

www.samengevat.nl

samen gevat }

VWO

natuurkunde

ir. A.P.J. Thijssen



omslagfoto: Shutterstock / Kichigin

Over ThiemeMeulenhoff

ThiemeMeulenhoff ontwikkelt zich van educatieve uitgeverij tot een learning design company. We brengen content, leerontwerp en technologie samen. Met onze groeiende expertise, ervaring en oplossingen zijn we een partner voor scholen bij het vernieuwen en verbeteren van onderwijs. Zo kunnen we samen beter recht doen aan de verschillen tussen lerenden en scholen en ervoor zorgen dat leren steeds persoonlijker, effectiever en efficiënter wordt.

Samen leren vernieuwen.

www.thiememeulenhoff.nl

ISBN 978 90 06 07877 0

Zesde druk, vijfde oplage, 2019

© ThiemeMeulenhoff, Amersfoort, 2015

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden vervoelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

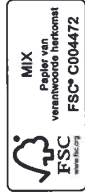
Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16B Auteurswet 1912^j het Besluit van 23 augustus 1985, Stbl. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie (PRO), Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp (www.stichting-pro.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet) dient men zich tot de uitgever te wenden. Voor meer informatie over het gebruik van muziek, film en het maken van kopieën in het onderwijs zie www.auteursrechtenonderwijs.nl.

De uitgever heeft ernaar gestreefd de auteursrechten te regelen volgens de wettelijke bepalingen. Degenen die desondanks menen zekere rechten te kunnen doen gelden, kunnen zich alsnog tot de uitgever wenden.

Deze uitgave is volledig CO₂-neutraal geproduceerd.

Het voor deze uitgave gebruikte papier is voorzien van het FSC®-keurmerk.

Dit betekent dat de bosbouw op een verantwoorde wijze heeft plaatsgevonden.



voorwoord

Beste examenkandidaat,

Voor je ligt de geheel vernieuwde Samengevat natuurkunde vwo, aangepast aan de examen-eisen die gelden voor het CE vanaf 2016.

In dit boek vind je de leerstof en de vaardigheden voor het vwo-examen natuurkunde kort en systematisch weergegeven.

Deze samenvatting stelt je in staat om in korte tijd grote hoeveelheden stof te herhalen en te overzien. Hoofd- en bijzaken worden onderscheiden waardoor je inzicht krijgt in de grote lijnen van de stof en in de samenhang tussen de verschillende onderwerpen.

Met Samengevat bereid je je zelfstandig voor op het examen. Bij verwijzingen (meestal onderaan de rechterpagina's) naar een tabellenboek wordt verwezen naar Binas 6e druk. Achter in het boek (pag. 180) wordt aangegeven waar een vermelde Binas-tabel is te vinden in het tabellenboek ScieceData.

In hoofdstuk 11 is gewerkt met programma Coach-6.

Tijdens het examen mag geen gebruik worden gemaakt van een grafische rekenmachine.

De keuzegroepen Kern- en deeltjesprocessen, Relativiteitstheorie, Biofysica en Geofysica zijn niet opgenomen in dit boek.

Ook het onderdeel Eigenschappen van stoffen en materialen is niet opgenomen in dit boek (dit onderdeel is alleen voor het schoolexamen verplicht, niet voor het centraal schriftelijk examen).

Gecombineerd met de Examenbundel vwo natuurkunde vormt deze Samengevat de beste voorbereiding op je examen. De theorie vind je in Samengevat en je oefent met de opgaven uit Samengevat en uit de Examenbundel!

Samengevat en Examenbundel zijn naast elke methode te gebruiken.

Heb je opmerkingen? Meld het ons via vo@thiememeulenhoff.nl

Amersfoort, juli 2015

opmerking

Hoewel dit boek met de grootst mogelijke zorg is samengesteld, kunnen auteur en uitgever geen aansprakelijkheid aanvaarden voor aanwijzingen naar aanleiding van publicaties van de overheid betreffende specifieke examenonderwerpen, de hulpmiddelen die je tijdens het examen mag gebruiken, duur en datum van je examen, etc.

Het is altijd raadzaam je docent of onze website www.examenbundel.nl te raadplegen voor actuele informatie die voor jouw examen van belang kan zijn.

hoe werk je met dit boek?

In SAMENGEVAT vormen linker- en rechterbladzijde een geheel. De begrippen die links kort worden weergegeven, worden rechts nader toegelicht (door definities of voorbeeldvraagstukken).

LINKERBLADZIJDE

Op de linkerbladzijde staan boomdiagrammen die de onderlinge relaties van begrippen laten zien. De linkerbladzijde dient als een checklist om snel na te gaan of de genoemde onderwerpen bekend zijn.

dit is het hoofdbegrip	→	weerstand R (in Ω)
begrip van 1 ^e orde, informatie over weerstand + toelichting	→	
begrip van 2 ^e orde, informatie over ohmse weerstanden	→	■ ohmse weerstanden weerstanden met constante waarde
<i>curatieve tekst</i> geeft relatie met bovenliggend begrip (hier draad) aan	→	■ koolweerstand vaak gebruikt in radio's, tv's etc. ■ (metalen)draad bij constante temperatuur <i>weerstand in formule</i>
		■ $R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}$ ρ = soortelijke weerstand (eenheid $\Omega \cdot m$) ℓ = lengte van de draad in meter A = grootte van doorstroomoppervlak in m^2 ronde draden: $A = \pi \cdot r^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot d^2$
begrippen van 3 ^e orde, informatie over (metalen)draad + toelichting		■ weerstand van (koperen) elektriciteitsnoer is heel klein
ook begrip van 4 ^e orde is mogelijk		■ temperatuurstijging draad ρ neemt toe, dus de weerstand neemt ook toe
		■ niet-ohmse weerstanden weerstanden met variabele waarde, o.a.
		■ PTC weerstand met 'Positieve Temperatuur Coëfficiënt'
		■ NTC weerstand met 'Negatieve Temperatuur Coëfficiënt'
		■ LDR 'Light Dependent Resistor' ⇒ lichtgevoelige weerstand

RECHTERBLADZIJDE

Op de rechterbladzijde vind je nadere informatie, die je nodig hebt als de begrippen links nog niet bekend zijn of als je er nog onvoldoende mee kunt werken. Deze theorie vervangt in beknopte vorm de theorie die ook in je leerboek voorkomt. Rechts zijn ook veel voorbeeldopgaven te vinden.

hier vind je meer informatie over het begrip 'soortelijke weerstand' van links	→	soortelijke weerstand de weerstand van een draad van 1 m lengte en een doorsnede van $1 m^2$. De eenheid van ρ is dan $\Omega \cdot m$ (volgt uit $\rho = \frac{R \cdot A}{\ell} \Rightarrow$ eenheid $\rho = \frac{\Omega \cdot m^2}{m} = \Omega \cdot m$). Doorsneden van draden komen vaker voor in de eenheid mm^2 dan in m^2 . De eenheid van ρ is dan $\Omega \cdot mm^2 \cdot m^{-1}$.
zo worden ook andere begrippen nader verklaard ter toelichting kun je rechts ook voorbeelden, definities en figuren aantreffen		

inhoud

voorwoord	3
hoe werk je met dit boek?	4
1 trillingen en golven	6
2 straling en gezondheid	26
3 bewegingen	46
4 krachten en bewegingen	52
5 energieomzettingen	60
6 gravitatie	68
7 elektriciteit	78
8 elektrische en magnetische velden	90
9 elektromagnetische straling en materie	108
10 quantumwereld	126
11 ICT-vaardigheden	144
12 algemene vaardigheden	156
register	171
Binas en ScienceData verwijzingen	181

1 Trillingen en golven

trilling

2 kenmerken

- beweging moet regelmatig terugkerend (periodiek) zijn
- er moet een evenwichtsstand zijn $\Rightarrow$ beweging van aarde om zon is geen trilling, want er is geen evenwichtsstand

relevante grootheden

- frequentie f in Hz ofwel s^{-1}
- trillingstijd T ofwel: periode in s
 - $T = \frac{1}{f}$ (en $f = \frac{1}{T}$)
- amplitude A (of r) is maximale uitwijking (in m)
 - A (of r) is uitsluitend positief
- uitwijking u in m
 - u kan positief en negatief zijn vaak wordt gebruikt: u naar boven of naar rechts positief en u naar beneden of naar links negatief
 - u varieert van $-A$ tot $+A$ er geldt: $A = r = |u_{\max}|$

registreren van trillingen komt neer op het maken van een u, t -diagram van de trilling

verschillende mogelijkheden o.a.

- beroete plaat trek trillende benen van stembalk over een beroete plaat
- oscilloscoop toont op scherm een u, t -diagram van de trilling
 - horizontaal wordt de tijd uitgezet
 - tijdbasis bepaalt het aantal seconden (of ms of μs) per hokje; dit wordt weer-gegeven als: s/div ($= s/\text{division} = s/\text{hokje}$)
 - verticaal wordt de uitwijking van het trillende voorwerp uitgezet; hiertoe moet de trilling worden omgezet in een elektrische trilling (bv. microfoon: zet geluid om in elektrische trilling)
 - spanning verticaal is uitgezet: volt/div = volt/hokje
- computer bv. met een meetpaneel en het programma Coach

fase φ (geen eenheid)

- $\varphi = -\frac{t}{T}$ formule alleen gebruiken indien wordt gestart op $t = 0$ s
 - faseverschil tussen twee trillingen A en B $\Delta\varphi = \left| \frac{t}{T_A} - \frac{t}{T_B} \right|$
 - faseverschil bij een trilling tussen twee momenten $\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$
 - gereduceerde fase $0 \leq \varphi_{\text{red}} < 1$; om van een trillende massa de u te bepalen hoeft slechts φ_{red} bekend te zijn

trilling periodieke beweging om een evenwichtsstand (stand die het voorwerp inneemt nadat het door demping volledig is uitgevlid).

gedempte trilling trilling waarbij het energieverlies niet telkens wordt aangevuld $\Rightarrow$ de amplitude neemt af tot nul. De frequentie blijft tijdens het dempen gelijk.

ongedempte trilling trilling, waarbij geen energieverlies optreedt of waarbij het energieverlies voortdurend wordt aangevuld $\Rightarrow$ de amplitude blijft constant.

trillingstijd (of periode) tijd nodig voor één trilling (= één volledige heen en weer gaande beweging, totdat de beweging zich herhaalt).

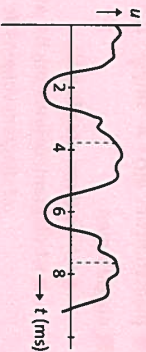
frequentie aantal trillingen, uitgevoerd in één seconde.

Zie het u, t -diagram hiernaast van de stem van iemand die een bepaalde toon zingt.

- *Bepaal de trillingstijd en de frequentie.*

De beweging herhaalt zich na 3,8 ms $\Rightarrow$

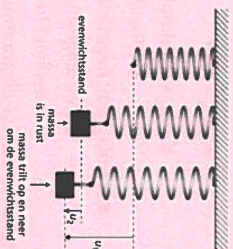
$$T = 3,8 \text{ ms} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3,8 \times 10^{-3}} = 2,6 \cdot 10^2 \text{ Hz}$$



uitwijking afstand van het zwaartepunt van het trillende voorwerp tot de evenwichtsstand. In de figuur u_2 .

Bij veren is de *uitrekking* u_1 van de veer in het algemeen ongelijk aan de *uitwijking* u_2 uit de evenwichtsstand (zie fig.).

evenwichtsstand stand die trillend voorwerp inneemt nadat het (door demping) is uitgevlid.



oscilloscoop instrument dat het verloop van een elektrische spanning U als functie van de tijd kan weergeven $\Rightarrow$ het instrument kan U, t -diagrammen weergeven.

Een eeg (elektrocardiogram = de weergave van de elektrische activiteit van het hart) is afgebeeld op het scherm van een oscilloscoop (zie fig.).

Voor de tijdbasis (horizontaal) geldt: 200 ms/div; voor de spanning (verticaal) geldt: 0,50 mV/div.

(div. = division = hokje)

- *Bepaal de frequentie f en de maximale amplitude r van de afgebeelde spanning.*

Eén trilling komt (horizontaal) overeen met 4,1 div. $\Rightarrow T = 4,1 \cdot 200 \text{ ms} = 820 \text{ ms} \Rightarrow$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,82} = 1,2 \text{ Hz; de maximale amplitude komt overeen met 1,9 div.} \Rightarrow$$

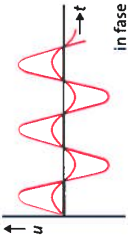
$$r = 1,9 \cdot 0,50 \text{ mV} = 0,95 \text{ mV}$$



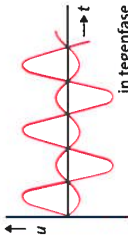
fase aantal trillingen dat een voorwerp of deeltje heeft uitgevoerd.

faseverschillen

- **in fase trillen** de massa's trillen 'gelijk op'; (zie bovenste figuur hiernaast)
- **in tegenfase trillen** de massa's trillen 'tegengesteld'; voortdurend in fase (of in tegenfase) trillen komt voor bij golven/trillingen met dezelfde trillingstijd T ; af en toe in fase (of in tegenfase) trillen komt voor bij golven/trillingen met verschillende trillingstijd T



in fase



in tegenfase

harmonische trilling uitwijking is sinusfunctie van de tijd, zie

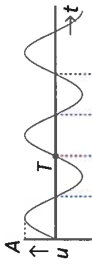
figuur: u, t -diagram

bij harmonische trilling met op $t = 0$: passage door de evenwichtsstand omhoog geldt:

- **plaatsfunctie:** $u(t) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) = A \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$ $u_{\max} = A$ want u is maximaal bij $\sin = 1$

diagrammen

- **u, t -diagram: sinusfunctie**
- **v, t -diagram: cosinusfunctie** af te leiden uit u, t -diagram volgens de regel: $v = \text{steilheid in } u, t\text{-diagram}$
 - $v_{\max} = \frac{2\pi A}{T}$
- $v_{\max} = \text{maximale steilheid in } u, t\text{-diagram}$ steilheid is maximaal, wanneer $u = 0$
- **a, t -diagram: negatieve sinusfunctie** af te leiden uit v, t -diagram volgens de regel: $a = \text{steilheid in } v, t\text{-diagram}$

 $v_{\max}$ 

- **tekenen van u, t -diagrammen** teken o.a. punten op $\frac{1}{12}T$ voor en na een nuldoorgang; voor deze punten geldt namelijk: $|u| = \frac{1}{2}A$

treedt op bij

- **elastische voorwerpen** want hierbij wordt voldaan aan $\vec{F}_{\text{terugdrijvend}} = -C \cdot \vec{u}$; zie hieronder

krachten bij harmonische trillingen

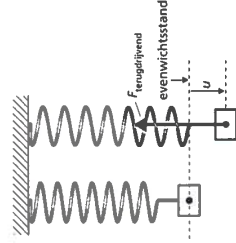
algemene regel bij elke harmonische trilling

- $\vec{F}(t) = -C \cdot \vec{u}(t)$ F en u zijn vectoren; F is steeds tegengesteld aan u

- $\vec{F}(t) = \text{terugdrijvende kracht op tijdstip } t$ dit is de kracht die ervoor zorgt dat het trillend voorwerp telkens terugkeert naar de evenwichtsstand; F is meestal een resulterende kracht en verandert in loop van de tijd sinusvormig

- $\vec{u}(t) = \text{uitwijking uit evenwichtsstand op tijdstip } t$

- $C = \text{krachtconstante} = \text{constante verhouding van}$ $\left| \frac{F_{\text{terugdrijvend}}}{u} \right|$



gereduceerde fase fase minus het aantal gehelen.

faseverschil tussen twee trillingen aantal trillingen dat de ene trilling op een bepaald tijdstip méér heeft gemaakt dan de andere trilling.

In de figuur hiernaast staan de u, t -diagrammen van twee trillingen A en B, die allebei begonnen op $t = 0,0$ ms.

- Op welke tijdstippen zijn de trillingen in fase?

Kijk wanneer de trillingen 'gelijk op' trillen. Dat is op $t = 0,0$ ms en $t = 20$ ms.

En indien de grafiek zou doorlopen, ook op 40 ms, 60 ms, 80 ms, etc.

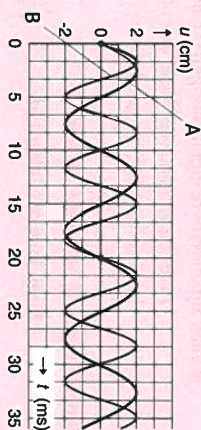
- En op welke tijdstippen zijn de trillingen in tegenfase?

Dan zijn de trillingen tegengesteld $\Rightarrow$ dit is op $t = 10$ ms, $t = 30$ ms, 50 ms, etc.

- Hoe groot is het faseverschil tussen A en B op $t = 15$ ms?

A heeft dan $1\frac{1}{2}$ maal getriid en B $2\frac{1}{4}$ maal (af te lezen in de grafiek).

Het faseverschil bedraagt dus $2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$



harmonische trilling 2 gelijkwaardige definities

- Trilling waarbij het u, t -diagram een sinusfunctie van de tijd is.

- Trilling waarvoor geldt: $F_{\text{veer}} \propto u$ ~ uitwijking u en tegengesteld aan u .

gebruik van formule voor $u(t)$

Voor een bepaalde harmonisch trillende massa geldt:

$$u(t) = 12 \cdot \sin(8,0 \cdot t) \text{ cm}; t \text{ in seconden}; (8,0 \cdot t) \text{ in radianen.}$$

- Bepaal de amplitude A en de trillingstijd T van deze trilling.

$$\text{Vergelijk } u(t) = 12 \cdot \sin(8,0 \cdot t) \text{ met de algemene formule } u(t) = A \cdot \sin(2\pi f t) \Rightarrow$$

$$A = 12 \text{ cm en } 8,0 \cdot t = 2\pi \cdot f \cdot t \Rightarrow f = 1,27 \text{ Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = 0,79 \text{ s}$$

massa-veersysteem

Een onbelaste veer heeft een lengte van 4,6 cm. Harmon hangt nu een massa ($m = 280 \text{ g}$) aan de veer. De lengte van de veer wordt hierdoor 7,3 cm.

- Bereken de veerconstante C van deze veer.

$$\text{De uitrekking } u = 7,3 \text{ cm} - 4,6 \text{ cm} = 2,7 \text{ cm. De kracht op de veer is } 0,28 \cdot 9,8 = 2,744 \text{ N.}$$

$$C \text{ volgt uit: } C = \frac{F}{u} = \frac{2,744 \text{ N}}{0,027 \text{ m}} = 1,0 \cdot 10^2 \text{ Nm}^{-1}$$

- Bereken de trillingstijd van de trilling die ontstaat wanneer men de massa 2,2 cm omlaag trekt en daarna loslaat.

$$\text{Er geldt: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{0,28}{1,0 \cdot 10^2}} = 0,33 \text{ s}$$

vervolg

begrippen en relaties trillingen en golven

eigentrillingen (eigenfrequenties)

- **systemen met slechts één eigentrilling** treedt o.a. op bij stemvork, massa die trilt aan veer en massa die slingert aan koord
- **systemen met meerdere eigentrillingen** treedt o.a. op bij snaren (snaarinstrumenten), luchtkolommen (blaasinstrumenten), klankkasten
 - **vaak zijn meerdere eigentrillingen tegelijk mogelijk** klankkast van een instrument moet bij voorkeur zeer veel eigentrillingen bezitten: alle tonen moeten even hard klinken (= even goed meeresoneren)

eigentrillingen bij harmonische trillingen

- **algemene formule voor trillingstijd:** $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$ waarin m = massa van trillende voorwerp

$$(\text{in kg}); C = \text{krachtconstante (in N/m)} = \left| \frac{F_{\text{terugtrekkend}}}{u} \right|; C \text{ kan betrekking hebben op}$$

slingerende massa aan koord, op trillende dobbel in water, etc.

- **trillingstijd van massa-veersysteem:** $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$ waarin m = massa van trillende voorwerp (in kg); C = veerconstante van veer (in N/m)

numeriek model van harmonische trilling met behulp van programma Coach-6

- **invoeren van $F = -C \cdot u$** in model levert automatisch sinusvormige trillingen; zie verder pag. 145

resonantie

kenmerken

- **voorwerp gaat meetrillen** er is periodieke energieoverdracht op het juiste moment: resonantie vindt plaats indien de frequentie van de gedwongen trilling gelijk is aan (een van) de eigenfrequentie(s) van het voorwerp
- **amplitude van trilling neemt steeds verder toe** echter, vaak wordt na enige tijd de amplitude van de trilling constant $\Rightarrow$ dan geldt: energietoevoer per trilling = energieverlies per trilling
- **resonantie is soms gewenst, soms ongewenst** gewenst bij bv. muziekinstrumenten; ongewenst bij bv. hinderlijk meetrillen van voorwerpen

lopende golven algemeen

- **er wordt trillingsenergie doorgegeven**
 - **hiervoor zijn trillende deeltjes nodig** uitzondering: lichtgolven, want licht kan zich ook in vacuüm voortplanten; trillende deeltjes blijven gemiddeld op hun plaats $\Rightarrow$ de deeltjes lopen niet met de golf mee
- voorbeelden
- **watermoleculen** bij watergolven
 - **luchtdeeltjes** bij geluidsgolven
 - **'snaardeeltjes'** bij golven in snaren

massa-veersysteem vervolg

- Bereken de maximale snelheid, waarmee de massa de evenwichtsstand passeert.

$$\text{Er geldt: } v_{\max} = \frac{2\pi A}{T} \Rightarrow v_{\max} = \frac{2\pi \cdot 0,022}{0,33} = 0,42 \text{ m/s}$$

- Teken, door te kijken naar de krachten die werken, het F_{veer}/u diagram dat bij deze harmonische beweging hoort.

Er geldt steeds: $F_{\text{veer}}/u \sim -u$. Om de grafiek te kunnen tekenen moet slechts één punt van de grafiek worden bepaald. Bv. in laagste stand van massa geldt:

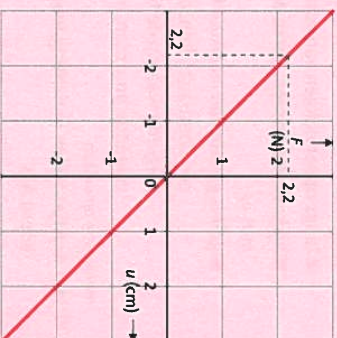
uitwijking uit evenwichtsstand = $-2,2$ cm.

Dan geldt ook: uitrekking veer = $2,7 + 2,2 = 4,9$ cm $\Rightarrow$

$$F_{\text{veer}} = C \cdot u = 1,0 \cdot 10^2 \cdot 0,049 = 4,9 \text{ N omhoog gericht.}$$

$$\text{Tevens geldt: } F_z = m \cdot g = 0,280 \cdot 9,81 = 2,75 \text{ N omlaag gericht} \Rightarrow F_{\text{res}} = F_{\text{veer}} - F_z = 4,9 - 2,75 = 2,2 \text{ N}$$

(omhoog gericht) $\Rightarrow$ de grafieklijn loopt door de coördinaten $(2,2 \text{ N}; -2,2 \text{ cm})$. Zie diagram.



eigentrilling trilling die een voorwerp zelf uitvoert nadat het uit de evenwichtsstand is gebracht (bv. door het een zetje te geven).

gedwongen trilling trilling die ontstaat wanneer een massa voortdurend gedwongen wordt om een bepaalde trillende beweging uit te voeren.

resonantie verschijnsel dat de amplitude van een trilling steeds groter wordt, omdat de

- energie toevoert telkens op het juiste moment komt. Dit gebeurt wanneer de frequentie van de gedwongen trilling gelijk is aan de eigenfrequentie van het voorwerp.
- Een schommel, steeds aangeduwd in één van de uiterste standen, is in resonantie.
- Wanneer een microfoon (via een versterker verbonden met een luidspreker) voor de luidspreker wordt gehouden, dan ontstaat er een pieptoon: resonantie.

De cabine van de auto van Ibrahim is geveerd met veren met een totale veerconstante van 110 kN/m . In een straat ligt om de 10 m een verkeersdrempel. De auto rijdt met 54 km/h in deze straat en blijft dan in resonantie te geraken.

- Bereken de massa van de auto.

Er geldt: $v = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$. De tijd tussen twee drempels $= \frac{10}{15} = 0,67 \text{ s} \Rightarrow$ de eigentrilling van het chassis op zijn veren heeft een trillingstijd $T = 0,67 \text{ s}$.

$$\text{Dit invullen in } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}} \text{ ofwel } T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{C} \Rightarrow m = \frac{T^2 \cdot C}{4\pi^2} = \frac{0,67^2 \cdot 110 \cdot 10^3}{4\pi^2} = 1,3 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

lopende golf een zich voortplantende trilling

lopende transversale golven

voorwaarde voor ontstaan

- **deeltjes moeten aan elkaar 'vast' zitten** $\Rightarrow$ het ene deeltje trekt het andere mee omhoog of omlaag; er ontstaan bergen en dalen; uitzondering: lichtgolven, want daar trillen geen deeltjes (zie pag. 16)

treedt op

- **langs oppervlakken van vaste stoffen/vloeistoffen**
- **bij koorden, snaren, veren etc.**

merk op

- **golf is gevolg van na elkaar bewegen van moleculen** vergelijk dit met de 'wave' in een voetbalstadion: de toeschouwers gaan alleen omhoog en omlaag; door de volgorde waarop de toeschouwers dit doen (eerst jij, dan de buurman, dan de volgende buurman, etc.) gaat er een golf door het stadion

manier van opwekken

- **laat deeltjes trillen in richting loodrecht op voortplantingsrichting van golf** zie figuur

koord AZ:

 $\uparrow$ en $\downarrow$ = trillingsrichting van de koorddeeltjes $\rightarrow$ = voortplantingsrichting van de golf

A start met een gedwongen harmonische trilling;

B wordt even later mee omhoog getrokken; punt C volgt weer punt B, etc.

merk op

- **alle punten voeren dezelfde soort beweging uit als A** ze doen dit echter ná elkaar
- **alle punten gaan hier als eerste omhoog** want A gaat als eerste omhoog $\Rightarrow$ er gaat een 'berg' voorop

- **alle punten trillen met dezelfde frequentie f**

- **alle punten trillen met dezelfde amplitude A** indien er geen demping is

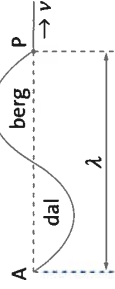
voorkomende begrippen

- **frequentie f (in Hz)** dit is de frequentie waarmee de afzonderlijke deeltjes op en neer trillen; frequentie verandert nooit bij overgang van ene medium naar andere medium

- **voortplantingsnelheid van golven v (of c in geval van lichtgolven)** in m/s; dit is een *andere* snelheid dan die waarmee de deeltjes op en neer trillen

- **golflengte λ** in m; indien A één volledige trilling heeft uitgevoerd bevindt zich in het koord één golf $\Rightarrow AP = \lambda$

vervolg



voortplantingssnelheid v snelheid waarmee de golf zich voortplant. Snelheid hangt niet af van frequentie of golflengte. Snelheid hangt wel af van eigenschappen van medium, waar golf doorheen loopt.

golflengte λ afstand die de golf aflegt in T seconden of, anders gezegd (zie fig.): de afstand van 'dal + berg', ofwel de afstand tussen top en eerstvolgende top (of tussen dal en eerstvolgende dal).



lopende transversale golf golf die een voortplantingsrichting heeft die loodrecht staat op de richting waarin de deeltjes trillen. De 'wave' in een voetbalstadion is transversaal: toeschouwers gaan omhoog en de golf gaat bv. naar rechts. Golven in koorden/snaren zijn transversaal.

Een golf loopt in koord AZ vanuit A naar rechts en is

op een bepaald moment gevorderd tot punt P. De afstand AP bedraagt 180 cm. A trilt met een frequentie van 5,0 Hz en een amplitude van 3,0 cm.

- Bereken de golfsnelheid v .

$$AP = 2\frac{1}{2}\lambda = 180 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 0,72 \text{ m} \Rightarrow v = \lambda \cdot f = 0,72 \cdot 5,0 = 3,6 \text{ m/s}$$

- Bereken de snelheid van deeltje A op moment van tekening.

A passeert op moment van tekening de evenwichtsstand $\Rightarrow$ de snelheid van A is maximaal

$$\Rightarrow v_A = v_{\max} = \frac{2\pi A}{T} = 2\pi \cdot 0,030 \cdot 5,0 = 0,94 \text{ m/s}$$

- Is K op moment van tekening bezig omhoog te gaan of omlaag te gaan?

Teken de stand van het koord een tijd Δt later (zie stippe lijn hieronder) $\Rightarrow$ K bevindt zich nu in K^* $\Rightarrow$ K was bezig om omlaag te gaan.



- Hoe lang trilt K reeds op moment van tekening? ($AK = 72 \text{ cm}$)

De golf is juist gearriveerd bij P. Rechts van P zijn geen golven te zien $\Rightarrow$ P heeft dus nog niet getrild. Rechts van A bevindt zich $2\frac{1}{2}\lambda \Rightarrow$ A trilde reeds $2\frac{1}{2}$ maal. Rechts van K bevindt zich $1\frac{1}{2}\lambda \Rightarrow$ K heeft $1\frac{1}{2}$ maal getrild $\Rightarrow$ dit komt overeen met $1\frac{1}{2} \cdot T = 1\frac{1}{2} \cdot 0,20 = 0,30 \text{ s}$

tekenen van u, x -diagram en u, ϕ -diagram

Een koord AZ is zeer lang. Beginpunt A trilt voortdurend met frequentie $f = 5,0 \text{ Hz}$ en amplitude $A = 2,0 \text{ cm}$. Beginpunt A start op $t = 0 \text{ s}$ en gaat als eerste omlaag. De golfsnelheid v is gelijk aan $3,0 \text{ m/s}$.

- Teken de stand van het koord op $t = 1,12 \text{ s}$.

Vooraf moet je eerst een aantal dingen berekenen:

$$- \lambda = \frac{v}{f} = \frac{3,0}{5,0} = 0,60 \text{ m} = 60 \text{ cm}$$

$$- \text{aantal golven in koord} = \frac{t}{T} = \frac{1,12}{0,20} = 5,6 \quad (T = \frac{1}{f})$$

vervolg

lopende transversale golven vervolg

formules

- $\lambda = v \cdot T$ ofwel $v = \lambda \cdot f$ algemene regel: λ past zich aan aan v en T immers, v en T (of f) zijn direct te regelen $\Rightarrow \lambda$ past zich aan (λ is gevolg); uitzondering: staande golven bij snaren en luchtkolommen met vaste lengte, dan past f zich aan aan λ en v (zie pag. 18 e.v.)

■ faseverschil tussen twee punten P en Q in één koord

$$\Delta\varphi = \varphi_P - \varphi_Q \text{ geldt algemeen}$$

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda} \text{ geldt in geval P en Q beide trillen}$$

■ gereduceerde faseverschillen

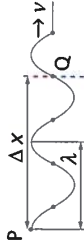
$$\text{als } \Delta\varphi_{\text{red}} = 1 \Rightarrow \text{P en Q zijn in fase;}$$

$$\text{als } \Delta\varphi_{\text{red}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{P en Q zijn in tegenfase;}$$

hier geldt: $\varphi_P > \varphi_Q$, want golf gaat naar rechts, dus P trilt het langst

- u, t -diagram toont de u van één punt P van het koord op allerlei tijdstippen

- u, x -diagram ofwel: stand van koord toont de u van alle deeltjes van het koord op één tijdstip $\Rightarrow$ het is een foto van een koord op één bepaald moment



lopende longitudinale golven deeltjes hoeven niet aan elkaar gekoppeld te zijn; er zijn verdichtingen en verdunningen

manier van opwekken

■ laat deeltjes trillen in dezelfde richting als voortplantingsrichting

voorbeeld

geef bij A een klap tegen de staaf

A ijzeren staaf

(zie figuur) naar rechts gericht: er ontstaat in de staaf een longitudinale golf

■ lange spiraalveer AZ

stand van de veer op $t = 0$ s:

A start met een harmonische

trilling en gaat als eerste naar

rechts $\Rightarrow$ er gaat een verdichting van windingen naar rechts; B gaat even later ook naar rechts; C volgt weer punt B, etc.

A gaat even later naar links $\Rightarrow$ er is een verdunning van windingen te zien; B zal even later ook naar links gaan, etc.;

stand van de veer op $t = 2T$

(2 golven in de veer): zie fig.

merk op

■ elke winding blijft gemiddeld op zijn plaats

begrippen als bij transversale golven komen ook hier voor o.a.

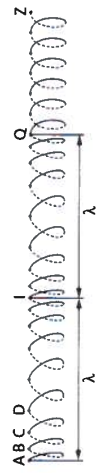
■ frequentie waarmee een winding op en neer trilt

■ golfsnelheid snelheid waarmee de golf zich voortplant

■ golflengte λ is de afstand van verdichting tot verdichting = $AI = IQ$ (zie figuur);

hier geldt: λ past zich aan aan v en f met $\lambda = \frac{v}{f} = v \cdot T$

vervolg



tekenen van u, x -diagram en u, ω, t -diagram vervolg

- kop van de golf bevindt zich op $5,6 \cdot \lambda = 336$ cm van A
 - er gaat een dal voorop want A startte omlaag.
- Dus: teken vanaf de kop van de golf (P) 5,6 golven terug naar links:



- Bereken de uitwijking van A op $t = 1,12$ s.

Er geldt: $u_A = -A \cdot \sin(2\pi f t)$ (–, want beginpunt A startte omlaag). Rekenmachine op rad.

$$\Rightarrow u_A = -2,0 \cdot \sin(2\pi \cdot 5,0 \cdot 1,12) \text{ cm} = +1,2 \text{ cm}$$

- Teken het uitwijking-tijd diagram van punt K ($PK = 3 \cdot \lambda$)

$$PK = 3 \cdot \lambda = 3 \cdot 60 = 180 \text{ cm} \Rightarrow AK = 336 - 180 = 156 \text{ cm. K 'start' op } t = \frac{156}{3,0} = 0,52 \text{ s.}$$

- K gaat als eerste omlaag, want er gaat een dal voorop. K trilt met $T = 0,20$ s en amplitude 2,0 cm $\Rightarrow$ zie figuur.

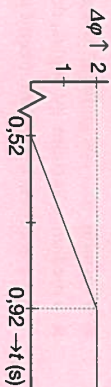
**faseverschil tussen twee punten in één koord**

- Teken een diagram dat het faseverschil tussen K en M weergeeft als functie van de tijd (punt K en M: zie tekening vorige opgave).

$$\text{Voor } t = [0 \text{ s}; 0,52 \text{ s}] \Rightarrow \Delta \varphi = 0$$

$$\text{Voor } t = [0,52 \text{ s}; 0,52 + 2,0 \cdot T] \Rightarrow \Delta \varphi \text{ neemt toe van } 0 \text{ tot } 2,0 \cdot T \text{ (want } KM = 2 \cdot \lambda)$$

$$\text{Voor } t > 0,52 + 2,0 \cdot T (= 0,92 \text{ s}) \text{ geldt: } \Delta \varphi \text{ blijft } 2,0 \Rightarrow \text{diagram: zie figuur.}$$



lopende longitudinale golf golf die een voortplantingsrichting heeft langs een lijn, waarlangs ook de deeltjes op en neer trillen. Een veel voorkomende longitudinale golf is een geluidsgolf. Deze golf plant zich overigens niet voort langs een lijn maar breidt zich uit in alle richtingen. In een veer loopt een longitudinale golf naar rechts, het uiteinde A begon op $t = 0,0$ s harmonisch te trillen. Enige tijd later is de situatie als hieronder getekend: de kop van de golf (een verdichting) is gevorderd tot punt Q.



Gegeven: de afstand van verdichting 1 tot verdichting 2 bedraagt 60 cm; de frequentie waarmee A trilt is 5,0 Hz.

- Bereken de golfsnelheid v .

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow v = 0,60 \cdot 5,0 = 3,0 \text{ m/s}$$

- Is A als eerste naar links of naar rechts gegaan?

Naar rechts, want er loopt een verdichting voorop.

- Hoe lang trilt P op moment van tekening?

Rechts van P bevinden zich precies 2 golflengtes $\lambda \Rightarrow$ de fase van P is 2 $\Rightarrow$ P trilt gedurende 2 T seconden = 0,40 s.

elektromagnetische golven zoals lichtgolven en radiogolven; zijn transversale golven

bestaan uit

- **trillende elektrische en magnetische velden** planten zich voort met de lichtsnelheid

lichtgolven ontstaan uit

- **atomen** die naar lager energieniveau springen; zie pag. 110

voorkomende begrippen

- **frequentie f (in Hz)** is frequentie waarmee de velden op en neer trillen

- **frequentie van zichtbaar licht** lichtgolven hebben een frequentie tussen $0,40 \cdot 10^{15}$ Hz en $0,80 \cdot 10^{15}$ Hz (Binas 19A) $\Rightarrow$ frequentie is zeer hoog

- **frequentie blijft constant** geldt ook bij overgang naar een ander medium

- **golflengte λ (in m)** λ past zich aan aan c en f

- **golflengte van zichtbaar licht** lichtgolven hebben in vacuüm/licht een golflengte tussen ongeveer 380 nm (violet) en 750 nm (rood) (Binas 19A) $\Rightarrow$ golflengte is zeer klein

formules

- $\lambda = c \cdot T$ ofwel $c = \lambda \cdot f$

- **lichtsnelheid c (in m/s)** bij lichtsnelheid gebruik je niet v , maar c

- **in vacuüm** voor alle golflengtes λ geldt: $c = 2,998 \cdot 10^8$ m/s (Binas 7)

- **in medium $\neq$ vacuüm** bv. in glas; de lichtsnelheid c wordt dan kleiner

- **wanneer c afneemt, neemt ook λ af** want $\lambda = c \cdot T$ (en T blijft constant)

elektromagnetisch spectrum frequentie f bepaalt of de elektromagnetische golven zichtbaar zijn (f bepaalt kleur van het licht) en welk effect deze golven hebben op hun omgeving

- **soorten elektromagnetische straling** verschillende soorten straling verschillen in vacuüm alléén in golflengte ofwel in frequentie; alle straling heeft de lichtsnelheid

- **overzicht van soorten straling** zie pag. 26 (en Binas 19B)

merk op

- **schadelijk effect neemt toe met de frequentie** en neemt af met λ , want $\lambda \sim \frac{1}{f}$

geluidsgolven zijn longitudinale golven

bestaan uit

- **verzameling van trillende lichtmoleculen**

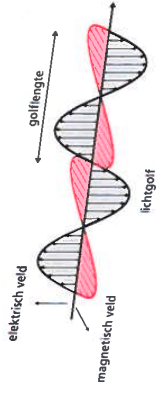
- **lichtmoleculen blijven gemiddeld op hun plaats** moleculen trillen slechts om hun evenwichtsstand

- **golf is gevolg van na elkaar bewegen van opeenvolgende moleculen**

ontstaan uit

- **geluidsbronnen** bron brengt lichtmoleculen vlak bij de bron aan het trillen; er ontstaan verdichtingen en verdunningen van moleculen, deze verdichtingen en verdunningen planten zich voort

vervolg



elektromagnetisch spectrum verzameling van alle soorten elektromagnetische golven, gerangschikt naar frequentie of golflengte (Binas 19B). Zie ook pag. 26.

geluid een geluidsbron brengt lucht (of andere materie) in trilling. Deze trillingen breiden zich uit in de vorm van een geluidsgolf. Geluid is hoorbaar wanneer de frequentie ervan ligt tussen 20 Hz en 20.000 Hz en het geluid voldoende sterk is.

lopende geluidsgolven

Een luidspreker produceert een toon van 400 Hz. Vanaf de luidspreker planten zich verdichtingen en verdunningen van lucht voort (zie figuur pag. 18). Er geldt: $v_{\text{geluid}} = 340 \text{ m/s}$

- *Hoe groot is de afstand tussen twee opeenvolgende verdichtingen?*

Deze afstand is gelijk aan λ . Er geldt: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{400} = 0,850 \text{ m}$

- *Is het juist dat luchtdeeltje P even later in Q is gearriveerd?*

Nee, P trilt heen en weer met zeer kleine amplitude maar blijft gemiddeld op zijn plaats. P geeft de trillingsenergie alleen door.

In een bepaald gebied onweert het. In de buurt van P (800 m boven de grond) slaat een bliksemstraal over tussen twee wolken. Onmiddellijk breidt zich vanuit P een enorme hoeveelheid geluid uit (donder). B zal de donder later horen dan A (zie figuur).

Gegeven: $t_{\text{lucht}} = 20 \text{ °C}$

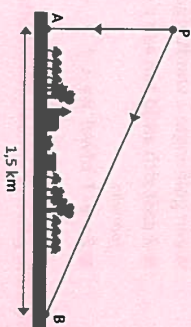
- *Hoewel seconden na A zal B de donder horen?*

Bij $t = 20 \text{ °C}$ geldt: $v_{\text{geluid in lucht}} = 343 \text{ m/s}$ (Binas 15A).

$PA = 800 \text{ m} \Rightarrow PB = \sqrt{1500^2 + 800^2} = 1700 \text{ m} \Rightarrow$

$PB - PA = 900 \text{ m} \Rightarrow$ als het geluid in A arriveert, moet het geluid dat op weg is naar B, nog

900 m afleggen $\Rightarrow$ het tijdsverschil Δt bedraagt: $\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{900}{343} = 2,6 \text{ s}$



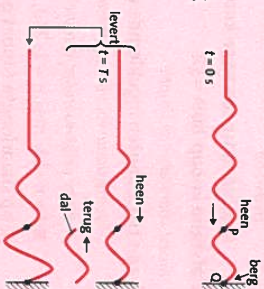
staande golven ontstaan als gevolg van interferentie: het samengaan van heenlopende en teruglopende (vaak: teruggekaatste) golven. Golfberg en golfdal kunnen elkaar verzwakken of zelfs uitdoven (destructieve interferentie); golfberg + golfberg (en ook golfdal + golfdal) versterken elkaar (constructieve interferentie).

Een golf loopt in een koord naar rechts en heeft de muur bereikt. Voorop loopt een golfberg. De muur kaatst de berg terug als een dal. De figuur toont de situatie op $t = 0 \text{ s}$.

- *Laat zien dat op tijdstip T (trillingstijd) er in koorddeel PQ sprake is van constructieve interferentie.*

De heenlopende golf schuift 1λ op naar rechts; de teruggekaatste golf heeft een afstand 1λ afgelegd

naar links, waarbij er een dal voorop loopt. Optellen van de twee golven op het deel PQ laat zien dat de golven elkaar versterken.



vervolg

begrippen en relaties trillingen en golven

geluidsgolven

belangrijke geluidsbronnen

- **stembanden**
- **luidspreker** conus (trechter) van luidspreker gaat heen en weer en produceert verdichtingen en verdunningen van lucht (zie ook pag. 102)

belangrijke begrippen

- **frequentie** f is frequentie waarmee deeltjes (meestal moleculen) op en neer trillen; in Hz
- **frequentie** bepaalt toonhoogte; hoe hoger de frequentie, hoe hoger de toon; gehoorgrenzen: $20\text{ Hz} < f < 20\text{ kHz}$
- **amplitude** bepaalt toonsterkte; hoe groter de amplitude, hoe harder de toon
- **geluidssnelheid** v in lucht ($20\text{ }^{\circ}\text{C}$) geldt: $v = 343\text{ m/s}$ (Binas 15A)
- v_{geluid} hangt af van **temperatuur van medium** indien $T >$, dan $v_{\text{geluid}} >$
- v_{geluid} hangt af van **soort medium** bv. $v_{\text{geluid, ijzer}} > v_{\text{geluid, lucht}}$
- v_{geluid} hangt niet af van **frequentie en/of amplitude**
- **golflengte** λ afstand tussen twee opeenvolgende verdichtingen; in m

kenmerken

- één golflengte λ wordt afgelegd in T seconden ($T = \text{trillingstijd}$)
- λ past zich altijd aan aan v en f

formules

- $\lambda = v \cdot T$ ofwel $v = \lambda \cdot f$

staande golven bij snaarinstrumenten snaar is in eigentrilling; luchtkolom van instrument

resoneert mee met toon van snaar

snaar in eigentrilling kenmerkt zich door

- **knopen** snaardeeltjes staan hier voortdurend stil

trieden op

- **bij vaste uiteinden**
- **midden tussen twee buiken**
- **buiken** snaardeeltjes trillen hier voortdurend maximaal op en neer

trieden op

- **midden tussen twee knopen**

- **afstand knoop-buik** $= \frac{1}{4} \lambda$

meest voorkomende situatie

- **aan twee kanten ingeklemde gespannen snaar**

voorwaarde voor ontstaan van staande golven

(twee gelijkwaardige formulerings)

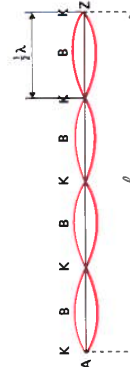
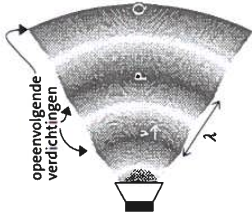
- $\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$ met $n = 1, 2, 3, \dots$; in de figuur hierboven geldt: $AZ = \ell = 4 \cdot \frac{1}{2} \lambda$

- **op snaarlengte ℓ moet geheel aantal maal $\frac{1}{2} \lambda$ passen**

verhouding van frequenties van de tonen

- $f_{\text{grondtoon}} : f_{2e} : f_{3e} : \dots = 1 : 2 : 3 : \dots$

vervolg



staande golven vervolg

- *Op welk tijdstip na tijdstip T is er in koorddeel PQ sprake van destructieve interferentie?*

Dat is op $t = 1\frac{1}{4}T$. Zie de figuur. In het gedeelte PQ zijn de heengaannde en de teruggaande golf in tegenfase: ze doven elkaar uit.

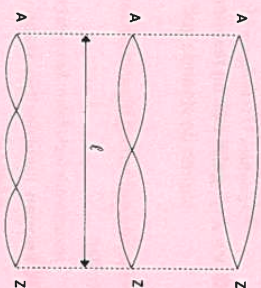
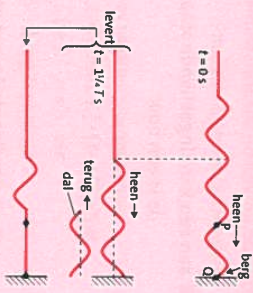
staande golven bij snaren en snaarinstrumenten

Wanneer een vioolsnaar wordt aangestoken dan gaat de snaar meerdere eigentrillingen tegelijk uitvoeren $\Rightarrow$ de snaar *resoneert* tegelijk in meerdere tonen.

De belangrijkste toon is de grondtoon (1^e figuur): op de snaar past dan $\frac{1}{2}\lambda$. Indien lengte ℓ van de snaar $= \frac{1}{2}\lambda$, dan heet de frequentie waarbij dit optreedt de *grondtoon* (f^0).

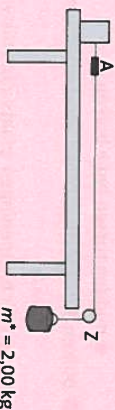
In 2^e figuur past op ℓ $2 \cdot \frac{1}{2}\lambda$; dit treedt op bij een frequentie $f = 2 \cdot f^0$ en heet *eerste boventoon*.

In 3^e figuur past op ℓ $3 \cdot \frac{1}{2}\lambda$; dit treedt op bij een frequentie $f = 3 \cdot f^0$ en heet *tweede boventoon*, etc.

**staande golven bij snaren en snaarinstrumenten**

Een trielapparaat kan het beginpunt A

van een snaar AZ verticaal op en neer laten trillen. Wanneer dit gebeurt plant zich een golf voort door de snaar van A naar Z. Dit gebeurt met een bepaalde golfsnelheid v .



Voor deze golfsnelheid blijft de volgende formule te gelden: $v = \sqrt{\frac{F_s}{m/\ell}}$

waarin F_s = spankracht in de snaar (veroorzaakt door de hangende massa m^*) en $\frac{m}{\ell}$ is de massa van de snaar per meter snaarlengte.

- *Laat zien dat deze formule klopt voor wat betreft de eenheden.*

Eenheden invullen: $\sqrt{\frac{\text{N}}{(\text{kg}/\text{m})}} = \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2}{(\text{kg}/\text{m})}} = \sqrt{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$ dit is de eenheid van snelheid

($\text{N} = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$ volgt uit de wet $F = m \cdot a$; zie pag. 56 en ook: zie ook Binasc 4, bij 'kracht')

De snaar AZ is 3,00 m lang en heeft een massa van 4,20 gram. Zie ook figuur.

- *Bereken de spankracht in de snaar.*

$$F_s = F_{\text{op } m^*} = m^* \cdot g = 2,00 \cdot 9,81 = 19,6 \text{ N}$$

- *Bereken de snelheid van de golven in de snaar.*

$$F_s = 19,6 \text{ N en } \frac{m}{\ell} = \frac{4,20 \cdot 10^{-3}}{3,00} = 1,40 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m; formule invullen } \Rightarrow v = 118 \text{ m/s}$$

De snaar wordt zó in trilling gebracht, dat de snaar voornamelijk gaat resoneren in de derde boventoon.

begrippen en relaties trillingen en golven

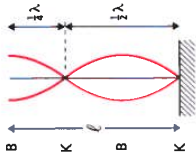
staande golven bij snaarinstrumenten vervolg*andere vaak voorkomende situatie*

- aan één kant ingeklemde staaf kant waar staaf is ingeklemd is een knoop; het vrije uiteinde is een buik

voorwaarde voor ontstaan van staande golven (twee gelijkwaardige formuleringen)

- $\ell = (2n-1) \cdot \frac{1}{4}\lambda$, met $n = 1, 2, 3$, etc.; dit is ook te schrijven als $\ell = n \cdot \frac{1}{2}\lambda + \frac{1}{4}\lambda$, met $n = 0, 1, 2, 3$, etc.; in de figuur hiernaast geldt: $\ell = \frac{3}{4}\lambda$
- op staaf lengte ℓ moet een geheel aantal $\frac{1}{2}\lambda$ + éénmaal $\frac{1}{4}\lambda$ passen
- verhouding van frequenties van de tonen
- $f_{\text{grondtoon}} : f_{1e \text{ boventoon}} : f_{2e \text{ boventoon}} : \dots = 1 : 3 : 5 : \dots$

- $v = \lambda \cdot f$ geldt ook bij resonerende snaren v is snelheid van de lopende golven in snaar, die samen de staande golf vormen



staande golven bij blaasinstrumenten beschouw blaasinstrument als kolom, waarin lucht kan trillen

resonerende luchtkolom kenmerkt zich door

- knopen luchtdeeltjes staan voortdurend stil

trillen op

- bij vaste uiteinden want deeltje kan vlak bij wand niet heen en weer trillen: wand blokkeert en maakt één helft van trilling onmogelijk

- midden tussen twee buiken

- buiken luchtdeeltjes trillen voortdurend maximaal op en neer

trillen op

- vlak bij openingen plaats van buik valt niet precies samen met plaats van opening, maar ligt meestal iets buiten opening

- midden tussen twee knopen

- afstand knoop-buik = $\frac{1}{4}\lambda$

2 veel voorkomende situaties

- buis (lengte ℓ) met één open uiteinde en één dicht uiteinde bij dicht uiteinde ligt een knoop; buik ligt iets buiten de opening

er zijn allerlei eigentrillingen mogelijk

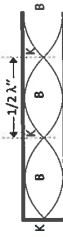
- $\ell = \frac{1}{4}\lambda \Rightarrow$ grondtoon



- $\ell = \frac{3}{4}\lambda' + \frac{1}{4}\lambda' \Rightarrow$ 1^e boventoon



- $\ell = 2 \cdot \frac{1}{2}\lambda'' + \frac{1}{4}\lambda'' \Rightarrow$ 2^e boventoon

*enzovoort*

B = buik; de lucht trilt heftig

K = knoop; de lucht trilt niet

- algemeen: $\ell = (2n-1) \cdot \frac{1}{4}\lambda$ met $n = 1, 2, 3 \dots$

- $f_{\text{grondtoon}} : f_{1e \text{ boventoon}} : f_{2e \text{ boventoon}} : \dots = 1 : 3 : 5 : \dots$

vervolg

staande golven bij snaren en snaarinstrumenten vervolg

- *Bereken de frequentie van deze boventoon.*

Derde boventoon $\Rightarrow$ op snaarlengte past $4 \cdot \frac{1}{2} \lambda \Rightarrow 2 \cdot \lambda = 3,00 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 1,50 \text{ m}$

Voor f geldt dan: $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{118}{1,50} = 78,7 \text{ Hz}$

- *Wat gebeurt er, natuurkundig gezien, bij het stemmen van een gitaarsnaar?*

Je verandert dan de f_s van de snaar. Stel, je maakt f_s groter $\Rightarrow v_{\text{golven}}$ groter, terwijl de snaarlengte constant blijft (dus ook $\lambda_{\text{grondtoon}}$ is constant) $\Rightarrow f$ groter, dus hogere toon.

staande golven bij luchtkolommen en blaasinstrumenten

Blaasinstrumenten worden eerst altijd 'ingespeeld' en daarna gestemd. Het instrument moet eerst op temperatuur worden gebracht.

- *Leg uit waarom.*

Na enige tijd blazen stijgt de temperatuur van het instrument en hiermee ook de temperatuur van de lucht in het instrument. Dus neemt de geluidssnelheid toe (Binas 15A) $\Rightarrow$ de frequentie van de grondtoon stijgt. Het instrument kan anders vals klinken.

Een trompet wordt in gedachten gebogen tot een

rechte buis en heeft dan een lengte ℓ . Aan de linkerkant zit het mondstuk, aan de rechterkant bevindt zich de kelk van de trompet.



Het is onmogelijk om op een trompet de grondtoon te spelen. De eerste en volgende boven-tonen zijn wel te spelen en vormen de natuurtonen van de trompet.

Deze natuurtonen hebben, gerekend vanaf de eerste boventoon frequenties die gelijk zijn aan 233 Hz, 349 Hz, 466 Hz, 583 Hz etc.

Bij een luchtkolom als deze zijn er twee mogelijkheden:

- mogelijkheid 1: mondstuk en kelk gedragen zich allebei als een buik B

- mogelijkheid 2: het mondstuk gedraagt zich als een knoop K en de kelk als een buik B

- *Toon met behulp van de gegeven frequenties en de inleidende tekst aan, dat je bij een trompet te maken hebt met de eerste mogelijkheid.*

Bij mogelijkheid 1 past op de lengte ℓ van de trompet $\frac{1}{2} \lambda$ of $1 \frac{1}{2} \lambda$ of 2λ etc.

Voor de verhouding van de frequenties van de boven-tonen geldt dan:

$f_{\text{grondtoon}} : f_{1\text{e boventoon}} : f_{2\text{e boventoon}} : f_{3\text{e boventoon}} : \dots = 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : \dots$ (bij mogelijkheid 2 zou dat zijn $1 : 3 : 5 : 7$ enz.) dus geldt ook:

$f_{1\text{e boventoon}} : f_{2\text{e boventoon}} : f_{3\text{e boventoon}} : \dots = 2 : 3 : 4 : 5$

Dit is de dezelfde verhouding als $233 : 349 : 466 : 583 \Rightarrow$ mogelijkheid 1 is de juiste.

De temperatuur van de lucht in de trompet is ongeveer 30°C . De buik ligt bij de eerste boventoon 4 cm rechts van de kelk.

- *Bereken de lengte van de rechte trompetbuis.*

Bij de eerste boventoon (233 Hz) is de lengte van de resonerende luchtkolom gelijk aan λ .

$v_{\text{geluid } 30^\circ\text{C}} \text{ ligt tussen } 343 \text{ m/s en } 354 \text{ m/s (Binas 15A)} \Rightarrow v \approx 348,5 \text{ m/s} \Rightarrow$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{348,5}{233} = 1,50 \text{ m} \Rightarrow \text{lengte trompetbuis} = 150 \text{ cm} - 4 \text{ cm} = 146 \text{ cm}$$

staande golven bij blaasinstrumenten vervolg**■ buis (lengte ℓ) met twee open uiteinden** iets buiten de open uiteinden liggen buiken

er zijn allerlei eigentrillingen mogelijk

■ $\ell = \frac{1}{2}\lambda \Rightarrow$ grondtoon■ $\ell = 2 \cdot \frac{1}{2}\lambda' \Rightarrow 1^{\circ}$ boventoon■ $\ell = 3 \cdot \frac{1}{2}\lambda'' \Rightarrow 2^{\circ}$ boventoon
enzovoort■ algemeen: $\ell = n \cdot \frac{1}{2}\lambda$ met $n = 1, 2, 3 \dots$ ■ $f_{\text{grondtoon}} : f_{1^{\circ} \text{ boventoon}} : f_{2^{\circ} \text{ boventoon}} : \dots = 1 : 2 : 3 : \dots$ 

B = buik: de lucht trilt heftig

K = knoop: de lucht trilt niet

eigenfrequenties van luchtkolom berekenen via $f = \frac{v}{\lambda}$; v = geluidssnelheid bij heersende temperatuur; λ bepalen door te tellen hoeveel golven in kolom passen; luchtkolommen hebben, evenals snaren, meerdere eigenfrequenties

telecommunicatie met behulp van elektromagnetische golven je maakt gebruik van

zendgedeelte, een medium en een ontvang gedeelte; toegepast bij radio, tv, mobiele telefoon

■ zendgedeelte wekt radiogolven op en 'verstopt' het bron signaal (bevat de informatie van beeld/geluid) hierin

bestaat uit

■ opwekker van draaggolf

draaggolf is elektromagnetische golf; nodig om

bronsignaal te transporteren;

draaggolf zelf bevat geen informatie; elke zender heeft draaggolf met

eigen frequentie $\Rightarrow$ zo is ontvangst mogelijk van vele stations, zonder dat zij

elkaar hinderen

■ $\text{frequentie}_{\text{draaggolf}} \gg \text{frequentie}_{\text{bronsignaal}}$ ■ **modulator** voegt bron signaal toe aan draaggolf: draaggolf wordt gemoduleerd

2 mogelijkheden om te moduleren

■ A.M. Amplitude Modulatie

bronsignaal wordt 'verstopt' in

de amplitude van de draaggolf;

amplitude van draaggolf varieert overeenkomstig het bron-

signaal

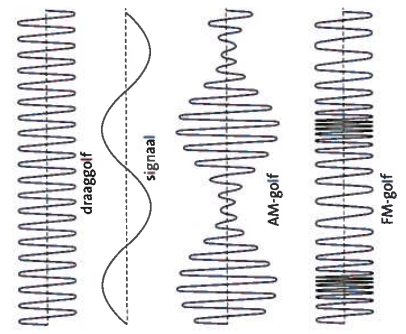
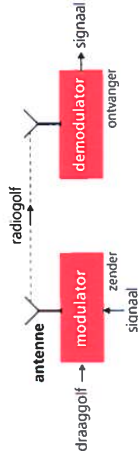
■ F.M. Frequentie Modulatie

bronsignaal wordt 'verstopt' in

de frequentie van de draaggolf;

frequentie van de draaggolf varieert overeenkomstig het bron-

signaal

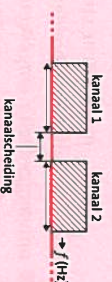


bandbreedte

Een bepaalde stem kan tonen zingen van 98 Hz tot 660 Hz.

- *Hoe groot is de bandbreedte van deze zangstem?*

De bandbreedte is gelijk aan $660 - 98 = 562$ Hz

**kanaalscheiding**

Een FM-musiekzender zendt een draaggolf uit (een 'kanaal') met een frequentie van 98,800 MHz. De muziek wordt meegezonden door de draaggolf met een bandbreedte van 30 kHz te moduleren.

- *Welke frequenties worden dan gebruikt door de zender?*

Dat zijn de frequenties tussen (98,800 MHz - 15 kHz) en (98,800 MHz + 15 kHz), dus de frequenties tussen 98,785 MHz en 98,815 MHz.

De gemoduleerde 15 kHz heeft, net als een snaar, boven tonen, zoals 30 kHz, 45 kHz, 60 kHz etc. Hoge boven tonen zijn veel zwakker dan lage boven tonen.

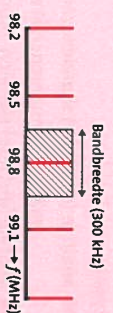
Het eerstvolgende kanaal ligt 300 kHz verwijderd van het gegeven kanaal.

- *Welke boven tonen zullen dan zeker niet meer worden meegezonden?*

De boven tonen mogen een frequentie hebben van maximaal 150 kHz. Dat is de negende boven toon $\Rightarrow$ hooguit acht boven tonen worden meegezonden.

- *Leg uit waarom kanaalscheiding (uplink en downlink)*

nodig is bij een apparaat dat tegelijk zowel zendt als ontvangt.



De radiogolven van de zender (uplink) zullen anders interfereren met de ontvangen golven (downlink); wanneer de frequenties gelijk zijn is het gevolg van de interferentie het sterkst, zelfs uitdoving is dan mogelijk. Dit is ongewenst.

zendgedeelte in mobiele telefoon

De mobiele telefoon van Florentijn zendt uit met een frequentie van 2,0 GHz. De antenne in zijn telefoon is $\frac{1}{4}\lambda$ groot.

- *Bereken de lengte ℓ van deze antenne*

$$\text{Er geldt: } \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3,00 \cdot 10^8}{2,0 \cdot 10^9} = 0,15 \text{ m} \Rightarrow \ell = \frac{1}{4} \cdot 0,15 \text{ m} = 3,8 \text{ cm}$$

Het vermogen P van de zender in de telefoon is 0,25 W. Rondom de antenne wordt een elektrische veldsterkte E (in V/m) opgewekt, die gegeven wordt door de formule

$$E = \frac{\sqrt{30 \cdot P \cdot g}}{r}. \text{ Het getal } 30 \text{ stelt eigenlijk } 30 \Omega \text{ voor (het is een soort golfweerstand voor}$$

elektromagnetische golven in vacuüm); g is een dimensieloos getal dat iets zegt over de kwaliteit van antennes (voor $\frac{1}{4}\lambda$ antennes geldt: $g = 3,28$). r is afstand tot antenne (in m).

Toon aan dat de eenheid van E inderdaad V/m is.

Rechts van het = teken staat: $\frac{\sqrt{\Omega \cdot W \cdot 1}}{\text{m}}$; $\Omega = \frac{V}{A}$ (volgt uit $R = \frac{U}{I}$) en $W = V \cdot A$ (volgt uit

$$P = U \cdot I \Rightarrow \text{dit levert } \frac{\sqrt{\frac{V}{A} \cdot V \cdot A}}{\text{m}} = \frac{\sqrt{V^2}}{\text{m}} = \frac{V}{\text{m}}$$

begrippen en relaties **trillingen en golven**

telecommunicatie met behulp van elektromagnetische golven vervolg

- **zendmast** gemoduleerde draaggolf wordt door antenne uitgezonden: elektromagnetische straling in vorm van radiogolven breidt zich rondom antenne uit
- **medium** radiogolven breiden zich uit in atmosfeer, maar kunnen dit ook in vacuüm
- **ontvangedeelte** omgekeerde proces als in zender vindt hier plaats
- **demodulator** verwijderd bronsgaaf van draaggolf $\Rightarrow$ bronsgaaf komt weer beschikbaar

overige kenmerkende begrippen

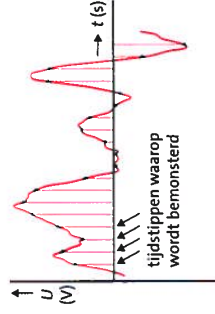
- **bandbreedte** de hoeveelheid ruimte aan frequenties, die een signaal in beslag neemt; hoe groter de bandbreedte, des te beter de kwaliteit van beeld/geluid
 - A.M. heeft weinig bandbreedte
 - F.M. heeft grotere bandbreedte
- **kanaalscheiding** frequentiebanden van verschillende zenders mogen elkaar niet overlappen; apparaten die zowel ontvangen als zenden doen dit daarom in gescheiden kanalen: downlink respectievelijk uplink

typen bronsignalen

- **analoge (continue) signalen** veranderen continu in de tijd; kunnen binnen grenzen alle waarden aannemen; AM en FM-radio gebruiken analoge bronsignalen
- **digitale (discrete) signalen** bronsgaaf is gecodeerd in reeksen enen en nullen: in binaire codes; een 0 of 1 heet een bit; mobiele telefoon gebruikt digitale bronsignalen

digitale codering gebruikt bij informatieoverdracht en bij dataopslag

- **rechtstreekse codering** bv. letters en cijfers van een toetsenbord: worden direct omgezet in binaire code van nullen en enen
- **codering via AD-omzetter** analoog (continu) signaal, bv. spraak, wordt door omzetter omgezet in getallen die in binaire codes (met nullen en enen) worden weergegeven *kenmerken*
 - **n-bits AD-omzetter** heeft een uitgang n bits, die elk 0 of 1 kunnen zijn; naarmate getal n groter is wordt bronsgaaf met grotere nauwkeurigheid omgezet
 - **bemonsteringsfrequentie** aantal malen per seconde dat het analoge signaal door omzetter wordt bemonsterd, ofwel wordt omgezet in een binaire code
 - **bepaalt de nauwkeurigheid** waarmee analoog signaal wordt omgezet in binaire code
 - **bepaalt bandbreedte** die nodig is om met binaire code gemoduleerd signaal te versturen



data transfer rate snelheid waarmee data, bestaande uit bits, worden verstuurd; uitgedrukt in megabits per seconde (Mbps) of Gbps (giga) of Tbps (tera); bv. glasvezel: 10 Tbps

zendgedeelte in mobiele telefoon (vervolg)

In Nederland wordt een stralingsnorm gehanteerd die stelt dat je binnenoor 24 uur achtereen een maximale veldsterkte mag ontvangen van 87 V/m.

Florentijn houdt de telefoon op 2,0 cm van zijn binnenoor.

- *Ga na of bij Florentijn deze norm wordt overschreden tijdens het bellen.*

$$E = \frac{\sqrt{30 \cdot P \cdot g}}{r} = \frac{\sqrt{30 \cdot 0,25 \cdot 3,28}}{0,020} = 2,5 \cdot 10^2 \text{ V/m} \Rightarrow \text{dat is boven de norm, echter hij zal deze straling waarschijnlijk niet 24 uur achter elkaar ontvangen.}$$

straling waarschijnlijk niet 24 uur achter elkaar ontvangen.

bemonsteren met AD-omzetter

Wanneer $f_{\text{bemonstering}} \geq 2 \cdot f_{\text{max. van bronsignaal}}$, dan is uit de binaire code het bronsignaal goed te reconstrueren. Muziek voor CD's wordt bemonsterd met een frequentie van 44,1 kHz $\Rightarrow$ de hoogste frequentie van het geluidssignaal bedraagt 22,05 kHz.

data transfer rate in relatie tot bandbreedte

Elke communicatielij (bv. telefoonlijn) bevat 'ruis' (kleine stoorsignalen).

De hoeveelheid ruis hangt o.a. af van de kwaliteit van de lijn en de drukte op de lijn.

Het te transporteren signaal (S) moet normaal gesproken veel sterker zijn dan de ruis (N).

De maximale hoeveelheid bits/s (C), die over zo'n lijn kan worden getransporteerd, wordt gegeven door de zgn. Shannon-formule: $C = BW \cdot \log(1 + S/N) / \log 2$; hierin is BW de beschikbare bandbreedte (Band-Width) en S/N de signaal-ruis vermogens verhouding (Signal-Noise-Ratio).

- *De formule laat zien dat C zowel toeneemt bij toename van BW als bij toename van S/N .*

Leg uit waarom dit eigenlijk wel logisch is.

Bij een grote bandbreedte kun je natuurlijk veel bits/s versturen; wanneer de ruis zwak is t.o.v. het signaal heb je minder storende invloeden en kun je ook meer data/s versturen.

Een gewone vaste telefoonlijn gebruikt voor spraak het gebied tussen 300 Hz en 3400 Hz.

De gewenste verhouding S/N is hier $1,0 \cdot 10^4 : 1$.

- *Wat is het maximale aantal bits per seconde, dat in deze bandbreedte kan worden verstuurd?*

De bandbreedte $BW = 3100 \text{ Hz}$. Er geldt (zie inleiding): $C = BW \cdot \log(1 + S/N) / \log 2$

$$\Rightarrow C = 3100 \cdot \log(1 + 1,0 \cdot 10^4) / \log 2 = 4,1 \cdot 10^4 \text{ bps} = 41 \text{ kbps}$$

Voor computergebruik is dit aantal bps veel te laag.

Daarom gebruikt men ook de ongebruikte

bandbreedte van de telefoonlijn. Zie de figuur.



- *Hoeverl bits kunnen per seconde nu worden gedownload? (neem voor S/N weer $1,0 \cdot 10^4$)*

De bandbreedte $BW = (1,0 \cdot 10^3 - 140) \text{ kHz}$; invullen in de formule:

$$C = (1,0 \cdot 10^3 - 140 \cdot 10^3) \cdot \log(1 + 1,0 \cdot 10^4) / \log 2 \text{ geeft: } C = 11 \text{ Mbps.}$$

- *Waarom wordt de upload bandbreedte veel kleiner gekozen dan de download bandbreedte?*

Bij computergebruik wordt veel meer gedownload dan geupload; bij grotere bandbreedte gaat het downloaden sneller.

2 Straling en gezondheid

- elektromagnetische straling** ofwel: EM-straling; plant zich voort met lichtsnelheid $c (= f \cdot \lambda)$
bestaat uit
- **elektromagnetische golven** golven worden uitgezonden in energiepakketjes: fotonen; een lichtstraal moet worden beschouwd als een smalle bundel van fotonen en bestaat derhalve uit individuele energiepakketjes (zie ook pag. 128)
 - **energie per foton** $E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$ met $h =$ constante van Planck $= 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js;
 $f =$ frequentie van golven, $c =$ lichtsnelheid en $\lambda =$ golflengte van golven
 - **fotonenergie wordt meestal uitgedrukt in eenheid eV** 1 eV = 1 elektronvolt = $1,6 \cdot 10^{-19}$ J (zie ook pag. 92 en Binas 5); fotonenergie van zichtbaar licht varieert van 1,65 eV (rood) tot 3,26 eV (violet) (Binas 19A)
 - **frequentie f bepaalt eigenschappen van golven** (zoals: kleur, al dan niet zichtbaar zijn, al dan niet gevaarlijk zijn, etc.)
 - **schadelijk effect neemt toe met de frequentie** en neemt af met λ , want $\lambda \sim \frac{1}{f}$

soort golven	f (Hz)	eigenschappen	toepassing(en)
radiogolven	$10^3 \dots 10^{11}$	ongevaarlijk	radio/tv/radar frequentieafspraken: (zie Binas 19B)
infraroodstraling	$10^{11} \dots 0,40 \cdot 10^{15}$	heeft warmte-effect	genezing van sport- blessures; afstandbediening van tv/alarminstallaties
zichtbaar licht	$0,40 \cdot 10^{15} \dots 0,80 \cdot 10^{15}$ (rood...violet)	zichtbaar; vormt be- kende kleurenspec- trum	fotosynthese
ultraviolette straling	$0,80 \cdot 10^{15} \dots 10^{17}$	schadelijk voor mens; bruint de huid	zonnebank
röntgenstraling	$10^{17} \dots 10^{20}$	zeer schadelijk; zeer goed doordringbaar	opsoren van fouten bij lasnaden; röntgen- foto
gammastraling	$10^{20} \dots 10^{24}$	extreem schadelijk; zeer goed doordring- baar	vernietigen van kan- kergezwellen; steriliseren

- ontstaan van EM-straling** zie ook pag. 39 en 110
- **radiogolven** ontstaan meestal in elektrische circuits (trillingskringen)
 - **infrarood straling, zichtbaar licht, ultraviolet straling en röntgenstraling** ontstaat in atomen; elektronen springen van een hoger energieniveau terug naar een lager energieniveau; vrijgekomen energie wordt uitgezonden in vorm van foton (emissie)
 - **gammastraling** ontstaat in atoomkern; nucleonen in instabiele kern hergroeperen zich of veranderen van samenstelling; er komt energie vrij; dit wordt meegegeven aan γ -foton en/of uitgestoten deeltje (α, β)

foton is pakketje stralingsenergie. Het bestaat uit elektromagnetische golven.

De golven kunnen allerlei frequenties hebben, maar bewegen alle met de lichtsnelheid.

- *Bereken de energie van een foton met een golflengte $\lambda = 580 \text{ nm}$ (in vacuüm).*

Geef de uitkomst in de eenheid Joule en in de eenheid eV.

$$\text{Er geldt: } E = h \cdot f \Rightarrow E = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3,0 \cdot 10^8}{580 \cdot 10^{-9}} = 3,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{Omrekenen naar eV betekent delen door } 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow E = 2,1 \text{ eV}$$

Op de evenaar geldt: 'vermogen per oppervlak' van zonnestraling $\approx 1400 \text{ W/m}^2$.

- *Hoewel fotonen treffen dan per seconde een oppervlak van 1 m^2 , aannemende dat elk foton een golflengte heeft van 580 nm ?*

$$\text{Er geldt: } E_{\text{foton}} = 3,4 \cdot 10^{-19} \text{ J (zie hierboven). In 1 seconde valt } 1400 \text{ J op } 1 \text{ m}^2 \text{ oppervlak} \Rightarrow$$

$$\text{in 1 seconde arriveren } \frac{1400}{3,4 \cdot 10^{-19}} = 4,1 \cdot 10^{21} \text{ fotonen.}$$

elektromagnetische straling

Fotonen van ultraviolet straling hebben volgens Binas meer energie dan fotonen van infrarood straling. Uit eigen ervaring had je dit ook kunnen weten.

- *Leg dit uit.*

Infrarood straling heeft slechts een warmte-effect op je lichaam; ultraviolet bruint de huid en kan huidkanker veroorzaken $\Rightarrow$ de u.v.-fotonen hebben meer energie dan de i.r.-fotonen.

De ionosfeer (de verzameling van geladen deeltjes rondom de aarde) heeft twee 'gaten': een gat voor lichtgolven met $380 \text{ nm} \leq \lambda \leq 750 \text{ nm}$ en daarnaast een gat voor radiogolven met $1 \text{ dm} \leq \lambda \leq 10 \text{ m}$ (zie ook pag. 117: atmosferische vensters).

Er geldt: $C_{\text{radiogolven}} = C_{\text{lichtgolven}}$. Straling van andere golflengten wordt (deels of helemaal) geabsorbeerd.

- *Leg uit waarom dit eerste gat wel te verwachten was.*

$380 \text{ nm} \dots 750 \text{ nm}$ is zichtbaar licht. Wij kunnen vanaf de aarde het heelal in kijken $\Rightarrow$ zichtbare straling kan kennelijk vanuit de ruimte de ionosfeer passeren.

Het tweede gat wordt o.a. gebruikt door communicatiesatellieten.

- *Welke frequenties kunnen dus door deze satellieten worden gebruikt?*

$$\text{Er geldt: } f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{\lambda} \Rightarrow (\text{invullen: } f = 30 \text{ MHz} \dots 3 \text{ GHz})$$

Er is een mogelijk verband tussen laagfrequente elektromagnetische velden en kinderleukemie. Daarom hanteert de overheid een norm bij voortdurende blootstelling hieraan. Deze is: de maximale magnetische veldsterkte B mag $0,4 \text{ microTesla}$ bedragen. Hoogspanningsleidingen hangen op een hoogte van bv. 30 m en produceren dit soort velden; deze kunnen worden berekend met de formule $B = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{r}$ met r is afstand tot de draad / = stroomsterkte door de draad, die wel 400 A kan zijn.

- *Probeer te schatten of je veilig onder één zo'n draad zou kunnen wonen.*

$$\text{Invullen van } B_{\text{max}} \text{ en } I \text{ levert } r = 2 \cdot 10^7 \text{ m} \Rightarrow \text{je kunt beter niet onder de draad wonen.}$$

begrippen en relaties straling en gezondheid

opname (absorptie) van EM-straling

absorptie gaat gepaard met

- **opwekking van warmte** in voedsel door magnetronstraling, in de huid door ir-straling; in bot door röntgenstraling
- **aanslag van atomen** door bv. zichtbaar licht; aanslag wordt gevolgd door emissie (zie ook pag. 108 e.v.), waardoor atoom licht uitzendt
- **aanmaken van vrije radicalen** in cellen ($\text{OH}^\bullet$) door bv. γ -straling; zeer schadelijk; DNA kan hierdoor beschadigen

bouw van atoomkern atoomkern bestaat uit nucleonen

twee soorten nucleonen

- **protonen** lading is $+e$; de kleinste mogelijke lading die in natuur voorkomt (elektron heeft lading $-e$); getalwaarde van $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (zie pag. 78)
- **neutronen** lading is gelijk aan 0; aantal neutronen in kern = N

begrippen

- **atoomnummer Z** is aantal protonen in kern
- **massagetal A** stelt totaal aantal nucleonen in kern voor
verband tussen A , N en Z
- **$A = N + Z$** totaal aantal nucleonen = aantal neutronen + aantal protonen

verschillende soorten kernen

- **aantal protonen gelijk en aantal neutronen gelijk** identieke kernen van hetzelfde element
- **aantal protonen verschillend** je hebt dan elementen van verschillende soort
- **isotopen: aantal protonen gelijk maar aantal neutronen verschillend** je hebt dan kernen van hetzelfde element, echter niet alle met dezelfde massa
merk op er bestaan natuurlijke isotopen en kunstmatig gemaakte isotopen

notatie van isotopen en deeltjes

- **isotopen van een element** notatie met behulp van 2 getallen, bv. de getallen 7 en 3 bij ${}^7_3\text{Li}$
 - **bovenste getal = massagetal** $\Rightarrow$ hierboven zijn er dus in totaal 7 kerndeeltjes
 - **onderste getal = atoomnummer (of: lading van het deeltje)** $\Rightarrow$ in bovenstaand voorbeeld zijn er dus 3 protonen $\Rightarrow$ isotoop ${}^7_3\text{Li}$ heeft kennelijk vier neutronen
- **veel voorkomende deeltjes**
 - ${}^4_2\alpha$ of ${}^4_2\text{He}$ (α -deeltje) $\Rightarrow$ bevat 2 protonen (lading $+2e$) en 2 neutronen
 - ${}^0_{-1}\beta$ of ${}^0_{-1}e$ (β -deeltje ofwel elektron) $\Rightarrow$ bevat lading $-e$; massa ≈ 0
 - ${}^0_{+1}\beta$ of ${}^0_{+1}e$ (positron ofwel positief elektron) $\Rightarrow$ bevat lading $+e$; massa ≈ 0
 - 1_0n (neutron) $\Rightarrow$ bevat geen lading; er is één massadeeltje
 - ${}^0_0\gamma$ (gammafoon) $\Rightarrow$ bevat geen lading; massa = 0
 - ${}^1_1\text{H}$ of 1_1p (proton) $\Rightarrow$ bevat lading $+e$

nucleon is één kerndeeltje: proton of neutron.

isotopen atomen van hetzelfde element met verschillende kernmassa, veroorzaakt door verschil in aantal neutronen.

Het element gallium heeft 2 isotopen die in de natuur voorkomen: 60,4% is Ga-69 en 39,6% is Ga-71 (69 en 71 zijn de massagetallen).

- Geef van beide isotopen het atoomnummer Z en het aantal neutronen N .

Gallium (Ga) is element 31 $\Rightarrow$ voor beide isotopen geldt: $Z = 31$. De gegeven getallen 69 en 71 zijn de massagetallen A . Voor Ga-69 geldt: $N = A - Z = 69 - 31 = 38$. Voor Ga-71 geldt: $N = A - Z = 71 - 31 = 40$

- Hoe groot is de atoommassa van natuurlijk gallium?

Dit is gelijk aan $0,604 \cdot 69 + 0,396 \cdot 71 = 69,8$

Je kunt isotopen weergeven in een zogenaamde isotopenkaart. Een gedeelte van zo'n kaart is hiernaast weergegeven. Horizontaal is Z (het atoomnummer) uitgezet en verticaal N (het aantal neutronen).

- Waar op deze kaart liggen isotopen van eenzelfde element?

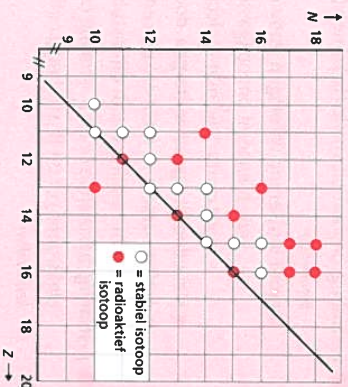
Deze isotopen hebben een gelijk aantal protonen $\Rightarrow Z$ is constant $\Rightarrow$ je vindt isotopen op verticale lijnen.

- Er bestaat een isotop met $Z = 13$ en $N = 15$.

Welk isotop is dit?

$Z = 13$ betekent: het is element no 13 $\Rightarrow$ het is Al (aluminium; Binas 25A).

Het massagetal A bedraagt $13 + 15 = 28 \Rightarrow$ het is de isotop ${}^{28}_{13}\text{Al}$.



notatie van deeltjes

- Bepaal van de isotop ${}^{235}_{92}\text{U}$ het aantal protonen en neutronen.

Er zijn 92 protonen en in totaal 235 kerndeeltjes $\Rightarrow$ het aantal neutronen bedraagt $235 - 92 = 143$. Merk op: als het aantal neutronen 143 bedraagt en het aantal protonen 92, dan zijn er $143 - 92 = 51$ neutronen meer dan protonen. Men zegt wel: het neutronoverschot bedraagt 51.

Maarten noteert op zijn papier de volgende isotop ${}^x_y\text{O}$ (O = zuurstof).

- Wat moet x geweest zijn en welke waarde(n) kan y volgens Binas hebben?

Element O is element no. 8 $\Rightarrow x = 8$. Symbool y kan volgens Binas de volgende waarden hebben: $y = 15, 16, 17, 18, 19$ (Binas 25A)

Merk op: tabel 25A is niet compleet: veel isotopen staan er niet in vermeld $\Rightarrow y$ kan dus mogelijk ook nog andere waarden hebben.

radioactieve bestraling algemeen schema



- bron bestaat uit radioactieve isotoop
- straling α -, β -, γ -straling, röntgenstraling, neutronenstraling, protonenstraling
- ontvanger
 - bewuste bestraling bv. organismen, voedsel, detectieapparatuur (badge), gebruiks-apparaat (rookmelder)
 - onbewuste bestraling achtergrondstraling, onoplettendheid, ongelukken

ioniserende straling uit kernen wordt uitgezonden door kernen die 'niet goed in elkaar' zitten; zij vervallen tot kernen van een ander element of kernen met een andere groepering van kerndeeltjes of neutronenaantal; hierbij wordt (ioniserende) straling uitgezonden

- α -straling bestaat uit snelle He kernen ($v \approx 5\%$ van de lichtsnelheid)

kenmerken

- groot ioniserend vermogen vanwege relatief grote lading, grote afmeting (waardoor kans toeneemt om op (gas)deeltje te botsen) en relatief lage snelheid (waar door contacttijd met moleculen groter is)
- klein doordringend vermogen door de vele ionisaties is de energie snel verbruikt
- geringe dracht in lucht enkele centimeters; gaat niet door de huid heen
- ontstaan straling treedt uit instabiele kernen, met atoomnummer $Z > 82$
- β -straling bestaande of uit β^- -straling (zeer snelle ($v \approx 30$ à 99% van de lichtsnelheid) vrije elektronen) of uit β^+ -straling (snelle positieve elektronen (positronen))

kenmerken

- klein ioniserend vermogen vanwege kleine afmeting, grote snelheid en relatief kleine lading

groot doordringend vermogen

- vrij grote dracht in lucht enkele meters; gaat door de huid heen

ontstaan

- β^- -straling treedt i.h.a. uit instabiele kernen met 'te veel' neutronen; in kern vindt plaats: ${}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + {}_{-1}^0\beta$, waarna β^- deeltje de kern/atoom verlaat
- β^+ -straling treedt i.h.a. uit instabiele kernen met 'te weinig' neutronen; in kern vindt plaats: herschikking van kerndeeltjes $\rightarrow$ energie $\rightarrow$ ontstaan van elektron en positron (${}_1^0e$ en ${}_{-1}^0e$), waarna ${}_1^1p_{(uit kern)} + {}_{-1}^0e \rightarrow {}_0^1n$, waarna positron (${}_{-1}^0e$ ofwel β^+ deeltje) de kern/atoom verlaat
- γ -straling bestaat niet uit materiële deeltjes, maar uit fotonen met in verhouding tot fotonen van zichtbaar licht zeer veel energie (in orde grootte van MeV per foton); fotonen bewegen met lichtsnelheid

vervolg

radioactiviteit verschijnsel dat instabiele atoomkernen α -, β - en/of γ -straling uitzenden, omdat deze kernen vervallen tot kernen met een andere samenstelling of omdat de nucleonen in deze kernen zich hergroeperen.

ioniserende straling straling die moleculen kan ioniseren (elektronen van moleculen afslaan of moleculen kapotmaken); er ontstaan dan moleculen die niet meer elektrisch neutraal zijn. Er bestaat o.a. α -, β -, γ - en röntgenstraling.

- Wat is het verschil tussen α - en β -straling enerzijds en γ - en röntgenstraling anderzijds, als je let op waaruit die straling eigenlijk bestaat?

α - en β -straling bestaat uit deeltjes. Deze deeltjes kunnen allerlei snelheden bezitten (die snelheid is altijd kleiner dan de lichtsnelheid). γ - en röntgenstraling daarentegen bestaan uit fotonen; dit zijn geen 'echte' deeltjes en bewegen uitsluitend met de lichtsnelheid.

Het gloeilampje van een bepaalde campinggaslamp is radioactief. Met een stralingsmeter wordt alleen flinke straling gemeten op korte afstand van het lampje.

- Welke conclusie kun je hieruit trekken m.b.t. de soort straling?

De straling die vrijkomt is voornamelijk α -straling, want deze straling dringt niet ver door in lucht. Na een aantal cm in lucht zijn de α -deeltjes uitgeeraad en zijn het onschuldige heliumatomen geworden: ze hebben elektronen opgenomen.

In een hoek van een kamer staat (onafgeschermd) een bakje met de isotoop Ra-226.

- Loopt Eline in de andere hoek van de kamer nu gevaar?

Ra-226 produceert zowel α -straling als γ -straling; de α -straling is op grote afstand ongevaarlijk maar de γ -straling niet, want deze straling is zeer doordringbaar. Toch kan de α -straling ook gevaarlijk zijn: er is kans dat Eline (dwarrelende) Ra-226 deeltjes inademt. Zij wordt dan besmet: het Ra-226 nestelt zich in haar longen en gaat langweefsel bestralen.

S-35 vervalt onder uitzending van β -straling met een energie van 0,167 MeV (Binas 25A).

- Bereken hieruit de snelheid van dit β -deeltje (= elektron) in procenten van de lichtsnelheid (gebruik voor de massa van het β -deeltje de 'rustmassa', Binas 7B).

De energie, die het β -deeltje krijgt, is kinetische energie: $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ met E_k (in joule) = $0,167 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,67 \cdot 10^{-14} \text{ J} \Rightarrow 2,67 \cdot 10^{-14} = \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot v^2 \Rightarrow$

$$v = 2,42 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Voor de lichtsnelheid c geldt: $c = 2,997 \cdot 10^8 \text{ m/s} \Rightarrow$ het β -deeltje beweegt dus met $\frac{2,42}{2,997} \cdot 100\% = 80,7\%$ van de lichtsnelheid.

Voor de dracht R in lucht van gangbare α -straling wordt als benaderingsformule gebruikt:

$R = 0,0030 \cdot E^{-1,5}$, waarbij de energie E wordt uitgedrukt in MeV en R in meter. De ionisatiedichtheid (= aantal gevormde ionen per mm) van deze straling in lucht is 4700/mm.

- Bepaal de energie om één luchtmolecuul te ioniseren.

Kies bv. $E_\alpha = 5,0 \text{ MeV}$, dan geldt: $R = 0,0030 \cdot 5,0^{1,5} = 0,0335 \text{ m} = 33,5 \text{ mm}$.

Over deze afstand zijn er $33,5 \cdot 4700 = 1,57 \cdot 10^5$ ionisaties $\Rightarrow$ per ionisatie is nodig:

$$\frac{5,0 \cdot 10^6 \text{ eV}}{1,57 \cdot 10^5} = 32 \text{ eV}$$

ioniserende straling uit kernen**■ γ -straling** vervolgkenmerken

- **zeer klein ioniserend vermogen**
- **zeer groot doordringend vermogen** neemt toe met energie per foton en hangt af van soort materiaal en dikte van materiaal
- **zeer grote dracht**
- **ontstaan** vaak samen met α - of β -straling; zie ook pag. 39

ioniserende straling uit atomen elektronen springen van een hoger energieniveau terug naar een lager energieniveau; vrijgekomen energie wordt uitgezonden in vorm van foton (emissie); elektronen moeten hiertoe eerst meer energie hebben gekregen; dat kan bv. door toevoer elektrische energie

- **röntgenstraling** bestaan uit fotonen met veel energie (grootteorde van vele keV per foton)

kenmerken

- **hardheid van straling** harde straling bevat fotonen met zeer veel energie (in orde van 100 keV); zachte straling bevat fotonen met minder energie (in orde van 1 keV)
- **doordringend vermogen** hangt af van soort materiaal en dikte van materiaal; neemt toe met hardheid van de straling; straling dringt moeilijk door in lood
- **ioniserende werking** straling kan lucht ioniseren; ook moleculen in cellen in je lichaam kunnen worden geïoniseerd $\Rightarrow$ straling is daarom gevaarlijk
- **fluorescerende werking** straling kan atomen aanslaan die vervolgens *zichtbaar* licht uitzenden
- **chemische werking** straling kan stoffen doen veranderen van samenstelling
toepassingen van röntgenstraling
- **medische diagnostiek** weefsel absorbeert straling minder dan botten $\Rightarrow$ je kunt röntgenfoto's maken
- **materiaalonderzoek** door de straling te laten vallen op bv. lasnaden kun je te weten komen of de las goed is
- **ultraviolet straling** energie tot 100 eV per foton; ioniseert veel minder dan röntgenstraling

meten van ioniserende straling

- **dosimeters** kleine apparaatjes die hoeveelheid opgevangen straling registreren; meters worden op kleding gedragen; meters registreren *hoeveelheid* straling, die iemand in een bepaalde tijd heeft opgelopen
- **fotofilm-badge** kleine gesloten cassette, waarin fotografische film zit; straling veroorzaakt zwarting op fotografische film; badge moet (als een foto) worden ontwikkeld
- **TLD-badge** materiaal in badge wordt na bestraling verwarmd (Thermo); hierbij komt licht vrij (luminescentie); hoe meer licht, des te meer straling viel op de Dosimeter

vervolg

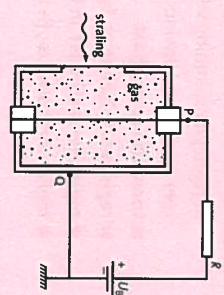
röntgenstraling bestaat uit fotonen ('lichtdeeltjes') met een energie die honderden tot duizenden malen groter is dan de energie van fotonen van zichtbaar licht. Toepassingen zijn:

- medische diagnostiek: weefsel absorbeert straling minder dan botten (de transmissie is groter) $\Rightarrow$ je kunt röntgenfoto's maken.
- materiaalonderzoek: naast controle lasnaden ook controle op interne mechanische spanningen in metalen

Een röntgenbuis levert straling, omdat de anode van zo'n buis wordt gebombardeerd met snelle elektronen vanuit een kathode. Er worden door de anode dan fotonen uitgezonden met energieën met ordegrrootte van keV: röntgenstraling.

geiger-müller telbuis

De buis is hiernaast getekend en is opgesteld in het weer-



gegeven elektrisch circuit. Wanneer er straling door het

venster naar binnen komt, dan wordt het gas in de buis geïoniseerd. Daardoor gaat er een elektrische stroom lopen in het circuit. Steeds geldt: $U_g = U_k + U_{kQ}$ (serieschakeling), waarbij U_k tijdens de ontlading ongelijk aan 0 wordt $\Rightarrow$ tijdens de ontlading daalt

$U_{kQ} \Rightarrow$ de ontlading dooft. Er geldt nu: $U_g = 1000$ V. Bij binnentreden van een α -deeltje ontstaat in de buis een lawine-effect. In $1,0 \cdot 10^{-6}$ s arriveren $2,0 \cdot 10^8$ elektronen op de centrale draad van de buis. De spanning U_{kQ} zakt hierdoor van 1000V naar 120 V.

- Bereken de grootte van de weerstandswaarde van R.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{2,0 \cdot 10^8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,0 \cdot 10^{-6}} = 32 \text{ } \mu\text{A. Er geldt: } U_R = 1000 - 120 = 880 \text{ V}$$

$$\Rightarrow \text{voor de weerstandswaarde van R geldt dus: } R = \frac{U_R}{I} = \frac{880}{32,0 \cdot 10^{-6}} = 28 \text{ M}\Omega$$

Een geiger-müllertelbuis heeft een zogenaamde 'dode tijd': de tijd die de buis nodig heeft om zich te herstellen van een registratie van een α -, β - of γ -deeltje. Gedurende deze tijd kan de buis geen nieuw deeltje tellen. Voor een bepaalde buis geldt: dode tijd = $1,0 \cdot 10^{-4}$ s.

- Bereken de maximale activiteit (in Bq), die deze buis kan meten.

Pas na $1,0 \cdot 10^{-4}$ s kan de buis weer een nieuw deeltje meten $\Rightarrow$ per seconde kunnen dus maximaal worden gemeten: $\frac{1}{1,0 \cdot 10^{-4}}$ deeltjes = $1,0 \cdot 10^4$ deeltjes $\Rightarrow$ de maximale activiteit

die kan worden gemeten $A_{\max} = 1,0 \cdot 10^4$ Bq

- Leg uit wat er gebeurt wanneer de buis wordt gehouden op een plaats waar de activiteit bijvoorbeeld $1,0 \cdot 10^5$ Bq is.

De buis krijgt dan geen tijd om te herstellen $\Rightarrow$ de lawine blijft voortduren $\Rightarrow$ de buis 'slaapt dicht'.

Wanneer de spanning van de bron wordt verlaagd van 1000 V naar bijvoorbeeld 125 V, dan ontstaat er geen lawine. De spanning is dan echter wel groot genoeg om recombinitie van gevormde elektronen en ionen te voorkomen: alle gevormde elektron-ion paren bereiken de anode/kathode.

geiger-müller telbuis vervolg

- *Leg uit hoe de buis dan als dosimeter te gebruiken is.*

Het aantal gevormde elektronen en ionen is evenredig met de energie van de gedetecteerde straling $\Rightarrow$ de grootte van de ionisatiestroom die dan loopt, is een maat voor de energie van de straling. Wanneer je deze stroom over langere tijd optelt, is de som een maat voor de dosis.

halveringstijd (halfwaardetijd) tijd waarin de helft van een aantal radioactieve atoomkernen (van één soort) is vervallen.

Po-209 heeft een halfwaardetijd van 200 jaar.

Na hoeveel jaar is van een bepaalde hoeveelheid Po-209 82 % verdwenen?

Dan is er nog 18 % over $\Rightarrow$ (invullen in 'vervalformule') $18 = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_h}} \Rightarrow$

$$\log\left(\frac{18}{100}\right) = \frac{t}{t_h} \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow$$

$$-0,744 = \frac{t}{200 \text{ jaar}} \cdot (-0,3010) \Rightarrow$$

$$t = 4,9 \cdot 10^2 \text{ jaar}$$

Zie de 'vervalkromme' hiernaast, waar bij van een radioactieve stof het aantal kernen (N) is uitgezet tegen de tijd t .

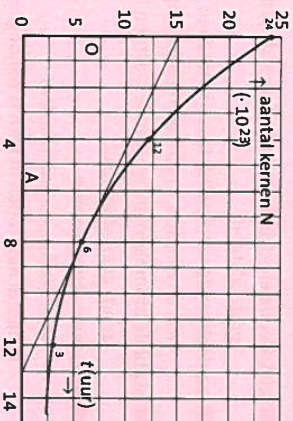
- *Bepaald de halveringstijd t_h .*

Op $t = 0$ s zijn er $24 \cdot 10^{23}$ kernen.

Bij $t = 4,0$ uur is het aantal kernen

gelijk aan $12 \cdot 10^{23}$ (de helft) $\Rightarrow$

$$t_h = 4,0 \text{ uur}$$



atomaire massa-eenheid u het $\frac{1}{12}$ deel van de massa van een C-12 atoom; $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$;

dit komt overeen met een energie van 931,49 MeV

activiteit (in Becquerel, Bq) aantal kernen dat per seconde verval.

Er geldt: $1 \text{ Bq} \triangleq$ er vervalt 1 kern/s.

Een bepaalde radioactieve bron bevat 28,6 mg van de isotoop Ra-226.

- *Bereken de activiteit van deze bron in drie significante cijfers.*

$$\text{Eén Ra-226 kern heeft (afgerond) een massa van } 226 \text{ u (tabel 25A)} = 226 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = \frac{28,6 \cdot 10^{-6}}{226 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}} = 7,63 \cdot 10^{19}$$

Activiteit A is te berekenen via de formule $A(t) = \frac{\ln 2}{t_h} \cdot N(t)$ met $t_h = 1,60 \cdot 10^3$ jaar $\Rightarrow$

$$A(t) = \frac{\ln 2}{1,60 \cdot 10^3 \cdot (365 \cdot 24 \cdot 3600)} \cdot 7,63 \cdot 10^{19} = 1,05 \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

vervolg

Binas: halveringstijd en verval van isotopen (25A); atomaire massa-eenheid (7B)

radioactief verval vervolg

$$N(t) = N(0) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}} \text{ kan geschreven worden als } A(t) = A(0) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$$

- kleine halveringstijd duidt op zeer instabiele kernen
- weer te geven in vervalvergelijking en in vervalcurve zie pag. 35

reactievergelijkingen bij radioactief verval

werkwijze bij opstellen

- zoek op welk deeltje bij het verval vrijkomt zie Binas 25A
- pas toe: totale lading vóór en ná reactie is gelijk
- pas toe: totaal aantal massadeeltjes vóór en ná reactie is gelijk
- bij verval staat er één deeltje links van de reactiepijl en twee rechts van de pijl

krachten in atoomkernen

- afstotende elektrische kracht tussen de protonen onderling; kracht werkt ook op relatief grote afstand
- aantrekkende kernkracht tussen protonen onderling, neutronen onderling en tussen proton en neutron; kracht werkt alleen op zeer kleine afstand
- stabiele atoomkernen werkende krachten houden kerndeeltjes bijeen; kern vervalt niet en zendt geen straling uit
- instabiele atoomkernen

mogelijke oorzaken van instabiliteit

- aantal neutronen in kern is te hoog $\Rightarrow \beta^-$ straling
 - verval: ${}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + {}_{-1}^0e$, waarna elektron ${}_{-1}^0e$ ($= \beta^-$) verdwijnt
- aantal neutronen in kern is te laag $\Rightarrow \beta^+$ straling
 - verval: energie uit kern wordt eerst omgezet in ${}_{-1}^0e + {}_{+1}^0e$ hierna: ${}_{+1}^0p_{\text{uit kern}} + {}_{-1}^0e \rightarrow {}_0^1n$, waarna positron ${}_{+1}^0e$ ($= \beta^+$) verdwijnt
- aantal protonen en neutronen in kern is te hoog
 - verval: in het algemeen α straling; komt vooral voor bij elementen met atoomnummer $Z > 82$ (vanaf bismut)
- stapeling van kerndeeltjes is energetisch ongunstig
 - verval: γ straling, vaak samen met α - en β straling; er is hergroepering van kerndeeltjes $\Rightarrow$ er komt energie vrij

merk op

- α - en β straling gaan vaak gepaard met γ straling
- kern kan zich in verschillende energietoestanden bevinden deze toestanden zijn zeer nauwkeurig bepaald (gequantiseerd) $\Rightarrow$ de γ straling, die vrijkomt bij de hergroepering van kerndeeltjes, vertoont een lijnspectrum $\Rightarrow$ de energie van de uittredende deeltjes is ook gequantiseerd
- energietoestanden van atoom worden bepaald door de plaats van de elektronen ten opzichte van de kern
- energietoestanden van kern worden bepaald door de plaats van protonen en neutronen ten opzichte van elkaar

activiteit vervolg

- Zie grafiek pag. 35. Bepaal op twee manieren de activiteit (in Bq) op $t = 8,0$ uur.

Manier 1: Teken de raaklijn aan de grafiek op $t = 8,0$ uur en bepaal de steilheid. Zie raaklijn

$$\text{in figuur: activiteit} = \frac{O}{A} = \frac{15 \cdot 10^{23} \text{ kernen}}{13 \text{ uur}} = \frac{15 \cdot 10^{23} \text{ kernen}}{46800 \text{ s}} = 3,2 \cdot 10^{19} \text{ Bq}$$

$$\text{Manier 2: gebruik de formule } A(t) = \frac{\ln 2}{t_1} \cdot N(t) = \frac{\ln 2}{4,0 \cdot 3600} \cdot 6,0 \cdot 10^{23} = 2,9 \cdot 10^{19} \text{ Bq}$$

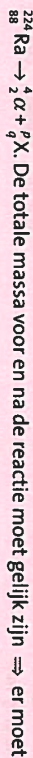
merk op manier 2 is nauwkeuriger dan manier 1.

opstellen van vervalvergelijkingen

De isotoop Ra-224 is radioactief (Binas 25A).

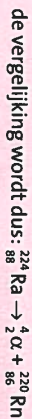
- Geef de vergelijking van het verval van deze isotoop.

De isotoop zendt α -straling uit (Binas 25A) $\Rightarrow$ de vergelijking wordt dus:



$$\text{geliden: } 224 = 4 + p \Rightarrow p = 220. \text{ Ook de totale lading voor en na de reactie moet gelijk zijn}$$

$$\Rightarrow 88 = 2 + q \Rightarrow q = 86. \text{ Hierbij stelt } q \text{ het nieuwe atoomnummer voor } \Rightarrow \text{radon (Rn)} \Rightarrow$$



De isotoop Radon-222 vervalt via drie maal α -verval en twee maal β^- -verval in een stabiele isotoop.

Ga na welke isotoop dit is.

$$\text{Je kunt schrijven: } {}_{86}^{222}\text{Rn} \rightarrow 3{}_2^4\alpha + 2{}_{-1}^0\beta^- + {}_q^p\text{X} \Rightarrow 222 = 12 + 0 + p \Rightarrow p = 210; \text{ ook geldt:}$$

$$86 = 6 - 2 + q \Rightarrow q = 82 \Rightarrow \text{het is de isotoop } {}_{82}^{210}\text{Pb}$$

proton-neutron diagram (N,Z-diagram) zie

figuur (isotopenkaart; zie ook tabel 25B)

gebied I: voornamelijk β^- -stralers

gebied II: voornamelijk β^+ -stralers

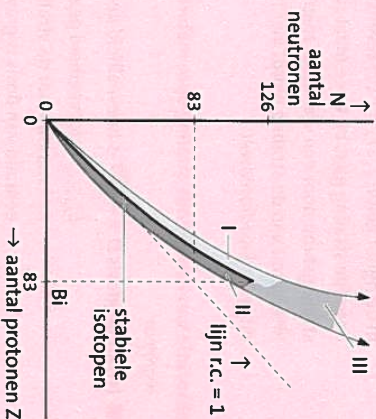
gebied III: voornamelijk α -stralers

dikke zwarte lijn: stabiele elementen

Vaak komt met α - en β -straling tegelijk

γ -straling vrij.

- Waarom moeten kernen, willen ze stabiel kunnen zijn, in verhouding meer neutronen hebben dan protonen?



Bij een groter aantal neutronen zitten de protonen meer verspreid over de kern. Een proton aan de rand van de kern ondervindt dan een kleinere afstotende kracht van de andere protonen in de kern $\Rightarrow$ de aantrekkende kernkrachten houden het proton in de kern $\Rightarrow$ de kerndeeltjes worden bij elkaar gehouden $\Rightarrow$ de kern kan stabiel zijn.

annihilatie en creatie volgens Einsteins formule $E=mc^2$ is energie E equivalent met massa m
 $\Rightarrow$ massa kan worden omgezet in energie en omgekeerd; c = lichtsnelheid

■ **creatie van elektron-positronpaar (paarvorming)** energie van foton wordt omgezet in elektron + positron; er geldt: ${}^0_0\gamma \rightarrow {}^0_{-1}e + {}^0_{+1}e$; proces vindt alleen plaats in buurt van atoomkern i.v.m. wet van behoud van impuls; proces treedt o.a. op in radioactieve kernen met te weinig neutronen (zie pag. 36)

■ **annihilatie** elektron en positron 'vernietigen' elkaar; er ontstaat energie; er geldt: ${}^0_{-1}e + {}^0_{+1}e \rightarrow 2{}^0_0\gamma$ (of $3{}^0_0\gamma$); aantal fotonen is groter dan 1, i.v.m. impulsbehoud

doordringbaarheid van ioniserende straling

begrippen

■ **halveringsdikte $d_{1/2}$** is maat voor doordringend vermogen van γ - en röntgenstraling
hangt af van

■ energie van straling

■ soort absorberend materiaal

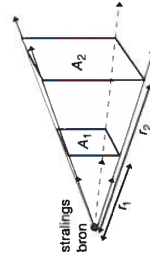
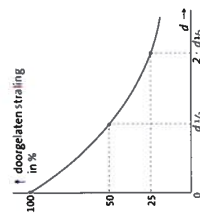
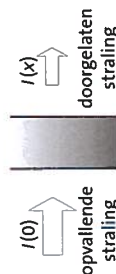
■ $I(x) = I(0) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{d_{1/2}}}$ beschrijft hoeveelheid doorgelaten straling, nadat een afstand x in een materiaal is afgelegd

■ **doorlaatkrumme** diagram van doorgelaten straling als functie van afgelegde afstand x in materiaal (zie figuur)

merk op

■ **stralingsintensiteit** hangt ook af van afstand tot stralingsbron; sterkte van straling neemt af met kwadraat van afstand;

in de figuur geldt: $r_1 : r_2 = 1 : 2$; tevens geldt: $A_1 : A_2 = 1 : 4$; dezelfde straling gaat bij twee maal zo grote afstand tot stralingsbron door een vier maal zo groot oppervlak $\Rightarrow$ intensiteit van de straling wordt vier maal zo klein; dit is de **kwadratenwet**



absorptie van ioniserende straling door materie vindt onder andere plaats via ionisaties

begrippen

■ **(stralings)dosis $D = \frac{E_{\text{straling}}}{m}$** is hoeveelheid geabsorbeerde straling per kg;

E_{straling} = hoeveelheid geabsorbeerde stralingsenergie (in joule);
 m = massa waar de straling door wordt geabsorbeerd (in kg);
 eenheid van dosis is gray (Gy)

■ **1 Gy = 1 J/kg** 1 kg materie absorbeert dan 1 Joule stralingsenergie

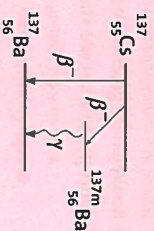
energie niveaus van een kern

De kern van barium-137 kan in 2 toestanden voorkomen:

een stabiele en een onstabiele (isomere) toestand. Het element cesium-137 is β^- -radioactief en vervalt naar Ba-137.

Er zijn dus 2 mogelijkheden voor verval: direct naar Ba-137 (stabiel) of via de isomere toestand Ba-137m.

De energie van het γ -foton ligt nauwkeurig vast.



halveringsdikte dikte van een materiaal, nodig om de intensiteit van γ - of röntgenstraling te halveren.

Een röntgenapparaat in een ziekenhuis zendt $6,4 \cdot 10^5$ fotonen per seconde uit.

Justus, die als behandelend arts bij dit apparaat staat, mag in een bepaalde tijd maximaal een intensiteit ontvangen van $4,8 \cdot 10^4$ fotonen per seconde. Ter bescherming draagt Justus een 'loodschort'.

De halveringsdikte van lood is voor de gebruikte straling gelijk aan 0,20 mm.

- Bereken de minimale dikte van het laagje lood in de loodschort dat nodig is om aan de gestelde eis te voldoen.

$$\text{Er geldt: } I(x) = I(0) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{d_{0.5}}} \Rightarrow 4,8 \cdot 10^4 = 6,4 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{0,20}} \quad (x \text{ in mm})$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{4,8 \cdot 10^4}{6,4 \cdot 10^5}\right) = \frac{x}{0,20} \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow -1,125 = \frac{x}{0,20} \cdot (-0,3010) \Rightarrow x = 0,75 \text{ mm}$$

halveringsdikte en opgelopen stralingsdosis

De mens bestaat voor een groot deel uit water. Roland wordt, als gevolg van een ongeluk, blootgesteld aan een evenwijdige bundel γ -straling (intensiteit $2,4 \cdot 10^{-7} \text{ W/cm}^2$), waarvan de fotonen elk een energie bezitten van 5,0 MeV.

- Hoeveel fotonen vallen dan per seconde op 1 cm^2 huidoppervlak van Roland?

$$2,4 \cdot 10^{-7} \text{ W} = 2,4 \cdot 10^{-7} \text{ J/s. De energie van één foton is } 5,0 \text{ MeV} = 5,0 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} =$$

$$8,0 \cdot 10^{-13} \text{ J} \Rightarrow \text{op } 1 \text{ cm}^2 \text{ huid vallen dus } \frac{2,4 \cdot 10^{-7}}{8,0 \cdot 10^{-13}} = 3,0 \cdot 10^5 \text{ fotonen per seconde.}$$

Het blijkt dat bij Roland de straling over een afstand van 45,8 cm zijn lichaam doorkloopt en daarna weer (met lagere intensiteit) uit het lichaam treedt.

- Hoe groot is dan de stralingsdosis D die Roland in 12 minuten oploopt als gevolg van de straling die op deze 1 cm^2 valt? (Veronderstel gemakshalve dat het menselijk lichaam voor 100% uit water bestaat en dat 1 cm^3 water een massa heeft van 1 gram)

Er geldt: 45,8 cm is twee halveringsdiktes (Binas 28E). De straling wordt dus twee maal gehalveerd. Na 45,8 cm is nog $\frac{1}{4}$ deel van de straling over $\Rightarrow$ de materie absorbeert $\frac{3}{4}$ deel van de straling, dus $\frac{3}{4} \cdot 2,4 \cdot 10^{-7} \text{ W} = 1,8 \cdot 10^{-7} \text{ W} \Rightarrow$ in 12 minuten (720 s) wordt

$$720 \cdot 1,8 \cdot 10^{-7} \text{ J} = 0,13 \text{ mJ geabsorbeerd. Berekening van de massa } m \text{ die de straling absorbeerde: } V_{\text{water}} = 45,8 \text{ cm} \cdot 1,0 \text{ cm}^2 = 45,8 \text{ cm}^3 \Rightarrow m = 45,8 \text{ g} = 45,8 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$\text{Voor de opgelopen dosis in 12 minuten geldt dus: } D = \frac{E_{\text{straling}}}{m} = \frac{0,13 \text{ mJ}}{45,8 \cdot 10^{-3} \text{ kg}} = 2,8 \text{ mGy}$$

begrippen en relaties straling en gezondheid

effect van ioniserende straling op levend weefsel

schade die stralingsenergie veroorzaakt in weefsel hangt af van

- **hoeveelheid geabsorbeerde straling** α -, β - of γ -straling of protonen/neutronenstraling
- **soort geabsorbeerde straling** α -, β - of γ -straling of protonen/neutronenstraling

dosis en soort straling worden samen weergegeven met behulp van

- **equivalente dosis** H is maat voor dosis aan geabsorbeerde straling, gecorrigeerd voor soort straling (via stralingsweegfactor w_R)

$$\blacksquare H = w_R \cdot D = w_R \cdot \frac{E_{\text{straling}}}{m} \quad (\text{in sievert; Sv}) \text{ stralingsweegfactor } w_R \text{ hangt af van}$$

soort straling, bv. bij röntgenstraling $w_R = 1$, bij α -straling $w_R = 20$ (α -straling is zeer gevaarlijk bij inwendige bestraling; bij uitwendige bestraling wordt het tegengehouden door de huid); zie Binas 27D3

■ **soort weefsel dat straling absorbeert**

- **effectieve dosis per orgaan** E_{orgaan} is maat voor dosis aan geabsorbeerde straling, gecorrigeerd voor soort straling (via w_R) en soort weefsel (via w_T)

$$\blacksquare E_{\text{orgaan}} = w_R \cdot w_T \cdot D_{\text{orgaan}} \quad w_T = \text{weefselweegfactor, varieert per orgaan; zie Binas 27D3}$$

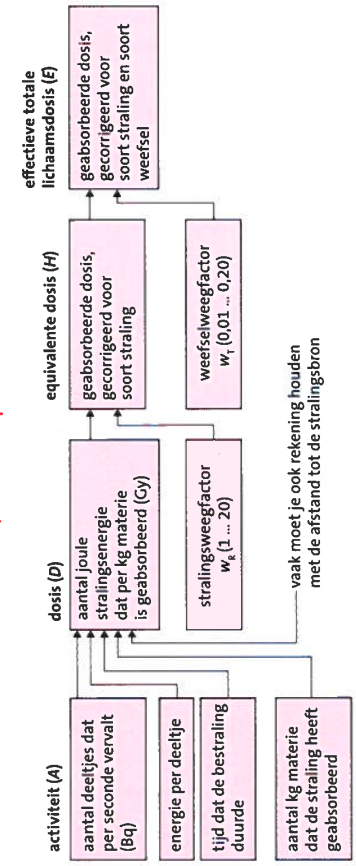
- **effectieve totale lichaamsdosis** E is som van alle E 's van alle organen

maximale stralingsbelasting die nog veilig is wordt weergegeven door

- **stralingsnormen (dosislimiet)** normen zijn door overheid vastgesteld; voor individuele leden van de bevolking geldt een limiet van 1 mSv per jaar (Binas 27D2)

andere begrippen

- **achtergrondstraling** personen in Nederland ontvangen als gevolg van achtergrondstraling (afkomstig van kosmische straling, bodem, woonomgeving, voedsel en lucht) reeds een stralingsbelasting van ca. 2 mSv per jaar
- **bestraling** voorwerp ontvangt straling van externe bron
- **besmetting** er zijn radioactieve deeltjes in of voorwerp of persoon zelf aanwezig; bij inwendige besmetting is α -straling gevaarlijk, bij uitwendige besmetting niet
- **bescherming** tegen ioniserende straling: huid goed afspoelen bij uitwendige besmetting; lood plaatsen tussen bron en persoon (loodschort; zie vb. pag. 39); grote afstand houden tot stralingsbron; straling zo kort mogelijke tijd laten werken

schematisch verband tussen activiteit, dosis en equivalente dosis en effectieve totale dosis

equivalente dosis

Bij onderzoek aan de schildklier ($m = 32 \text{ g}$) van een patiënt wordt een bepaalde hoeveelheid radioactief $I-131$ ingespoten. 12% van de bij het verval vrijkomende energie wordt door de schildklier geabsorbeerd. Op een bepaald moment t^* is de activiteit van het $I-131$ in de schildklier $4,5 \cdot 10^9 \text{ Bq}$.

- *Bereken de stralingsdosis die de schildklier dan in 1,0 minuut absorbeert.*

Tabel 25: $I-131$ levert β -straling met een energie van $0,60 \text{ MeV}$ per deeltje.

$$0,60 \text{ MeV} = 0,60 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 9,6 \cdot 10^{-14} \text{ J. In } 1,0 \text{ minuut komen er } 4,5 \cdot 10^9 \cdot 60 \text{ deeltjes} \\ = 2,7 \cdot 10^{11} \text{ deeltjes vrij. Deze hebben samen een energie van } 2,7 \cdot 10^{11} \cdot 9,6 \cdot 10^{-14} \text{ J} = \\ = 2,59 \cdot 10^{-2} \text{ J. Slechts } 12\% \text{ hiervan wordt geabsorbeerd, dus } 0,12 \cdot 2,59 \cdot 10^{-2} \text{ J} = 3,1 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$\Rightarrow \text{de opgelopen stralingsdosis } D = \frac{E_{\text{straling}}}{m} = \frac{3,1 \cdot 10^{-3} \text{ J}}{0,032 \text{ kg}} = 0,097 \text{ Gy}$$

De halveringstijd van $I-131$ is 8,0 dagen. Je zou verwachten dat 8,0 dagen na het tijdstip t^* de activiteit in de schildklier nog maar de helft is van $4,5 \cdot 10^9 \text{ Bq}$ ($= 2,25 \cdot 10^9 \text{ Bq}$).

Echter, 8,0 dagen na het tijdstip t^* is de activiteit in de schildklier nog slechts $1,4 \cdot 10^9 \text{ Bq}$.

- *Geef een verklaring voor deze lagere activiteit.*
- Er is ook nog een biologische halveringstijd (t.g.v. natuurlijke uitscheiding).
- *Geef twee redenen waarom je eigenlijk beter $I-123$ kunt injecteren i.p.v. $I-131$.*
- Bij verval van $I-123$ komt alleen γ -straling vrij $\Rightarrow$ patiënt wordt minder belast.
- $t_{1/2}$ van $I-123$ is veel kleiner dan van $I-131 \Rightarrow$ je hoeft minder jood te gebruiken.

Robin ademt per ongeluk een zeer kleine hoeveelheid in van een stof, die α -straling uitzendt. De stof komt in haar longen terecht en bestraalt in haar directe omgeving gedurende 1,0 dag 2,8 gram longweefsel. De activiteit van de stof bedraagt 37 Bq.

De energie van elk α -deeltje bedraagt 4,79 MeV. Er geldt: α -straling heeft een stralingsweegfactor $w_R = 20$.

- *Ga door berekening van de equivalente dosis na of Robin in 1 dag tijd haar maximale toegestane jaarlijkse dosislimiet (Binas 27D2) overschrijdt.*

Voor de dosis geldt: $D = \frac{E_{\text{straling}}}{m}$. Bereken eerst de energie per α -deeltje in joule:

$$E = 4,79 \text{ MeV} = 4,79 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 7,66 \cdot 10^{-13} \text{ J. Verder geldt: } 37 \text{ Bq} \triangleq 37 \text{ deeltjes/s.}$$

In 1,0 dag wordt Robin getroffen door $37 \cdot 24 \cdot 3600 = 3,20 \cdot 10^6$ deeltjes

$$\Rightarrow \text{Robin ontvangt in deze tijd een stralingsenergie } E_{\text{straling}} = 3,20 \cdot 10^6 \cdot 7,66 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$= 2,45 \cdot 10^{-6} \text{ J. De ontvangen dosis bedraagt: } D = \frac{E_{\text{straling}}}{m} = \frac{2,45 \cdot 10^{-6} \text{ J}}{0,0028 \text{ kg}} = 8,75 \cdot 10^{-4} \text{ Gy.}$$

Het opgelopen equivalente dosis is: $H = w_R \cdot D = 20 \cdot 8,75 \cdot 10^{-4} = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ Sv} = 18 \text{ mSv.}$

Dit is meer dan de 1 mSv die tabel 27D2 aangeeft als grens, dus de grens is overschreden.

effectieve totale lichaamsdosis

Bij een onderzoek wordt er een dosis van 3,0 mGy aan α -straling door de longen geabsorbeerd en een dosis van 60 mGy aan γ -straling door de voortplantingsorganen.

vervolg

Binas: gezondheidseffecten van straling (27D1); stralingsbeschermingsnormen (27D2); weegfactoren voor radioactieve straling (27D3)

beeldvormingstechniek in de geneeskunde met behulp van geluid

- **echografie** ultrageluidpulsen ($f = 2,5 \dots 10$ MHz) worden in lichaam gestuurd; geluid kaatst gedeeltelijk terug op grensvlakken van weefsels met verschillende dichtheden; uit gemeten tijd tussen uitgezonden en weerkaatste pulsen wordt afstand tot grensvlak berekend $\Rightarrow$ er is een beeld te construeren van de positie van verschillende weefsels
- **toepassingen** opnamen ongeboren kinderen; onderzoek weke delen van lichaam en tumoren
- **voordelen** geen gebruik ioniserende straling, veilig; goedkoop; snel; kleine apparaten
- **nadelen** niet geschikt voor longen en botten (geluidsgolven worden dan weerkaatst); beelden vaak onduidelijk
- **echografie aan bewegende delen** wordt toegepast bij meten stroomsnelheid bloed

beeldvormingstechnieken in de geneeskunde met behulp fotonenstraling en deeltjesstraling

- **röntgenfoto** patiënt bevindt zich tussen röntgenbron en detector; botten laten minder röntgenstraling door dan weefsel $\Rightarrow$ je kunt afbeelding van inwendige mens maken
- **toepassingen** onderzoek botbreuken, gebit, borstkanker, kijken tijdens operaties
- **voordelen** goedkoop, snel resultaat
- **nadelen** patiënt ondervindt enige stralingsbelasting; je ziet veel structuren door elkaar; weke delen zijn slecht te zien
- **continu doorlichten met röntgenstraling** in combinatie met contrastmiddel; zo is te achterhalen hoe bv. een orgaan in de loop van de tijd functioneert
- **CT-scan** Computed Tomography: met behulp van röntgenstraling worden vele beelden gemaakt van plakjes (dwarsdoorsneden) van het lichaam; vele beelden worden verenigd tot één 3D-beeld
- **toepassingen** plaatsbepaling van tumoren, onderzoek van bloedvaten, darmen, blaas, longen, lever, hersenbloeding en herseninfaart
- **voordelen** zeer gedetailleerde 3D-beelden mogelijk; goed contrast tussen weefsels
- **nadeel** patiënt ondervindt stralingsbelasting, meer dan bij röntgenfoto

- **PET-scan** Positron Emission Tomography: een β^+ -straler (bv. C-11) wordt aan bepaalde stof gekoppeld: een stof waarvan bekend is dat deze relatief veel naar bepaalde organen/tumoren gaat; β^+ deeltje annihileert met 'n

elektron (β^-) in orgaan/tumor volgens $\beta^+ + \beta^- \rightarrow 2\gamma$; γ -fotonen bewegen in tegengestelde richting; uit tijdsverschil in aankomst in detector 1 respectievelijk detector 2 wordt plaats P bepaald, waar annihilatie plaatsvond en daarmee positie en vorm van orgaan/tumor



- **toepassingen** plaatsbepaling van tumoren, vaak in combinatie met CT-scan; weergave van functie van lichaamsdelen in de tijd mogelijk
- **voordelen** zeer precieze plaatsbepalingen mogelijk; kan 3D-beelden geven; zeer goed te monitoren hoe mensen reageren op behandeling (bv. chemotherapie)
- **nadelen** duur: β^+ stralers (met korte halfwaardetijd) moeten gevormd worden in dure deeltjesversneller (cyclotron) of in kernreactor, vlak bij ziekenhuis; patiënt ondervindt stralingsbelasting, meer dan bij röntgenfoto

vervolg

effectieve totale lichaamsdosis (vervolg)

- *Bereken de opgelopen effectieve totale lichaamsdosis E.*

Voor α -straling geldt: $w_R = 20$; voor γ -straling geldt: $w_R = 1$ (Binas 27D3)

Voor de longen geldt: $w_T = 0,12$; voor de voortplantingsorganen geldt: $w_T = 0,20$

(Binas 27D3). Er geldt: $E_{\text{orgaan}} = w_R \cdot w_T \cdot D_{\text{orgaan}}$ en $E_{\text{totaal}} = E_{\text{longen}} + E_{\text{voortpl. organen}} \Rightarrow$

$$E_{\text{totaal}} = 20 \cdot 0,12 \cdot 3,0 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 0,20 \cdot 60 \cdot 10^{-3} = 19 \text{ mSv}$$

echografie werkt op het principe, dat de geluidssnelheid v in het menselijk lichaam afhangt van de dichtheid ρ van het weefsel. Als regel geldt: als dichtheid $\rho >$, dan $v >$.

Een ultrasone geluidspuls ($f = 5,0 \text{ MHz}$) wordt in vetweefsel gestuurd. Na $3,7 \text{ cm}$ weefsel kaatst de straal terug bij A aan de voorkant van een spier en bij B aan de achterkant van de spier. De twee teruggekaatste pulsen komen met een tijdsverschil Δt van $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ aan bij de ontvanger.

Gegeven: $v_{\text{geluid vetweefsel}} = 1,45 \cdot 10^3 \text{ m/s}$; $v_{\text{geluid spierweefsel}} = 1,59 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

- *Bereken de dikte x (in cm) van de spierlaag.*

De puls via B legt een afstand $2 \cdot x$ meer af (in de spier) dan de puls via A $\Rightarrow 2 \cdot x = v_{\text{spier}} \cdot \Delta t$

$$\Rightarrow x = \frac{v_{\text{spier}} \cdot \Delta t}{2} = \frac{1,59 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-5}}{2} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1,2 \text{ cm}$$

Hoe lang duurt één geluidspuls (deze bevat 5 golven)?

$$5 \text{ golven zijn } 5 \text{ perioden} = 5 \cdot T = 5 \cdot \frac{1}{f} = \frac{5}{5,0 \cdot 10^6} = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Per seconde worden zeer veel van deze pulsen uitgezonden. De volgende puls mag pas worden uitgezonden, wanneer de vorige puls is ontvangen.

Bereken de maximale pulsfrequentie, die mag worden gebruikt.

De maximale tijd t voor een puls om heen en weer te gaan = $t_{\text{vetweefsel}} + t_{\text{spier}} + t_{\text{pulsduur zelf}} =$

$$\frac{2 \cdot 0,037}{1,45 \cdot 10^3} + \frac{2 \cdot 0,012}{1,59 \cdot 10^3} + 1,0 \cdot 10^{-6} = 6,71 \cdot 10^{-5} \text{ s} \Rightarrow f_{\text{max}} = \frac{1}{6,71 \cdot 10^{-5}} = 15 \text{ kHz}$$

Er zijn alleen structuren zichtbaar die een afmeting hebben die groter of gelijk is aan de golflengte van het geluid. Zie ook buiging, pag. 126.

- *Leg uit dat ultrasoon geluid met bv. een frequentie van 30 kHz niet zinvol is om te gebruiken.*

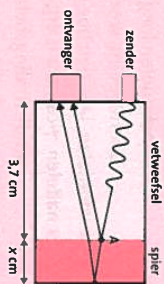
Voor de golflengte geldt dan: $\lambda = \frac{v}{f} \approx \frac{1,5 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^3} \approx 0,050 \text{ m} = 5,0 \text{ cm}$; je wilt natuurlijk

afmetingen zien die veel kleiner zijn dan $5,0 \text{ cm}$, dus 30 kHz is ongeschikt.

annihilatie het overgaan van deeltje en zijn antideeltje (bv. β^- en β^+) in energie (fotonen).

De massa van de deeltjes wordt volgens de formule $E = m \cdot c^2$ omgezet in energie.

creatie het overgaan van energie (foton) in een deeltje en zijn antideeltje. De energie van het foton wordt volgens de formule $E = m \cdot c^2$ omgezet in massa.



beeldvormingstechnieken in de geneeskunde met behulp fotonenstraling en deeltjesstraling

- **nucleaire diagnostiek** laat niet direct organen zien, maar hoe deze functioneren (stofwisseling, doorbloeding etc.); patiënt krijgt een 'tracer' toegediend (een kleine hoeveelheid van een radioactieve isotoop (meestal γ -straler), die gekoppeld aan een stof naar een bepaald orgaan gaat); γ -straling wordt gedetecteerd met γ -camera en er wordt een beeld gemaakt, een scintigram $\Rightarrow$ zo is duidelijk waar straler terecht is gekomen
- **toepassingen** opsporen tumoren (nemen erg snel nieuw toegediende stoffen op); functioneren longen en schildklier; zwakke plekken in wanden bloedvaten; doorbloeding weefsels
- **voordelen** laat zien hoe goed organen functioneren
- **nadelen** γ -camera is erg duur; tracers moeten worden geproduceerd; patiënt ondervindt stralingsbelasting (minder dan bij CT-scan, meer dan bij röntgenfoto)
- **personeel dient zich te beschermen** tegen straling, bv. afscherming met lood

beeldvormingstechniek in de geneeskunde met behulp van magnetische velden

- **MRI-scan** Magnetis Resonance Imaging: met behulp van magnetische resonantie van waterstofkernen in water in lichaam wordt beeld gemaakt; patiënt wordt in sterk magnetisch veld gelegd dat in grootte niet overal gelijk is (zo'n veld geeft geen stralingsbelasting); waterstofkernen (zijn zelf magnetisch) in weefsel richten zich naar dit veld; daarna worden radiogolven in pulsen toegevoerd; bij juiste energietoevoer ontstaat resonantie: kernen klappen als magneetjes om en na de puls klappen ze weer terug; bij dit laatste zenden de waterstofkernen radiogolven uit; daar waar magneetveld groot was krijg je de radiogolven met hoge frequentie terug uit lichaam $\Rightarrow$ plaatsbepaling mogelijk en beeld te maken; grijs tinten in beeld ontstaan omdat elk weefsel een ander percentage water bevat; MRI-scan levert doorsnede van lichaam
- **toepassingen** onderzoek hersenen, hart, longen, bloedvaten, gewrichten, pH, temperatuur op alle mogelijke plaatsen, stroomsnelheid van bloed
- **voordelen** levert in verhouding erg veel informatie, zeer goed contrast, weinig stralingsbelasting, erg goed 3D-beeld; geen schadelijke bijwerkingen
- **nadelen** erg duur; onderzoeken duren lang; lawaaiig; magneetspoelen moeten gekoeld worden tot 4 K; niet geschikt voor patiënten met magnetiseerbare stoffen (nikkel, ijzer of kobalt) in hun lichaam; kleine bewegingen geven grote verstoring van beelden

bestrijding van tumoren met behulp van radioactieve stoffen

- **radiotherapie** in tumor wordt radioactieve stof geïnjecteerd; straling vernietigt tumor; ook uitwendige bestraling is mogelijk
- **brachytherapie** in holle naald bevindt zich radioactief materiaal; naald wordt enige tijd in ziek weefsel gestoken; weefsel wordt zo enige tijd bestraald

andere toepassingen van radioactieve stoffen

- **ouderdomsbepaling** van organisch materiaal, bv. C-14 dateringsmethode
- **steriliseren** van bv. voedsel

PET-scan

Aan Thomas wordt een stof toegediend, waaraan de isotoop C-11 is gekoppeld. De stof heeft de eigenschap voornamelijk naar het hoofd te gaan. Daar treedt vervolgens annihilatie op.

- *Geef de vervalvergelijking van C-11 (k-vangst niet gebruiken)*

$$\text{Tabel 25: C-11 is een } \beta^+ \text{ straler} \Rightarrow {}_{11}^1\text{C} \rightarrow {}_6^{10}\text{e} + {}_{11}^1\text{B}$$

Het positron annihileert met 'n elektron uit het hoofd van Thomas. Hierbij ontstaan 2 fotonen. De massa van de deeltjes wordt volgens de formule $E = m \cdot c^2$ omgezet in energie.

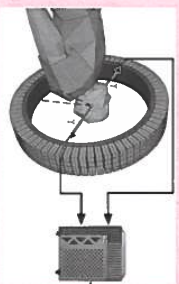
- *Bereken de energie van één zo'n foton in MeV. Geef 3 significante cijfers.*

Eén foton heeft een energie, die overeenkomt met één elektronmassa $\Rightarrow E = m \cdot c^2 =$

$$9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3,00 \cdot 10^8)^2 = 8,199 \cdot 10^{-14} \text{ J} = \frac{8,199 \cdot 10^{-14}}{1,602 \cdot 10^{-13}} = 0,512 \text{ MeV}$$

Het hoofd van Thomas wordt geplaatst midden in een ring van detectoren. Vanaf de plaats in het hoofd, waar de annihilatie plaatsvond, vertrekken de twee fotonen in tegengestelde richting.

- *Maak een schatting binnen welke maximale tijd Δt de detectoren na elkaar de γ -straling zullen registreren.*



Het hoofd is circa 20 cm breed. Wanneer annihilatie plaatsvindt in de zijkant van het hoofd,

$$\text{dan legt het ene foton 20 cm meer af dan het andere} \Rightarrow \Delta t_{\text{max}} = \frac{x_{\text{max}}}{c} = \frac{0,20}{3,0 \cdot 10^8} = 0,7 \text{ ns}$$

MRI

Bij MRI kan het radiosignaal, dat door een proton wordt uitgezonden, worden geabsorbeerd door een ernaast gelegen proton (in plaats van direct het lichaam te verlaten); het signaal komt dan vertraagd uit het lichaam.

- *Leg uit op welke 2 manieren de protonendichtheid in weefsel het contrast van de afbeelding bepaalt.*

- Als de dichtheid van de protonen op een bepaalde plaats groot is, dan komen er veel radiogolven uit dat deel van het lichaam $\Rightarrow$ de locatie is zo erg nauwkeurig te bepalen.
- Vanaf die plaats treden veel golven ook vertraagd uit het lichaam $\Rightarrow$ de locatie is zo op een tweede manier erg nauwkeurig te bepalen.

- *Leg uit dat de stralingsbelasting bij gebruik van MRI minimaal is.*

Het magnetveld is constant en geeft derhalve geen stralingsbelasting. De EM-straling die wordt gebruikt en ontstaat zijn radiosignalen. Deze zijn ongevaarlijk (zie pag. 26).

- *Geef drie redenen waarom niet voor een MRI onderzoeksmethode zal worden gekozen.*

Soms kan een patiënt de MRI niet in omdat hij/zij magnetische materialen in het lichaam heeft, die worden aangetrokken door de magneten (bv. in pacemakers). Daarnaast kunnen mensen last hebben van ernstige claustrofobie: zij durven de 'tunnel' niet in. Ook kan iemand er moeite mee hebben een uur lang te verblijven in de tunnel. Overigens: iemand die een ziekte heeft, waarbij het gehoororgaan extreem gevoelig is geworden (hyperacusis) kan niet tegen de geluiden in de 'tunnel'.

3 Bewegingen

plaats x uitgedrukt in m; geeft positie van voorwerp t.o.v. oorsprong aan

- $x = 0$ m voorwerp bevindt zich in de oorsprong
- $x(t)$ is positie van voorwerp op tijdstip t

verplaatsing s of Δx uitgedrukt in m

kenmerken

- **verplaatsing = netto afgelegde afstand** $= s = \Delta x = x_{\text{eind}} - x_{\text{begin}}$
- **verplaatsing heeft grootte en richting** richting is van beginpunt naar eindpunt

formules voor verplaatsing

- $s(t) = v \cdot t$ geldt indien snelheid $v = \text{constant}$

- $s(t) = v_{\text{gem}} \cdot t$ geldt altijd

grafisch bepalen van verplaatsing

- **verplaatsing s = oppervlak in v, t -diagram**

snelheid v uitgedrukt in m/s of m s^{-1}

- $v = \frac{s}{t}$ toepassen indien snelheid constant is

- **gemiddelde snelheid**

$$\text{■ } v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{s}{\Delta t} = \frac{\text{verplaatsing}}{\text{benodigde tijd}} \quad \text{deze formule geldt altijd}$$

$$\text{■ } v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{eind}} + v_{\text{begin}}}{2} \quad \text{geldt bij eenparig vertraagde/versnelde beweging}$$

- **grafische bepaling** v_{gem} is te schatten met oppervlaktemethode (zie vb. pag. 49)

- **snelheid op een tijdstip**

- aflezen in v, t -diagram

- **steilheid bepalen van grafieklijn in x, t -diagram** je past toe: $v = \frac{dx}{dt}$; bij een kromme

grafiek: raaklijn tekenen, grote driehoek maken en overstaande zijde aanliggende zijde berekenen

- **richting van snelheid** is altijd gelijk aan de richting van de raaklijn aan de baan die het voorwerp beschrijft

versnelling a uitgedrukt in m/s^2 of ms^{-2}

- $a_{\text{gem}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ gebruiken bij eenparig versnelde beweging

grafisch bepalen van versnelling

- **steilheid bepalen van grafieklijn in v, t -diagram** je past toe: $a = \frac{dv}{dt}$

kenmerken

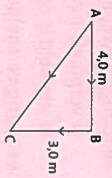
- **versnelling wordt veroorzaakt door kracht**

- **richting van versnelling** is gelijk aan de richting van de kracht die de versnelling veroorzaakt
- **eenparige versnelling** versnelling is constant qua grootte en richting; elke seconde

verandert de snelheid v dan met hetzelfde bedrag

plaats $x = 6,2$ m betekent: het voorwerp bevindt zich op 6,2 m rechts van de oorsprong (naar rechts positief gekozen).

verplaatsing kortst mogelijke afstand tussen beginpunt en eindpunt.



afgelegde weg afstand die werkelijk is doorlopen.

Afgelegde weg is geen vector, verplaatsing wel.

- Iemand gaat van A via B naar C (zie 1^e figuur). Nu geldt:

afgelegde weg = 7,0 m en verplaatsing = 5,0 m in de richting van A naar C.

- Iemand gaat van P via Q naar R (zie 2^e figuur). Nu geldt: afgelegde weg = 11,0 m en verplaatsing = -3,0 m in de richting van P naar R.



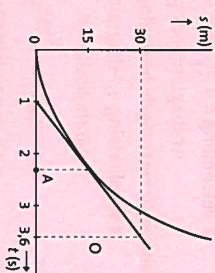
snelheid op bepaald tijdstip

Hiernaast zie je de s - t -grafiek van een optrekkende auto.

- **Bepaal de snelheid op $t = 2,3$ s.**

Teken een raaklijn op dit tijdstip en bepaal de steilheid.

Er geldt: $v_{t=2,3s} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{30 \text{ m}}{2,65 \text{ s}} = 12 \text{ m/s}$



relatieve snelheid snelheid van ene voorwerp t.o.v. andere voorwerp.

Twee autos A en B rijden op dezelfde weg naar het noorden. A rijdt met 34,3 m/s; B rijdt met 27,8 m/s. Op $t = 0$ s rijdt A 230 m achter B.

- **Wanneer wordt B ingehaald door A?**

De relatieve snelheid van A ten opzichte van B = $34,3 - 27,8 = 6,5 \text{ m/s} \Rightarrow$ B wordt ingehaald door A op $t = \frac{s}{v_{rel}} = \frac{230}{6,5} = 35 \text{ s}$

eenparig rechtlijnige beweging een beweging langs een rechte lijn, waarbij de snelheid constant blijft, zowel qua grootte als qua richting. Het woord eenparig betekent: gelijkmatig.

eenparig versnelde beweging snelheid neemt elke seconde met hetzelfde bedrag toe.

versnelling verandering van snelheid per tijdseenheid.

$a = 5,0 \text{ m/s}^2$ betekent: $a = 5,0 \text{ m/s}$ per seconde, ofwel: elke seconde neemt de snelheid met 5,0 m/s toe. Dus is op $t = 0,0 \text{ s}$ de snelheid $v = 2,0 \text{ m/s}$, dan geldt bij $t = 1,0 \text{ s} \Rightarrow v = 7,0 \text{ m/s}$ en bij $t = 2,0 \text{ s} \Rightarrow v = 12,0 \text{ m/s}$, etc.

van x - t -diagram naar v - t -diagram

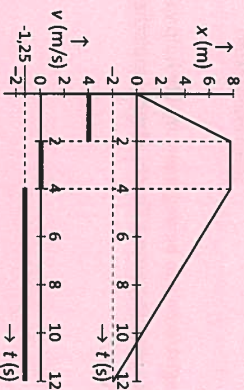
Zie het x - t -diagram hiernaast.

- **Bepaal hieruit het bijbehorende v - t -diagram.**

Pas toe: v = steilheid in x - t -diagram:

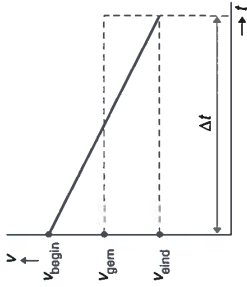
bv. [4 ... 12 s]: $v = \frac{-10}{8,0} = -1,25 \text{ m/s}$

Zie verder diagrammen.



soorten bewegingen

- **eenparige beweging** beweging met constante snelheid
 - verplaatsing $s = v \cdot t$ s,t-diagram (en ook x,t-diagram) is schuin oplopende rechte lijn
 - snelheid is constant v,t-diagram is rechte horizontale lijn
- **eenparig versnelde beweging** beweging met constante versnelling: snelheid neemt gelijkmatig toe
 - verplaatsing s,t-diagram(en ook x,t-diagram) is parabolische lijn
 - $s = v_{\text{gem}} \cdot t = \frac{v_{\text{begin}} + v_{\text{eind}}}{2} \cdot t$ geldt bij elke eenparig versnelde beweging
 - $s = \text{oppervlakte in } v,t\text{-diagram}$ is oppervlak onder de grafieklijn; geldt altijd
 - snelheid $v(t) = a \cdot t$ v,t-diagram: schuin lopende rechte lijn
 - versnelling $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ elke seconde neemt snelheid met zelfde bedrag toe; $a = \text{steilheid in } v,t\text{-diagram}$; ook geldt: $a = \frac{F_{\text{res}}}{m}$ (zie pag. 56); a,t-diagram is horizontale rechte lijn
 - **eenparig vertraagde beweging** snelheid neemt gelijkmatig af; zie figuur
 - verplaatsing s,t-diagram (en ook x,t-diagram) is parabolische lijn
 - $s = v_{\text{gem}} \cdot t = \frac{v_{\text{begin}} + v_{\text{eind}}}{2} \cdot t$
 - $s = \text{oppervlakte in } v,t\text{-diagram}$ is oppervlak onder de grafieklijn; geldt altijd
 - snelheid v,t-diagram is een dalende rechte lijn
 - Δv is negatief $\rightarrow a$ is negatief want
 - $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}}}{\Delta t}$ met $v_{\text{eind}} < v_{\text{begin}}$
 - **vertraging** $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ elke seconde neemt snelheid met zelfde bedrag af; $a = \text{steilheid in } v,t\text{-diagram}$; a,t-diagram is horizontale rechte; tevens geldt: $a = \frac{F_{\text{res}}}{m}$, waarbij resulterende kracht F_{res} bij vertraging tegengesteld gericht is aan snelheid v



overzicht van steilheid en oppervlakte in drie diagrammen

	steilheid stelt voor	oppervlak stelt voor
s,t-diagram	v (snelheid)	niets
v,t-diagram	a (versnelling)	s (verplaatsing) = Δx
a,t-diagram	verandering van versnelling (geen examenstof)	Δv (snelheidsverandering)

registreren van bewegingen met behulp van stopwatch, videocamera, ultrasone plaatsensor (bv. via programma Coach), stroboscopische foto (tijd tussen opeenvolgende flitsen is constant)

van v - t -diagram naar a - t -diagram

Zie het v - t -diagram hiernaast.

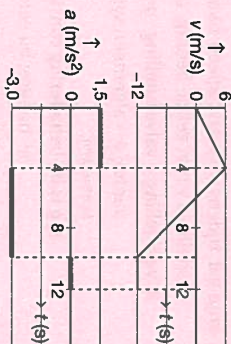
- *Bepaal hieruit het bijbehorende a - t -diagram.*

Pas toe: a = steilheid in v - t -diagram:

$$[0 \dots 4 \text{ s}]: \quad a = \frac{6}{4} = 1,5 \text{ m/s}^2$$

$$[4 \dots 10 \text{ s}]: \quad a = \frac{18}{6} = -3,0 \text{ m/s}^2$$

$$[10 \dots 12 \text{ s}]: \quad a = 0 \text{ m/s}^2 \text{ Zie diagram.}$$

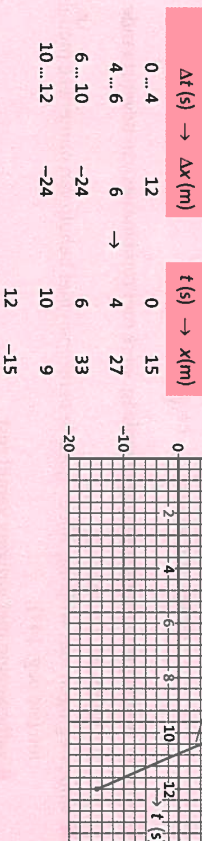
**van v - t -diagram naar x - t -diagram**

Zie nogmaals het v - t -diagram van de vorige opgave (zie hierboven).

- *Teken het bijbehorende x - t -diagram, indien nog gegeven is: $x(0) = 15 \text{ m}$.*
- Bereken eerst voor elk interval de verplaatsing (m.b.v. oppervlakte in v - t -diagram).
- Bereken vervolgens de positie op bepaalde tijdstippen en teken deze in.
- Teken dan rechte lijnen in x - t -diagram, daar waar $v = \text{constant}$.

- Bedenk: indien $v = 0 \text{ m/s}$, dan loopt lijn in x - t -diagram horizontaal.
- Teken vloeiende verbindingslijnen.

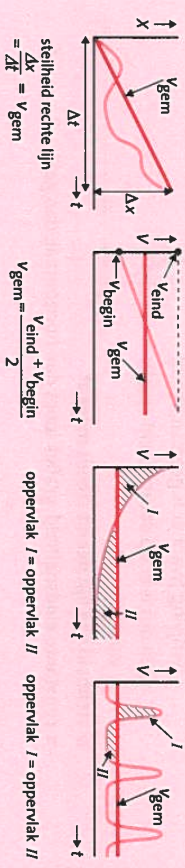
Uitgewerkt voor dit voorbeeld: zie tabel hieronder en diagram hiernaast.

**gemiddelde snelheid**

- *Bepaal in elk van onderstaande diagrammen de lijn die de gemiddelde snelheid voorstelt en geef een toelichting.*

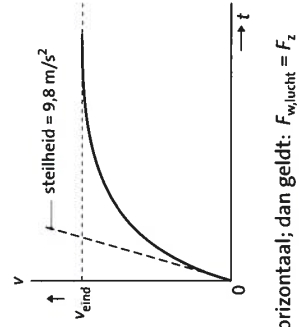


Zie de antwoorden en toelichtingen eronder.



valbewegingen

- **vrije val** tijdens val werkt alleen zwaartekracht, dus geen wrijving; elke seconde verandert snelheid v met zelfde bedrag: op aarde met ca. $9,8 \text{ m/s}$ per seconde ($= 9,8 \text{ m/s}^2$)
 - **versnelling = valversnelling** g = symbool voor versnelling bij vrije val $= 9,8 \text{ m/s}^2$ (op aarde); a = algemeen symbool voor versnelling
- kenmerken*
 - g is bij benadering constant tijdens de val in geval de val er een is van 'normale' hoogte; bij een val vanaf zeer grote hoogte (bv. honderden km) neemt g toe tijdens de val
 - g aan aardoppervlak verschilt per plaats Nederland: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, (polen: $9,83 \text{ m/s}^2$, evenaar: $9,78 \text{ m/s}^2$)
 - g is altijd omlaag gericht want g is het gevolg van zwaartekracht en die is altijd omlaag gericht
- **vrije val vanuit rust** beweging is verticaal omlaag: snelheid neemt gelijkmatig toe
 - **snelheidsformule** $v(t) = g \cdot t$
 - **v , t -diagram** schuine rechte lijn door oorsprong; steilheid van de lijn is g = valversnelling $= 9,8 \text{ m/s}^2$
 - **verplaatsing** berekenen met $s = v_{\text{gem}} \cdot t$ met $v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{eind}} + v_{\text{begin}}}{2}$
 - **x , t -diagram** parabool door oorsprong; grafiek start horizontaal en loopt steeds steiler
 - **valtijd berekenen uit hoogte h** combineer $v_{\text{gem}} = \frac{h}{t}$ met $(v_{\text{eind}} =) g \cdot t = 2 \cdot v_{\text{gem}} \Rightarrow$ dit levert $h = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$
- **vrije val met beginsnelheid omhoog of omlaag** werk met combinaties van bovenstaande formules; zie vb. pag. 51
- **valbewegingen met wrijving** alleen goed te berekenen met behulp van numerieke modellen (zie pag. 147);
 - **valbeweging met wrijving vanuit rust**
 - **beweging is verticaal omlaag** uiteindelijk kan een constante snelheid worden bereikt
 - **s , t -diagram** bv. zie 2^e diagram op pagina rechts
 - **steilheid grafieklijn op $t = 0$ is nul** want beginsnelheid is nul
 - **constante eindsnelheid** bepalen uit steilheid van rechte lijnstuk aan einde van grafieklijn
 - **v , t -diagram** zie diagram hiernaast
 kenmerken
 - **steilheid van raaklijn op $t = 0$ is $9,8 \text{ m/s}^2$** want op $t = 0$ is er nog geen wrijving (want er is geen snelheid) en dus is er op dat moment sprake van 'vrije val'
- **steilheid van lijn neemt steeds meer af**
- **constante eindsnelheid** grafiek loopt dan horizontaal; dan geldt: $F_{\text{w,lucht}} = F_z$



valbeweging zonder beginsnelheid zonder wrijving

Op $t = 0$ s valt steentje A; op $t = 2,0$ s valt steentje B.

Op $t = 8,0$ s heeft steentje A meer afgelegd dan steentje B.

- *Hoe is deze afstand in het diagram direct te zien?*

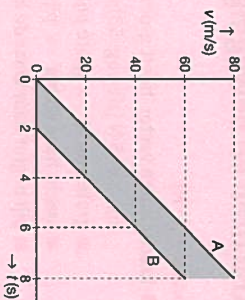
Het oppervlak in een v - t -diagram stelt afstand voor.

Het oppervlak onder lijn A is s_A en het oppervlak

onder lijn B is s_B . Het verschil in oppervlakken is het

gearceerde deel $\Rightarrow$ dat stelt dus voor wat A meer heeft

afgelegd dan B.

**valbeweging zonder beginsnelheid en met wrijving**

Van grote hoogte wordt een pakje losgelaten.

- *Bepaal aan de hand van de grafiek hiernaast,*

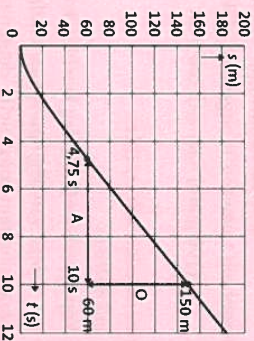
die de volledige beweging van het pakje beschrijft,

de snelheid die het voorwerp uiteindelijk krijgt.

Bepaal de steilheid van het rechte lijnstuk in het

s - t -diagram $\Rightarrow$

$$s_{\text{vind}} = v_{\text{vind}} = \frac{O}{A} = \frac{150 \text{ m} - 60 \text{ m}}{10,0 \text{ s} - 4,75 \text{ s}} = 17 \text{ m/s}$$



De getrokken lijn in het v - t -diagram hiernaast geeft

de hierboven beschreven beweging weer.

- *Wanneer je een voorwerp zou hebben losgelaten*

dat in verhouding méér wrijvingskracht onder-

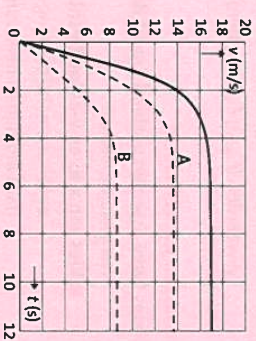
vindt, zou je dan lijn A of lijn B (zie figuur) krijgen?

Je zou lijn A krijgen, want in het begin is de

beweging een vrije val, dus de steilheid in het

begin moet gelijk zijn aan die in de originele

grafiek. Bij B is dat niet het geval.

**valbeweging met beginsnelheid zonder wrijving**

Een kogel wordt vanaf een bepaalde hoogte h boven

de grond verticaal omhoog gegooid met een snel-

heid van $+2,45 \text{ m/s}$. Op $t = 0,82 \text{ s}$ treft de kogel de

grond. Zie het v - t -diagram hiernaast.

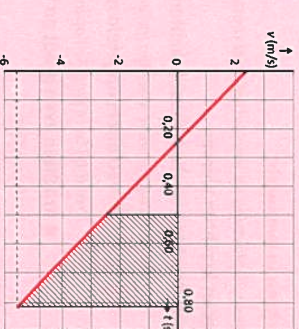
- *Geef in het diagram het gebied aan dat de hoogte h*

voorstelt en bereken deze hoogte.

Op $t = 0,25 \text{ s}$ bevindt zich het hoogste punt (v is daar

0 m/s) $\Rightarrow$ op $t = 0,50 \text{ s}$ bevindt het kogeltje zich

weer op hoogte $h \Rightarrow$ hoogte $h = |\text{gearceerd oppervlak}|$ vanaf $t = 0,50 \text{ s}$ tot $t = 0,82 \text{ s} \Rightarrow h = |v_{\text{gem}}| \cdot \Delta t$



$$h = |v_{\text{gem}}| \cdot \Delta t = \frac{|v_{\text{op,50s}}| + |v_{\text{op,0,82s}}|}{2} \cdot (0,82 - 0,50) = \frac{2,45 + 5,6}{2} \cdot (0,82 - 0,50) = 1,3 \text{ m}$$

4 Krachten en bewegingen

kracht F (in N)

- **kracht is een vector** heeft grootte én richting $\Rightarrow$ optellen bij optellen: $3\text{ N} + 4\text{ N}$ kan gelijk zijn aan 5 N (zie pag. 53); kracht wordt voorgesteld door pijl
 - **grote kracht** $\Rightarrow$ grote pijl
 - **kracht naar rechts** $\Rightarrow$ pijl naar rechts
 - **pijl begint dáár waar de kracht werkt** punt heet aangrijpingspunt
 - **kracht werkt óp voorwerp** $\Rightarrow$ pijl begint in dat voorwerp en wel op de plaats waar de kracht werkt
 - **zwaartekrachtpijl** begint altijd in zwaartepunt van voorwerp
- **eenheid 1 newton** is ongeveer gelijk aan de kracht waarmee de aarde een massa van 1 ons (100 gram) naar zich toe trekt

samenstellen van krachten

drie methoden

- **kop-staart-methode** leg krachten kop-staart; resulterende kracht F_{res} ($F_{\text{resultierend}}$) is pijl die wijst van beginpunt naar eindpunt
- **parallellogram-constructie** diagonaal van parallellogram stelt somkracht F_{res} voor
- **ontbind krachten langs x-as en y-as** tel vervolgens alle x-waarden op ($F_{\text{res},x}$), alsmede alle y-waarden ($F_{\text{res},y}$); F_{res} is te berekenen met $F_{\text{res}} = \sqrt{(F_{\text{res},x})^2 + (F_{\text{res},y})^2}$

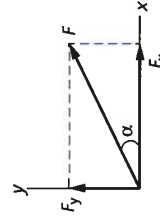
ontbinden van een kracht

- **kies twee assen en ontbind kracht door tekenen van parallellogram**

veel gebruikte methode

- **kies een x-as en y-as loodrecht op elkaar**

ontbind kracht(en) langs deze assen
(laat loodlijnen neer vanuit de pijlpunt
van F op de assen); $F_y = F \cdot \sin\alpha$ en $F_x = F \cdot \cos\alpha$



krachten in evenwicht

geen verplaatsing (of verplaatsing met constante snelheid) treedt op indien er

- **geen krachten werken**
- **wel krachten werken, maar krachten elkaars werking opheffen: $\Sigma F = 0$**
 - treedt op bij meerdere krachten indien
 - **krachten vectorieel opgeteld nul zijn**
 - treedt bij twee krachten op indien
 - **krachten even groot en tegengesteld gericht zijn**
 - en bovendien
 - **krachten op dezelfde (werk)lijn liggen** anders ontstaat draaiing

kracht oorzaak van versnelling van een voorwerp en/of de vervorming van een voorwerp.
Een kracht van 1 N geeft aan 1 kg een versnelling van 1 m/s^2 .

kracht als vector

In de linker figuur geldt: $3 \text{ N} + 4 \text{ N} = 7 \text{ N}$

In de rechter figuur geldt: $3 \text{ N} + 4 \text{ N} = 5 \text{ N}$ (i)

(parallellogram methode)



zwaartepunt punt in een voorwerp waar de zwaartekrachtpijl begint.

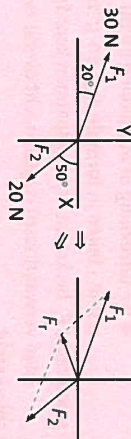
Dit punt hangt niet af van de stand van het voorwerp.

- Algemene bepaling: hang een voorwerp telkens op een andere manier stil aan een touw, teken de (stippel)lijn waarop F_z moet aangrijpen: deze ligt in het verlengde van het touw. Snijpunt van de stippellijnen is zwaartepunt Z.



samenstellen van krachten

- F_1 is de som van F_1 en F_2 (de krachten zijn opgeteld met een parallellogram-constructie); zie figuur hiernaast.



- andere methode van optellen: ontbind F_1 en F_2 langs X-as en Y-as en bereken alle componenten m.b.v. $\cos$ en $\sin$, bv.

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos 50^\circ = +12,9 \text{ N} \text{ en } F_{1y} = -F_1 \cdot \sin 50^\circ = -15,3 \text{ N.}$$

Tel daarna alle X-waarden en Y-waarden op.

$$\text{Dit levert: } \Sigma F_x = -15,3 \text{ N en } \Sigma F_y = -5,0 \text{ N}$$

Stel tenslotte de resultante samen $\Rightarrow F_1 = 16 \text{ N}$ (zie figuur).



evenwicht de bewegingstoestand van een voorwerp verandert dan niet. Voorwerpen in rust blijven in rust; voorwerpen met snelheid behouden die snelheid.

krachten in evenwicht

Een massa m hangt aan twee koorden I en II.

Voor de spankracht in koord I geldt: $F_{s,I} = 20 \text{ N}$

- Bereken/bepaal de grootte van de hangende massa m .

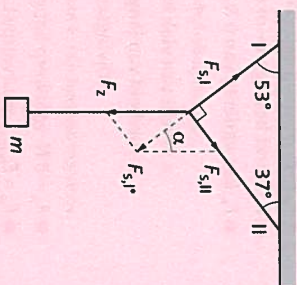
Maak eerst een constructie:

- spiegel de gegeven pijl $F_{s,I}$, dit levert $F_{s,I}'$
- teken vervolgens vanuit de punt van $F_{s,I}'$ een parallellogram

- teken dan de kracht in koord II $F_{s,II}$ en de F_z -pijl
- werk verder met verhoudingen of met $\cos$ en $\sin$

$$\text{hier: } \cos \alpha = \frac{3}{5} = \frac{F_{s,I}'}{F_z} \Rightarrow F_z = \frac{F_{s,I}'}{\cos \alpha} = \frac{20 \text{ N}}{\cos 37^\circ} = 25 \text{ N}$$

$$\Rightarrow m = 2,6 \text{ kg}$$



begrippen en relaties krachten en bewegingen

soorten (mechanische) krachten

■ zwaartekracht $F_z = m \cdot g$ *massa berekenen met behulp van begrip*

- **dichtheid** $\rho = \frac{m}{V}$ Binas geeft als eenheid van ρ kg m^{-3} , dus massa m moet standaard in kg en volume V moet standaard in m^3

■ veerkracht F_v komt voor bij elastische materialen; hieronder: veren

- **veerwet (wet van Hooke)** $F_{\text{veer}} = -C \cdot u$ geldt zolang veer zijn elasticiteitsgrens niet overschrijdt

- **C = veerconstante (N/m)** $C = 200 \text{ N/m}$ betekent: er is 200 N nodig om de veer 1 m uit te rekken (dit betekent niet dat je de veer 1 m mag uitrekken)

- **twee veren:** $C_1 = 200 \text{ N/m}$ en $C_2 = 50 \text{ N/m}$ veer 1 is stugger dan veer 2; mogelijke oorzaken: veer 1 heeft dickere windingen; veer 1 is gemaakt van stugger materiaal; veer 1 heeft windingen met kleinere diameter; veer 1 is korter

- **u = uitrekking of indrukking (in m)**

- **min - teken in formule** F_{veer} en u zijn tegengesteld gericht

■ spankracht F_s bv. kracht door gespannen koord; in een ideaal koord (massa van koord wordt dan verwaarloosd) is spankracht overal even groot

■ spierkracht

■ gewicht kracht op een ondersteunend vlak

■ normaalkracht F_N staat altijd loodrecht op vlak; normaalkracht voorkomt meestal dat voorwerp dwars door ondersteunend vlak zakt ofwel: normaalkracht zorgt ervoor dat krachten loodrecht op vlak elkaar opheffen $\Rightarrow$ normaalkracht past zich aan aan de omstandigheden

- **normaalkracht is reactiekracht** van (ondersteunend) vlak; actie = kracht van voorwerp op vlak (= gewicht); reactie = kracht van vlak op voorwerp = normaalkracht

- **F_N is niet altijd even groot als F_z** bv. persoon in lift, die versneld omhoog beweegt $\Rightarrow$ er is F_{res} op persoon omhoog $\Rightarrow F_N > F_z$

■ schuifwrijvingskracht treedt op bij langs elkaar schurende oppervlakken

kenmerken

- **F_w is evenwijdig aan vlak dat F_w veroorzaakt**

- **F_w werkt bewegen – of dreigen te gaan bewegen – tegen**

- **F_w kan variëren van 0 N tot maximale waarde $F_{w,\text{max}}$** er geldt: $F_{w,\text{max}} = f \cdot F_N$

 $F_{w,\text{max}}$ hangt derhalve af van

- **kracht van vlak en voorwerp op elkaar (F_N)**

- **ruwheid van langs elkaar schurende oppervlakken** weergegeven door wrijvingscoëfficiënt f

voorwerp beweegt niet: 3 mogelijkheden

- **$F_w = 0 \text{ N}$** voorwerp ligt gewoon stil

- **$F_w = F_{w,\text{max}}$** voorwerp staat op het punt om te gaan bewegen

- **$0 \text{ N} < F_w < F_{w,\text{max}}$** wrijving voorkomt beweging

voorwerp beweegt wel

- **altijd geldt: $F_w = F_{w,\text{max}}$**

vervolg

zwaartekracht kracht die aarde op een massa uitoefent. Kracht grijpt aan in zwaartepunt.

spankracht kracht, uitgeoefend door een gespannen koord. De spankracht is in een en hetzelfde koord overal even groot (het gewicht van het koord wordt dan verwaarloosd).

gewicht kracht op een ondersteunend vlak.

normaalkracht reactiekracht van gewicht. Staat altijd lood recht op ondersteunende vlak.

Hiernaast zie je het v - t -diagram van een lift die omhoog beweegt. In de lift staat Rob ($m = 75 \text{ kg}$) op een weegschaal, die gelijk is in newton.

- **Wat wijst deze weegschaal aan:** F_z , F_w , F_{res} of het gewicht G ?

De weegschaal wijst de kracht aan die er op wordt uitgeoefend, dus het gewicht G . De weegschaal duwt terug met de normaalkracht (reactie) $\Rightarrow$ de weegschaal wijst ook F_N aan, want $F_{\text{actie}} = -F_{\text{reactie}}$ (zie pag. 56).

- **Bereken de aanwijzing van de weegschaal in het tijdsinterval $[0,0 \text{ s}; 5,0 \text{ s}]$.**

Op Rob werken twee krachten: F_z en F_N . Omdat de lift omhoog versnelt moet gelden:

$$F_N > F_z \text{ want alleen dan is er een resulterende kracht omhoog. Nu geldt: } F_{\text{res}} = m \cdot a \Rightarrow$$

$$F_N - F_z = m \cdot a, \text{ waarbij } a = \text{steilheid in } v\text{-}t \text{ diagram} = \frac{4,0 \text{ m/s}}{5,0 \text{ s}} = 0,80 \text{ m/s}^2$$

Voor F_z geldt: $F_z = m \cdot g = 75 \cdot 9,8 = 735 \text{ N}$. Invullen in $F_N - F_z = m \cdot a$ levert:

$$F_N - 735 = 75 \cdot 0,80 \Rightarrow F_N = 795 \text{ N} \Rightarrow \text{de weegschaal wijst } 8,0 \cdot 10^2 \text{ N aan.}$$

- **Teken in een diagram hoe hier de normaalkracht verloopt als functie van de tijd.**

$$\Rightarrow F_N = F_z = 735 \text{ N. Tijdens } [0,0 \text{ s}; 5,0 \text{ s}] \text{ is } F_z > F_N \text{ want}$$

$$F_z - F_N = m \cdot |a|, \text{ met } a = \text{steilheid in } v\text{-}t \text{ diagram} =$$

$$\frac{-4,0 \text{ m/s}}{2,0 \text{ s}} = -2,0 \text{ m/s}^2 \Rightarrow 735 - F_N = 75 \cdot 2,0 \Rightarrow F_N = 585 \text{ N}$$

wrijvingscoëfficiënt bepalen met een hellend vlak

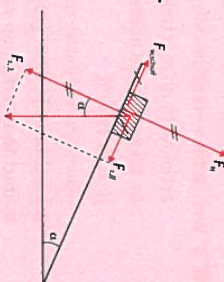
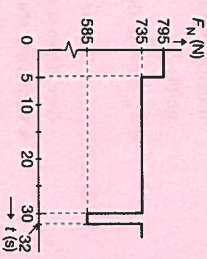
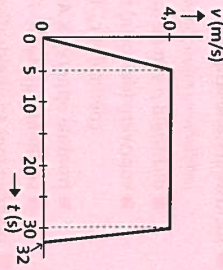
Op een houten plank ligt een blok. Men tilt de plank nu aan een kant steeds verder op, zodat de hellingshoek steeds groter wordt. Bij een hoek α van 23° begint het blok te schuiven.

- **Bepaal de grootte van de wrijvingscoëfficiënt f .** Hint: ontbind eerst F_z in een component loodrecht op de helling en evenwijdig aan de helling; bedenk goed hoe groot F_N hier is.

F_z ontbinden levert hier: $F_{z,\parallel} = F_z \cdot \sin \alpha$ en $F_{z,\perp} = F_z \cdot \cos \alpha$ (zie pag. 58). Wanneer het blok begint te schuiven geldt:

$$F_{w,\text{schuif}} = F_{z,\parallel}. \text{ Voor de schuifwrijvingskracht geldt: } F_{w,\text{schuif}} = f \cdot F_N \text{ waarbij } F_N = F_{z,\perp} \Rightarrow$$

$$F_z \cdot \sin \alpha = f \cdot F_z \cdot \cos \alpha \Rightarrow f = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha = \tan 23^\circ \Rightarrow f = 0,42$$



begrippen en relaties krachten en bewegingen

soorten (mechanische) krachten vervolg

■ **rolweerstandskracht** treedt op wanneer voorwerp over oppervlak rolt
kenmerken

■ **rolwrijving** is kleiner dan schuifwrijving

rolwrijving neemt toe indien

- rollend voorwerp en oppervlak meer vervormd worden
- contactoppervlakken sterker tegen elkaar worden gedrukt

■ **rolwrijving** hangt nauwelijks af van de snelheid

■ **luchtweerstandskracht** er geldt: $F_{w,lucht} = \frac{1}{2} \rho \cdot c_w \cdot A \cdot v^2$
luchtwerijving neemt toe indien

■ **dichtheid ρ van de lucht toeneemt**

■ **voorwerp (de vorm) minder gestroomlijnd** is weergegeven door luchtweerstandscoefficiënt c_w (Binas 28A)

■ **frontaal oppervlak A groter is**

■ **snelheid v groter is** F_w neemt kwadratisch toe met snelheid v

■ **rekenen met snelheidsafhankelijke krachten** moet met computermodellen (pag. 147)

wetten van Newton

■ **1^e wet: wet van de traagheid** voorwerpen met veel massa (veel kg) zijn traag $\Rightarrow$ een straaljager kan tegelijk snel en traag zijn: snel $\Rightarrow$ snelheid v is groot bv. 1200 km/h; traag $\Rightarrow$ er is veel kracht nodig om v van 1200 km/h te veranderen in 1300 of 1100 km/h

■ **2^e wet: $F = m \cdot a$** kracht F , die werkt op massa m , geeft aan die massa een versnelling a

■ **eenheden** F in newton, m in kg, a in $m/s^2 \Rightarrow N = kg \cdot \frac{m}{s^2} = kg \cdot m \cdot s^{-2}$

■ **meerdere krachten** vaak werkt op een massa niet één kracht maar werken er meerdere krachten; som van krachten heet $\vec{F}_{res}$ (tel krachten vectorieel op); dan geldt:

■ $\vec{F}_{res} = m \cdot a$ ook wel geschreven als $\vec{F}_{res} = \sum_i \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}$

■ **somkracht = 0 N** de versnelling is dan 0 m/s^2

twee mogelijkheden

■ **voorwerp staat stil**

■ **voorwerp beweegt met constante snelheid**

■ **3^e wet: actie = -reactie** ook geschreven als: $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$; krachten treden altijd op in paren: actiekracht en reactiekracht; welke kracht actie is en welke reactie is soms onduidelijk bv. bij kracht van aarde op maan en kracht van maan op aarde $\Rightarrow$ je kiest dan zelf wat je actie noemt

bijzonderheden bij actie- en reactiekrachten

■ **krachten zijn even groot en tegengesteld gericht**

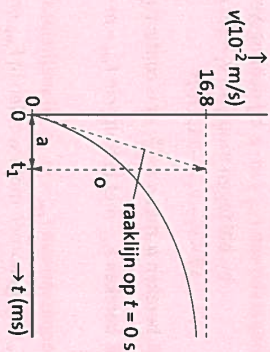
■ **krachten werken op verschillende lichamen** wanneer lichamen onderling niet verbonden zijn, kunnen deze krachten elkaar niet opheffen

■ **krachten hebben meestal verschillende gevolgen**

■ **normaalkracht F_N is reactiekracht van gewicht G**

luchtweerstandskracht tegenwerkende kracht die voorwerp ondervindt bij bewegen door lucht, omdat het moleculen opzij moet duwen.

Een bolvormig waterdruppeltje heeft op $t = 0,0$ s een snelheid van $0,0$ m/s en begint omlaag te vallen. Hiernaast is het v - t -diagram van de beweging te zien. Tijdens de beweging ondervindt het druppeltje luchtweerstandskracht. Bij hele kleine bolvormige druppeltjes met lage snelheden blijft te gelden: $F_{w,lucht} = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$ met $\eta =$ 'stroperigheid' van lucht, $r =$ straal van het druppeltje ($= 36,3 \mu\text{m}$) en $v =$ snelheid van het druppeltje.



- Leid uit de formule de eenheid van η af.

$$\text{Uit } F_w = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \text{ volgt: } N = [\eta] \cdot m \cdot m/s \Rightarrow [\eta] = N \cdot s \cdot m^{-2}$$

- Bereken met behulp van het diagram en het gegeven dat $\eta = 17,1 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ de massa van de druppel.

De snelheid van de druppel wordt op den duur constant: $16,8 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$. Dan is er evenwicht van krachten, dus moet gelden: $F_w = F_z \Rightarrow 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v = m \cdot g$

$$\text{Invullen: } 6 \cdot \pi \cdot 17,1 \cdot 10^{-6} \cdot 36,3 \cdot 10^{-6} \cdot 16,8 \cdot 10^{-2} = m \cdot 9,8 \Rightarrow m = 2,0 \cdot 10^{-10} \text{ kg}$$

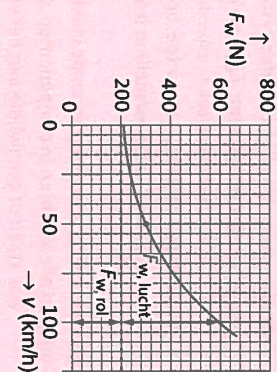
- Leg uit hoe groot de steilheid moet zijn van de getekende raaklijn in het diagram.

Steilheid in een v - t -diagram is versnelling. Op $t = 0,0$ s is er nog geen snelheid, dus ook geen luchtweerstandskracht $\Rightarrow$ er werkt alleen $F_z \Rightarrow$ versnelling op $t = 0,0$ s moet $9,8 \text{ m/s}^2$ zijn.

- Wat volgt hieruit voor de waarde van het tijdstip t_1 (zie diagram hierboven)?

$$\text{Steilheid} = \frac{a}{t} \Rightarrow 9,8 = \frac{16,8 \cdot 10^{-2}}{t_1} \Rightarrow t_1 = 17 \text{ ms}$$

Hiernaast staat de grafiek waarin de totale wrijvingsweerstand (= rolweerstand + luchtweerstand) is uitgezet als functie van de snelheid van een bepaalde auto ($m = 1100 \text{ kg}$; frontaal oppervlak $= 1,62 \text{ m}^2$). De rolweerstandskracht is onafhankelijk van de snelheid.



Bereken de eenheid van c_w en bepaal de waarde van de c_w van deze auto.

$$\text{Uit } F_{w,lucht} = \frac{1}{2} \rho \cdot c_w \cdot A \cdot v^2 \text{ volgt dat voor de eenheid van } c_w \text{ geldt: } [c_w] = \frac{[F]}{[\rho] \cdot [A] \cdot [v]^2} \Rightarrow$$

$$[c_w] = \frac{\text{N}}{\text{kgm}^{-3} \cdot \text{m}^2 \cdot (\text{ms}^{-1})^2} = \frac{\text{kgms}^{-2}}{\text{kgms}^{-2}} = 1 \text{ (N = kgms}^{-2} \text{ volgt uit } F = m \cdot a \text{ (of uit Binas 4))}.$$

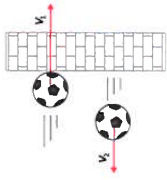
Bepaling van de grootte van c_w : de rolweerstand is kennelijk 200 N . Kies een punt in de grafiek. Bij bv. 100 km/h ($= 27,7 \text{ m/s}$) geldt: $F_{w,lucht} = F_{w,totaal} - F_{w,rol} = 600 - 200 = 400 \text{ N} \Rightarrow$

$$400 = \frac{1}{2} \rho \cdot c_w \cdot A \cdot v^2 \text{ met } \rho = \text{dichtheid lucht} = 1,293 \text{ g/m}^3 \text{ (Binas 12)} \Rightarrow$$

$$c_w = \frac{400}{\frac{1}{2} \cdot 1,293 \cdot 1,62 \cdot (27,7)^2} = 0,498.$$

De auto rijdt met 50 km/h en trekt dan verder op met een versnelling van $0,450 \text{ m/s}^2$.

vervolg



toepassen van $F_{\text{res}} = m \cdot a$ bij richtingsverandering van snelheid, bv. bal tegen muur; als $v_1 = 6,0 \text{ m/s}$ en $v_2 = -5,8 \text{ m/s}$, dan:
 $\Delta \vec{v} = v_2 - v_1 = -11,8 \text{ m/s}$

■ **bereken a** met $a = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$; Δt is contacttijd met de muur

■ **bereken F_{res}** met behulp van $F_{\text{res}} = m \cdot a$ ($F_{\text{res}} = F_{\text{gemiddeld bal op muur}} = -F_{\text{gemiddeld muur op bal}}$)

toepassen van $F_{\text{res}} = m \cdot a$ bij snelheidsafhankelijke variabelen wanneer bv. wrijvingskracht F_w meegenomen moet worden in F_{res} , en F_w is afhankelijk van snelheid v , dan is alleen rekenen mogelijk met behulp van numerieke modellen (zie pag. 147)

toepassen van $F_{\text{res}} = m \cdot a$ op systemen

■ **systeem als geheel** bv. 2 ongelijke massa's ($m_1 > m_2$) aan een koord, dat over een katrol is geslagen (zie figuur)

werkwijze

■ **tel alle uitwendige krachten die op 'systeem als geheel' werken op**
 $\Rightarrow$ dit levert $F_{\text{res}} = F_{z,1} - F_{z,2}$ (spankrachten F_s van het koord zijn inwendige krachten en tellen hier niet mee)

■ m = totale massa die in beweging komt hier geldt dus: $m = m_1 + m_2$

■ pas toe: $F_{\text{res}} = m \cdot a \Rightarrow (F_{z,1} - F_{z,2}) = (m_1 + m_2) \cdot a$

■ **deelsysteem** bv. alleen massa m_1 uit bovenstaand voorbeeld

werkwijze

■ **zoek alle krachten die op het deelsysteem werken en tel deze op** de krachten op massa m_1 zijn: $F_{z,1}$ en $F_s \Rightarrow F_{\text{res op massa 1}} = F_{z,1} - F_s$

■ m = massa van alléén het deelsysteem hier geldt dus: $m = m_1$

■ pas toe op deelsysteem: $F_{\text{res}} = m \cdot a \Rightarrow (F_{z,1} - F_s) = m_1 \cdot a$

opgaven hebben vaak de volgende manier van aanpak

- pas eerst $F_{\text{res}} = m \cdot a$ toe op het gehele systeem en bereken hieruit a
- gebruik deze versnelling a als gegeven bij rekenen aan deelsysteem

toepassen van $F_{\text{res}} = m \cdot a$ op hellende vlakken

■ **ontbind alle krachten in componenten** doe dit zó dat de componenten loodrecht op het vlak staan of evenwijdig aan het vlak liggen, waarbij

■ $F_{z,\parallel} = F_z \cdot \sin \alpha$ en $F_{z,\perp} = F_z \cdot \cos \alpha$ zie figuur

■ pas toe: $F_{\text{res}} = m \cdot a$

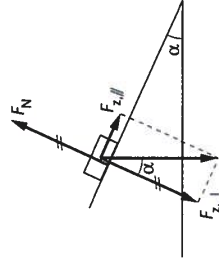
■ indien geen F_w dan geldt: $F_{\text{res}} = F_{z,\parallel}$ (F_N heft $F_{z,\perp}$ op)

■ indien wel F_w (bij omlaag schuivend of glijdend voorwerp); dan geldt: $F_{\text{res}} = F_{z,\parallel} - F_w$

merk op

■ **normaalkracht F_N** is even groot als $F_{z,\perp}$ staat loodrecht op helling

■ F_N hier is kleiner dan F_z F_N is dus niet altijd even groot als F_z



Luchtweerstandskracht vervolg

- Bereken de kracht van de motor op dit moment.

$$\text{Er geldt: } F_{\text{motor}} - F_w = m \cdot a \Rightarrow F_{\text{motor}} - 300 = 1100 \cdot 0,450 \Rightarrow F_{\text{motor}} = 795 \text{ N}$$

massa hoeveelheid materie, waaruit een voorwerp bestaat. Massa wordt vaak berekend met behulp van het begrip dichtheid via de formule $m = \rho \cdot V$. Massa van 1 kilogram: de massa waarbij een kracht van 1 N een versnelling veroorzaakt van 1 m/s^2 .

traagheid de neiging van een voorwerp om zich te verzetten tegen een snelheidsverandering.

Gevolg: een stilstaand voorwerp heeft de neiging om stil te blijven staan en een bewegend voorwerp heeft de neiging om met constante snelheid in rechte lijn te blijven voortbewegen.

actie-reactie

Een steen ($m = 12,3 \text{ kg}$) valt door de zwaartekracht omlaag naar de aarde.

- Welke kracht vormt met deze kracht een actie-reactie paar?

Als actie is: F van aarde op steen, dan is de reactie: F van steen op aarde.

- Met welke versnelling moet de aarde dan omhoog bewegen?

Omdat $F_{\text{actie}} = -F_{\text{reactie}}$ werkt op de aarde een kracht van $F = m \cdot 9,81 = 120,7 \text{ N}$.

De aarde krijgt een versnelling van $a = \frac{F}{m_{\text{aarde}}} = \frac{120,7}{5,972 \cdot 10^{24}} = 2,02 \cdot 10^{-23} \text{ m/s}^2$.

- Waarom merk je in de praktijk hier niets van?

In bv. 1 seconde wordt veel minder (factor 10^{-10}) afstand afgelegd dan de dikte van een atoom $\Rightarrow$ de grote traagheid van de aarde voorkomt het merkbaar op gang komen ervan.

2^e wet van Newton

Een auto rijdt op een rechte weg met constante snelheid van 50 km/h . Nu geldt: $a = 0 \text{ m/s}^2$ dus $F_{\text{res}} = 0 \text{ N}$



$\Rightarrow F_{\text{wrijving}} = F_{\text{motor}}$. Wanneer de auto optrekt, geldt natuurlijk: $F_{\text{motor}} > F_{\text{wrijving}} \Rightarrow$ dan is er dus wél versnelling.

 $F_r = m \cdot a$ bij systemen en deelsystemen

Zie nevenstaande situatie. Het geheel wordt losgelaten. Op karretje A werkt een wrijvingskracht van $2,0 \text{ N}$, op B werkt een wrijvingskracht van $2,5 \text{ N}$.

- Welke uitwendige krachten werken er nu op het systeem als geheel?

$F_z \text{ op C}$ wil het geheel laten bewegen en $F_w \text{ op (A+B)}$ werkt dit tegen $\Rightarrow$

$F_{\text{uitwendig op het geheel}} = F_z \text{ op C} - F_w \text{ op (A+B)} = 8,9 \text{ N} - 2,0 \text{ N} - 2,5 \text{ N} = 4,4 \text{ N}$

- Bereken de versnelling die het geheel krijgt.

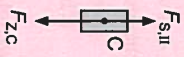
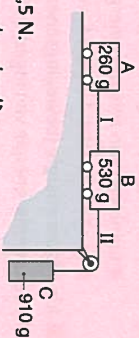
Pas $F_r = m \cdot a$ toe op het gehele systeem $\Rightarrow F_z \text{ op C} - F_w \text{ op (A+B)} = (m_{\text{A+B+C}}) \cdot a$

Gedaten invullen: $4,4 \text{ N} = (1,700) \cdot a \Rightarrow a = 2,6 \text{ m/s}^2$

- Bereken de spankracht $F_{s,II}$ in koord II tijdens de versnelde beweging.

Pas $F_r = m \cdot a$ toe op een deelsysteem. Kies als deelsysteem m_C (m_A kiezen is niet goed, want dan weet je zowel $F_{s,I}$ als $F_{s,II}$ niet). Voor deelsysteem m_C geldt:

$$F_z \text{ op C} - F_{s,II} = m_C \cdot a \Rightarrow 0,910 \cdot 9,8 - F_{s,II} = 0,910 \cdot 2,59 \Rightarrow F_{s,II} = 6,6 \text{ N}$$



5 Energieomzettingen

arbeid W , bij constante kracht (in Nm of J)

berekenen met

- $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ met α is hoek tussen F en s ; s = verplaatsing

vaak voorkomende berekeningen

- $W_{\text{door } F_z} = W_z = m \cdot g \cdot h$ met h = doorlopen hoogteverschil; W is onafhankelijk van de vorm van de baan

- $W_{\text{door } F_w} = -F_w \cdot s$

- W = oppervlak in F_s -diagram ook te gebruiken indien F niet constant is

3 mogelijke consequenties uit de formule $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$

- W is positief positieve arbeid

- F (of component van F) en s zijn dan gelijk gericht beweging wordt dan 'meegewerkt' $\Rightarrow$ grootte van v neemt toe

- W is negatief negatieve arbeid

- F (of component van F) en s zijn dan tegengesteld gericht beweging wordt 'tegenge- werkt' $\Rightarrow$ grootte van v neemt af

merk op

- $W_{\text{door } F_w}$ is altijd negatief hoek tussen F en s is steeds 180°

- W is nul v blijft qua grootte gelijk

3 mogelijke oorzaken

- kracht $F = 0$ N

- verplaatsing $s = 0$ meter

- kracht F staat loodrecht op verplaatsing s want $\cos 90^\circ = 0$

treedt o.a. op bij

- W door F_N bij verplaatsing langs vlak is, want F_N staat loodrecht op vlak

energie E (in Nm of J) energie is nodig om arbeid te kunnen verrichten

mechanische energie is verzamelnaam van

- zwaarte-energie ('hoogte-energie') $E_z = m \cdot g \cdot h$; E_z is vorm van potentiële energie

- nulniveau van zwaarte-energie mag je zelf afspreken

- $m \cdot g \cdot h$ is arbeid W_z die F_z verricht tijdens val van hoogte h

- kinetische energie (bewegingsenergie) $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

- veerenergie energie van ingedrukte of uitgerekte veer; $E_v = \frac{1}{2} C \cdot u^2$; C = veerconstante (in N/m); u = uitrekking (of indrukking) van veer (in m); E_v is vorm van potentiële energie

andere vormen van energie

- chemische energie opgeslagen in voeding/brandstoffen; E_{ch} is vorm van potentiële energie

- voeding men werkt met voedingswaarde (in J) per kg eetbaar gedeelte

- brandstoffen $E_{\text{ch}} = r_v \cdot V$ of $E_{\text{ch}} = r_m \cdot m$ met r_v = stookwaarde per m^3 ; r_m = stookwaarde per kg (stookwaarden: Binas 288)

- warmte ontstaat door

- verbranding van brandstoffen en voeding

- wrijvingswarmte: $Q = F_w \cdot s$ ontstaat uit wrijvingsarbeid

arbeid is energie overdragen en/of omzetten $\Rightarrow$ wanneer voor 100 J arbeid is verricht, dan is voor 100 J energie overgedragen en/of omgezet.

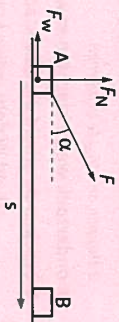
Mark verplaatst een blok van A naar B ($AB = 20$ m) door een kracht F van 68 N. De hoek α bedraagt 24° . Tijdens de beweging werkt een wrijvingskracht F_w van 32 N (zie figuur).

- Bereken de arbeid die de kracht F verricht.

$$W_{\text{door } F} = F \cdot s \cdot \cos \alpha = 68 \cdot 20 \cdot \cos 24^\circ = 1,2 \text{ kJ}$$

- Bereken de arbeid door de wrijvingskracht F_w .

Er geldt: $W_{\text{door } F_w} = F_w \cdot s \cdot \cos \alpha$, waarbij α nu gelijk is aan 180° (!), want α is de hoek tussen F_w en s en F_w wijst naar links en s wijst naar rechts $\Rightarrow W_{\text{door } F_w} = F_w \cdot s \cdot \cos \alpha = 32 \cdot 20 \cdot \cos 180^\circ = -0,64 \text{ kJ}$. Merk op: $W_{\text{door } F_w}$ en $W_z = 0$, want dan is hoek $\alpha = 90^\circ$ (en $\cos 90^\circ = 0$).

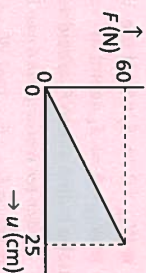


Laurens rek een veer 25,0 cm uit. Bij $u = 25$ cm bedraagt de veerkracht $F_{\text{veer}} = 60$ N (zie figuur).

- Hoeveel arbeid heeft Laurens verricht?

Er geldt: $W =$ oppervlak in F - s diagram (= oppervlak gearceerde deel) $\Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot 0,250 \cdot 60 = 7,5 \text{ J}$

merk op: het oppervlak $= \frac{1}{2} \cdot F_{\text{veer}} \cdot u = \frac{1}{2} (C \cdot u) \cdot u \Rightarrow F_{\text{veer}} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$



energie het vermogen om arbeid te kunnen verrichten. Vuistregel: een voorwerp bezit energie wanneer het in gedachten iets kapot kan maken (ravage kan aanrichten), bv. rijdende trein, steen op grote hoogte, gespannen veer, elektrische energie uit stopcontact, etc.

zwaarte-energie de energie die een massa bezit door zijn hoogte boven het aardoppervlak (of ander afgesproken niveau). Het laagst mogelijke energieniveau noemt men meestal 0 J.

kinetische energie energie die een massa bezit door zijn snelheid.

veerenergie energie die is opgeslagen in een ingedrukte- of uitgerekte veer.

potentiële energie verzamelnaam voor energie die 'in aanleg' aanwezig is, ofwel: energie die op een of andere manier is opgeslagen; alle soorten energie zijn potentiële energie E_{pot} behalve E_k (en warmte, maar dat is E_k op atomaire schaal); wanneer E_{pot} vrij komt wordt dit omgezet in E_k (en soms weer verder in andere soort E_{pot})

wet van behoud van energie in afgesloten systeem is totale hoeveelheid energie constant.

kinetische energie en arbeid wanneer tijdens beweging van een voorwerp arbeid wordt verricht ($W = x \text{ joule}$), dan verandert de kinetische energie van dat voorwerp (met $x \text{ joule}$)

- $W_{\text{tot}} = \Delta E_k = E_{k,\text{eind}} - E_{k,\text{begin}} = \frac{1}{2}mv_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2}mv_{\text{begin}}^2$ deze formule geldt altijd; uit formule zijn energiebalansen af te leiden; W_{tot} wordt ook genoteerd als ΣW

2 stappen om W_{tot} te berekenen

- **onderzoek welke krachten er werken**
- **bereken de arbeid die elke kracht heeft verricht** doe dit met $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$; zet bij elke arbeid W door welke kracht de arbeid is verricht, bv. $\Sigma W = W_{\text{door } F_z} + W_{\text{door } F_w}$
 - $W_{\text{door } F}$ **positief** rekenen indien F de snelheid wil doen toenemen
 - $W_{\text{door } F}$ **negatief** rekenen indien F de snelheid wil doen afnemen $\Rightarrow W_{\text{door } F_w}$ is altijd negatief

mogelijkheden

- $W_{\text{tot}} > 0 \Rightarrow E_k$ neemt toe $\Rightarrow$ snelheid wordt groter
- $W_{\text{tot}} < 0 \Rightarrow E_k$ neemt af $\Rightarrow$ snelheid wordt kleiner

- **situatie indien alleen F_z arbeid verricht (geen wrijving)**

indien een voorwerp van A naar B gaat (zie figuur), geldt:

$$\text{■ } W_{\text{tot}} = E_{k,B} - E_{k,A} \text{ met } W_{\text{tot}} = W_z = F_z \cdot s_{\text{verticaal}} = F_z \cdot (h_A - h_B)$$

$$= m \cdot g \cdot (h_A - h_B) = m \cdot g \cdot h_A - m \cdot g \cdot h_B = E_{z,A} - E_{z,B} \Rightarrow E_{k,B} = E_{k,A} + (E_{z,A} - E_{z,B}); \text{ hieruit volgt weer:}$$

- $(E_k + E_z)_{\text{in positie A}} = (E_k + E_z)_{\text{in positie B}}$ (energiebalans)

- **situaties met wrijving**

wanneer een voorwerp van positie A naar positie B gaat, geldt (energiebalans):

$$\text{■ } (E_k + E_z)_{\text{in positie A}} = (E_k + E_z)_{\text{in positie B}} + Q \quad (Q = \text{wrijvingswarmte})$$

wrijvingswarmte Q die ontstaat door F_w tijdens een verplaatsing s berekenen uit

- $Q = F_w \cdot s$
- $Q = \text{verlies aan } (E_k + E_z)$

wet van behoud van energie in afgesloten systeem is totale hoeveelheid energie constant

- $\Sigma E_{\text{in}} = \Sigma E_{\text{uit}}$ alle energie die het systeem in gaat moet er ook weer uitkomen

verrichten van arbeid tijdens dit proces wordt energie omgezet en/of overgedragen

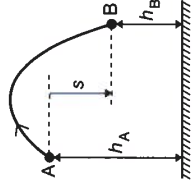
- **energieomzetting** energie verandert van soort
- **energieoverdracht** energie verandert van 'eigenaar'; er is, of omzetting, of overdracht, of een combinatie van beide

vermogen P (in J/s of Watt) vermogen zegt iets over geleverde prestatie in bepaalde tijd

P berekenen via

- $P = \frac{E}{t}$ energie die per seconde is omgezet of overgedragen
- $P = \frac{W}{t}$ arbeid die per seconde wordt verricht
- $P = \frac{Q}{t}$ warmte die per seconde wordt opgewekt of overgedragen

vervolg



kinetische energie en arbeid/energiebalans indien alleen F_z arbeid verricht.

Een steen wordt vanuit A met beginsnelheid 20 m/s schuin omhoog gegooid en belandt even later op een 6,0 m hoog dak.

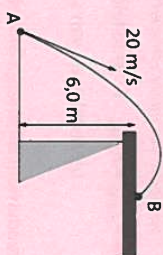
Er is geen luchtweerstand.

- *Met welke snelheid belandt de steen op het dak?*

Alleen F_z werkt dus geldt: $(E_k + E_{zA}) = (E_k + E_{zB})$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot (v_A)^2 + m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} m \cdot (v_B)^2 + m \cdot g \cdot h_B$$

$$\text{Delen door } m \text{ en invullen: } \frac{1}{2} \cdot 20^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot (v_B)^2 + 9,8 \cdot 6,0 \Rightarrow v_B = 17 \text{ m/s}$$



Vanaf 1,5 m hoogte spuit water horizontaal uit een tuinslang met een snelheid van 3,3 m/s.

De wrijving mag worden verwaarloosd.

- *Bereken de snelheid van het water wanneer het op de grond komt.*

De beginpositie noem je A; de eindpositie noem je B. Er is behoud van energie:

$$(E_k + E_{z\text{leind}} = (E_k + E_{z\text{begin}}) \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot (v_A)^2 + m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} m \cdot (v_B)^2 + m \cdot g \cdot h_B$$

$$\text{Delen door } m \text{ en invullen: } \frac{1}{2} \cdot (3,3)^2 + 9,8 \cdot 1,5 = \frac{1}{2} \cdot (v_B)^2 + 0 \Rightarrow v_B = 6,3 \text{ m/s}$$

kinetische energie en arbeid/energiebalans situaties met wrijving

Een blok ($m = 40,0 \text{ kg}$) heeft in A een beginsnelheid

van 18,0 m/s, schiet langs de helling omhoog en komt tot punt B. Tijdens de beweging geldt: $F_{w\text{max}} = 60,0 \text{ N}$.

- *Na hoeveel meter komt het blok tot stilstand?*

Tijdens de beweging verrichten F_w en F_z negatieve arbeid (negatieve arbeid, want zowel F_w als F_z werken de beweging tegen). $W_{\text{door } F_w} = -F_w \cdot s$ en $W_{\text{door } F_z} = -F_z \cdot \Delta h$. (Δh volgt uit: $\Delta h = s \cdot \sin \alpha$). Pas toe: $\Sigma W = \Delta E_k \Rightarrow W_{\text{tot}} = E_{k,B} - E_{k,A} \Rightarrow (-F_w \cdot s - F_z \cdot s \cdot \sin \alpha) = 0 - \frac{1}{2} m \cdot (v_{\text{begin}})^2 \Rightarrow s \cdot (60,0 + 40,0 \cdot 9,81 \cdot \sin 19,0^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 40,0 \cdot (18,0)^2 \Rightarrow s = 34,5 \text{ m}$

Vanaf 5,6 m boven de grond wordt een steen ($m = 80 \text{ g}$) vanuit een punt A met 11,0 m/s verticaal omhoog gegooid. De steen komt even later in punt B op de grond met 14,7 m/s.

- *Laat met een berekening zien dat de steen wrijving heeft ondervonden.*

Je moet nu kijken of $(E_k + E_{z\text{leind}})$ kleiner is dan $(E_k + E_{z\text{begin}})$. Zo ja, dan is er energieverlies door wrijving. In het begin geldt: $E_k + E_z = \frac{1}{2} m \cdot (v_A)^2 + m \cdot g \cdot h_A$

$$\text{Invullen levert: } (E_k + E_{z\text{begin}}) = \frac{1}{2} \cdot 0,080 \cdot (11,0)^2 + 0,080 \cdot 9,8 \cdot 5,6 = 9,2 \text{ J}$$

$$E_{\text{leind}} = \frac{1}{2} m \cdot (v_B)^2 \text{ (want er is geen } E_z \text{ meer)} = \frac{1}{2} \cdot 0,080 \cdot (14,7)^2 = 8,6 \text{ J} \Rightarrow \text{er is een energieverlies van } (9,2 - 8,6) \text{ J} = 0,6 \text{ J}.$$

Gegeven is nu dat de steen vanaf A een hoogte bereikte van 6,0 m boven punt A.

- *Bereken hoe groot de wrijvingskracht dan gemiddeld is geweest.*

Het energieverlies (0,6 J) komt door de wrijvingskracht $\Rightarrow$ deze heeft een arbeid verricht van $-0,6 \text{ J} \Rightarrow W_{\text{door } F_w} = F_w \cdot s \cdot \cos \alpha = -0,6 \text{ J}$. s is de totaal afgelegde afstand tot de grond $= 6,0 \text{ m} + 6,0 \text{ m} = 12,0 \text{ m}$. Invullen: $F_w \cdot 12,0 \cdot \cos 180^\circ = -0,6 \Rightarrow F_w = 0,05 \text{ N}$

vermogen de hoeveelheid energie die per seconde wordt omgezet/overgedragen, of de hoeveelheid arbeid die per seconde wordt verricht (twee gelijkwaardige definities).

begrippen en relaties energieomzettingen

vermogen P vervolg

vermogen van motor van voertuig dat met constante snelheid v rijdt:

$$\blacksquare P_{\text{motor}} = F_{\text{motor}} \cdot v \text{ af te leiden uit } P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot \frac{s}{t} = F \cdot v; \text{ ook te gebruiken om vermogen}$$

uit te rekenen van spieren: $P_{\text{spier}} = F_{\text{spier}} \cdot v$

rendement bij energieomzetting/overdracht

$$\blacksquare \eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} \cdot 100\% \text{ bij auto's geldt: } E_{\text{nuttig}} = W_{\text{nuttig}} = P_{\text{motor}} \cdot t = F_{\text{motor}} \cdot s$$

$$\blacksquare \eta = \frac{P_{\text{nuttig}}}{P_{\text{in}}} \cdot 100\%$$

voorbeelden van energiebalansen '→' teken betekent: 'wordt omgezet in'

$$\blacksquare \text{vrije val vanuit rust vanaf hoogte } h \quad E_z \rightarrow E_k \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow gh = \frac{1}{2}v^2$$

$$\blacksquare \text{val vanuit rust vanaf hoogte } h \text{ met wrijving } E_z \rightarrow E_k + Q \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 + Q;$$

Q te bepalen met $F_{w, \text{gemidd}} \cdot s$

 $\blacksquare$ verticale worp vanaf hoogte h

$$(E_k + E_z)_{\text{beginpositie}} \rightarrow (E_k + E_z)_{\text{eindpositie}} + Q$$

Q weer te bepalen met $F_{w, \text{gemidd}} \cdot s$

 $\blacksquare$ ongedempte harmonische trilling $E_k \leftrightarrow E_{\text{potentieel}}$

$E_{\text{potentieel}}$ is vaak E_z en/of E_{veer} ; in situatie

$$\text{hiernaast: } E_k \leftrightarrow E_{\text{veer}} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 \leftrightarrow \frac{1}{2}kx^2$$

Er geldt: $E_k \text{ blok in A} = E_{\text{veer, B}} = E_k \text{ blok in C etc.}$

 $\blacksquare$ stuitende bal op trommel, zonder energieverlies

in figuur 1 geldt: $E_{zA} = E_{kB} = E_{zC} = \text{etc.}$

 $\blacksquare$ stuitende bal op trommel, met energieverlies tijdens stuiten

verlies is vaak vast percentage, bv. terugstuitfactor = k

$$(k < 1) \text{ dan geldt (fig. 2): } E_{zA} = E_{kB}; E_{zC} = k \cdot E_{zA}; E_{zD} = E_{kD}$$

$$E_{zE} = k \cdot E_{kD} = k^2 \cdot E_{zA} \text{ etc.}$$

 $\blacksquare$ remmen tot stilstand: $E_k \rightarrow Q \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = F_{\text{rem}} \cdot s$;

formule geldt ook voor warmteontwikkeling bij bereiken van (onder)grond

energiehuishouding van menselijk lichaam energieomzetting: $E_{\text{ch}} \rightarrow E_{\text{mechanisch}} + Q$

kenmerkt zich door

 $\blacksquare$ evenwicht tussen opgenomen energie en warmte/energieafgifte indien opgenomen energie > warmte/energieafgifte $\Rightarrow$ lichaam slaat teveel op in vorm van vet

$\blacksquare$ opname van energie geschiedt via voedsel en drank; wordt sterk beïnvloed door levensstijl; opgenomen energie is chemische energie

$\blacksquare$ warmteafgifte geschiedt door geleiding, uitstraling (infrarood) en verdamping van zweet (verdampen kost energie)

vervolg

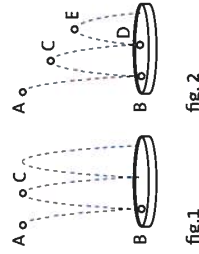
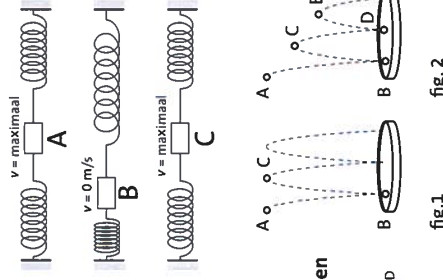


fig. 2

fig. 1

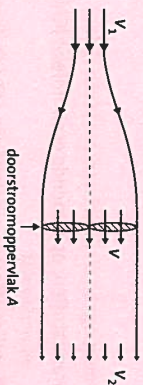
energie uit wind

De rotor van een bepaalde windmolen is 45 m lang. Wanneer de windmolen draait, dan kan de rotor gezien worden als een schijf met oppervlakte A , waar energie door heen stroomt.

Vóór de rotor is de windsnelheid v_1 , na het passeren van de rotor is de snelheid v_2 . Zie figuur. Voor een goed rendement van de molen moet gelden: $0 < v_2 < v_1$

**Leg dit uit:**

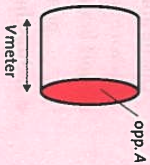
- Wanneer $v_2 = 0$ m/s, dan is de rotor als het ware een dichte plaat en draait er niets $\Rightarrow$ je kunt geen energie uit de wind halen.
- Wanneer $v_2 = v_1$, dan verliest de wind geen E_k en is het rendement ook nul.



- Door een oppervlak A waait een wind met v m/s. Toon aan dat het vermogen van deze wind wordt gegeven door de formule $P = \frac{1}{2} \rho A v^3$, met $\rho = \text{dichtheid van de lucht}$.

In 1 sec. passeert V m³ lucht. Voor de E_k hiervan geldt: $E_k = \frac{1}{2} m v^2$ met

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot A \cdot v \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} (\rho A v) v^2 = \frac{1}{2} \rho A v^3 \Rightarrow P = \frac{E}{t} = \frac{\frac{1}{2} \rho A v^3}{1} = \frac{1}{2} \rho A v^3 \text{ Watt}$$



Het rendement van de molen is 50%. Een gezin verbruikt per jaar 3340 kWh aan elektrische energie.

- Bereken hoe lang deze windmolen bij windkracht 5 (neem voor v dan 10 m/s) moet draaien om deze energie te leveren.

$$\begin{aligned} \text{Voor } A \text{ geldt: } A &= \pi r^2 = \pi \cdot (45)^2 = 6,36 \cdot 10^3 \text{ m}^2, \rho = 1,29 \text{ kg m}^{-3} \Rightarrow P_{\text{nuttig}} = \eta \cdot \frac{1}{2} \rho A v^3 \\ &= 0,50 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6,36 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot (10)^3 = 2,051 \cdot 10^6 \text{ W} \Rightarrow t = \frac{E}{P} = \frac{3340 \text{ kWh}}{2051 \text{ kW}} = 1,6 \text{ h} \end{aligned}$$

energieomzetting bij auto

Een auto heeft bij een snelheid van 100 km/h een verbruik van '1 op 12', d.w.z. op 12 km wordt 1 liter brandstof verbruikt. Bij deze snelheid ondervindt de auto een totale wrijvingskracht van 680 N. De tank bevat 40 liter benzine.

- Bereken hoeveel energie in principe voor de auto beschikbaar is.

De verbrandingswarmte van benzine bedraagt $33 \cdot 10^9$ J/m³ (Binas 28B).

$$\text{Er is beschikbaar: } 40 \cdot 10^{-3} \cdot 33 \cdot 10^9 \text{ J} = 1,3 \cdot 10^9 \text{ J}$$

- Bereken het rendement van de automotor.

$$\eta = \frac{W_{\text{nuttig}}}{E_{\text{opgenomen}}} \cdot 100\%, \text{ met } E_{\text{opgenomen}} = 1,3 \cdot 10^9 \text{ J. Tevens geldt: } W_{\text{nuttig}} = F_{\text{motor}} \cdot s$$

Omdat de snelheid van de auto constant is, geldt: $F_{\text{motor}} = F_w = 680 \text{ N}$

De afstand s die wordt afgelegd, volgt uit: met 1 liter $\Rightarrow$ 12 km rijden, dus met 40 liter $\Rightarrow$ 40 · 12 = 480 km rijden $\Rightarrow W_{\text{nuttig}} = F_{\text{motor}} \cdot s = 680 \text{ N} \cdot 480 \cdot 10^3 \text{ m} = 3,26 \cdot 10^8 \text{ J}$

$$\Rightarrow \eta = \frac{W_{\text{nuttig}}}{E_{\text{opgenomen}}} \cdot 100\% = \frac{3,26 \cdot 10^8}{1,3 \cdot 10^9} \cdot 100\% = 25\%$$

begrippen en relaties energieomzettingen

energiehuishouding van menselijk lichaam vervolg

■ **evenwicht tussen opgenomen energie en warmte/energieafgifte**

- **energieafgifte** geschiedt door verrichten van arbeid
 - **inwendige arbeid** bv. doen slaan van het hart; bewegen van ribbenkast tijdens ademen
 - **uitwendige arbeid** bv. verrichte werkzaamheden; wordt sterk beïnvloed door levensstijl

energiegebruik in het verkeer (auto rijden) nu nog steeds grootschalig gebruik van fossiele brandstoffen; opkomende economieën (China, India) versterken dit effect

dit veroorzaakt

- **milieueffecten** uitstoot van CO_2 (broeikaseffect), NO_x , SO_2 , fijnstof, benzeen en polycyclische aromatische koolwaterstoffen (kankerverwekkend)
uitstoot is, naast de hoeveelheid auto's, tevens afhankelijk van
- **soort brandstof** diesel heeft relatief veel uitstoot van NO_x en fijnstof; benzine produceert in vergelijking met diesel meer CO_2
- **technische staat van motor**

energiebesparing in het verkeer (auto rijden) te bereiken door minder auto rijden; kleinere/zuinigere auto rijden; rijstijl bestuurder verbeteren (bv. minder hard rijden, eerder schakelen)

- **rendement η van auto als geheel verhogen** bijvoorbeeld door verhoging rendement motor door innovatieve ontwikkelingen zoals turbo (normaal geldt: $\eta \approx 25\%$ (benzinemotor) en $\eta \approx 35\%$ (dieselmotor)); stroomlijn auto verbeteren (bv. bekapping achter auto in plaats van op dak), frontaal oppervlak verkleinen, rolweerstand van auto verlagen (door juiste bandenspanning), gebruik van onderdelen in auto minimaliseren bv. verwarming, airco, cruise control

opslag van energie opgeslagen energie bevindt zich in 'energiebronnen'

mogelijke vormen van opslag

- **fossiele brandstoffen** zoals steenkool, olie, gas; toegepast bij auto's, elektriciteitscentrales, verwarming van gebouwen; hoge productie van CO_2 (broeikaseffect) en NO_x ; fossiele brandstoffen zijn ontstaan uit zonne-energie (uit plantenresten); brandstoffen raken op den duur op; grootschalig gebruik hiervan is geen duurzame ontwikkeling
- **kernenergie** energie uit splijting van zware kernen (vaak ^{235}U); heeft grote energiedichtheid; geen CO_2 productie; redelijke voorraad ^{235}U aanwezig; gevaar van ongelukken met kerncentrales (Tsjernobyl, Fukushima); grootschalig gebruik hiervan is geen duurzame ontwikkeling
- **accu** bv. in elektrische auto's en fietsen, moet steeds worden opgeladen; belastend voor milieu
- **waterstofcel** energie ontstaat doordat waterstof en zuurstof een verbinding aangaan; productie van waterstof en zuurstof kost energie (vaak uit fossiele brandstoffen)

energieomzetting bij harmonische slinger

Een massa slingert aan een koord met lengte ℓ (zie fig.).

- Bereken met behulp van energieomzetting de snelheid waarmee de massa punt Q passeert. (geen wrijving)

Er geldt voor de beweging van P naar Q: $E_P \rightarrow E_Q$

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_Q)^2 \Rightarrow g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot (v_Q)^2$$

Δh is te vinden uit de figuur: $\Delta h = SQ - SP^* = \ell - \ell \cdot \cos 20^\circ$

$$\Rightarrow g \cdot (\ell - \ell \cdot \cos 20^\circ) = \frac{1}{2} \cdot (v_Q)^2 \Rightarrow (\text{invullen})$$

$$v_Q = 1,17 \text{ m/s} = 1,2 \text{ m/s}$$

- Controleer bovenstaand antwoord met de formule

$$v_{\max} = \frac{2\pi A}{T} \text{ van pag. 8. (Voor de slinger tijd van een harmonische slinger geldt: } T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \text{)}$$

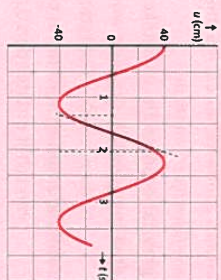
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1,20}{9,81}} = 2,20 \text{ s; de amplitude is bij benadering gelijk aan de afstand } r \text{ (zie fig.)} = \ell \cdot \sin 20^\circ = 1,20 \cdot \sin 20^\circ = 0,41 \text{ m} \Rightarrow v_{\max} = \frac{2\pi A}{T} \Rightarrow v_{\max} = \frac{2\pi \cdot 0,41}{2,20} = 1,2 \text{ m/s}$$

Hoe volgt deze snelheid uit het u, t -diagram van de trilling?

Deze $v_{\max}$ is ook te halen uit de maximale steilheid in het u, t -diagram.

Teken raaklijn in steilste punt en bepaal r.c.

$$\text{(zie fig.)} \Rightarrow r.c._{\text{raaklijn}} = \frac{0,80}{2,05 - 1,35} = 1,1 \text{ m/s}$$

**energiegebruik in het verkeer**

Tegenwoordig wordt de vraag gesteld of bestelauto's nog wel pakjes moeten bezorgen.

Sommige internetbedrijven willen pakjes gaan afleveren per drone (mini-helicopter).

Mensen moeten dan wel een afgeschermd tuin hebben, waar het pakje kan worden gedropt.

De discussie is: kost bezorgen per drone niet veel meer energie dan per bestelauto? Er bestaan drones met een vermogen van 500 W; zij kunnen 40 min in de lucht blijven (en

kunnen dan 5 kg tillen (incl. pakket); reikwijdte 16 km). Ga ervan uit dat zo'n drone 50 keer

een vlucht van 40 min. maakt om een pakje af te leveren.

We vergelijken dit met een bestelauto, die in één rit van 50 km 50 pakjes aflevert. Daarbij

wordt 5,0 L diesel (gasolie) gebruikt.

- Toon aan dat vliegen met een drone qua energieverbruik voordeliger is dan rijden met een bestelbus.

De drone vliegt gedurende $t = 50 \cdot 40 \cdot 60 \text{ s} = 1,2 \cdot 10^5 \text{ s} \Rightarrow$ de drone verbruikt $E = P \cdot t$

$= 500 \cdot 1,2 \cdot 10^5 = 60 \text{ MJ}$. De bestelbus verbruikt $E = r_v \cdot V$ met $r_v =$ stookwaarde van gasolie

$= 36 \cdot 10^3 \text{ J/m}^3$ (tabel 28B) en $V = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \Rightarrow E = 36 \cdot 10^3 \cdot 5,0 \cdot 10^{-3} = 180 \text{ MJ}$. Dit is drie

maal zoveel energie als de drone verbruikt.

- Bedenk twee natuurkundige redenen waarom het gebruik van de bestelbus qua energie-verbruik nadelig is, ondanks het feit dat de bus maar één keer rijdt.

- De bus sleept voornamelijk zijn eigen massa ($> 1200 \text{ kg}$) mee, dat kost veel energie.
- Het rendement van een dieselmotor is lager dan van een elektromotor.

6 Gravitatie

zonnestelsel stelsel van zon + planeten; stelsel wordt bijeen gehouden door gravitatiekracht van de zon; diameter zonnestelsel: ca. 40 maal afstand aarde-zon

■ **zon** staat in centrum van zonnestelsel; gegevens

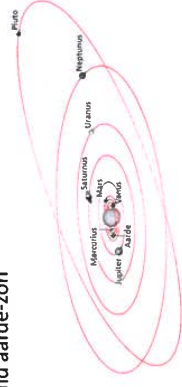
Binas 32C; leeftijd zon is $\pm 4,5 \cdot 10^9$ j

■ **planeten** draaien rondom zon, nagenoeg in cirkelbanen; planeten draaien tevens om eigen as; rondom planeten draaien vaak manen; gegevens planeten: Binas 31

■ **asteroïdegordel** gordel van materie, draait om zon in baan tussen Mars en Jupiter

■ **kometen** brokstukken, bestaande uit ijs, gas en stof; draaien vaak in ellipsbaan rondom zon

■ **meteoroiden** kleine stukjes materie (steen, stof, ijs) die in ruimte bewegen; deel dat na passeren van dampkring op aarde inslaat heet meteoriet



ontstaan zonnestelsel ca. 4,5 miljard jaar geleden uit enorme gaswolken in ruimte

drie fasen tijdens ontstaan

■ **gravitatiecontractie** gaswolken trekken samen door zwaartekracht

■ **draaiing gaswolk** draaiing wordt steeds sterker (als bij kunstschaatser die armen naar binnen trekt); er ontstaat platte roterende schijf van materie

■ **samenklontering materie** in centrum van schijf ontstond de zon; in delen buiten centrum van schijf ontstonden o.a. planeten

bewegingen van aarde en maan zie ook Binas 31

verschillende bewegingen vinden tegelijkertijd plaats

■ **rotatie van aarde rondom zon** duur: 365,25 dagen $\Rightarrow$ elke 4 jaar is schrikkeljaar nodig (366 dagen)

■ **bestaan van seizoenen** veroorzaakt door rotatie van aarde rondom zon, in combinatie met scheve stand ($23,5^\circ$) van aardas t.o.v. baanvlak; zie fig.

■ **rotatie van aarde om eigen as** duur van één omwenteling is 23,93 h; door beweging van aarde om zon duurt een dag 24,00 h

■ **draairichting van aarde** naar het oosten

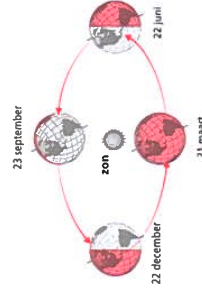
■ **richting aardas** in noorden steeds gericht naar poolster $\Rightarrow$ poolster lijkt voor ons stil te staan; sterrenhemel draait vanuit ons standpunt om poolster heen in cirkels; dit als gevolg van beweging van aarde om eigen as

■ **afwisseling van dag en nacht** veroorzaakt door rotatie van aarde om eigen as

■ **eb en vloed** veroorzaakt door aantrekkingskracht van zeewater door maan (en zon) in combinatie met draaiende aarde

■ **rotatie van maan om aarde** duur van één omwenteling is 27,3 d; door beweging van aarde om zon duurt de tijdsperiode tussen 2 volle manen 29,5 d; zie voorbeeld pag. 71

■ **rotatie van maan om eigen as** duurt óók 27,3 d; gevolg: maan staat steeds met dezelfde kant naar ons gekeerd



gravitatiekracht aantrekkende kracht die twee massa's op elkaar uitoefenen (zie pag. 74).

model van zonnestelsel

Stel je de zon voor als een voetbal met een diameter van 22 cm.

- *Hoe groot moet je je dan de aarde voorstellen en op welke afstand staat de aarde dan?*

$$\text{Gebruik tabel 3.1 en 3.2: } \frac{\text{straal aarde}}{\text{straal zon}} = \frac{6,371 \cdot 10^6}{6,963 \cdot 10^8} = \frac{1}{109} \Rightarrow \text{de aarde is dan een balletje}$$

met diameter $\frac{22}{109}$ cm = 2,0 mm, dus zo groot als een peperkorreltje; verder geldt:

$$\frac{\text{afstand zon-aarde}}{\text{straal zon}} = \frac{1,496 \cdot 10^{11}}{6,963 \cdot 10^8} = \frac{1}{215} \Rightarrow \text{afstand aarde tot zon is dan } 215 \cdot 11 \text{ cm} = 24 \text{ m}$$

$\Rightarrow$ aarde moet je je voorstellen als een peperkorreltje op 24 m afstand van de voetbal.

- *Hoe groot is in dit model het zonnestelsel (beschouw Pluto als buitenkant zonnestelsel)?*

$$\text{afstand zon-aarde} = 0,1496 \cdot 10^{12} \quad 5,91 \cdot 10^{12} = 39,5 \Rightarrow \text{diameter zonnestelsel is te vergelijken met}$$

$39,5 \cdot 24 \cdot 2 \text{ m} = 1,9 \cdot 10^3 \text{ m}$. Dit is voor te stellen als 17 voetbalvelden achter elkaar met in midden de zon als een voetbal.

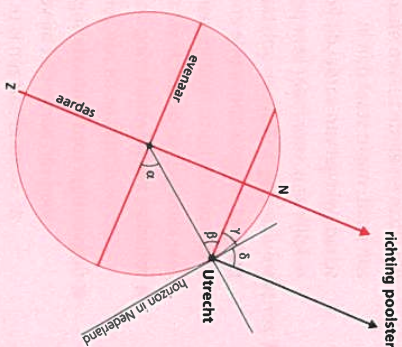
poolshoogte nemen

De aardas wijst het gehele jaar in de richting van de poolster. Utrecht ligt op $52,0^\circ$ noorderbreedte, dus $\angle \alpha$ in de figuur is $52,0^\circ$.

- *Leg uit dat de hoek tussen de richting waarin je de poolster ziet en de horizon ($\angle \delta$ in de figuur) dan ook $52,0^\circ$ is (je neemt dan poolshoogte).*

$\angle \alpha$ is gelijk aan $\angle \beta$ (Z-hoeken). $\angle (\beta + \gamma)$ moet $90,0^\circ$ zijn, dus $\angle \gamma$ is $90,0^\circ - 52,0^\circ = 38,0^\circ$.

De hoeken $(\gamma + \delta)$ moeten samen ook $90,0^\circ$ zijn, dus $\angle \delta$ is $90,0^\circ - 38,0^\circ = 52,0^\circ$



lusbeweging van Mars

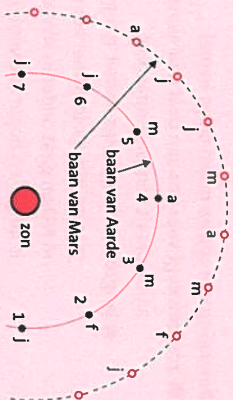
De planeet Mars maakt, van de aarde uit gezien een lusbeweging: hij gaat heen, terug en dan weer heen. (→)

In de figuur hiernaast zie je de posities van de Aarde en Mars getekend in hun banen om de zon voor de maanden januari t/m juli.

- *Laat aan de hand van deze figuur zien dat er inderdaad een lusbeweging ontstaat.*

Teken bij elke maand de verbindingslijn.

In januari zien wij Mars in de richting van pijl 1; in februari in de richting van pijl 2 etc.



vervolg

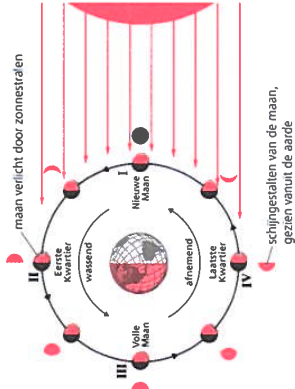
Binas: zonnestelsel (31)

astronomische eenheid 1AE veel gebruikte afstandsmaat in astronomie; het is de afstand aarde-zon. Er geldt: $1 \text{ AE} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$ (tabel 5)

schijngestalten van de maan

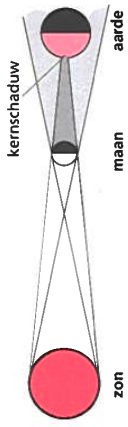
kenmerkende fasen gedurende 29,5 dagen

- **nieuwe maan** positie I; zon beschijnt rechterkant van maan; we zien de maan niet verlicht
- **eerste kwartier** positie II; vanuit aarde gezien is rechterhelft van maan verlicht
- **volle maan** positie III; zon beschijnt maan volledig; dit is mogelijk omdat maan iets boven of onder de lijn zon-aarde staat
- **laatste kwartier** positie IV; vanuit aarde gezien is linkerhelft van maan verlicht



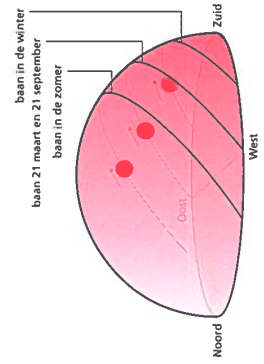
verduisteringen

- **maansverduistering** kan alleen ontstaan in positie III, in geval zon, aarde en maan op één lijn staan en aarde tussen maan en zon staat; maan staat dan in schaduwkegel van aarde; dit komt redelijk vaak voor (paar keer per jaar)
- **zonsverduistering** kan alleen ontstaan in positie I, in geval zon, aarde en maan op één lijn staan en maan tussen aarde en zon staat; ook dit komt redelijk vaak voor (paar keer per jaar); kernschaduw is maar op zeer klein gebied op aarde waarneembaar
- **volledige zonsverduistering** maan dekt zon precies af; alleen hete gassen rondom zon zijn zichtbaar, de zon zelf niet
- **ringvormige zonsverduistering** maan draait in ellips rond aarde en staat nu verder weg van aarde dan bij volledige zonsverduistering; maan dekt zon niet volledig af $\Rightarrow$ rand van zon is te zien
- **gedeeltelijke zonsverduistering** maan lijkt 'hap' weg te nemen uit zon



beweging van zon en maan langs hemel

- **zon beweegt voor ons van oost naar west** want aarde draait van west naar oost
- **lengte van boog langs hemel** hangt af van jaargetijde; bv. in zomer komt zon op in NO en gaat onder in NW $\Rightarrow$ baan is langer en hoger; zie verder fig.
- **maan beweegt ook van oost naar west** langs hemel dit vanwege zelfde oorzaak: aarde draait van west naar oost



Iusbeweging van Mars vervolg

De richting van de pijlen wordt van 1 naar 2 meer verticaal; van 2 via 3, 4, 5 steeds meer horizontaal; van 5 via 6 naar 7 weer steeds meer verticaal; je ziet een Iusbeweging.

Beweging van maan om aarde

Onze maan doet er 27,3 dagen over om eenmaal rond de aarde te draaien.

Dat is van stand I naar stand II in de figuur.

- *Leg uit dat het pas weer volle maan is in stand III, en niet in stand II.*

Pas in stand III staan zon, aarde en maan weer in een lijn; in stand II is dat niet zo.

De tijd tussen twee volle manen is 29,5 d.

Dit is in de figuur van stand I naar stand III.

In deze 29,5 d is de aarde over een hoek α gedraaid rond de zon.

- *Bereken deze hoek α .*

In 365,26 d draait de aarde een rondje om de zon (tabel 31); dit komt overeen met $360^\circ \Rightarrow$ in 29,5 d wordt gedraaid over een hoek van $\frac{29,5}{365,25} \cdot 360^\circ = 29,1^\circ$

De maan is op dat moment gedraaid over een hoek van $360^\circ + 29,1^\circ = 389,1^\circ$

- *Bereken met behulp van deze $389,1^\circ$ de tijd tussen twee opeenvolgende volle manen.*

$389,1^\circ$ komt overeen met $\frac{389,1}{360} = 1,0808$ omwenteling $\Rightarrow$ dit duurt $1,0808 \cdot 27,3 \text{ d} = 29,5 \text{ d}$

Beweging van de sterren

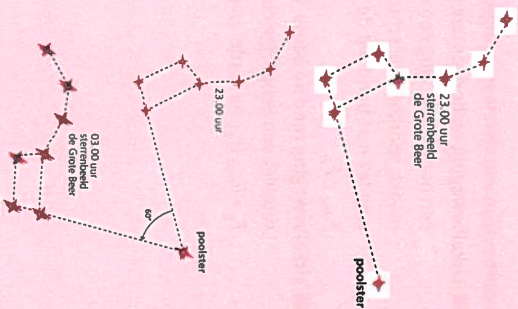
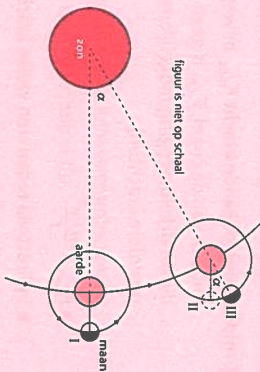
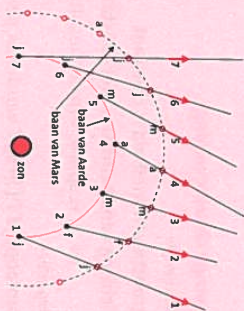
Hiernaast zie je het sterrenbeeld 'de Grote Beer' aan de hemel, op een bepaalde dag om 23.00 uur 's avonds. Ook de poolster is aangegeven.

- *Berekeneer hoe de stand van deze sterren is om 3.00 uur 's nachts.*

Er zijn dan 4,00 uur verstreken $\Rightarrow$ de aarde is in die tijd gedraaid over $\frac{4,00}{24,0} \cdot 360^\circ = 60^\circ$

De sterrenhemel is dan vanuit de aarde bezien dus ook gedraaid over 60° . De poolster draait niet en de andere sterren draaien om de poolster heen. De

aarde draait, naar de N-pool kijkend, naar het oosten, dus rechtsom (met de klok mee) $\Rightarrow$ de sterren draaien vanaf de aarde gezien tegen de klok in. Zie verder de figuur.



eenparige cirkelbeweging*kenmerken*

- **grootte van snelheid is constant**
- **richting van snelheid is niet constant** snelheid verandert $\Rightarrow$ er is sprake van versnelling $\Rightarrow$ er is sprake van een resulterende kracht

begrippen

- **omlooptijd T (in s)** T wordt ook periode genoemd
- **omloopfrequentie f** aantal omlopen per seconde (in Hertz = $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$); $f = \frac{1}{T}$
- **toerental** aantal omwentelingen per tijdseenheid, meestal per minuut
- **baanstraal** straal van de cirkelbaan $= r$
- **baansnelheid $v = \frac{2\pi r}{T}$** $v =$ snelheid langs cirkelbaan
- **middelpuntzoekende kracht F_{mpz}** beweging is mogelijk door een resulterende kracht naar midden van de cirkel; F_{mpz} is geen nieuw soort kracht; het is de naam van de kracht die de cirkelbeweging mogelijk maakt, bv. F_w of F_{span} (vaak is F_{mpz} de resultante van meerdere krachten)

middelpuntzoekende kracht op 2 manieren te vinden

- **$F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$** dit is directe manier van berekenen

- **indirect via redeneren welke kracht de F_{mpz} levert**

veel gebruikte redenering bij cirkelbewegingen

- **is er een eenparige cirkelbeweging, dan moet er een F_{mpz} zijn**

dit is een redenering achteraf; het is vaak de kunst om uit te zoeken welke kracht het is geweest die F_{mpz} vormde

- **middelpuntzoekende versnelling $a_{\text{mpz}} = \frac{v^2}{r}$** versnelling wijst naar midden van de cirkel;

$$\text{formule } F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot \frac{v^2}{r} \text{ is vorm van de formule } F = m \cdot a \Rightarrow a_{\text{mpz}} = \frac{v^2}{r}$$

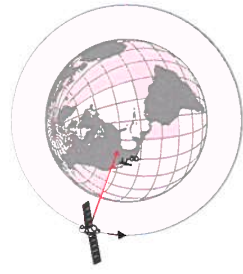
voorbeelden van cirkelbewegingen met één kracht als F_{mpz}

- **cirkelbeweging op horizontale weg** wanneer een auto op een horizontale weg een eenparige cirkelbeweging maakt, voorkomt de schuifwrijvingskracht van wegdek met band dat de auto uit de bocht vliegt $\Rightarrow$

$$F_{\text{mpz}} = F_w$$

- **cirkelbeweging rond de aarde** wanneer de maan of een satelliet een eenparige cirkelbeweging uitvoert geldt:

$$F_g = F_{\text{mpz}} \text{ (} F_g \text{: zie verder pag. 74)}$$



eenparige cirkelbeweging cirkelbeweging waarbij de grootte van de snelheid constant is.

verwante begrippen zijn:

- omlooptijd T tijd nodig om bij een cirkelbeweging één volledige cirkel te doorlopen.
- baansnelheid v snelheid, gemeten langs de (cirkel)baan (in m/s).
- middelpuntzoekende kracht de kracht (of resulterende kracht) die ervoor zorgt dat een voorwerp een eenparige cirkelbeweging kan uitvoeren. De kracht wijst altijd naar het midden van de cirkel.

baansnelheid

Utrecht ligt op 52° NB. Door de draaiing van de aarde doorloopt men daar een cirkelbaan (zie fig.) $\Rightarrow$ men heeft er een bepaalde baansnelheid.

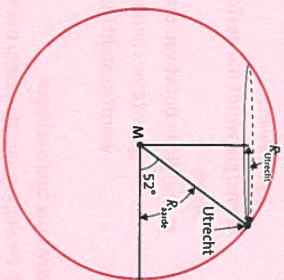
- Bereken de grootte van deze baansnelheid in km/h.

De straal van de cirkelbaan aan volgt uit (zie fig.)

$$R_{\text{Utrecht}} = R_{\text{aarde}} \cdot \cos 52^\circ = 6,4 \cdot 10^6 \cdot \cos 52^\circ = 3,94 \cdot 10^6 \text{ m};$$

$$\text{de omlooptijd } T = 24 \text{ h} \Rightarrow v = \frac{2\pi R_{\text{Utrecht}}}{T} = \frac{2\pi \cdot 3,94 \cdot 10^6}{24 \cdot 3600}$$

$$\Rightarrow v = 2,87 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ km/h}$$



auto in de bocht

Kiki neemt met haar auto een bocht op een weg die horizontaal ligt. Hiernaast is de situatie getekend in bovenaanzicht, inclusief schaal.

- Bepaal uit de figuur de straal r van de bocht, die de auto neemt.

Gebruik de methode, zoals beschreven op pag. 76. Dit levert $r \approx 37 \text{ m}$.

De kracht die de vereiste middelpuntzoekende kracht levert, is de wrijvingskracht op de wielen. Daarvoor geldt: $F_{w,\text{max}} = f \cdot F_N$ (zie pag. 54). De maximale snelheid, die de auto in de bocht mag hebben, wordt dan gegeven door de formule $v_{\text{max}} = \sqrt{r \cdot f \cdot g}$ (g versnelling van zwaartekracht).

- Leid deze formule af.

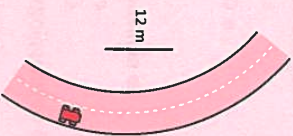
Bij maximale snelheid is de $F_{w,\text{max}}$ bereikt. Deze levert de benodigde F_{mpz}

$$\Rightarrow F_{w,\text{max}} = F_{\text{mpz}} \Rightarrow f \cdot F_N = \frac{m \cdot v_{\text{max}}^2}{r} \Rightarrow f \cdot m \cdot g = \frac{m \cdot v_{\text{max}}^2}{r} \Rightarrow v_{\text{max}} = \sqrt{r \cdot f \cdot g}$$

De waarde van f is gelijk aan 0,45.

- Bereken de maximale snelheid (in km/h) waarmee Kiki de bocht kan nemen..

$$\text{Invullen: } v_{\text{max}} = \sqrt{37 \cdot 0,45 \cdot 9,81} = 12,8 \text{ m/s} = 46 \text{ km/h}$$



achtbaan

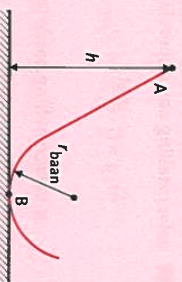
In een achtbaan mogen bezoekers in B een versnelling ondervinden van maximaal $5,2g$. Zie figuur.

- Toon aan dat dan mag worden gestart vanaf een maximale hoogte $h = 2,6 \cdot r_{\text{cirkelbaan}}$ (verwaarloos wrijving).

Voor de beweging van A naar B geldt: $E_z \rightarrow E_k$

vervolg

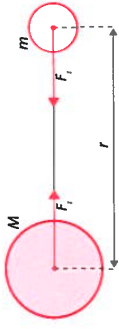
Binas: formules (35A2)



gravitatie (Newton)

- **gravitatiekracht** $F_g = G \cdot \frac{mM}{r^2}$ beschrijft gravitatie-

kracht F_g tussen twee massa's; G = gravitatie-constante = $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$; M en m zijn de elkaar aantrekkende massa's (in kg); r = afstand (in m) tussen massamiddelpunten van M en m ; gravitatiekrachten op M en m zijn even groot: gravitatiewisselwerking is voorbeeld van actie-reactie



- **gravitatie-energie** $E_g = -G \frac{mM}{r}$ beschrijft 'zwaarte-energie' die massa m in het

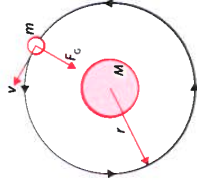
gravitatieveld van massa M heeft

uitgangspunt

- **energie wordt nul gesteld in oneindige** zie pag. 77

gevolg

- **energie in buurt van massa M wordt negatief** zie pag. 77; bij berekeningen over gravitatie-energie gaat het altijd om energieverschillen $\Rightarrow$ waar energie nul wordt gesteld maakt eigenlijk niet uit

**gravitatie toepassingen**

- **beweging van planeten, manen en satellieten**

wanneer massa m een cirkelbaan beschrijft rondom massa M geldt:

- **F_g doet dienst als F_{mpz}**

hieruit volgt

- $G \cdot \frac{mM}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ formule wordt vaak gecombineerd met $v = \frac{2\pi r}{T}$

dit levert: $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M}$ T is omlooptijd van massa m

- **numerieke modellen** te gebruiken om bewegingen te beschrijven; levert in algemeen elliptische en hyperbolische banen op voor planeten, kometen, manen en satellieten; zie verder pag. 149 e.v.

- **ontsnappingsnelheid** om te kunnen ontsnappen van planeet met massa M moet E_k minimaal gelijk zijn aan gravitatie-energie E_g die zal ontstaan $\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = G \frac{mM}{r} \Rightarrow$

$$\text{ontsnappingsnelheid} = v_{\text{ontsnapping}} = \sqrt{\frac{2GM_{\text{planeet}}}{R_{\text{planeet}}}}$$

- **ontsnappingsnelheid aarde** $v_{\text{ontsnapping}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6}} = 11,2 \text{ km/s}$

- **valversnelling aan oppervlak planeet** op oppervlak van planeet geldt: $F_z = F_g \Rightarrow$

$$m \cdot g = G \cdot \frac{mM}{r^2} \Rightarrow g_{\text{aan oppervlak planeet}} = G \cdot \frac{M_{\text{planeet}}}{(R_{\text{planeet}})^2}$$

- **valversnelling aarde (evenaar)** $g_{\text{aarde}} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,972 \cdot 10^{24}}{(6,371 \cdot 10^6)^2} = 9,81 \text{ m/s}^2$

dit verschilt van de gemeten waarde ($9,78 \text{ m/s}^2$); zie voorbeeldopgave pag. 77

achtbaan vervolg

Hieruit volgt: $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ ofwel $v^2 = 2 \cdot g \cdot h$ Voor a_{mpz} bij punt B geldt: $a_{mpz} = \frac{v^2}{r} =$
 (maximaal) $5,2g \Rightarrow 5,2g = \frac{2 \cdot g \cdot h}{r_{\text{cirkelbaan}}} \Rightarrow h_{\text{max}} = 2,6 \cdot r_{\text{cirkelbaan}}$

satelliet met geostationaire cirkelbaan er wordt dan door een satelliet zó rond de aarde gecirkeld, dat deze boven een vast punt op de evenaar stil lijkt te staan. Dan geldt:

$$T_{\text{satelliet}} = T_{\text{aarde}} \Rightarrow T_{\text{satelliet}} = 0,9973 \text{ dag (Binas 31)}$$

- *Bereken op welke hoogte boven het aardoppervlak deze satelliet in een baan om de aarde moet zijn gezet.*

Er geldt: $G \frac{m \cdot M}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r}$, waarin $M = \text{massa}_{\text{aarde}}$ en $m = \text{massa}_{\text{satelliet}}$.

Tevens geldt: $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$. Deze twee formules leveren samen: $T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot M}$ (Binas 35A5)

Hieruit volgt: $r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,976 \cdot 10^{24} \cdot (0,9973 \cdot 24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}}$

$$\Rightarrow r = 4,216 \cdot 10^7 \text{ m} \Rightarrow \text{de hoogte } h \text{ boven het aardoppervlak bedraagt derhalve:}$$

$$h = r - R_{\text{aarde}} = 4,216 \cdot 10^7 \text{ m} - 6,378 \cdot 10^6 \text{ m} = 3,58 \cdot 10^7 \text{ m} (\approx 36.000 \text{ km})$$

massabepaling van de zon

De aarde draait in 365,26 dagen rond de zon. De afstand aarde-zon is $149,6 \cdot 10^9 \text{ m}$.

- *Bereken hieruit de massa van de zon.*

De omlooptijd bedraagt in seconden: $T = 3,156 \cdot 10^7 \text{ s}$. Afspraken: massa van zon = M

en massa van aarde = m . Er geldt: $F_g = F_{mpz} \Rightarrow G \frac{m \cdot M}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ met $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$

Combineren levert: $M = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2}$. Getallen invullen: $M = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

kritieke rotatietijd

De dubbelplanetoïde 1999KW4 bestaat uit een groot en een klein brokstuk. Het grote brokstuk heeft een massa van $2,6 \cdot 10^{12} \text{ kg}$ en een diameter van 1,5 km. De rotatietijd is gelijk aan 2,5 uur. Dit brokstuk dreigt bij deze rotatietijd 'uit elkaar te spatten': los liggende stenen op de evenaar worden er dan af geslingerd.

- *Toon dit aan. Ga ervan uit dat het brokstuk bolvormig is.*

De baansnelheid van een steen aan de evenaar is $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 0,75 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 3600} = 0,52 \text{ ms}^{-1}$

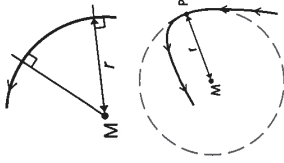
Op het moment dat een steen los komt van de grond is $F_N = 0 \text{ N} \Rightarrow$ er werkt alleen F_g en deze zorgt voor de benodigde $F_{mpz} \Rightarrow F_g = F_{mpz} \Rightarrow G \cdot \frac{m_{\text{steen}} \cdot M}{r^2} = \frac{m_{\text{steen}} \cdot v^2}{r} \Rightarrow$ de steen raakt

los bij $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,6 \cdot 10^{12}}{0,75 \cdot 10^3}} = 0,48 \text{ ms}^{-1} \Rightarrow$ in geval het brokstuk bolvormig is

zouden stenen op de evenaar er van af worden geslingerd.

bepaling van **kromtestraal** r van banen

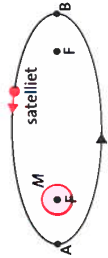
- **cirkelbaan** teken tweemaal loodlijn op cirkelbaan; lijnen snijden elkaar in midden M van cirkel; afstand van M tot baan $= r$
- **andere kromme banen** bv. bepaling van kromtestraal in P : zoek cirkel die in P dezelfde kromming heeft als gegeven baan; bepaal daarna straal r van cirkel



banen van hemellichamen bv. banen van manen, planeten, kometen en satellieten

- **gesloten banen** treden op indien E_k kleiner is dan benodigde gravitatie-energie om te kunnen ontsnappen: $|E_k| < |E_g|$

- **elliptische baan** is algemene vorm van gesloten baan; massa M die bv. satelliet in baan houdt staat in een van brandpunten F van ellips; snelheid v van satelliet neemt toe naarmate satelliet zich dichtert bij massa M in F bevindt (zie fig.: in A in v maximaal; in B is v minimaal); bewegingen zijn niet eenvoudig algebraïsch te berekenen; met numerieke modellen kan dit wel, zie pag. 149



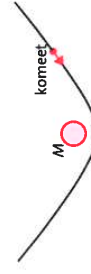
- **cirkelbaan** is te beschouwen als ellipsbaan met brandpunten zeer dicht bij elkaar; bijna alle planeetbanen zijn bij benadering cirkelbanen

- **geostationaire baan** zie pag. 75

- **polaire cirkelbaan** baan over N-pool en Z-pool van aarde, vaak slechts honderden km boven aardoppervlak (dan $T_{omloop} \approx 1,5$ h); gebruik door o.a. militairen en meteorologen

- **open banen** treden op indien E_k groter is dan benodigde gravitatie-energie om te kunnen ontsnappen: $|E_k| > |E_g|$

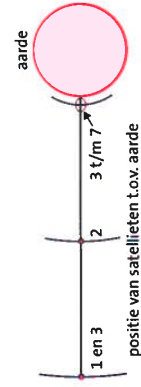
- **hyperbolische baan** is vorm van baan van bv. kometen die zonnestelsel binnendringen, maar het ook weer verlaten



gebruik van de ruimte

satellieten worden gebruikt ten behoeve van

- **1** → **communicatie** geostationaire satellieten; bevinden zich op vast punt boven evenaar
- **2** → **plaatsbepaling** 32 GPS-satellieten
- **3** → **weersvoorspellingen** weersatellieten
- **4** → **militaire doeleinden** spionagesatellieten
- **5** → **wetenschappelijk onderzoek** International Space Station; bv. onderzoek naar materialen, gedrag van menselijk lichaam, groei gewassen in ruimte etc.
- **6** → **astronomische waarnemingen** bv. met de Kepler satelliet
- **7** → **monitoren van aarde** bv. in kaart brengen van aarde, meting aan zeespiegel, controleren groei van gewassen, meting van waterdamp in atmosfeer etc.



valversnelling aan evenaar de berekende $9,81 \text{ ms}^{-2}$ (zie pag. 74) verschilt van gemeten waarde $9,78 \text{ ms}^{-2}$. Verschil wordt onder andere veroorzaakt door a_{mpz} (je wordt op evenaar een beetje

naar buiten geslingerd). $a_{\text{mpz}} = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 6,371 \cdot 10^6}{(24 \cdot 3600)^2} = 0,03 \text{ m/s}^2 (= 9,81 - 9,78)$

(de andere oorzaak is de afplating van de aarde aan de polen)

gravitatie-energie uit de formule voor gravitatie-energie $E_g = -G \frac{mM}{r}$ blijkt dat voor

$r \rightarrow \infty$ (oneindig) de gravitatie-energie naar nul gaat. Men heeft dat zo gekozen.

- *Leg met behulp van energie uit waarom dit een logische keuze is.*

Wanneer je vanaf bepaalde hoogte iets loslaat boven het aardoppervlak, dan is er de omzetting $E_z (E_g) \rightarrow E_k$ (zie pag. 64). Wanneer je van oneindig ver weg iets loslaat, dan werkt er geen kracht $\Rightarrow$ er komt niets in beweging $\Rightarrow$ er ontstaat geen $E_k \Rightarrow$ er was geen E_g .

- *Leg uit waarom de formule voor gravitatie-energie een - teken heeft.*

Wanneer je vanaf bepaalde hoogte iets loslaat boven het aardoppervlak, dan neemt E_z af en daarmee E_k toe. Wanneer je vanaf oneindig ver weg naar de aarde gaat zal E_z (of E_g) dus ook afnemen (en E_k toe); afnemen vanaf nul betekent: je krijgt negatieve getallen.

Een satelliet ($m = 300 \text{ kg}$) beweegt in een baan

rond de aarde en ondervindt een zeer kleine wrijvingskracht, waardoor zijn hoogte in de loop van de tijd afneemt. In de figuur staan de E_k en de E_g van de satelliet als functie van de hoogte getekend. Per omwenteling om de aarde 'zakt' de satelliet maar heel weinig. Daarom mag je een afzonderlijke omloop als cirkelvormig beschouwen.

- *Leg aan de hand van de figuur uit hoe de omlooptijd T van de satelliet op den duur verandert.*

Als hoogte $h <$, dan ook $r_{\text{baan}} <$; uit fig. volgt:

als $h <$, dan $E_k >$, dus ook $v > \Rightarrow T (= \frac{2\pi r}{v}) <$

In drie jaar tijd zakt de satelliet van een hoogte van 500 km naar 450 km. Hierbij wordt al cirkelend $7,2 \cdot 10^{11} \text{ m}$ afgelegd.

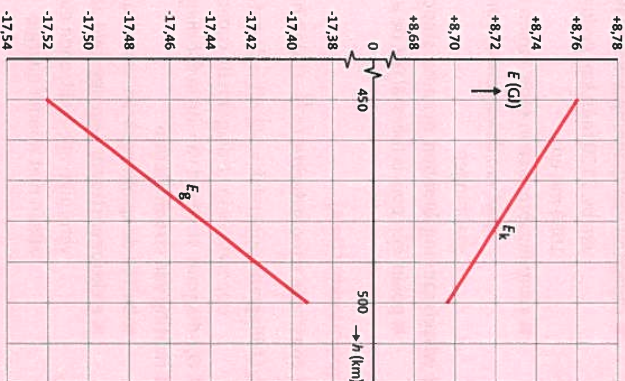
- *Bepaal de gemiddelde wrijvingskracht die over deze afstand op de satelliet heeft gewerkt.*

$\Delta E_k = (\text{aflezen}) (8,76 - 8,696) \cdot 10^9 \text{ J} = 6,4 \cdot 10^7 \text{ J}$

$\Delta E_g = (-17,52 - (-17,394)) \cdot 10^9 \text{ J} = -12,6 \cdot 10^7 \text{ J}$

$\Rightarrow$ totale energieverlies = $12,6 \cdot 10^7 \text{ J} - 6,4 \cdot 10^7 \text{ J} = 6,2 \cdot 10^7 \text{ J} \Rightarrow W = F_w \cdot s$ invullen levert:

$6,2 \cdot 10^7 = F_w \cdot 7,2 \cdot 10^{11} \Rightarrow F_w = 8,6 \cdot 10^{-5} \text{ N}$



7 Elektriciteit

basiskennis

- **lading** symbool Q ; er bestaat + en – lading; elektronen zijn dragers van – lading; protonen zijn dragers van + lading; ook ionen zijn geladen; er bestaan zowel pos. als neg. ionen
- **elementaire lading** ook wel elementair ladingsquantum genoemd; het is de kleinste lading die in de natuur voorkomt; symbool is e ; proton heeft een lading $+e$; elektron heeft een lading $-e$; $1e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C (coulomb)
- **krachten tussen ladingen** gelijknamige ladingen stoten elkaar af; + en – trekt elkaar aan
- **elektrische geleiding** in metalen door vrije elektronen; in vloeistoffen door ionen

spanning (in V)

- $U = \frac{\Delta E}{Q}$ spanningsbron van U volt geeft aan 1 C lading een energie van U joule

spanningsbronnen

- **gelijkspanningsbronnen** accu, batterij, voedingsapparaat; symbool: 
- **polen** de + pool is altijd 'hoger' dan de – pool $\Rightarrow$ bv. bij een 9 V batterij is de + pool 9 volt hoger dan de – pool
- **capaciteit van spanningsbron** vaak uitgedrukt in mAh; een batterij met een capaciteit van bv. 2100 mAh kan gedurende 1 uur 2100 mA leveren, of gedurende 2 uur 1050 mA enz.
- **spanningsbronnen in serie** indien de + pool van de ene bron is verbonden met de – pool van de volgende bron geldt: totale spanning = som van de afzonderlijke spanningen
- **wisselspanningsbronnen** dynamo, stopcontactspanning; symbool: 
- **polen** één pool is meestal 0 V, de andere wordt afwisselend + en –

stroomsterkte / (in A)

- **constante stroomsterkte** $I = \frac{Q}{t}$ Q stelt hier lading voor (niet warmte)
- **I -t-diagram** oppervlak = ΔQ ; dit is de getransporteerde lading (in coulomb); bij batterijen is oppervlak van I -t-diagram de capaciteit van de batterij
- **Q -t-diagram** steilheid van lijn in Q -t-diagram stelt stroomsterkte / voor
- **richting van stroomsterkte**
 - **buiten de spanningsbron** van + naar – (binnen de bron van – naar +)
 - **elektronenstroom** tegengesteld aan de richting van I ; elektronen worden niet verbruikt: alle elektronen die de batterij verlaten, keren er ook weer terug, alleen met minder energie

geleidbaarheid G (in siemens = $S = \Omega^{-1}$)

- **geleider** biedt zeer weinig weerstand aan elektrische stroom; de geleidbaarheid is groot
- **isolator** bevat geen vrije ladingsdragers; geleidbaarheid is zeer laag tot nul

eenheid van lading coulomb (C). Lading van 1 elektron = $-1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \Rightarrow 1 \text{ Coulomb}$ is de lading van $\frac{1}{1,60 \cdot 10^{-19}} = 6,25 \cdot 10^{18}$ protonen (en -1 Coulomb die van $6,25 \cdot 10^{18}$ elektronen).

spanningsbron bron die een blijvende elektrische spanning kan onderhouden tussen zijn aansluitpunten $\Rightarrow$ er kan een blijvende elektrische stroom ontstaan.

spanning aantal joule dat door 1 coulomb lading wordt afgegeven. Hieruit volgt:

$$1 \text{ volt} = 1 \text{ joule/coulomb} = 1 \text{ J C}^{-1}.$$

ion atoom dat één of meer elektronen te veel of te weinig heeft.

- *Hoe groot is de lading van een Mg^{2+} ion?*

Het atoom is 2-waardig positief, dus het heeft 2 elektronen te kort $\Rightarrow$ de lading is $+2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = +3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

gelijkspanningsbronnen in serie (batterij)

In een zaklamp worden spanningsbronnen vaak in serie geschakeld. Dit doet men om een grotere spanning te krijgen.

Een voorbeeld van een serieschakeling is

hiernaast weergegeven. Elke spanningsbron

heeft een spanning van 1,5 volt.

- *Hoe groot is de spanning U_{AB} ?*

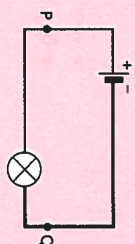
Gaande van A naar B ga je 4 maal van + naar - $\Rightarrow$ je daalt dus $4 \cdot 1,5 = 6,0 \text{ V}$. Het geheel gedraagt zich dus als één batterij van 6,0 V, waarbij A de + kant is en B de - kant.
merk op $U_{BQ} = 0 \text{ volt}$, want P en Q zijn met elkaar verbonden.



stroomsterkte aantal coulomb dat per seconde de dwarsdoorsnede van een stroomdraad passeert $\Rightarrow 1 \text{ ampère} = 1 \text{ coulomb/s} = 1 \text{ C/s}$. Om een blijvende stroomsterkte te krijgen moet er een spanningsbron zijn én een gesloten kring: een stroomkring.

(Verwar stroomsterkte in C/s niet met *stroomsnelheid* in m/s).

In de situatie hiernaast geldt: $i_p = i_Q$, ondanks het feit dat er bij Q een grotere doorsnedeopening is (de draad is daar dikker).
De stroomsnelheid is bij P wel groter dan bij Q.



Bij een batterij van 9,0 V levert elke coulomb lading, die stroomt van + naar -, een energie aan de schakeling van 9,0 joule.

- *Hoeveel energie wordt dan door deze batterij geleverd, als er gedurende 50 minuten een stroom loopt van 450 mA?*

$$450 \text{ mA} = 0,450 \text{ A} \Rightarrow \text{elke seconde stroomt er } 0,450 \text{ coulomb. } U = \frac{\Delta E}{Q} \Rightarrow \Delta E_{\text{in 1 seconde}} = Q \cdot U$$

$$= 0,45 \cdot 9,0 = 4,05 \text{ J} \Rightarrow \text{in } 50 \text{ min (= } 50 \cdot 60 \text{ s) wordt } 4,05 \cdot 3000 = 1,2 \cdot 10^4 \text{ J energie geleverd.}$$

- *Hoeveel elektronen passeren per seconde een bepaald punt in de stroomdraad?*

$$0,450 \text{ A} = 0,450 \text{ C/s} \triangleq 0,450 \cdot 6,25 \cdot 10^{18} \text{ elektronen (zie bovenaan blz.)} = 2,81 \cdot 10^{18} \text{ elektr.}$$

weerstand R (in Ω)

2 mogelijke betekenissen van het woord 'weerstand'

- naam voor eigenschap **weerstand** te bieden aan elektrische stroom
- naam van voorwerp dat weerstand biedt; elektrische onderdelen gedragen zich soms als weerstanden met constante waarde, soms als weerstanden met variabele waarde

verband tussen weerstand en geleidbaarheid

- $G = \frac{1}{R}$ wanneer de weerstand groot is, dan is de geleidbaarheid klein (en omgekeerd)

formule van Ohm: $U = I \cdot R$ ofwel $I = G \cdot U$

U = spanning over weerstand; R is waarde van weerstand; G is geleidbaarheid van de weerstand; formule geldt altijd, ook indien R (of G) niet constant is;

wet van Ohm zegt: $\frac{U}{I} = \text{constant}$ indien weerstand R (of G) constant is

formule $U = I \cdot R$ (ofwel $I = G \cdot U$) is op 2 manieren te gebruiken

- $U_B = I \cdot R_v$ voor een schakeling **in zijn geheel** ($U_B = U_{\text{bron}}$) R_v ; zie pag. 82
- $U = I \cdot R$ voor een **gedeelte** van een schakeling

gedeelte kan een of meerdere weerstanden (of andere onderdelen) bevatten;

er geldt: $U_{\text{over gedeelte}} = I_{\text{door gedeelte}} \cdot R_{\text{van gedeelte}}$

 I, U -diagrammen

- $R = \text{constant}$ weerstand heet ohmse weerstand; rechte lijn door O; zie diagram lijn 1 en 2; hier geldt: $R_{\text{lijn 1}} < R_{\text{lijn 2}}$
- $R \neq \text{constant}$

- rechte lijn, maar gaat niet door oorsprong;

zie lijn 3 in diagram hiernaast

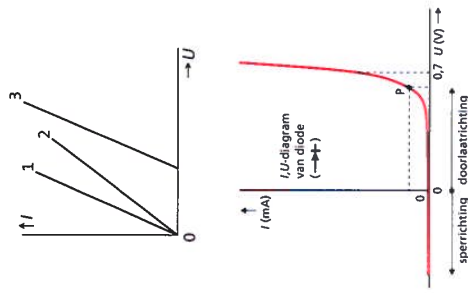
- kromme lijnen bv. diagram van diode; zie fig.

merk hier op

- in doorlaatrichting daalt R naarmate I toeneemt

- voor $U \leq 0,2 \text{ V}$ geldt: $I = 0 \text{ A} \Rightarrow G = 0 \text{ S}$

- berekening van R in bv. punt P: deel coördinaten van U en I op elkaar

**soorten weerstanden**

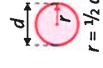
- ohmse weerstanden weerstanden met constante waarde

- koolweerstand vaak gebruikt in elektrische apparaten; uiterlijke afmeting van de weerstand zegt in praktijk niets over het aantal ohm, wel over het vermogen dat zo'n weerstand kan opnemen zonder te verbranden

- metalen draadweerstand bij constante temperatuur

- $R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}$ ρ = soortelijke weerstand (eenheid $\Omega \text{ m}$)

ℓ = lengte van de draad in meter; A = grootte van doorkrotoomoppervlak in m^2 ; bij ronde draden geldt: $A = \pi \cdot r^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot d^2$



vervolg

formule van Ohm $\frac{U}{I}$ stelt altijd de weerstand R van een geleider voor (en $\frac{I}{U}$ is altijd de geleidbaarheid G). Indien $R_{\text{geleider}} = \text{constant}$, dan geldt: $U \sim I$ (wet van Ohm).

In het diagram hiernaast is het I, U -diagram

weergegeven van een 6 voets lampje.

- *Bereken de geleidbaarheid bij $U = 6,0 \text{ V}$.*

Lees de stroomsterkte af bij $6,0 \text{ V}$.

$$\Rightarrow I = 420 \text{ mA} \Rightarrow G = \frac{I}{U} = \frac{0,420}{6,0} = 0,070 \text{ S.}$$

- *Neemt de geleidbaarheid G toe of af bij afname van U ?*

Neem een puntenpaar bij kleinere U , bv. $U = 3,0 \text{ V}$

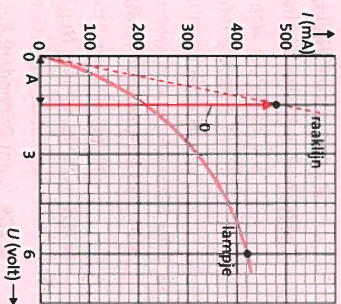
$$\text{en } I = 320 \text{ mA} \Rightarrow G_{\text{bij } 3\text{V}} = \frac{I}{U} = \frac{0,320}{3,0} = 0,11 \text{ S.}$$

$G_{\text{bij } 6\text{V}}$ was $0,070 \text{ S}$, dus G neemt toe bij afname van U .

- *Bepaal de weerstand van het lampje bij $U = 0 \text{ V}$.*

$$\text{Fout is: } R = \frac{U}{I} = \frac{0}{0} = 0 \Omega \left(\frac{0}{0} \text{ kan niet} \right).$$

Goed is: teken raaklijn aan de grafiek in de oorsprong, kies een punt hoog op de lijn en lees O en A af $\Rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{A}{O} = \frac{1,5 \text{ V}}{0,480 \text{ A}} = 3,1 \Omega$. Let erop dat je niet $\frac{O}{A}$ neemt i.p.v. $\frac{A}{O}$.



soortelijke weerstand de weerstand van een draad van 1 m lengte en een doorsnede van 1 mm^2 .

De eenheid van ρ is dan $\Omega \cdot \text{m}$. (volgt uit $\rho = \frac{R \cdot A}{\ell} \Rightarrow \text{eenheid } \rho = \frac{\Omega \cdot \text{m}^2}{\text{m}} = \Omega \cdot \text{m}$)

Doorsneden van draden komen vaker voor in de eenheid mm^2 dan in m^2 . De eenheid van ρ is dan $\Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}^{-1}$.

Op een spoel bevindt zich koperdraad. De ronde draad is $1,20 \text{ mm}$ dik. De spoel wordt aangesloten op een spanning van $0,50 \text{ V}$. De stroomsterkte in de spoel wordt nu $2,4 \text{ A}$.

- *Bereken de lengte van de draad op de spoel.*

$$R_{\text{spoel}} \text{ is te berekenen uit: } R_{\text{spoel}} = \frac{U}{I} = \frac{0,50}{2,4} = 0,21 \Omega. \text{ Bovendien geldt: } R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}. \text{ Voor koper}$$

geldt (Binas 8): $\rho = 17 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$. De draad is cirkelvormig met diameter $1,20 \text{ mm} \Rightarrow$

$$r = 0,60 \text{ mm. Voor de doorstromopening } A \text{ van de draad geldt: } A = \pi r^2 \Rightarrow$$

$$A = \pi \cdot (0,60 \cdot 10^{-3})^2 = 1,13 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

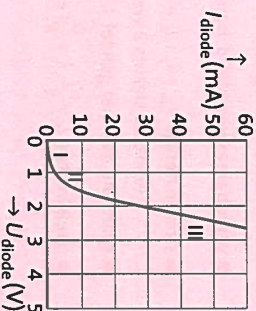
$$\text{De lengte } \ell \text{ bereken je uit } R = \rho \cdot \frac{\ell}{A} \Rightarrow \ell = \frac{R \cdot A}{\rho} = \frac{0,21 \cdot 1,13 \cdot 10^{-6}}{17 \cdot 10^{-9}} = 14 \text{ m}$$

halfgeleiderdiode

Hiernaast zie je het I, U -diagram van een bepaalde diode. Deel III van de grafiek is een rechte lijn.

- *Mag je voor dit deel III nu zeggen dat de weerstand van de diode constant is?*

Nee, dat mag niet, want lijn III is geen rechte lijn door de oorsprong.

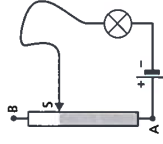


vervolg

Binas: soortelijke weerstand (8, 9 en 10)

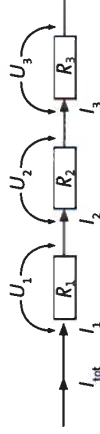
soorten weerstanden vervolg

- **metalen draadweerstand**
 - weerstand van (koperen) elektriciteitsnoer is heel klein
 - verwarmingselement in bv. wasmachine
 - temperatuurstijging ρ neemt toe, dus R neemt ook toe
- **regelbare weerstand (schuifweerstand)** met een schuif S kun je de waarde van de weerstand tussen A en S regelen; zie fig.; alleen door het gearceerde deel loopt stroom; als S hoger staat, dan brandt de lamp minder fel, want R_{kring} is dan groter
- **niet-ohmse weerstanden** weerstanden met variabele waarde
 - PTC weerstand met 'Positieve Temperatuur Coëfficiënt' $\Rightarrow$ bij temperatuurstijging neemt de weerstand toe, bv. verwarmingselement (metaaldrad), gloeilamp
 - NTC weerstand met 'Negatieve Temperatuur Coëfficiënt' $\Rightarrow$ bij temperatuurstijging neemt de weerstand af
 - LDR 'Light Dependent Resistor' $\Rightarrow$ lichtgevoelige weerstand; weerstand neemt af naarmate er meer licht op valt
 - diode laat stroom, vanaf een bepaalde drempelspanning, maar in één richting door; weerstand neemt af bij toename van spanning over diode (diagram zie pag. 81 en 83)
 - LED 'Light Emitting Diode' diode zendt bij stroomdoorgang licht uit



schakelingen met weerstanden

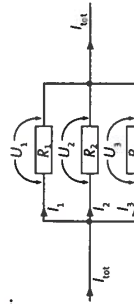
- **serieschakeling** de weerstanden staan achter elkaar



- **vervangingsweerstand** $R_{\text{totaal}} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$
- **stroomsterkte** $I_{\text{tot}} = I_1 = I_2 = I_3 = \dots$ I is door elke weerstand even groot
- **spanning over het geheel** $U_{\text{tot}} = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$
- **deelspanningen** $U_1 = I_1 \cdot R_1$; $U_2 = I_2 \cdot R_2$ etc.
- **parallelschakeling** de weerstanden staan naast elkaar; $G_1 = \frac{1}{R_1}$; $G_2 = \frac{1}{R_2}$ etc.
- **vervangende geleidbaarheid** $G_{\text{totaal}} = G_1 + G_2 + G_3 + \dots$

waarbij $G = \frac{1}{R}$
- **vervangingsweerstand** bepalen uit $R_{\text{tot}} = \frac{1}{G_{\text{totaal}}}$
- **stroomsterkte** $I_{\text{tot}} = I_1 + I_2 + I_3 + \dots \Rightarrow$ er is stroomdeling;

wanneer slechts 2 weerstanden parallel staan geldt: $I_1 : I_2 = G_1 : G_2 (= R_2 : R_1)$
- **spanning over het geheel** $U_{\text{tot}} = U_1 = U_2 = U_3 = \dots$ U is over elke weerstand even groot
- **deelstromen** $I_1 = \frac{U}{R_1}$; $I_2 = \frac{U}{R_2}$ etc.; $I_1 : I_2 : I_3 = G_1 : G_2 : G_3$



vervolg

Men sluit de diode aan zoals getekend in nevenstaande schakeling

-

geldt: $U_{\text{bron}} = U_{\text{r}} + U_{\text{diode}} \Rightarrow U_{\text{diode}} = U_{\text{bron}} - U_{\text{r}} \Rightarrow$

Teken deze lijn in het diagram. Het snijpunt levert de stroomsterkte $\Rightarrow$ aflezen $\Rightarrow I \approx 26 \text{ mA}$

Zie nevenstaande schakeling en diagram. Eén grafieklijn

Welke grafieklijn hoort bij de NTC, lijn 1 of lijn 2?

Bij toename van U neemt de temperatuur van de NTC toe, dus neemt de weerstand af $\Rightarrow$ er loopt steeds gemakkelijker stroom $\Rightarrow$ lijn 2 hoort bij de NTC.

Er geldt: $U_{\text{lamp}} = U_{\text{NTC}} = 6,0 \text{ V}$ (parallelschakeling) $\Rightarrow$

$U_r = 9,0 - 6,0 = 3,0 \text{ V}$ (serieschakeling). Uit het dia-gram volgt: $I_r = I_{amp} + I_{rnc} = 320 + 260 = 580 \text{ mA} \Rightarrow R = \frac{U_r}{I_r} = \frac{3,0 \text{ V}}{0,580 \text{ A}} = 5,2 \, \Omega$

Bij een modelspoorbaan zijn de + en – van de spanningsbron verbonden met de rails.

Op een bepaald moment is de situatie als hieronder

getekend en geldt: $I_{\text{treinmotor}} = 540 \text{ mA}$ en $I_{\text{seinlampe}} = 300 \text{ mA}$. De stroom $I_{\text{treinmotor}}$ loopt de treinmotor binnen via de wielen. De weerstand van de rails tussen A en B bedraagt $0,080 \Omega$.

Tevens geldt: $R_{AB} = R_{CD}$.



- Welke spanning staat nu over het motorje in de trein?

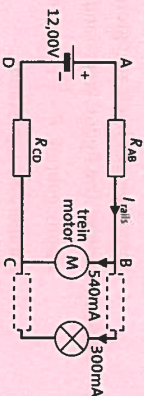
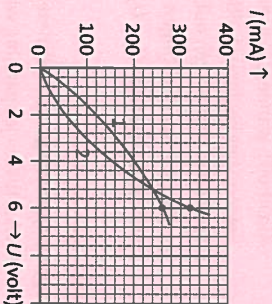
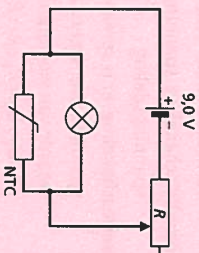
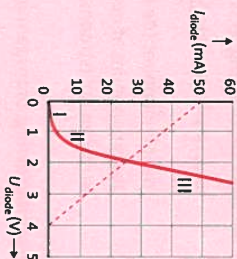
Teken eerst een schakelschema. Zie figuur.

$$\begin{aligned} \text{Er ergibt: } I_{\text{rails}} &= 540 \text{ mA} + 300 \text{ mA} = 840 \text{ mA} \\ \Rightarrow U_{\text{AB}} &= I_{\text{rails}} \cdot R_{\text{AB}} = 840 \text{ mA} \cdot 0,080 \, \Omega \\ &= 0,0672 \text{ V} \end{aligned}$$

Ook $U_{CD} = 0,0672 \text{ V}$ en aangezien er geldt:

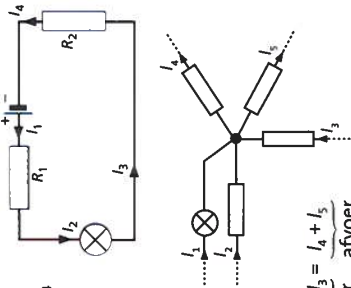
$$U_{\text{bron}} = U_{\text{Ag}} + U_{\text{motor}} + U_{\text{cd}} \text{ volgt hieruit:}$$

$$U_{\text{motor}} = 12,00 \text{ V} - 0,0672 \text{ V} - 0,0672 \text{ V} \Rightarrow U_{\text{motor}} = 11,87 \text{ V}$$



stroomdeling

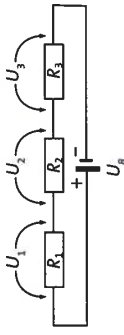
- **onvertakte stroomkring** I is overal even groot $I_1 = I_2 = I_3 = I_4$ (zie figuur hiernaast), dus geen stroomdeling
- **vertakte stroomkring** er is stroomdeling: $I_{\text{toevoer}} = I_{\text{afvoer}}$; ook te schrijven als $\sum I_i = 0$: wanneer je stromen



naar knooppunt toe bv. positief noemt en stromen van knooppunt af negatief, dan is de som van de stromen nul (stroomwet van Kirchhoff)

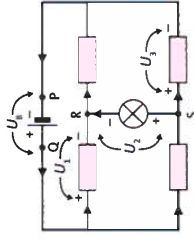
spanningsdeling

- **spanningsdeling** bronspanning wordt in schakeling verdeeld in meerdere kleinere spanningen
- **parallelschakeling** spanning is over elke weerstand even groot $\Rightarrow$ er is geen sprake van spanningsdeling
- **serieschakeling** er is sprake van spanningsdeling; spanning over weerstand is evenredig met waarde van weerstand (zie figuur)

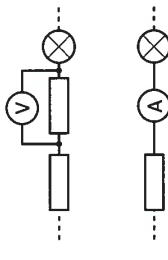


$$U_1 : U_2 : U_3 = R_1 : R_2 : R_3 \text{ (en } U_0 = U_1 + U_2 + U_3)$$

- **gecombineerde schakelingen** $\sum U_i = 0$ (spanningswet van Kirchhoff): wanneer je in een schakeling rondloopt en weer op het beginpunt uitkomt, dan is de som van de doorlopen spanningen nul; in fig. hiernaast met de gegeven stroomrichtingen geldt (lopend van P via Q, R en S terug naar P): $+U_0 - U_1 + U_2 - U_3 = 0$

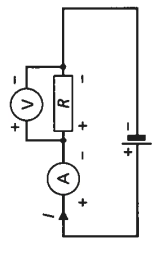
**elektrische metingen**

- **spanningsmeting** sluit voltmeter aan tussen de punten waartussen je spanning wilt meten; goede voltmeter heeft zeer grote weerstand en beïnvloedt meting dus niet
- **stroommeting** plaats ampèremeter in de draad waarin je stroomsterkte wilt meten; goede ampèremeter heeft zeer kleine weerstand en beïnvloedt meting dus niet
- **weerstandsmeting**



twee mogelijkheden

- **ohmmeter** verwijder eerst weerstand uit schakeling en sluit deze dan direct aan op een multimeter, die je schakelt als ohmmeter; ohmmeter zelf heeft zeer grote weerstand
- **A- en V-meter** (zie figuur: weerstand blijft in schakeling zitten); gebruik $R = \frac{U}{I}$; A-meter in serie; V-meter parallel aan weerstand
- **+ kant van meter** is die kant, die zich - elektrisch gezien - het dichtst bij de + van de batterij bevindt



LED aansluiten

Een LED is met een weerstand R in serie aangesloten op een spanning van $5,0\text{ V}$.

De LED brandt normaal bij $2,0\text{ V}$, de stroomsterkte is dan 10 mA .

- Hoeveel Ω moet de waarde van de weerstand R zijn om de LED normaal te laten branden?
- Vanwege de serieschakeling geldt: de spanning over de weerstand is $5,0 - 2,0 = 3,0\text{ V}$; de stroomsterkte door de weerstand is (ook) $10\text{ mA} \Rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{3,0\text{ V}}{0,010\text{ A}} = 300\Omega = 3,0 \cdot 10^2\Omega$

spanningsdeling in een serieschakeling wordt de batterijspanning altijd verdeeld over de verschillende in serie geschakelde weerstanden.

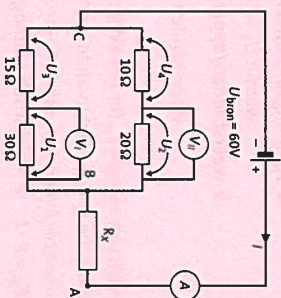
Bij parallelschakelingen is er geen spanningsdeling.

- Hoeveel maal is in de schakeling hiernaast sprake van spanningsdeling?

Spanningsdeling heb je alleen bij serieschakelingen

$\Rightarrow U_{\text{bron}}$ wordt hier gedeeld in U_{AB} en U_{BC} .

De spanning U_{BC} wordt op zijn beurt weer op twee manieren gedeeld: in U_2 en U_4 (bovenste tak) en in U_1 en U_3 (onderste tak) $\Rightarrow$ er is 3 maal sprake van spanningsdeling.



- Bereken R_x (zie figuur) indien gegeven is dat de stroommeter $2,0\text{ A}$ aanwijst.

$I = 2,0\text{ A}$ en $U_{\text{bron}} = 60\text{ V} \Rightarrow R_x = 30\Omega$. De vervangingsweerstand R_{eq} tussen B en C (30Ω parallel aan 45Ω) bedraagt 18Ω (zie parallelschakeling pag. 82) $\Rightarrow R_x = 30\Omega - 18\Omega = 12\Omega$

- Welke waarde zal voltmeter V_1 aanwijzen?

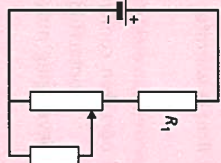
Er geldt: $U_{AB} : U_{BC} = R_x : R_{\text{eq}} = 12 : 3 \Rightarrow U_{BC} = \frac{3}{5} \cdot 60\text{ V} = 36\text{ V}$

In de onderste tak wordt de spanning gedeeld in de verhouding $30 : 15 = 2 : 1$

$$\Rightarrow U_1 = \frac{2}{3} \cdot 36\text{ V} = 24\text{ V}$$

- Check de spanningswet van Kirchhoff voor de kring: $U_x - U_1 - U_2 - U_3 - U_{\text{bron}}$.
 $U_3 = U_{BC} - U_1 = 36 - 24 = 12\text{ V}$. Verder geldt: $U_x = I \cdot R_x = 2,0 \cdot 12 = 24\text{ V}$.

Loop in de kring rond met de wijzers van de klok mee; start bij de + pool van de batterij. Bij weerstanden daalt dan de U , bij de bron stijgt U . Nu geldt: $\sum U_i = -U_x - U_1 - U_3 + U_{\text{bron}} = -24 - 24 - 12 + 60 = 0\text{ V}$



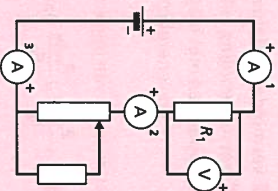
meten in elektrische schakelingen

Zie de schakeling rechts hierboven. Ying Ying wil graag door meting te weten komen hoe groot het vermogen P is dat door de onbekende weerstand R_1 wordt opgenomen.

- Berekeneer welke meters zij hiervoor nodig heeft, waar deze meters in de schakeling moeten worden geplaatst en waar de + kant van elke meter zit.

Er geldt: $P = U \cdot I \Rightarrow$ je moet U over R_1 meten (V-meter) en I door R_1

meten (met A-meter; dat kan op 3 plaatsen, welke plaats je kiest maakt niet uit; zie figuur). De + kant van een meter zit altijd het dichtst bij de + kant van de batterij. Zie weer figuur.



begrippen en relaties elektriciteit

■ **elektrisch vermogen P (in W of J/s)**

■ $P = U \cdot I$

gebruiken bij

- **weerstanden en spanningsbronnen** lampen, apparaten (zoals muziekinstallatie of elektromotor) moet je ook beschouwen als weerstand; vaak zijn deze weerstanden niet-Ohms

■ **gehele schakelingen of onderdelen hiervan***merk op*

- **spanningsbronnen leveren vermogen** alleen te berekenen met $P = U_g \cdot I_g$,

waarin $U_g = U_{\text{bron}}$ en $I_g = I_{\text{bron}}$

- **weerstanden/apparaten verbruiken vermogen** warmteontwikkeling in

weerstanden te berekenen met $P = U \cdot I$ ($= I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$)

elektrische energie E_{el} (in J of kWh met $1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$) alle elektrische apparaten zetten elektrische energie om in andere energiesoorten (zoals licht, warmte, geluid, beweging)

algemene formule voor elektrische energie

- $E_{\text{el}} = P \cdot t$ P = elektrisch vermogen; t = tijd

afgeleide manieren van berekenen van elektrische energie

- $E_{\text{el}} = U \cdot I \cdot t$ gebruiken indien P niet verandert in de loop van de tijd

- E_{el} = **oppervlak in P, t -diagram** altijd te gebruiken, ook wanneer P in de loop van de tijd verandert

elektrische energie kan o.a. worden omgezet in

- **warmte (Q)** ontstaat in weerstanden; berekenen met $Q = U \cdot I \cdot t$ ($= I^2 \cdot R \cdot t$)
- **mechanische energie** bij een boormachine ontstaat er uit E_{el} draaiing (+ enige warmte en geluid); $E_{\text{el}} (= E_{\text{in}})$ berekenen met $E_{\text{el}} = U \cdot I \cdot t$
- **licht (+ warmte)** bij een lamp geldt: $E_{\text{licht}} = \eta \cdot U \cdot I \cdot t$; η is rendement van de lamp

gevaaren van elektrische stroom

- **oorzaken** combinatie van hoge spanning, lage weerstand, grote stroomsterkte, lange contacttijd met de spanning
- **beveiliging** mogelijk door isolatie, stroomonderbreking, gebruik van lage spanning

besparing van elektrische energie te bereiken door

- **verminderen sluipverbruik** bv. apparaten niet op stand-by laten staan
- **bewustwording** alleen energie gebruiken indien echt nodig
- **apparaten met laag energiegebruik** apparaten hebben energielabels; hierop is af te lezen hoe energiezuinig een apparaat is ten opzichte van een bepaalde standaard

rendement van apparaten

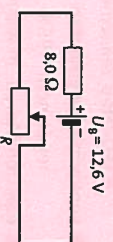
- $\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} = \frac{P_{\text{nuttig}}}{P_{\text{in}}}$ vaak wordt η uitgedrukt in %; dan geldt: $\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} \cdot 100\%$ etc.

elektrisch vermogen elektrische energie (in joule) die per seconde wordt geleverd of wordt omgezet.

Een kerstboomverlichting (50 identieke lampjes in serie) wordt aangesloten op het stopcontact (230 V). In totaal wordt dan een vermogen verbruikt van 35 W.

- *Bereken de weerstand van één lampje.*

Er geldt: $P = U \cdot I \Rightarrow 35 = 230 \cdot I \Rightarrow I = 0,152 \text{ A}$. De spanning (bij serieschakeling) over één lampje is gelijk aan $\frac{230}{50} = 4,6 \text{ V} \Rightarrow R_{\text{lampje}} = \frac{U}{I} = \frac{4,6}{0,152} = 30 \Omega$



Op een spanningsbron met een weerstand van $8,0 \Omega$ in serie wordt een variabele weerstand R aangesloten. Zie de figuur.

In de grafiek is weergegeven hoe het vermogen P_R dat door R wordt opgenomen, afhangt van de waarde van R .

- *Leg uit waarom de grafiek begint in O.*

Indien $R = 0 \Omega$, dan is $U_R = I \cdot R = 0 \text{ V} \Rightarrow$

$$P_R = U_R \cdot I_R = 0 \text{ W}$$

- *Voor $R \rightarrow \infty$ wordt P_R ook nul. Leg dit uit.*

Indien $R \rightarrow \infty$, dan $I_R \rightarrow 0 \Rightarrow P_R = U_R \cdot I_R = 0 \text{ W}$

- *Druk P_R uit in R ($U_b = 12,6 \text{ V}$ is gegeven).*

$$\text{Er geldt: } I = I_R = \frac{U_b}{R_{\text{totaal}}} = \frac{U_b}{8,0 + R} \Rightarrow P_R = U_R \cdot I_R = (I_R)^2 \cdot R = \left(\frac{U_b}{8,0 + R} \right)^2 \cdot R = \frac{(12,6)^2 \cdot R}{(8,0 + R)^2}$$

(dit is de vergelijking van de getekende grafieklijn)



rendement van een elektromotor

Een elektromotor is aangesloten op 230 V; er loopt in een bepaalde situatie een elektrische stroom van 2,47 A door de motor. In een tijd van 26,0 min ontstaat dan $4,9 \cdot 10^4 \text{ J}$ warmte.

- *Bereken het rendement van de motor in deze situatie.*

Die $4,9 \cdot 10^4 \text{ J}$ warmte is niet nuttig.

$$E_{\text{toegevoerd}} = U \cdot I \cdot t = 230 \cdot 2,47 \cdot (26,0 \cdot 60) = 8,86 \cdot 10^5 \text{ J} \Rightarrow E_{\text{nuttig}} = 8,86 \cdot 10^5 - 4,9 \cdot 10^4 \text{ J} =$$

$$8,37 \cdot 10^5 \text{ J} \Rightarrow \eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} \cdot 100\% = \frac{8,37 \cdot 10^5}{8,86 \cdot 10^5} \cdot 100\% = 94,5\%$$

sluipverbruik

Bij Elisa thuis staat een aantal apparaten voortdurend stand-by. Elisa wil onderzoeken wat dit kost op jaarbasis. Hiertoe meet zij met een meter van elk apparaat het vermogen dat door dit apparaat wordt verbruikt in de stand-by stand. Elisa vindt: tv (0,3 W), muzikinstallatie (1,0 W), DVD-recorder (2,3 W), computers (6,6 W), printer (5,7 W), geluidsboxen bij computer (4,0 W), router (4,4 W), magnetron (0,2 W), antwoordapparaat (1,8 W), deurbel (3,5 W).

- *Op welk jaarbedrag komt Elisa uit indien 1 kWh € 0,23 kost?*

Het totale vermogen is gelijk aan (optellen): 29,8 W. De in één jaar verbruikte energie (in kWh) is te berekenen met $E = P \cdot t$ (met P in kW en t in uren) $\Rightarrow E = 0,0298 \text{ kW} \cdot (365 \cdot 24) \text{ h} = 261 \text{ kWh} \Rightarrow$ Dit kost $261 \cdot € 0,23 = € 60,-$

vervolg

Binas: kilowattuur kWh (5)

elektrische lichtbronnen en apparaten in huis**■ lampen**

- **gloeilamp** laag rendement (5 %); wordt nauwelijks nog gebruikt
- **tl-buis** rendement > 60 %; gaat meer dan 80 maal langer mee dan gloeilamp
- **spaarlamp** opgevouwen tl-buis; rendement ca. 40 %; gaat meer dan 5 maal langer mee dan gloeilamp
- **LED-lamp** rendement ca. 50%; gaat meer dan 50 maal langer mee dan gloeilamp
- **verwarmingselementen** in wasmachine, boiler etc.; zet E_{el} om in warmte Q ; rendement > 95%
- **elektromotoren** in wasmachine, stofzuiger, koelkast etc.; zet E_{el} om in E_k en warmte; rendement > 90%

elektriciteit in huis*kenmerken*

- **elektrisch circuit met wisselspanning** $U = 230 \text{ V}$; $f = 50 \text{ Hz}$
- **parallelschakeling van apparatuur** hierbij werken alle apparaten op 230 V

onderdelen

- **groepenkast** elektriciteit wordt verdeeld over verschillende groepen; op één groep is een deel van het huis aangesloten; elke groep heeft een eigen schakelaar S
- **automatische zekering of smeltveiligheid (stop)** elke groep heeft zijn eigen zekering of stop; wanneer de stroom boven een bepaalde waarde komt (in huis meestal 16 ampère), dan schakelt de automatische zekering de stroom af (of in geval van een smeltveiligheid: dan smelt het draadje in de stop door)
- **hoofdzekering** door deze zekering loopt de stroom van alle groepen samen; de zekering smelt meestal door bij 25 ampère
- **kWh-meter** registreert verbruikte hoeveelheid elektrische energie in een bepaalde periode
- **aardlekschakelaar** wanneer de stroom die de groepenkast verlaat (I_{uit}) niet gelijk is aan de stroom die er terug keert (I_{in}), zit er ergens in huis een stroomlek $\Rightarrow$ dat kan gevaar opleveren; de schakelaar schakelt de stroom uit wanneer $|I_{in} - I_{uit}| > \text{ca. } 30 \text{ mA}$
- **fasedraad** bruin van kleur; dit is de 'gevaarlijke' draad, waarop de (wissel)spanning staat
- **nuldraad** blauw van kleur; deze draad is 0 V; alle apparaten, lampen enz. worden aangesloten tussen fasedraad en nuldraad; de stroom loopt tussen fasedraad en nuldraad en wisselt voortdurend van richting (wisselstroom)
- **aardleiding** geel/groen van kleur; apparaten met metalen omhulsels en apparaten die met vocht in aanraking komen hebben deze extra draad; de draad voorkomt dat apparaten 'onder stroom' komen te staan

begrippen

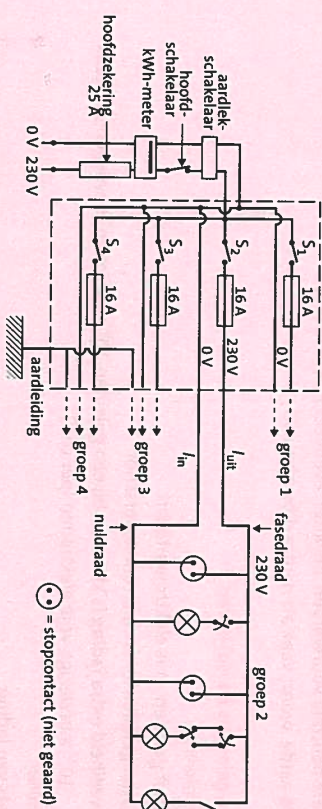
- **overbelasting** treedt op indien de apparaten, die op één groep zijn aangesloten, meer stroom 'vragen' dan de maximale toegestane waarde $\Rightarrow$ de zekering schakelt de stroom af
- **kortsluiting** treedt op wanneer de nuldraad en de fasedraad direct contact met elkaar maken, dus zonder een apparaat (met weerstand) er tussen; de stroomsterkte overschrijdt dan de maximaal toegestane waarde $\Rightarrow$ zekering schakelt stroom af

sluipverbruik vervolg

- *Hoe zou je dit sluipverbruik kunnen verminderen?*
Apparaten waar mogelijk aansluiten op een stekerblok, die je kunt uitschakelen; deurbel laten werken op batterijen in plaats van op stopcontact. (router blijft meestal aan staan in huis; telefoons ook)

elektriciteit in huis

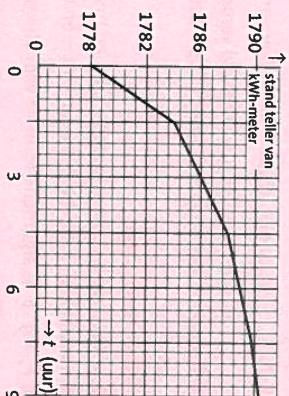
Hieronder staat schematisch hoe elektriciteit in huizen is geschakeld.



- *Noem twee redenen om alle apparaten parallel te schakelen in plaats van in serie.*
 - Alle apparaten werken dan op dezelfde spanning (230 V), dat is handig.
 - Wanneer één apparaat wordt uitgezet, dan gaan de andere apparaten niet ook uit.
- *Hoeveel vermogen kan in dit huis maximaal worden verbruikt?*
Door de hoofdzekering mag maximaal $I_{\max} = 25 \text{ A}$ lopen $\Rightarrow P_{\max} = 230 \text{ V} \cdot 25 \text{ A} = 5,8 \text{ kW}$ (fout is: $I_{\max} = 4 \cdot 16 = 64 \text{ A}$ in plaats van 25 A).
- *Waarom is de fase (de 230 V kant) gezeurd en niet de nuldraad?*
Op deze manier wordt de gevaarlijke fase (230V) onderbroken; dat is veel veiliger.

- Nadine registreert gedurende lange tijd de stand van de kWh-meter in de meterkast, terwijl Casolyn er in huis af en toe voor zorgt dat het verbruikte vermogen verandert. Dit levert nevenstaand diagram.
- *Schakelt Casolyn steeds meer apparaten in of steeds meer apparaten uit?*
De steilheid in E,t-diagram stelt P voor. De steilheid neemt af $\Rightarrow$ Casolyn schakelt steeds meer apparaten uit.
- *Hoeveel stroom liep door de hoofdzekering op $t = 0 \text{ s}$?*

$$P_{t=0} = \text{steilheid} = \frac{1784 \text{ kWh} - 1778 \text{ kWh}}{1,5 \text{ h}} = 4,0 \text{ kW} \Rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{4,0 \cdot 10^3}{230} = 17 \text{ A}$$



8 Elektrische en magnetische velden

lading Q of q (in coulomb)

- elementaire lading e $1e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; proton bevat lading $+1e$; elektron bevat lading $-1e$
- elektroscop instrument om lading aan te tonen

neutrale voorwerpen

- neutron bevat geen lading
- andere neutrale voorwerpen bevatten evenveel $+$ als $-$ lading
- aarde wordt vaak als neutraal beschouwd

geladen geleiders en isolatoren

overeenkomsten

- positief geladen er is elektronentekort
- negatief geladen er is elektronenoverschot
- hoeveelheid extra lading is klein bv. bij een geleider: 10^9 elektronen toevoegen op reeds 10^{23} aanwezige vrije elektronen (per cm^3)

verschillen

- plaats van lading
 - aan de buitenkant treedt op bij geleiders; lading kan vrij over oppervlak stromen en hoopt zich bij voorkeur op bij spitse gedeeltes
 - op elke mogelijke plaats treedt op bij isolatoren; lading kan hier niet stromen
- ontladen
 - geleider één punt van de geleider verbinden met aarde
 - isolator elk punt van de isolator verbinden met aarde

elektrische veldsterkte E (in N/C) is maat voor hoe een geladen voorwerp de ruimte eromheen beïnvloedt

wordt beschreven met behulp van kracht $\vec{F}_e$, die wordt uitgeoefend op lading q in een elektrisch veld

- $\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}$ $\vec{E}$ hangt niet af van $\vec{F}_e$ of q maar van de ruimte die beïnvloed wordt door het geladen voorwerp dat het veld veroorzaakt
- $\vec{E}$ is vector richting $\vec{E}$ = richting $\vec{F}_e$ op $+$ deeltje; $\vec{E}$ -velden moet je vectorieel optellen

elektrische krachten

- afstotende krachten tussen $+$ en $+$ en tussen $-$ en $-$
- aantrekkende krachten tussen $+$ en $-$ en tussen geladen en neutrale voorwerpen
- $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$ is algemene formule voor elektrische kracht
- $F_e = f \frac{qQ}{r^2}$ wet van Coulomb; beschrijft kracht tussen twee puntladingen q en Q ; r is afstand tussen de ladingen; $f = \text{constante} = 9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ (Binas 7A)
- kracht tussen twee geladen bollen wordt ook beschreven door $\vec{F}_{el} = f \frac{qQ}{r^2}$, mits lading op bollen homogeen is verdeeld; r = afstand tussen middelpunten van bollen

elementaire lading kleinste hoeveelheid lading die in de natuur voorkomt.

geleider materiaal, waarin elektronen vrij kunnen bewegen. Alle metalen zijn goede geleiders
b.v. koper, ijzer, zilver, tin. Ook grafiet geleidt goed.

isolator materiaal, waarin alle elektronen vastgebonden zitten aan het atoom.
Plastic, rubber, glas en porselein bijvoorbeeld zijn goede isolatoren.

geladen voorwerpen

Een blokje koper van 96 gram is ongeladen.

- *Betekent dit dat het blokje geen lading bevat?*

Nee, het blokje bevat wel lading, maar evenveel + als -.

- *Bereken het aantal vrije elektronen in het blokje uit de volgende gegevens: elk koperion levert twee vrije elektronen; massa van 1 mol koper = 63,5 gram.*

96 gram komt overeen met $\frac{96}{63,5} = 1,5 \text{ mol} \Rightarrow$ er zijn dus $1,5 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}$ atomen
 $= 9,0 \cdot 10^{23}$ atomen $\Rightarrow$ er bevinden zich $18 \cdot 10^{23}$ vrije elektronen in het blokje.

elektrisch veld de ruimte rondom een elektrisch geladen voorwerp.

Voorwerpen die gevoelig zijn voor dit veld (zoals andere geladen voorwerpen):

- ondervinden er een kracht: een elektrische kracht F_e
- bezitten hierdoor energie: elektrische energie E_e .
- **kooi van Faraday** een kooi van metaalgaas. Binnen zo'n kooi heerst geen elektrisch veld (er mag zich dan geen lading in de kooi bevinden, wel erbuiten). Voorbeelden:
 - het metalen geraamte van een auto
 - het metalen omhulsel bij afgeschermd draad (coaxkabel)
 - metalen bewapening in bouwconstructies

elektrische kracht

Tussen twee geladen platen A en B van een condensator heerst een elektrisch veld met een sterkte $E = 26 \cdot 10^3 \text{ N/C}$. Lotte hangt een klein geladen bolletje ($m = 5,3 \text{ mg}$) aan een zeer dun draadje.

Het neemt de stand in zoals getekend in de figuur hiernaast.

Hoek $\alpha = 35^\circ$.

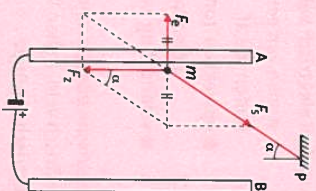
- *Bereken de lading q van dat bolletje.*

F_e wijst naar links $\Rightarrow$ de lading is positief. Maak een constructie met krachten. F_e ($= q \cdot E$) is in evenwicht met F_z en F_{span} . Uit de figuur volgt: $\tan \alpha = \frac{F_e}{F_z} \Rightarrow F_e = F_z \cdot \tan \alpha$. Invullen: $F_e = m \cdot g \cdot \tan \alpha$

$= 5,3 \cdot 10^{-6} \cdot 9,8 \cdot \tan 35^\circ = 3,64 \cdot 10^{-5} \text{ N} \Rightarrow q \cdot E = 3,64 \cdot 10^{-5} \Rightarrow$ (E invullen) $q = +1,4 \text{ nC}$

- *Bereken de hoek α groter, kleiner of even groot zal zijn, indien het geladen bolletje midden tussen de platen hangt in plaats van vlak bij plaat A (ophangpunt P kan worden verplaatst).*

Tussen de platen is het elektrische veld homogeen $\Rightarrow F_e$ ($= q \cdot E$) blijft gelijk $\Rightarrow \alpha$ blijft 35°



elektrische velden

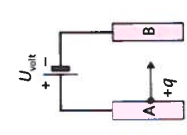
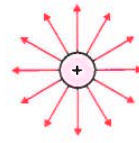
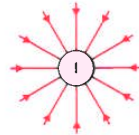
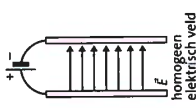
- **elektrisch veld rondom puntlading Q** $\vec{E}_e = f \frac{Q}{r^2}$ volgt uit $\vec{F}_e = f \frac{qQ}{r^2}$ en $\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}$
- **elektrisch veld van homogene geladen bol** met straal R
 - buiten bol $\vec{E}_e = f \frac{Q}{r^2}$ met $r > R$
 - binnen bol $\vec{E}_e = 0$

elektrische veldlijnen hulpmiddel om elektrische velden te tekenen*kenmerken*

- **lijnen wijzen in richting van elektrische veld** richting van elektrisch veld = richting van F_e op *positieve lading*
- **lijnen lopen van + af, naar – toe en van + naar –**
- **lijnen staan loodrecht op geleiders** anders zou er op het oppervlak van de geleider voortdurend elektrische stroom lopen (is in strijd met wet van behoud van energie)
- **lijnen snijden elkaar nooit**
- **lijnen dicht bij elkaar betekent: sterk veld** treedt bv. op in buurt van spitse voorwerpen
- **geen lijnen binnen statisch geladen geleiders** anders zou er binnen de geleider voortdurend stroom lopen (is in strijd met wet van behoud van energie)
- **wel lijnen in stroomvoerende draden** veld is dan juist oorzaak van de stroom

soorten elektrisch velden

- **homogeen elektrisch veld** veldsterkte is constant qua grootte en richting; veldlijnen zijn rechte lijnen op onderling gelijke afstand
- **opwekken** midden tussen de evenwijdige platen van een geladen condensator (stelsel evenwijdige metalen platen; zie fig.)
- **veldrichting** van + naar –
- **radiaal elektrisch veld** veldlijnen liggen langs de stralen van een bol; veldsterkte neemt naar buiten toe af
- **opwekken** rondom puntladingen en geladen bollen
- **veldrichting** van + af; naar – toe



elektrische energie energie die een lading heeft door zijn plaats in een elektrisch veld; indien lading beweegt in het veld, dan verandert i.h.a. zijn elektrische energie $\Rightarrow$ er is een ΔE_e (niet te verwarren met de $\vec{E}_e$ van elektrische veldsterkte)

- $\Delta E_e = q \cdot U$ lading $+q$ loslaten vanaf punt A (zie fig.): lading doorloopt spanning U en versnelt naar rechts $\Rightarrow$ er ontstaat $E_k \Rightarrow$ er is E_{el} vrijgekomen

- **elektronvolt** indien $U = 1 \text{ V}$ en $q = 1 \cdot e$, dan is $\Delta E_e = q \cdot U = 1e \cdot 1V = 1eV$ (1 elektron-volt); ook te schrijven als: $\Delta E_e = q \cdot U = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1V = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

wet van Coulomb ladingen op metalen bollen hebben nooit een grootte in de orde van 1 C.

- *MaaK aannemelijk waarom.*

In dat geval zouden 2 bollen op bv. 1 m onderlinge afstand een kracht op elkaar uitoefenen van $\vec{F}_{el} = 9 \cdot 10^9 \frac{1}{1^2} = 9 \cdot 10^9$ N. Zulke grote krachten komen nooit voor in de praktijk.

elektrische veldsterkte elektrische kracht per coulomb lading.

Een bol (straal 15 cm) is homogeen geladen met een lading van $Q = +4,2$ nC.

- *Teken een diagram waarin de elektrische veldsterkte $\vec{E}$ uitgezet tegen de afstand r tot het midden van de bol.*

Binnen de bol geldt: $\vec{E}_{el} = 0$ N/C.

Buiten de bol geldt: $\vec{E}_{el} = f \frac{Q}{r^2} \Rightarrow$

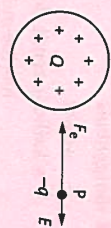
$$\vec{E}_{op\ rand\ van\ bol} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,2 \cdot 10^{-9}}{(0,15)^2} = 1,7 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

Naar buiten toe neemt $\vec{E}$ kwadratisch met de afstand r af. Zie diagram.

40 cm van het midden van de bol ligt punt P. In P bevindt zich een lading $q = -60$ pC.

- *Bereken de richting van $\vec{F}_{el}$ en $\vec{E}_{el}$ in P (zie figuur).*

$\vec{E}_{el}$ wijst altijd van + af, dus naar rechts; q wordt aangetrokken, dus $\vec{F}_{el}$ wijst naar links (zie figuur).



- *Bereken de grootte van de kracht op q.*

Pas wet van Coulomb toe: $\vec{F}_{el} = f \frac{qQ}{r^2}$; alle getallen invullen levert: $\vec{F}_{el} = 1,4 \cdot 10^{-8}$ N

elektrische veldlijnen

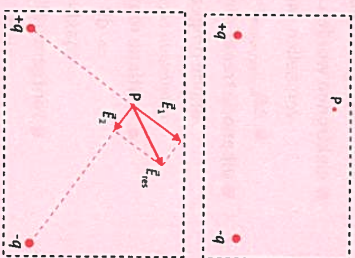
Twee even grote ladingen $+q$ en $-q$, staan op enige afstand van elkaar. Zie de figuur.

- *Bereken de richting van het elektrische veld in punt P ten gevolge van deze twee ladingen samen. De figuur is op schaal.*

Er geldt: $\vec{E} \sim \frac{1}{r^2}$. De afstand $(+qP) : (-qP) = 3 : 4$ (opmeten)

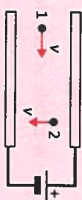
$\Rightarrow \vec{E}_{ten\ gevolge\ van\ +q} : \vec{E}_{ten\ gevolge\ van\ -q} = 16 : 9$. Teken twee $\vec{E}$ -

velden: één van $+q$ af gericht ($\vec{E}_1$) en één naar $-q$ toe gericht ($\vec{E}_2$) met lengteverhoudingen 16 : 9 en tel deze vectorieel op $\Rightarrow$ dit levert $\vec{E}_{res}$ (zie fig.); deze heeft de gevraagde richting.



elektronvolt de energieverandering die een lading 1e ondergaat wanneer die een spanning van 1 Volt doorloopt. $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Merk op (zie figuur): lading 2 doorloopt spanning $\Rightarrow$ er is verandering van elektrische energie; bij lading 1 is dat, als deze horizontaal zou blijven bewegen, niet het geval.



versnellen in elektrisch veld + deeltjes versnellen tijdens beweging met elektrische veldlijnen mee (en vertragen bij beweging tegen veldlijnen in); – deeltjes versnellen tijdens beweging tegen elektrische veldlijnen in (en vertragen bij beweging met veldlijnen mee)

■ $\Delta E_k = -\Delta E_{el}$ ofwel: wat aan E_{el} verloren gaat, komt er aan E_k bij (en andersom)

ook te noteren als

■ $\frac{1}{2}mv_{eind}^2 - \frac{1}{2}mv_{begin}^2 = q \cdot U$ U is de doorlopen spanning (in V); bij versnellen U positief nemen; bij vertragen U negatief nemen; formule kan ook worden gebruikt voor rekenen aan afremmen van geladen deeltjes in elektrisch veld

toepassingen versnellen in elektrisch veld

■ lineaire versneller zie ook pag. 95

■ tussen buizen ondervindt geladen deeltje telkens versnelling

bij elke overgang tussen twee buizen geldt:

■ $U_{tussen\ buizen} \approx \text{constant}$ $\Delta E_{k, \text{geladen deeltje}} = q \cdot U_{tussen\ buizen}$

■ in de buizen is snelheid van geladen deeltjes constant want in metalen buizen (geleiders) heerst geen elektrisch veld (kooi van Faraday, zie pag. 91)

■ snelheid na N buizen dan zijn $N - 1$ overgangen tussen buizen gepasseerd $\Rightarrow$ $E_{\text{geladen deeltje}}$ wordt uiteindelijk $= (N - 1) \cdot q \cdot U_{tussen\ buizen}$

■ röntgenbuis

werking

■ kathode zendt elektronen uit

hiertoe moet kathode worden verwarmd, meestal door middel van een gloeidraad

■ elektronen worden richting anode zeer sterk versneld men gebruikt voor het

versnellen van elektronen spanningen (U_{AK}) van duizenden volt

■ $\Delta E_{k, \text{elektronen}} = q \cdot U_{AK}$ met $q = e$ elementaire lading $= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

■ uit anode treedt röntgenstraling kinetische energie van (snelle) elektronen wordt bij anode omgezet in straling

er ontstaan twee soorten straling

■ continue röntgenstraling snelle elektronen remmen tegen het anodemateriaal $\Rightarrow$ dit levert fotonen waarbij alle energiewaarden mogelijk zijn, tot

maximaal $q \cdot U_{AK}$ joule

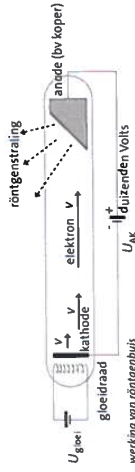
■ röntgenstraling met bepaalde waarden snelle elektronen stoten elektronen uit de atomen van anodemateriaal; er ontstaat 'lege plaats' in een schil; lege plaats wordt opgevuld door elektronen uit bovenliggende schil; fotonen die hierbij vrijkomen hebben zeer bepaalde waarden

merk op

■ anode wordt door elektronen sterk verhit deze kan daardoor smelten $\Rightarrow$ de anode moet worden gekoeld

■ 'intensiteit' van röntgenstraling als $U_{gloeil} > \Rightarrow$ meer fotonen/s

■ hardheid van röntgenstraling als $U_{AK} > \Rightarrow$ 'hardere' straling, meer energie per foton

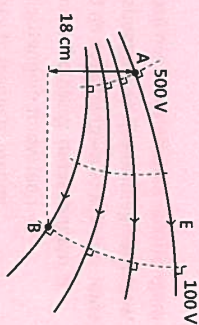


versnellen en vertragen in elektrisch veld

In de getekende figuur zijn enkele veldlijnen getekend van een elektrisch veld.

- *Neemt de veldsterkte naar rechts toe of af?*

Die neemt af, want de dichtheid van de veldlijnen naar rechts neemt af.



Een klein deeltje ($m = 4,8 \text{ mg}$ en $q = 38 \text{ nC}$) passeert punt A met een snelheid van $2,7 \text{ m/s}$. Even later passeert dit deeltje punt B, dat 18 cm lager ligt dan A.

- *Om welke twee redenen neemt de bewegingsenergie van het deeltje toe?*

Er gaat zwaarte-energie verloren, en ook elektrische energie (positieve deeltjes willen versnellen in de richting van de veldlijnen).

- *Bereken met behulp van energieomzetting de snelheid, waarmee punt B door het deeltje wordt gepasseerd. (in A is het 500 volt; in B is het 100 volt)*

$$\Delta E_z = m \cdot g \cdot h = 4,8 \cdot 10^{-6} \cdot 9,8 \cdot 0,18 = 8,47 \cdot 10^{-6} \text{ J}, \quad \Delta E_{el} = q \cdot U_{AB} = 38 \cdot 10^{-9} \cdot 400 = 15,20 \cdot 10^{-6} \text{ J} \Rightarrow E_k \text{ neemt dus toe met } 8,47 \cdot 10^{-6} + 15,20 \cdot 10^{-6} \text{ J} = 23,67 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

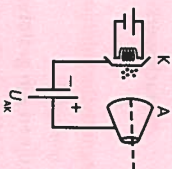
$$\Rightarrow E_k \text{ wordt dus: } \frac{1}{2} m v_A^2 + 23,67 \cdot 10^{-6} \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot 4,8 \cdot 10^{-6} \cdot (2,7)^2 + 23,67 \cdot 10^{-6} \text{ J} = 41,17 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = 41,17 \cdot 10^{-6} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 4,8 \cdot 10^{-6} \cdot v_B^2 = 41,17 \cdot 10^{-6} \Rightarrow v_B = 4,1 \text{ m/s}$$

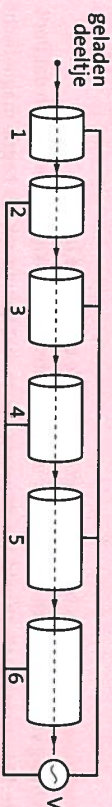
elektronenkanon eenvoudige voorziening om elektronen een grote

snelheid te geven. Gebruikt in o.a. oscilloscoop. Uit de verwarmde

kathode K ontsnappen vrije elektronen. De spanning U_{AK} versnelt de elektronen naar rechts. Een klein deel van de elektronen schiet door het gaatje in de anode A. Daar geldt: $E_{k, \text{elektron}} = \frac{1}{2} m_{\text{elektron}} v^2 = q \cdot U_{AK}$



lineaire versneller apparaat dat geladen deeltjes enorm kan versnellen. Een aantal buizen is hiertoe achter elkaar gezet. Tussen de buizen heerst een spanning die zodanig is dat de geladen deeltjes versnellen bij elke oversteek de buizen.



Men wil een proton versnellen met een lineaire versneller. Er staan 6 holle buizen achter elkaar. Het proton versnelt alleen in de ruimte tussen de buizen. De wisselspanningsbron is zodanig dat telkens op het moment dat het proton een opening tussen de buizen 'oversteekt', de linker buis positief is ten opzichte van de rechter buis en het potentiaalverschil dan $2,00 \text{ kV}$ bedraagt.

- *Hoeveel maal wordt het proton dan versneld?*

Tussen de 6 buizen zijn 5 openingen $\Rightarrow$ er wordt 5 maal versneld.

- *Hoeveel elektrische energie wordt bij elke opening omgezet in E_k ?*

$$\text{Per opening geldt: } \Delta E_k = q \cdot U_{AK} = 1e \cdot 2,00 \text{ kV} = 2,00 \text{ keV} = 3,20 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

- *Met welke snelheid verlaat het proton buis 6?*

$$(\Delta E)_{\text{ totaal}} = 5 \cdot 3,20 \cdot 10^{-16} = 1,60 \cdot 10^{-15} \text{ J. Deze energie wordt omgezet in } E_k \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 = 1,60 \cdot 10^{-15} \text{ (met } m_{\text{proton}} = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg)} \Rightarrow v = 1,38 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

begrippen en relaties elektrische en magnetische velden

- **magnetische materialen** alleen ijzer, kobalt en nikkel kunnen magnetisch worden
- **weekijzer** gemakkelijk te magnetiseren en te demagnetiseren
- **staal** moeilijk te magnetiseren en te demagnetiseren
 - **magnetiseren** geschiedt door 'magnetische influentie': het te magnetiseren materiaal wordt magnetisch gemaakt door het in een sterk magnetisch veld van een andere magneet of van een stroomvoerende spoel te leggen
 - **demagnetiseren** geschiedt o.a. door mechanische trillingen, hoge temperaturen en hoogfrequent magnetische velden

magneten

- **permanente magneet**
 - **polen** N- en Z-pool; bij de polen is krachtwerking het grootst
 - **krachtwerking** N en N stoten elkaar af, evenals Z en Z; N en Z trekken elkaar aan
- bijzondere permanente magneet*
 - **kompas** klein draaibaar permanent magneetje
- **elektromagneet** spoel waar stroom doorheen loopt; magnetisme wordt versterkt door in spoel een ijzeren kern te plaatsen
 - **polen** N- en Z-pool; bepalen met rechterhandregel (zie pag. 98)
 - **krachtwerking** zie permanente magneet

magnetische veldlijnen

kenmerken

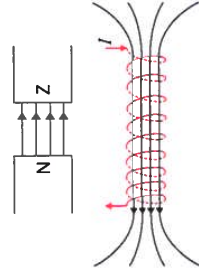
- **lijnen zijn gesloten krommen** $\Rightarrow$ er zijn ook lijnen binnen in de spoel of magneet
- **richting** *buiten* de magneet van N-naar Z-pool; *binnen* de magneet van Z- naar N-pool
- **lijnen dicht bij elkaar betekent: sterk veld**
- **lijnen snijden elkaar nooit**
- **N-pool is plaats waar de veldlijnen materiaal of spoel verlaten**

magnetische veld

- **richting van magnetisch veld in punt** is altijd richting van raaklijn aan veldlijn in dat punt
- **sterkte van magnetisch veld** wordt weergegeven met behulp van het begrip magnetische inductie, symbool B (eenheid $T = \text{tesla}$)

soorten magnetische velden

- **homogeen magnetisch veld** veldlijnen zijn rechte lijnen op onderling gelijke afstand; magnetische inductie B is overal gelijk van grootte en richting
 - **opwekken**
 - **midden tussen een N-pool en Z-pool**
 - **binnen een lange stroomvoerende spoel**



- **inhomogeen magnetisch veld** magnetische inductie B verschilt per plaats van grootte en/of richting; bv. veld rondom staafmagneet is inhomogeen (zie pag. 97)

vervolg

magnetische influentie verschijnsel dat voorwerpen van ijzer, kobalt of nikkel in een magnetisch veld zelf een magneet worden.

N-pool van magneet die kant van de magneet die, wanneer de magneet draaibaar wordt opgesteld, naar het noorden van de aarde gaat wijzen (dus bij de geografische noordpool ligt de magnetische zuidpool van de aarde, zie pag. 98).

magnetische krachtwerking

Een muntstuk ($m = 6,1 \text{ g}$) hangt stil aan een touwtje.

Het muntstuk wordt door de magneet aangetrokken (zie figuur).

Het touwtje maakt een hoek α van 23° met de verticale.

Hoe groot is dan de magnetische kracht op het muntstuk?

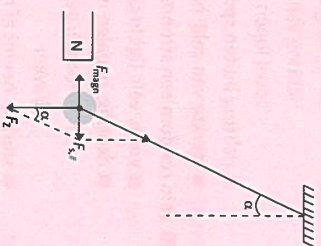
Op het muntstuk werken drie krachten die elkaar opheffen:

F_z , F_s en F_{magn} (zie ook pag. 52)

$\Rightarrow$ de magnetische kracht F_{magn} moet even groot

zijn als $F_{s,\parallel}$ (zie figuur). Berekening: $\tan \alpha = \frac{F_{s,\parallel}}{F_z}$

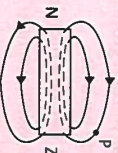
$$\Rightarrow F_{s,\parallel} = F_{\text{magn}} = F_z \cdot \tan 23^\circ \Rightarrow F_{\text{magn}} = m \cdot g \cdot \tan 23^\circ = 0,0061 \cdot 9,8 \cdot \tan 23^\circ = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$



magnetische veldlijnen

Veldlijnen van een staafmagneet:

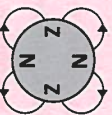
Hoe gaat een kompas staan dat in punt P wordt neergezet?



Een kompas gaat altijd zo staan dat het dezelfde richting heeft als de magnetische veldlijn ter plaats, dus gaat het staan volgens de getekende pijl door P.



Veldlijnen van magneet van een fietsdynamo (bovenaanzicht); zijn buiten de magneet van N naar Z gericht.



magnetisch veld ruimte rondom permanente magneet of stroomvoerende geleider. Voorwerpen die gevoelig zijn voor dit veld (alleen ijzer, kobalt en nikkel) ondervinden er een kracht.

magnetische inductie B een maat voor de sterkte van een magnetisch veld.

magnetisch veld binnen een stroomvoerende spoel

Tim wikkeit een geïsoleerde constantaandraad (lengte 5,6 m; dikte 0,25 mm) op een koker met een diameter van 2,2 cm. De windingen liggen tegen elkaar aan. Tim sluit de zo gevormde spoel aan op een spanning van 6,0 V. Het magnetische veld binnen de spoel is te berekenen met de formule $B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{\ell}$. Hierbij geldt: N = aantal windingen van de spoel;

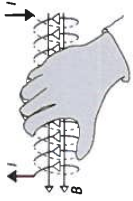
I = stroomsterkte door de spoel; ℓ = lengte van de spoel (niet van de draad!); μ_0 is een constante (tabel 7).

vervolg

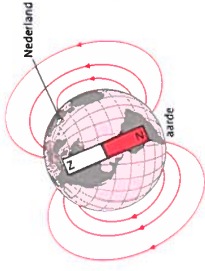
Binas: formules (35D3)

soorten magnetische velden vervolg**veld binnen en rondom een stroomvoerende spoel (elektromagneet)**

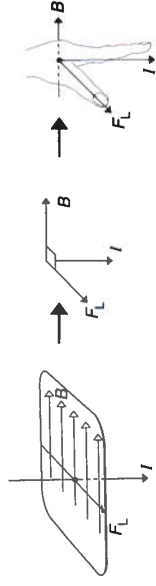
- vorm veld is gelijk aan dat van een permanente staafmagneet (zie pag. 97)
- richting binnen spoel bepalen met rechterhandregel (r.h. regel):
gekromde vingers van de rechterhand wijzen in de richting van de stroom $I \Rightarrow$ duim wijst in de richting van de magnetische inductie $B \Rightarrow$ in de spoel lopen de veldlijnen van Z naar N



- richting buiten spoel veldlijnen lopen terug van N naar Z
- sterkte van veld hangt af o.a. van stroomsterkte en aantal windingen van spoel
- veld rondom een stroomvoerende draad zie figuur pag. 99
- vorm veld ligt in cirkels rondom de draad
- richting bepalen met rechterhandregel; duim wijst nu in richting van de elektrische stroom I ; gekromde vingers geven nu de richting van de magnetische inductie B weer
- sterkte neemt af naarmate je verder van de draad af komt $\Rightarrow$ de cirkelvormige veldlijnen liggen naar buiten toe steeds verder van elkaar
- magnetisch veld van de aarde
 - vorm lijkt op dat van een grote staafmagneet, die zich in de aarde bevindt
 - richting N-pool 'ligt' bij Antarctica $\Rightarrow$ in Nederland wijzen de veldlijnen naar het noorden schuin de grond in
 - kompas reageert op horizontale component van aardmagnetisch veld

**lorentzkracht F_L (in N)****kracht op stroomvoerende draad in uitwendig magnetisch veld**

- grootte $F_L = B \cdot I \cdot \ell$ formule geldt indien $B \perp I$; uit deze formule volgt: $B = \frac{F_L}{I \cdot \ell}$
hieruit volgt de eenheid van $B \Rightarrow$ eenheid van $B = \frac{N}{A \cdot m} = T$ (tesla)
- richting van F_L altijd loodrecht op I en B ; richting bepalen met linkerhandregel (l.h. regel): vang B op in palm van linkerhand, wijs met gestrekte vingers in de richting van $I \Rightarrow$ duim wijst in de richting van F_L ; zie fig.



merk op een draad ondervindt nooit lorentzkracht door zijn eigen veld maar door een uitwendig veld: het eigen veld ligt namelijk om de draad heen

vervolg

magnetisch veld binnen een stroomvoerende spoel vervolg

- Bereken de grootte van de magnetische inductie binnen deze spoel.

$$N = \frac{\text{omtrek van de draad}}{\text{lengte van de draad}} = \frac{5,6 \text{ m}}{2\pi \cdot 1,1 \cdot 10^{-2}} = 81; \ell = 81 \cdot 0,25 \text{ mm} = 2,0 \text{ cm}$$

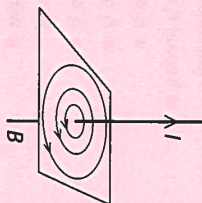
$$I = \frac{U}{R}; R \text{ volgt uit: } R = \rho \cdot \frac{\ell}{A} = 0,45 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{5,6 \text{ m}}{\pi \cdot (0,125 \cdot 10^{-3})^2} \Rightarrow R = 51,3 \Omega$$

$$\Rightarrow I = \frac{U}{R} = \frac{6,0}{51,3} = 0,117 \text{ A} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{\ell} = \frac{1,257 \cdot 10^{-6} \cdot 81 \cdot 0,117}{0,020} = 6,0 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

magnetisch veld rondom stroomvoerende draad

- Beredeneer de richting van het magnetisch veld rondom de hiernaast getekende stroomdraad.

De stroom I loopt omhoog. Laat de duim van de rechter hand omhoog wijzen $\Rightarrow$ de gekromde vingers wijzen (vanaf boven gezien) tegen de wijzers van de klok in $\Rightarrow$ magnetisch veld: zie figuur.

**lorentzkracht op een stroomdraad** kracht die een stroomdraad ondervindt in een magnetisch veld. Merk op: er is geen kracht indien de stroom evenwijdig aan de veldlijnen beweegt.

Zie figuur. De staaf PQ ($m = 7,2 \text{ gram}$) die op de rails ligt rolt niet naar beneden, dit ten gevolge van de Lorentzkracht die op de staaf werkt.

- Bepaal/bereken richting en grootte van de stroomsterkte I door de staaf.

Richting: F_L staat loodrecht op zowel I als B

$\Rightarrow F_L$ moet naar links wijzen. Uit linkerhand-regel volgt dan: I loopt van Q naar P.

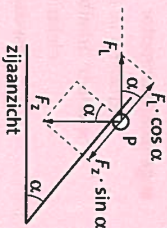
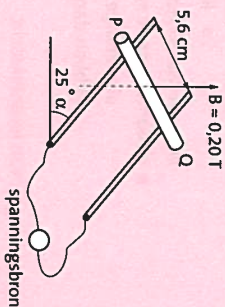
Grootte: op de staaf werken twee krachten:

F_z en F_L . De componenten van deze krachten langs de helling moeten gelijk zijn, want de staaf ligt stil (zie tweede figuur) $\Rightarrow F_z \cdot \sin \alpha = F_L \cdot \cos \alpha$

$$m \cdot g \cdot \sin \alpha = B \cdot I \cdot \ell \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$7,2 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot \sin 25^\circ = 0,20 \cdot I \cdot 5,6 \cdot 10^{-2} \cdot \cos 25^\circ$$

$$\Rightarrow I = 2,9 \text{ A}$$

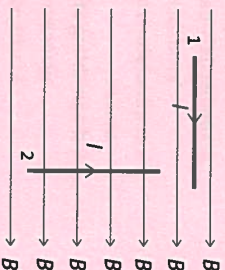


Zie figuur: in de draden 1 en 2 loopt een stroom van

- 6,0 A. De magnetische inductie B wijst naar rechts en bedraagt $4,0 \cdot 10^{-3} \text{ T}$. Beide draden zijn 80 cm lang.
- Bereken de F_L op draad 1 en 2.

$$F_L \text{ op draad 1} = 0 \text{ N, want } I \text{ loopt evenwijdig aan } B.$$

$$F_L \text{ op draad 2} = B \cdot I \cdot \ell = 4,0 \cdot 10^{-3} \cdot 6,0 \cdot 0,80 = 0,019 \text{ N}$$



lorentzkracht F_L (in N) vervolg**■ kracht op bewegende geladen deeltjes** zie ook pag. 102

- grootte $F_L = B \cdot q \cdot v$
- richting van F_L past zich aan aan B en v ; F_L staat loodrecht op de vectoren B en v ; richting vinden met l.h. regel (met: richting van I = richting van v bij + deeltjes en tegengesteld aan richting van v bij - deeltjes)

■ kracht bij draaibare draadwinding in uitwendig veld**■ bepaling draairichting**

2 gelijkwaardige manieren (zie figuur)

■ bepaal F_L op elk draadstuk met l.h. regel

- F_L op PQ wijst papier uit (○)
- F_L op RS wijst papier in (⊗)
- F_L op PS en QR = 0 ga dit na

gevolg

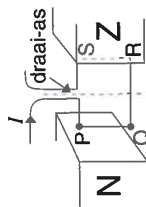
- winding zal $\frac{1}{4}$ slag gaan draaien hierbij komt PQ uit het papier naar voren (winding staat na enig schommelen stil)

■ beschouw winding als spoel met N-pool en Z-pool

- N-pool zoeken met r.h. regel: N-pool zit hier aan de voorkant
- N-pool van winding draait naar Z-pool van uitwendig veld
⇒ levert dezelfde draaiing als bij 1^e manier

algemene regel ter bepaling van draairichting

- stroomvoerende spoel wil altijd zó draaien dat spoel zoveel mogelijk passende, uitwendige veldlijnen omvat 'passend' betekent: veldlijnen van spoel hebben dan dezelfde richting als de uitwendige veldlijnen

**toepassingen van lorentzkracht****■ elektromotoren****■ gelijkstroommotor**

bestaat o.a. uit (zie figuur pag. 101)

- anker: draaibare winding in constant magnetisch veld bevat zeer veel, elektrisch van elkaar gescheiden, windingen
opwekken van constant magnetisch veld met behulp van
 - permanente magneten
 - spoelen waarin gelijkstroom loopt
- koolborstels deze drukken tegen de commutator; verzorgen toe- en afvoer van elektrische stroom

- commutator zorgt dat stroom door windingen op juiste moment omkeert

kenmerk

■ draairichting afhankelijk van richting van stroom I

wanneer I omkeert van richting, dan keert de richting van de lorentzkracht ook om, want richting magnetisch veld blijft gelijk ⇒ draairichting keert om

vervolg

geladen deeltje in gecombineerd elektrisch en magnetisch veld

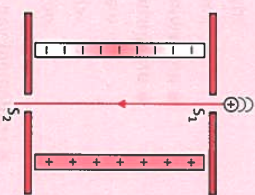
Een heliumkern komt met grote snelheid via gaatje S_1 in een ruimte tussen twee platen.

Tussen de platen heerst een elektrisch veld E , waarvoor geldt: $E = 2,5 \cdot 10^4$ N/C.

- Bereken de grootte van de elektrische kracht, die tussen de platen op de kern werkt.

$$\text{Een He-kern is } 2+ \Rightarrow q = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C} \Rightarrow$$

$$F_{el} = q \cdot E = 3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 2,5 \cdot 10^4 = 8,0 \cdot 10^{-15} \text{ N}$$



Ten gevolge van de elektrische kracht wil de He-kern naar links afbuigen. Toch gaat de kern rechtdoor (zie figuur), omdat er op de kern ook nog een lorentzkracht werkt, dit ten gevolge van een aangelegd magnetisch veld tussen de twee platen.

- Bereken de richting van dit magnetische veld.

F_{el} werkt naar links $\Rightarrow$ er moet een even grote F_l naar rechts werken, want het deeltje gaat rechtdoor. De stroom I wijst in de richting van v , want het is een $+$ deeltje. Pas linkerhandregel toe $\Rightarrow$ richting van B is het vlak van tekening in gericht.



Het magnetisch veld heeft een sterkte van $7,1 \cdot 10^{-2}$ T. Alleen kernen met een zeer bepaalde snelheid kunnen gaatje S_2 passeren.

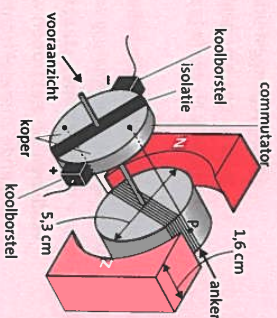
- Bereken welke snelheid dit is.

$$\text{Uit voorgaande blijkt: } F_{el} = F_l \Rightarrow q \cdot E = B \cdot q \cdot v \Rightarrow v = \frac{E}{B} \Rightarrow v = \frac{2,5 \cdot 10^4}{7,1 \cdot 10^{-2}} = 3,5 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

elektromotor

Zie de elektromotor in de figuur hiernaast.

- Bereken of deze motor aan het draaien is met de klok mee of tegen de klok in (van voren af gezien).
Pas linkerhandregel toe op situatie dat windingen in een horizontaal vlak liggen met punt P aan de rechterkant. Voor punt P geldt dan: I wijst naar achter en B wijst naar rechts $\Rightarrow F_l$ wijst omlaag $\Rightarrow$ de motor draait met de klok mee.
- Leg uit of deze motor ook werkt op wisselstroom (via het stopcontact, waarbij de frequentie van de stroom 50 Hz is).
Na 0,01 s keert de stroom van teken om, terwijl B gelijk blijft $\Rightarrow F_l$ keert om van richting. Na 0,01 s keert F_l weer om etc. De motor zal netto niet meer draaien.



De draaiende cilinder heeft een diameter van 5,3 cm en een dikte van 1,6 cm (zie figuur).

De sterkte van het magnetische veld tussen de polen bedraagt $2,75 \cdot 10^{-1}$ T. Er zijn 240 windingen. Door de koolborstels loopt een stroom van 320 mA.

- Bereken de maximale waarde van de lorentzkracht, die voor draaiing zorgt.

$$F_l = B \cdot I \cdot \ell \text{ met } \ell = 240 \cdot 1,6 \text{ cm} = 3,84 \text{ m (er is alleen draaiende kracht op de zijden van } 1,6 \text{ cm)} \Rightarrow F_l = B \cdot I \cdot \ell = 2,75 \cdot 10^{-1} \cdot 0,320 \cdot 3,84 = 0,34 \text{ N}$$

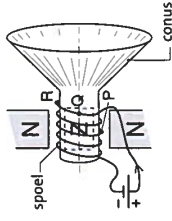
begrippen en relaties elektrische en magnetische velden

toepassingen van lorentzkracht vervolg■ **wisselstroommotor** ook seriemotor genoemd*kenmerken*

- **magnetisch veld gemaakt met spoelen** er worden, in plaats van permanente magneten, nu elektromagneten (veldspoelen) gebruikt voor de opwekking van het magnetisch veld
- **ankerwindingen en veldspoelwindingen staan in serie**
- **draairichting onafhankelijk van richting van stroom I**
wanneer I omkeert van richting, dan keert de richting van het magnetische veld (veroorzaakt door spoelen waar ook die stroom doorheen gaat) ook om $\Rightarrow$ draairichting blijft gelijk

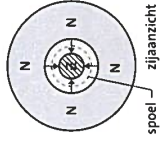
■ **rendement van elektromotoren** $\eta = \frac{P_{\text{mechanisch uit}}}{P_{\text{elektrisch in}}} \cdot 100\%$ ■ **luidspreker** opgebouwd uit

- **spoel** bij aansluiten op een wisselspanning kan spoel door lorentzkrachten snel heen en weer bewegen
- **conus** papieren trechter; is bevestigd aan spoel; conus beweegt door bewegende spoel ook snel heen en weer $\Rightarrow$ lucht komt in trilling $\Rightarrow$ er kan hoorbaar geluid ontstaan

■ **cirkelvormige permanente magneet**

produceert radiaal magnetisch veld; in dit veld bevindt zich de spoel (zie figuur); door dit veld werkt in bovenste figuur F_L op spoel op elk deel van de spoeldraad naar links (of, bij tegengestelde elektrische stroom, naar rechts)

merk op ook hier geldt: $F_L = B \cdot I \cdot \ell$ met ℓ = lengte spoel-draad = $N \cdot 2\pi r$ (= [aantal windingen] $\cdot$ [omtrek van één winding])

**afbuigen van bewegende vrije ladingen in magnetisch veld***veel voorkomende situatie: afbuiging van elektronen*

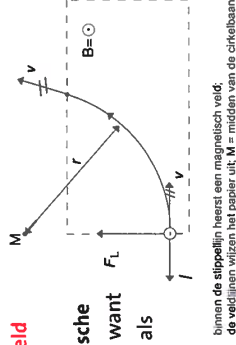
- **snelheid v van elektronen staat loodrecht op magnetische veldlijnen** op elektronen werkt lorentzkracht F_L , want bewegende vrije elektronen kun je beschouwen als een elektrisch stroompje I en deze staat hier loodrecht op de veldlijnen

kenmerk van de beweging (zie figuur)

- **elektron beschrijft in magnetisch veld eenparige cirkelbeweging**
- **op elektron werkt lorentzkracht F_L** deze kracht fungeert als middelpuntzoekende kracht F_{mpz} (zie ook pag. 72)

■ **grootte van lorentzkracht** $F_L = F_{\text{mpz}} \Rightarrow B \cdot q \cdot v = \frac{m \cdot v^2}{r}$; r = straal cirkelbaan;

v = snelheid elektron; m = massa elektron



vervolg

elektromotor vervolg

Lyke maakt heel slim een eenvoudige gelijkstroommotor met een batterij, een supermagneet, een draadje en een schroef. Schroef + magneet hangen via magnetische aantekking aan de – pool van de batterij. Zie figuur.

Lyke maakt met het draadje bij K een bijna wrijvingsloos contact met de linkerkant van de magneet (N-pool en Z-pool zijn hier aangegeven).

Berekeneer welke richting 'magneet + schroef' gaat rondtollen.

De veldlijnen lopen binnen in de magneet van Z naar N. Zoom in op de magneet; $\vec{B}$ loopt in P naar boven en de stroom I loopt van + naar –, dus in punt P naar rechts $\Rightarrow$ dit levert een F_L het papier uit $\Rightarrow$ de linkerkant van de magneet draait naar voren.

afbuigen in magnetisch veld

In de vacuümruiimte binnen de stippe lijn (zie fig.) heerst een homogeen magnetisch veld dat loodrecht het papier in wijst. Er geldt: $B = 1,8 \text{ mT}$.

Bij punt P komt een elektron (lading q) binnen met snelheid $v = 4,2 \cdot 10^7 \text{ m/s}$, naar rechts gericht.

Naar welke kant zal het elektron afbuigen?

B wijst $\otimes$ en I is naar links (!) gericht.

Linkerhandregel toepassen: F_L wijst omlaag (!), dus

elektronen buigen naar beneden af.

Bereken de straal van de cirkelbaan die het elektron zal beschrijven.

F_L is lorentzkracht op geladen deeltje $\Rightarrow F_L = B \cdot q \cdot v$. Deze kracht fungeert hier als

middelpuntzoekende kracht (pag. 72) $\Rightarrow F_L = F_{mpz} \Rightarrow B \cdot q \cdot v = \frac{m \cdot v^2}{r} \Rightarrow$

$$r = \frac{m \cdot v}{B \cdot q} \Rightarrow r = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4,2 \cdot 10^7}{1,8 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow r = 0,13 \text{ m} = 13 \text{ cm}$$

Hoe lang doet het elektron over de getekende $\frac{1}{4}$ cirkel?

$$\text{Er geldt: } v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T_{\text{één omloop}} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 0,13}{4,2 \cdot 10^7} = 1,9 \cdot 10^{-8} \text{ s} \Rightarrow \frac{1}{4} T = 4,9 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

magnetische veldsterktemeter

De sterkte van een magnetisch veld kan direct worden gemeten op de volgende manier. Door revenstaande geleider loopt een elektrische stroom I naar rechts.

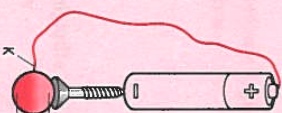
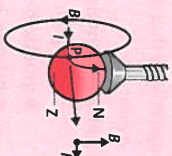
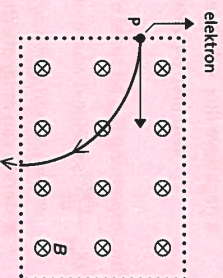
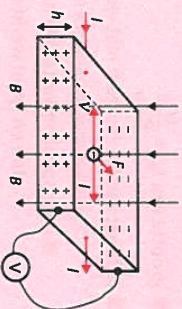
Loodrecht op de geleider staat het magnetisch veld B .

Hierdoor worden elektronen in de geleider afgebogen.

De stroom I wijst naar rechts, dus de elektronen bewegen naar links. B is omlaag gericht $\Rightarrow$

F_L 'duwt' de elektronen van voor naar achter (linkerhandregel).

Hierdoor wordt de achterkant van de geleider negatief en de voorkant positief: er ontstaat een spanning U tussen voor- en achterkant. Hoe sterker het magnetische veld, hoe groter de spanning. Uit de gemeten spanning kan het veld worden berekend.

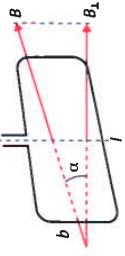


afbuigen van bewegende vrije ladingen in magnetisch veld vervolg

- **richting van lorentzkracht** bepalen met linkerhandregel met behulp van richting van B en I
 - richting van I is *teggengesteld* gericht aan snelheid v , want I loopt tegengesteld aan richting van elektronenstroom (zie pag. 78)
 - F_L staat altijd loodrecht op v en op B
- **afbuiging van positieve ladingen** dan geldt: richting van I = richting van $v \Rightarrow F_L$ keert om van richting $\Rightarrow$ deeltje buigt andere kant op

magnetische flux Φ (in $T \cdot m^2$ of Wb) is maat voor gebruikt bij beschrijven van opwekken van elektriciteit

- **aantal magnetische veldlijnen dat door oppervlak wijst** veel flux betekent: er wijzen veel veldlijnen door oppervlak



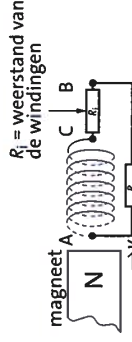
- **grootte $\Phi = B_A \cdot A = B \cdot A \cdot \cos \alpha$** (zie figuur)
- **richting** is gelijk aan richting van $B_{\perp}$
- **negatieve flux** veldlijnen wijzen dan aan andere kant (dan bij positieve flux) het oppervlak binnen

inductiespanning U_{ind} bij spoel of draadwinding met N windingen algemeen

- $U_{ind} \sim \frac{d\Phi}{dt}$ is snelheid waarmee omvatte flux in tijd verandert
 de door een spoel of winding omvatte flux kan veranderen doordat
 - **sterkte van magnetisch veld (B) verandert**
 - **winding andere positie krijgt ten opzichte van veldlijnen**
 - **oppervlak van winding verandert**
- $U_{ind} \sim N$ want elke winding produceert spanning en alle windingen staan in serie
 beide formules zijn te combineren tot
 - $U_{ind} = N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$
 - $U_{ind} = N \cdot \text{steilheid in } \Phi_t\text{-diagram}$

inductiestroom I_{ind} ontstaat indien er U_{ind} is en uiteinden van de spoel/winding geleidend verbonden zijn

- **grootte van $I_{ind} = \frac{U_{ind}}{R_{\text{ totaal}}}$**
- **richting van I_{ind}** bepalen met wet van Lenz
 2 gelijkwaardige redeneringen (zie figuur)
 - **door spoel omvatte flux naar rechts neemt toe en spoel werkt dit tegen**
 $\Rightarrow$ spoel maakt flux naar links $\Rightarrow$ r. h. regel: I_{ind} loopt van C via spoel naar A
 - **spoel werkt naderen van N-pool tegen: maakt aan zijn linkerkant ook een N-pool** $\Rightarrow$ spoel maakt flux naar links; verder: zie vorige redenering
 - **polariteit van A en B** beschouw spoel als spanningsbron: I_{ind} loopt *buiten* de bron van + naar - $\Rightarrow$ A is de + pool

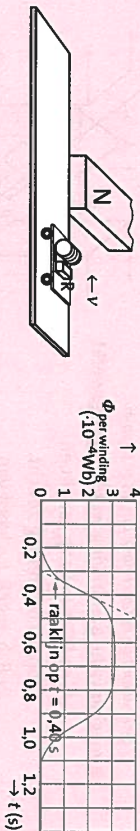


magneet beweegt naar rechts

elektromagnetische inductie verschijnsel dat wanneer een magnetisch veld en een spoel (ook wel draadraam genoemd) ten opzichte van elkaar bewegen, er over de uiteinden van de spoel een spanning U_{ind} wordt opgewekt (opwekken = induceren).

De beweging moet zó zijn, dat de door de spoel omvatte flux verandert.

Op een wagentje is een spoel bevestigd. Het wagentje rijdt met constante snelheid langs de N-pool van een magneet. In het diagram is weergegeven hoe voor één winding van de spoel de flux verandert als functie van de tijd. De spoel heeft 450 windingen. De uiteinden van de spoel zijn verbonden door een weerstand R van 4,7 Ω .



- Bereken de stroomsterkte door de weerstand op het tijdstip $t = 0,40$ s, indien gegeven is dat de spoel zelf ook weerstand heeft, namelijk 1,3 Ω .

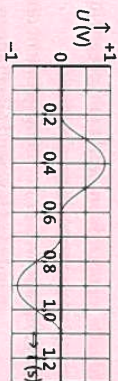
Op dit tijdstip verandert de flux in elke winding. Voor U_{ind} geldt:

$$U_{\text{ind}} = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = N \cdot \text{'steilheid raaklijn in diagram'} = 450 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-4}}{(0,50 - 0,30)} = 0,90 \text{ V}$$

$$\Rightarrow I = \frac{U_{\text{ind}}}{R_{\text{tot}}} = \frac{0,90}{(4,7 + 1,3)} = 0,15 \text{ A}$$

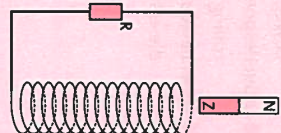
Teken het diagram dat U_{ind} weergeeft als functie van de tijd.

De vorm van de grafiek volgt uit de steilheid in het Φ -t-diagram. $U_{\text{ind,max}} = 0,90$ V (zie vorige vraag). Diagram: zie figuur.



wet van Lenz de richting van de inductiestroom I_{ind} is zodanig, dat deze de oorzaak van het ontstaan van deze stroom tegenwerkt. Er is alleen I_{ind} indien (bij spoel of draad) de uiteinden geleidend verbonden zijn.

- fluxtoename $\Rightarrow$ er ontstaat tegenflux
- fluxafname $\Rightarrow$ er ontstaat meelflux
- *Bereken de wet van Lenz met behulp van energie aan de hand van een magneet, die door een spoel valt.*



Indien magneet wordt losgelaten ontstaat inductiestroom en wordt de weerstand warm. Deze energie moet ergens vandaan komen: deze komt uit E_k van de magneet $\Rightarrow$ de magneet komt met kleinere snelheid op de grond dan wanneer de spoel niet gesloten is $\Rightarrow$ de oorzaak (het bewegen van de magneet) wordt dus tegengewerkt.

- Welke pool (N of Z) maakt de bovenkant van de spoel bij binnenkomen van de magneet?
- Het naderen wordt tegengewerkt, dus de spoel maakt daar een Z-pool (Z en Z stoot af).
- Welke pool (N of Z) maakt de onderkant van de spoel, op het moment dat de magneet de spoel aan de onderkant verlaat?

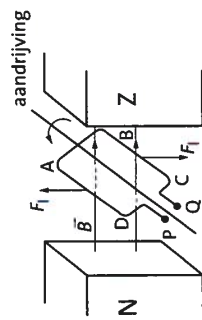
Het weggan van de magneet wordt tegengewerkt, dus de spoel maakt daar een Z-pool (Z en N trekt elkaar aan).

draaiend draadraam in homogeen magneetveld*kenmerken*

- **fluxverandering** flux door draadraam verandert voortdurend ten gevolge van aandrijving van winding; zie fig: winding verticaal: $|\Phi| = \text{maximaal}$; winding horizontaal: $\Phi = 0$
- **inductiespanning** ontstaat als gevolg van fluxverandering
merk op: wanneer $\Phi = 0$, dan is U_{ind} maximaal; wanneer $|\Phi| = \text{maximaal}$, dan is $U_{\text{ind}} = 0$
(want $U_{\text{ind}} \sim \frac{d\Phi}{dt}$ en niet $U_{\text{ind}} \sim \Phi$)

■ **richting van inductiestroom op bepaald moment***2 gelijkwaardige redeneringen om dit te bepalen*■ **mechanische aandrijving wordt tegengewerkt**

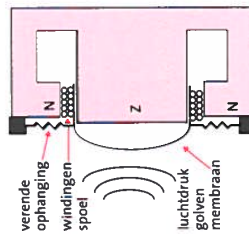
F_L op BC is omlaag gericht en
 F_L op AD is omhoog gericht.
 $\Rightarrow$ (l. h. regel) I_{ind} loopt van
 $C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow D$

■ **fluxverandering wordt tegengewerkt**

omvatte flux in figuur neemt af; Lenz: winding maakt flux bij naar rechts $\Rightarrow$
 (r. h. regel) I_{ind} loopt van $C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow D$; op moment van tekening is P de
 + pool, want de stroom I wil de winding bij P verlaten en stroom verlaat een
 spanningsbron bron altijd bij de + pool

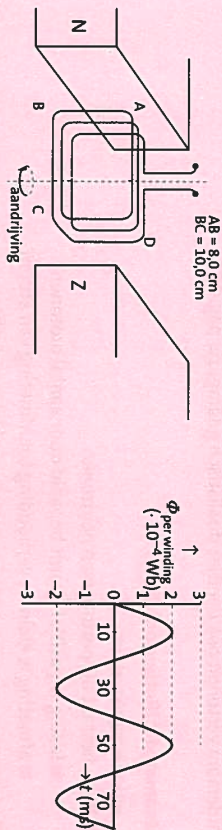
inductie bij microfoon werkt omgekeerd in vergelijking met luidspreker; werking berust op beweging van spoel in magneetveld

- **membraan** wordt in trilling gebracht door spraak/muziek; membraan is verend opgehangen en kan gemakkelijk bewegen
- **inductiespoel** zit vast aan membraan en beweegt mee met trilling van membraan
- **spoel beweegt in magneetveld** in spoel wordt U_{ind} opgewekt, die eenzelfde vorm heeft als de spraak/muziektrillingen



inductie bij draaiende spoel in homogeen magnetisch veld

Een spoel ($N=120$ windingen) wordt mechanisch aangedreven en draait eenparig rond tussen de polen van een magneet. Het magnetische veld tussen de polen is homogeen. De flux in één winding verandert als functie van de tijd als weergegeven in de grafiek hieronder. Verdere gegevens: zie de figuur.



- *Wat betekent het dat de flux ook negatief kan zijn (zie diagram)?*

De veldlijnen gaan dan niet via de voorkant van de winding, maar via de achterkant van de winding naar binnen.

- *Op welke tijdstippen is de opgewekte spanning maximaal?*

Dit is het geval indien de flux het snelst verandert $\Rightarrow$ dat is dus op de momenten dat het diagram het steilst loopt $\Rightarrow$ op $t = 0, 20, 40, 60, \dots$ ms.

- *Bereken op twee manieren de richting van de inductestroom op het moment van tekening.*

manier 1:

De aandrijfkraft op AB is naar achteren $\Rightarrow$ de lorentzkracht werkt dit tegen (lenz), dus die is naar voren gericht $\Rightarrow F_c$ op AB wijst naar voren en $B_{magneet}$ wijst ter plaatse naar rechts $\Rightarrow$ (linkerhandregel) I_{ind} wijst omlaag (van A naar B).

manier 2:

Op moment van tekening is de flux door de winding gelijk aan nul. Doordat de winding draait gaat vlak na moment van tekening een flux door de winding, die naar rechts is gericht. Dit zal worden tegengewerkt door de spoel (lenz) $\Rightarrow$ de spoel maakt een magnetisch veld naar links. Rechterhandregel: I_{ind} wijst van A naar B, dus in draadstuk AB omlaag.

- *Bereken de grootte van de magnetische inductie B tussen de polen van de magneten.*

Er geldt: $\Phi_{max} = B \cdot A \Rightarrow 2,0 \cdot 10^{-4} = B \cdot (0,10 \cdot 0,080) \Rightarrow B = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ T}$

De maximale waarde van de inductiespanning die

ontstaat wordt gegeven door de formule

$U_{ind,max} = N \cdot B \cdot A \cdot 2\pi f$, met $f = \text{omloopprequentie}$.

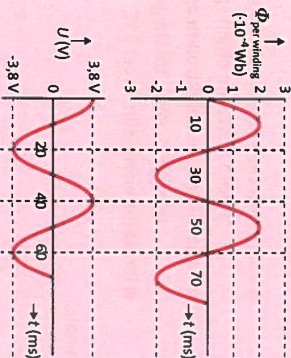
Bereken de waarde van $U_{ind,max}$.

Er geldt: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,040} = 25 \text{ Hz}$. Invullen levert:

$U_{ind,max} = 120 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 80 \cdot 10^{-4} \cdot 2\pi \cdot 25 = 3,8 \text{ V}$

- *Hoe ziet het U_{ind} -t-diagram er uit?*

$U_{max} = 3,8 \text{ V}$; U_{ind} is steilheid in Φ -t-diagram $\Rightarrow$ wanneer het Φ -t-diagram een sin-vorm heeft, dan heeft het U -t-diagram een cos-vorm $\Rightarrow$ het U_{ind} -t-diagram ziet er dus uit als hiernaast getekend.



9 Elektromagnetische straling en materie

elektromagnetische straling op te vatten als een regen van fotonen; zie pag. 26

dualistisch gedrag van fotonen fotonen gedragen zich als golven, maar ook als deeltjes; andersom vertonen ook deeltjes dualistisch gedrag; zie pag. 126

atoommodel (Rutherford, Bohr)

atoom is opgebouwd uit

- **kern** bestaat uit protonen en neutronen
 - **lading is positief** wordt bepaald door aantal protonen
 - **afmeting is klein** in verhouding tot afmeting van atoom
- **elektronen** zijn niet verder op te delen in kleinere deeltjes
 - **lading is negatief**
 - **afmeting is zeer klein** in verhouding tot kern
 - **bewegen om kern heen in vast bepaalde (cirkel)banen of schillen** K-schil bevindt zich dichtst bij kern $\Rightarrow$ plaats voor 2 elektronen; L-schil is grotere baan $\Rightarrow$ plaats voor 8 elektronen; M-schil nog grotere baan $\Rightarrow$ plaats voor 18 elektronen etc.

merk op

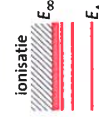
- **atoom is voor merendeel lege ruimte** kern is factor 10.000 kleiner dan atoom
- **atoommodel is in loop van tijd verbeterd** bovenstaand model is verouderd

energieniveaus van atoom het gaat eigenlijk om energieniveaus van de elektronen

- **worden bepaald door plaats van met name buitenste elektron**

atoom (dus: elektronen) kan (kunnen) zich bevinden in verschillende toestanden

- **grondtoestand** E_0 energie van atoom is minimaal; elektronen bevinden zich op hun 'normale' plaats (zo dicht mogelijk bij de kern)
- **1^e aangeslagen toestand** E_1 buitenste elektron bevindt zich in de eerst volgende hoger gelegen schil; zie de figuur
- **2^e aangeslagen toestand** E_2 buitenste elektron bevindt zich wéér een schil hoger etc.



- **geïoniseerde toestand** E_∞ buitenste elektron heeft zich losgemaakt van het atoom $\Rightarrow$ atoom is geïoniseerd

merk op

- **energieniveaus hebben per atoom zeer bepaalde waarden** $\Rightarrow$ elk atoom heeft zijn eigen specifieke energietoestanden
- **na aanslag zullen elektronen zeer snel terugspringen** naar lagere energieniveaus, tot de grondtoestand is bereikt
- **ionisatie-energieën** tabel 21C

energieniveauschema

vervolg

atoommodel Het verouderde atoommodel van waterstof is: een elektron voert een eenparige cirkelbeweging uit om de kern (een proton). De straal van de cirkelbaan is de atoomstraal (volgens Bohr; zie binas 7A). Om in een cirkelbaan te kunnen bewegen is een F_{mpz} nodig (zie pag. 72). Deze wordt geleverd door de coulombkracht, die het elektron ondervindt (zie pag. 90).

- *Bereken in 2 cijfers de baansnelheid, die het elektron moet hebben volgens dit model.*

De lading van proton en elektron is de elementaire lading e . Er geldt: $F_{mpz} = F_{el} \Rightarrow$

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = f \cdot \frac{e \cdot e}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{f \cdot e^2}{r \cdot m}} = \sqrt{\frac{9,0 \cdot 10^9 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{5,3 \cdot 10^{-11} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}} = 2,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

- *Leg uit dat het elektron in zijn cirkelbaan voortdurend een versnelling ondervindt.*

Op het elektron werkt een resulterende kracht (nl. de F_{el}), dus is er versnelling. Andere redenering: de snelheid verandert voortdurend van richting, dus er is versnelling.

Volgens de wetten van Maxwell zendt een elektron, welke een versnelling ondervindt, e.m.-straling uit (op dit principe werkt de antenne in je telefoon).

- *Leg uit waarom het hierboven genoemde atoommodel eigenlijk niet klopt.*

Wanneer het elektron voortdurend e.m.-straling uitzendt, dan zendt het energie uit $\Rightarrow$ dit gaat ten koste van de energie van het elektron $\Rightarrow$ de snelheid van het elektron neemt af en het elektron stort uiteindelijk op de kern $\Rightarrow$ dan zou een atoom niet kunnen bestaan, terwijl wij wel atomen om ons heen zien en ervan zijn gemaakt $\Rightarrow$ het model klopt niet. Met op: ook op een andere manier is te berekenen dat dit verouderde atoommodel niet klopt (zie pag. 139).

atoommodel proef van Rutherford

Een zeer dun plaatje zilver wordt beschoten met snelle He kernen (deze hebben een lading + 2e, zie ook pag. 28). De meeste kernen blijken rechtdoor te gaan.

- *Wat kun je hieruit concluderen?*

De He kernen worden nauwelijks afgebogen door de positief geladen zilverkernen $\Rightarrow$ de zilverkernen bevinden zich op grote afstand van elkaar $\Rightarrow$ een atoom is zeer 'leeg'.

- *Indien je een dun plaatje neemt van goud in plaats van zilver, welk verschil verwacht je dan bij de proef? (goudkernen zijn groter en sterker positief geladen)*

De trefkans is groter en de afstotende kracht is groter $\Rightarrow$ meer He kernen worden afgebogen en ook sterker afgebogen.

Ionisatie-energie minimale energie, nodig om het buitenste elektron van een atoom los te maken van het atoom. Edelgassen laten zich moeilijk ioniseren: deze elementen hebben 'volle' schillen. Naarmate een schil minder vol is, wordt het in het algemeen gemakkelijker om het atoom te ioniseren.

aanslag en emissie bij atomen

Van een denkbeeldig atoom is op pag. 111 het energieniveauschema getekend. Het atoom bevindt zich in de grondtoestand.

vervolg

Binas: elektronvolt (5), constante van Planck (7A), lichtsnelheid (7A), zichtbaar licht (19A), energieniveaus atomaire waterstof (21A): formules (35E1 en 35E2)

energie-niveaus van atoom vervolg

■ energie-niveaus van waterstofatoom tabel 21A: energie-niveauschema

- $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ (in eV) n = hoofdkwantumgetal (in 'oude taal': het nummer van de elektronenschil); energie in ∞ is nul; naarmate elektron atoom nadert daalt zijn energie, vandaar het min-teken;
- emissielijnen worden verdeeld in reeksen, bv. Lyman-reeks = alle lijnen eindigend op niveau 0 eV; Balmer-reeks: alle lijnen eindigend op niveau 10,2002 eV etc.

■ leveren verklaring voor emissie- en absorptiespectra zie hieronder

emissie van fotonen door losse atomen (algemeen)*principe*

- **atoom zendt foton uit** atoom kan alleen bepaalde energiesprongen maken; bij uitzending van foton keert atoom terug van hoger energie-niveau E_m (aangeslagen toestand) naar lager energie-niveau E_n ; het laagste energie-niveau heet grondtoestand E_0

- $E_f = |E_m - E_n| = h \cdot f$ foton-energie = grootte van energiesprong die wordt gemaakt

gevolg

- **spectrum is altijd lijnenspectrum** één atoom kan slechts een beperkt aantal 'kleuren' (al dan niet zichtbaar) uitzenden; dit aantal wordt bepaald door het aantal mogelijke sprongen van hogere energie-niveaus terug naar lagere energie-niveaus $\Rightarrow$ elke atoomsoort heeft zijn eigen sprongen en hiermee zijn eigen 'set' kleuren (vergelijk dit met streepjescodes bij consumptieartikelen)

mogelijke oorzaken van aanslag (en dus ook van emissie)

- **absorptie van opvallende fotonen**
- **absorptie van energie van opvallende elektronen**
- **absorptie van inwendige energie** via warmte
- **toevoer van elektrische energie**
- **toevoer van mechanische energie**

merk op

- **uitzending (na aanslag) van foton gebeurt meestal spontaan** en vindt dan zeer snel na aanslag plaats (10^{-9} s)
- **bovenstaande oorzaken van aanslag zijn ook mogelijke oorzaken van ionisatie**

aanslag en emissie bij atomen vervolg

Het atoom wordt nu bestraald met fotonen waarvoor geldt: $1,9 \cdot 10^{-18} \text{ J} < E_{\text{foton}} < 3,3 \cdot 10^{-18} \text{ J}$

- *Leg uit wat er zal gebeuren met het atoom.*

De fotonen met een energie van $3,0 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ zorgen voor aanslag van de grondtoestand naar niveau E_1 . Vervolgens kunnen fotonen met een energie van $2,2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ zorgen voor nog verdere aanslag naar niveau E_2 . Verdere aanslag is niet mogelijk.

- *Wat zal er gebeuren met een atoom dat zich in de aangestlagen toestand in E_2 bevindt?*

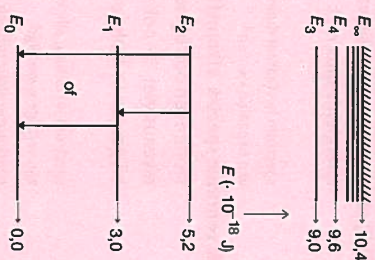
Er zijn twee mogelijkheden:

- Het atoom zendt één foton uit van $5,2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ (sprong van E_2 naar E_0).
- Het atoom zendt twee fotonen uit: eerst $2,2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ en daarna $3,0 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ (overeenkomend met sprong van E_2 naar E_1 , gevolgd door E_1 naar E_0).

Het atoom, dat zich weer in de grondtoestand bevindt, wordt nu getroffen door een foton met een energie van $10,6 \cdot 10^{-18} \text{ J}$.

- *Bereken met welke snelheid het elektron het atoom zal verlaten.*

De ionisatie-energie E_{∞} is $10,4 \cdot 10^{-18} \text{ J} \Rightarrow$ voor E_k blijft er over: $(10,6 - 10,4) \cdot 10^{-18} \text{ J} = 0,2 \cdot 10^{-18} \text{ J} \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 = 0,2 \cdot 10^{-18} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot v^2 = 0,2 \cdot 10^{-18} \Rightarrow v = 7 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

**energieniveauschema van waterstof gebruik tabel 21A**

Een waterstofatoom bevindt zich in de grondtoestand.

- *Hoeveel energie moet worden toegevoerd, opdat het atoom de 656 nm lijn uitzendt?*

Het atoom zendt deze lijn uit bij overgang van $12,0888 \text{ eV}$ naar $10,2002 \text{ eV} \Rightarrow$ er moet dus vanuit de grondtoestand eerst $12,0888 \text{ eV}$ worden toegevoerd.

- *Het hierboven genoemde getal 656 is een afgerond getal. Het is met behulp van tabel 21A te berekenen in vijf significante cijfers. Voer deze berekening uit.*

Voor de overgang geldt: $\Delta E = 12,0888 \text{ eV} - 10,2002 \text{ eV} = 1,8886 \text{ eV}$ (5 sign. cijfers) $\Rightarrow$

$\Delta E = 1,8886 \cdot 1,6021766 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3,02587 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Uit $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ volgt: $\lambda = \frac{h \cdot c}{E_f}$ invullen:

$$\lambda = \frac{6,62606957 \cdot 10^{-34} \cdot 2,99792458 \cdot 10^8}{3,02587 \cdot 10^{-19}} = 6,5649 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 656,49 \text{ nm}$$

spectrum verschillende golflengten op een scherm naast elkaar afgebeeld. Spectrum wordt gemaakt door met behulp van nauwe spleet een smalle lichtbundel te maken. Vervolgens laat men de bundel vallen op een prisma of tralie. Hier wordt het licht uiteen gerafeld in de diverse kleuren. Totale elektromagnetisch spectrum: zie ook pag. 26.

emissiespectrum spectrum afkomstig van een voorwerp in lichtgevende toestand. Tussen voorwerp en waarnemer mogen zich geen gassen en dergelijke bevinden.

begrippen en relaties elektromagnetische straling en materie

emissiespectra van groepen van atomen

- **lijnspectra** afkomstig van eenatomige gassen $\Rightarrow$ atomen beïnvloeden elkaars energieniveaus niet

spectrum bestaat uit dunne lijnen
van bepaalde kleuren

violet rood

- **continue spectra** afkomstig van vloeistoffen, vaste stoffen $\Rightarrow$ bij vloeistoffen en vaste stoffen (en ook bij het plasma van de zon) beïnvloeden atomen elkaars energieniveaus wel $\Rightarrow$ ook spectrum van gloeilamp (gloeidraad is vaste stof) is continu; bij gassen in molecuulvorm (meerdere atomen) zijn delen van spectrum reeds continu

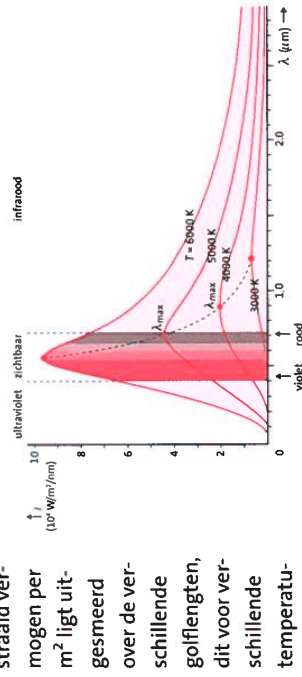
spectrum is continu; alle kleuren
zijn vertegenwoordigd

violet rood

continue emissie uit zich in 'temperatuurstraling'

- **temperatuurstraling** stralingswet van Planck: elk lichaam met een temperatuur > 0 K zendt EM-straling uit, want rooster trilt; dus is aanslag mogelijk
- **zwarte straler** er geldt: $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ P = door straler uitgezonden vermogen; σ = constante van Stefan-Boltzmann ($= 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$, tabel 7);
 A = oppervlak straler; T = temperatuur van straler (in kelvin)
- **emissiekrommen zwarte straler (Planck-krommen)** tonen hoe totaal uitge-

straald vermogen per m^2 licht uitgesmeerd over de verschillende golflengten, dit voor verschillende temperaturen van stralende zwarte voorwerp; in elk golflengtegebiedje met breedte van 1 nm is het uitgestraald vermogen P per m^2 gemeten; vervolgens is dit (in eenheid $\text{Wm}^{-2}\text{nm}^{-1}$) uitgezet tegen λ (zie ook tabel 22)



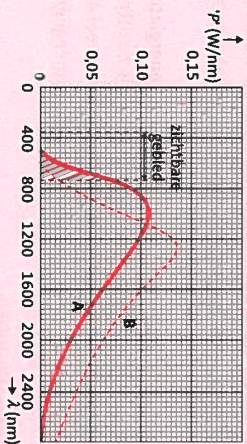
kenmerken van emissiekrommen

- **elke kromme bereikt maximum** wordt bereikt bij λ_{max}
- **indien $T >$, dan $\lambda_{\text{max}} <$** er geldt: $\lambda_{\text{max}} \cdot T = k_w$ (wet van Wien), waarin k_w = constante van Wien $= 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ mK}$ (tabel 7)
- kamertemperatuur:** alleen uitzending van infraroodstraling
- hoge temperaturen** (bv. 4000 K): naast i.r.-straling is er ook reeds zichtbaar licht en zelfs een weinig uv-straling
- **indien $T >$, dan $P/A >$** er wordt dan in elk golflengtegebiedje meer vermogen per m^2 uitgezonden $\Rightarrow$ kromme van hoge temperatuur ligt volledig boven kromme van lagere temperatuur
- **oppervlak onder kromme** is totaal uitgezonden vermogen per m^2

continu spectrum kleuren, naast elkaar afgebeeld op een scherm. De kleuren vloeien zonder onderbreking in elkaar over $\Rightarrow$ er zijn oneindig veel kleuren.

Van een gloeilamp A heeft Loes het 'vermogen per nm' uitgezet tegen de uitgezonden golflengte. Zo betekent bv. de 'P' = 0,10 W/nm bij 1200 nm, dat het vermogen, uitgestraald in het golflengtegebied van 1199,5 nm tot 1200,5 nm (dus breedte 1 nm) gelijk is aan 0,10 W.

- Leg uit waarom deze lamp geel licht uitzendt en geen wit licht.



De uitgezonden straling bevat niet alle kleuren uit het zichtbare gebied: blauw en violet ($\lambda = 380 \dots 500$ nm) ontbreken $\Rightarrow$ de kleur is geel.

De gearceerde oppervlakte in de figuur is $0,38 \text{ cm}^2$, de totale oppervlakte onder de grafieklijn A is gelijk aan $5,5 \text{ cm}^2$.

- Bereken het totaal door de lamp uitgezonden vermogen.

Eén cm^2 in de grafiek stelt voor: $0,05 \text{ W/nm} \cdot 400 \text{ nm} = 20 \text{ W} \Rightarrow$ het totaal uitgezonden vermogen bedraagt $5,5 \cdot 20 = 1,1 \cdot 10^2 \text{ W}$

- Bereken het rendement η van deze gloeilamp.

$$\eta = \frac{P_{\text{nutig}}}{P_{\text{totaal}}} = \frac{P_{\text{zichtbaar licht}}}{P_{\text{totaal}}} = \frac{0,38}{5,5} \cdot 100\% = 6,9\%$$

- Bereken het oppervlak van de gloeidraad in mm^2 (ga ervan uit dat dit een zwarte straler is).

Eerst T gloeidraad bepalen via $\lambda_{\text{max}} \cdot T = k_w$ met $\lambda_{\text{max}} = 1000 \text{ nm}$ (top aflezen in diagram A) en $k_w = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK} \Rightarrow$ invullen: $T = 2,898 \cdot 10^3 \text{ K}$. Oppervlak A volgt uit $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ met $P = 1,1 \cdot 10^2 \text{ W}$ en $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2 \text{K}^{-4}$; invullen levert: $A = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 = 28 \text{ mm}^2$

Een andere lamp B heeft een grafieklijn, die de lijn van A snijdt.

- Leg uit hoe dit kan, gezien de figuur op de linker pagina.

Er geldt: $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$. Ondanks de lagere temperatuur T van B is het uitgezonden vermogen P toch hoger $\Rightarrow$ het oppervlak A dat straling uitzendt is bij B groter dan bij A (bij de grafiek op de linker pagina is dit niet het geval, omdat alles daar per m^2 gaat)

zwarte straler voorwerp dat alle opvallende straling absorbeert; zulke absorbeers zijn zelf goede uitzenders van straling en stralen volgens de Planck-krommen.

De zon is een zwarte straler.

- Is dit niet in tegenspraak met het feit dat je de zon goed kunt zien?

Nee, het woord zwart slaat hier op de eigenschap dat als er straling op de zon valt, deze straling volledig geabsorbeerd zou worden door de zon. Daarnaast echter emiteert de zon merkbaar straling door zijn hoge temperatuur, en dat is wat wij zien.

- Klopt de formule $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ voor de zon? Ga dit na met een berekening.

In tabel 32C staat: $R_{\text{zon}} = 6,963 \cdot 10^8 \text{ m}$; de effectieve temperatuur is $5,78 \cdot 10^3 \text{ K}$ (tabel 32B) $\Rightarrow$ (met $A = 4\pi R_{\text{zon}}^2$) $P = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot (6,963 \cdot 10^8)^2 \cdot (5,78 \cdot 10^3)^4 = 3,86 \cdot 10^{26} \text{ W}$; dit stemt goed overeen met tabel 32C.

absorptie van fotonen door atomen algemeen*principe*

- **atoom absorbeert foton** fotonenergie wordt opgeslagen als inwendige energie van het atoom; men zegt: het atoom is 'aangeslagen'
- alleen absorptie indien*
 - $E_{\text{foton}} = \text{energieverschil tussen 2 energietoestanden van atoom}$ foton moet precies de juiste hoeveelheid energie bezitten
 - $E_{\text{foton}} \geq E_i$ (ionisatie-energie) het teveel aan energie ($E_{\text{foton}} - E_i$) wordt dan in de vorm van kinetische energie E_k meegegeven aan het elektron, dat het atoom verlaat

absorptiespectra

- **ontwerpen** door wit licht (continu spectrum) door een gas te sturen
 - **absorptiespectrum** = continu spectrum minus lijnenspectrum de atomen van het gas absorberen die fotonen die ze zelf kunnen uitzenden $\Rightarrow$ uit het continue spectrum worden door gasatomen bepaalde kleuren geabsorbeerd; deze kleuren worden daarna door gasatomen weer wel uitgezonden, maar in alle richtingen $\Rightarrow$ in de originele richting gaat de kleur nauwelijks verder $\Rightarrow$ absorptielijn
- 
- spectrum is continu, echter op bepaalde plaatsen ontbreken kleuren
- **plaats absorptielijnen** zegt iets over welke elementen aanwezig zijn in absorberende gas

- **verschoven lijnen** lijnen van bv. waterstof liggen bij spectrum van een ster vaak iets verschoven ten opzichte van de positie die je zou verwachten; dit wijst op radiale snelheid van de ster

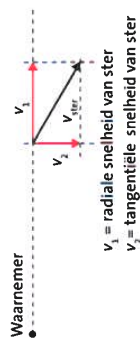
(zie figuur en zie ook pag. 124 en 125)

- **dikte absorptielijnen** hoe dikker de lijnen, hoe groter de concentratie van de stof, die de absorptie veroorzaakt

- **absorptiespectrum van de zon** Binas 20, spectraalplaat 2

spectrum bestaat uit

- **continu spectrum** veroorzaakt door het plasma van de zon
- **absorptielijnen** veroorzaakt door gassen rond de zon (en rond de aarde); absorptielijnen heten **fraunhoferlijnen**; uit plaats en dikte van lijnen wordt afgeleid wat samenstelling is van zon
- **absorptiespectra van andere sterren** aantal lijnen en sterktes van lijnen verschilt van ster tot ster



emissiespectrum van groepen van atomen in de praktijk*continue spectra*

- **gloeilende spijker**: violet/blauw/groen ontbreekt in het spectrum: de temperatuur is te laag. Het geheel 'oogt' roodachtig.
- **gloeidraad van gloeilamp**: violet en blauw ontbreken in het spectrum: de temperatuur is niet hoog genoeg. Het geheel 'oogt' geelachtig.
- **halogeenlamp**: de temperatuur is hoog genoeg om alle kleuren te krijgen. Het geheel 'oogt' zo goed als wit.

- **zonne-emissie-spectrum**: bevat alle kleuren en zelfs ultraviolet.

- **tl-buis**: gas in de buis produceert lijnenspectrum, echter dit licht valt op de fluorescerende stof op de binnenkant van het glas van de buis. Uit deze stof treedt een continu spectrum.

lijnenspectra

- **gasontladingslamp** (zonder fluorescerend poeder op glas)
- **natriumlamp** lijnenspectrum (twee oranjegele lijnen zeer dicht bij elkaar). In een buis bevindt zich neon + vast natrium. Het neon geeft aanvankelijk roodachtig licht terwijl steeds meer natrium verdamppt. De natriumdamp zendt uiteindelijk het oranjegele licht uit.
- **stadionverlichting** lamp bevat kwik en zouten. Vooral zouten zorgen voor lichtproductie.

absorptiespectrum spectrum dat wordt waargenomen indien zich tussen een voorwerp - dat een continu spectrum produceert - en een waarneemer een (heet) gas bevindt. In het continue spectrum ontbreken die kleuren, die het gas in lichtgevende toestand zelf uitzendt.

Wit licht passeert een heet gas. Van het doorgelaten licht wordt een spectrum ontworpen. Hierin bevinden zich absorptielijnen op de getekende plaatsen.

- *Ga na uit welke stof het hete gas bestond.*



De absorptielijnen liggen precies op de plaats van kwik (Binas 20, spectraalplaat 10) $\Rightarrow$ het hete gas was kwikdamp. Zo is ook het absorptie-spectrum te maken van bv. natrium. Hiertoe moet je keukenzout (NaCl) verhitten in een kleurloze vlam. Vervolgens leid je wit licht door de ontstane damp. Van het doorgelaten licht ontwerp je daarna een spectrum.

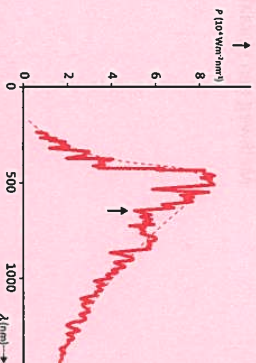
Hiernaast staat het spectrum van de zon zoals wij dat waarnemen.

- *Waarom volgt dit spectrum niet precies de Planck-kromme?*

Er zitten dippen in de kromme. Die worden veroorzaakt door met name absorptie door de zonneatmosfeer. Merk op: er is hier ook het effect dat straling uit verschillende temperatuurlagen van het zonoppervlak komt, dus er worden meerdere Planck-krommen uitgezonden; de som ervan zie je.

- *Waarvoor wordt de dip, die is aangegeven met een pijl, veroorzaakt?*

De dip ligt bij ca. 655 nm $\Rightarrow$ het is een Balmerlijn uit het waterstofspectrum (tabel 21A)



waarnemen van straling vanaf de aarde alleen zichtbaar licht en radiostraling is goed waarneembaar, in verband met absorptie van andere EM-straling door de atmosfeer (zie tabel 30E)

■ **zichtbaar licht** men gebruikt optische telescopen

■ **lenzentelescoop** systeem van meerdere lenzen achter elkaar

■ **voordeel** eenvoudig in gebruik

■ **nadelen** lange telescoopbuis nodig; kleurschifting (kleuren breken niet allemaal op zelfde manier); zware lenzen (max. 1 m $\varnothing$) moeilijk te maken; lenzen vervormen door eigen gewicht; scheidend vermogen niet erg groot.

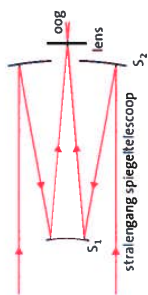
■ **ontdekkingen** o.a. dat maan niet glad en rond is; ringen van Saturnus

■ **spiegeltelescoop** gebruik van spiegels in plaats van lenzen

■ **voordelen** kortere buis mogelijk; geen kleurschifting; minder spiegels dan lenzen nodig, dus minder last van fouten; grote spiegels maken (bv. 10 m $\varnothing$) is goed mogelijk; goedkoper dan lenzen; scheidend vermogen beter dan lenzentelescoop

■ **nadeel** opvang van licht gebeurt voor deel in lichtbaan (zie fig.)

■ **ontdekkingen** o.a. manen van Mars; planeet Uranus



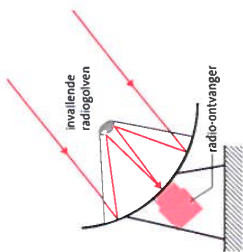
■ radiostraling

■ **radiotelescoop** neemt korte-golf-straling waar ($\lambda = 1 \text{ cm} \dots 10 \text{ m}$)

■ **voordelen** dag en nacht te meten; nauwelijks beïnvloeding door atmosfeer; signalen kunnen worden versterkt; meerdere telescopen kunnen op grote afstand in een rij worden geplaatst $\Rightarrow$ heeft effect van zeer grote telescoop

■ **nadelen** grote telescopen nodig; verwerken van signalen is ingewikkeld

■ **ontdekking** o.a. meting aan 21 cm golven leverde informatie op over waterstof in de ruimte; de 21 cm straling ontstaat wanneer tolbeweging van elektron in waterstofatoom omkeert; hiermee werd bewezen dat Melkweg een spiraalstelsel is



atmosferische vensters golflengtegebieden in het e.m.-spectrum, waarin straling praktisch onverzwakt door de atmosfeer heen kan dringen. Zie tabel 30E. Naast zichtbaar licht kunnen alleen radiogolven ($\lambda = 1 \text{ dm} \dots 10 \text{ m}$) de atmosfeer ongehinderd passeren. Bijvoorbeeld Röntgenstraling, die uit de ruimte komt, is op aarde niet te meten $\Rightarrow$ je hebt hiervoor satellieten nodig.

lenzentelescoop

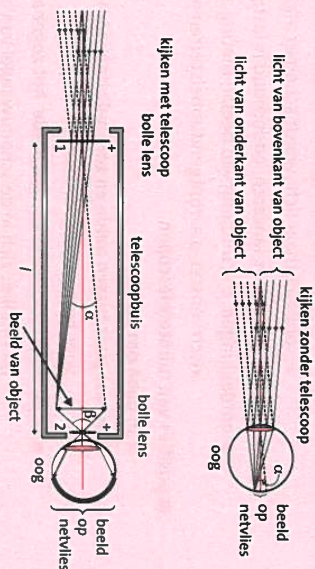
Telescoop bevat 2 lenzen:

objectief (lens 1) en oculair (lens 2), zie figuren.

Bij kijken zonder telescoop vallen stralen in het oog in onder een hoek α ; bij kijken met telescoop vallen stralen in onder hoek β .

Je ziet een voorwerp dan een factor $\frac{\beta}{\alpha}$ vergroot.

Hoe groter de lengte l van de kijker, des te groter beeld van object, dat je bekijkt.



telescoop Herschel in tweede Lagrangepunt

De telescoop Herschel, die o.a. de achtergrondstraling van het heelal (temp. 3 K) moest meten, moet zelf extreem gekoeld zijn, tot vlak boven 0 K.

- *Leg uit waarom.*

Een ontvangschotel met hoge temperatuur zal zelf merkbaar stralen (volgens $P = \sigma AT^4$) $\Rightarrow$ de satelliet meet dan zichzelf in plaats van de achtergrondstraling.

Men plaatste de satelliet in een baan om het zogenaamde tweede Lagrangepunt.

Dit punt ligt op $r_x = 1,5 \cdot 10^9 \text{ m}$ van de aarde, van de zon

af gericht. Zie figuur, punt L. De afstand r_1 is hier $1 \text{ AE} = 1 \text{ Astronomische Eenheid} = \text{afstand aarde-zon}$ (zie ook tabel 32C). Op punt L kan een satelliet, ondanks zijn grotere baanstraal, toch dezelfde omlooptijd rond de zon hebben als de aarde (365,256 dagen). Hiervoor is zowel de gravitatiekracht van de zon als die van de aarde op de satelliet vereist.

- *Toon met een berekening aan dat de gegeven $1,5 \cdot 10^9 \text{ m}$ juist is.*

Op een massa m in het punt L werken $F_{G, \text{aarde}}$ en $F_{G, \text{zon}}$. Deze krachten leveren samen de

$$\text{vereiste } F_{\text{mpz}} \Rightarrow F_{\text{mpz}} = F_{G, \text{aarde}} + F_{G, \text{zon}} \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r_2} = G \frac{m \cdot M_{\text{zon}}}{r_1^2} + G \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{r_x^2} \quad \text{met } v = \frac{2\pi r_2}{T}$$

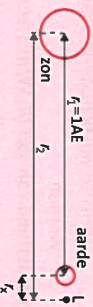
$$\Rightarrow \frac{4\pi^2 r_2}{T^2} = G \cdot \left(\frac{M_{\text{zon}}}{r_1^2} + \frac{M_{\text{aarde}}}{r_x^2} \right) \quad \text{met } r_1 = 1 \text{ AE} + 1,5 \cdot 10^9 \text{ m} = 1,511 \cdot 10^{11} \text{ m}; T = 365,256 \text{ dagen}$$

$= 3,1558 \cdot 10^7 \text{ s}$; bij juist invullen van M_{aarde} , M_{zon} en G blijkt de vergelijking te kloppen.

Het punt L bevindt zich nagenoeg in de kernschaduwkegel van de aarde (gunstig voor de koeling van de satelliet).

vervolg

Binas: absorptie van e.m. straling in de atmosfeer (30E)



waarnemen van straling vanuit de ruimte

- **alle soorten EM-straling** waarneming buiten 'atmosferische vensters' mogelijk
 - **ruimtetelescoop** telescoop aan boord van satelliet, buiten dampkring van aarde
 - **voordelen** alle soorten straling (dus ook infrarood-, röntgen- en γ -straling) kunnen worden waargenomen; geen last van storingen door atmosfeer $\Rightarrow$ ook zichtbaar licht wordt scherper afgebeeld (Hubble telescoop)
 - **nadelen** duur i.v.m. lanceren; onderhoud is lastig; omvang spiegels is beperkt
 - **ontdekkingen** o.a. uitdijing van heelal; meting aan straling buiten atmosfeerisch venster, o.a. röntgendubbelsterren met neutronenster
 - **posities van ruimtetelescopen**
 - **in baan om aarde**
 - **in vast punt tussen aarde en zon** het zogenaamde 1^e Lagrangepunt, in gebruik voor bestudering van zon
 - **in punt aan schaduwkant van aarde** het zogenaamde 2^e Lagrangepunt, waar de satelliet zich in de schaduwkegel van aarde kan begeven; in gebruik voor satellieten met schotels, die gekoeld moeten zijn (zie pag. 117)

classificatie van sterren*begrippen*

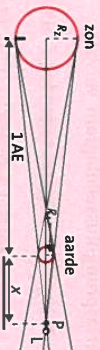
- **lichtsterkte L van ster (in W)** is gelijk aan totaal uitstraald vermogen $P \Rightarrow P = L$
- **symbool van zon is $\odot$** bv. $T_{\odot}$ stelt temperatuur van zon voor; hier wordt effectieve temperatuur bedoeld; er geldt $T_{\odot} = 5,78 \cdot 10^3 \text{ K}$ (Binas 32B)
- **lichtsterkte van zon $L_{\odot}$** er geldt: $L_{\odot} (= P) = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}$ (Binas 32C)
- **relatieve lichtsterkte $\frac{L}{L_{\odot}}$** geeft factor hoeveel maal groter lichtsterkte van een ster is ten opzichte van lichtsterkte van de zon; wordt gebruikt omdat anders getallen te groot worden
- **helderheid van ster (in W/m^2)** vermogen van ster dat op 1 m^2 aardoppervlak valt
 - **helderheid $I = \frac{P}{4\pi r^2}$** formule volgt uit kwadratische uitbreiding van licht (pag. 38); $P =$ vermogen van ster; $r =$ afstand tot ster
 - **zonneconstante** = helderheid van de zon op aarde = $1,368 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$ (tabel 32C)
 - **magnitude** veel gebruikte maat om helderheid van sterren aan te geven; zie voorbeeldopgave pag. 119; tabel 32B is gerangschikt naar magnitude
- **dichtheid van ster $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_{\text{ster}}}{\frac{4}{3}\pi R_{\text{ster}}^3}$**
weergave in diagram
- **Hertzsprung-Russelldiagram (H.R.-diagram)** diagram waarin sterren worden geclassificeerd naar temperatuur, totaal stralingsvermogen en grootte

vervolg

telescoop Herschel in tweede Lagrangepunt vervolg**- Toon dit aan.**

De schaduwkegel van de zon komt samen in punt P (zie fig.). Nu geldt:

$$x : (1 \text{ AE} + x) = R_A : R_2 \Rightarrow x = \frac{R_A \cdot 1 \text{ AE}}{R_2 - R_A}$$



getallen invullen (tabel 31 en 32C) levert:

$$x = 1,38 \cdot 10^9 \text{ m} \Rightarrow \text{Ligt hier vlak bij } (1,5 \cdot 10^9 \text{ m van de aarde}).$$

helderheid van sterren

De helderheid van een ster wordt uitgedrukt in sterkteklassen ofwel 'magnituden' (afkomstig van de Griek Hipparchus, 150 j v Chr.). Deze indeling wordt nog steeds gebruikt.

Het begrip magnitude (m) is derhalve gekoppeld aan de stralingsintensiteit I , (in W/m^2), die we van een ster op aarde ontvangen. De afspraak is: $I = \frac{C}{(2,51)^m}$; C is hierbij een constante.

- Bepaal de waarde van deze constante C . Gebruik hierbij gegevens van de zon.

Voor I op aarde geldt: $I = \text{zonneconstante} = (\text{tabel 32C}) 1,368 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$. Volgens tabel 32B is de magnitude m van de zon gelijk aan $-26,78 \Rightarrow C = I \cdot (2,51)^m = 1,368 \cdot 10^3 \cdot (2,51)^{-26,78} = 2,71 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2$

De ster Sirius A heeft een magnitude van $-1,44$ en is de helderste ster aan de nachtelijke hemel (zie tabel 32B; de sterren zijn daar gerangschikt naar helderheid).

- Bereken de intensiteit van de straling die we op aarde van Sirius A ontvangen.

$$\text{Vul in } m = -1,44 \text{ in de formule } I = \frac{C}{(2,51)^m} \text{ met } C = 2,71 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \Rightarrow I = 1,02 \cdot 10^{-7} \text{ W/m}^2$$

Wanneer ster 1 een stralingsintensiteit I_1 heeft en ster 2 een stralingsintensiteit I_2 , dan geldt

$$\text{voor het verschil van de magnitudes van de sterren: } m_2 - m_1 = 2,5 \cdot \log\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$$

- Toon dit aan.

$$\text{Er geldt: } I_1 = \frac{C}{(2,51)^{m_1}} \text{ en } I_2 = \frac{C}{(2,51)^{m_2}} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{C}{(2,51)^{m_1}}}{\frac{C}{(2,51)^{m_2}}} = \frac{(2,51)^{m_2}}{(2,51)^{m_1}} = 2,51^{m_2 - m_1} \Rightarrow$$

$$\log\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = (m_2 - m_1) \cdot \log 2,51 \Rightarrow (m_2 - m_1) = \log\left(\frac{I_1}{I_2}\right) \cdot (\log 2,51)^{-1} \Rightarrow m_2 - m_1 = 2,5 \cdot \log\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$$

effectieve temperatuur van ster de temperatuur die een ideale zwarte straler (even groot als de ster) moet hebben om hetzelfde vermogen uit te zenden als de ster.

Hertzsprung-Russelldiagram

In het H.R.-diagram op pag. 121 zijn enkele schuine lijnen getekend. Op een zo'n schuine lijn hebben alle sterren dezelfde afmeting. Voor de lijn waarbij staat $R = R_\odot$ geldt dat hierop sterren liggen, die even groot zijn als de zon. Waarom dit zo is wordt hierna uitgelegd.

vervolg

Binas: seconde en minuut als hoek (5), gegevens van sterren (32B), gegevens van de zon (32C)

- classificatie van sterren** vervolg
weergave in diagram
- **Hertzsprung-Russelldiagram** vervolg

■ $\log \frac{L}{L_{\odot}}$ is uitgezet tegen $\log T$ uit $P_{\text{ster}} (= L) = \sigma \cdot A \cdot T^4$ met $A = \text{steroppervlak} = 4\pi R_{\text{ster}}^2$

volgt: $L = \sigma \cdot 4\pi R_{\text{ster}}^2 \cdot T^4 \Rightarrow$ er is een verband tussen L , R_{ster} en T

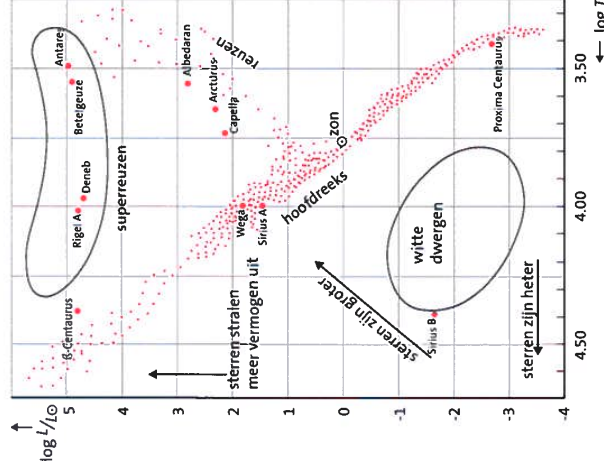
in verband met grootte van getallen wordt $\log \frac{L}{L_{\odot}}$ uitgezet (naar boven) tegen $\log T$ (naar links); zie diagram en Binas 33

verdeling van sterren over diagram

- **hoofdreeks** meeste sterren zitten hierin, ook de zon; sterren in hoofdreeks worden dwergen genoemd; reeks is stabiele fase voor sterren; fusie van $H \rightarrow He$
- **linksboven** witte sterren
- **midden** gele sterren
- **rechtsonder** rode sterren
- **reuzen** grote, relatief koude sterren
- **superreuzen** zeer grote sterren
- **witte dwergen** kleine, hete sterren
- **positie van zon in diagram**

verticaal: voor zon geldt: $L = L_{\odot} \Rightarrow \log \frac{L}{L_{\odot}} = \log 1 = 0$;

horizontaal: $T = 5800 \text{ K} \Rightarrow \log T = \log 5800 = 3,76$



evolutie van sterren hoe ster evolueert hangt sterk af van massa en chemische samenstelling; ster kan lang in stabiele fase verkeren en daarna versneld naar volgende stabiele fase gaan, dit proces kan zich enkele malen herhalen

belangrijke processen die evolutie beïnvloeden

- **kernfusie in ster** aanvankelijk fuseert waterstof in kern van ster tot helium; hier komt energie bij vrij; bij nog hogere temperatuur fuseert helium tot koolstof; fuseren levert energie op tot element ijzer; kernfusie levert **fotonendruk** naar buiten en wil ster doen opzwellen
- **gravitatiecontractie** gravitatiekracht wil ster doen krimpen

vervolg

Hertzsprung-Russelldiagram vervolg

Uit $P_{\text{ster}} (= L) = \sigma \cdot A \cdot T^4$ met $A = \text{steroppervlak} = 4\pi R^2$ volgt: $L = \sigma \cdot 4\pi R^2 \cdot T^4$.

Voor een willekeurige ster geldt:

$L = \sigma \cdot 4\pi R^2 \cdot T^4$, voor de zon geldt:

$L_{\odot} = \sigma \cdot 4\pi (R_{\odot})^2 \cdot (T_{\odot})^4$

$$\Rightarrow \frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^2 \cdot \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right)^4 \Rightarrow$$

$$\log \frac{L}{L_{\odot}} = 2 \log \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right) + 4 \log \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right).$$

Als $R = R_{\odot}$, dan geldt:

$$\log \frac{L}{L_{\odot}} = 4 \log \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right) \quad (\text{want } \log 1 = 0) \Rightarrow$$

$$\log \frac{L}{L_{\odot}} = 4 \log T - 4 \log T_{\odot}$$

$\log \frac{L}{L_{\odot}}$ is uitgezet langs de y-as en $\log T$

is uitgezet langs de x-as $\Rightarrow$ de vergelijking is er een van de vorm $y = 4x - 4 \log T_{\odot}$ ofwel: $y = 4x - 4 \log 5800 \Rightarrow y = 4x - 15,05$

Twee puntenparen: $y = 4$ levert $x = 4,76$ en $y = 0$ levert $x = 3,76 \Rightarrow$ klopt: de lijn $R = R_{\odot}$ gaat inderdaad door deze punten.

Als $R = 10 \cdot R_{\odot}$, dan is op soortgelijke manier af te leiden: $y = 4x - 13,05$. Dit is een evenwijdige lijn, die twee hokjes hoger ligt in de grafiek.

- *Wat valt op aan de staal van de hoofdrekssterren in verhouding tot die van de zon?*

Zie diagram: de straal van deze sterren varieert van $0,1 \cdot R_{\odot}$ tot $10 \cdot R_{\odot} \Rightarrow$ de stralen verschillen hoogstens een factor 10 met die van de zon.

massabepaling van ster

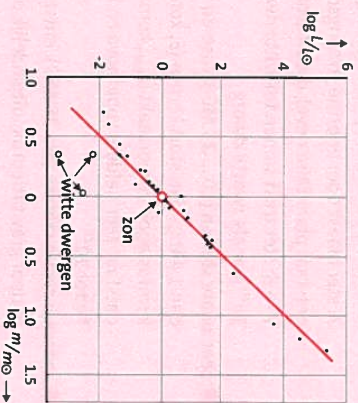
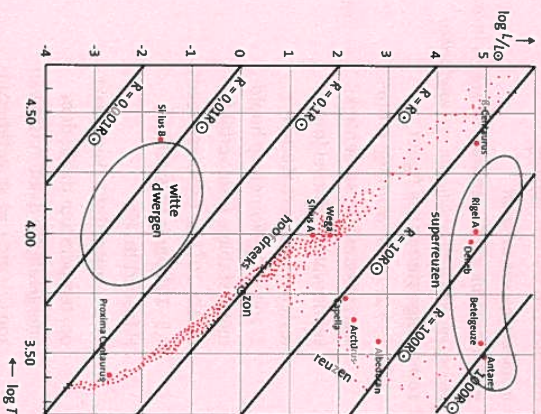
De Britse astronoom Eddington vermoedde een verband tussen de lichtsterkte L van een ster en de massa m van de ster. Hoe groter m , des te groter L , was het vermoeden. Hij zette van vele bekende sterren $\log \left(\frac{L}{L_{\odot}}\right)$ uit

tegen $\log \left(\frac{m}{m_{\odot}}\right)$. Dit leverde het resultaat

op van de grafiek hiernaast.

Alle sterren, behalve witte dwergen, liggen min of meer op de getrokken rechte. Dit leverde een methode om massa's van sterren te bepalen.

vervolg



■ **evolutie van sterren** vervolg

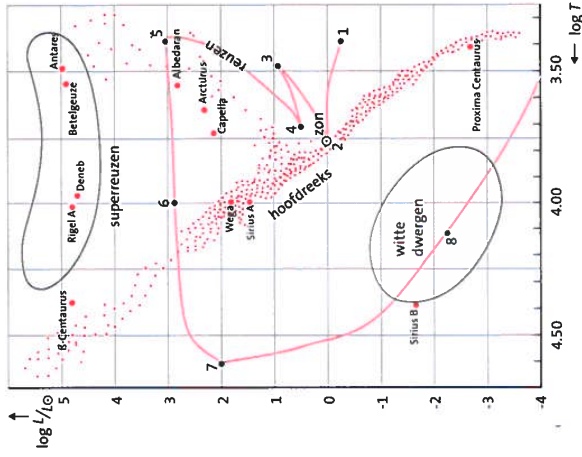
in stabiele fase van ster geldt

■ **gravitatiedruk = fotonendruk** de ster is in 'evenwicht'; is het geval bij hoofdreekssterren

invloed van massa op evolutie van ster: voorbeelden

■ **zon-achtige sterren** zie figuur

- 1 → 2: zon in wording: proto-ster; ontstaat uit samentrekkende waterstofnevel (met resten van andere sterren)
 - 2: zon aangekomen op hoofdreeks; stabiele fase; verblijft ca. $10 \cdot 10^9$ jaar (waarvan reeds $4,5 \cdot 10^9$ jaar is verstreken); H fuseert tot He
 - 2 → 3: waterstof in kern raakt op; temperatuur daalt; door energieafgifte daalt massa van zon ($E = mc^2$) ⇒ gravitatiecon-tractie neemt af ⇒ zon zwelt op
 - 3 → 4: stralingsdruk van bin-nenut < gravitatiedruk; kern trekt weer samen ⇒ tempe-ratuur > ⇒ fusie van He komt op gang
 - 4 → 5: He raakt op; ster koelt af en mantel van ster zet sterk uit
 - 5: ster is rode reus geworden;
 - 5 → 6: opnieuw: stralingsdruk van binnenut < gravitatiedruk ⇒ kern trekt zeer sterk samen ⇒ temperatuur > ⇒ fusie van He tot C; massa is te klein voor verdere fusie, want temperatuur loopt niet genoeg op
 - 7: ster blaast door enorme stralingsdruk van binnenut buitenste lagen weg: er ontstaat planetaire nevel, die zichtbaar is
 - 7 → 8: ster trekt samen tot witte dwerg; ster koelt geleidelijk af en eindigt na circa 10^{10} jaar als zwarte dwerg
- **zeer zware sterren** ($10 \dots 25 M_{\odot}$) fuseren tot ijzeren kern; als massa van ijzeren kern groter dan $1,4 M_{\odot}$, dan stort kern in (E_{kern} komt vrij); in buitenlagen ontstaat schokgolf die kernfusiegolf veroorzaakt (E_{kern} komt vrij) ⇒ er komt zeer veel energie vrij ⇒ er ontstaat zeer heldere supernova en in midden een neutronenster; P_{ster} neemt toe met factor 10^{11}
- **extreem zware sterren** ($M > 25 M_{\odot}$) ontstane neutronenster (met $M > 3 M_{\odot}$) stort verder in door gravitatiedruk; uiteindelijk ontstaat zwart gat; centrum van Melkweg bevat zwart gat



massabepaling van ster vervoeg

- Hoe groot is ongeveer de massa verhouding $m/m_{\odot}$ van een ster met lichtsterkte $100L_{\odot}$?

$$\text{Dan geldt: } \log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) = \log(100) = 2 \Rightarrow (\text{aflezen}) \log\left(\frac{m}{m_{\odot}}\right) = 0,5 \Rightarrow \frac{m}{m_{\odot}} = 10^{0,5} = 3,2$$

Sirius A

Volgens tabel 32B heeft de ster Sirius A een effectieve temperatuur van $9,9 \cdot 10^3$ K.

- Bereken uit deze temperatuur en uit het feit dat Sirius A op de hoofdreeks ligt, de lichtsterkte L van deze ster.

$$\log T = \log(9,9 \cdot 10^3) = 4,0 \text{ Aflezen in het H.R.-diagram bij } \log T = 4,0 \text{ levert: } \log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) \approx 1,4 \\ \Rightarrow \frac{L}{L_{\odot}} = 10^{1,4} = 25 \Rightarrow L = 25 \cdot L_{\odot} = 25 \cdot 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W} = 9,6 \cdot 10^{27} \text{ W.}$$

- De lichtsterkte van Sirius A in verhouding tot die van de zon volgt ook uit de temperatuur van Sirius A ten opzichte van die van de zon en de straal van Sirius A ten opzichte van de zon (gebruik tabel 32B). Laat dit zien.

$$\text{Tabel 32B toont: straal t.o.v. de zon} = 1,7 \text{ en } T_{\text{Sirius A}} = 9,9 \cdot 10^3 \text{ K, dus } T_{\text{Sirius A}} \text{ t.o.v. } T_{\text{zon}} = \frac{9,9}{5,78}.$$

$$\text{De lichtsterkte van een ster wordt gegeven door } L = \sigma \cdot 4\pi R_{\text{ster}}^2 \cdot T^4 \Rightarrow L \sim R^2 \cdot T^4 \Rightarrow \text{De lichtsterkte van Sirius A is } (1,7)^2 \cdot \left(\frac{9,9}{5,78}\right)^4 = 25 \text{ maal die van de zon. Klopt goed met tabel 32B.}$$

kernfusie in ster

Bij kernfusie wordt massa m direct omgezet in energie E volgens de formule $E = m \cdot c^2$.

- Bereken, hoeveel massa de zon in 1,0 seconde omzet in energie. Gebruik tabel 32C.

$$\text{Het vermogen van de zon is } 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W (=J/s): per seconde wordt omgezet: } m = \frac{E}{c^2}$$

$$\text{met } E = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ J en } c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s} \Rightarrow m = 4,3 \cdot 10^9 \text{ kg}$$

- Wat betekent dit voor de omvang van de zon in de komende 4 miljard jaar?

$$\text{De massa neemt dan af met } 4 \cdot 10^9 \cdot 4,3 \cdot 10^9 \cdot (365 \cdot 24 \cdot 3600) = 5,4 \cdot 10^{25} \text{ kg (=0,027 \% van de zonnemassa)} \Rightarrow \text{de gravitatiecontractie neemt iets af} \Rightarrow \text{de zon zal iets opzwellen.}$$

zwart gat alle massa is geconcentreerd in één punt (een zogenaamde singulariteit: volume = 0 en dichtheid = oneindig). Een zwart gat heeft geen oppervlak. Op afstand R van de singulariteit ligt de waarnemingshorizon. Binnen de waarnemingshorizon kan niets ontsnappen, zelfs geen licht.

Een vuistregel bij zwarte gaten is: wanneer de massa van het zwarte gat gelijk is aan $N \cdot M_{\odot}$, dan ligt de waarnemingshorizon op $3N$ km van de singulariteit.

- Toon dit aan. Gebruik hierbij het begrip gravitatie-energie.

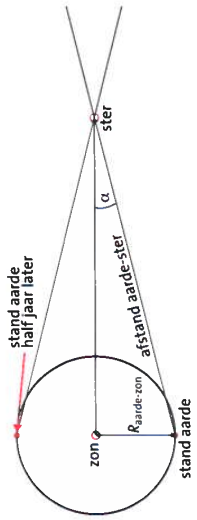
Om een massa m te laten ontsnappen aan het zwarte gat is een hoge snelheid nodig. De hoogst mogelijke snelheid is de lichtsnelheid c . De E_k wordt bij voor goed ontsnappen aan

het zwarte gat omgezet in E_g (gravitatie-energie, zie ook pag. 74) $\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = G \frac{m \cdot M_{\text{zwarte gat}}}{R}$

$$\Rightarrow R = \frac{2G \cdot M_{\text{zwarte gat}}}{c^2} = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot N \cdot 2,0 \cdot 10^{30}}{(3,0 \cdot 10^9)^2} = 3,0 \cdot 10^3 \cdot N \text{ m} = 3N \text{ km}$$

afstanden tot sterren bepalen*drie methoden*

- **parallax-methode** positie van relatief dichtbij gelegen ster verschuift ten opzichte van achtergrond (met zeer ver weg gelegen



sterren) tijdens beweging van aarde om de zon; door meting met 0,5 jaar tussenpoos wordt ster tweemaal vanuit een andere hoek bekeken; hoek α (figuur) = parallaxhoek en is in praktijk zeer klein; afstandmeting mogelijk tot duizenden lichtjaar

- **Cepheiden-methode** Cepheiden zijn zeer heldere superreuzen die pulseren; ze worden met zeer regelmatige periode groter en kleiner; bij dit pulseren verandert zowel diameter als lichtkracht en oppervlaktetemperatuur van ster: de ster 'knippert' (met perioden tussen 1 dag en enkele maanden); er geldt: als $T_{\text{eenmaal pulseren}} >$ dan ook lichtsterkte L ; uit meting van T volgt L ; uit L en waargenomen helderheid volgt afstand tot ster; afstanden tot 100 miljoen lichtjaar te bepalen

- **Hubble-methode** meeste sterrenstelsels bewegen van aarde

af, want heelal dijt uit; snelheid v van stelsel bevat dan in het algemeen altijd component v_{rad} , die van aarde

is af gericht; $v_{\text{stelsel}} = \sqrt{v_{\text{rad}}^2 + v_{\text{tan}}^2}$; v_{rad} en v_{tan} : tabel 32B



- v_{rad} veroorzaakt verschuiving $\Delta\lambda$ van spectraallijnen oorzaak is dopplereffect

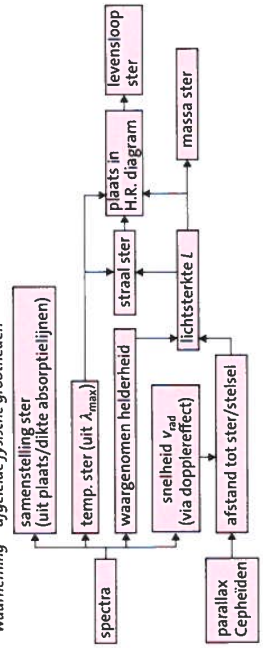
- verband tussen verschuiving $\Delta\lambda$ en $v_{\text{rad}} \rightarrow v_{\text{rad}} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$ met λ = golflengte

van originele lijn; $\Delta\lambda$ = grootte van verschuiving; c = lichtsnelheid

- **roodverschuiving** treedt op bij stelsels die van ons af bewegen; absorptielijnen zijn verschoven in richting van rood; uit grootte van verschuiving wordt de radiale snelheid v_{rad} berekend

- **blauwverschuiving** treedt op bij stelsels die naar ons toe bewegen; uit grootte van verschuiving wordt v_{rad} berekend; ook delen van dubbelsterren kunnen naar ons toe bewegen

- uit v_{rad} volgt afstand D tot sterrenstelsel hoe groter v_{rad} , des te groter de afstand D , die in bepaalde tijd is afgelegd; afstanden tot miljarden lichtjaren te bepalen; zie voorbeeldopgave

overzicht*waarneming afgeleide fysieke grootheden*

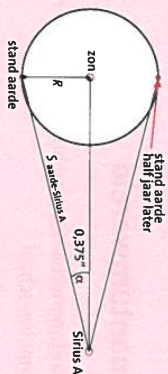
parallax

Sirius A vertoont een parallax van $0,375''$.

Zie de figuur (niet op schaal).

- Bereken hieruit de afstand Aarde-Sirius A.

De parallaxhoek is in de figuur aangegeven.



$$\text{Nu geldt: } \sin \alpha = \frac{R}{D} \Rightarrow \frac{R}{\text{Aarde-Sirius A}} = \frac{R}{D} = \frac{1,496 \cdot 10^{11}}{\sin 0,375''} \text{ met } 1'' = \frac{1}{3600}, \text{ dus}$$

$$0,375'' = 1,04 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \text{Aarde-Sirius A} = (\text{invullen}) 8,24 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

lichtjaar afstand die door licht wordt afgelegd in 1 jaar. Er geldt: 1 lichtjaar = $9,461 \cdot 10^{15} \text{ m}$

dopplereffect verschijnsel dat de frequentie van zowel licht als geluid, die wordt waargenomen, afhangt van de snelheid van de geluidsbron in de richting van de waarnemer.

Bij nadering geldt: $f_{\text{waargenomen}} > f_{\text{bron}}$ bij verwijderen geldt: $f_{\text{waargenomen}} < f_{\text{bron}}$.

Bij geluid is verschijnsel bekend van naderende en zich verwijderende auto met sirene.

Bij licht doet verschijnsel zich pas voor bij zeer grote snelheden.

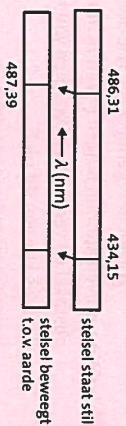
afstandsbepalng met wet van Hubble

Het verband tussen de radiale snelheid v_{rad} van een ster en de afstand D tot de ster wordt

gegeven door de wet van Hubble: $v_{\text{rad}} = H_0 \cdot D$ met $H_0 = 2,28 \cdot 10^{-18} \text{ ms}^{-1} \text{ m}^{-1}$ (tabel 32F).

Het spectrum van waterstof bevat o.a. de lijn $486,31 \text{ nm}$. Van een sterrenstelsel dat stil staat ten opzichte van de aarde zou deze

lijn worden ontvangen. Men neemt van het sterrenstelsel Draaikolknevel echter een verschoven lijn waar met een golflengte van $487,39 \text{ nm}$.



- Leg uit of de Draaikolknevel naar de Melkweg (= naar ons) toe beweegt of er van af.

Er is verschuiving naar een grotere λ (roodverschuiving) $\Rightarrow$ het stelsel beweegt van ons af.

- Bereken de afstand van de Draaikolknevel tot het Melkwegstelsel in lichtjaar (ly)

$$\text{Er geldt: } \Delta \lambda = 487,39 - 486,31 = 1,08 \text{ nm. Invullen in } v_{\text{rad}} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \cdot c \text{ levert:}$$

$$v_{\text{rad}} = \frac{1,08}{486,31} \cdot 3,00 \cdot 10^8 = 6,66 \cdot 10^5 \text{ m/s. Uit } v_{\text{rad}} = H_0 \cdot D \text{ (met } H_0 = \text{constante van Hubble,}$$

$$\text{tabel 32F) volgt: } D = 2,9 \cdot 10^{23} \text{ m} \Rightarrow D = 3,1 \cdot 10^7 \text{ ly (1 ly} = 9,461 \cdot 10^{15} \text{ m; tabel 5)}$$

leeftijdbepalng van heelal met wet van Hubble

Wanneer je aanneemt, dat een sterrenstelsel met constante snelheid v_{rad} van ons af beweegt, dan is de afstand tot het stelsel $D = \frac{v_{\text{rad}}}{H_0}$. Om deze afstand vanaf het punt van de

$$\text{oerknal af te leggen is nodig geweest: } t = \frac{D}{v} = \frac{D}{v_{\text{rad}}} = \frac{v_{\text{rad}}/H_0}{v_{\text{rad}}} = \frac{1}{H_0} \Rightarrow$$

$$t = \text{leeftijd heelal} = \frac{1}{H_0} = \frac{1}{2,28 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}} = 4,39 \cdot 10^{17} \text{ s} = 13,9 \text{ miljard jaar.}$$

Binas: lichtjaar (= ly) (5)

10 Quantumwereld

quantummechanica beschrijft gedrag van materie en energie op hele kleine (atomaire en sub-atomaire) schaal

kenmerken

- EM-golven vertonen **deeltjesgedrag**; **deeltjes vertonen golfgedrag**
- grootheden veranderen **stapsgewijs** bv. energie blijkt geen continue grootheid te zijn
- uitkomsten van metingen zijn **afhankelijk van de waarnemer**
- gedrag van **deeltjes wordt beschreven in termen van waarschijnlijkheid**
- verschijnselen zijn **onafhankelijk van temperatuur**

dualistisch gedrag van golven en deeltjes zowel licht als materie vertoont dualistisch gedrag: EM-golven kunnen zich gedragen als deeltjes en deeltjes kunnen zich ook gedragen als golven

kenmerken van golven

- **interferentie** golven kunnen met elkaar interfereren (samengaan); bij dit samengaan kunnen golven elkaar versterken of uitdoven; deeltjes kunnen dit niet
- kenmerkende begrippen bij interferentie*
- **constructieve interferentie** golven versterken elkaar; treedt op indien gelijksoortige golven in fase zijn
- **destructieve interferentie** golven doven elkaar uit; treedt op indien gelijksoortige golven in tegenfase zijn (zie ook pag. 17)

- **buiging** golven kunnen buigen (= van richting veranderen) in een opening of om een obstakel en veranderen daarmee van richting; deeltjes kunnen dit niet

kenmerkende begrippen bij buiging

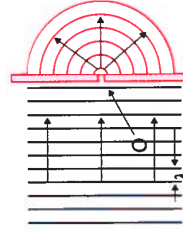
- **volledige buiging** treedt op indien geldt:

grootte opening $\leq \lambda_{\text{golven}}$ of

grootte obstakel $\leq \lambda_{\text{golven}}$

- **onvolledige buiging** treedt op indien geldt:

grootte opening $> \lambda_{\text{golven}}$ of grootte obstakel $> \lambda_{\text{golven}}$



volledige buiging: opening $O < \lambda$

golfgedrag van licht (zie ook pag. 16) treedt o.a. naar voren bij dubbelspleetexperiment

- **proef van Young** twee openingen A en B (elk $< \lambda_{\text{licht}}$)

worden beschreven met monochromatisch

licht; in de openingen treedt volledige buiging

op; A en B trillen in fase; vanuit A en B gaan

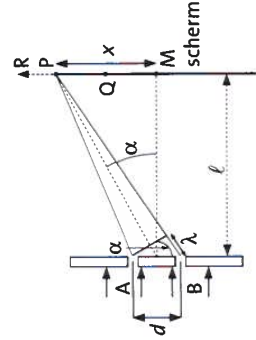
golven in alle richtingen naar rechts; op

scherm komen golven bij elkaar en treedt

interferentie op; het resultaat op scherm is:

maxima en minima; grootte-orde: x in cm of

mm; ℓ in m; $AB (= d)$ in μm



vervolg

wegverschil verschil in afstand (vaak uitgedrukt in λ) van trillingsbron A tot een punt P en trillingsbron B tot dat punt. Wordt gebruikt om het optreden van constructieve of destructieve interferentie te berekenen. Zie voorbeeld hieronder.

Twee geluidsbronnen A en B trillen in fase met gelijke amplitude en gelijke frequentie ($f = 858 \text{ Hz}$). De golven interfereren met elkaar o.a. in punt P (zie figuur).



De afstand $AP = 7,80 \text{ m}$; $BP = 8,40 \text{ m}$. De temperatuur is 20°C .

- *Bereken of constructieve of destructieve interferentie optreedt.*

Het wegverschil $BP - AP = 0,60 \text{ m}$. Bij 20°C geldt: $v_{\text{geluid}} = 343 \text{ m/s} \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{343}{858}$

$= 0,400 \text{ m} \Rightarrow$ het wegverschil $= 1\frac{1}{2} \lambda \Rightarrow$ de golven zijn in P met elkaar in tegenfase $\Rightarrow$ er treedt destructieve interferentie op.

buiging

Geluid ($f = 440 \text{ Hz}$) buigt in een deuropening, want je kunt 'om de hoek' horen.

- *Leg uit waarom.*

De golflengte van het geluid is dan $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{343}{440} = 0,780 \text{ m}$. Dit ligt in de ordegrrootte van

een deuropening $\Rightarrow$ het geluid zal volledig buigen en na de deur alle kanten op gaan.

- *Leg uit waarom wij niet om de hoek kunnen kijken (licht buigt niet in een deuropening).*

De golflengte van licht ligt in de orde van $400 \dots 800 \text{ nm}$. Dit is veel kleiner dan de afmeting van de deuropening $\Rightarrow$ er treedt geen buiging op.

Proef van Young

Zie figuur onderaan linkerpagina (pag. 126).

Men laat licht van één golflengte vallen op de dubbel spleet AB. Op het scherm is een interferentiepatroon zichtbaar, dat hiernaast is te zien. Δx is de afstand tussen twee opeenvolgende maxima. De golflengte λ_{licht} kan worden berekend met $\lambda = \frac{\Delta x \cdot d}{\ell}$ ($d \ll \ell$ en $\Delta x \ll \ell$).



- *Toon dit aan*

In de figuur op pag. 126 is P het eerste nevenmaximum, want het wegverschil is 1λ . De getekende afstand x is dus de afstand tussen twee opeenvolgende maxima, hierboven Δx genoemd. Uit de kleine driehoek volgt $\sin \alpha = \frac{\lambda}{d}$; uit de grote driehoek volgt $\tan \alpha = \frac{\Delta x}{\ell}$.

Omdat hoek α zeer klein is, geldt: $\sin \alpha \approx \tan \alpha \Rightarrow \frac{\lambda}{d} \approx \frac{\Delta x}{\ell} \Rightarrow \lambda = \frac{\Delta x \cdot d}{\ell}$

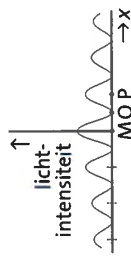
Om deze proef goed te kunnen doen moet gelden: $d \ll \ell$

- *Leg dit uit.*

De afstand Δx moet worden gemeten. Die afstand moet wel zichtbaar zijn en mag niet te klein worden. Uit $\lambda = \frac{\Delta x \cdot d}{\ell}$ volgt $\Delta x = \lambda \cdot \frac{\ell}{d} \cdot A$. Als $d \ll \ell$, dan is $\frac{\ell}{d}$ een groot getal $\Rightarrow \Delta x$ is groot genoeg om het te kunnen zien.

golfgedrag van licht vervolg (gebruik figuur van pag. 126)

- **hoofdmaximum** bevindt zich in M, het wegverschil (uitgedrukt in λ) tussen golven uit A en B nul $\Rightarrow$ golven zijn daar in fase en versterken elkaar
- **1^e nevenmaximum** bevindt zich in P, daar is wegverschil $|AP-BP|$ gelijk aan $\lambda \Rightarrow$ golven vanuit A en B zijn met elkaar in fase $\Rightarrow$ versterking
- **2^e nevenmaximum** bevindt zich in R; dan geldt: wegverschil $|AR-BR| = 2\lambda$, etc.
- **minima** liggen tussen maxima in bv. in Q:
 $|AQ-BQ| = \frac{1}{2}\lambda$; golven zijn er in tegenfase en doven elkaar min of meer uit
- **beeld op een scherm** zie foto op pag. 127 en fig. hiernaast

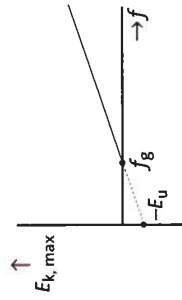


deeltjesgedrag van licht treedt o.a. naar voren bij foto-elektrisch effect en Compton-effect

- **foto-elektrisch effect** verschijnsel waarbij fotonen elektronen uit een metaal kunnen slaan
uitgangspunten ter verklaring van effect
 - **licht bestaat uit bundel afzonderlijke deeltjes: fotonen** $\Rightarrow$ licht is gequantiseerd;
 $E_{\text{foton}} = h \cdot f$ (zie ook pag. 26); fotonen dragen zich hier als individuele energiepakketjes ofwel energiequanta
 - **één foton kan slechts één elektron vrijmaken uit een metaal**
 - **uittree-energie E_u (of W_u)** nodig om elektron vrij te maken uit een metaal
hangt af van
 - **soort metaal van waaruit elektronen ontsnappen**
 - **plaats van elektron in metaal** elektronen aan oppervlak van metaal hebben de minste energie nodig om uit te treden; opgegeven E_u in Binas (24) geldt voor elektronen aan oppervlak

3 mogelijkheden

- **$h \cdot f < E_u$** er treden geen elektronen uit, ook al vallen er per seconde veel fotonen op het metaal $\Rightarrow$ fotonen werken niet samen
- **$h \cdot f = E_u$** elektronen aan oppervlak van metaal treden uit met minimale snelheid
- **$h \cdot f > E_u$** elektronen treden uit metaal; voor maximale E_k , waarmee elektronen uittreden geldt: $E_{k,\text{max}} = E_{\text{foton}} - E_u \Rightarrow$
 $E_{k,\text{max}} = h \cdot f - E_u$; dit is de vergelijking van de rechte in getekend diagram
 - **$E_{k,\text{max}}$ -diagram** zie figuur
 - **steilheid van lijn = h**
 - **grensfrequentie f_g** er slaan alleen elektronen los als $f_{\text{foton}} \geq f_g$



vervolg

Proef van Young vervolg

De afstand $d = 0,52$ mm en $\ell = 1,04$ m.

- *Bereken de golflengte van het gebruikte licht.*

$$\text{Op } 1,9 \text{ cm bevinden zich } 15 \text{ afstanden } \Delta x \text{ (meten in figuur)} \Rightarrow \Delta x = \frac{0,019}{15} = 1,266 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\Delta x \cdot d}{\ell} = \frac{1,266 \cdot 10^{-3} \cdot 0,52 \cdot 10^{-3}}{1,04} = 6,33 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 633 \text{ nm}$$

foto-elektrisch effect

uittree-energie E_u minimaal benodigde hoeveelheid energie om een elektron los te maken uit een metaal; zie Binas 24.

grensfrequentie f_{grens} frequentie die een foton minstens moet bezitten om een elektron uit een metaal vrij te maken; zie Binas 24. Er geldt: $h \cdot f_{\text{grens}} = E_u$

Licht met een golflengte $\lambda = 4,0 \cdot 10^2$ nm valt op het metaal cesium (Cs).

- *Met welke maximale snelheid ontsnappen de elektronen uit het Cs?*

$$\text{Er geldt: } E_{k,\text{max}} = E_{\text{kin}} - E_u \Rightarrow E_{k,\text{max}} = h \cdot \frac{c}{\lambda} - E_u = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3,0 \cdot 10^8}{4,0 \cdot 10^{-7}} - 1,94 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} =$$

$$1,868 \cdot 10^{-19} \text{ J (1,94 eV; zie Binas 24)} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot v^2 = 1,868 \cdot 10^{-19} \Rightarrow v = 6,4 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

- *Bereken de energie van deze elektronen in de eenheid elektronvolt.*

$$1,868 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \frac{1,868 \cdot 10^{-19}}{1,60 \cdot 10^{-19}} = 1,17 \text{ eV}$$

Merk op: deze energie wordt in de praktijk eenvoudig bepaald door de uitgetreden elektronen af te laten remmen met behulp van een elektrisch veld dat wordt aangelegd tussen het cesium en een geleidend plaatje (dat negatief moet zijn). Wanneer de spanning tussen cesium en plaatje wordt opgevoerd, dan zal er vanaf 1,17 V geen elektrische stroom meer lopen.

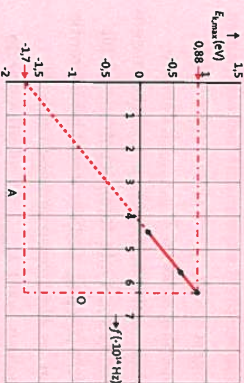
bepaling constante van Planck

Casolyn laat rood licht ($\lambda = 670$ nm) vallen op een bepaald metaal. Vervolgens bepaalt zij de energie van de uitgetreden elektronen. Deze blijkt gelijk te zijn aan 0,14 eV. Bij belichting met groen licht ($\lambda = 530$ nm) blijkt deze energie 0,64 eV te zijn. Bij blauw licht ($\lambda = 480$ nm) wordt 0,88 eV gevonden.

- *Bereken uit deze gegevens de constante van Planck en de uittree-energie van het metaal.*

λ is omgerekend naar Hz met $\lambda = \frac{c}{f}$. Van deze gegevens is een $E_{k,\text{max}}$ f diagram te tekenen (fig.)

λ (nm) $\rightarrow f$ ($\cdot 10^{14}$ Hz)	$E_{k,\text{max}}$ (eV)
670	4,48
530	5,66
480	6,25
	0,88

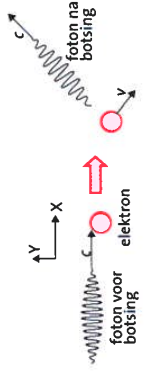


vervolg

Binas: foto-elektrisch effect (24), formules (35E4)

deeltjesgedrag van licht vervolg■ **Compton-effect** fotonen van Röntgen- of γ -straling,

die op elektronen in een materiaal botsen, gedragen zich alsof er kleine deeltjes tegen de elektronen botsen; regels die gelden voor botsende biljartballen, gelden ook hier, zoals

■ **behoud van energie** er geldt: $E_{\text{foton na botsing}} = E_{\text{foton na botsing}} + E_{\text{elektron}}$; hieruit volgt:

$$E_{\text{foton na botsing}} < E_{\text{foton voor botsing}} \Rightarrow \lambda_{\text{foton na botsing}} > \lambda_{\text{foton voor botsing}}$$

■ **behoud van impuls** $\left(\frac{h}{\lambda}\right)_{\text{foton, voor botsing}} = (m \cdot v)_{\text{elektron, na botsing}} + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)_{\text{foton, na botsing}}$

dit moet gelden voor zowel X-richting als Y-richting

deeltjesgedrag van materie is alom bekend: materie gedraagt zich in onze gewone waarneembare wereld als deeltjes met eigenschappen als positie, snelheid etc.

golfgedrag van materie treedt o.a. naar voren bij dubbelspleet-experiment, elektronen-microscop, gedrag van elektronen in kleine structuren (zoals atoom), quantum-tunneleffect en de Scanning Tunneling Microscope

materiegolven materie wordt beschouwd als golven; wat er golft weet niemand: er is geen fysische golf zoals bij licht; de materiegolf wordt uitsluitend gebruikt om gedrag van deeltjes in kleine structuren te verklaren; golfgedrag van materie doet zich voor wanneer de golflengte van de deeltjes groter is dan de ruimten waar de deeltjes mee te maken hebben

■ **golffunctie ψ** functie die de materiegolf beschrijft; hier is weinig bij voor te stellen; het is de oplossing van een energievergelijking (de schrödingervergelijking, tabel 35E)■ **kwadraat van de golffunctie ψ^2** veel gebruikte interpretatie: het geeft de kans aan om het deeltje op een bepaald tijdstip op een bepaalde plaats aan te treffen $\Rightarrow$ het kwadraat van de golffunctie is een soort waarschijnlijkheidsverdeling; hoe groter de amplitude van ψ^2 , hoe groter de kans het deeltje aan te treffen; zie vb. pag. 131 en 133■ **golflengte $\lambda_{\text{materiegolf}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$** formule van De Broglie**dubbelspleet experiment met elektronen** wanneer een bundel snelle elektronen wordt

afgeschoten op een dubbelspleet (met

opening spleet $\leq \lambda_{\text{materiegolven}}$), dan ont-

staat achter de spleet op een scherm een-

zelfde soort interferentiepatroon als bij

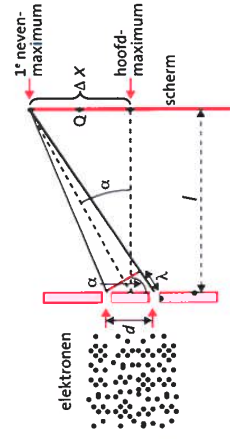
licht (zie pag. 126): er treedt interferentie

op $\Rightarrow$ elektronen gedragen zich als

golven, want $\lambda_{\text{elektronen}} >$ ruimte waar de

elektronen mee te maken hebben

vervolg



bepaling constante van Planck vervoelg

De meetpunten liggen op één lijn volgens de vergelijking $E_{k,max} = h \cdot f - E_0 \Rightarrow$

$$h = \text{steilheid van grafieklijn} = \frac{O}{A} = \frac{(1,7 + 0,88) \text{ eV}}{6,3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = \frac{2,58 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6,3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js.}$$

E_0 = snijpunt met verticale as = 1,7 eV

impuls symbool is p (in kgms^{-1}). Impuls wordt vaak 'hoeveelheid beweging' genoemd. Er bestaat een algemeen geldende wet van behoud van impuls (direct af te leiden uit de 3^e wet van Newton: actie = - reactie), die van evenveel belang is als de wet van behoud van energie.

impuls van materieel deeltje $p = m \cdot v$

$$\text{impuls van foton } p = \frac{h}{\lambda}$$

deeltjesgedrag en golfgedrag

Elektronen bewegen bij 293 K met een snelheid van ongeveer $1 \cdot 10^5 \text{ m/s}$. In een gewone stroomdraad gedragen elektronen zich als deeltjes en niet als golven.

- *Leg uit waarom (negeer hierbij het feit, dat er zeer veel elektronen bij elkaar zitten).*

Voor de impuls geldt: $p = m \cdot v = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1 \cdot 10^5 = 9 \cdot 10^{-26} \text{ kgms}^{-1} \Rightarrow$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9 \cdot 10^{-26}} = 7 \cdot 10^{-9} \text{ m} \Rightarrow \text{dit is veel kleiner dan de ruimte waar het elektron mee te}$$

maken heeft (de afmeting van de draad) $\Rightarrow$ elektron gedraagt zich als deeltje.

Een atoomkern heeft een grootte in de orde van 10^{-14} m . Een proton in zo'n kern mag je niet beschouwen als deeltje.

- *Toon dit aan. Ga ervan uit dat de snelheid van zo'n proton in de kern circa $3 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ is.*

$$\text{Voor de golflengte van het proton geldt: } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^3} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ m.}$$

Dit is veel groter dan de afmeting van de kern. De mate van onbepaaldheid van de positie van het proton zou dan veel groter zijn dan de ruimte, die het tot zijn beschikking heeft $\Rightarrow$ je moet rekening houden met de golfeigenschappen van het proton.

materiegolven het kwadraat van de golf functie geeft de kans aan om een bepaald deeltje op een bepaald tijdstip aan te treffen.

In een wachtkamer staan 6 stoelen. Er is 1 persoon in de wachtkamer. Gegeven is: de kans dat men in een hoek gaat zitten is kleiner dan de kans dat men in het midden gaat zitten.



- *Teken het kwadraat van de golf functie dat hier bij hoort, en de golf functie zelf.*

vervolg

dubbelpleet experiment met elektronen vervolg■ uit plaats maxima volgt $\lambda_{\text{materiegolf}}$

- $\sin \alpha = \frac{\lambda}{d}$ en $\tan \alpha = \frac{\Delta x}{\ell}$ $\sin \alpha$ volgt uit kleine driehoek nabij dubbelpleet; $\tan \alpha$ volgt uit grote driehoek; voor kleine hoek α geldt: $\sin \alpha \approx \tan \alpha \Rightarrow \frac{\lambda}{d} \approx \frac{\Delta x}{\ell} \Rightarrow$ na meten van Δx , ℓ en d is $\lambda_{\text{materiegolf}}$ te berekenen; deze stemt overeen met de formule van De Broglie

- elektronen een voor een afschieten op dubbelpleet er bouwt zich dan geleidelijk een interferentiepatroon op; veel stippen op plaats van maxima en weinig tot geen stippen op plaats van minima

twee interpretaties

- plaats maximum $\triangleq$ grootste waarschijnlijkheid kans om elektron aan te treffen in maximum is het grootst; dit is de deeltjesinterpretatie
- elektron gaat door twee spleten tegelijk en interfereert daarna met zichzelf; dit is de golfinterpretatie

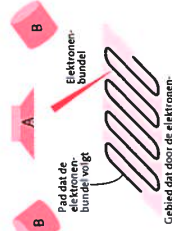
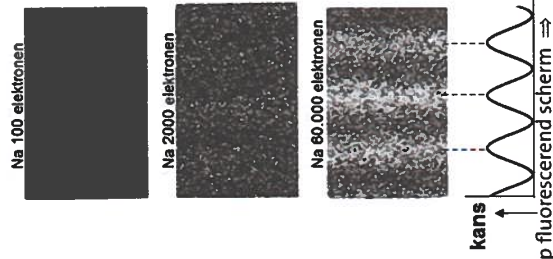
elektronenmicroscopen toepassing van golfgedrag van elektronen

- (transmissie-) elektronenmicroscop evenwijdige bundel snelle elektronen wordt door preparaat gestuurd, waarbij $\lambda_{\text{elektronen}} \ll$ details in preparaat; elektronen verstrooien door atoomkernen van met name zware metalen in 'kleurstoffen'; passerende elektronen vallen op fluorescerend scherm $\Rightarrow$ afbeelding kan worden bekeken

kenmerken

- resolutie $\approx 0,1 \text{ nm}$ (vergelijk lichtmicroscop: $\approx 0,3 \mu\text{m}$) resolutie wordt beperkt door kwaliteit van elektronenlenzen, die worden gebruikt; zichtbaar maken op celniveau mogelijk zoals inwendige celstructuur, virussen, eiwit-complexen
- werkt alleen met ultradunne weefselschoups (0,5 ... 5 μm)
- preparaat moet in vacuüm beschoten worden
- alleen zwart-wit beelden mogelijk
- (raster-) elektronenmicroscop snelle elektronenbundel tast oppervlak af volgens een raster; aan atomen terug gestrooide elektronen of de door secundaire emissie vrijkomende elektronen worden gedetecteerd en punt voor punt vastgelegd in een beeld

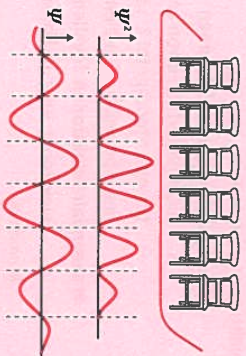
vervolg



A: Teruggestrooide elektronen detector
B: Secundaire elektronen detector

materiegolven vervolg

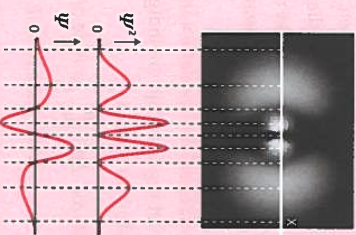
Het kwadraat van de golf functie (ψ^2) geeft de kans aan de persoon eigens aan te treffen. Deze is dus het grootst in het midden en heeft bij elke stoel een maximum. ψ^2 zou er dus uit kunnen zien als hiernaast getekend. De golf functie zelf (ψ) is de wortel hiervan en zou er dus uit kunnen zien als eronder getekend.



Op de foto is een kansplaatje te zien van een elektronenwolk in het 3e energieniveau van waterstof. De kern zit in het midden van de foto (en is hierop niet te zien). Hoe lichter het beeld, hoe groter de kans om het elektron er aan te treffen.

- *Teken het kwadraat van de golf functie langs de X-as, dat hier bij hoort, en de golf functie zelf.*

De kans om het elektron aan treffen vlak bij de kern is in verhouding groot: de foto is daar het lichtst. Naar buiten toe is de kans wat kleiner. ψ^2 zou er dus uit kunnen zien als eronder getekend. De golf functie zelf is de wortel hiervan en zou er dus uit kunnen zien als weer daaronder getekend.

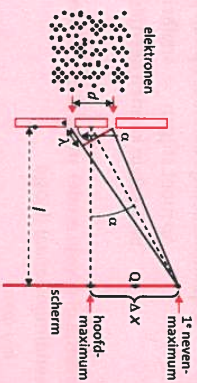
**dubbel spleet experiment met elektronen**

Wanneer een bundel snelle elektronen wordt afgestuurd op een dubbelspleet, dan ontstaat achter de spleet een interferentiepatroon.

- *Waarom zou je dit niet meteen verwachten?*

Meestal zie je elektronen als kleine knikertjes. Je verwacht dan dat de knikertjes op het scherm komen op twee plaatsen, recht achter de spleten.

- *Ook wanneer elektronen stuk voor stuk worden afgeschoten op de dubbelspleet ontstaat een interferentiepatroon. Hoe zou dit kunnen worden verklaard?*



Het elektron is door beide spleten tegelijk gegaan en interfereert na de spleten met zichzelf.

Meek op: wanneer je meet door welke spleet het elektron gaat, dan blijkt dat het elektron altijd maar bij een van de 2 spleten wordt waargenomen: het gaat of door spleet 1, of door spleet 2. Door dit meten blijft het interferentiepatroon te verdwijnen! Er ontstaan gewoon 2 vlekken op het scherm, alsof elektronen toch knikertjes zijn: het golfverschijnsel is verdwenen $\Rightarrow$ het meten beïnvloedt de uitkomst van de meting.

elektronenmicroscop

Men wil met behulp van een elektronenmicroscop objecten kunnen zien met een afmeting van 1,0 nm.

- *Welke eis moet dan worden gesteld aan de golflengte van de elektronen?*

elektronenmicroscopen vervolg

- **terugstrooiing van elektronen** treedt op wanneer invallend elektron atoomkern zeer dicht nadert; elektron verandert dan van richting; kans op verstrooiing neemt toe met atoomgetal $Z \Rightarrow$ op heldere plaatsen in teruggestrooid elektronenbeeld bevinden zich elementen met groot atoomgetal
 - **secundaire elektronen** invallende elektronen slaan soms zwak gebonden valentie-elektronen weg uit bovenlaag van te onderzoeken oppervlak
- kenmerken*
- **terugstrooiing resolutie $\approx 1 \text{ nm}$** resolutie wordt beperkt door kwaliteit van elektronenlenzen, die worden gebruikt
 - **grote scherptediepte** er ontstaat scherp driedimensionaal effect
 - **preparaat moet in vacuüm beschoten worden**
 - **alleen zwart-wit beelden mogelijk**

onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg beschrijft feit dat positie en impuls van een deeltje niet tegelijkertijd oneindig nauwkeurig is bepaald; effect treedt pas merkbaar naar voren op atomair niveau

- $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$ Δx is de onbepaaldheid in plaats x ; Δp is de onbepaaldheid in impuls p ;

naarmate positie van deeltje beter is bepaald, is de impuls (dus de snelheid) meer

onbepaald (en omgekeerd); factor $\frac{h}{4\pi}$ is ondergrens van nauwkeurigheid;

in dagelijks leven merk je niets van dit effect, dit door de kleine waarde van h

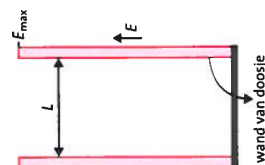
gevolg

- **quantumdeeltje kan niet op één plaats stil liggen** want dan zou Δx nul naderen $\Rightarrow \Delta p$ moet stijgen $\Rightarrow$ snelheid v moet stijgen $\Rightarrow$ deeltje kan niet stil liggen; ook bij 0 Kelvin kunnen deeltjes niet stil staan; ze voeren fluctuaties uit

deeltje in doosje model beschrijft mogelijke quantumtoestanden van deeltje in eendimensionaal doosje

begrippen

- **breedte doosje $L \triangleq$ ruimte voor die voor deeltje beschikbaar is** in praktijk is dat bv. grootte atoom, grootte van atoomkern, dikte van metaaldraad, lengte van molecuul, dikte van tennisbal
- **wand van doosje $\triangleq$ begrenzing van beschikbare ruimte** in praktijk is dat bv. rand van atoomkern, buitenkant van metaaldraad, rand van tennisbal, rand van atoom
- **hoogte doosje $E_{\max}$** stelt energie voor die nodig is om uit het doosje te kunnen ontsnappen; in praktijk: om bv. E voor elektron om atoom te verlaten, E voor elektron om metaal te verlaten, E voor α -deeltje om atoomkern te verlaten



elektronenmicroscop vervolg

De golflengte moet véél kleiner zijn dan 1,0 nm.

De elektronen worden in de elektronenmicroscop versneld met een versnelling U .

Dit levert elektronen op met een golflengte van 10 pm.

- *Bereken de grootte van de gebruikte versnelling.*

Uit de vereiste golflengte volgt de vereiste snelheid van het elektron via:

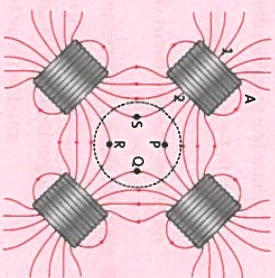
$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \Rightarrow m \cdot v = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{10 \cdot 10^{-12}} = 6,63 \cdot 10^{-23} \text{ kgms}^{-1} \Rightarrow v = \frac{6,63 \cdot 10^{-23}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 7,3 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

De versnelling volgt uit $\Delta E_k = q \cdot U$ (zie pag. 92) $\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = q \cdot U \Rightarrow U = \frac{mv^2}{2q}$

$$\text{getallen invullen: } U = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (7,3 \cdot 10^7)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 15 \text{ kV}$$

In de figuur hiernaast is een magnetische lens voor elektronen afgebeeld. De lens wordt gebruikt om een elektronenstraal te focussen. Vier spoelen maken het getekende zogenaamd quadrupolveld.

- *Leg uit of kant 1 van spoel A een N-pool of Z-pool is.*
Veldlijnen lopen buiten een spoel om altijd van N naar Z $\Rightarrow$ kant 1 van spoel A is een N-pool.



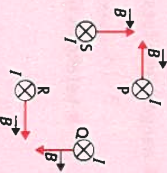
Binnen de gestippelde cirkel is een (te) brede elektronenbundel op weg naar je toe (het papier uit). De getekende magnetische lens zorgt voor ofwel focusering in horizontale richting, ofwel in verticale richting (in beide richtingen kan niet).

- *Bepaal in welke richting focus optreedt.*

Pas de linkerhandregel toe bijvoorbeeld in de punten P, Q, R en S.

Zie de figuur. Elektronen die het papier uitkomen betekenen een elektrische stroom I het papier in ($\otimes$). In elk punt is de richting van het magnetisch veld $\vec{B}$ getekend. Linkerhandregel toepassen levert:

F_L in P wijst omhoog; die in R omhoog $\Rightarrow$ de bundel wordt uit elkaar getrokken, dus geen focus. Bij de punten S en Q is het andersom $\Rightarrow$ er is alleen focusering in horizontale richting.



Merk op: wanneer je een horizontaal focuserende lens en een verticaal focuserende lens op de juiste wijze achter elkaar plaatst, kun je netto focusering krijgen in alle richtingen.

onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg

Een basketbal ($m = 630 \text{ g}$) wordt door topspeler Amre weggegooid met een snelheid van 14,2 m/s. De snelheid is dus bekend met een onnauwkeurigheid van 0,05 m/s (zie pag. 162).

- *Met welke nauwkeurigheid kan de positie van de basketbal maximaal worden bepaald?*

Er geldt: $\Delta p = m \cdot \Delta v = 0,630 \cdot 0,05 = 0,0315 \text{ kgms}^{-1}$. Uit $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$ volgt $\Delta x \geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta p} \Rightarrow$

$$\Delta x \geq \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{4\pi \cdot 0,0315} = 1,7 \cdot 10^{-33} \text{ m} \Rightarrow \text{je kunt de positie niet nauwkeuriger bepalen dan tot op}$$

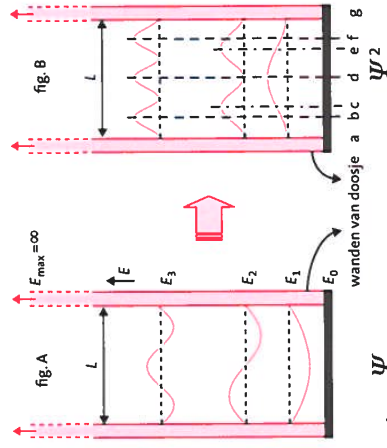
$1,7 \cdot 10^{-33} \text{ m}$. In de praktijk kun je, voor je gevoel, de positie oneindig nauwkeurig bepalen.

doosje met $E_{\max} = \infty$ en ondoordringbare wand
kenmerken

- **materiegolf dringt niet door in wand**

⇒ op de rand van doosje moet amplitude nul zijn

- **$n \cdot \frac{1}{2} \lambda_{\text{materiegolf}}$ moet passen op afstand L** dit is de voorwaarde opdat een materiegolf stabiel kan blijven en het deeltje kan bestaan; is te vergelijken met staande golven in een gespannen snaar (zie pag. 19); derhalve geldt: $L = n \cdot \frac{1}{2} \lambda_{\text{materiegolf}}$



mogelijke energieniveaus van deeltje in doosje

- **grondtoestand E_1 op afstand L past**

$\frac{1}{2} \lambda_{\text{materiegolf}}$; zie fig. A; is laagst mogelijke energie (E_1)

- **nulpuntsenergie** laagst mogelijke energie die quantumdeeltje kan hebben: het heeft altijd ten minste een energie E_1 , ook al is de temperatuur 0 kelvin

⇒ quantumdeeltjes kunnen niet stil liggen; $E_0 = 0$ bestaat dus niet

mogelijke energieniveaus van deeltje in doosje

- **betekenis fig. B (toont ψ^2)** kans bij energieniveau E_1 om deeltje aan te treffen is grootst bij d (midden in het doosje) en nul bij de wand

- **aangeslagen toestanden E_2, E_3 etc.** op afstand L past $2 \cdot \frac{1}{2} \lambda_{\text{materiegolf}}$ respectievelijk $3 \cdot \frac{1}{2} \lambda_{\text{materiegolf}}$ etc. zie fig. A

$3 \cdot \frac{1}{2} \lambda_{\text{materiegolf}}$ etc. zie fig. A

- **betekenis fig. B (toont ψ^2)** bij niveau E_2 en E_3

kans om deeltje aan te treffen is bij energieniveau E_2 grootst bij c en e, want daar is de functie ψ^2 maximaal; kans om deeltje aan te treffen is bij energieniveau E_3 grootst bij b, d en f

- **grootte van energieën: $E_n = n^2 \frac{h^2}{8mL^2}$** is energie, behorende bij energie-

niveau E_n ; volgt uit: $L = n \cdot \frac{1}{2} \lambda_{\text{materiegolf}}$; $\lambda_{\text{materiegolf}} = \frac{h}{p}$, $p = m \cdot v$ en

$$E = \frac{1}{2} mv^2; \text{ combineren levert: } E = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{(m \cdot v)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} = \frac{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2}{2m}$$

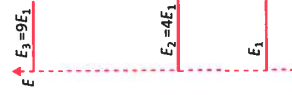
$$= \frac{h^2}{2m\lambda^2} = \frac{h^2}{2m\left(\frac{2L}{n}\right)^2} = n^2 \frac{h^2}{8mL^2}$$

gevolg

- **energieën nemen naar boven steeds meer toe** te verwachten ener-

gieniveauschema volgens formule $E_n = n^2 \frac{h^2}{8mL^2} (= n^2 E_1)$,

waarin $n = 1, 2, 3, \dots$, levert energieën $E_1, 4E_1, 9E_1$ etc. (zie fig.)



onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg

In het dubbelspleet experiment met elektronen is de situatie als hiernaast getekend. De onbepaaldheid van plaats van de elektronen (Δx) is de afstand tussen de spleten: je weet niet door welke spleet een elektron gaat.

Links van de spleten is de snelheid van de elektronen gelijk aan v_{voor} ; na passeren van de spleten is de snelheid van de elektronen richting 1° nevenmaximum $v_{n1} \Rightarrow$ de onzekerheid is Δv

(zie figuur). Van de maxima heeft het eerste nevenmaximum de kleinste onzekerheid in v .
 Let wel: v_{voor} en v_{n1} zijn gelijk qua grootte; deze grootte wordt v genoemd.

- Laat zien dat deze situatie voldoet aan de onzekerheidsrelatie van Heisenberg.

Je moet nagaan hoe groot $\Delta x \cdot \Delta p$ is. Er geldt: $\tan \alpha \approx \frac{\Delta v}{v}$ en $\sin \alpha = \frac{\lambda}{\Delta x}$. Voor kleine hoeken

mag je dit gelijk stellen $\Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = \frac{\lambda}{\Delta x} \Rightarrow \lambda = \frac{\Delta v \cdot \Delta x}{v}$. Ook geldt (De Broglie) $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$ gelijk

stellen levert: $\frac{\Delta v \cdot \Delta x}{v} = \frac{h}{m \cdot v} \Rightarrow m \cdot \Delta v \cdot \Delta x = h \Rightarrow \Delta p \cdot \Delta x = h$ Dit kan kloppen, want

$\Delta p \cdot \Delta x$ moet groter zijn dan $\frac{h}{4\pi}$; dat is hier het geval.

deeltje in doosje model: elektron in quantumdot

Met quantumdots kun je een soort kunstmatige atomen maken, voor wat betreft de eigenschappen absorptie en emissie. Door een geschikte afmeting van de dot te kiezen kun je gewenste eigenschappen verkrijgen.

Een quantumdot wordt gemaakt door een geleider van zeer kleine afmeting aan te brengen op een isolator. Door de geleider de juiste afmeting te geven kan de quantumdot bepaalde kleuren licht absorberen. We beschouwen een eendimensionale quantumdot met een afmeting van 0,96 nm.

- Bepaal de kleur licht die wordt geabsorbeerd door de overgang van E_1 naar E_3 .

Voor de energieën van een eendimensionale doos geldt: $E_n = n^2 \frac{h^2}{8mL^2} \Rightarrow$

$$E_3 - E_1 = (3^2 - 1^2) \frac{h^2}{8mL^2} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})^2}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (0,96 \cdot 10^{-9})^2} = 5,24 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \frac{5,24 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 3,3 \text{ eV} \Rightarrow$$

volgens tabel 19 is dat de kleur violet.

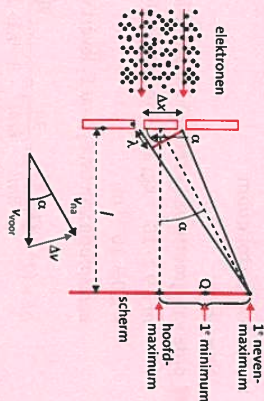
- Welke fotonen (geef de kleuren) kunnen na deze aanslag worden uitgezonden?

Directe terug van van E_3 naar E_1 levert weer een foton van 3,3 eV, dus violet.

Terugval van E_3 naar E_2 gaat gepaard met een energiesprong die gelijk is aan

$$(3^2 - 2^2) \cdot \frac{h^2}{8mL^2} = \frac{5}{8} \cdot 3,3 \text{ eV} = 2,1 \text{ eV}; \text{ dit is oranje (tabel 19A).}$$

De overgang van E_2 naar E_1 levert 3,3 - 2,1 = 1,2 eV (ligt in het infrarood).



elektron in waterstofatoom als deeltje in doosje lengte L van doosje is dan diameter van waterstofatoom

overeenkomst

- **orde van grootte van energieën** klopt redelijk met praktijk, want $m = m_{\text{elektron}}$ ofwel $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $L = \text{diameter H-atoom} = 2 \cdot \text{atoomstraal (tabel 7)} = 2 \cdot 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 1,06 \cdot 10^{-10} \text{ m}$;

een sprong van bv. E_2 naar E_1 levert volgens deeltje in doosje model een energie

$$\Delta E = (2^2 - 1^2) \frac{h^2}{8mL^2} = \frac{3h^2}{8mL^2} = \frac{3(6,63 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (1,06 \cdot 10^{-10})^2} = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ J} \approx 100 \text{ eV};$$

de werkelijkheid is 10,2 eV, dus orde van grootte klopt redelijk

verschil

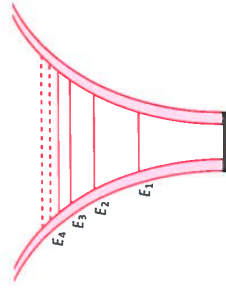
- **energieën nemen naar boven steeds meer toe** klopt niet met de praktijk; volgens tabel 21A nemen energieën naar boven toe steeds minder toe

oorzaak

- **potentiële energie van elektron** is niet meegenomen in doosjemodel, terwijl dat wel zou moeten (er is gedaan alsof zich in het doosje geen atoomkern bevindt); zie voorbeeldopgave pag. 139

verbetering van deeltje in doosje-model

- **wanden van doosje lopen naar boven uiteen** zie fig. hiernaast; zie ook voorbeeldopgave pag. 139



waterstofatoom in praktijk

- **energieniveaus:** $E_2 = \frac{-13,6 \text{ eV}}{2^2}$ energie wordt in ∞ nul gesteld; $E_1 = -13,6 \text{ eV}$;

$$E_2 = \frac{-13,6 \text{ eV}}{2^2} = -3,40 \text{ eV} \Rightarrow E_2 - E_1 = 10,2 \text{ eV}; \text{ dit stemt overeen met tabel 21A};$$

tabel bevat energieniveauschema van atomaire waterstof

waterstofatoom

De klassieke redenering van Niels Bohr bij het waterstofatoom was: een elektron draait als een knikkerijtje in een cirkelbaan rond de kern. Op pag. 109 is afgeleid dat voor de baansnelheid van

het elektron dan geldt: $v = \sqrt{\frac{f \cdot e^2}{r \cdot m}}$ (met $f = \text{constante uit wet van Coulomb}$, $e = \text{elementaire lading}$, $r = \text{straal cirkelbaan}$, $m = \text{massa elektron}$). Voor de baansnelheid werd op pag. 109 gevonden: $2,2 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$. Dit klassieke model klopt, naast de redenering van pag. 109, ook niet omdat het elektron niet mag worden beschouwd als een deeltje.

- *Toon dit aan. Gebruik in je redenering de diameter van het atoom.*

Tabel 7A levert de atoomstraal van waterstof: $r = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m} \Rightarrow$ de diameter van het atoom is dus $1,1 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Berekening van de golflengte van het elektron levert:

$$\Rightarrow \lambda_{\text{elektron}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2,2 \cdot 10^6} = 3,3 \cdot 10^{-10} \text{ m. Dit is groter dan de ruimte die het}$$

elektron tot zijn beschikking heeft (de diameter van het atoom) $\Rightarrow$ het elektron mag niet worden beschouwd als een deeltje, dus het klassieke model klopt ook om deze reden niet.

verbeterd deeltje in doosje model bij waterstof

In fig. A zie je het doosje met rechte wanden; in fig. B zie je een verbeterd model daarvan.

- *Leg uit waarom het model van fig. A niet voldoet.*

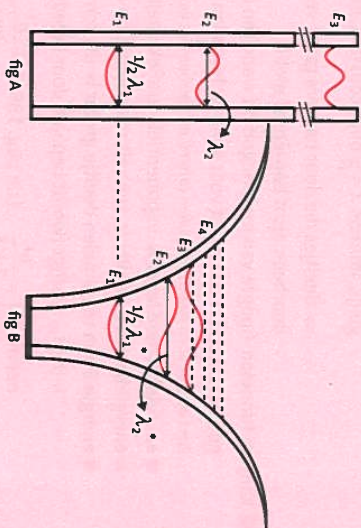
De energieniveaus voldoen

$$\text{dan aan } E_n = n^2 \frac{h^2}{8mL^2} \Rightarrow \text{de}$$

energieën nemen naar boven toe steeds meer toe. Dat klopt niet met tabel 21A.

- *Leg uit waarom het doosje van fig. B een beter model is.*

De energie E_3 is in figuur A te hoog $\Rightarrow$ de impuls is te hoog



$\Rightarrow$ de golflengte $\lambda_1 (= \frac{h}{p})$ is dus te klein. Door de put breder te maken verandert λ_1 in λ_1'

Merk op: $\frac{1}{2}\lambda_2$ moet kleiner zijn dan $\frac{1}{2}\lambda_1'$, want in fig. B is $E_2 > E_1$.

potentiële en kinetische energie bij grondtoestand waterstof het model met $E = \frac{h^2}{8mL^2}$ stemt

niet overeen met de praktijk. Wanneer de potentiële energie (= elektrische energie) wordt meegenomen kan het model beter kloppen. Het model blijkt ook beter te kloppen als het doosje een lengte L heeft die gelijk is aan $\pi \cdot r_{\text{atoom}}$ in plaats van $2 \cdot r_{\text{atoom}}$. Voor de elektrische energie van een elektron op afstand r van een proton geldt:

$$E_d = -f \cdot \frac{e^2}{r}; \text{ voor } E_k \text{ geldt dan voor het geval } n = 1: E_k = \frac{h^2}{8m(\pi \cdot r)^2} = \frac{h^2}{8\pi^2 m r^2}$$

- *Hoe kan E_d negatief zijn?*

quantum-tunnel effect treedt op omdat in praktijk een wand niet ondoordringbaar is voor materieelgolven; een deeltje met 'normaal gesproken' te weinig energie om de energiebarrière te overwinnen kan korte tijd meer energie krijgen (er is onzekerheid in die energie volgens $\Delta E \cdot \Delta t \geq h/4\pi$ (af te leiden uit $\Delta x \cdot \Delta p \geq h/4\pi$); hierdoor kan dit deeltje over de barrière heen gaan; de 'geleende' energie wordt hierna teruggegeven $\Rightarrow$ het lijkt alsof het deeltje zonder energieverlies via een tunnel door de barrière heen is gegaan

■ **systeem zoekt laagste energie** is oorzaak van effect;

energie van systeem is lager wanneer tunnel-effect optreedt; zie 2^e voorbeeld op pag. 141

■ **in wand neemt amplitudo materieelgolven af**

afname is exponentieel: de waarschijnlijkheid om naar rechts in wand een deeltje aan te treffen neemt snel af

■ **rechts van wand gaat materieelgolf verder**

■ **amplitude materieelgolf is rechts van wand kleiner dan links ervan** is synoniem met: kans om deeltje rechts van wand aan te treffen is kleiner dan links van wand

■ **golflengte materieelgolf blijft gelijk** $\Rightarrow$ energie van getunnelde deeltje blijft ook

gelijk, immers $\lambda = \frac{h}{p}$ blijft constant, dus $p =$ constant, dus energie ook

$\Rightarrow$ deeltjes die door barrière gaan, verliezen geen energie en gaan er doorheen alsof barrière er niet is

■ **kans op tunnelen** hoogte van materieelgolf na wand ten opzichte van hoogte van materieelgolf voor wand is een maat voor kans op tunnelen

kans op tunnelen neemt toe indien (ofwel: energiebarrière wordt gemakkelijker overwonnen indien)

■ **energiebarrière lager is** exponentiële grafiek daalt dan minder snel

■ **energiebarrière smaller is** tunnelkans neemt dan exponentieel toe

■ **energie E van te tunnelen deeltje groter is** dit komt vaak neer op: $m_{\text{deeltje}} <$, immers indien λ vastligt (wordt bepaald door breedte van doosje) en E neemt toe, dan

neemt $m \left(= \frac{h^2}{2\lambda^2 E_k} \right)$ (zie pag. 136, $E_k = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$) van deeltje af

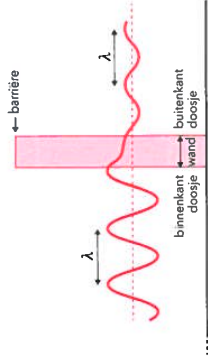
■ **kans op tunnelen is onafhankelijk van temperatuur**

■ **treedt op bij veel bekende processen**

■ **fusioreactie van protonen tot helium op de zon** temperatuur in midden van de zon is te laag om protonen elkaar dicht genoeg te laten naderen voor kernfusie; fusie kan alleen tot stand komen door tunneling; zie voorbeeld pag. 141

■ **α -verval bij radioactiviteit** energie waarmee α -deeltje atoomkern verlaat is ongeveer 4 à 9 MeV (zie tabel 25A); de energie nodig om (klassiek geredeneerd, dus zonder tunnelen) atoom te kunnen verlaten is ca. 30 MeV $\Rightarrow \alpha$ -verval kan

alleen bestaan dankzij tunneling; barrière wordt hier veroorzaakt door samenspel van kernkracht en coulombkracht; omdat het om kansen gaat is moment van verval van één α -deeltje niet te voorspellen; het proces is, door quantum-effect, onafhankelijk van temperatuur



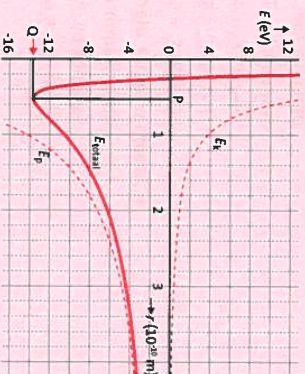
potentiële en kinetische energie bij waterstof vervolg

Uit $E_d = -f \cdot \frac{e^2}{r}$ volgt: als $r \rightarrow \infty$, dan $E_d \rightarrow 0$. Wanneer vanuit oneindig ver weg een elektron het proton nadert, dan daalt zijn energie (zoals ook E_k daalt als een bal naar de aarde valt) $\Rightarrow$ de energie wordt negatief.

Wanneer je de functies van $E_d (= E_p)$ en E_k beide tekent krijg je (met E in eV en r in 10^{-10} m) de grafieklijnen die je hiernaast ziet (de stippe lijnen). De som levert $E_{\text{ totaal }}$.

- *Bereken uit het diagram de straal van het waterstofatoom (de bohrstraal)*

Systemen streven altijd naar de laagste energie $\Rightarrow$ dat is het dal in de grafiek van $E_{\text{ totaal }}$ $\Rightarrow$ punt P aflezen in de grafiek: $r_{\text{ atoom }} \approx 0,5 \cdot 10^{-10}$ m (tabel 7A geeft $5,3 \cdot 10^{-11}$ m).



- *Bereken, met $r = 5,3 \cdot 10^{-11}$ m als gegeven, de grootte van deze laagste energie.*

$$E_d + E_k = -f \cdot \frac{e^2}{r} + \frac{h^2}{8\pi^2 m r^2} \quad (\text{alle getallen invullen}) = -4,347 \cdot 10^{-18} \text{ J} + 2,178 \cdot 10^{-18} \text{ J} \\ = -2,169 \cdot 10^{-18} \text{ J} = \frac{-2,169 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = -13,6 \text{ eV (stemt overeen met diagram (Q) en tabel 21A)}.$$

quantum-tunnel effect verschijnsel dat een deeltje, dat te weinig energie heeft om over de energiebarrière te gaan zonder energieverlies toch aan de andere kant van de barrière kan verschijnen, alsof het door een tunnel is gegaan. Stel dat golf niet door barrière heen gaat en nul wordt aan rand $\Rightarrow$ golflengte is dan kleiner dan wanneer golf zich verder uitstrekt tot in barrière $\Rightarrow \lambda$ is dan kleiner $\Rightarrow v$ is dan groter $\Rightarrow E$ is groter: dat is ongunstig, want systeem zoekt laagste energie $\Rightarrow$ systeem zoekt grotere $\lambda \Rightarrow$ er vindt tunneling plaats.

tunnelen op de zon

Protonen fuseren in het centrale deel van de zon tot helium. Bij dit proces komt energie vrij.

Dit proces is alleen mogelijk dankzij tunneling. Dit betekent dat de E_k van een proton normaal gesproken te weinig is om bij nadering de elektrische afstoting van het andere proton te overwinnen. Ga ervan uit dat protonen pas fuseren wanneer ze elkaar raken.

Voor de E_k van een proton geldt: $E_k = \frac{3}{2} kT$ (k = constante van Boltzmann, tabel 7A)

- *Bereken de E_k van een proton in het centrale deel van de zon.*

$$T_{\text{ zon }} = 1,55 \cdot 10^7 \text{ K (tabel 32C)} \Rightarrow E_k = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 1,55 \cdot 10^7 = 3,21 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

De straal van een proton is $0,88 \cdot 10^{-15}$ m. De energie nodig om twee protonen elkaar te laten naderen tot een afstand x wordt gegeven door $E_{\text{ nodig }} = f \cdot \frac{e^2}{x}$.

- *Laat zien dat de temperatuur, normaal gesproken, te laag is voor fusie.*

Wanneer de protonen elkaar raken is de afstand tussen de middelpunten gelijk aan $2 \cdot r$

$$\Rightarrow E_{\text{ nodig }} = f \cdot \frac{e^2}{2r} = 9 \cdot 10^9 \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{2 \cdot 0,88 \cdot 10^{-15}} = 1,3 \cdot 10^{-13} \text{ J. De } 3,21 \cdot 10^{-16} \text{ J is dus veel te weinig.}$$

■ halveringstijd t_h van α -straler vervolg

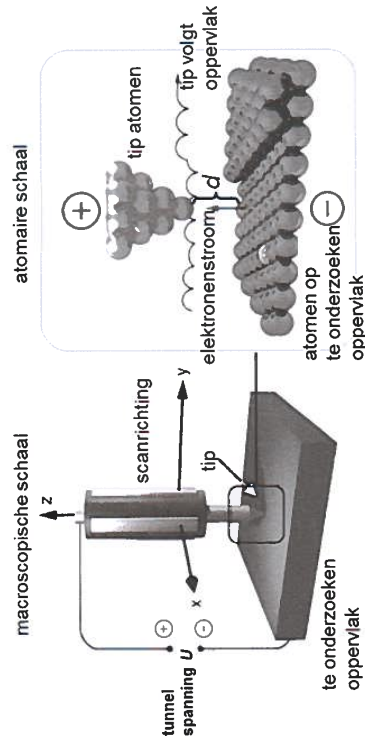
wordt bepaald door

- **energie E van α -deeltje** $\Rightarrow$ algemene regel: halveringstijd t_h neemt zeer sterk af bij grotere deeltjesenergieën; kans op tunnelen neemt dan juist toe; uit tabel 25A blijkt: als $E_{\alpha\text{deeltje}} >$, dan $t_h <$ vergelijk bv.: Th-232: $E_{\alpha} = 3,98 \text{ MeV}$ en $t_h = 1,4 \cdot 10^{10}$ jaar; Th-230: $E_{\alpha} = 4,68 \text{ MeV}$ en $t_h = 7,5 \cdot 10^4$ jaar; Th-229: $E_{\alpha} = 5,02 \text{ MeV}$ en $t_h = 7900$ jaar; Th-228: $E_{\alpha} = 5,42 \text{ MeV}$ en $t_h = 1,9$ jaar
- **atoomnummer** algemene regel: halveringstijd t_h neemt sterk toe met atoomnummer Z ; uit tabel 25A blijkt: als $Z >$, dan $t_h >$ vergelijk bv.: $^{241}_{95}\text{Am}$: $E_{\alpha} = 5,6 \text{ MeV}$ en $t_h = 432$ jaar; $^{245}_{96}\text{Cm}$: $E_{\alpha} = 5,6 \text{ MeV}$ en $t_h = 8,5 \cdot 10^3$ jaar

Scanning Tunneling Microscope is toepassing van quantum-tunnel effect; zie figuur;

een tip van uiteindelijk één atoom dik wordt zeer dicht boven in kaart te brengen oppervlak gebracht; tussen tip en oppervlak wordt een spanning aangelegd (tussen circa 2 mV en 2 V); tunnelstroom (= elektronenstroom) hangt zeer sterk af van afstand d tussen tip en te onderzoeken oppervlak; tip wordt zó op en neer bewogen dat tunnelstroom constant blijft $\Rightarrow$ de tip zal precies de beweging volgen van het reliëf van het oppervlak (in Z-richting); oppervlak wordt in X-richting en Y-richting gescand; deze beweging wordt zichtbaar gemaakt en geeft beeld van onderzochte oppervlak

- **resolutie $\approx 0,001 \text{ nm}$** is circa $\frac{1}{100}$ van diameter atoom



verband met theorie van tunnelen door wand van doosje

- **breedte barrière** is afstand d tussen tip en te onderzoeken oppervlak
- **hoogte barrière** hangt af van gebruikte materialen
- **te tunnelen deeltjes** zijn in dit geval elektronen
- **tunnelstroom** hangt af van spanning aangelegde tunnelspanning U (deze houdt men constant) en hangt zeer sterk af van afstand d ; afstand d is bv. standaard 0,3 nm; voor $d > 1 \text{ nm}$ is er al geen meetbare tunneling meer; zie voorbeeldopgave pag. 143

tunnelen door een muur

De kans P op tunnelen daalt exponentieel met de dikte d van de barrière en kan worden beschreven met $P = e^{-dk}$, met k is een constante; e is een e -macht.

Ook de leerling Leyla kan beschreven worden als een materiegolf. Derhalve is er een kans dat Leyla door een muur tunnelt: zonder een gat te maken of over de muur te klauteren staat Leyla ineens aan de andere kant van de muur. Die kans moet wel erg klein zijn, want wij zien dit in de klas nooit gebeuren.

Stel de muur is 10 cm dik (= breedte barrière) in plaats van bv. 1 nm, dat scheelt een factor 10^8 . En stel, de kans op tunnelen was bij een dikte van 1 nm gelijk aan 0,01.

- *Leg met behulp van de formule uit waarom de kans op tunnelen van Leyla zo klein is.*

Als de kans op tunnelen bij een dikte van 1 nm gelijk is aan 0,01, dan geldt (invullen): $0,01 = e^{-3 \cdot 10^{-9} \cdot k}$; bij de muur geldt: kans op tunnelen is $P = e^{-0,20 \cdot k}$, dat is gelijk aan $(e^{-3 \cdot 10^{-9} \cdot k})^{10^8}$ ofwel $(0,01)^{10^8} \Rightarrow$ dat is héél, héél erg klein.

Scanning Tunneling Microscope de tunnelstroom hangt zeer sterk af van de afstand tussen tip en materiaal. Deze eigenschap wordt gebruikt om oppervlakken te scannen.

De stroomdichtheid (in A/m^2) van de tip van de microscoop naar het te onderzoeken oppervlak wordt gegeven door de formule $J = \frac{e^2 \cdot U}{2\pi \cdot d \cdot \delta \cdot h} \cdot e^{-2d/\delta}$. Hierin is e = elementaire lading, U = aangelegde tunnelspanning, d = afstand oppervlak-tip, h = constante van Planck, e is een e -macht en δ is een gegeven afstand van $1,00 \cdot 10^{-10}$ m.

- *Toon aan dat de eenheid van J inderdaad A/m^2 is*

$$\text{De } e\text{-macht heeft geen eenheid} \Rightarrow [J] = \left[\frac{e^2 \cdot U}{2\pi \cdot d \cdot \delta \cdot h} \right] = \frac{C^2 \cdot V}{m \cdot m \cdot Js} = \frac{C^{3/2}C}{m^2 \cdot Js} = \frac{C}{m^2 \cdot s} = A/m^2$$

Men stelt de afstand d in op $3,00 \cdot 10^{-10}$ m en U op 20,0 mV.

- *Bereken de tunnelstroomdichtheid*

$$\text{Invullen: } J = \frac{(1,60 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 0,0200}{2\pi \cdot 3,00 \cdot 10^{-10} \cdot 1,00 \cdot 10^{-10} \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}} \cdot e^{-\frac{2 \cdot 3,00 \cdot 10^{-10}}{1,00 \cdot 10^{-10}}} = 1,02 \cdot 10^{10} A/m^2$$

Men vergroot de afstand d vervolgens met $0,01 \cdot 10^{-10}$ m (dat is een fractie van een atoomstraal!).

- *Toon aan dat, ondanks deze kleine verandering van d , de stroomsterkte meetbaar verandert.*

$$J \text{ berekenen: } J = \frac{(1,60 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 0,0200}{2\pi \cdot 3,01 \cdot 10^{-10} \cdot 1,00 \cdot 10^{-10} \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}} \cdot e^{-\frac{2 \cdot 3,01 \cdot 10^{-10}}{1,00 \cdot 10^{-10}}} = 0,992 \cdot 10^{10} A/m^2$$

$\Rightarrow$ de afname is $0,028 \cdot 10^{10} A/m^2$, dit is $\frac{0,028}{1,02} \cdot 100 \% = 2,7 \%$, dus een meetbare afname.

Wanneer $d = 10,0 \cdot 10^{-10}$ m (een paar atomen dik), in plaats van $3,00 \cdot 10^{-10}$ m, dan is er nauwelijks tunnelling meer.

- *Toon dit aan*

De belangrijkste verandering is dan: de e -macht wordt dan e^{-20} in plaats van e^{-6} . De tunnelstroom is hierdoor een factor $8,3 \cdot 10^{-7}$ kleiner.

11 ICT-vaardigheden

werken met **numerieke computermodellen** met programma Coach-6

gebruiken in verband met

- **voorspellen** van uitkomsten van experimenten
- **toetsen** van experiment aan theorie
- **hulp** bij ontwikkelen van nieuwe theorieën
kenmerken zich door
- **algemene toepasbaarheid** door een gering aantal eenvoudige wiskundige vergelijkingen
keer op keer te laten doorrekenen omzeil je zeer veel ingewikkeld wiskundig reken-
werk

opbouw van een computermodel model wordt opgesteld aan de hand van een fysisch model, welke de normale natuurkundige vergelijkingen met betrekking tot het probleem bevat

model bevat

■ **modelvergelijkingen** zoals

- **expressies van de vorm $a := a + b$** betekenis: a wordt $a + b$, ofwel: aan a wordt een nieuwe waarde toegekend: de oude waarde van a vermeerderd met b ;

$a := a + b$ mag in een model ook geschreven worden als $a = a + b$

altijd voorkomende expressie:

- **$t := t + dt$** 'de klok' wordt dt verder gezet, waarna met een volgende rekenslag wordt begonnen

- **stapgrootte dt** bepaalt nauwkeurigheid van modelberekening

■ **gewone (natuurkunde)formules** zoals $F_{\text{res}} = m \cdot a$; $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $F_g = G \cdot \frac{mM}{r^2}$

- **voorwaardelijke instructies** in de vorm: 'als ... dan ... anders'

■ **startwaarden** waarden op begintijdstip, meestal $t = 0$ s

- **constanten** deze veranderen niet tijdens het telkens opnieuw doorrekenen van het model, bv. massa M van planeet

- **variabelen** waarden veranderen wel tijdens telkens opnieuw doorrekenen van het model, bv. snelheid v , tijd t , positie x , versnelling a

modelvergelijkingen

- **worden achtereenvolgens steeds één voor één doorgerekend** elke rekencyclus betekent

nieuwe waarden voor alle variabelen; de verschillende waarden van de variabelen worden steeds opgeslagen en zijn op te vragen als tabel; vóór de eerste cyclus (meestal $t = 0$ s) gelden de standaard startwaarden

doorrekenen stopt indien

- **het ingesteld aantal rekenslagen (iteraties) is bereikt** in te stellen via modelvenster; standaard = 2000; maximum = 500.000
- **aan eis van voorwaardelijke instructie is voldaan** bv. bij de instructie als ... dan ...

eindals

vervolg

rekenkundig model vereenvoudigde voorstelling van de werkelijkheid, vastgelegd met behulp van formules en getallen. Je past formules uit de theorie toe om een bepaald verschijnsel te beschrijven.

stapgrootte waarde dt waarmee t elke rekenencycclus wordt opgehoogd. Naarmate dt kleiner is, neemt de nauwkeurigheid toe. Echter het doorrekenen van het model vergt dan wel meer rekentijd.

model van harmonische trilling

Een massa ($m = 4,0$ kg) ligt op een wrijvingsloze vloer en is verbonden met een veer ($C_{\text{veer}} = 100$ N/m).



De veer is ontspannen. Joep trekt de massa nu over 20 cm naar rechts (zie fig.), waarna de massa vanuit stilstand wordt losgelaten. De massa

gaat nu harmonisch heen en weer trillen. De formule die hier moet worden gebruikt luidt:

$F_{\text{veer}} = -C \cdot u$; het -teken is van belang: indien u naar rechts is gericht (positief), dan is F_{veer}

naar links gericht (negatief). In de eerste reken-

slag is $F_{\text{veer}} < 0 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow$

v wordt negatief $\Rightarrow u$ neemt vanaf 20 cm af.

De modelvergelijkingen (met de keuze $dt = 0,01$ s)

en startwaarden zijn

hiernaast afgebeeld, inclusief toelichting.

Runnen van het model levert het diagram op dat eronder is afgebeeld.

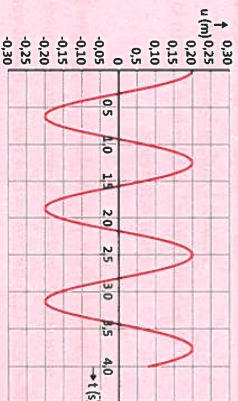
- *Leg uit waarom deze grafiek te verwachten was.*

Voor de trillingstijd van een harmonische

trilling geldt: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$. Invullen van de

getallen levert: $T = 2\pi\sqrt{\frac{4,0}{100}} = 2\pi\sqrt{0,04} = 1,3$ s.

Dit klopt met het diagram. Het diagram start bij $u = +0,20$ m en er ontstaat een harmonische trilling, precies wat je verwacht.



Het model wordt nu uitgebreid. Er is dezelfde situatie als hierboven, echter er is een schuifwrijvingskracht met de vloer, gelijk aan 2,0 N. Er moet zowel een u, t -diagram als een F_{v}, t -diagram worden afgebeeld.

- *Leg uit wat er dan moet worden veranderd aan het model.*

De wrijvingskracht is altijd tegengesteld aan de snelheid. Dat kan genoteerd worden als $F_w = -\text{teken}(v) \cdot 2,0$ (voor uitleg teken(v): zie pag. 146).

Vervolgens moet worden genoteerd dat $F_{\text{res}} = F_{\text{veer}} + F_w$. Er mogen hier geen - tekens staan, want die zijn al verwerkt bij F_{veer} en F_w .

vervolg

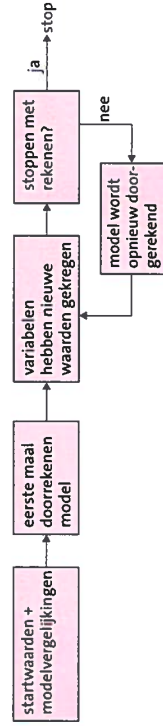


modelvergelijkingen vervolg*doorrekenen stopt indien*

- **modelvergelijkingen of startwaarden een fout bevatten**

veel voorkomende soorten fouten

- **foutief ingevoerde formules**
- **fout (insequent) gebruik van + en – tekens** waardoor model 'uit de hand loopt' en waarden naar oneindig lopen
- **delen door nul**
- **foutieve volgorde van vergelijkingen** wanneer ergens in de rekeningscyclus bepaalde symbolen moeten worden ingevuld, dan moeten deze bekend zijn, hetzij uit startwaarden, hetzij uit een voorgaande modelvergelijking

schematische manier van doorrekenen van een model: zie figuur hieronder

- **notatie in modellen** manier van noteren in een modelvergelijking is gebonden aan regels

veel voorkomende notaties

- **vermenigvuldigen** m.b.v. $\cdot \Rightarrow 3 \cdot 2$ betekent 3 maal 2
- **machten** $6E-2$ betekent $6 \cdot 10^{-2}$; v^2 betekent v^2
- **onderscheid tussen hoofdletters en kleine letters**
- **$\sqrt{x}$** = $\sqrt{x}$ sqrt staat voor square root ofwel vierkantswortel $= \sqrt{x^2} = \sqrt{x}$
- **teken(x)** is gelijk aan +1 als x positief is; is gelijk aan -1 als x negatief is
- **voorwaardelijke instructie** met behulp van 'als ... dan ... eindals'; let op: als bepaald niveau wordt bereikt dit nooit aangeven met 'als ... = 0 dan ... etc.', maar met 'als ... > 0 etc.' of 'als ... < 0 etc.', want door model berekende waarden worden zelden exact gelijk aan nul
- **accent-teken** ' achter een -teken kun je commentaar schrijven; het wordt niet gezien als modelregel

standaardvormen van modelvergelijkingen bij bewegingen*model bevat altijd regels in onderstaande volgorde:*

- **Fres =** bv. $F_{res} = F_z + F_w$; F_{res} hangt vaak af van v , en wordt dan steeds aangepast
- **$a = F_r/m$**
- **$v = v_0 + a \cdot \Delta t$** nieuwe v wordt oude v , vermeerderd met wat er in een tijd Δt aan snelheid bijkomt (en dat is $a \cdot \Delta t$, in de modelnotatie: $a \cdot \Delta t$); verondersteld wordt dat a in het kleine tijdsinterval Δt constant is
- **$x = x_0 + v \cdot \Delta t$** nieuwe x wordt oude x , vermeerderd met wat er in een tijd Δt aan afstand bijkomt (en dat is $v \cdot \Delta t$, in de modelnotatie: $v \cdot \Delta t$); verondersteld wordt dat v in het kleine tijdsinterval Δt constant is
- **$t = t + \Delta t$** de klok: tijdstip t wordt met bedrag Δt verder gezet

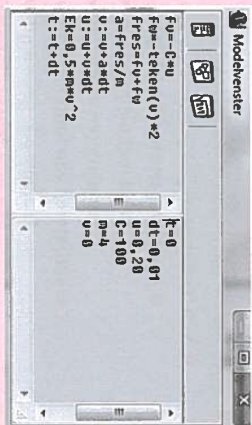
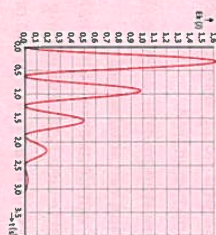
harmonische trilling (vervolg)

De versnelling wordt weer berekend met

$a = F_{res}/m$. Elke rekenslag moet E_k worden berekend met $E_k = 0,5 \cdot m \cdot v^2$.

Zie modelvergelijkingen en startwaarden hiernaast.

Wanneer het model wordt gerund, dan krijg je een u_t -en E_k -t-diagram als hieronder is weergegeven.

**model van valbeweging met wrijving**

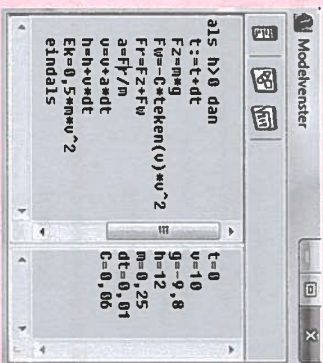
Een voorwerp van 0,25 kg wordt van

12 m hoogte omhoog geschoten met een snelheid van 10 m/s. Tijdens de beweging werkt er een luchtweerstandskracht waarvoor geldt:

$$F_w = C \cdot v^2 \text{ waarbij } C = 0,060 \text{ (in SI-eenheden).}$$

Hiernaast staan de modelvergelijkingen en startwaarden (waarbij ook E_k telkens wordt berekend). Opmerkingen bij dit model:

- Er wordt alleen gerekend zolang het voorwerp boven de grond is; dit wordt geregeld door: 'als $h > 0$ dan ... eindsals'



- Richtingen naar boven zijn consequent positief; naar beneden negatief.

- $F_w = -C \cdot \text{teken}(v) \cdot v^2$ regelt dat F_w qua grootte gelijk is aan $C \cdot v^2$; $-\text{teken}(v) = +1$ als v negatief is en -1 als v positief is; zo is F_w qua richting steeds tegengesteld aan v .

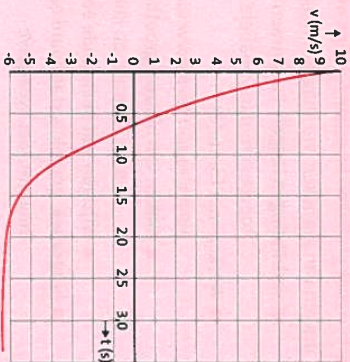
Hiernaast staat het v -t-diagram. Er wordt een eindsnelheid bereikt van ca. $-6,4$ m/s.

- Bereken deze eindsnelheid op de 'gewone' manier.

Wanneer v constant wordt, dan geldt:

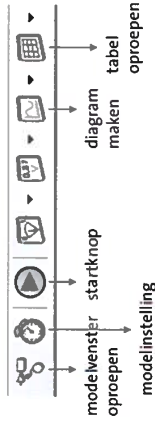
$$F_z = F_w \Rightarrow m \cdot g = C \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{m \cdot g}{C}}$$

$$= \sqrt{\frac{0,25 \cdot 9,8}{0,060}} = 6,4 \text{ m/s}^{-1} \Rightarrow \text{klopt.}$$



aanpassingen van modellen**■ blijvende aanpassingen in modelvenster**

- **van modelvergelijkingen**
 - **aanvullingen en uitbreidingen** om werkelijkheid beter te benaderen; in verband met nieuwe situaties of nieuwe inzichten; uitbreidingen steeds beredeneren vanuit fysische vergelijkingen en inzichten
 - **verbeteren van fouten** let op juiste volgorde van vergelijkingen; juiste regels en taalgebruik; geen dublures; juiste fysische betekenis; consequent zijn in + en – tekens; aanwezig zijn van juiste startwaarden
- **van startwaarden** nodig wanneer gebruikte startwaarden de werkelijkheid onvolledig benaderen
 - **andere stapgrootte** kleinere stapgrootte levert nauwkeuriger resultaat
- **tijdelijke aanpassing van startwaarde**
 - **met behulp van simuleren** startwaarden veranderen niet definitief; met simuleren is snel te zien hoe verandering van een parameter van invloed is op een beweging; simuleren oproepen in programma via: rechtsklik in modelvenster, kies simuleren, kies parameter die je wilt veranderen en vul andere waarde in

taakbalk bij programma Coach 6 gedeeltelijk hieronder weergegeven

- **modelvenster oproepen** in venster kunnen vergelijkingen en startwaarden worden genoteerd
- **modelinstelling** aantal iteraties (rekenlagen) en eventueel een stopvoorwaarde zijn hier aan te geven
- **diagram maken** knop waarmee grafieken kunnen worden gemaakt
- **tabel oproepen** knop waarmee tabellen kunnen worden gemaakt

werken met grafieken bij rekenkundige modellen in Coach 6

- **maken van grafieken** via 'diagram maken' in taakbalk
 - **verbindingen leggen** kolommen C met grootheden of formules; kies 'verbinding', dan 'toevoegen', dan variabele selecteren; kolom C1 is vaak de tijd t
- **werken met formules**

wordt toegepast ten behoeve van

- **maken van nieuwe grootheden** vanuit bestaande grootheden; gebruik 'verbinding formule' en klik op 'formule' om formule te maken
- **wijzigen van bestaande eenheden** bv. tijd in uur in plaats van in seconden
- **lijngrafiek** grafiek is standaard een lijn; ander soort grafiek maken via: rechtsklik op diagram, kies weergave

vervolg

model van valbeweging met parachute

Bij een parachutesprong vindt eerst een val plaats, waarbij de parachute nog niet is geopend. In een model wordt de parachute pas geopend na 13 seconden. De frontale oppervlakte neemt dan in 3,8 seconden geleidelijk toe van $0,80 \text{ m}^2$ tot $42,6 \text{ m}^2$; het oppervlak neemt lineair in de tijd toe. In het model is de stapgrootte $dt = 0,1 \text{ s}$.

- Welke modelregels moet je gebruiken om dit openen van de parachute te realiseren?

In 3,8 seconden wordt het model $3,8/0,1 = 38$

maal doorlopen. In 38 stappen moet er een oppervlak bijkomen van $42,6 - 0,8 = 41,8 \text{ m}^2$

$\Rightarrow$ per stap is dat $41,8/38 = 1,1 \text{ m}^2$.

Deze $1,1 \text{ m}^2$ is verwerkt in de modelregels die zijn te zien in de afbeelding hiernaast.

**model van ellipsbaan onder invloed van gravitatiekracht**

Een komeet heeft een snelheid v en een richting schuin naar rechts omlaag (zie de figuur).

Om de beweging van de komeet in het gravitatieveld van bv. de zon te kunnen beschrijven moet je de beweging

spplitsen in een X-richting en een Y-richting. De component

F_{gx} beïnvloedt v_x ; de component F_{gy} beïnvloedt v_y . De afstand zon-komeet = r .

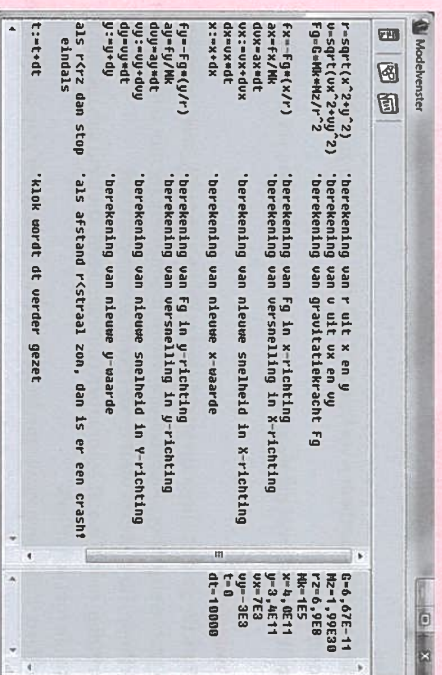
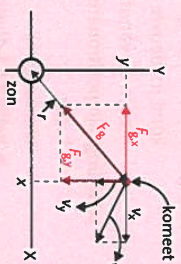
Voor r geldt: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; voor v geldt: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$; verder geldt: $F_{gx} : F_g = x : r$, ofwel:

$F_{gx} = F_g \cdot (x/r)$. Echter: indien x positief is, dan is F_{gx} naar links gericht, dus negatief.

Daarom moet je schrijven: $F_{gx} = -F_g \cdot (x/r)$. Zo geldt ook: $F_{gy} = -F_g \cdot (y/r)$. Zie model.

Uit de startwaarden worden eerst r , v en F_g berekend. Daarna wordt de X-beweging apart berekend en ook de Y-beweging. In de volgende rekenslag worden de X- en Y bewegingen weer samengevoegd en wordt een nieuwe r , v en F_g berekend, etc.

Hieronder staan modelvergelijkingen, startwaarden en ertussen 'opmerkingen'.



werken met grafieken bij rekenkundige modellen in Coach 6 vervolg**■ uitlezen/aflezen van grafieken**

- **rechtsklik op diagram**; kies **uitlezen** alle berekende waarden kunnen worden uitgelezen in venster
- **via automatisch zoomen-knop** in taakbalk van diagram(); daarna uitlezen door af te lezen in diagram
- **via herhaald uitvergroten van deel van grafiek** trek met cursor een vakje; dat deel wordt vergroot weergegeven; dit eventueel herhalen; daarna aflezen
- **via tabel, die 'meeloopt'** zet tabel klaar in venster; plaats cursor op grafiekdeel en lees tabelwaarde uit

■ analyse en verwerking van diagram te vinden via rechtsklikken in diagram*belangrijke opties*

- **afgeleide** levert diagram welke afgeleide is van oorspronkelijk diagram; diagram komt in nieuwe kolom C; zo is vanuit x,t -diagram direct het v,t -diagram te maken en vanuit v,t -diagram het a,t -diagram
- **helling** lijn positioneren met CTRL en muis (niet ingedrukt); helling af te lezen in kader
te gebruiken bij
 - **helling E,t -diagram = P** is vermogen
 - **helling v,t -diagram = a** is versnelling
 - **helling x,t -diagram = v** is snelheid
- **oppervlak** levert omgekeerde bewerkingen als hierboven, bv. oppervlak in x,t -diagram = Δv (snelheidsverandering)
- **functieft** kies functietype; zet linkerpunt in grafiek vast met punaise; leg lijn over meetpunten; 'schatting' en 'verfijnen'; functie is in scherm af te lezen; kies toevoegen of grafiek vervangen; bij toevoegen levert OK een nieuwe C-kolom met de gevonden functie

werken met tabellen bij rekenkundige modellen

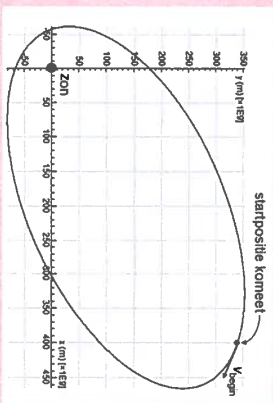
- **tabel maken** via kies tabel in taakbalk boven en selecteer een bestaande tabel of maak nieuwe tabel
- **leg verbindingen met grootheden via kolom C1, C2 etc.** op manier zoals hiervoor genoemd
- **tabel vult zich na 'start'** met getalwaarden; waarden snel te zoeken via schuifbalk

fouten opsporen in modellen

- **gebruik monitorfunctie** ga met cursor op modelvenster staan; rechtsklik; selecteer monitor; klik op groene startknop; modelvenster wordt monitorvenster met schuifbalk en groene startknop; nu is te zien waar model eventueel op vastloopt
- **groene startknop** model wordt automatisch doorgerekend; snelheid van rekenen in te stellen met schuifbalk
- **knop met cijfer 1** links van groene startknop; model handmatig per stap door te rekenen door telkens klikken op de 1

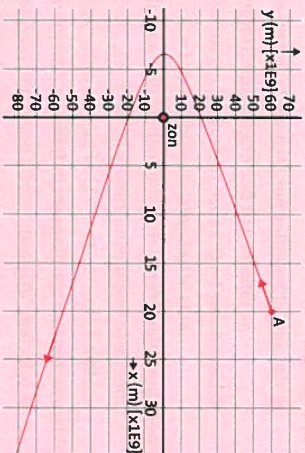
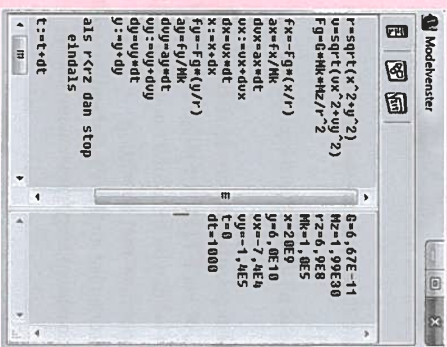
ellipsbaan onder invloed van gravitatiekracht vervolg

Voor dt is 10.000 s gekozen; aantal iteraties is ingesteld op 100.000. De ellipsbaan wordt zo iets meer dan 10 maal doorgerekend, blijkt bij runnen van model $\Rightarrow$ één omloop van de komeet duurt ca. $10.000 \cdot 10.000$ s $\approx 3,2$ jaar. Hiernaast een print van de berekende komeetbaan. In de figuur zie je ook de zon, startpositie en beginsnelheid.



model van hyperboolbaan onder invloed van gravitatiekracht

Een komeet vertrekt vanuit punt A in de aangegeven richting. Alle gegevens staan in het modelvenster. Runnen van dit model geeft een hyperbolische baan. Zie de figuur.



Leg uit waarom in dit model een hyperbolische baan ontstaat, en in het model van het vorige voorbeeld een elliptische baan.

Een elliptische baan ontstaat wanneer $|E_k| < |E_g|$; een hyperbolische baan ontstaat wanneer $|E_k| > |E_g|$ (zie ook pag. 76). Rekenen aan de hyperboolbaan: in positie A geldt (startwaarden uit model zijn gebruikt): $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(20 \cdot 10^3)^2 + (6 \cdot 10^{10})^2} = 6,3 \cdot 10^{10}$ m.

Voor de snelheid v geldt: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-7,4 \cdot 10^4)^2 + (-1,4 \cdot 10^5)^2} = 1,6 \cdot 10^5$ ms⁻¹ $\Rightarrow$

$|E_k| = G \cdot \frac{M_k \cdot M_k}{r} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1,99 \cdot 10^{30} \cdot 1,0 \cdot 10^5}{6,3 \cdot 10^{10}} = 2,1 \cdot 10^{14}$ J; voor E_k geldt: $|E_k| = \frac{1}{2} M_k v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,0 \cdot 10^5 \cdot (1,6 \cdot 10^5)^2 = 1,3 \cdot 10^{15}$ J $\Rightarrow |E_k| > |E_g| \Rightarrow$ er ontstaat een hyperboolbaan.

In het vorige voorbeeld geldt: (reken zelf na): $r = 5,4 \cdot 10^{11}$ m en $v = 8,1 \cdot 10^3$ m/s $\Rightarrow$

$|E_g| = G \cdot \frac{M_k \cdot M_k}{r} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1,99 \cdot 10^{30} \cdot 1,0 \cdot 10^5}{5,4 \cdot 10^{11}} = 2,5 \cdot 10^{13}$ J en voor E_k geldt: $|E_k| = \frac{1}{2} M_k v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,0 \cdot 10^5 \cdot (8,1 \cdot 10^3)^2 = 3,3 \cdot 10^{12}$ J $\Rightarrow |E_k| < |E_g| \Rightarrow$ er ontstaat een ellipsbaan.

begrippen en relaties ict-vaardigheden

- **videometen-algemeen** maakt x,t -diagrammen aan de hand van video-beelden
bij analyseren van diagrammen maak je gebruik van
- **steilheid in x,t -diagram** = snelheid v steilheid wordt ook genoemd: helling of afgeleide
- **steilheid in v,t -diagram** = versnelling a
- **zwaarte-energie** $E_z = m \cdot g \cdot h$
- **bewegingsenergie** $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- videometen (Coach 6): voorbereiden van meting** film staat meestal in frame linksboven; nieuwe film (bij voorkeur AVI-formaat; ander formaat eventueel converteren via www.convertfiles.com) inlezen via: open eerst bekende film; cursor op film zetten; klik rechtermuisknop en kies openen/video.../video toevoegen
vooraf instellen (items te vinden via: cursor op film zetten; klik rechtermuisknop)
- **schaal aanpassen...**
 - **oorsprong vastleggen** leg de oorsprong (gele assenstelsel) bij begin van beweging
 - **schaallengte instellen** leg rode balk op bekende afstand in film en typ afstand in tijd-ijking...
 - **stel aantal beeldjes per seconde in** meestal is dit 30 per seconde (te vinden bij eigen-schappen van betreffend videofragment)
 - **kieszen van $t = 0$** keuze tussen: bij eerste beeldje of bij geselecteerd beeldje; meestal kies je het eerste beeldje voor $t = 0$ s
- **beeldjes selecteren...** meestal meet je niet aan alle beeldjes, maar bv. om de 10 beeldjes; voer losse beeldjesnummers in, bv. 1, 11, 21, 31, ... of via 1-71\$10 (je krijgt dan vanzelf beeldje 1, 11, 21, 31 ... 71) of kies de optie 'van' en vul dan bv. in: 1 tot 71 met 1 op de 10
- **klaarzetten van x,t -diagram in frame** x,t -diagram 'loopt mee' met de meting
 - **selecteer 'diagram'** icoon bovenaan pagina in iconenlijst en kies P1-Afstand (er wordt een afstand-tijd diagram gemaakt); plak cursor in leeg frame; assen staan reeds ingevuld
- wijzigen instellingen diagram: cursor op diagram en rechtermuisknop: diagraminstelling*
 - **verbinding C1 is klok** maximale tijd en minimale tijd in te stellen
 - **verbinding C2 is P1-Afstand** minimale en maximale afstand in te stellen
 - **kies raster in diagram**
 - **geef diagram en eventueel grootheid eigen naam** klik tenslotte OK
- **vergrooten filmbeeld** via maximaliseren-vakje; zo is zoekerkruis beter te positioneren
- **bepaal markant punt van voorwerp** je meet steeds van dit zelfde punt de positie, bv. midden van een achterwiel van een fiets

videometen: uitvoeren van meting

- **start via groene startknop** cursor op film wordt zoekerkruis; 1^e beeldje verschijnt; klik zoekerkruis op markante punt van voorwerp; automatisch verschijnt daarna volgende geselecteerd beeldje; markeer op deze manier met zoekerkruis positie van voorwerp bij elk beeldje
- **minimaliseer venster na meting** x,t -diagram wordt direct zichtbaar

Coach 6 videometen: overzicht belangrijkste functies van programma

Metingen aan video-beelden (keuze van markant punt P van bewegend object vereist)

Cursor op video-fragment en gebruik rechtermuisknop levert o.a. op:

keuzemogelijkheid	deelkeuze	adviezen
– schaal aanpassen	– schaal	meestal: dezelfde schaal in alle richtingen
– tijd-i-jking		instellen aantal beeldjes per seconde
– beeldjes selecteren	– losse beeldnummers – met formule	Zelf in te typen in formulevak staat bv. 1-71\$10: van beeldje 1 ... 71 wordt om de 10 beeldjes gemeten, dus wordt gemeten aan beeldje 1, 11, 21, 31 etc.

Verwerken van meetresultaten m.b.v. diagrammen (diagram moet grafieklijn bevatten)

Cursor op diagram en gebruik rechtermuisknop levert o.a. op:

keuzemogelijkheid	deelkeuze	functie
– uitlezen		alleen meetpunten van beeldjes worden uitgelezen
– tabel tonen		toont tabel van meetpunten
– wis resultaat		grafiek wordt gewist
– diagraminstelling		bevat in kolommen C 1, C2, etc. verbindingen van assen met klok, gemeten waarden, formules
– analyse/verwerking	– benadering	grafiek wordt gefilterd; onregelmatigheden worden verwijderd; kies interval 1 of 2; 'voeg toe' en OK levert extra kolom C bij diagram, welke gefilterde grafiek bevat
	– afgeleide	van gehele grafiek wordt afgeleide bepaald; x,t-diagram levert zo een v,t-diagram; v,t-diagram levert zo a,t-diagram
	– integraal	bepaakt oppervlak onder grafieklijn en zet dit om in diagram
	– helling	bepaakt alleen helling op meetpunten van beeldjes; uitlezen in kader; levert geen nieuw diagram
	– oppervlak	bepaakt oppervlakte grafiek tussen 2 gemeten tijdstippen
	– functiefit	bepaakt wiskundige functie die zo goed als mogelijk past bij gemeten grafiek; 'voeg toe' en OK levert extra kolom C bij diagram, welke functie en diagram bevat

videometen: beweging van een fiets

Open programma Coach 6; via bestand/openen/videometen/voorbeelden videometen

- selecteer je 'de beweging van een fiets'. Film afspelen kan met pijltoetsen links onder filmfragment. Cursor op beeldjesbalk helemaal links: je ziet de gegeven schaal van 1,72 m.
- *Hoe zie je dat er in totaal 71 beeldjes zijn?*

Wanneer je de cursor helemaal rechts op de beeldjesbalk plaatst, staat ernaast het getal 71.

- *Wat moet je doen om te meten om de 5 beeldjes, dus aan beeldje 1, 6, 11, 16, etc?*

vervolg

videometen: verwerking van x, t -diagram

- uitlezen van meetwaarden via cursor op diagram; rechtermuisknop; uitlezen; geeft slechts coördinaten van gemeten punten
- bepaling van snelheid
 - via analyse/verwerking bij x, t -diagram
 - afgeleide gevolgd door 'bereken' levert meteen v, t -diagram op; kies 'nieuw diagram' en je krijgt v, t -diagram onder cursor; plak dit in leeg frame
 - helling er wordt raaklijn gelegd langs punt in x, t -diagram; door CTRL-toets en muis schuiven is raaklijn te positioneren; helling is uit te lezen in kader
- bepaling van versnelling bv. bij eenparig versnelde beweging
 - 3 manieren
 - via analyse/verwerking/afgeleide uit v, t -diagram werkwijze is identiek aan maken v, t -diagram uit x, t -diagram (zie hierboven)
 - via analyse/verwerking/helling bij v, t -diagram legt raaklijn langs punt in v, t -diagram; helling is af te lezen
 - via analyse/verwerking/functioneert programma bepaalt wiskundige functie van grafiek
 - werkwijze voor bepalen van versnelling via functiefit
 - uit v, t -diagram
 - pas toe functietype $f(x) = a \cdot x + b$ functie is vorm van $v = a \cdot t$
 - klik op schatting lees coëfficiënten a en b uit; coëfficiënt a is de versnelling a

videometen: maken van energie-tijd diagrammen in dit voorbeeld wordt uitgegaan van bv.kogel die van bepaalde hoogte $P1Y$ valt

- E_p, t -diagram en E_k, t -diagram

werkwijze

- selecteer maak/wijzig diagram in veld van $P1Y, t$ -diagram
- stel verbindingen in
 - $C1 = \text{klok}$ is reeds ingesteld
 - $C2 = P1Y$ en stelt de hoogte h voor (oorsprong is op grond); noem $PY1$ nu h
 - $C3\text{-verbinding} = \text{formule}$ in geval van E_{zt} -diagram: $(E_z =) m \cdot g \cdot h$; in geval van E_{kt} -diagram: $(E_k =) 0,5 \cdot m \cdot [v]^2$; in plaats van m dient massa (in kg) als getal te worden ingevoerd; v, t -diagram moet bekend zijn

videometen: bestanden openen en wegschrijven

- activiteit openen via bestand/openen/voorbeelden videometen/ ...; zo is bv. project 'de beweging van een fiets' te kiezen
- resultaat openen via bestand/openen ...; eerder weggeschreven resultaten worden geopend
- resultaat opslaan via bestand/opslaan als ...; bestand wordt onder gegeven naam weggeschreven in map, behorende bij activiteit, bv. 'beweging van een fiets'

videometen: beweging van een fiets, vervolg

Plaats cursor op film; rechtermuisknop; beeldjes selecteren; met formule, de formule luidt: 1-7155. Op beeldjesbak zijn alleen betreffende beeldjes gemarkeerd.

Van de videometing is het

P1X,t-diagram (zie figuur

hiernaast) gemaakt.

- Wat voor soort beweging wordt weergegeven door bovenstaand

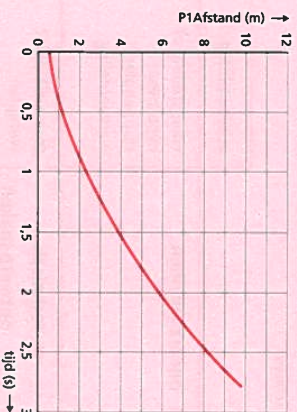
diagram?

De grafieklijn loopt steeds steiler, dus

de snelheid neemt steeds meer toe

⇒ beweging is versneld, mogelijk

eenparig versneld.



Hiernaast zie je twee grafieken: een

snelheid-tijd-grafiek en een fit van de snelheid.

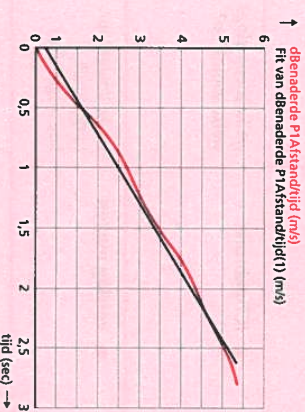
Hoe maak je deze grafieken uit het

P1X,t diagram?

Filter eerst de P1X grafiek (via analyse/verwerking en 'benadering');

kies daarna 'afgeleide'. Toepassen

van functiefit met de functie $f(x) = a \cdot x + b$ levert de waarden $a = 1,64$ en $b = 1,00$ (zie diagram).



- Wat kun je hiervan afleiden?

In een groot gebied loopt het v,t-diagram min of meer recht. Conclusie 1: over een groot deel van de beweging is deze eenparig versneld.

Conclusie 2: de steilheid van de lijn is de coëfficiënt a en dit stelt in een v,t-diagram de versnelling voor ⇒ $a \approx 1,6 \text{ m/s}^2$

- Wat moet je doen om een diagram te maken van de bewegingsenergie van de fietser (stel $m_{\text{fietser}} = 82 \text{ kg}$), uitgezet als functie van de tijd?

Er geldt: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ met m in kg en v

in m/s. Plaats cursor op v,t-diagram;

selecteer diagraminstelling; kies

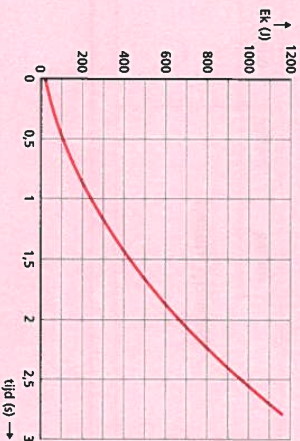
een lege kolom, bv. C7; selecteer bij

verbinding 'formule'; klik op

'formule' in blauwe vakje rechts en

typ: $0,5 \cdot 82 \cdot (\text{klik op fit van benaderde snelheid})^2$; klik OK en maak diagram van E_k

uitgezet tegen C1 de tijd. Klik eventueel op loepje boven diagram om grafiek goed zichtbaar te krijgen. Dit levert bv. het resultaat dat hierboven is te zien.

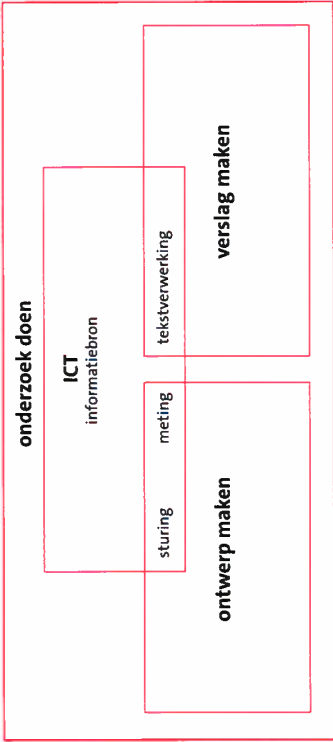


12 Algemene vaardigheden

relatie tussen vaardigheden
als schema

	voorbereiding	uitvoering	afsluiting
onderzoek doen	vraagstelling of hypothese, stappenplan, werkverdeling	bronnen raadplegen, experimenten uitvoeren, resultaten verwerken	resultaten overzichtelijk rangschikken, conclusies trekken, foutenanalyse
technisch ontwerp maken	voor welk doel? werkplan	ontwerp uitvoeren, werking controleren	was ontwerp bruikbaar? kan ontwerp verbeterd worden?
ICT-gebruik	welke toepassing? welke voordelen?	meting, sturing, als bron van informatie, of als tekstverwerker	meting uitprinten, bronnen op betrouwbaarheid toetsen, of tekst corrigeren
verslag maken	welke doelgroep? taalgebruik hoe uitgebreid?	van naam en doel van het experiment tot conclusies en bronvermelding	bespreking of mondelinge presentatie

als verzameling



leerstof

In de voorgaande hoofdstukken zijn alle onderwerpen behandeld die samen de leerstof vormen voor het centraal schriftelijk examen vwo natuurkunde vanaf mei 2016.

Het is niet voldoende deze onderwerpen uit je hoofd te leren; je moet de leerstof ook in nieuwe situaties kunnen toepassen. Daarom worden de begrippen in hun onderlinge verband gepresenteerd (op de even genummerde pagina's) en toegelicht met voorbeelden (op de oneven genummerde pagina's).

vakinhoud

Behalve dat je de leerstof van een vak moet beheersen, moet je ook over een aantal vaardigheden beschikken die 'vakspecifiek' zijn. Dat wil zeggen dat bij dat vak bepaalde handelingen moeten worden uitgevoerd op een bepaald niveau. De leerstof vormt samen met de vakspecifieke vaardigheden de vakinhoud. Het oplossen van reactievergelijkingen behoort duidelijk tot het vakgebied van scheikunde, het bouwen van een elektrische schakeling tot de natuurkunde en het gebruik van een microscoop tot de biologie.

vaardigheden

Hieronder wordt verstaan de handigheid waarmee je bepaalde handelingen verricht (bv. het bouwen van een elektrische schakeling) of waarmee je een bepaald proces doorloopt (zoals het oplossen van een vraagstuk).

- algemene vaardigheden

Sommige vaardigheden zijn ook bij (veel) andere vakken noodzakelijk:

- het niveau van je taalgebruik, zowel mondeling als schriftelijk, is van belang
- een standpunt innemen op grond van argumenten
- bij raadplegen van informatiebronnen gegevens kunnen selecteren, hoofd- en bijzaken van elkaar onderscheiden
- eenvoudige berekeningen kunnen uitvoeren

Deze vaardigheden maak je jezelf eigen gedurende je gehele schoolopleiding en niet alleen bij de exacte vakken.

- onderzoeksvaardigheden

Het betreft hier het uitvoeren van onderzoek van natuurwetenschappelijke aard, dus geldend voor de vakken biologie, natuurkunde en scheikunde (zie pag. 158)

- technische vaardigheden

Bij het maken van een opstelling, een schakeling of het bouwen van een apparaat is technische kennis van materialen en de werking van apparatuur vereist.

- ICT-gebruik

Het gebruik van de computer als tekstverwerker, opslagmedium en informatiebron valt onder algemene vaardigheden. De exacte vakken benutten daarnaast de computer voor meting (en sturing), waardoor experimenten kunnen worden geautomatiseerd.

- verslag maken

Het natuurwetenschappelijke verslag heeft een strikte indeling, waardoor de lezer zich snel een oordeel kan vormen over de aard van het onderzoek. Naarmate het onderzoek uitgebreider is, worden aan de verslaggeving hogere eisen gesteld.

onderzoeksvaardigheden nodig bij het uitvoeren van een praktisch onderzoek

voorbereiding in stappen

- **zoek/kies probleem of onderwerp** er bestaan lijsten met allerlei onderwerpen (internet)
- **herken en omschrijf natuurwetenschappelijk probleem**

- onderzoek moet in de praktijk mogelijk zijn
- onderzoek moet zinvol zijn

- **formuleer onderzoeksvraag** wat wil je onderzoeken? formuleer kort maar nauwkeurig
- **stel hypothese op** indien mogelijk

probeer te voorspellen

- **verband(en) tussen twee of meer grootheden** indien van toepassing
- **mogelijk resultaat van onderzoek** en grootteorde van de uitkomst
- **maak plan van aanpak**
- **verzamel benodigde informatie** maak literatuurlijst (bronnenoverzicht)
- **formuleer hoofdlijnen voor onderzoek**

aandachtspunten

- **welke groetheid verandert jij?** dat is de *onafhankelijke* variabele, bv. de temperatuur, concentratie, druk (ook vaak de tijd)
- **welke groetheid verandert daardoor?** is de *afhankelijke* variabele; de overige omstandigheden moeten constant blijven (*ceteris paribus*)

- **bedenk/ontwerp (meet)opstelling** beschrijf en teken deze (zie pag. 159 e.v.); zorg ervoor dat je vooraf een beredeneerde schatting kunt maken van de uitkomst van je meting

denk aan

- **inhoudelijke aspecten**
 - **onderzoeksvraag beantwoorden** is doel van het onderzoek
 - **oorzaak en gevolg** goed uit elkaar houden
 - **zinvolle waarnemingen** moeten gericht zijn op je vraagstelling
- **organisatorische aspecten** tijdsplanning, taakverdeling bij groepswerk

uitvoering in stappen

- **bouw (meet)opstelling** volg je plan van aanpak
- **voer metingen uit; doe waarnemingen** stel plan van aanpak eventueel bij; beoordeel of je meetresultaten juist zouden kunnen zijn

- **verwerk verkregen informatie**

- **selecteer (meet)gegevens** selectie moet gericht zijn op beantwoorden van je onderzoeksvraag; zonodig aanvullende metingen
- **combineer en bewerk (meet)gegevens** denk hierbij aan tabellen, grafieken, wiskundige berekeningen

afsluiting in stappen

- **vergelijk theorie met praktijk** is er strijdigheid of overeenkomst?
- **beantwoord onderzoeksvraag**
- **trek conclusie**
- **presenteer onderzoek** in een verslag (zie pag. 168), als voordracht, posterpresentatie, demonstratie of met ICT (zie pag. 166)

natuurwetenschappelijk probleem zoek hoe (in experiment, situatie of proef) bepaalde grootheden van elkaar afhankelijk zijn. Bijvoorbeeld: onderzoek naar het rendement van een badgeiser (een verwarmingsapparaat voor water; deze werkt op aardgas) (dit voorbeeld wordt verder uitgewerkt).

onderzoeksvraag is fout wanneer deze te vaag is (zie ook pag. 169). Benoem grootheden in je vraag. Fout is: 'Wat doet een badgeiser?' of 'Hoe gebruik je een badgeiser?'.

Goed is bv.: 'Hoe hangt het rendement van een badgeiser af van de uitstroomsnelheid van het water (in liters per seconde)?'

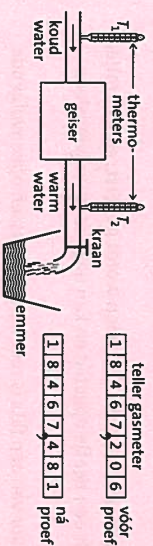
hypothese voorspelling van onderzoeksresultaat, meestal gebaseerd op bekende gegevens. Bij de badgeiser: bij lage uitstroomsnelheid van het water zal er in verhouding veel warmteverlies zijn in de vorm van 'rookgassen' en lekken. Daarom luidt de hypothese: indien de uitstroomsnelheid van het water stijgt, zal ook het rendement van de geiser stijgen.

plan van aanpak rendement η is te berekenen uit: $\eta = \frac{Q_{\text{utiltig}}}{Q_{\text{toegevoerd}}} \cdot 100\%$

Q_{utiltig} volgt uit $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$ (c = soortelijke warmte van water) en $Q_{\text{toegevoerd}}$ is te berekenen via 'verbrandingswarmte'. Bij een bepaalde uitstroomsnelheid van het water en bij meting gedurende een vaste tijd (bv. 5,0 minuten) mag je het volgende zeggen:

relevante waarnemingen zijn: massa water die in 5,0 minuten uitstroomt, temperatuurverschil van koud water dat de geiser instroomt en warm water dat de geiser verlaat en het aantal m^3 aardgas dat is verbruikt in 5 minuten.

meetopstelling hieronder staat een relevante meetopstelling getekend.



voer de metingen uit meet telkens gedurende 5,0 min. Meet telkens T_1 en T_2 en bepaal hieruit ΔT . Meet tevens de hoeveelheid verbruikt aardgas (meterkast). Meet bovendien de hoeveelheid uitgestroomd water (massa van water in emmer).

verantwoord meten: start meting pas wanneer de geiser al een tijdje loopt. Tijdens de meting is de geiser dan al op temperatuur, zodat je geen rekening hoeft te houden met de warmtecapaciteit van de geiser. Denk aan significantie.

verwerk verkregen informatie tabellen; grafieken; berekeningen van rendementen bij verschillende uitstroomsnelheden v ; η ; v -grafiek.

beantwoord onderzoeksvraag klopte je hypothese? Kloppen je uitkomsten met de gegevens van de fabrikant van de geiser (vraag informatie op)?

ontwerpvaardigheden nodig bij het oplossen van een technisch probleem, meestal als onderdeel van een onderzoek

voorbereiding

- **technisch probleem herkennen** hierbij gaat het om het inzicht dat bij bepaalde onderzoeksvragen een technische hulpmiddel nodig is
- **technisch probleem omschrijven** hierbij gaat het om een beschrijving van het probleem, dat met techniek opgelost kan worden
- **werkplan maken** voor een technisch ontwerp
 - **bedenk opstelling** ontwerp dat geschikt is om probleem op te lossen

rekening houden met

- **beschikbaarheid van materialen** ga na of schoolinventaris toereikend is
- **afmeting apparatuur** moet geschikt zijn voor uitvoering of meting
- **beschikbare tijd** van docent en assistent en jouw aantal studielasturen

uitvoering

- **ontwerp uitvoeren** meestal is dit een opstelling of apparaat bouwen
- **werking controleren** onder bekende omstandigheden
- **metingen uitvoeren** ten behoeve van je onderzoek

afsluiting

- **was ontwerp bruikbaar?** is het technisch probleem opgelost?
- **kan ontwerp verbeterd worden?** bv. is de meting nauwkeurig genoeg?

technisch-instrumentele vaardigheden

je moet kunnen omgaan met de volgende apparatuur (checklist):

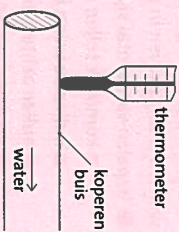
- **stopwatch; meetlint; maatglas; weegschaal**
- **sternwerk; toongenerator; oscilloscoop; geiger-müller teller** (G.M.-teller: zie pag. 33 en 34)
- **krachtmeter**
- **luchtkussenbaan** rail met veel gaatjes, waar lucht doorheen wordt geperst; een karretje, dat op zo'n baan staat wordt een beetje opgetild en kan nagenoeg wrijvingsloos bewegen over de baan
- **stroboscoop** flitsapparaat; tijdsduur van één flits is zeer kort; tijd tussen opeenvolgende flitsen kan worden gevarieerd; wordt gebruikt om snelle bewegingen vertraagd of stilstaand te zien
- **(vloeistof)thermometer, veer**
- **kleurfilters**
- **spectroscop** apparaat, waarbij licht van bv. een lamp door een smalle spleet gaat; daarna wordt het licht geleid door een prisma; verschillende kleuren worden verschillend gebroken $\Rightarrow$ er is een spectrum te zien
- **elektroscop** gebruikt om lading aan te tonen; twee gemakkelijk beweegbare licht metalen delen stoten elkaar af, indien ze dezelfde lading krijgen (allebei bv. positieve lading); hoe meer lading, hoe meer afstoting
- **voedingsapparaat; regelbare (variabele) weerstand** (zie voorbeeldopgave pag. 87)
- **computer met sensoren; lichtpoortjes**

ontwerpvaardigheid als onderdeel van onderzoek beperk je tot het oplossen van eenvoudige technische problemen: deze zijn vaak al omvattend genoeg. Hieronder wordt behandeld: een technisch probleem uit het voorbeeld van pag. 159.

herkennen van technisch probleem is te leren door heel praktisch te denken: hoe ga ik iets precies aanpakken en ... levert dat goede, betrouwbare resultaten op?

Voorbeeld: je wilt de temperatuur meten van het water dat in de koperen buis stroomt. Je neemt aan dat de buis dezelfde temperatuur heeft als het water (want koper is een goede warmtegeleider).

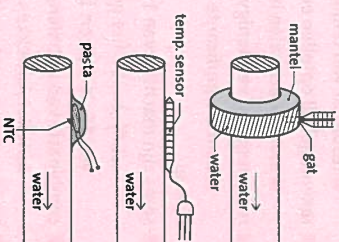
Probleem: hoe verkrijg je een betrouwbare meting? Hoe moet je dan zo'n meting verrichten?



omschrijven van technisch probleem Hoe komt een temperatuurmeter in goed (warme) contact met de koperen buis?

bedenk mogelijke oplossingen voorbeeld

- Breng een mantel aan om de buis. Maak in de mantel een gat doe er water in en steek een thermometer in het gat (het water is voor de geleiding van buis naar thermometer).
- Bevestig een temperatuursensor stevig op de buis en meet (met Coach) de spanning die de sensor afgeeft.
- Plak met warmtegeleidende pasta een kleine NTC-weerstand op de buis en meet de weerstand van de NTC.



maak keuze uit mogelijke oplossingen

Bijvoorbeeld hier: kies methode (c). Methode (a) is erg veel werk, kans op lekkage, meting is indirect etc. Bij methode (b) is sensor (te) groot en het warmtecontact met de buis slecht.

werkplan jk de NTC en maak een ijkgrafiek (weerstand uitgezet tegen temperatuur). Bevestig de NTC met de pasta op de buis. Verricht weerstandsmeting met elektronische ohmmeter (multimeter). Bepaal de temperatuur telkens via ijkgrafiek.

afsluiting bovengenoemd ontwerp is goed bruikbaar. Probleem is echter dat niet alle NTC's exact gelijk zijn en bovendien niet lineair. Verbetering mogelijk door temperatuurgevoelige weerstanden te nemen die wel lineair zijn en weinig onderlinge verschillen vertonen.

wetenschappelijke notatie van getallen notatie van getallen met één cijfer voor de komma (ongelijk aan nul), de andere cijfers achter de komma en gebruik van een macht van 10; rekenmachine in de mode sci (scientific) toont in venster automatisch de wetenschappelijke notatie

werken met juiste significantie bij rekenen naarmate het resultaat van een berekening kan worden weergegeven in meer significante cijfers is de uitkomst nauwkeuriger

■ **bepalen van aantal significante cijfers**

- komma's tellen niet mee
- nullen vooraan tellen niet mee
- nullen achteraan tellen wel mee
- machten van 10 (en voorvoegsels) tellen niet mee
- getallen in formules als bv. $\frac{1}{2}$ in $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ of π in $A = \pi r^2$ tellen niet mee
- resultaat van tellingen doen niet mee bv. aantal slingeren = 10 is exact
- rekenregel bij optellen en aftrekken van getallen
 - aantal decimalen in uitkomst = kleinste aantal decimalen waar je mee werkte
- rekenregel bij vermenigvuldigen en delen van getallen
 - aantal significante cijfers in uitkomst = kleinste aantal waar je mee werkte

merk op

- soms zijn machten van 10 noodzakelijk om een uitkomst in juiste significantie te kunnen schrijven; bv. het getal 2034 in 3 sign. cijfers noteren moet met behulp van machten van 10: je noteert bv. $2,03 \cdot 10^3$ (of $20,3 \cdot 10^2$)
- **combinatie van optellen/afrekken en vermenigvuldigen/delen** pas eerst de regels toe voor optellen/afrekken en daarna die van vermenigvuldigen/delen
- **berekeningen met logaritme** indien $y = \log(x)$ geldt: significantie van y = significantie van x

werken met juiste significantie bij metingen naarmate een meetresultaat kan worden weergegeven in meer significante cijfers is de uitkomst nauwkeuriger; elk opgegeven cijfer moet kunnen worden verantwoord; het laatste cijfer is meestal geschat, want tussen twee opeenvolgende streepjes van een meetinstrument kun je meestal nog 1 cijfer schatten

■ **absolute meetnauwkeurigheid** is gelijk aan hoeveel je meetuitkomst maximaal verschilt van de werkelijke waarde; het is bijna altijd de helft van de laatste decimaal die je als schatting opgeeft

■ **bepalen van aantal significante cijfers bij metingen**

- **lengtemetingen** laatste cijfer is meestal geschat; nauwkeurigheid van liniaal bepaalt absolute meetnauwkeurigheid
- **tijdmetingen** met een stopwatch kun je slechts tot op 0,1 s nauwkeurig meten (ook al geeft de stopwatch 0,01 aan); je reactievermogen laat geen grotere nauwkeurigheid toe
- **spanning en stroom metingen** wanneer bij gebruik van digitale meter het laatste digit (getal) voortdurend verandert, dan is dit niet betrouwbaar $\Rightarrow$ dit digit niet overnemen (maar wel afronden)
- **vergroten nauwkeurigheid van metingen** te bereiken door bv. 10 metingen achter elkaar te doen en uitkomst te delen door 10; ook nauwkeurigheid wordt dan door 10 gedeeld

wetenschappelijke notatie

- *Schrijf de getallen 0,00230 en 456,7 in de wetenschappelijke notatie*

Het eenvoudigst is om eerst je rekenmachine in de mode sci te zetten (scientific). Daarna tik je de getallen in en je drukt op enter. Dit levert de getallen $2,3 \cdot 10^{-3}$ resp. $4,567 \cdot 10^2$.

Merk op: tijdens noteren in de wetenschappelijke notatie verandert de significantie niet $\Rightarrow 2,3 \cdot 10^{-3}$ moet je noteren als $2,30 \cdot 10^{-3}$

bepalen aantal significante cijfers

- *Bepaal het aantal significante cijfers in $x = 0,020 \text{ m}$; $h = 20,6 \text{ km}$; $l = 23,6 \cdot 10^{-6} \text{ A}$; π .*
 $0,020 \text{ m}$ heeft 2 significante cijfers (de 2 nullen vooraan doen niet mee; de nul achteraan wel); $20,6 \text{ km}$ heeft 3 significante cijfers (voorvoegsel k doet niet mee); $23,6 \cdot 10^{-6} \text{ A}$ heeft 3 significante cijfers (machten van 10 doen niet mee); π heeft zeer veel significante cijfers (het is geen meetwaarde, maar een zeer nauwkeurig bekend getal).

werken met juiste significantie bij rekenen

- *Geef in de juiste significantie de uitkomst van $\frac{2,3 + 41,61}{2345}$*

Eerst de optelling: $2,3 + 41,61$ levert $43,91$, maar moet met één cijfer achter de komma, want het kleinste aantal achter de komma is één cijfer $\Rightarrow$ de uitkomst is $43,9 \Rightarrow$ de

berekening is dus eigenlijk $\frac{43,9}{2345} \Rightarrow$ uitkomst moet in 3 cijfers $\Rightarrow$ uitkomst = $1,87 \cdot 10^{-2}$

- *Bereken in de juiste significantie de uitkomst van oppervlak $A = \frac{1}{2}\pi d^2$ met $d = 0,0230 \text{ m}$.*

De getallen $\frac{1}{2}$ en π doen niet mee met de significantie en $d^2 = d \cdot d = 0,0230 \cdot 0,0230 \Rightarrow$ de uitkomst moet in de 3 significante cijfers $\Rightarrow A = (\text{rekenen}) = 4,15 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

werken met juiste significantie bij metingen

Broer meet de lengte van een potlood met een liniaal met cm-verdeling (zie figuur).

- *Welke waarde moet Broer opgeven voor de lengte ℓ van het potlood?*



6 cm kun je aflezen en daarna mag je nog één cijfer schatten $\Rightarrow \ell = 6,7 \text{ cm}$

- *Hoe groot is de absolute meetonnauwkeurigheid in de uitkomst hierboven?*

ℓ ligt tussen 6,65 cm en 6,75 cm $\Rightarrow$ de absolute meetonnauwkeurigheid = 0,05 cm

Een slinger slingert heen en weer. Gerard meet de tijd die nodig is voor '10 trillingen achter elkaar' (gegeven is: het dempen van de trilling heeft geen invloed op de slingerijd).

Na 10 trillingen staat de stopwatch op 13,47 s.

- *Wat moet Gerard noteren voor 10 T (10 trillingstijden)?*

Gerard moet noteren: $10T = 13,5 \text{ s}$, want hij kan nooit op 0,01 s nauwkeurig klokken.

- *Wat mag Gerard opgeven voor één trillingstijd T?*

Uit $10T = 13,5 \text{ s}$ volgt: $T = \frac{13,5}{10} = 1,35 \text{ s}$ (getal 10 doet niet mee met significantie, want het is het resultaat van tellen) $\Rightarrow$ zo is toch een nauwkeurigheid van 0,01 s te bereiken.

wiskundige technieken en formules*je moet onder andere kunnen werken met*

- **rechthoek** oppervlak $A = \ell \cdot b$ (lengte · breedte)
- **driehoek** oppervlak $A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$ ($\frac{1}{2}$ · basis · hoogte)
- **cirkel** omtrek $= 2\pi r = \pi \cdot d$; oppervlak $A = \pi r^2 = \frac{1}{4}\pi d^2$; r = straal cirkel; d = diameter cirkel
- **bol** oppervlak $A = 4\pi r^2$; volume $V = \frac{4}{3}\pi r^3$; r = straal bol
- **cilinder** volume $V = \pi r^2 \cdot h$; r = straal cilinder; h = hoogte cilinder
- **balk** volume $V = \ell \cdot b \cdot h$ (lengte · breedte · hoogte)
- **evenredigheden**

- **recht evenredig** bv. $F = C \cdot u$ (veerwet): dan geldt: $F \sim u$
- **omgekeerd evenredig** bv. $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ dan geldt: $F_{\text{mpz}} \sim \frac{1}{r}$
- **kwadratisch evenredig** bv. $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ dan geldt: $F_{\text{mpz}} \sim v^2$
- **omgekeerd kwadratisch evenredig** bv. $F_g = G \cdot \frac{mM}{r^2}$ dan geldt: $F_g \sim \frac{1}{r^2}$

- **formules omschrijven** formules van het type $\frac{a \cdot b}{c} = \frac{d \cdot e}{f \cdot g}$: je mag elk symbool kruislings

$$\text{verschuiven, bv. } a \text{ en } c \text{ verschuiven } \left(\frac{a \cdot b}{c} = \frac{d \cdot e}{f \cdot g} \right) \text{ levert op: } \frac{b}{1} = \frac{d \cdot e \cdot c}{f \cdot g \cdot a}$$

- **tweedegraads vergelijking** type $ax^2 + bx + c = 0$ oplossing: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- **2 vergelijkingen met 2 onbekenden oplossen** bv. $6x + 4y = 24$ en $2x - 3y = -5$, dan (bv.) x vrijmaken uit vergelijking 1 en substitueren in de ander: levert hier: $x = 2$ en $y = 3$
- **toepassen wiskundige functies** $\log(x)$ (merk op: $\log(x) = {}^{10}\log(x)$), $\ln(x)$ (merk op: $\ln(x) = {}^e\log(x)$), e^{-ax} , e^{ax} , a^x , x^a , $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$
- **differentiëren** zie ook tabel 36F
 - **lineaire functie** als $y = 2x + 3$, dan $y' = 2$
 - **kwadratische functie** als (x = plaats, t = tijd) $x = 3t^2 + 5t + 2$, dan $x' = 6t + 5 \Rightarrow$ dit stelt de snelheid voor, want $v = x'$
 - **machtsfunctie** als $y = x^n$, dan $y' = n \cdot x^{n-1}$
 - **sinusfunctie** als $y = \sin x$, dan $y' = \cos x$; als $y = \sin 3x$, dan $y' = (\cos 3x) \cdot 3$ (kettingregel)
 - **cosinusfunctie** als $y = \cos x$, dan $y' = -\sin x$; als $y = 4\cos 2x$, dan $y' = -4\sin 2x \cdot 2 = -8\sin 2x$ (kettingregel toegepast)
- **coördinatentransformaties**
 - **$y = ax^2$** dan geldt: $y \sim x^2 \Rightarrow y$ uitzetten tegen x^2 levert rechte lijn door O; ook uitzetten van $\sqrt{y}$ tegen x levert rechte door O
 - **$y = ax^{-1}$** dan geldt: $y \sim x^{-1}$ ($y \sim \frac{1}{x}$) $\Rightarrow y$ uitzetten tegen $\frac{1}{x}$ levert rechte lijn door O
 - **$y = ax^{-2}$** ofwel: $y \sim x^{-2}$ ($y \sim \frac{1}{x^2}$) $\Rightarrow y$ uitzetten tegen $\frac{1}{x^2}$ levert rechte lijn door O
 - **$y = ax^{\frac{1}{2}}$** ofwel $y \sim x^{\frac{1}{2}}$ ($y \sim \sqrt{x}$) $\Rightarrow y$ uitzetten tegen $\sqrt{x}$ levert rechte lijn door O

wiskundige technieken en formules

- Bereken de gemiddelde dichtheid van de aarde (benader de vorm van de aarde door een bol; neem voor de straal van de aarde het gemiddelde van die bij de evenaar en de polen).

$$\text{Volume van de aarde } V = \frac{4}{3}\pi r_{\text{gemiddeld}}^3 = (\text{zie tabel 31}) \frac{4}{3}\pi \cdot (6,367 \cdot 10^6)^3 = 1,081 \cdot 10^{21} \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{M}{V} = \frac{5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{1,081 \cdot 10^{21} \text{ m}^3} = 5,52 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

- Schrijf de formule $G \cdot \frac{mM}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$ om tot $M = \dots$

Maak eerst een 'kruis', zodat je symbolen kunt verschuiven: $\frac{GmM}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$; delen links en rechts door m en r levert $\frac{GM}{r} = \frac{v^2}{1}$; verschuiven van r en G kruislings levert $\frac{M}{G} = \frac{v^2 \cdot r}{G} = M$

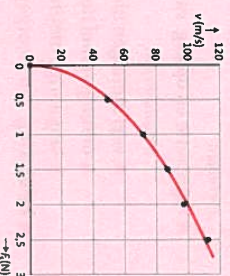
- Leid uit $u = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ (pag. 8) de formule voor de snelheid van een harmonische trilling af.

$$\text{Snelheid is afgeleide van plaats, ofwel: } v = u' \Rightarrow v = \left(A \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right)' = A \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)$$

$$(\text{kettingregel}) = \frac{2\pi A}{T} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right); \text{ dit stemt overeen met } v_{\text{max}} = \frac{2\pi A}{T} \text{ (zie pag. 8).}$$

Bij een gespannen koord wordt de voortplantings-snelheid van de golven v in het koord gemeten als functie van de spankracht F_s in het koord. Dit leverde de resultaten op die te zien zijn in de tabel.

F_s (N)	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50
v (m/s)	49	72	87	98	114



De grafiek van F_s uitgezet tegen de snelheid v , is hiernaast te zien.

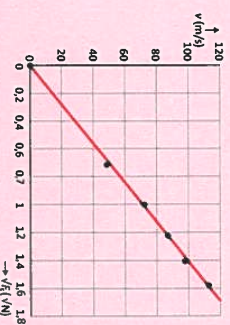
- Leg uit waarom het wiskundig verband niet direct is te zien.

De lijn is een kromme. Het zou een deel van een parabool kunnen zijn, maar ook van een ellips of een stuk van een hyperbool. Dat kun je met het blote oog niet zien.

- Het vermoeden is dat geldt: $v^2 \sim F_s$. Welke coördinantentransformatie moet je toepassen om een rechte lijn door O te krijgen?

Je moet dan v^2 uitzetten tegen F_s (of v tegen $\sqrt{F_s}$).

F_s (N)	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50
$\sqrt{F_s}$	0,71	1,00	1,22	1,41	1,58



In de tabel is overal $\sqrt{F_s}$ berekend; daarna is de grafiek van v tegen $\sqrt{F_s}$ gemaakt. Dit levert een rechte door O.

Kennelijk geldt: $v \sim \sqrt{F_s}$, dus $v^2 \sim F_s \Rightarrow$ de eerste grafiek was een deel van een parabool.

ICT-gebruik Informatie en Communicatie Technologie*mogelijkheden/toepassingen*

- **tekstverwerking** bv. voor verslaggeving, inclusief grafieken en tabellen
- **technisch tekenen** bv. tekenen van een opstelling of een schema
- **database** elektronische kaartenbak, bv. voor boeken in bibliotheek
- **spreadsheet** rekenvel voor het bewerken van grote aantallen (meet)gegevens
- **presentatie** van teksten en foto's met beweging en geluid (bv. powerpoint)
- **communicatie** met behulp van e-mail, nieuws- en praatgroepen
- **informatiebron**

- **internet** wereldwijd is informatie te verkrijgen (check op betrouwbaarheid)
 - **cd-rom/dvd/flash** opslagmedium voor gespecialiseerde informatie
 - **sturing van processen** veel toegepast in industrie
 - **meetinstrument** bij experimenten en technische processen
- met behulp van*
- **sensoren** verdere verwerking van sensorsignaal mogelijk door computer; sensor is via meetpaneel verbonden met de computer; deze verwerkt het sensorsignaal verder met een meet- en verwerkingsprogramma (bv. Coach 6/ Meten)
 - **datalogger** slaat gegevens van sensor op (los van computer)

metingen

- **registratie en opslag** van zeer grote aantallen meetgegevens mogelijk

mogelijkheden

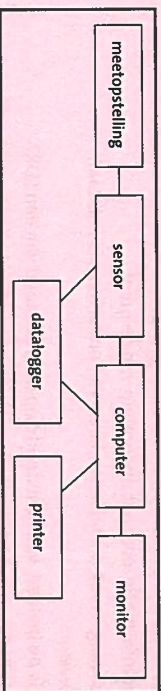
- **veel metingen binnen korte tijd** bv. bij volgen van snelle bewegingen
- **metingen snel herhaalbaar** is te automatiseren
- **langdurige metingen** ook gedurende de nacht
- **bewerking** van meetgegevens; kan eenvoudig, nauwkeurig en snel

weer te geven in de vorm van

- **tabel**
- **diagram**
- **grafiek**

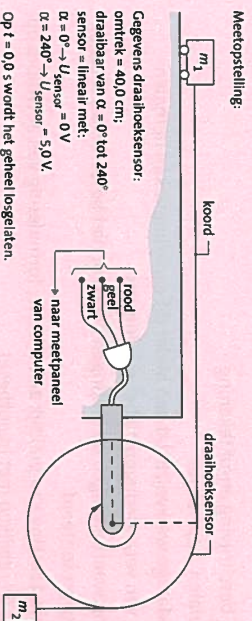
sensor registreert een veranderende grootheid als een spanningsverandering. Deze spanning moet vaak worden omgevormd tot een signaal dat (eventueel versterkt) door een computer kan worden verwerkt.

computermeting blokschema



computermeting met Coach 6 meten en analyseren

Registratie van de versnelde beweging van een karretje + verwerking hiervan.



sensor kiezen kies uit lijst, bv. draaihoeksensor (013)(CMA)(0..240°)

Sleep sensor naar meetpaneel; sensor is al gekikt. In dit geval: sensor is lineair met [$\alpha = 0^\circ$; $U_{\text{sensor}} = 0\text{ V}$] en [$\alpha = 240^\circ$; $U_{\text{sensor}} = 5,0\text{ V}$] $\Rightarrow$ de 'ijkgrafiek' van de sensor is een rechte door O. Zie de figuur hiernaast.

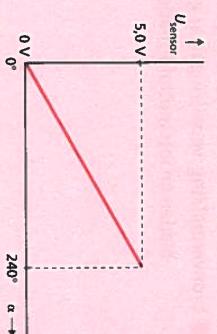
- **meten** via groene startknop. Meting levert sensorspanning U als functie van de tijd. Via ijkgrafiek van sensor is bij elke U de hoek α bekend.

- **grafiek** maken automatisch verschijnt op scherm een grafiek waarin hoek α (in graden) is uitgezet tegen de tijd.

Om een s - t -grafiek te krijgen zet je de volgende stappen. Kies bij verbinding C3 'formule' en typ daar $40^\circ(\text{hoek}/360)$ (immers hoek/360 is het deel van de omtrek dat de sensor is gedraaid, dus ook wat het karretje heeft afgelegd). Maak daarna een grafiek van kolom C3 (s , in cm) tegen kolom C1 (t).

- **grafiek verwerken** Via 'verwerking' (van s - t -diagram). Keuze van afgeleide levert v - t -diagram. Hiervan weer afgeleide nemen levert de versnelling. Versnelling ook te bepalen via verwerking/functie.

Voor gedetailleerdere werkwijze: zie videometen (pag. 152 e.v.).



verslag schrijven van een practicum of een experiment

verslag bevat in het algemeen

- **titel van proef** bondige omschrijving van inhoud van experiment
- **inleiding**

waarin

- **doel van proef** waarom is voor dit onderwerp gekozen?
- **achtergrondinformatie** over het onderwerp van de proef
- **onderzoeksvraag** vraag die bij bestuderen van onderwerp is ontstaan
voorbeelden
 - **wat is de invloed** van lichtsterkte op de weerstand van een LDR?
 - **wat is het verband tussen** luchtrijving en snelheid bij voorwerpen?
- **hypothese** voorlopig antwoord op de onderzoeksvraag, bv. als verandert, zal het gevolg zijn

- **werkwijze** ook wel 'experimenteel gedeelte': beschrijving van de proef

waarin

- **proefopstelling** beschrijving en/of tekening
- **gebruikte materialen** apparatuur
- **handelingen** zodanige werkwijze dat een ander dit experiment kan herhalen
- **waarnemingen** van veranderingen bij het experiment
- **resultaten** verzameling waarnemingen en metingen die (al of niet bewerkt) als tabel of grafiek worden gepresenteerd
- **bespreking en conclusie** toetsing van praktijk aan theorie; formulering van antwoord op onderzoeksvraag (vergelijken met hypothese)
- **discussie** beschrijving van storende factoren; suggesties voor verbetering van nauwkeurigheid en betrouwbaarheid
- **bronvermelding** verwijzing naar geraadpleegde boeken, handleidingen, wetenschappelijke bladen en internetinformatie

onderzoeksvraag Beschrijf zo exact mogelijk wat je onderzoekt.*fout (te algemeen) is bv.:*

– We willen onderzoek doen aan geluidsgolven.

– We gaan de wrijving onderzoeken die werkt op een vallend voorwerp.

– We gaan iets doen met een versterker.

– We gaan een LDR onderzoeken.

goed (preciezer geformuleerd) is bv.:

– We gaan onderzoeken hoe de golfsnelheid in lucht afhangt van de temperatuur van de lucht.

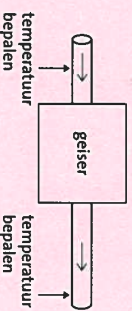
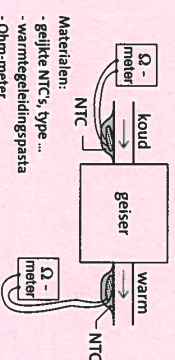
– We gaan onderzoeken hoe de wrijving, die werkt op een vallend voorwerp, afhangt van de snelheid en de vorm van dat voorwerp.

– We gaan onderzoeken hoe de versterking van een versterker afhangt van de frequentie van de signalen die worden versterkt.

– We gaan onderzoeken hoe de weerstand van een LDR afhangt van de hoeveelheid licht die op de LDR valt.

proefopstelling teken precies hoe je te werk wilt gaan.

Bijvoorbeeld bij de beschrijving van de geiser:

fout is:*goed is:*

Beide NTC's worden op de buizen bevestigd en zo dicht mogelijk in de buurt van de geiser, dit om geen hinder te hebben van temperatuurveranderingen in de buizen zelf.

Er wordt gemeten bij een *constante* uitstroom-snelheid van het water en op het moment dat de geiser al een tijd in bedrijf is

resultaten aandacht voor meetfouten.

Opgeven van een foutieve meetwaarde kan ontstaan door:

- foutief aflezen van meetinstrumenten
- fouten in wijze van meten (bv. bij meten van trillingstijden moet je meerdere trillingen achter elkaar meten en dan delen)
- onbetrouwbaarheid van laatste cijfer van meetapparatuur (bv. een voltmeter geeft als aanwijzing 18,78 V, terwijl het laatste cijfer voortdurend verspringt $\Rightarrow$ je noteert dan 18,8 V

toetsen van praktisch aan theorie breng meetresultaten in verband met theorie (o.a. formules).

Probeer verklaringen te bedenken voor afwijkingen.



register

α -deeltje 28
 α -straling 30
 α -verval 140
 β -deeltje 28
 β -straling 30
 γ -straling 30
 atoomkern 28
 atoommassa 23
 atoommodel 108
 atoomnummer 28
 automatische zekering 88

A

A-meter 84
 aangeslagen toestand 108, 136
 aangrijpingspunt 52
 aanpassingen van modellen 148
 aanslag 110
 aarde 68
 aardleiding 88
 aardlekschakelaar 88
 aardmagnetisch veld 98
 absorptie van fotonen 114
 absorptie van ioniserende straling 38
 absorptiespectrum 114
 accu 66
 achtergrondstraling 40
 actie 56
 activiteit 34
 AD-omzetter 24
 afbuigen van bewegende vrije ladingen 102
 afgeleide weg 47
 afgeleide 150
 afstanden tot sterren bepalen 124
 amplitude 6, 18
 amplitude modulatie 22
 ampère 79
 ampèremeter 84
 anker 100
 annihilatie 38
 anode 94
 arbeid 60
 arm 50
 asteroïdegordel 68
 astronomische eenheid 1AE 70
 atmosferische vensters 117

B

baansnelheid 72
 baanstraal 72
 handbreedte 24
 banen van hemellichamen 76
 batterij 79
 becquerel 34
 beeldjes selecteren 152
 beeldvormingstechniek in de
 geneeskunde 42
 behoud van energie 61
 bemonsteringsfrequentie 24
 bepaling van kromtestraal 76
 besmetting 40
 besparing van elektrische energie 86
 bestraling 30, 40
 bestrijding van tumoren 44
 beweging van de sterren 71
 beweging van zon en maan 70
 bewegingen 46
 bewegingsenergie 60
 bit 24
 blaasinstrumenten 20
 blauwverschuiving 124
 Bohr 108
 bohrstraal 141
 boventoon 19, 20
 brachytherapie 44
 brandstoffen 60
 bronsgaas 22
 buiging 126
 buiken 18

C

capaciteit van spanningsbron 78

- Cepheiden-methode **124**
 ceteris paribus **158**
 chemische energie **60**
 chemische werking **32**
 cirkelbaan **76**
 cirkelbeweging op horizontale weg **72**
 cirkelbeweging rond de aarde **72**
 classificatie van sterren **118**
 Coach **6**
 commutator **100**
 componenten **58**
 Compton-effect **130**
 computermodel **144**
 constante **74**
 constante van Planck **26**
 constructieve interferentie **17, 126**
 continue spectra **112**
 conus **102**
 cosinusfunctie **8**
 coulomb **78, 90**
 creatie **38**
 CT-scan **42**
- D**
- data transfer rate **24**
 De Broglie **130**
 deelspanningen **82**
 deelstromen **82**
 deelsysteem **58**
 deeltje in doosje model **134**
 deeltjesgedrag van licht **128**
 deeltjesgedrag van materie **130**
 demagnetiseren **96**
 demodulator **24**
 demping **7**
 destructieve interferentie **17, 126**
 diagram **150**
 dicht uiteinde **20**
 dichtheid **54, 118**
 digitale codering **24**
 diode **80, 82**
 division **6**
 doordringbaarheid van ioniserende straling **38**
- doordringend vermogen **30**
 doorlaatformule **30**
 doorlaatkromme **38**
 dopplereffect **125**
 dosimeters **32, 34**
 dosis **38**
 dosislimiet **40**
 draaggolf **22**
 draaibare draadwinding **100**
 draaiend draadraam **106**
 draairichting van aarde **68**
 dracht **30**
 dualistisch gedrag **108, 126**
 dubbelspleetexperiment **126, 130**
 dwergen **120**
- E**
- echografie **42**
 eenparig versnelde beweging **48**
 eenparig vertraagde beweging **48**
 eenparige beweging **48**
 eenparige cirkelbeweging **102**
 eenparige versnelling **46**
 eerste kwartier **70**
 effectieve dosis per orgaan **40**
 effectieve temperatuur **119**
 effectieve totale lichaamsdosis **40**
 eigenfrequenties **22**
 eigentrillingen **10, 11**
 Einstein **38**
 elastische voorwerpen **8**
 elektriciteit **78**
 elektriciteit in huis **88**
 elektrisch veld **91**
 elektrisch vermogen **86**
 elektrische en magnetische velden **90**
 elektrische energie **86, 92**
 elektrische geleiding **78**
 elektrische kracht **36, 90**
 elektrische lichtbronnen en apparaten in huis **88**
 elektrische metingen **84**
 elektrische velden **92**
 elektrische veldlijnen **92**

- ul style="list-style-type: none; padding-left: 0;">
- elektrische veldsterkte 90
- elektrocardiogram 7
- elektromagneet 96, 98
- elektromagnetisch spectrum 16
- elektromagnetische golven 16, 22, 26
- elektromagnetische inductie 105
- elektromagnetische straling 16, 26
- elektromagnetische straling en materie 108
- elektromotoren 100
- elektron 90, 108
- elektron-positronpaar 38
- elektronenkanon 95
- elektronenmicroscopen 132
- elektronenstroom 78
- elektronvolt 26, 93
- elektroscoop 90
- elementaire lading 78, 90
- elliptische baan 76
- emissie van fotonen 110
- emissiekrommen zwarte straler 112
- emissiespectra 112
- energie 60
- energiebalans 63, 64
- energiebarrière 140
- energiebesparing in het verkeer 66
- energiegebruik in het verkeer 66
- energiehuishouding van menselijk lichaam 64
- energieniveaus 108, 110
- energieniveaus van een kern 39
- energieniveauschema 110
- energieomzetting 62
- energieoverdracht 62
- energiequant 128
- energietoestanden van atoom 36
- energietoestanden van kern 36
- equivalente dosis 40
- evenwichtstand 6
- evolutie van sterren 120
- extreem zware sterren 122
- F**
- fase 6
 - fasedraad 88

G

- faseverschil 6, 8, 14
 - fluorescerende werking 32
 - flux 104
 - formule van Ohm 81
 - fossiele brandstoffen 66
 - foto-elektrisch effect 128
 - fotofilm-badge 32
 - fotografische plaat 34
 - foton 26
 - fotonendruk 120
 - fraunhoferlijnen 114
 - frequentie 6, 12, 16, 18, 26
 - frequentie modulatie 22
 - functieft 150
- gammafoton 28
 - gammastraling 26
 - gasvormige fase 60
 - gebruik van de ruimte 76
 - gecombineerde schakelingen 84
 - gedempte trilling 7
 - gedwongen trilling 11
 - geiger-müllertelbuis 34
 - geïoniseerde toestand 108
 - geladen bollen 90
 - geladen geleiders 90
 - gele sterren 120
 - geleidbaarheid 78
 - geleider 78, 91
 - gelijkspanningsbronnen 78
 - gelijkstroommotor 100
 - geluidsbronnen 16
 - geluidsgolven 16
 - geluidssnelheid 18
 - gemiddelde snelheid 46
 - geostationaire satellieten 76
 - gereduceerde fase 6, 9
 - gesloten banen 76
 - gevaar van elektrische stroom 86
 - gewicht 54, 56
 - gloedraad 94
 - gloeilamp 88
 - golffunctie 130

- golfgedrag van licht 126
 - golfgedrag van materie 130
 - golfengte 12, 16, 18
 - grafieken bij rekenkundige modellen 148
 - gravitatie (Newton) 74
 - gravitatie-energie 74
 - gravitatiecontractie 68, 120
 - gravitatiekracht 68, 74
 - gravitatiewisselwerking 74
 - gray 38
 - grensfrequentie 128
 - groepenkast 88
 - grondtoestand 108, 136
 - grondtoon 19, 20
- H**
- halfgeleiderdiode 81
 - halfwaardetijd 35
 - halveringsdikte 38
 - halveringstijd 34
 - hardheid van röntgenstraling 94
 - hardheid van straling 32
 - harmonische trilling 8
 - Heisenberg 134
 - helderheid van ster 118
 - hellende vlakken 58
 - helling 150
 - Hertzsprung-Russelldiagram 118
 - homogeen elektrisch veld 92
 - homogeen geladen bol 92
 - homogeen magnetisch veld 96
 - hoofdmaximum 128
 - hoofdreëks 120
 - hoofdzekering 88
 - Hubble-methode 124
 - Hubble telescoop 118
 - hyperbolische baan 76
 - hypothese 158
- I**
- ICT-gebruik 156
 - impuls 131
 - in fase 8
 - indrukking 54
- inductiespanning 104
 - inductiestroom 104
 - influentie 96
 - infraroodstraling 26
 - inhomogeen magnetisch veld 96
 - instabiele atoomkernen 36
 - intensiteit 112
 - intensiteit van röntgenstraling 94
 - interferentie 17, 126
 - inwendige krachten 58
 - ion 79
 - ionisatie-energie 109, 114
 - ioniserend vermogen 30
 - ioniserende straling uit atomen 32
 - ioniserende straling uit kernen 30
 - isolator 78, 90, 91
 - isotopen 28
 - isotopenkaart 29
 - iteraties 144
- K**
- kanaalscheiding 23, 24
 - kathode 94
 - kern 108
 - kernenergie 66
 - kernfusie in ster 120
 - kernkracht 36
 - kilogram 59
 - kinetische energie 60
 - kinetische energie en arbeid 62
 - Kirchhoff 84
 - knopen 18
 - kometen 68
 - kompas 96
 - kooi van Faraday 91
 - koolborstels 100
 - koolweerstand 80
 - kop-staart-methode 52
 - kortsluiting 88
 - kracht 52
 - kracht op bewegende geladen deeltjes 100
 - krachtconstante 8
 - krachten bij harmonische trillingen 8
 - krachten in evenwicht 52

kritieke rotatietijd 75
 kunstmatig verval 34
 kwadraat van de golf functie 130
 kwadratenwet 38
 kwadratische uitbreiding 118
 kWh-meter 88

L

laatste kwartier 70
 lading 78
 LDR 82
 LED 82
 LED-lamp 88
 lenzentelescoop 116
 lichtjaar 125
 lichtsnelheid 16
 lichtsterkte 118
 lijnenspectrum 110
 lineaire versneller 94
 linkerhandregel 98
 longitudinale golven 14
 lopende golven 10
 lorentzkracht 98, 100, 102
 luchtweerstandskracht 56, 57, 59
 luidspreker 18, 102
 lusbeweging van Mars 69

M

maan 68
 maansverduistering 70
 magneten 96
 magnetisch veld 96
 magnetisch veld van de aarde 98
 magnetische flux 104
 magnetische inductie 97
 magnetische influentie 97
 magnetische materialen 96
 magnetische veldlijnen 96
 magnetiseren 96
 magnitudo 118
 manen 74
 massa 59
 massa-veersysteem 9, 10
 massabepaling van de zon 75

massagetal 28
 materiegolven 130
 mechanische energie 60
 metalen draadweerstand 80
 meten van ioniserende straling 32, 34
 meteoroiden 68
 microfoon 106
 middelpuntzoekende kracht 72, 102
 middelpuntzoekende versnelling 72
 milieueffecten 66
 model van ellipsbaan 149
 model van harmonische trilling 145
 model van hyperboolbaan 151
 model van valbeweging met parachute 149
 model van valbeweging met wrijving 147
 modelvergelijkingen 144
 modulator 22
 MRI-scan 44

N

N,Z-diagram 37
 natuurlijk verval 34
 negatieve arbeid 60
 neutrale voorwerpen 90
 neutronen 28
 neutronenoverschot 29
 nevenmaximum 128
 Newton 52, 56
 nieuwe maan 70
 normaalkracht 54
 notatie in modellen 146
 notatie van isotopen en deeltjes 28
 NTC 82
 nucleaire diagnostiek 44
 nucleon 28
 nuldraad 88
 nulpuntsenergie 136
 numeriek model van harmonische trilling 10
 numerieke computermodellen 144

O

Ohm 80
 ohmmeter 84

- ohmse weerstand 80
 omlooppfrequentie 72
 omlooptijd 72
 onbepaaldheidsrelatie 134
 onderzoek doen 156
 onderzoeksvaardigheden 158
 ongedempte trilling 7
 ontbinden van een kracht 52
 ontladen 90
 ontsnappingssnelheid 74
 ontstaan van EM-straling 26
 ontwerpvaardigheden 160
 onvertakte stroomkring 84
 onvolledige buiging 126
 open banen 76
 open uiteinde 20
 oppervlak 150
 opslag van energie 66
 optische telescopen 116
 oscilloscoop 6
 ouderdomsbepaling 44
 overbelasting 88
 overzicht van steilheid en oppervlakte 48
- P**
- paarvorming 38
 parallelogram-constructie 52
 parallax-methode 124
 parallelschakeling 82, 88
 periode 6
 periodiek 6
 permanente magneet 96
 PET-scan 42
 plaats 46
 plaats van lading 90
 plaatsfunctie 8
 Planck 129
 Planck-krommen 112
 planeten 68, 74
 polaire cirkelbaan 76
 polen 78
 poolshoogte 69
 positieve arbeid 60
 positron 28
- potentiële energie 61
 proton-neutron diagram 37
 protonen 28, 90
 PTC 82
 puntladingen 90, 92
- Q**
- quant 36, 128
 quantum-tunnel effect 140
 quantumdot 137
 quantummechanica 126
 quantumwereld 126
- R**
- raaklijn 46
 radiaal elektrisch veld 92
 radiale snelheid 124
 radioactief verval 34
 radioactieve bestraling 30
 radioactiviteit 31
 radiogolven 26
 radiostraling 116
 radiotelescoop 116
 radiotherapie 44
 reactie 56
 reactievergelijking bij radioactief verval 36
 rechterhandregel 98
 regelbare weerstand 82
 registreren van bewegingen 48
 registreren van trillingen 6
 rekenkundig model 145
 relatieve lichtsterkte 118
 relatieve snelheid 47
 remmen tot stilstand 64
 rendement 64
 rendement van apparaten 86
 rendement van elektromotoren 102
 resonantie 10
 reuzen 120
 richting aardas 68
 richting van snelheid 46
 richting van stroomsterkte 78
 rode sterren 120
 rolweerstandskracht 56

röntgenbuis	94	stapgrootte	145, 148
röntgenfoto	42	startwaarden	144
röntgenstraling	26, 32	Stefan-Boltzmann	112
roodverschuiving	124	steilheid bepalen	46
rotatie van aarde om eigen as	68	stookwaarde	60
rotatie van aarde rondom zon	68	stop	88
rotatie van maan om aarde	68	straling	108
rotatie van maan om eigen as	68	stralingsbelasting	40
ruimtetelescoop	118	stralingsintensiteit	38
Rutherford	108	stralingsnormen	40
S			
samenstellen van krachten	52	stralingsweefactor	40
satellieten	74, 76	stroboscopische foto	48
Scanning Tunneling Microscope	142	stroomodeling	84
schaal aanpassen	152	stroommeting	84
schijngestalten van de maan	70	stroomsterkte	78
schuifweerstand	82	stroomvoerende draad	98
schuifwrijvingskracht	54	stroomvoerende spoel	98
seizoenen	68	superreuzen	120
seriemotor	102	systeem	58
serieschakeling	82	T	
siemens	78	tabellen bij rekenkundige modellen	150
sievert	40	technisch ontwerp maken	156
significantie	162	technisch-instrumentele vaardigheden	160
sinusfunctie	8	tegenfase	8
sluipverbruik	86	telecommunicatie	22, 24
smeltveiligheid	88	temperatuurstraling	112
snaarinstrumenten	18	terugdrijvende kracht	8
snelheid	46	tesla	98
soortelijke weerstand	80	tijd-i-jking	152
soorten elektrische velden	92	tijdbasis	6
spaarlamp	88	tl-buis	88
spankracht	54	TLD-badge	32
spanning	78	toerental	72
spanningsbronnen	78	traagheid	59
spanningsdeling	84	tracer	44
spanningsmeting	84	transmissie	33
spiegeltelescoop	116	transversale golven	12
staafmagneet	97	trilling	6, 7
staal	96	trillingstijd	6
staande golven	17, 18	tunnelsnelheid	142
stabiele atoomkernen	36	tunnelstroom	142
stand van koor	14		

U

uitrekking 7, 54
 uittree-energie 128
 uitwendige krachten 58
 uitwijking 6
 ultrasone plaatssensor 48
 ultraviolette straling 26

V

V-meter 84
 vaardigheden 156
 valbewegingen 50
 valbewegingen met wrijving 50
 valversnelling 50
 valversnelling aan oppervlak planeet 74
 valversnelling aarde 74
 vector 52
 veerconstante 54
 veerenergie 60
 veerkracht 54
 verbranding 60
 vermogen 62
 verplaatsing 46
 verrichten van arbeid 62
 verslag maken 156
 verslag schrijven 168
 versnellen in elektrisch veld 94
 versnelling 46
 vertakte stroomkring 84
 vertraging 48
 verval 36
 vervalkromme 36
 vervangende geleidbaarheid 82
 vervalvergelijking 36
 vervangingsweerstand 82
 videometen 152
 volle maan 70
 volledige buiging 126
 voltmeter 84
 voortplantingssnelheid van golven 12
 vrije elektronen 102
 vrije val 50

W

waarnemen van straling vanaf de aarde 116
 waarnemen van straling vanuit de ruimte 118
 warmte 60
 warmteontwikkeling in weerstanden 86
 waterstofatoom 138
 waterstofcel 66
 weefselweegfactor 40
 weekijzer 96
 weerstand 80
 weerstandsmeting 84
 wegverschil 127
 werken met juiste significantie bij metingen 162
 wet van behoud van energie 62
 wet van Coulomb 90
 wet van Hooke 54
 wet van Lenz 105
 wet van Ohm 80
 wet van traagheid 56
 wetenschappelijke notatie 162
 wetten van Newton 56
 Wien 112
 wisselspanning 88
 wisselspanningsbronnen 78
 wisselstroommotor 102
 witte dwergen 120
 witte sterren 120
 wrijving 54
 wrijvingswarmte 60

Y

Young 126

Z

zeer zware sterren 122
 zendgedeelte 22
 zendmast 24
 zichtbaar licht 116
 zon 68

zonneconstante	118
zonnestelsel	68
zonsverduistering	70
zwaarte-energie	60
zwaartekracht	54
zwaartepunt	53
zwart gat	123
zwarte straler	112





Binas en ScienceData verwijzingen

Verwijzingen, aangegeven in Samengevat		Binas	ScienceData	
pagina		tabel	tabel	pagina
9	formules trillingen	35B1	1.6.1	25
15	formules golven	35B2	1.6.2	26
16	zichtbaar licht	19A	5.1	74 e.v.
	lichtsnelheid	7A	1.4	19
17	elektromagnetisch spectrum	19	5.1c	75
	geluidssnelheden	15A	2.1	54
19	grootheden en eenheden in het SI (o.a. newton)	4	1.3	15 e.v.
29	lading elektron	7A	1.4	19
	massa elektron/proton/neutron	7B	1.4	20
	röntgenstraling	19B	5.1c	75
	isotopen	25A	1.11	47
	isotopenkaart	25B	-	-
	formules kernfysica en radioactiviteit	35E3	1.6.17	33
35	halveringstijd en verval van isotopen	25A	1.11	47
	atomaire massa-eenheid	7B	1.4	20
39	halveringsdikte	28F	5.9	86
41	gezondheidseffecten van straling	27D1	38.8c,d	385, 386
	stralingsbeschermingsnormen	27D2	38.8e	386
	weegfactoren voor radioactieve straling	27D3	38.8a,b	384, 385
43	medische beeldvorming	29	2.3	59
51	valversnelling (gravitatieversnelling)	7A	1.4	19, 20
		30B	3.3	65
	formules rechtlijnige beweging	35A1	1.6.5	27
53	formules kracht en impuls	35A3	1.6.8	28
55	dichtheid	8 t/m 12	1.9	40 t/m 44
	formules vloeistoffen, gassen algemeen	35C1	1.6.23-1.6.25	35, 36
57	luchtweerstandscoefficienten	28A	7.2b	91
61	stookwaarden	28B	8.7b	111
	formules arbeid en energie	35A4	1.6.9	29
68	gegevens van de zon	32C	3.3d	67
	zonnestelsel	31	3.3a,b	65,66
73	formules cirkelbeweging	35A2	1.6.6	28
75	formules gravitatie	35A5	1.6.7	28
	gravitatieconstante	7A	1.4	19

79	lading elektron (elementair lading quantum)	7A	1.4	19
	formules stromende elektriciteit	35D1	1.6.11	30
81	soortelijke weerstand	8 t/m 10	1.9a,b,c	40 t/m 43
87	kilowattuur	5	1.3c	16
91	constante in wet van Coulomb	7A	1.4	19
	formules elektrisch veld	35D2	1.6.12	31
93	elektronvolt	5	1.3c	16
97	formules magnetisch veld	35D3	1.6.13	31
105	formules wisselstroom en inductie	35D4	1.6.14	32
109	atoomstraal H-atoom (volgens Bohr)	7A	1.4	19
	energieniveaus atomaire waterstof	21A	5.2	78
	formules straling	35E1	1.6.16	33
	formules atoomfysica	35E2	1.6.18	34
111	emissiespectra	20	5.1	74 ev.
	ionisatie-energieën	21C	9.6d	131
113	constante van Stefan Boltzmann	7A	1.4	20
	constante van Wien	7A	1.4	20
	Planck-krommen	22	5.1f	78
115	spectraalplaten	20	5.1e	77
	absorptiespectrum van de zon	20	5.1d	76
117	absorptie van e.m.-straling in de atmosfeer	30E	7.3b	92
119	seconde en minuut als hoek gegevens van sterren	5 32	- 3.1c	- 62
121	Hertzsprung-Russelldiagram	33	3.1b	61
125	lichtjaar (ly)	5	1.3c	15
129	foto-elektrisch effect	24	5.4	80
	formules quantummechanica	35E4	1.6.19	34
165	wiskundige formules	36B	1.5	21 ev.
	tweedegraads vergelijking	36C	1.5	21 ev.
	differentiëren	36F	1.5.6	22

