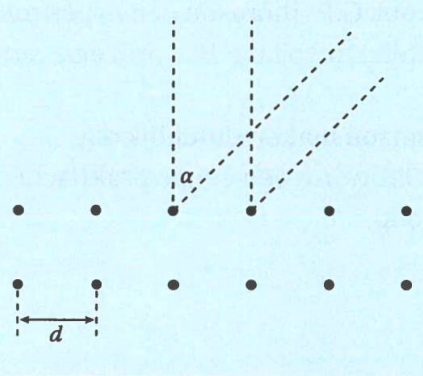
Met een detector die om de opstelling heen kan draaien meten ze in elke richting het aantal elektronen dat terugkomt van het plaatje nikkel. In plaats van een gelijkmatige verdeling constateren ze op enkele plaatsen een grote intensiteit aan elektronen. Tussen deze plaatsen is de intensiteit van de elektronen klein.

Voorbeeld 5 Rekenen aan het Davisson-Germer-experiment

Davisson en Germer gebruikten een elektronenkanon met een versnelling van 54 V. Door met de detector bij verschillende hoeken te meten vinden ze drie scherpe pieken: een piek bij $\alpha = 0^\circ$, en een piek links en rechts ervan bij $\alpha = 50^\circ$. Tussen deze pieken meten ze veel minder elektronen.

a Leg uit dat dit bewijs is voor het golfgedrag van elektronen.

Davisson en Germer hadden de hypothese dat de elektronen weerkaatsen op de eerste laag nikkelatomen. Zie figuur 13.27. De meetkunde van de gereflecteerde elektronstralen is dan hetzelfde als bij een tralie. Als elektronen golfgedrag vertonen, mag je de formule voor de maxima van een tralie gebruiken.



Figuur 13.27

- b Leg uit dat er geen pieken mogelijk zijn bij hoeken groter dan 50° .
 c Toon aan dat de gebruikte elektronen een snelheid hebben van $4,4 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$.
 d Bereken de afstand d die uit het experiment volgt.

Uitwerking

- a De afwisseling van grote en kleine intensiteit hoort bij een interferentiepatroon. Interferentie is een kenmerk van golfgedrag.
- b $d \cdot \sin(\alpha) = n \cdot \lambda$
 Als $n = 0$ is α gelijk aan 0° . Dit is de bundel elektronen die loodrecht terugkaatst.
 Bij $n = 1$ is α gelijk aan 50° . Hieruit volgt $d \cdot \sin(50) = \lambda$ en $\sin(50) = \frac{\lambda}{d}$.
 Bij $n = 2$ geldt $d \cdot \sin(\alpha) = 2 \cdot \lambda$. Hieruit volgt $\sin(\alpha) = 2 \cdot \frac{\lambda}{d} = 2 \cdot \sin(50) = 1,53$.
 Maar $\sin(\alpha) \leq 1$. Dus er is geen oplossing voor $n \geq 2$, en dus is er geen piek mogelijk bij een hoek groter dan 50° .
- c $\Delta E_k = q \cdot U$
 $\frac{1}{2} m \cdot v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{begin}}^2 = q \cdot U$
 $m = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ (zie BINAS tabel 7B)
 $v_{\text{begin}} = 0 \text{ m s}^{-1}$
 $q = e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (zie BINAS tabel 7A)
 $U = 54 \text{ V}$
 Invullen levert: $\frac{1}{2} \times 9,109 \cdot 10^{-31} \cdot v_{\text{eind}}^2 = 1,602 \cdot 10^{-19} \times 54$
 $v = 4,358 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$
 Afgerond: $v = 4,4 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$.
- d $d \cdot \sin(\alpha) = n \cdot \lambda$ met $\alpha = 50^\circ$ en $n = 1$
 $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$
 $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ (zie BINAS tabel 7A)
 $m = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ (zie BINAS tabel 7B)
 $v = 4,4 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$
 Invullen levert: $\lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{9,109 \cdot 10^{-31} \times 4,4 \cdot 10^6}$
 $\lambda = 1,653 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
 Invullen in de formule voor de maxima van een tralie levert:
 $d \cdot \sin(50) = 1 \times 1,653 \cdot 10^{-10}$.
 $d = 2,157 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
 Afgerond: $d = 2,2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

Onafhankelijk van Davisson en Germer voerde ook G.P. Thomson een experiment uit, waarbij hij elektronen schoot op kristalroosters. In opgave 18 wordt een versie van zijn experiment besproken.

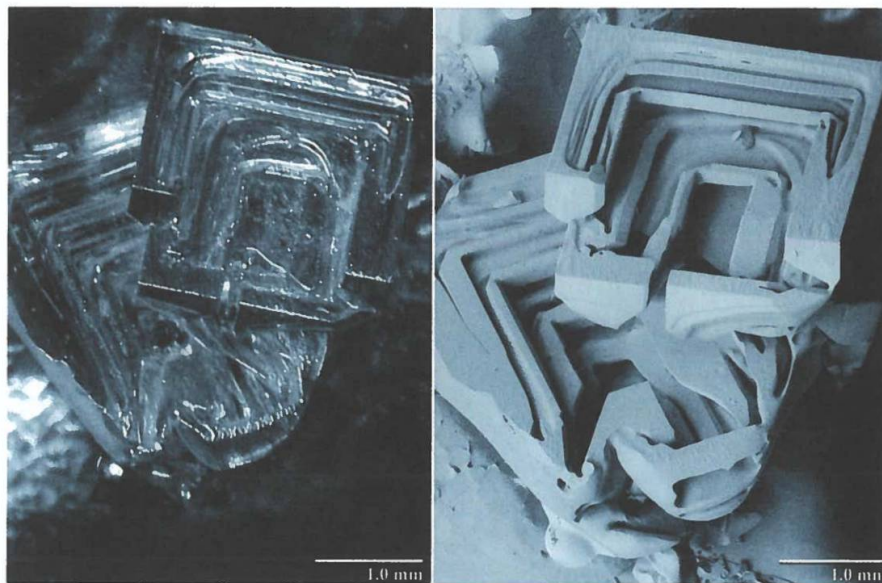
De experimenten van Davisson, Germer en Thomson maken duidelijk dat elektronen inderdaad golfgedrag vertonen. In 1931 wordt een eerste praktische toepassing uitgevonden: de elektronenmicroscop.

Elektronenmicroscop

Met een lichtmicroscop kun je geen voorwerpen bestuderen die kleiner zijn dan de golflengte van zichtbaar licht. Is een voorwerp kleiner, dan zal het licht om het voorwerp heen buigen en nagenoeg ongehinderd verdergaan.

Gebruik je echter elektronen in plaats van licht, dan kun je de golflengte veranderen door de snelheid te veranderen. Met een elektronenkanon kun je een elektron nagenoeg elke snelheid geven. Hoe groter de spanning tussen de anode en de kathode, des te groter is de snelheid. Hoe groter de snelheid van de elektronen, des te kleiner is de bijbehorende de Broglie-golflengte. In voorbeeld 4 bleek dat elektronen met een snelheid groter dan $1,8 \text{ km s}^{-1}$ een de Broglie-golflengte hebben die kleiner is dan die van zichtbaar licht. Dit idee leidde tot de ontwikkeling van de **elektronenmicroscop**.

In een elektronenmicroscop zorgen elektromagnetische lenzen ervoor dat de elektronen op de juiste plaats op het te onderzoeken voorwerp terechtkomen. De weerkaatste elektronen worden met elektrische en magnetische velden weer samengebracht in één punt van de detector. Omdat de elektronenbundel zeer smal is, treft hij maar een deel van het te onderzoeken voorwerp. Door de elektronenbundel over het voorwerp heen te bewegen, kun je grote oppervlakken scannen. Door de informatie van verschillende punten te combineren maakt de elektronenmicroscop een zeer gedetailleerde afbeelding. In figuur 13.28 zie je het verschil in details bij de plaatjes van een ijskristal gemaakt met een lichtmicroscop en een scanning elektronenmicroscop (SEM).



Figuur 13.28

De eerste elektronenmicroscop, uit 1931, vergrootte slechts zeventien keer. Tegenwoordig zijn details van $0,1 \text{ nm}$ te onderscheiden. Ruim voldoende om virussen met een afmeting van 80 nm te kunnen fotograferen, zoals op de foto aan het begin van de paragraaf.

Quantumtheorie en klassieke theorie

Tussen 1925 en 1930 werden de ideeën van Planck, Einstein, Bohr en De Broglie verwerkt in een nieuwe theorie: de **quantumtheorie**. Deze theorie beschrijft verschijnselen wiskundig met behulp van **quantumdeeltjes**: deeltjes met zowel golfgedrag als deeltjesgedrag. Met behulp van de toestandsfunctie bepaal je de kans om een quantumdeeltje in een bepaalde natuurkundige toestand aan te treffen. Je spreekt dan van de **quantumtoestand** van het quantumdeeltje.

De natuurkundige theorieën van vóór de quantumtheorie behoren nu tot de **klassieke natuurkunde**. In de klassieke natuurkunde gebruik je de wetten van Newton om te voorspellen of een voetbal in het doel terechtkomt, of een brug sterk genoeg is om het verkeer te dragen en hoe de stand van de planeten is over tien jaar. De klassieke theorie geeft steeds één antwoord bij bepaalde gegevens. In de quantumtheorie kun je met dezelfde gegevens alleen mogelijke einduitkomsten berekenen met bijbehorende kansen.

Toch is de quantumtheorie niet alleen van toepassing op fotonen en elektronen, maar ook op voetballen, bruggen en planeten. Uit experimenten is zelfs gebleken dat de quantumtheorie nauwkeurigere voorspellingen geeft. De quantumtheorie is dus een verbetering van de klassieke theorie.

Voor een beschrijving van alledaagse verschijnselen geeft de quantumtheorie dezelfde resultaten als de klassieke natuurkunde. Dat komt door de kleine waarde van de constante van Planck: $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$. Als je de de Brogliegolflengte berekent van knikkers, voetballen of ruimteschepen, dan is die golflengte veel kleiner dan de afmetingen van knikkerkuiltjes, voetbaldoelen of planeten. Daardoor is het vrijwel uitgesloten dat er diffractie optreedt.

Voorbeeld 6 De Brogliegolflengte van een knikker

Een knikker met een diameter van 16 mm heeft een massa van 5,5 gram. Zo'n knikker lijkt stil te kunnen liggen. De deeltjes hebben echter kinetische energie die afhangt van de temperatuur van de knikker. Bij 293 K is de gemiddelde kinetische energie van een deeltje $6,065 \cdot 10^{-21} \text{ J}$. Voor een knikker is de bijbehorende snelheid $1,5 \text{ nm s}^{-1}$

a Toon dit aan.

Van een dergelijke kleine snelheid merk je niets bij het knikkeren. Toch zorgt deze snelheid ervoor dat de de Brogliegolflengte van een knikker veel te klein is om meetbaar golfgedrag te vertonen.

b Toon dit aan door de diameter van een knikkerkuiltje te schatten, en deze te vergelijken met de de Brogliegolflengte van een knikker.

Uitwerking

a $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

$$E_k = 6,065 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

$$m = 5,5 \text{ g} = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$\text{Invullen levert: } 6,065 \cdot 10^{-21} = \frac{1}{2} \times 5,5 \cdot 10^{-3} \cdot v^2.$$

$$v = 1,48 \cdot 10^{-9} \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v = 1,5 \text{ nm s}^{-1}.$$

b $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

(zie BINAS tabel 7A)

$$m = 5,5 \text{ g} = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$v = 1,5 \cdot 10^{-9} \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } \lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{5,5 \cdot 10^{-3} \times 1,5 \cdot 10^{-9}}$$

$$\lambda = 8,0 \cdot 10^{-22} \text{ m}$$

Een knikkerkuiltje is ongeveer $1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m}$ en is daardoor 10^{20} golflengtes groot. Eventueel golfgedrag van de knikker zal dus nooit tot meetbare effecten leiden.

Met de formule $E_f = h \cdot f$ bereken je de energie van één foton. Uit BINAS tabel 19A blijkt dat de energie van een foton voor zichtbaar licht in de ordegrrootte van 1 eV ligt. Hiermee bereken je dat een lampje van een paar watt per seconde meer dan 10^{19} fotonen uitzendt. Je ziet een lichtstraal en geen losse fotonen. Hetzelfde geldt voor een waterstraal waarbij je de losse moleculen waaruit een waterstraal bestaat niet ziet.

Onder alledaagse omstandigheden in de macroscopische wereld geeft de klassieke natuurkunde goede voorspellingen. Berekeningen met de quantumtheorie zijn veel ingewikkelder. Zolang de quantumtheorie geen meetbaar verschil geeft, kun je beter de klassieke theorie gebruiken. Maar bij kleine afstanden, bij lage temperaturen, bij deeltjes met zeer kleine massa of als hoge precisie vereist is, geeft de quantumtheorie veel betere voorspellingen dan de klassieke theorie.

Opgaven

- 13 Volgens De Broglie kun je aan alle bewegende voorwerpen een golflengte toekennen.

Bereken de golflengte van:

- a een persoon van 75 kg die wandelt met een snelheid van $5,0 \text{ km h}^{-1}$;
- b een zuurstofmolecuul met massa 32 u dat bij kamertemperatuur een snelheid heeft van 480 m s^{-1} ;
- c een elektron dat in een elektronenbuis wordt versneld tot $v = 1,2 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$.

- 14 De golflengte van De Broglie kun je voor een bewegend deeltje herschrijven tot

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m \cdot E_k}}. \text{ Hierin is } E_k \text{ de bewegingsenergie van het deeltje.}$$

- a Leidt deze formule af.

Voor bewegende deeltjes in een stof geldt dat de gemiddelde kinetische energie recht evenredig is met de absolute temperatuur. Voor de beschrijving van elektronen is de quantumtheorie zelfs al nodig bij kamertemperatuur, 293 K. Voor zwaardere deeltjes zoals protonen geldt een andere temperatuur.

- b Bereken bij welke temperatuur de debrogliegolflengte van een proton even groot is als die van een elektron bij kamertemperatuur.

- 15 Omdat licht en materie beide golf- en deeltjeseigenschappen hebben, kun je ze vergelijken. Volgens Einstein hebben deeltjes een rustenergie $E = m \cdot c^2$. Een foton met evenveel energie als de rustenergie van een deeltje met massa m heeft golflengte $\lambda_c = \frac{h}{m \cdot c}$. De golflengte λ_c heet de comptongolflengte.

- a Leid de formule voor de comptongolflengte af.

- b Bereken de comptongolflengte voor een elektron in drie significante cijfers.

Laat je een foton met een golflengte kleiner dan de comptongolflengte botsen met een elektron, dan bestaat de mogelijkheid dat je met meer dan één elektron eindigt.

- c Leg uit hoe dat kan.

- hulpblad 16 Een foton met een golflengte van 1,1950 nm botst frontaal op een stilstaand elektron. Hierdoor krijgt het elektron snelheid. Het foton dat terugkaatst, heeft een golflengte van 1,1999 nm.

- a Leg uit waardoor het teruggekaatste foton een grotere golflengte heeft.

- b Laat zien dat het bewegende elektron een snelheid heeft van $1,22 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$.

Naast de wet van behoud van energie gelden er nog andere behoudswetten voor de botsing tussen een foton en een elektron. Een van die behoudswetten voorspelt dat:

$$\frac{1}{\lambda_{f,na}} + \frac{1}{\lambda_{f,voor}} = \frac{1}{\lambda_e}$$

- $\lambda_{f,voor}$ is de golflengte van het foton voor de botsing.

- $\lambda_{f,na}$ is de golflengte van het foton na de botsing.

- λ_e is de golflengte van het elektron na de botsing.

- c Bereken de golflengte van het elektron en laat zien dat de relatie geldt.

- 17 In een elektronenmicroscop worden elektronen versneld met behulp van een elektronenkanon. De beginsnelheid van de elektronen is verwaarloosbaar. De snelheid waarmee een elektron het elektronenkanon verlaat is $3,75 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$.

- a Bereken de spanning tussen kathode en anode in het elektronenkanon.

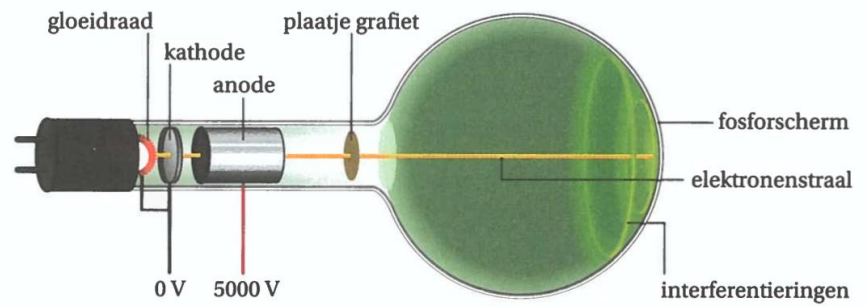
- b Bereken de debrogliegolflengte van het elektron.

Stel, tussen twee voorwerpen zit een spleet. Als deze spleet kleiner is dan de golflengte van licht, is het niet mogelijk om de twee voorwerpen gescheiden waar te nemen met behulp van een lichtmicroscop.

- c Leg uit waardoor dit met een lichtmicroscop niet lukt.

- d Leg uit dat het mogelijk wel lukt met een elektronenmicroscop.

18 Bob en Marly willen de afstanden tussen de atomen in grafiet bepalen. Zij gebruiken de opstelling van figuur 13.29.



Figuur 13.29

De gloeikathode levert elektronen. Deze elektronen hebben een verwaarloosbare snelheid. De elektronen doorlopen een versnelspanning die variabel is tot 10 kV. De elektronen gaan door het plaatje grafiet, waarna ze op een fosforscheerm een interferentiepatroon geven. Dit interferentiepatroon kan worden verklaard doordat de elektronen een golfkarakter vertonen.

Voor de de Broglie golf lengte van de elektronen geldt:

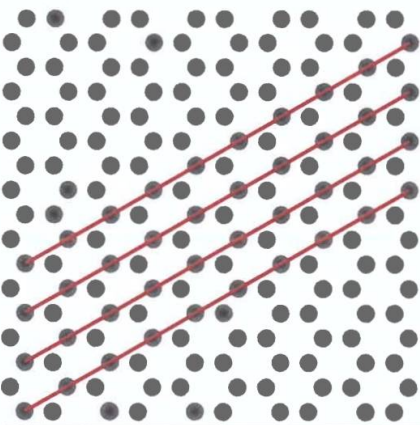
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2e \cdot m \cdot U}}$$

- λ is de de Broglie golf lengte in m.
- h is de constante van Planck in Js.
- e is de lading van het elektron in C.
- m is de massa van het elektron in kg.
- U is de versnelspanning in V.

a Leid de formule af.

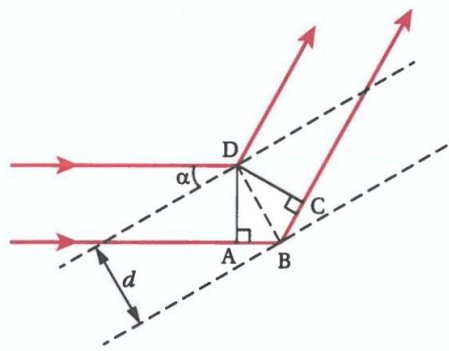
b Bereken de de Broglie golf lengte van de elektronen nadat ze een versnelspanning van 5,0 kV hebben doorlopen.

In grafiet liggen de koolstofatomen in lagen op elkaar. In de afzonderlijke lagen liggen de koolstofatomen in regelmatige zeshoeken. In figuur 13.30 is één zo'n laag weergegeven.



Figuur 13.30

In een laag liggen de atomen in evenwijdige lijnen. Aan deze roosterlijnen vindt reflectie plaats, de zogenaamde Bragg reflectie. De elektronengolven die terugkaatsen van de verschillende roosterlijnen hebben een verschil in weglengte waardoor ze interfereren. Dit is schematisch weergegeven in figuur 13.31.



Figuur 13.31

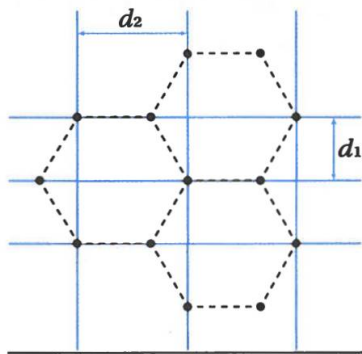
Er treedt constructieve interferentie op als:

$$2d \cdot \sin(\alpha) = n \cdot \lambda$$

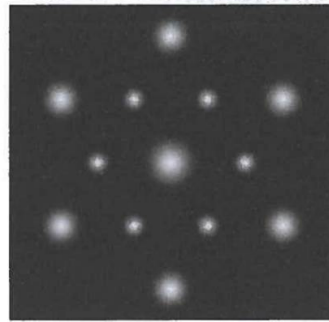
- d is de afstand tussen de roosterlijnen in m.
 - α is de hoek waaronder de elektronenbundel de roosterlijn treft in graden.
 - n is een geheel getal (1, 2, 3, ...).
 - λ is de de Broglie-golflengte van de elektronen in m.
- c Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef in figuur 13.31 het verschil in weglengte aan tussen de twee stralen.
 - Leid hiermee af waarom in de formule de factor 2 staat, in tegenstelling tot in de formule voor de maxima van een tralie.

In figuur 13.32 zijn verschillende lijnen te zien waaraan reflectie plaats kan vinden. De afstanden tussen verschillende lijnen zijn aangegeven met d_1 en d_2 .

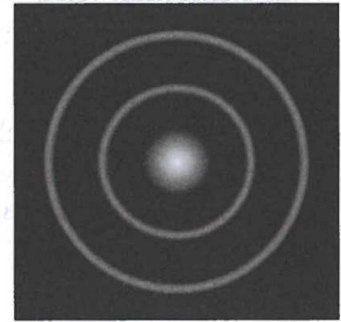
Bij interferentie aan een monokristallijne laag grafiet (dat wil zeggen: een laag die uit één kristal grafiet bestaat) ontstaat het patroon van figuur 13.33 op het scherm van de elektronendiffractiebus.



Figuur 13.32



Figuur 13.33



Figuur 13.34

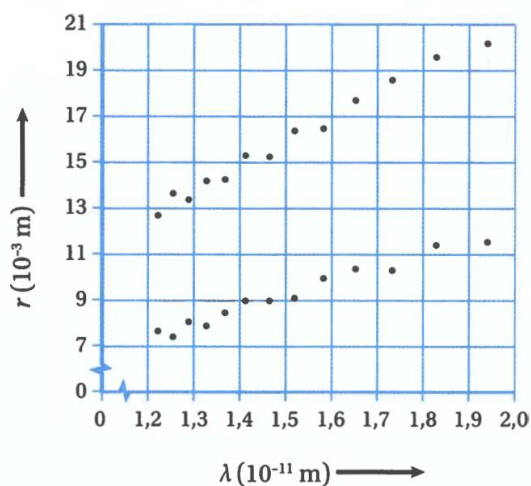
Als in de buis geen monokristallijne laag grafiet zit, maar een polykristallijne laag (dat wil zeggen dat er vele kristallen kriskras door elkaar zitten), ziet het interferentiepatroon eruit als in figuur 13.34.

- d Leg uit of de buitenste ring ontstaat door interferentie aan lijnen met afstand d_1 of d_2 .

Bob en Marly meten bij verschillende versnelspanningen de straal van de ringen op het scherm. Bij lage versnelspanningen verschijnen geen ringen op het scherm. Dan is alleen de stip in het midden op het scherm te zien.

- e Leg uit waarom bij lage versnelspanningen geen ringen verschijnen op het scherm.

Van de metingen maken Bob en Marly een grafiek waarin ze de straal van beide ringen uitzetten tegen de de Broglie golf lengte van de elektronen. Zie figuur 13.35.



Figuur 13.35

Voor kleine afbuigingshoeken geldt bij benadering:

$$r = \frac{2R}{d} \cdot n \cdot \lambda$$

- r is de straal van de ring op het scherm in m.
- R is de straal van de bol van de buis in m.
- d is de afstand tussen de roostervlakken in m.
- λ is de de Broglie golf lengte in m.
- $n = 1$.

De straal van de bol van de buis is 65 mm.

- f Bepaal met behulp van figuur 13.35 zo nauwkeurig mogelijk de grootte van d voor de buitenste ring.

Oefenen A

oefenen met 13.1 t/m 13.3

Kleurstoffen en pigmenten worden gebruikt in verf, in de mode en in voedsel. Stoffen hebben kleuren door hun interactie met zichtbaar licht. Welke eigenschappen van stoffen bepalen de kleuren die ze absorberen en doorlaten?



Figuur 13.36

13.4 Opgesloten quantumdeeltjes

Vrije en opgesloten deeltjes

Een **vrij deeltje** is een deeltje waarop geen krachten werken. Beweegt dit deeltje, dan verplaatst het zich volgens de eerste wet van Newton langs een rechte lijn. Zolang er geen krachten op het deeltje werken, kan het oneindig lang blijven bewegen. Vaak kan een deeltje slechts in een kleine ruimte bewegen. Een elektron is bijvoorbeeld gebonden aan een atoom. Atomen in een vaste stof zijn gebonden in een rooster. Dit zijn **gebonden** of **opgesloten deeltjes**.

Kan een deeltje slechts in een kleine ruimte bewegen, dan heeft dat gevolgen voor de toestandsfunctie. Wat die gevolgen zijn, wordt besproken aan de hand van een deeltje in een ééndimensionale energieput en een elektron in het waterstofatoom.

Quantumgolflengte bij een ééndimensionale energieput

Een eenvoudig ééndimensionaal systeem van een opgesloten deeltje is een deeltje dat over een recht lijnstuk heen en weer kan bewegen. Bij de uiteinden bevindt zich een **barrière** waardoor het deeltje niet verder kan. Dit model staat bekend als een deeltje in een **ééndimensionale energieput**. De barrières zijn de wanden van de energieput. Hoe dieper de energieput, des te hoger is de barrière (wand) en des te meer energie is er nodig om uit de put te komen.

Een deeltje dat beweegt in een ééndimensionale energieput vertoont volgens de quantumtheorie deeltjesgedrag en golfgedrag. Door het deeltjesgedrag weerkaatst het tegen de wand en beweegt daarna in tegenovergestelde richting. Bij de botsing met een wand verliest het deeltje geen kinetische energie.

Door het golfgedrag treedt tussen de wanden van de energieput interferentie op. Er ontstaat een patroon met knopen en buiken. De toestandsfunctie $\psi(x)$ beschrijft dus een staande golf.

Waar de amplitude van de staande golf het grootst is, is de kans om het deeltje aan te treffen ook het grootst.

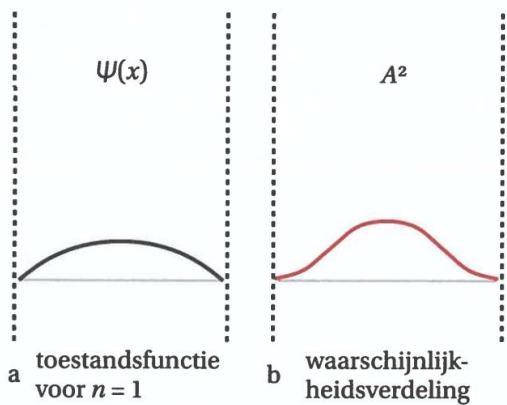
Bij de wanden ontstaan knopen, net als bij een trillende snaar. Dit komt overeen met het gegeven dat het deeltje bij de wanden niet verder kan. De waarschijnlijkheid om het deeltje buiten de energieput aan te treffen is gelijk aan nul. Dus bevindt zich bij de wand een knoop.

Net als bij een trillende snaar geldt voor een deeltje in een ééndimensionale energieput dat de golflengte van de staande golf moet passen bij de afmeting van de energieput:

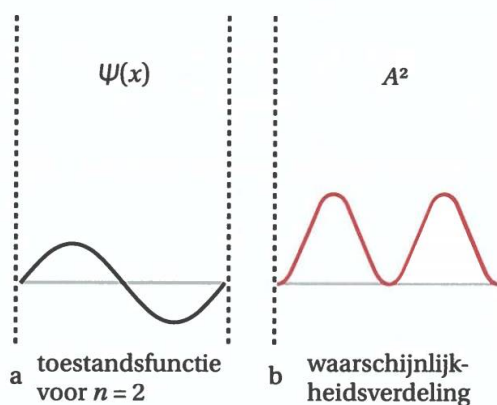
$$L = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

- L is de lengte tussen de twee wanden van de energieput in m.
- λ is de de Broglie golflengte in m.
- n is een positief geheel getal (1, 2, 3, ...).

De simpelste staande golf met $n = 1$ heeft een knoop aan elk uiteinde en een buik in het midden. In figuur 13.37a zie je de toestandsfunctie $\psi(x)$ voor deze situatie. De waarschijnlijkheid om het deeltje op een bepaalde plaats aan te treffen wordt gegeven door A^2 , zie figuur 13.37b. De waarschijnlijkheid om het deeltje bij een van de uiteinden aan te treffen is 0. In het midden is de waarschijnlijkheid het grootst.



Figuur 13.37



Figuur 13.38

In figuur 13.38a zie je $\psi(x)$ voor $n = 2$, en in figuur 13.38b de waarschijnlijkheidsverdeling. Opmerkelijk genoeg is bij $n = 2$ de kans om het deeltje in het midden aan te treffen gelijk aan nul!

Energie bij een oneindig diepe energieput

Een deeltje dat zich zonder invloed van krachten beweegt heeft alleen kinetische energie. Bij een **oneindig diepe energieput** kan een het deeltje er niet uit, hoe groot de energie van het deeltje ook is.

Met behulp van de formule van de de Broglie golf lengte, de beschrijving van staande golven $L = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$ en de formule voor de kinetische energie kun je de formule voor de **energie van het deeltje in een ééndimensionale energieput** afleiden. In opgave 19 leid je af dat deze wordt gegeven door:

$$E_n = n^2 \cdot \frac{h^2}{8m \cdot L^2}$$

- E_n is de kinetische energie in J.
- n is een positief geheel getal (1, 2, 3, ...).
- h is de constante van Planck in Js.
- m is de massa van het deeltje in kg.
- L is de lengte tussen de wanden van de energieput in m.

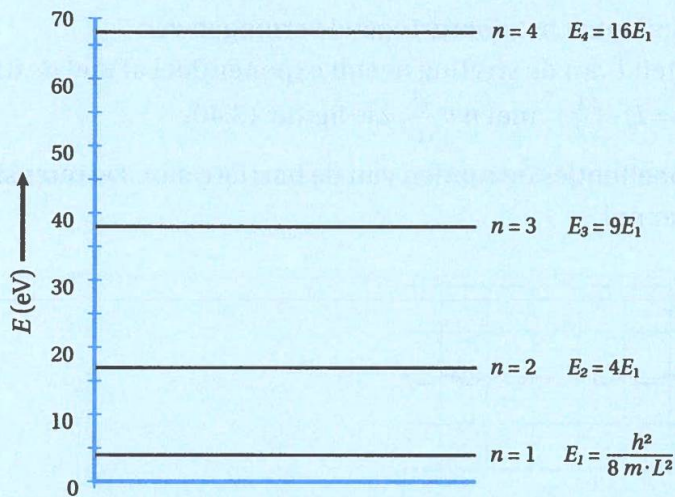
De hoeveelheid energie van een opgesloten quantumdeeltje met massa m in een energieput met lengte L kan dus maar een beperkt aantal waarden voor de energie hebben. Het quantumdeeltje kan zich maar in een beperkt aantal quantumtoestanden bevinden. Het getal n wordt daarom een **quantumgetal** genoemd.

De vaste waarden van de energieën horende bij die quantumtoestanden noem je **quantisatie** van **energieniveaus**. De laagst mogelijke energie geldt voor $n = 1$. Bij deze energie bevindt het deeltje zich in de **grondtoestand**. Die laagste energie E_1 is gelijk aan $\frac{h^2}{8m \cdot L^2}$ en daardoor altijd groter dan nul. Het is in de quantumtheorie niet mogelijk dat een opgesloten deeltje stilstaat. Wordt L groter, dan komt de laagst mogelijke energie wel steeds dichterbij nul. In de klassieke theorie, die goed werkt bij grote L , kan het deeltje wel stilstaan.

Toestanden met $n > 1$ heten **aangeslagen toestanden**. De erbij behorende energieën zijn veelvoud van de energie van de grondtoestand. Net als bij boventonen noem je $n = 2$ de eerste aangeslagen toestand, $n = 3$ de tweede, enzovoorts.

Voorbeeld 7 Energieniveaus in een oneindig diepe put

In figuur 13.39 zie je de energieniveaus voor de grondtoestand en de eerste drie aangeslagen toestanden van een elektron dat heen en weer beweegt in een oneindig diepe energieput. Alle energietoestanden zijn een geheel veelvoud van de energie in de grondtoestand $\frac{h^2}{8m \cdot L^2}$.

**Figuur 13.39**

- a Bepaal de lengte L tussen de wanden van de energieput.
Het elektron kan naar een hoger of lager energieniveau door absorptie of emissie van een foton. De energie van dat foton is precies gelijk aan het verschil tussen twee energieniveaus, zoals besproken in hoofdstuk 12.
- b Bereken de energie van het foton dat nodig is om het elektron van de derde in de vierde aangeslagen toestand te brengen.

Uitwerking

a $E_n = n^2 \cdot \frac{h^2}{8m \cdot L^2}$

De meetonzekerheid is het kleinst als je in figuur 13.39 de gegevens bij de grootste energieniveau afleest.

$$E_4 = 68 \text{ eV} = 68 \times 1,602 \cdot 10^{-19} = 1,089 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

$$n = 4$$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \quad (\text{zie BINAS tabel 7A})$$

$$m = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad (\text{zie BINAS tabel 7B})$$

$$\text{Invullen levert: } 1,089 \cdot 10^{-17} = 4^2 \cdot \frac{(6,626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \times 9,109 \cdot 10^{-31} \cdot L^2}$$

$$L = 2,97 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } L = 3,0 \cdot 10^{-10} \text{ m.}$$

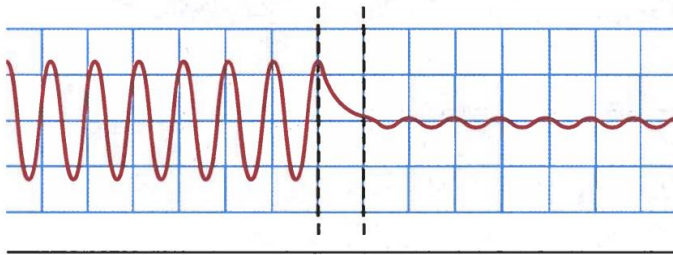
- b Voor de energie voor de vierde aangeslagen toestand geldt $E_5 = 25E_1$.
Voor de energie voor de derde aangeslagen toestand geldt $E_4 = 16E_1 = 68 \text{ eV}$.
Voor de energie van het foton geldt dus $E_f = 25E_1 - 16E_1 = 9E_1$.
Dit komt overeen met $\frac{68}{16} \times 9 = 38,25 \text{ eV}$.
Afgerond: $E_f = 38 \text{ eV}$.

Deeltje in een eindig diepe energieput

Bij een oneindig diepe energieput is de energie die nodig is om de put te verlaten veel groter dan de energie van het deeltje zelf. Bij een **eindig diepe energieput** kan het deeltje de put mogelijk wel verlaten. Dat betekent dat de toestandsfunctie doorgaat in de wand.

Dit verschijnsel is vergelijkbaar met het doordringend vermogen van röntgenstraling. De intensiteit I van de straling neemt exponentieel af met de dikte d van de barrière, volgens $I = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ met $n = \frac{d}{d_{\frac{1}{2}}}$. Zie figuur 13.40.

In deze figuur geven de stippellijntjes de randen van de barrière aan. De intensiteit gaat dus nooit helemaal naar nul.



Figuur 13.40

Volgens de quantumtheorie geldt figuur 13.40 ook voor de toestandsfunctie $\psi(x)$ van een deeltje in een eindig diepe energieput. Het blijkt dat de toestandsfunctie zich in de wand voortzet als een exponentiële functie. Daarbij hangt de halveringsdikte in de barrière onder andere af van het energietekort. Dat is het verschil tussen de energie van het deeltje en de energie die nodig is om de put te verlaten. Zie opgave 24.

De toestandsfunctie zet zich voort in de barrière en buiten de barrière. Heeft het deeltje in een eindig diepe put niet voldoende energie om de put te verlaten, dan is er dus toch een kans om het deeltje buiten de barrière aan te treffen. Dit effect heet **tunneling** of het quantum-**tunneleffect** en is een van de golfeigenschappen van een quantumdeeltje. In de klassieke theorie is het onmogelijk dat een deeltje met te weinig energie over of door een barrière heen gaat.

Energieniveaus in een eindig diepe energieput

Omdat de toestandsfunctie bij een eindig diepe energieput kan doordringen in de wanden, strekt de golf zich uit tot buiten de put. Bij een heel hoge wand is het energietekort van het deeltje erg groot en de halveringsdikte erg klein. Dan wordt de amplitude van $\psi(x)$ in de barrière (wand) snel kleiner.

Bij een deeltje in een eindig diepe energieput is dus $\frac{1}{2}\lambda > L$, omdat de toestandsfunctie in de wand doordringt. Omdat λ iets groter is, is volgens $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$ de snelheid van het deeltje iets kleiner. Omdat dan ook de kinetische energie van het deeltje kleiner wordt, ligt het bijbehorende energieniveau iets lager.

Hoe kleiner het energietekort van het deeltje is, des te verder loopt de golf door in de wand, des te meer ruimte heeft het deeltje en des te lager ligt het bijbehorende energieniveau.

Voor energieën dicht bij de bodem van de energieput, dat wil zeggen kleine waarden van n , is het energietekort groter en de toename van λ kleiner dan voor energieën die dicht bij de energie van de barrière liggen. Ten opzichte van een oneindig diepe energieput zullen alle energieniveaus dus zakken, maar hogere energieniveaus meer dan de lagere.

Voorbeeld 8 Energieniveaus in een put

Een elektron bevindt zich in een energieput met $L = 0,500$ nm. In de tweede kolom van tabel 13.1 staan de waarden van de eerste zes energieniveaus bij een oneindig diepe put. In de derde kolom staan de energieniveaus bij een eindig diepe put van 25,0 eV.

energie-niveau	energie (eV) oneindig diep	energie (eV) eindig diep
1	1,50	1,12
2	6,02	4,46
3	13,5	9,91
4	24,1	17,2
5	37,6	24,8
6	54,2	-

Tabel 13.1

Voor de grondtoestand van het quantumdeeltje in de oneindig diepe put met lengte L geldt $L = \frac{1}{2}\lambda$. Bij een eindig diepe put loopt de toestandsfunctie door in de wanden, waardoor $\frac{1}{2}\lambda$ groter is dan de lengte L van de put.

a Laat dat zien door de de Broglie-golflengte te berekenen voor het elektron in de grondtoestand bij een eindig diepe energieput.

Bij de oneindig diepe put verhouden de energieën van de eerste vijf energieniveaus zich als 1 : 4 : 9 : 16 : 25. Voor de eindig diepe put is dat 1,12 : 4,46 : 9,91 : 17,2 : 24,8 = 1,00 : 3,98 : 8,85 : 15,4 : 22,1.

De verschillen met de oneindig diepe put nemen toe.

b Verklaar dit.

c Leg uit waarom er voor de eindig diepe put maar vijf energieniveaus zijn.

Uitwerking

a De golflengte bereken je met de formule voor de de Broglie-golflengte.

De snelheid bereken je met de formule voor de kinetische energie.

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E_k = 1,12 \text{ eV} = 1,12 \times 1,602 \cdot 10^{-19} = 1,794 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$m = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad (\text{zie BINAS tabel 7B})$$

$$\text{Invullen levert: } 1,794 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2} \times 9,109 \cdot 10^{-31} \cdot v^2.$$

$$v = 6,276 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \quad (\text{zie BINAS tabel 7A})$$

$$\text{Invullen levert: } \lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{9,109 \cdot 10^{-31} \times 6,276 \cdot 10^5}.$$

$$\lambda = 1,066 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$\frac{1}{2}\lambda = 0,5033 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 0,5033 \text{ nm}$$

Dit is inderdaad groter dan de 0,500 nm van de oneindig diepe put.

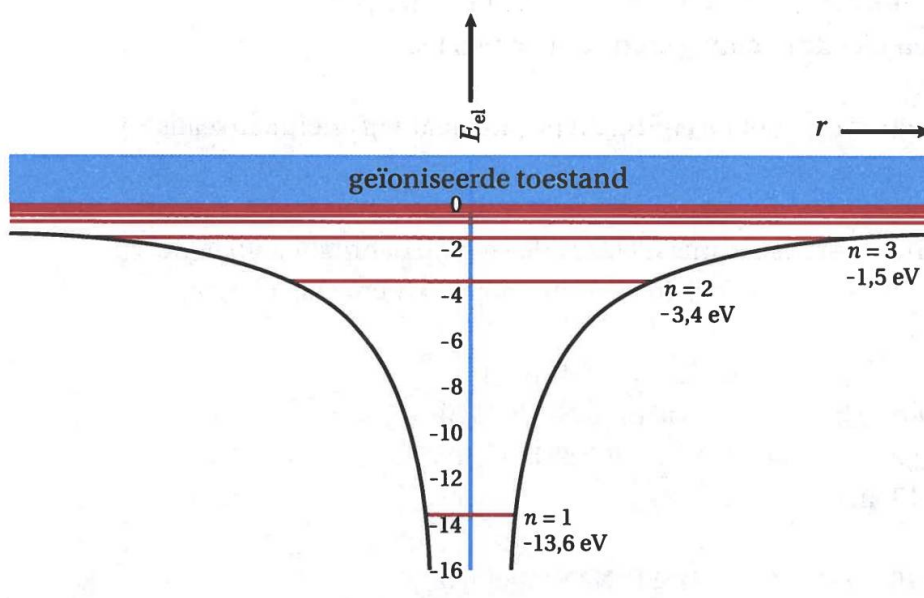
- b Hoe dichtter een energieniveau bij de rand van de energieput ligt, des te kleiner is het energietekort en des te verder dringt de toestandsfunctie in de wand door. Hierdoor is λ groter, de snelheid kleiner en het erbij behorende energieniveau lager.
- c Het vijfde niveau zit met 24,8 eV net onder de rand van 25 eV. Een hoger energieniveau zou boven de 25 eV uitkomen, waardoor het elektron niet langer in de energieput zit: het is niet meer gebonden.

Elektron in het waterstofatoom

Opgesloten deeltjes kom je tegen in atomen. Negatief geladen elektronen zijn gebonden aan de positief geladen atoomkern en kunnen daaraan zonder van buitenaf toegevoerde energie niet ontsnappen.

Het eenvoudigste atoom is het waterstofatoom. Dit bestaat uit een proton en een elektron. Tussen proton en elektron werkt een elektrische kracht die volgens de wet van Coulomb omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de afstand. Bij elke afstand r hoort dus een hoeveelheid elektrische energie E_{el} van het elektron. Dit zie je in figuur 13.41.

De elektrische energie is omgekeerd evenredig met de afstand. Een vergelijkbaar verband ben je tegengekomen bij de gravitatie-energie. Analoog aan de gravitatie-energie is de elektrische energie meer negatief als het elektron dichtter bij de kern is. Volgens afspraak wordt de elektrische energie op nul joule gesteld op oneindige afstand van de kern (buiten het atoom).



Figuur 13.41

Figuur 13.41 is een bodemloze energieput. Toch kan het elektron niet oneindig diep 'vallen'. Behalve de elektrische energie van figuur 13.41 heeft een elektron ook nog kinetische energie. Als een elektron diep in de put van figuur 13.41 zou zitten, zou het tegelijkertijd een lage energie hebben en een kleine bewegingsruimte. Maar dit kan niet: bij een kleine bewegingsruimte hoort een kleine de Broglie-golfte. Volgens $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$ moet dan m en/of v groot zijn. Omdat de massa van een elektron erg klein is, is v dus groot. Dat betekent dat de kinetische energie groot moet zijn.

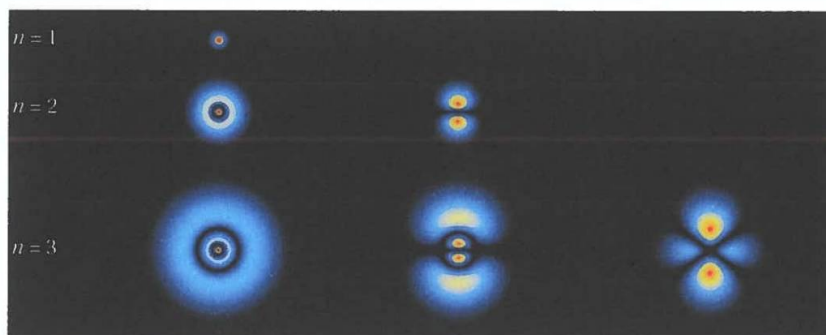
De totale energie van de quantumtoestand van een elektron gebonden in een waterstofatoom heeft daardoor een minimale waarde. De laagst mogelijke energie is $-13,6$ eV. Deze energie hoort bij de grondtoestand. Aangeslagen toestanden hebben een hogere energie. De energie van een quantumtoestand blijkt omgekeerd evenredig te zijn met n^2 . Voor de **energieniveaus van het elektron gebonden in een waterstofatoom** geldt:

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2}$$

- E_n is de energie van quantumtoestand n in eV.
- n is een positief geheel getal (1, 2, 3, ...).

In figuur 13.41 zijn de energieniveaus aangegeven met rode lijnen. Kijk je naar de eerste aangeslagen toestand van het elektron in waterstof, dan zie je dat de energieput daar breder is dan bij de grondtoestand. Het energieniveau van de eerste aangeslagen toestand ligt hierdoor lager dan wanneer de put niet breder was geworden. Naarmate de energieput breder wordt, komen de energieniveaus dichter bij elkaar te liggen.

De toestandsfuncties $\psi(x)$ zijn veel ingewikkelder dan bij het deeltje in een ééndimensionale energieput, omdat het waterstofatoom een driedimensionaal systeem is. Wel gelden dezelfde overwegingen om de energieën te vinden. Je kijkt welke staande golven met knopen en buiken er mogelijk zijn. In figuur 13.42 zie je de waarschijnlijkheidsverdelingen van het elektron in het waterstofatoom in de grondtoestand en een aantal aangeslagen toestanden. Horizontaal naast elkaar gelegen figuren hebben dezelfde energie omdat ze bij dezelfde aangeslagen toestand horen. De felheid van de kleur geeft aan hoe groot de kans is om het elektron aan te treffen op een bepaald punt in de buurt van de kern. De knooplijnen zijn zwart en daar is de kans om een elektron aan te treffen nul.



Figuur 13.42

De toestand die is aangegeven bij $n = 1$ heeft geen knooppijnen. Dit is de grondtoestand. Bij $n = 2$ staan twee quantumtoestanden, die beide dezelfde energie hebben. Bij beide toestanden is er een knooppijn te zien, links in de vorm van een kleine cirkel om het midden, rechts als een rechte horizontale lijn. Bij de toestanden bij $n = 3$ zijn er twee knooppijnen te zien.

In BINAS tabel 23 zie je op de bovenste rij de waarschijnlijkheidsverdeling van het elektron in het waterstofatoom in de grondtoestand en de eerste en tweede aangeslagen toestand, overeenkomend met de eerste kolom van figuur 13.42.

Een elektron kan ook loskomen van het waterstofatoom. De energie van het elektron is dan groter dan nul, en kan elke positieve waarde aannemen. In figuur 13.41 is dat weergegeven met een blauw vlak. De getallen in figuur 13.41 ben je al eerder tegengekomen in figuur 12.20 en in BINAS tabel 21A.

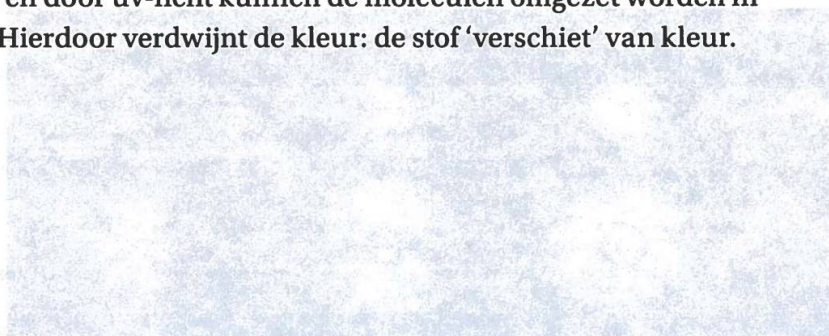
Voorbeelden van systemen met opgesloten deeltjes

Voor het waterstofatoom is de beschrijving van het energieschema van het elektron relatief eenvoudig. Grotere atomen hebben meerdere elektronen, waardoor de beschrijving erg ingewikkeld is. Als atomen bij elkaar komen, kunnen ze moleculen vormen door hun buitenste elektronen te delen. De waarschijnlijkheidsverdeling van de elektronen bepaalt de structuur van de gevormde moleculen. In een molecuul kunnen de opgesloten atomen trillingen uitvoeren, waardoor een molecuul verschillende energieniveaus heeft. Quantumtheorie is dus ook belangrijk voor de scheikunde.

Een atoombinding heeft een lengte met ordegrrootte 10^{-10} m. De laagste energieniveaus liggen dan rond de 10 eV uit elkaar. Zo'n stof zal alleen fotonen van uv-straling absorberen en geen zichtbaar licht. Zie BINAS tabel 19B. Daardoor zijn vaste stoffen opgebouwd uit kleine moleculen vaak wit.

Kleur komt doorgaans van grotere moleculen. Sommige kleurstofmoleculen bestaan uit ketens atomen met een aantal dubbele bindingen achter elkaar. De elektronen van de dubbele bindingen kunnen zich daardoor over een veel grotere lengte L verplaatsen dan bij een enkele atoombinding. Door de grotere lengte liggen de energieniveaus van dit soort moleculen dichter bij elkaar, en kunnen ze fotonen van zichtbaar licht absorberen.

Door bleekmiddelen en door uv-licht kunnen de moleculen omgezet worden in kleinere moleculen. Hierdoor verdwijnt de kleur: de stof 'verschiet' van kleur.



Opgaven

- 19 Bij een quantumdeeltje in een ééndimensionale energieput hoort een staande golf. In een put met lengte L zijn alleen golven mogelijk waarvan de golflengte voldoet aan $L = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$ met $n = 1, 2, 3, \dots$. Voor de snelheid v van het quantumdeeltje geldt $v = n \cdot \frac{h}{2m \cdot L}$ met $n = 1, 2, 3, \dots$
- a Leid deze formule af.
- Een deeltje dat tussen de wanden van de energieput beweegt, heeft alleen kinetische energie. Voor de energie van een deeltje in een energieput geldt dan:
- $$E_n = n^2 \cdot \frac{h^2}{8m \cdot L^2} \text{ met } n = 1, 2, 3, \dots$$
- b Leid deze formule af.
- Het deeltje absorbeert een foton en gaat hierdoor van de grondtoestand naar de tweede aangeslagen toestand.
- De frequentie van het opgenomen foton is dan gelijk aan $f = \frac{h}{m \cdot L^2}$.
- c Leid deze formule af.
- 20 Een elektron is opgesloten in een energieput met lengte $L = 3,33 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Voor de energieën bij dit deeltje in een put geldt $E_n = n^2 \cdot 3,39 \text{ eV}$.
- a Laat dit zien.
- Bij de overgang van $n = 2$ naar $n = 1$ wordt een foton uitgezonden. Het model van een elektron in een put met lengte $L = 3,33 \cdot 10^{-10}$ geeft dan voor de energie van dit foton dezelfde voorspelling als het model van een waterstofatoom.
- b Laat dat zien.
- In een atoomkern zitten geen elektronen, maar protonen en neutronen. De orde van grootte van de straal van een atoomkern is 10^4 keer zo klein als die van de straal van een atoom.
- Het proton in een atoomkern kun je beschouwen als een deeltje in een energieput. Door opname van energie kan een kern in een aangeslagen toestand komen.
- c Bereken de orde van grootte van de energieën die horen bij een overgang van de grondtoestand naar de eerste aangeslagen toestand.
- 21 Tussen de verschillende energieniveaus van een elektron in het waterstofatoom zijn overgangen mogelijk. In BINAS tabel 21A zijn er daarvan een aantal gegeven. Als het elektron terugvalt, worden fotonen uitgezonden. De lymanreeks bestaat uit de overgangen van aangeslagen toestanden naar de grondtoestand.
- a Laat zien dat bij die overgangen ultravioletstraling wordt uitgezonden.
- In BINAS tabel 20A staat het lijnenspectrum van waterstof. Al deze lijnen behoren tot de balmerreeks, waarbij het elektron terugvalt naar de eerste aangeslagen toestand. De zeven lijnen die zijn afgebeeld, horen bij overgangen van de beginwaarde voor $n = 3$ t/m $n = 9$ naar $n = 2$.
- b Controleer dat de overgang van $n = 10$ naar $n = 2$ geen lijn oplevert die in BINAS tabel 20 hoort.
- c Leg uit dat een waterstofatoom door overgangen geen röntgenstraling kan uitzenden, maar wel röntgenstraling kan absorberen.

Deuterium is een isotoop van waterstof met een extra neutron. De ruimte voor de kerndeeltjes in de kern van deuterium is veel kleiner dan de ruimte van het elektron in het deuteriumatoom.

- d Leg uit of de energie van de grondtoestand van een kerndeeltje van deuterium meer of minder negatief is dan die van het elektron van het deuteriumatoom.

- 22 Een elektron is opgesloten in een energieput met lengte $L = 5,0 \cdot 10^{-9}$ m. Volgens het model van een deeltje in een energieput heeft het elektron in de grondtoestand een energie van 15 meV.

a Laat dit zien.

b Toon aan dat in de grondtoestand de snelheid van het elektron gelijk is aan $7,3 \cdot 10^4$ m s⁻¹.

Stel dat het elektron, elke keer als het bij een uiteinde komt, een kans van 1 op 1 miljard heeft om erdoor te tunnelen.

c Toon aan dat het elektron waarschijnlijk binnen een milliseconde uit de put is.

Bereken eerst hoe vaak het elektron in een milliseconde tegen een uiteinde botst.

Als het elektron in de eerste aangeslagen toestand komt, tunnelt het elektron nog gemakkelijker naar buiten. Dit kun je op verschillende manieren uitleggen.

Een uitleg is dat de snelheid van het elektron in de aangeslagen toestand groter is en dat het elektron dus vaker tegen de uiteinden botst.

d Leg uit waardoor de snelheid van het elektron groter is.

Een andere uitleg heeft te maken met de hoogte van de energiebarrière. Stel dat de energiebarrière voor het elektron 15 eV is.

e Leg uit waarom de kans om te tunnelen groter is als het elektron in een aangeslagen toestand is.

Als de energiebarrière voor het elektron hetzelfde blijft, maar je maakt de ruimte waar het elektron kan bewegen tien keer zo groot, dan is de kans op tunnelen minder groot.

f Noem hiervoor een reden. Licht je antwoord toe.

- 23 In deze opgave vergelijk je de maan die in een baan om de aarde draait met het model van een elektron dat om de kern van een waterstofatoom beweegt.

In beide systemen geldt voor de kracht $F = \frac{k}{r^2}$.

In het waterstofatoom geldt $k = f \cdot e^2$.

In het aarde-maansysteem geldt $k = G \cdot M_{\text{aarde}} \cdot M_{\text{maan}}$.

De kracht F houdt het elektron of de maan in een cirkelbaan.

In dit geval kun je afleiden dat voor de snelheid v geldt:

$$v = \sqrt{\frac{k}{m \cdot r}}$$

▪ v is de snelheid in m s⁻¹.

▪ k is gelijk aan een van de twee gegeven formules.

▪ m is de massa van het voorwerp in de cirkelbaan in kg.

▪ r is de straal van de cirkelbaan in m.

a Leid de vergelijking voor de snelheid v af.

De gemiddelde afstand tussen elektron en waterstofkern is gelijk aan de $5,29 \cdot 10^{-11}$ m.

De gemiddelde afstand tussen aarde en maan is $3,84 \cdot 10^8$ m.

Het quantumgetal n is de verhouding tussen de de Broglie golflengte en de omtrek van de cirkel. Het waterstofatoom bevindt zich in de grondtoestand ($n = 1$) en de maan in een zeer hoge aangeslagen toestand.

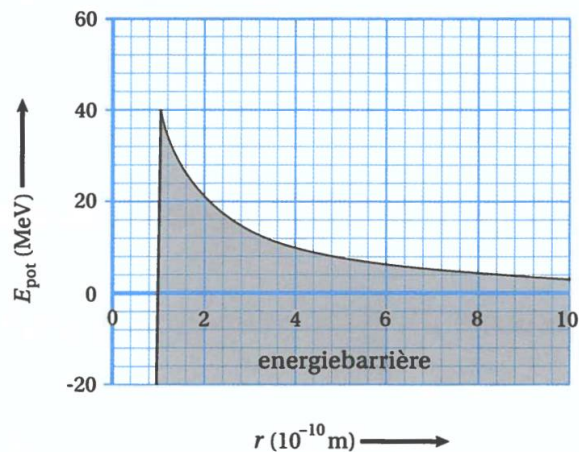
b Toon dat aan.

De energieniveaus van beide systemen worden beschreven door $E_n = -\frac{E_\infty}{n^2}$.

Voor het waterstofatoom geldt $E_\infty = 13,6$ eV en voor het aarde-maansysteem geldt $E_\infty = 5,66 \cdot 10^{165}$ J. Ondanks de enorme waarde voor E_∞ kan de maan vrijwel elke energiehoeveelheid opnemen of afstaan.

c Leg dit uit.

- 24 Bij radioactief verval van zware atomen ontsnapt een alfadeeltje uit een atoomkern. In figuur 13.43 zie je een grijs oppervlak dat de energiebarrière aangeeft. De randen vormen de grafiek van de potentiële energie die het alfadeeltje moet overwinnen om een zwaar atoom te verlaten. In BINAS tabel 25 zie je dat de energie van alfadeeltjes tussen de 4 en 10 MeV ligt. Die is dus veel te klein om de energiebarrière te overwinnen. Maar dankzij het tunnелеffect komt het deeltje toch 'door' de barrière heen.



Figuur 13.43

De kans op tunnelen hangt af van $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{d_1}}$ met $d_1 = 0,0552 \cdot \frac{h}{\sqrt{2m \cdot \Delta E}}$.

- d is de horizontale afstand van de energiebarrière in m.
- d_1 is de halveringsdikte in m.
- 0,0552 is een constante zonder eenheid.
- h is de constante van Planck in J s.
- m is de massa van het tunnelende deeltje in kg.
- ΔE is het energietekort in J.

Het energietekort is het energieverschil tussen de energie die het deeltje heeft en de energie die nodig is om 'over' de barrière te komen.

a Laat zien dat $\frac{h}{\sqrt{2m \cdot \Delta E}}$ de eenheid van lengte heeft.

b Beredeneer of de kans op tunnelen groter of kleiner is als de massa van het deeltje groter is.

Een alfadeeltje van 9 MeV tunnelt minder gemakkelijk door de energiebarrière dan een alfadeeltje van 10 MeV.

c Noem hiervoor twee redenen. Licht je antwoord toe.

Microchips, zoals op de foto, maken gebruik van halfgeleidermaterialen. Waarin verschillen halfgeleiders van geleiders en isolatoren? Hoe maken toepassingen gebruik van de speciale eigenschappen van halfgeleiders?



Figuur 13.44

13.5 Elektronen in materialen

Valentie-elektronen en atoomresten

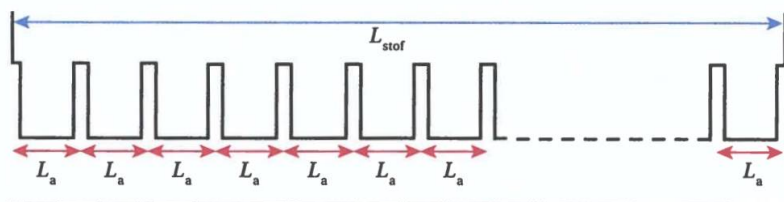
Een atoom bestaat uit een kern met eromheen elektronen. De buitenste elektronen noem je **valentie-elektronen**. De kern met de rest van de elektronen noem je een **atoomrest**. In een vaste stof trillen de atoomresten rond een vaste plaats. Door de elektrische aantrekkingskrachten van de atoomresten kunnen valentie-elektronen een vaste stof moeilijk verlaten. Een model van een stukje vaste stof is een verzameling atoomresten waartussen de valentie-elektronen zijn opgesloten.

De afstand tussen de atoomresten ligt in de ordegrootte van 1 nm. De de Broglie-golflengte van een elektron is enkele nanometers. Dat is veel meer dan de afstand van 1 nm tussen de atoomresten. Elektronen zijn dus in staat om van atoomrest naar atoomrest te tunnelen. Een stukje vaste stof is dus als geheel een quantumstelsel met veel elektronen.

Atoomresten hebben een veel grotere massa dan elektronen. Daardoor is de de Broglie-golflengte van een atoomrest veel kleiner dan 1 nm en hoef je een atoomrest niet als quantumdeeltje te behandelen.

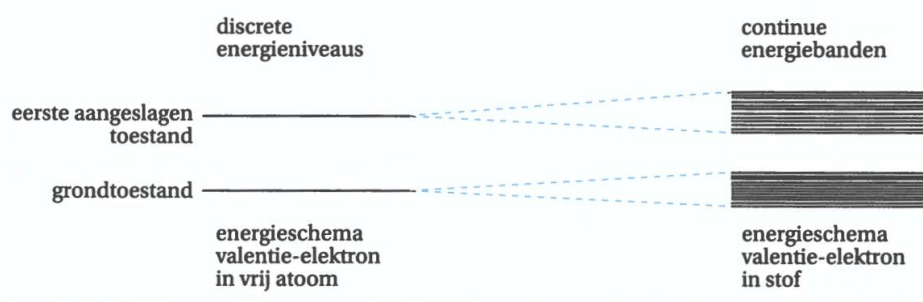
Energiebanden

In figuur 13.45 staat een schematische voorstelling van een stukje vaste stof dat bestaat uit een aantal atomen. De stof met lengte L_{stof} is opgedeeld in een groot aantal atoomresten met elk een energieput met lengte L_a waarin de valentie-elektronen zijn opgesloten.



Figuur 13.45

In de energieput is er een grondtoestand. Bij dit laagste energieniveau E_1 hoort een toestandsfunctie ψ_1 . Omdat de de Broglie-golflengte van een valentie-elektron groter is dan de afstand tussen de atoomresten, overlappen de toestandsfuncties elkaar. Daardoor ontstaat uit één energieniveau een **band** aan energieniveaus voor de stof. Op dezelfde manier ontstaan uit discrete aangeslagen toestanden banden voor de stof. Zie figuur 13.46 voor de grondtoestand en de eerste aangeslagen toestand.



Figuur 13.46

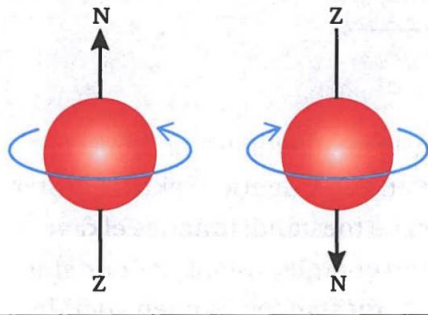
De oorspronkelijke energieniveaus splitsen zich in banden van heel veel energieniveaus waarvan de energieën onderling maar weinig verschillen. Omdat de energiesprongen zo klein zijn, is binnen zo'n band een bijna continue variatie van energie mogelijk. Tussen de banden bevindt zich een kloof zonder energietoestanden.

Uitsluitingsprincipe, elektronenspin

De natuurkundige Pauli ontdekte dat het onmogelijk is dat twee of meer elektronen dezelfde quantumtoestand bezetten. Deze regel heet het **uitsluitingsprincipe van Pauli**. Omdat het uitsluitingsprincipe zegt dat meer dan één elektron per quantumtoestand onmogelijk is, is het belangrijk om te weten in welke quantumtoestanden het elektron zelf kan zijn.

Een elektron heeft een eigenschap die **spin** wordt genoemd. Het woord spin is afgeleid van het Engelse 'to spin' dat 'draaien' betekent. De grootte spin kan maar twee waarden aannemen bij een elektron: spin omhoog en spin omlaag.

De spin van een elektron zorgt ervoor dat het elektron zich gedraagt als een klein magneetje. Bij spin omhoog zit de noordpool boven, en bij spin omlaag zit de zuidpool boven. Zie figuur 13.47.



Figuur 13.47

Een elektron met spin omhoog is in een andere toestand dan een elektron met spin omlaag. Daardoor kunnen zich in één energieniveau twee elektronen bevinden. Zolang er geen magnetisch veld van buitenaf komt, hebben de elektronen dezelfde energie. Is er wel een magnetisch veld, dan is er een verschil in energie tussen de elektronen met verschillende spin. Is de richting van de spin dezelfde als die van het magnetisch veld, dan is de energie kleiner dan in de toestand met tegenovergestelde spin.

Voorbeeld 8 Toestanden vullen met elektronen

Een eenvoudig quantumstelsel heeft drie energieniveaus met energieën van 0,50 eV, 1,0 eV en 2,0 eV. Dit stelsel wordt gevuld met elektronen.

a Leg uit hoeveel elektronen je maximaal in dit quantumstelsel kwijt kunt. Hoewel vier elektronen minder is dan het maximale aantal bij vraag a, kunnen de vier elektronen niet allemaal spin omhoog hebben in dit quantumstelsel.

b Leg dit uit.

Het quantumstelsel wordt gevuld met vier elektronen, waarvan één elektron in de grondtoestand, twee elektronen in de eerste aangeslagen toestand, en één elektron in het hoogste energieniveau.

c Toon aan dat deze toestand een energie heeft van 4,5 eV.

Door absorptie en emissie van fotonen ontstaan toestanden met een andere hoeveelheid energie. Het quantumstelsel krijgt een energie van 5,0 eV.

d Leg uit dat dat niet kan door absorptie van een foton met een energie van 0,5 eV.

e Leg uit hoe de toestand met een energie van 5,0 eV wel bereikt kan worden.

Uitwerking

a Per energieniveau kun je maximaal twee elektronen kwijt. In het quantumstelsel passen dus maximaal zes elektronen.

b Als je vier elektronen verdeelt over drie niveaus, dan heeft minstens één niveau twee elektronen. Vanwege het uitsluitingsprincipe van Pauli moeten de elektronen op hetzelfde niveau verschillende spins hebben. De spins van de vier elektronen kunnen dus niet allemaal gelijk zijn.

- c Een elektron in de grondtoestand heeft een energie van 0,5 eV.
Er zijn twee elektronen in de eerste aangeslagen toestand, elk 1,0 eV.
Een elektron in de tweede aangeslagen toestand heeft 2,0 eV aan energie.
De totale energie van de vier elektronen is dus $0,5 + 2 \times 1,0 + 2,0 = 4,5$ eV.
- d Door opname van een foton van 0,5 eV moet een elektron van de grondtoestand naar de eerste aangeslagen toestand springen. Maar in de beschreven situatie zitten er al twee elektronen in de eerste aangeslagen toestand. Dit niveau is dus volgens het uitsluitingsprincipe van Pauli 'vol': er kan niet nog een elektron bij. Deze manier is dus onmogelijk.
- e Bij een energie van 5,0 eV zitten twee elektronen in de grondtoestand van 0,5 eV en twee in de tweede aangeslagen toestand van 2,0 eV. Er moet dus een foton geabsorbeerd worden met een energie van 1,0 eV (zodat een elektron van de eerste aangeslagen toestand naar de tweede gaat), en er moet emissie van een foton van 0,5 eV plaatsvinden (zodat een elektron van de eerste aangeslagen toestand naar de grondtoestand gaat).

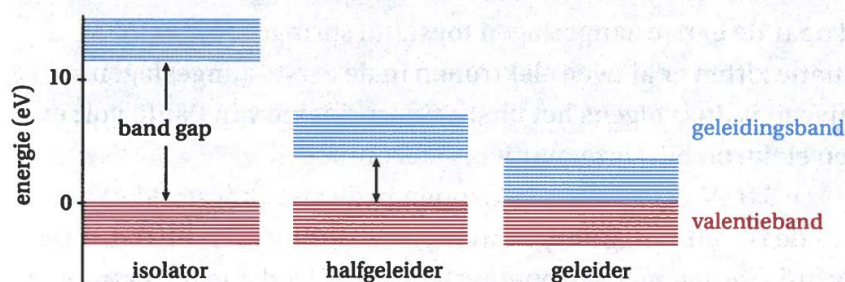
Geleiders, halfgeleiders en isolatoren

In een vaste stof worden de energieniveaus opgevuld met valentie-elektronen. Bij lage temperatuur is de energie van de stof laag. De eerste twee elektronen bezetten dan het laagste energieniveau. Daarna is dit niveau gevuld, vanwege het uitsluitingsprincipe van Pauli. De volgende twee elektronen gaan in het op één na laagste niveau. Dan is ook dit niveau vol, en volgt het op twee na laagste niveau, enzovoorts.

Bij de laagst mogelijke energie bezetten de elektronen dus een hele reeks aangrenzende energieniveaus. De band van energieniveaus voor de valentie-elektronen noem je de **valentieband**. In de valentieband zijn bij lage temperatuur geen vrije energieniveaus beschikbaar. De elektronen in de valentieband zijn dan niet mobiel. Deze elektronen zitten op vaste plekken, en zorgen voor de bindingen tussen de atoomresten.

Boven de valentieband zijn nog wel veel vrije energieniveaus. Deze band van energieniveaus wordt de **geleidingsband** genoemd. Dit is de eerste aangeslagen toestand voor de valentie-elektronen. Als een elektron in de geleidingsband komt, dan kan het vrij bewegen: het is een vrij elektron of geleidingselectron geworden. Geleidingselectronen kunnen zich gemakkelijk verplaatsen, en daarvoor moeten ze energie kunnen opnemen en afstaan bij interactie tussen elektronen onderling. Dat gaat gemakkelijk in de geleidingsband, omdat de energieniveaus dicht bij elkaar liggen.

De kloof tussen de valentieband en de geleidingsband heet een **band gap**. De breedte van de band gap bepaalt of een vaste stof een isolator, een geleider of een halfgeleider is. Zie figuur 13.48. Hoe groter de band gap, des te meer energie is er nodig om een valentie-elektron in de geleidingsband te krijgen.



Figuur 13.48

Of een stof goed geleidt, hangt af van het aantal elektronen in de geleidingsband. Het geleidingsvermogen neemt toe als een elektron van de valentieband naar de geleidingsband gaat. Het elektron moet daarvoor voldoende energie hebben om over een eventuele band gap te kunnen springen.

Bij kamertemperatuur is de gemiddelde kinetische energie van elektronen kleiner dan 0,04 eV.

Bij een **isolator** is de band gap meestal groter dan 5 eV. Dan hebben ook de snelste elektronen te weinig energie om de band gap over te steken. Alleen door heel veel energie toe te voeren gaan elektronen deelnemen aan geleiding.

Heeft een materiaal geen of een heel kleine band gap, dan zitten de energieniveaus van de geleidingsband direct boven de valentieband. Er is nauwelijks energie nodig om elektronen in de geleidingsband, en dus in beweging te krijgen. Dergelijke stoffen zijn **geleiders**. Bij heel goede geleiders, zoals metalen, overlappen de valentieband en de geleidingsband elkaar.

Stoffen met een band gap van enkele eV zijn **halfgeleiders**. In normale omstandigheden geleidt de stof niet zo goed. Maar door toevoer van een kleine hoeveelheid energie kunnen elektronen al over de band gap springen. De stof gaat dan beter geleiden. In BINAS tabel 16C vind je voor een aantal halfgeleiders de energie van hun band gap.

NTC en LDR

Bij een temperatuur hoger dan 0 K zijn in een materiaal de deeltjes in beweging. Door onderlinge botsingen kan kinetische energie worden overgedragen waardoor het ene elektron meer kinetische energie heeft dan het andere. In een halfgeleider kunnen elektronen met die energie over de band gap heen springen.

In een halfgeleidermateriaal bij kamertemperatuur is de gemiddelde energie weliswaar niet groot genoeg om een elektron de band gap te laten oversteken, maar omdat er ook deeltjes zijn met (veel) meer energie komen er toch enkele elektronen in de geleidingsband terecht. Met enkele elektronen is het geleidingsvermogen niet heel groot. Verhoog je de temperatuur, dan springen steeds meer elektronen van de valentieband naar de geleidingsband en geleidt het materiaal steeds beter.

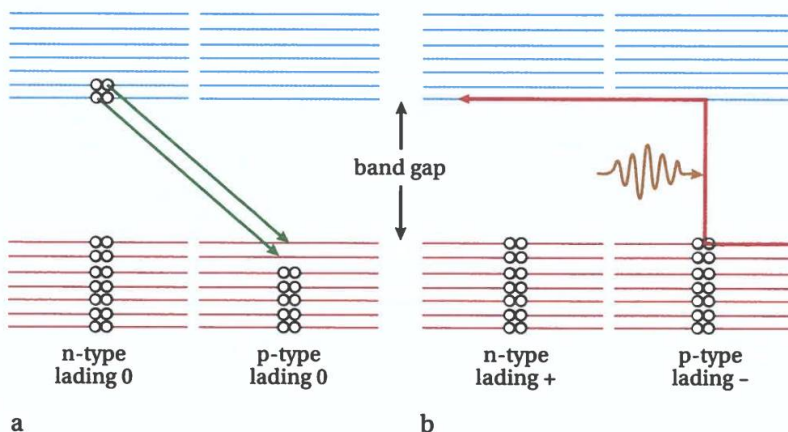
Dergelijke halfgeleiders zijn **NTC**-weerstand. Hoe hoger de temperatuur, des te meer elektronen beschikbaar zijn voor de geleiding, des te kleiner is de weerstand van de NTC.

Ook een **LDR** is gemaakt van halfgeleidermateriaal. De weerstand van een LDR neemt af als er licht op valt. Absorbeert een elektron in de valentieband een foton met voldoende energie, dan kan het naar de geleidingsband springen en deelnemen aan geleiding. Hoe meer fotonen er worden geabsorbeerd, hoe meer elektronen beschikbaar zijn voor geleiding, des te kleiner is de weerstand van de LDR.

Zonnecel

Een **zonnecel** is ook gemaakt van halfgeleidermateriaal. In een zonnecel zitten twee typen halfgeleidermaterialen tegen elkaar: een n-type en een p-type. Bij het n-type is de valentieband volledig bezet en ook een paar niveaus van de geleidingsband zijn bezet met elektronen. In het p-type zitten juist wat minder elektronen: er zitten geen elektronen in de geleidingsband en er zijn nog een paar open plekken in de valentieband.

Breng je een n-type en p-type bij elkaar, dan steken de elektronen in de geleidingsband van het n-type over naar de open plekken in de valentieband van het p-type. Zie figuur 13.49a.



Figuur 13.49

Door de extra elektronen is het p-type nu negatief geladen. Het n-type is positief geladen door het tekort aan elektronen. Zie figuur 13.49b.

Wordt in een zonnecel het p-type bestraald met fotonen, dan wordt deze situatie teruggedraaid. Door absorptie van een foton met voldoende energie springt een elektron in het p-type van de valentieband naar de geleidingsband, net als bij een LDR. Het elektron beweegt vervolgens direct naar het n-type, omdat dit positief geladen is door een tekort aan elektronen.

De zonnecel werkt dan als een gelijkspanningsbron. Het n-type is de minpool van de spanningsbron, die elektronen met hoge energie uit de geleidingsband levert. Het p-type is de pluspool, die de elektronen weer ontvangt in de valentieband nadat ze hun energie hebben afgestaan in een stroomkring. Zolang er fotonen met voldoende energie worden geabsorbeerd, worden elektronen van de p-kant naar de n-kant gepompt.

Voorbeeld 9 Zonnecellen

Zowel een zonnecel als een LDR maken gebruik van halfgeleiders.

- a Noem een overeenkomst en een verschil tussen een LDR en een zonnecel als deze een foton absorberen.

Het rendement van een zonnepaneel is maximaal ongeveer 25%. Dit komt doordat de energie van de fotonen die op de zonnecellen vallen niet altijd nuttig gebruikt kan worden.

- b Noem twee redenen daarvoor.

De meeste zonnecellen zijn van silicium. Maar je kunt ook zonnecellen van germanium maken. Germaniumcellen hebben een veel hoger rendement dan siliciumcellen.

- c Geef een reden waarom germaniumzonnecellen een veel hoger rendement hebben dan siliciumcellen. Gebruik BINAS tabel 16C bij je uitleg.

Uitwerking

- a Overeenkomst: Elektronen gaan van de valentieband naar de geleidingsband. Verschil: Een zonnecel wordt gebruikt als een spanningsbron; een LDR niet.
- b Voor de overgang van de valentieband naar de geleidingsband is een minimale hoeveelheid energie nodig. Fotonen met een lagere energie kunnen dus niet worden gebruikt.

Fotonen met teveel energie komen hoog in de geleidingsband en vallen terug, waarbij infraroodstraling ontstaat. Die stralingsenergie kan niet nuttig worden gebruikt.

- c Volgens BINAS tabel 16C heeft silicium een band gap van 1,10 eV, en germanium van 0,72 eV. Omdat fotonen meer energie dan de band gap moeten hebben om elektronen naar de geleidingsband te brengen, kan germanium fotonen vanaf 0,72 eV omzetten in elektriciteit. Het is daarmee effectiever dan silicium dat pas fotonen bij energieën hoger dan 1,10 eV absorbeert.

(Helaas is germanium veel duurder dan silicium. Het wordt dan ook alleen gebruikt voor hoogwaardige toepassingen, zoals de ruimtevaart.)

Opgaven

- 25 Voor gassen geldt voor de gemiddelde energie van een vrij bewegend deeltje:

$$E_{\text{gem}} = \frac{3}{2} k_B \cdot T$$

- k_B is de constante van Boltzmann in JK^{-1} .
- T is de temperatuur in K.

De waarde van k_B vind je in BINAS tabel 7.

Je kunt deze formule gebruiken voor een vrij bewegend elektron of de atoomkern.

In ijzer is de afstand tussen de atomen bij kamertemperatuur ongeveer 0,23 nm.

- a Toon aan dat de de Broglie-golflengte van een vrij bewegend elektron bij kamertemperatuur (293 K) gelijk is aan 6,3 nm.
- b Toon aan dat de de Broglie-golflengte van de kern van ijzer-56 bij kamertemperatuur (293 K) gelijk is aan 20 pm.

Voor de beschrijving van het gedrag van de elektronen in ijzer moet je quantumtheorie gebruiken. Het gedrag van de atoomkernen kun je beschrijven met klassieke theorie.

- c Leg dit uit.

- 26 Een quantumstelsel heeft drie energieniveaus: een grondtoestand bij 1,5 eV en twee aangeslagen toestanden bij 3,2 eV en 5,6 eV.

Dit systeem wordt gevuld met drie elektronen. Als je geen rekening houdt met de spin, kan dat op zeven manieren.

- a Noteer in tabel 13.2 het aantal elektronen voor de zeven mogelijke bezettingen van de grondtoestand en de twee aangeslagen toestanden.

Elektronen veranderen van energieniveau door fotonen te absorberen en even later weer (andere) fotonen uit te zenden. Bij spectraalanalyse van dit quantumstelsel zijn maar drie spectraallijnen te zien.

- b Leg uit welke fotonenergieën horen bij deze drie spectraallijnen.

Het systeem kan ook gevuld worden met drie elektronen die allemaal spin omhoog hebben.

- c Bereken de energie van deze toestand.

	n_1	n_2	n_3
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

Tabel 13.2

- 27 Een molecuul in een kleurstof wordt beschreven door het model van een deeltje in een ééndimensionale energieput. De energieniveaus worden gegeven door

$E_n = n^2 \cdot E_1$, met het laagste energieniveau van $E_1 = 0,25 \text{ eV}$. In de energieput zitten acht elektronen. Bij niet al te hoge temperatuur zitten die allemaal in de laagst mogelijke energieniveaus.

- a Bereken de lengte van de energieput.

Je bestraalt de kleurstof met wit licht.

- b Voer de volgende opdrachten uit:
 - Bereken de energie van de eerste vijf niveaus.
 - Leg uit dat deze kleurstof de kleur groen heeft.

Als je de kleurstof bestraalt met uv-fotonen van 4,0 eV, zie je een kleur.

- c Leg uit dat de kleurstof dan de mengkleur van rood en groen heeft.

28 In BINAS tabel 67I staat de structuurformule van β -caroteen. Je ziet dat elf dubbele bindingen afgewisseld worden met tien enkelvoudige bindingen. Dit is een voorbeeld van een geconjugeerd systeem. In een geconjugeerd systeem kunnen per dubbele binding twee elektronen 'vrij' bewegen tussen het begin en het einde van het systeem. Daardoor zijn alle bindingen een beetje dubbel, zoals bij benzeen. De lengte L van het geconjugeerd systeem van β -caroteen is gelijk aan 2,5 nm.

a Maak dit aannemelijk met behulp van gegevens uit BINAS tabel 53.

In β -caroteen doen in totaal 22 elektronen mee binnen het systeem. Je kunt een β -caroteenmolecuul beschrijven met een eenvoudig model van een ééndimensionale energieput waarin 22 elektronen opgesloten zijn.

De grondtoestand is de toestand waarin die elektronen een zo laag mogelijke energie hebben. Door absorptie van een foton komt het molecuul in de eerste aangeslagen toestand.

b Leg uit dat het foton een overgang van $n = 11$ naar $n = 12$ veroorzaakt.

Voor het energieverschil van deze overgang geldt:

$$\Delta E = 23 \cdot \frac{h^2}{8m \cdot L^2}$$

- ΔE is het energieverschil in J.
- h is de constante van Planck in Js.
- m is de massa van het elektron in kg.
- L is de lengte van het geconjugeerde systeem in m.

c Leid deze formule af.

De oranje kleur van wortels komt door de aanwezigheid van β -caroteen. Dit betekent dat β -caroteen licht met een frequentie kleiner dan $6 \cdot 10^{14}$ Hz niet absorbeert.

d Maak dit aannemelijk met behulp van BINAS tabel 19A.

Om het elektron van de hoogste bezette n -waarde naar de volgende n -waarde aan te slaan moet het een foton met een frequentie van $6 \cdot 10^{14}$ Hz absorberen.

e Toon met bovenstaande gegevens aan dat de lengte L van het geconjugeerde systeem van β -caroteen overeenkomt met de 2,5 nm die volgt uit BINAS tabel 53.

29 De indeling van materialen in geleiders, halfgeleiders en isolatoren volgt uit de grootte van de band gap. Je kunt de energie van de band gap vergelijken met de energie die al in het materiaal aanwezig is. Bij een temperatuur boven 0 K hebben alle deeltjes in de stof immers bewegingsenergie. Door middel van interacties kunnen ze die energie op elkaar overdragen. De gemiddelde energie van een deeltje is bij kamertemperatuur 35,2 meV.

Een geleider heeft een band gap die rond of onder deze energie ligt. Een isolator heeft een band gap van meer dan honderd keer deze energie.

a Leg uit dat een materiaal bij kamertemperatuur waarschijnlijk al goed geleidt als de band gap rond of onder de 35 meV ligt.

Een LDR bestaat uit halfgeleidermateriaal. Met een LDR kun je bijvoorbeeld een daglichtsensor maken. Dat is een sensor die reageert op een verandering in lichtintensiteit. De band gap van zo'n LDR moet kleiner zijn dan 1,65 eV.

b Leg uit wat er gebeurt als de band gap veel groter is dan 1,65 eV.

Ook een led werkt met halfgeleidermateriaal. Een led geeft licht doordat elektronen de band gap oversteken. Leds zijn er tegenwoordig in alle kleuren.

- c Leg uit hoe bij een blauwe led blauw licht ontstaat en geef aan hoe groot de band gap ongeveer is.

30 In tabel 13.3 staat voor verschillende halfgeleiders de band gap weergegeven. Een zonnecel is gemaakt van silicium. Een bepaald foton brengt een elektron in de geleidingsband van silicium.

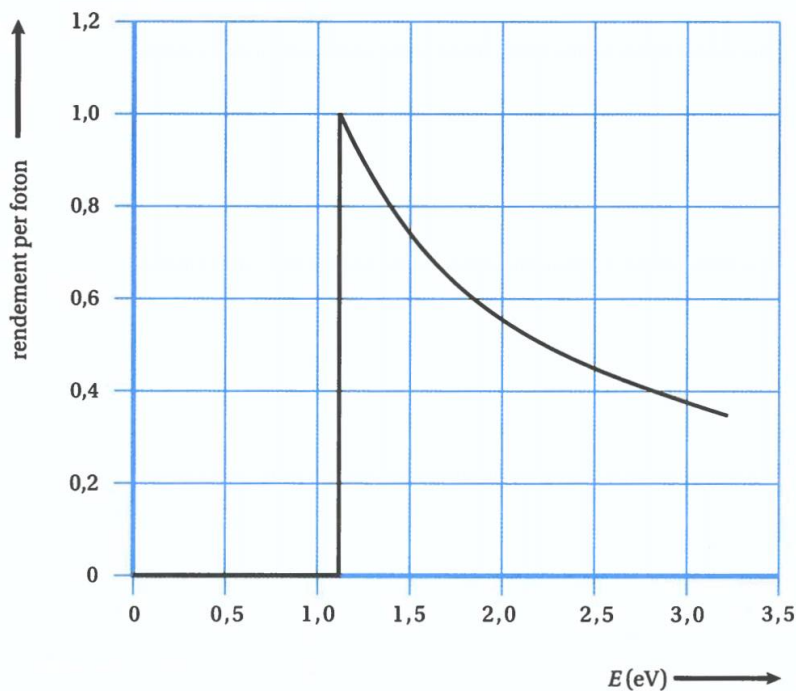
- a Bepaal met behulp van tabel 13.3 wat de golflengte van dit foton maximaal kan zijn.

Een foton met een kortere golflengte zorgt ervoor dat een elektron hoog in de geleidingsband terechtkomt. Door overgangen binnen de geleidingsband valt het elektron dan weer terug richting de band gap. De energie die bij overgangen in de geleidingsband vrijkomt, gaat verloren aan warmte. Van de meeste fotonen wordt dus niet alle energie omgezet in elektrische energie. Het rendement van één foton is dus afhankelijk van zijn energie. Zie figuur 13.50.

- b Verklaar de vorm van de grafiek.

materiaal	band gap in eV
CdTe	1,58
Ge	0,72
InSb	0,23
PbSe	0,27
Si	1,10
ZnS	3,60
ZnSe	2,70

Tabel 13.3



Figuur 13.50

Wit licht bestaat uit fotonen met energieën tussen de 1,65 eV en 3,10 eV.

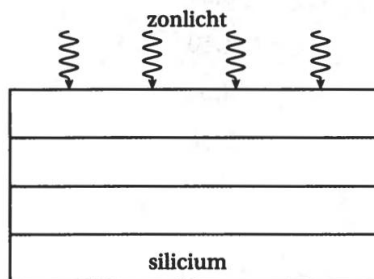
- c Schat het rendement van de zonnecel als bij elk van deze fotonenergieën evenveel fotonen op de zonnecel vallen.

Helaas is het rendement van een zonnecel nog een stuk lager dan geschat bij c. Het rendement van silicium wordt groter als andere halfgeleiders op het silicium worden aangebracht. Deze laagjes zijn zo dun dat fotonen erdoorheen kunnen gaan.

In figuur 13.51 staat schematisch een dwarsdoorsnede van een zonnecel getekend, met drie dunne laagjes op het silicium. Ieder laagje is gemaakt van een ander materiaal uit tabel 13.3.

d Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef in figuur 13.51 in iedere laag aan van welk materiaal uit tabel 13.3 deze laag gemaakt is.
- Leg je antwoord uit.



Figuur 13.51



Oefen met hoofdstuk 13

13.6 Afsluiting

Samenvatting

In de negentiende eeuw toonde Young met een dubbelspleetexperiment aan dat licht golfgedrag vertoont. Twee kenmerken van golfgedrag zijn diffractie en interferentie. Bij diffractie gaat licht niet rechtdoor, maar buigt het om de rand van een spleet of obstakel. De mate van diffractie hangt af van de golflengte en de afmetingen van de spleet of het obstakel. Is de spleet of het obstakel groot ten opzichte van de golflengte, dan treedt nauwelijks diffractie op. Hoe kleiner de afmetingen, des te sterker is de mate van diffractie.

Door diffractie via meerdere spleten of een tralie kunnen lichtstralen met elkaar interfereren. Dit is zichtbaar als een afwisseling van lichte en donkere strepen op een scherm.

Licht vertoont behalve golfgedrag ook deeltjesgedrag: het bestaat uit fotonen. De verschijnselen die optreden bij het vrijmaken van elektronen uit atomen of materialen en het lijnenspectrum van atomen kunnen verklaard worden door aan te nemen dat een elektron één foton absorbeert.

Deeltjesgedrag en golfgedrag komen samen in het dubbelspleetexperiment. Er worden afzonderlijke fotonen waargenomen op het scherm, maar de verdeling van de fotonen vertoont een interferentiepatroon. Probeer je te achterhalen door welke spleet een foton gaat, dan gaat de interferentie verloren.

Deeltjes vertonen net als licht zowel golf- als deeltjesgedrag. De golflengte van een deeltje is afhankelijk van de massa en de snelheid van het deeltje. Het gedrag kun je wiskundig beschrijven door een toestandsfunctie $\psi(x)$ aan het deeltje te koppelen. Het kwadraat van de amplitude van deze toestandsfunctie geeft de waarschijnlijkheid om het deeltje op plaats x aan te treffen.

Als een bewegend quantumdeeltje opgesloten is in een energieput, voorspelt het golfgedrag van een deeltje dat de kans om het deeltje ergens aan te treffen niet overal even groot is. Er ontstaat een patroon van knopen en buiken. Bij de wanden ontstaan knopen, net als bij een trillende snaar. De toestandsfunctie $\psi(x)$ beschrijft dan een staande golf.

De golflengte van deze staande golf hangt af van de lengte L van de energieput en van het aantal knopen. Meer knopen of een kleinere L geeft een kortere golflengte en hogere waarden voor de energieniveaus.

Bij de laagst mogelijke energie spreek je van de grondtoestand; aangeslagen toestanden hebben een hogere energie. Ieder energieniveau heeft zijn eigen toestandsfunctie.

Door fotonen te absorberen of uit te zenden kunnen de deeltjes naar een hoger of lager energieniveau springen. Daarvoor moet een foton exact de juiste energie, en dus golflengte hebben. Dit verklaart dat spectra van atomen lijnenspectra zijn.

Als de wand van een energieput niet oneindig hoog is, dringt de golf in de wand door en verspreidt zich zo over een groter gebied. Een deeltje kan dankzij dit golfgedrag zelfs door een barrière lekken, het tunnелеffect.

In vaste stoffen zijn energieniveaus van valentie-elektronen gegroepeerd in banden. Een band kan worden gevuld met elektronen. In een energieniveau kunnen maximaal twee elektronen, die dan een tegengestelde spin hebben. Dit volgt uit het Pauli-uitsluitingsprincipe.

De valentieband bestaat uit de energieniveaus die de valentie-elektronen opvullen bij de laagste energie. De geleidingsband bestaat uit de niveaus boven de valentieband.

Of een vaste stof goed geleidt hangt af van de band gap tussen de valentie- en de geleidingsband. Vaste stoffen met een middelgrote band gap heten halfgeleiders, en worden toegepast in onder andere NTC's, LDR's en zonnecellen.

De quantumtheorie is een nauwkeurigere theorie dan de klassieke theorie van Newton. In het dagelijks leven voldoet de klassieke theorie goed. Deze is relatief eenvoudig. Bij de beschrijving van atomen en elektronen en bij heel lage temperaturen is de quantumtheorie onmisbaar.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk zijn besproken staan hier bij elkaar.

maxima tralie	$d \cdot \sin(\alpha) = n \cdot \lambda$ met $n = 0, 1, 2, 3, \dots$
debrogliegolflengte	$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$
energie deeltje in een ééndimensionale energieput	$E_n = n^2 \cdot \frac{h^2}{8m \cdot L^2}$ met $n = 1, 2, 3, \dots$
energie waterstofatoom	$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (in eV)}$ met $n = 1, 2, 3, \dots$

De formules vind je in BINAS tabel 35B4, 35E2 en 35E4.

Opgaven

• hulpblad

31 Het is mogelijk om atomen af te remmen met behulp van lasers. Deze techniek wordt gebruikt om extreem lage temperaturen te bereiken.

Een foton met een energie van 1,59 eV passeert een atoom van ^{85}Rb . Als het atoom niet beweegt, is de energie van het foton net te klein om het atoom in aangeslagen toestand te brengen. Als het atoom het foton tegemoetkomt met een snelheid van $0,500 \text{ m s}^{-1}$, wordt het atoom wel aangeslagen. Dit komt door de dopplerverschuiving van licht.

a Leg uit hoe de dopplerverschuiving verklaart dat het atoom aangeslagen raakt, ondanks het feit dat de energie van het foton eigenlijk te klein is.

Korte tijd later valt het atoom terug uit zijn aangeslagen toestand door een foton uit te zenden. Na het uitzenden van het foton heeft het atoom nog een snelheid van $0,495 \text{ m s}^{-1}$.

b Toon aan dat het frequentieverschil tussen het geabsorbeerde foton en het uitgezonden foton gelijk is aan $5 \cdot 10^5 \text{ Hz}$.

Deze techniek wordt gebruikt om een wolk van atomen af te koelen. Daarvoor wordt een wolkje gas vanuit meerdere richtingen met lasers bestraald.

De Rb-atomen kunnen niet eindeloos worden afgekoeld. Zelfs als het atoom na absorptie van het foton stilstaat, krijgt het bij het uitzenden van een foton toch weer snelheid.

c Leg dit uit.

Laserkoeling wordt toegepast om te proberen Rb-atomen in een gezamenlijke quantumtoestand (Bose-Einsteincondensatie) te krijgen. Hierbij wordt de golflengte die bij afzonderlijke atomen hoort zo groot dat de golven van verschillende deeltjes elkaar overlappen.

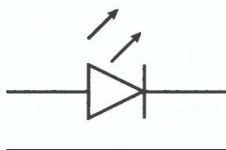
Na het uitzenden van het foton heeft het atoom in ieder geval een de Broglie-golflengte die net zo groot is als de de Brogliegolflengte van het uitgezonden foton.

d Laat zien dat een Rb-atoom door laserkoeling niet verder kan worden afgeremd dan tot een snelheid van $6,03 \text{ mm s}^{-1}$.

32 In figuur 13.52 zie je het symbool van een led. In een led zitten twee soorten halfgeleidend materiaal tegen elkaar aan. Deze soorten heten n-type en p-type.

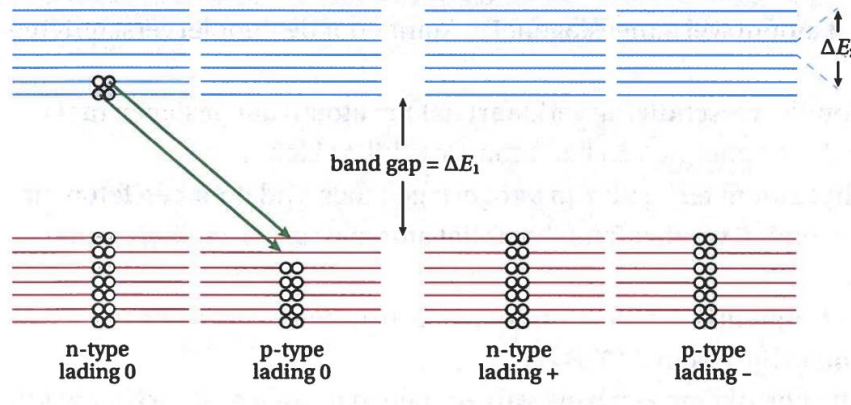
Is in figuur 13.52 de rechterkant verbonden met de minpool van een spanningsbron, dan staat de led in de doorlaatrichting. Een elektron komt dan eerst in het n-type halfgeleidend materiaal en daarna in het p-type.

a Bevindt in figuur 13.52 het n-type halfgeleidend materiaal zich aan de linkerkant of aan de rechterkant van de led? Licht je antwoord toe.



Figuur 13.52

Bij het n-type zijn de energieniveaus van de valentieband helemaal gevuld en er zitten extra elektronen in de geleidingsband. De valentieband en de geleidingsband zijn gescheiden door een band gap van $\Delta E_1 = 2,26 \text{ eV}$. Het p-type heeft juist nog een aantal open plekken in de valentieband. Breng je het n-type en p-type bij elkaar, dan gaan elektronen uit de geleidingsband van het n-type naar de valentieband van het p-type en vullen die op. De rechterfiguur in figuur 13.53 geeft de eindsituatie.



Figuur 13.53

Een led staat in de sperrichting als je het n-type aansluit op de pluspool van een spanningsbron en het p-type op de minpool.

b Leg uit waarom in deze richting geen stroom kan lopen.

Sluit je het n-type aan op de minpool, dan kunnen wel elektronen oversteken. Die elektronen moeten dan wel voldoende energie hebben.

c Voer de volgende opdrachten uit:

- Leg uit waarom het elektron voldoende energie moet hebben.
- Bepaal de drempelspanning van de led.

Als het elektron van het n-type doorstroomt naar het p-type, valt het elektron terug naar de valentieband. Hierbij raakt het elektron energie kwijt onder uitzending van een foton.

d Bepaal de kleur van het licht dat de led uitzendt als een elektron van de onderkant van de geleidingsband terugvalt.

Een elektron bevindt zich bij binnenkomst in een van de energieniveaus van de geleidingsband. Het energieverschil tussen twee niveaus is ΔE_2 . Een elektron kan terugvallen naar een van de andere energieniveaus binnen de geleidingsband. Dit heet interne conversie.

e Leg uit dat bij interne conversie warmtestraling vrijkomt.

Het halfgeleidend materiaal waaruit de led bestaat, heeft bepaalde afmetingen.

Daardoor is de ruimte voor de elektronen beperkt. Zijn elektronen in een halfgeleider gebonden aan een atoom, dan is de ruimte nog verder beperkt. De grootte van de energieverschillen ΔE_1 en ΔE_2 hangt hiermee samen.

f Hangt ΔE_1 samen met de afmetingen van de led of met de afstanden tussen de afzonderlijke atomen? Licht je antwoord toe.



Maak de zelftoetsen

Checklist voor begrippen en leerdoelen

Hierna vind je een overzicht van de begrippen en leerdoelen per paragraaf. Kruis de leerdoelen aan waarvan jij vindt dat je ze nu beheerst. Bij de leerdoelen die je nog niet helemaal beheerst noteer je de acties die je gaat ondernemen om het leerdoel alsnog te kunnen behalen.

Paragraaf 1 Licht als golf

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: cirkelvormige golf, puntbron, vlakke golf, buiging, interferentie, buiklijn, knooplijn, diffractie, tralie, tralieconstante	☐	
het deeltjesmodel voor licht van Newton en het golfmodel voor licht van Huygens beschrijven	☐	
uitleggen in welke situaties diffractie optreedt	☐	
schetsen hoe het intensiteitspatroon op een scherm achter een enkele spleet eruitziet, afhankelijk van de spleetbreedte ten opzichte van de golflengte	☐	
beschrijven dat diffractie ook optreedt bij de inval van golven op een obstakel	☐	
uitleggen hoe en onder welke voorwaarden maxima en minima ontstaan bij de inval van golven op een dubbele spleet	☐	
schetsen hoe het interferentiepatroon op een scherm achter de dubbele spleet eruitziet	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor maxima van een tralie: $d \cdot \sin(\alpha) = n \cdot \lambda$	☐	

Paragraaf 2 Fotonen

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: quantum, continu, discreet, waarschijnlijkheidsverdeling, waarschijnlijkheid, toestandsfunctie (of golffunctie)	☐	
uitleggen waardoor een elektron wordt vrijgemaakt uit een metaal, en dat dit effect alleen optreedt als de fotonenergie van het invallende licht groter is dan een minimale waarde	☐	

het interferentiepatroon interpreteren als waarschijnlijkheidsverdeling voor de detectie van fotonen	☐	
de opbouw van het interferentiepatroon beschrijven bij kleine intensiteit en daarbij benoemen dat fotonen met zichzelf interfereren	☐	
het principe toepassen dat informatie over de genomen weg eventuele interferentie voorkomt	☐	

Paragraaf 3 Golfgedrag bij elektronen

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: golf-deeltjedualiteit, diffractie aan kristalroosters, debroglie-golflengte, elektronenmicroscop, quantumtheorie, quantumdeeltje, quantumtoestand, klassieke theorie	☐	
de experimenten beschrijven waaruit blijkt dat bewegende deeltjes ook een golfkarakter hebben	☐	
uitleggen waardoor met een elektronenmicroscop een beeld kan worden gemaakt van voorwerpen die met een lichtmicroscop niet zichtbaar zijn	☐	
beschrijven wanneer de quantumtheorie betere uitkomsten oplevert dan de klassieke theorie en wanneer dezelfde uitkomsten	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de debrogliegolflengte: $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$	☐	

Paragraaf 4 Opgesloten quantumdeeltjes

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: (on)eindig diepe energieput, grondtoestand, aangeslagen toestand, energieniveau, quantisatie, barrière, tunneling	☐	
bij het model van een deeltje in een ééndimensionale energieput de toestandsfunctie van het deeltje wiskundig gezien vergelijken met een golf in een snaar	☐	

bij het model van een deeltje in een ééndimensionale energieput de toestandsfunctie en de waarschijnlijkheidsverdeling van het deeltje als functie van de plaats schetsen in de grondtoestand en in aangeslagen toestanden	☐	
uitleggen hoe bij het model van een deeltje in een ééndimensionale energieput de de Broglie-golflengte afhangt van de lengte van de put: $L = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$	☐	
hanteren dat bij een eindig diepe ééndimensionale energieput de toestandsfunctie en de bijbehorende waarschijnlijkheidsverdeling exponentieel afnemend doorlopen in de barrière	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de energie van een deeltje in een ééndimensionale energieput en de energie van het elektron in een waterstofatoom: $E_n = n^2 \cdot \frac{h^2}{8m \cdot L^2}$ en $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$	☐	

Paragraaf 5 Elektronen in materialen

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: valentie-elektron, atoomrest, energieband, band gap, uitsluitingsprincipe van Pauli, spin, valentieband, geleidingsband, isolator, geleider, halfgeleider, NTC, LDR, zonnecel	☐	
benoemen dat in vaste stoffen de discrete energieniveaus in atomen combineren tot vrijwel continue energiebanden met daartussen eventuele band gaps	☐	
het verschil tussen geleiders, halfgeleiders en isolatoren beschrijven met de begrippen valentieband, geleidingsband en band gap	☐	
de werking van LDR, NTC en zonnecel beschrijven met de begrippen valentieband, geleidingsband en band gap	☐	

Register

A

α -straling 27
aangeslagen toestand 85, 144
absorptiespectrum 82
achtergrondstraling 25
activiteit 37, 38
annihilatie 27
astronomische eenheid 62
atoombouw 25

- elektronenwolk 25
- kern 25
- neutron 25
- proton 25

atoommodel van Bohr 84
atoomnummer 26
atoomrest 154

B

β^- -straling 27
 β^+ -straling 27, 31
band 155

- geleidingsband 157
- valentieband 157

band gap 158
barrière 142
behoud van ladingsgetal 29
behoud van massagetal 29
besmetting 43
bestraling 43, 46
blauwverschuiving 91
Bohr 84, 123

- atoommodel van Bohr 84

buiging 111

- dubbele spleet 115
- licht 111, 114
- spleet 112

buiklijn 114

C

cirkelvormige golf 110
constante van Planck 12
constante van Stefan-Boltzmann 66

constante van Wien 64
continu spectrum 81, 123
creatie 27
CT-scan 21

D

De Broglie 131
debrogliegolflengte 131
diffractie 111

- dubbele spleet 115
- kristalroosters 133
- licht 111, 114
- spleet 112

discreet 123
doordringend vermogen 29
doorlatingskromme 19
dopplereffect 91
dosimeter 46
dosisequivalent 45
dosislimieten 45
dracht 29
dubbelspleet-experiment

- fotonen 115, 125

E

echografie 13
eendimensionale energieput 142

- eindig diep 146
- oneindig diep 144
- energie deeltje in ... 144

effectieve totale lichaamsdosis 45
eendimensionale energiepunt 144
eindig diepe energieput 146
Einstein 123
elektromagnetisch spectrum 11
elektromagnetische golven 10
elektronenmicroscop 135
elektronenwolk 25
elektronvolt 12
emissiespectrum 81
energie van foton 12
energieniveau 84, 144

- aangeslagen toestand 85
- grondtoestand 85
- waterstof 149

energieniveauschema 84
energieput 127
equivalente dosis 45

F

formule van Einstein 72
foton 11, 122

- energie 12

fraunhoferlijnen 83

G

γ -straling 27
gammastraling 11
gebonden deeltje 142
geiger-müllerteller 47
geleider 158
geleidingsband 157
geluidsgolven 13
gemiddelde activiteit 37
GM-teller 47
golf

- cirkelvormige golf 110
- vlakke golf 110

golf-deeltjedualiteit 131
golffunctie 125
gradiëntspoel 14
gravitatiecontractie 71
grondtoestand 85, 144

H

halfgeleider 158
halveringsdikte 19
halveringstijd 35
Hertz 122
Hertzsprung-Russelldiagram 76
hoofdreks 76
HR-diagram 76

I

infrarood 11
instabiel 27
intensiteit 19, 63

interferentie 114

- geluid 115

ion 25
ionisatie-energie 85
ioniserend vermogen 30
ioniserende straling 12, 29
isolator 158
isotopen 26

K

kern 25

- instabiel 27
- stabiel 27

kernfusie 28, 71
kernreactie 28
kernstraling 27

- α -straling 27
- β^- -straling 27
- β^+ -straling 27, 31
- γ -straling 27
- elektron 27
- ioniserende straling 29
- positron 27

klassieke natuurkunde 135
knooplijn 114
kosmische straling 25
kristalroosters 133
kunstmatige stralingsbron 25
kwadratenwet 63

L

ladingsgetal 26
LDR 159
levenscyclus van de zon 75
lichtjaar 62
lichtsterkte 63
lijnspectrum 82

M

magnetisch veld 14
massadefect 72
massagetal 26
maxima tralie 116
microgolven 11
MRI 14

N

natuurlijke stralingsbron 25
neutron 25
neutronenster 75
NTC 159
nucleaire diagnostiek 30

O

oneindig diepe energieput 144
opgesloten deeltje 142

P

Pauli 155
PET-scan 31
Planck 12, 122
– constante van Planck 12
positron 27, 31
proton 25
protoster 71
puntbron 110

Q

quantisatie 144
quantum 122
quantumdeeltje 137
quantumgetal 144
quantumtheorie 137
quantumtoestand 137

R

radiale snelheid 91
radioactief 27
radioactief verval 27
radioactieve stoffen 25
radiogolven 11
radiotherapie 46
relaxatietijd 14
rode reus 74
röntgenfoto 18
röntgenstraling 11, 18
roodverschuiving 91

S

spectraalanalyse 83
spectrum 81
– absorptiespectrum 82
– continu spectrum 81, 123
– discreet spectrum 123
– emissiespectrum 81
– lijnenspectrum 82
stabiel 27
Stefan-Boltzmann
– wet van Stefan-Boltzmann 66
– constante van Stefan-Boltzmann 66
spin 155
straling
– α -straling 27
– β^- -straling 27
– β^+ -straling 27, 31
– γ -straling 27
– achtergrondstraling 25
– elektron 27
– gammastraling 11
– infrarood 11
– ioniserende straling 12, 29
– kosmische straling 25
– kunstmatige stralingsbron 25
– microgolven 11
– natuurlijke stralingsbron 25
– positron 27
– radioactieve stoffen 25
– radioactieve straling 27
– radiogolven 11
– röntgenstraling 11
– strooistraling 21
– ultraviolet 11
– zichtbaar licht 11
stralingsbeschermingsnormen 45
stralingsdosis 44
stralingsspectrum 65
stralingsvermogen 63, 66
stralingsziekte 43
strooistraling 21
supernova 75
superreus 75

T

toestandsfunctie 125
tracer 30
tralie 115
tralieconstante 115
transducer 13
tunneleffect 146
tunneling 146

U

uitsluitingsprincipe van Pauli 155
ultrasoon geluid 13
ultraviolet 11

V

valentieband 157
valentie-elektronen 154
vermogen
– doordringend vermogen 29
– ioniserend vermogen 30
– stralingsvermogen 63, 66
verval 27
vervalkromme 35
vervalreactie 28
vlakke golf 110
vrij deeltje 142

W

waarschijnlijkheid 125
waarschijnlijkheidsverdeling 125
waterstof
– energieniveau 149
weegfactor 45
wet van Stefan-Boltzmann 66
wet van Wien 64
Wien 64
– constante van Wien 64
– wet van Wien 64
witte dwerg 74

Y

Young 114, 122

Z

zichtbaar licht 11
zon
– levenscyclus 75
zonmassa 63
zonnecel 159
zwart gat 75

Grootheden en eenheden

Grootheid	Symbool	Eenheid	Symbool	Deel
aantal kernen	N	–	–	6v
aantal neutronen in kern	N	–	–	6v
aantal windingen in spoel	N	–	–	5v
activiteit	A	(deeltjes) per seconde, becquerel	s^{-1} , Bq	6v
afstand	$s, \Delta x$	meter	m	4v
amplitude	A	meter	m	5v
arbeid	W	joule	J	5v
atoomnummer	Z	–	–	6v
diameter	d	meter	m	4v
dichtheid	ρ	kilogram per kubieke meter	$kg\,m^{-3}$	4v
dikte	d	meter	m	4v
doorsnede	A	vierkante meter	m^2	4v
elasticiteitsmodulus	E	newton per vierkante meter	$N\,m^{-2}$	4v
elektrische veldsterkte	E	volt per meter	$V\,m^{-1}$	5v
energie	E	joule, kilowattuur, elektronvolt	J, kWh, eV	4v
equivalente dosis	H	sievert	Sv	6v
fase	φ	–	–	5v
flux	Φ	weber	Wb	5v
frequentie	f	hertz	Hz	4v
golflengte	λ	meter	m	5v
halveringsdikte	$d_1, d_{1/2}$	meter	m	6v
halveringstijd	$t_1, t_{1/2}$	seconde	s	6v
hoek	α	graad	°	4v
hoogte	h	meter	m	4v
impuls	p	kilogram meter per seconde	$kg\,m\,s^{-1}$	6v
intensiteit	I	(deeltjes) per vierkante meter	m^{-2}	6v
intensiteit	I	watt per vierkante meter	$W\,m^{-2}$	6v
kracht	F	newton	N	4v
lading	Q, q	coulomb	C	4v
lengte	ℓ, L	meter	m	4v
luchtweerstandscoefficiënt	C_w	–	–	4v
magnetische veldsterkte	B	tesla	T	5v
massa	m, M	kilogram, atomaire massa-eenheid	kg u	4v

Grootheid	Symbool	Eenheid	Symbool	Deel
massagetal	A	–	–	6v
omlooptijd	T	seconde	s	4v
omtrek	O	meter	m	4v
oppervlakte	A	vierkante meter	m^2	4v
plaats	x	meter	m	4v
rek	ε	–	–	4v
rendement	η	–	–	4v
schuifwrijvingscoëfficiënt	f	–	–	4v
snelheid	v	meter per seconde	ms^{-1}	4v
soortelijke warmte	c	joule per kilogram per kelvin	$J kg^{-1} K^{-1}$	4v
soortelijke weerstand	ρ	ohm meter	Ωm	4v
spanning	U	volt	V	4v
spanning	σ	newton per vierkante meter	$N m^{-2}$	4v
stookwaarde	r_v, r_m	joule per kubieke meter, joule per kilogram	$J m^{-3}$ $J kg^{-1}$	4v
straal	r	meter	m	4v
stralingsdosis	D	gray	Gy	6v
stralingsweegfactor	w_R	–	–	6v
stroomsterkte	I	ampère	A	4v
temperatuur	T	kelvin, graad Celcius	K, °C	4v
thermische geleidbaarheid	λ	watt per meter per kelvin	$W m^{-1} K^{-1}$	4v
tijd	t	seconde	s	4v
tralieconstante	d	meter	m	6v
totaal stralingsvermogen	P	watt	W	6v
trillingstijd	T	seconde	s	5v
uitwijking, uitrekking	u	meter	m	4v, 5v
valversnelling	g	meter per seconde-kwadraat	ms^{-2}	4v
veerconstante	C	newton per meter	$N m^{-1}$	4v
vermogen	P	watt	W	4v
verplaatsing	$s, \Delta x$	meter	m	4v
versnelling	a	meter per seconde-kwadraat	ms^{-2}	4v
volume	V	kubieke meter	m^3	4v
warmte	Q	joule	J	4v
warmtegeleidings-coëfficiënt	λ	watt per meter per kelvin	$W m^{-1} K^{-1}$	4v
warmtestroom	P	watt	W	4v
weerstand	R	ohm	Ω	4v

Lijst van uitkomsten

Hoofdstuk 11

- 2 c nee
 3 a $1,6 \cdot 10^6$ Hz
 b hoger
 5 a 5,60 m
 b 1,26 T
 d vetweefsel
 6 a uv-C
 b nee
 c $3,41 \cdot 10^{19}$ Hz
 d harde röntgenstraling
 7 4,1 cm
 8 verpakking I
 9 a kleiner
 10 kleine
 11 Tom
 12 a 0,70 cm
 25% grijs
 0,097% wit
 100% zwart
 13 a ${}_{30}^{66}\text{Zn}$
 b 5
 c 1
 d 1
 14 a stabiel
 b instabiel
 c instabiel
 d instabiel
 e stabiel
 f instabiel
 18 a 8
 b 7
 19 b 10^{-9} s
 20 a 71,0%
 21 b nee
 c ja
 d 15 dagen
 22 c 3,0 uur
 23 a preparaat I
- e $1,9 \cdot 10^{10}$
 g $3,6 \cdot 10^{14}$
 25 c $8,2 \cdot 10^{-3}$ Bq
 26 b nee
 27 c $2,2 \cdot 10^{-4}$ Sv
 29 b diepliggend
 30 b bètastraling
 31 b $1,1 \cdot 10^{11}$
 32 c 29
 d $1,7 \cdot 10^{-4}$ Sv
 33 b lood-210
 d $3,0 \cdot 10^{-3}$ Sv
 e $8,8 \cdot 10^2$ WL
 34 d $1,9 \cdot 10^{-12}$ m
 e $1,9 \cdot 10^2$ mBq

Hoofdstuk 12

- 1 b 8,7 jaar
 c links
 d 25
 e $0,153 R_{\odot}$
 2 d ja
 3 b 46%
 c 53
 4 c 120 K
 5 b $1,1 \cdot 10^7$ J
 c Lisa
 6 a $4,53 \cdot 10^3$ K
 b roder
 7 b $7,1 \cdot 10^{19}$ m
 8 c $6,52 \cdot 10^{11}$ kg
 9 b $9,34 \cdot 10^{37}$
 c $4,28 \cdot 10^9$ kg per
 seconde
 10 a $5,5 \cdot 10^{17}$ kg m $^{-3}$
 b 10^6 K
 c $7,2 \cdot 10^7$ ms $^{-1}$
 11 b Rigel
 12 a lager
 c 10^7

- 13 a blauwwit
 b 0,03
 c Aldebaran
 14 b ja
 c $0,32 \times$ zonneconstante
 15 b 8
 c 3-2, 4-2, 5-2
 16 a absorptiespectrum
 b waterstof
 c groter
 17 c nee
 d nee
 18 b $8,84 \cdot 10^5$ ms $^{-1}$
 19 b 486 en 656
 20 a van 5,1 naar 4,2 eV
 c nee
 21 a spectrum I
 c 22 dagen
 23 a C
 24 b 8,7 nm
 25 b $1,5 \cdot 10^{-17}$ s $^{-1}$
 d 14 miljard jaar
 26 a $3 \cdot 10^6$ ms $^{-1}$
 d $6,0 \cdot 10^9$ jaar
 e $2,9 \cdot 10^8$ ms $^{-1}$
 27 a (nabij) ultraviolet
 c $4,91 \cdot 10^4$ ms $^{-1}$
 28 b Venus, Aarde, Mars
 e waterdamp
 f 2049

Hoofdstuk 13

- 2 a smaller
 c groter
 d kleiner
 3 a wet behoud van energie
 4 c violet
 e minder

- 5 b $54,9^\circ$
7 a $3,77 \cdot 10^{21}$
b $3,33 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$
8 b ondergrens
c bovengrens
9 d 13%
11 $1,1 \cdot 10^{-10} \text{ W}$
0,027 s
12 a rode Kartal, zwarte
Malou
b fase
13 a $6,4 \cdot 10^{-36} \text{ m}$
b $2,6 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
c $6,1 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
14 b 0,160 K
15 b $2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$
17 a 40,0 V
b $1,94 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
18 b $1,7 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
d d_1
f $1,2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
20 c 10^6 eV
21 e groter
24 b kleiner
26 b 1,7 eV, 2,4 eV, 4,1 eV
c 10,3 eV
27 a $1,2 \cdot 10^{-9} \text{ m}$
30 a $1,13 \cdot 10^{-6} \text{ m}$
c 47%
32 a rechterkant
c 2,26 V
d groengeel
f de afstanden tussen
de atomen

Illustratieverantwoording

Omslagfoto:

NASA, ESA, CSA, STScI, and Alyssa Pagan (STScI)

Foto's:

ANP / EPA / Asahi Shimbun: 43, Science Photo Library: 154

Arjan Keurentjes, Voorschoten: 124

Belsazar: 125

ESA, NASA, Felix Mirabel: 99

Getty Images / BSIP / Universal Images Group: 131, E+: 9, iStock / AniphaeS: 25,

Science Source: 23

Hollandse Hoogte / Frank Muller / Zorginbeeld: 18

Imageselect / Theodore Gray / Visuals Unlimited, Inc.: 81

Jynto: 117

Lynette Cook / Science Photo Library: 71

NASA: 70

NASA / WMAP Science Team / Science Photo Library: 61

Science Photo Library: 32

Science Photo Library / European Southern Observatory: 77

Shutterstock / Alex Mit: 94, Ana Flasker: 142, CWA Studios: 18, Diego Barucco: 62,

Dutchmen Photography: 35, Eric Fahrner: 10, 13, FOTOGRIN: 109, Gorodenkoff: 10, Ina

van Hateren: 93, Jayakumar: 22, kaling2100: 21, Kevin Tichenor: 54, Mark Kostich: 21,

Olesia Ru & Ivan Ru: 69, Philippe Put: 18, Pixel B: 110, Rudmer Zwerver: 121, Todor

Mishinev: 91

Wikipedia: 135

Technische tekeningen:

© Verbaal Visuele Communicatie BV / Jeannette Steenmeijer

11, 14, 16, 19, 23, 24, 26, 28, 28, 30, 31, 36, 37, 38, 40, 41, 42, 46, 47, 48, 53, 54, 55, 55, 63, 64,
65, 69, 67, 68, 74, 75, 79, 81, 82, 82, 83, 85, 88, 88, 87, 89, 90, 91, 92, 95, 96, 96, 98, 99, 100,
111, 112, 113, 114, 115, 115, 116, 118, 118, 119, 120, , 120, 123, 127, 128, 130, 139, 139, 139,
140, 140, 140, 141, 143, 143, 145, 146, 148, 155.