

Hoofdstuk 9 Trillingen en golven

9.1 Trillingen

Opgave 1

► Of er sprake is van een trilling leg je uit met de beschrijving van het begrip trilling.

Een trilling is een periodieke beweging rond een vaste evenwichtsstand.

- Er is sprake van een herhaalde beweging door een vaste evenwichtsstand, maar niet van een periodieke beweging. Deze beweging is dus geen trilling. Alleen bij constante wind kan er sprake zijn van een periodieke beweging en in dat geval dus van een trilling. Dit komt echter niet veel voor.
- Als de draaisnelheid van de draaimolen constant is, dan voert een stoeltje elke keer dezelfde cirkelbeweging uit. Er is dus sprake van een periodieke beweging. Er is geen evenwichtsstand op de doorlopen cirkel en dus is het geen trilling.
- Het vlies van een speaker gaat periodiek heen en weer om de lucht in trilling te brengen. Het vlies beweegt om een vaste evenwichtsstand. Dit is een trilling.
- De beweging van het heiblok is een periodieke beweging, maar doordat de paal steeds dieper de grond in gaat, verschuift de evenwichtsstand. Het is dus geen trilling.

Opgave 2

- De frequentie f bereken je met de formule voor de frequentie.

$$f = \frac{1}{T}$$

Kees meet dat tien volledige trillingen 7,9 s duren.

De trillingstijd T is dus $\frac{7,9}{10} = 0,79$ s.

Invullen levert: $f = \frac{1}{0,79} = 1,265$ Hz

Afgerond: $f = 1,3$ Hz.

- Bij een tijdmeting met de hand hangt de meetonzekerheid voornamelijk af van de reactietijd bij het starten en stoppen van de stopwatch of timer. Die reactietijd is ongeveer gelijk voor elke meting. Bij een meting van tien trillingstijden wordt de meetonzekerheid verdeeld over tien trillingstijden. De meetonzekerheid per trillingstijd is dan kleiner dan bij het meten van slechts één trillingstijd. De meetonzekerheid in de frequentie is dan ook kleiner.
- Kees kan het beste de stopwatch indrukken in de uiterste stand bovenin of onderin. Dan lijkt het blokje even stil te hangen. De evenwichtsstand is moeilijker waar te nemen, omdat het blokje dan te snel beweegt.

Opgave 3

- Dat er sprake is van een trilling leg je uit met de beschrijving van het begrip trilling.
Een trilling is een periodieke beweging rond een vaste evenwichtsstand.
In figuur 12 leid je af dat de beweging een periodieke beweging is met een vaste evenwichtsstand. Dit is dus een trilling.
- De amplitude A bepaal je uit de maximale uitwijking ten opzichte van de evenwichtsstand.
In figuur 12 lees je af dat de uitwijking varieert tussen $-4,0$ cm en $+4,0$ cm.
Dus $A = 4,0$ cm.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

- c ► De frequentie f bereken je met de formule voor de frequentie.

$$f = \frac{1}{T}$$

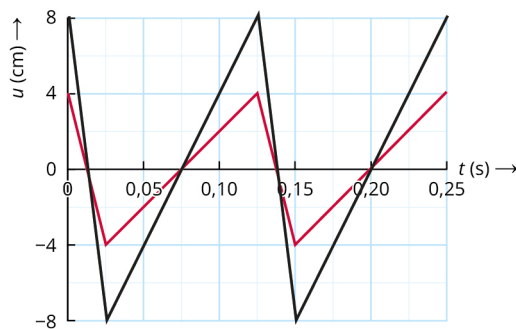
In figuur 12 lees je af dat $2T = 0,250$ s.

Dus $T = 0,125$ s.

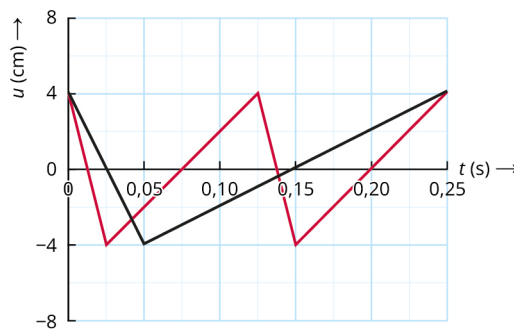
Invullen levert: $f = \frac{1}{0,125} = 8,0000$ Hz

Afgerond: $f = 8,00$ Hz.

- d ► Wanneer de gereduceerde fase $\varphi_r = 0$ bepaal je met de tijdstippen waarop de trilling vanuit de evenwichtsstand in positieve richting gaat.
- De gereduceerde fase φ_r is 0 als de trilling in positieve richting door de evenwichtsstand gaat. Dit is op $t = 0,075$ s en $t = 0,20$ s.
- e Een twee keer zo grote amplitude betekent dat de uiterste standen twee keer zo ver, dus 8,0 cm van de evenwichtsstand af liggen. Zie figuur 9.1a.
- f Een twee keer zo kleine frequentie betekent dat de trillingstijd twee keer zo groot is. Zie figuur 9.1b.



a



b

Figuur 9.1**Opgave 4**

- a ► Het faseverschil $\Delta\varphi$ bereken je met de formule voor het faseverschil bij trillingen.

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$$

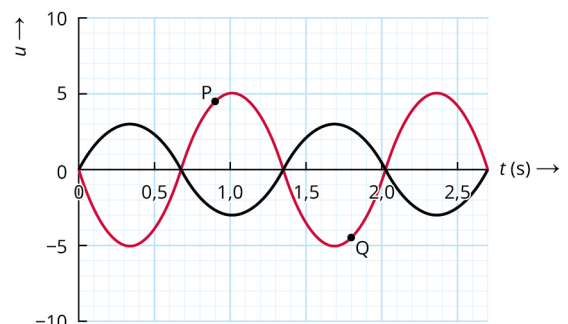
$$\Delta t = 1,80 - 0,80 = 1,00 \text{ s}$$

$$T = \frac{2,70}{2} = 1,35 \text{ s} \quad (\text{In figuur 8 zie je twee volledige periodes in 2,70 s.})$$

$$\text{Invullen levert: } \Delta\varphi = \frac{1,00}{1,35} = 0,74074$$

Afgerond: $\Delta\varphi = 0,741$.

- b Zie de zwarte grafiek in figuur 9.2.
- De belangrijkste kenmerken van je schets zijn:
- Als een uitwijking in de gegeven grafiek positief is, is de uitwijking in de schets negatief en omgekeerd.
 - De nulpunten vallen samen met die van de gegeven grafiek.
 - De amplitude $A = 3,0$ cm.

**Figuur 9.2**

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

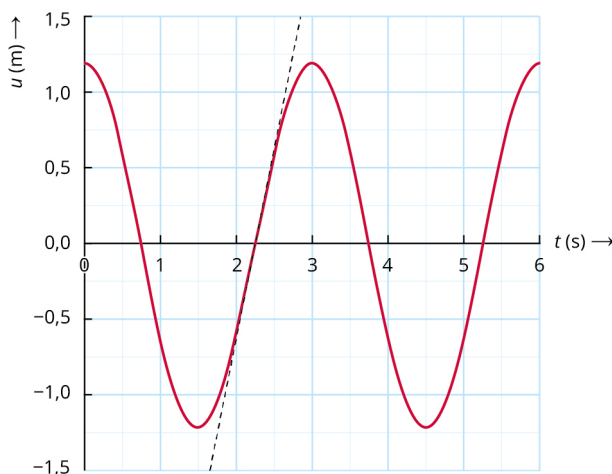
Opgave 5

- a ► De trillingstijd T bepaal je met de tijdsduur die nodig is voor een geheel aantal trillingen.
In figuur 9 zijn twee volledige trillingen afgebeeld in 6,0 s.
De trillingstijd T is dus 3,0 s.
- b – ► Wanneer $\varphi = 0$, bepaal je met het tijdstip waarop de trilling voor het eerst in positieve richting door de evenwichtsstand gaat.
De trilling gaat voor het eerst in positieve richting door de evenwichtsstand na $0,75T$, dus na 2,250 s.
Afgerond op twee significante cijfers: na 2,3 s.
- ► Wanneer de gereduceerde fase $\varphi_r = 0$, bepaal je met de tijdstippen waarop de beweging in positieve richting door de evenwichtsstand gaat.
In figuur 9 lees je af dat de schommel in positieve richting door de evenwichtsstand gaat op $t = 2,3$ s en op $t = 5,3$ s.
- ► Wanneer de gereduceerde fase $\varphi_r = 0,25$, bepaal je met de tijdstippen waarop de trilling $0,25T$ verder is vanaf het tijdstip waarop de evenwichtsstand in positieve richting is gepasseerd.
De trilling heeft een kwart periode afgelegd sinds het passeren van de evenwichtsstand in positieve richting op de tijdstippen $t = 0,0$ s, $t = 3,0$ s en $t = 6,0$ s.
- c ► De maximale snelheid $v_{\max}$ bepaal je met de maximale steilheid van de raaklijn aan de grafiek in het (u, t) -diagram.

$$v_{\max} = \left(\frac{\Delta u}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$$

De steilheid is maximaal op bijvoorbeeld $t = 2,25$ s.

Zie de uitwerking in figuur 9.3.

**Figuur 9.3**

Je gebruikt de coördinaten van twee punten op de raaklijn die ver uit elkaar liggen en gemakkelijk af te lezen zijn. Bijvoorbeeld in figuur 9.3 de punten bij $t = 1,7$ s en $t = 2,8$ s.

$$v_{\max} = \frac{1,5 - (-1,5)}{2,8 - 1,7} = 2,727 \text{ m s}^{-1}$$

Afgerond: $v_{\max} = 2,7 \text{ m s}^{-1}$.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

Opgave 6

- a ► De gereduceerde fase $\varphi_{r,a}$ van toon a op $t = 2,40$ ms bepaal je met het aantal trillingen vanaf het tijdstip waarop toon a de evenwichtsstand in positieve richting is gepasseerd.
- In figuur 10 zie je dat op $t = 1,2$ ms de trilling door de evenwichtsstand gaat in positieve richting. Daarna zie je nog driekwart deel van een trilling.
- $\varphi_a = 0,75$ en dus $\varphi_{r,a}$ ook.
- b ► De periode T_{sirene} bepaal je met de tijdsduur t_a van toon a en de tijdsduur t_b van toon b.
- $T_{\text{sirene}} = t_a + t_b$
 $t_a = 2,40$ ms
- De tijdsduur t_b bepaal je met de fase φ_b en de stand van trilling b aan het begin.
- In figuur 10 zie je dat toon b begint in de uiterste stand in de negatieve richting. Het duurt dan nog $0,25T$ voordat de evenwichtsstand in positieve richting wordt gepasseerd. Hieruit volgt:
- $t_b = 0,25T_b + 7,25T_b = 7,50T_b$
- De trillingstijd T_b bereken je met de formule voor de frequentie.
- $f_b = \frac{1}{T_b}$
 $f_b = 5,0 \text{ kHz} = 5,0 \cdot 10^3 \text{ Hz}$
 Invullen levert: $5,0 \cdot 10^3 = \frac{1}{T_b}$
 $T_b = \frac{1}{5,0 \cdot 10^3} = 2,00 \cdot 10^{-4} \text{ s}$
- Invullen van T_b in de formule $t_b = 7,50T_b$:
- $t_b = 7,50 \times 2,00 \cdot 10^{-4} = 1,500 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 1,500 \text{ ms}$
- Invullen van t_a en t_b in de formule $T_{\text{sirene}} = t_a + t_b$:
- $T_{\text{sirene}} = 2,40 + 1,500 = 3,900 \text{ ms}$
 Afgerond: $T_{\text{sirene}} = 3,90 \text{ ms}$.

9.2 Harmonische trilling

Opgave 7

- a Na een bepaalde tijd herhaalt de beweging zich. Dus de beweging van het hart is een periodieke beweging.
- b Het cardiogram is niet sinusvormig. Dit is dus geen harmonische trilling.
- c ► De frequentie f bepaal je met de formule voor de frequentie.

$$f = \frac{1}{T}$$

- De periode T bepaal je met de afstand tussen twee vergelijkbare pieken en de tijdbasis.

In figuur 21 meet je dat de afstand tussen de twee R-pieken 5,0 cm is.

De tijdbasis is 0,25 s/div, dus 1 cm in het cardiogram komt overeen met 0,25 s.

$$T = 5,0 \times 0,25 = 1,25 \text{ s}$$

- Invullen van T in de formule $f = \frac{1}{T}$:

$$f = \frac{1}{1,25} = 0,800 \text{ Hz}$$

0,800 Hz betekent 0,800 slagen per seconde.

In 1 minuut zijn er dan $60 \times 0,800 = 48,0$ slagen.

Afgerond: $f = 48 \text{ min}^{-1}$.

- d ► De spanning U_{QR} tussen de punten Q en R bepaal je met de afstand tussen de punten Q en R en de schaal.

In het cardiogram komt 1,0 cm overeen met 500 μV .

In figuur 21 meet je dat de afstand tussen punt R en punt Q 2,6 cm is.

De spanning tussen de punten Q en R is dus $2,6 \times 500 \mu\text{V} = 1300 \mu\text{V} = 1,300 \text{ mV}$

Afgerond: $U_{QR} = 1,3 \text{ mV}$.

Opgave 8

- a ► De veerconstante C bereken je met de formule voor de veerkracht.

$$F_v = C \cdot u$$

$$u = 13,5 \text{ cm} = 0,135 \text{ m}$$

- De veerkracht F_v beredeneer je met de eerste wet van Newton en de krachten in de verticale richting. Op het blokje werken de veerkracht en de zwaartekracht. Het blokje is in rust. Volgens de eerste wet van Newton zijn de veerkracht en de zwaartekracht aan elkaar gelijk.

$$F_v = F_z$$

$$F_z = m \cdot g = 0,150 \times 9,81 = 1,472 \text{ N} \quad (\text{want } 150 \text{ g} = 0,150 \text{ kg})$$

- Invullen van $F_v = F_z$ en u in de formule $F_v = C \cdot u$:

$$1,472 = C \cdot 0,135$$

$$C = \frac{1,472}{0,135} = 10,904 \text{ N m}^{-1}$$

Afgerond: $C = 10,9 \text{ N m}^{-1}$.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

- b ► De veerconstante C bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

$$T = \frac{7,37}{10} = 0,737 \text{ s}$$

$$m = 150 \text{ g} = 0,150 \text{ kg}$$

$$\text{Invullen levert: } 0,737 = 2\pi \sqrt{\frac{0,150}{C}}$$

$$C = \frac{4\pi^2 \times 0,150}{0,737^2} = 10,902 \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } C = 10,9 \text{ N m}^{-1}.$$

- c ► Of Elise een andere waarde voor de trillingstijd T zou hebben gemeten, leg je uit met de grootheden die in de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem voorkomen.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

Door het blokje verder omlaag te trekken, ontstaat een trilling met een grotere amplitude A . De trillingstijd T hangt niet af van A . De massa m en de veerconstante C veranderen niet door een grotere amplitude en daardoor de trillingstijd T ook niet.

- d ► Manieren om de trillingstijd te vergroten beredeneer je met de grootheden die in de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem voorkomen.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

Elise kan een grotere massa m aan de veer hangen of zij kan een slappere veer met een kleinere veerconstante C gebruiken.

Opgave 9

- a – ► De formule voor de uitwijking u als functie van de tijd stel je op met de formule voor de uitwijking van een harmonische trilling.

$$u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

- De waarden voor de amplitude A en de trillingstijd T bepaal je in figuur 22.

$$A = |u_{\max}| = 1,00 \text{ cm} \quad (\text{aflezen in figuur 22})$$

$$T = \frac{3,00}{1,5} = 2,00 \text{ s} \quad (\text{aflezen in figuur 22})$$

- Invullen van A en T in de formule $u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$:

$$u = 1,00 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{2,00} \cdot t\right) = 1,00 \cdot \sin(\pi \cdot t)$$

$$\text{Afgerond: } u = 1,00 \cdot \sin(\pi \cdot t).$$

- ► Invullen van $t = 0,70 \text{ s}$ in de formule $u = 1,0 \cdot \sin(\pi \cdot t)$:

$$u = 1,0 \cdot \sin(\pi \cdot 0,70) = 0,8090 \text{ cm} \quad (\text{De rekenmachine moet in radialen (RAD) rekenen.})$$

$$\text{Afgerond: } u = 0,81 \text{ cm.}$$

In figuur 22 lees je dezelfde waarde af.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

► Invullen van $t = 1,2$ s in de formule $u = 1,0 \cdot \sin(\pi \cdot t)$:

$$u = 1,0 \cdot \sin(\pi \cdot 1,2) = -0,5878 \text{ cm}$$

Afgerond: $u = -0,59$ cm.

In figuur 22 lees je dezelfde waarde af.

- b ► Dat de (F_{res}, t) -grafiek ook sinusvormig is, leg je uit door de formules voor de resulterende kracht en voor de uitwijking van een harmonische trilling te combineren.

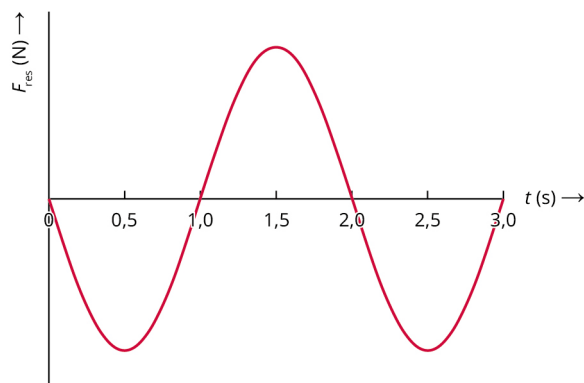
Voor een blokje aan een veer geldt $F_{\text{res}} = -C \cdot u$.

Als je $F_{\text{res}} = -C \cdot u$ combineert met $u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$ volgt daaruit $F_{\text{res}} = -C \cdot A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$.

De krachtconstante C en de amplitude A zijn constanten.

Dus de (F_{res}, t) -grafiek is ook sinusvormig.

- c Zie de uitwerking in figuur 9.4.



Figuur 9.4

De belangrijkste kenmerken van je schets zijn:

- De resulterende kracht F_{res} verandert sinusvormig met de tijd t .
- De nulpunten van de (F_{res}, t) -grafiek vallen samen met die van de (u, t) -grafiek.
- Vanwege het minteken is de (F_{res}, t) -grafiek gespiegeld ten opzichte van de (u, t) -grafiek.

- d ► De nieuwe trillingstijd T bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

m wordt $2m$.

C blijft gelijk.

$$\text{Invullen van de veranderingen levert: } T = 2\pi \sqrt{\frac{(m \text{ wordt } 2m)}{(C \text{ blijft gelijk})}} = 2\pi \times \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{(m \text{ blijft gelijk})}{(C \text{ blijft gelijk})}}$$

Als m twee keer zo groot wordt, wordt de trillingstijd dus $\sqrt{2}$ keer zo groot.

$$T = 2,0 \text{ s} \quad (\text{zie vraag a})$$

$$T = \sqrt{2} \times 2,0 = 2,828 \text{ s}$$

Afgerond: $T = 2,8$ s.

Opgave 10

- a ► De uitrekking u van de veer bereken je met de formule voor de veerkracht.

$$F_v = C \cdot u$$

$$C = 25,00 \text{ N m}^{-1}$$

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

► De veerkracht F_v bereken je met de eerste wet van Newton en de krachten in de verticale richting. Op het blokje werken de veerkracht en de zwaartekracht. Het blokje is in rust. Volgens de eerste wet van Newton zijn de veerkracht en de zwaartekracht dan aan elkaar gelijk.

$$F_z = m \cdot g = 0,3000 \times 9,81 = 2,943 \text{ N} \quad (\text{want } 300,0 \text{ g} = 0,3000 \text{ kg})$$

$$F_v = F_z = 2,943 \text{ N}$$

► Invullen van F_v en C in de formule $F_v = C \cdot u$:

$$2,943 = 25,00 \cdot u$$

$$u = \frac{2,943}{25,00} = 0,117720 \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } u = 11,77 \text{ cm.}$$

b ► De uiterste waarden van de uitrekking bereken je met de uitrekking en de amplitude.

De grootste uitrekking van de veer is $11,77 + 6,00 = 17,77 \text{ cm}$.

De kleinste uitrekking is $11,77 - 6,00 = 5,77 \text{ cm}$.

Dus de uitrekking varieert tussen $5,77 \text{ cm}$ en $17,77 \text{ cm}$.

c ► F_{res} in uiterste stand boven bereken je met de zwaartekracht en de veerkracht in de uiterste stand boven.

De zwaartekracht is naar beneden gericht en dus negatief.

De veerkracht is naar boven gericht en positief.

$$\text{Dus geldt: } F_{\text{res}} = F_v - F_z$$

$$F_z = 2,943 \text{ N} \quad (\text{zie vraag a})$$

► De veerkracht F_v bereken je met de formule voor de veerkracht.

$$F_v = C \cdot u$$

$$u = 5,77 \text{ cm} = 0,0577 \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } F_v = 25,00 \times 0,0577 = 1,4425 \text{ N}$$

► Invullen van F_v en F_z in de formule $F_{\text{res}} = F_v - F_z$:

$$F_{\text{res}} = 1,4425 - 2,943 = -1,50 \text{ N}$$

Dus de resulterende kracht in de uiterste stand boven is naar beneden gericht. Dat is volgens afspraak de negatieve richting.

d ► F_{res} in uiterste stand beneden bereken je met de zwaartekracht en de veerkracht in de uiterste stand beneden.

De zwaartekracht is naar beneden gericht en dus negatief.

De veerkracht is naar boven gericht en positief.

$$\text{Dus geldt: } F_{\text{res}} = F_v - F_z$$

$$F_z = 2,943 \text{ N} \quad (\text{zie vraag a})$$

► De veerkracht F_v bereken je met de formule voor de veerkracht.

$$F_v = C \cdot u$$

$$u = 5,77 \text{ cm} = 0,1777 \text{ m}$$

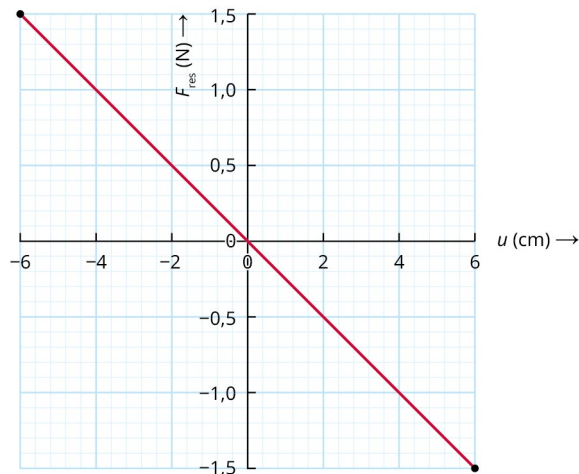
$$\text{Invullen levert: } F_v = 25,00 \times 0,1777 = 4,4425 \text{ N}$$

► Invullen van F_v en F_z in de formule $F_{\text{res}} = F_v - F_z$:

$$F_{\text{res}} = 4,4425 - 2,943 = (+)1,50 \text{ N}$$

Dus de resulterende kracht in de uiterste stand beneden is naar boven gericht. Dat is volgens afspraak de positieve richting.

e Bij een harmonische trilling is F_{res} recht evenredig met de uitwijking: $F_{\text{res}} = -C \cdot u$. Dus de grafiek is een rechte lijn door de oorsprong. De coördinaten in de uiterste standen zijn bekend: $(-6; 1,50)$ en $(6; -1,50)$. Zie de uitwerking in figuur 9.5.

**Figuur 9.5**

- f ► De resulterende krachten in de nieuwe situatie bereken je op een vergelijkbare manier als bij de vragen a tot en met d.
- (vraag a)
Voor een massa van 200,0 g geldt $F_z = 0,2000 \times 9,81 = 1,9620$ N.
Met $F_v = C \cdot u$ bereken je dan de evenwichtsstand van 7,8453 cm.
- (vraag b)
De uitrekking u varieert dus tussen $7,8453 - 6,00 = 1,845$ cm en $7,8453 + 6,00 = 13,845$ cm.
- (vraag c)
De veerkracht F_v 'boven' is $25,00 \times 0,01845 = 0,4613$ N.
De resulterende kracht F_{res} 'boven' is dan $0,4613 \text{ N} - 1,9620 = -1,50$ N.
- (vraag d)
De veerkracht F_v 'onder' is $25,00 \times 0,13845 = 3,4613$ N.
De resulterende kracht F_{res} 'onder' is dan $3,4613 - 1,9620 = (+)1,50$ N.
De waarden van F_{res} zijn dus identiek in de uiterste standen.
- g ► De conclusie dat de grafiek in het (F_{res}, u) -diagram precies hetzelfde is, verklaar je met de formule voor de resulterende kracht bij een harmonische trilling.
- $$F_{\text{res}} = -C \cdot u$$
- Bij een blokje aan een veer is de krachtconstante C gelijk aan de veerconstante.
De massa speelt dus geen rol.

Opgave 11

- De frequentie f bepaal je met de formule voor de frequentie.

$$f = \frac{1}{T}$$

- De trillingstijd T bepaal je met het aantal trillingen op het scherm en de tijdsduur om die trillingen te maken.
- De tijdsduur om de trillingen te maken bereken je met de tijdbasis en het aantal hokjes horizontaal op het scherm.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

Figuur 24a

In deze figuur zie je 2,25 trilling in 10 hokjes.

De tijdbasis is 0,5 ms/div.

$$2,25T = 10 \times 0,5 = 5,0 \text{ ms}$$

$$T = \frac{5,0}{2,25} = 2,222 \text{ ms} = 2,222 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

► Invullen van T in de formule $f = \frac{1}{T}$:

$$f = \frac{1}{2,222 \cdot 10^{-3}} = 4,500 \cdot 10^2 \text{ Hz}$$

Afgerond: $f = 4,5 \cdot 10^2 \text{ Hz}$.

Figuur 24b

In deze figuur zie je 1,5 trilling in 10 hokjes.

De tijdbasis is 1 ms/div.

$$1,5T = 10 \times 1 = 10 \text{ ms}$$

$$\text{De trillingstijd } T = \frac{10}{1,5} = 6,667 \text{ ms} = 6,667 \cdot 10^{-3} \text{ s.}$$

► Invullen van T in de formule $f = \frac{1}{T}$:

$$f = \frac{1}{6,667 \cdot 10^{-3}} = 1,500 \cdot 10^2 \text{ Hz}$$

Afgerond: $f = 1,5 \cdot 10^2 \text{ Hz}$.

Opgave 12

- De instelling van de tijdbasis bereken je met de tijdsduur om de trillingen in het oscillogram te maken en het aantal hokjes horizontaal op het scherm.
- De tijdsduur van het aantal trillingen bereken je met het aantal trillingen en de trillingstijd.
- De trillingstijd T bereken je met de frequentie.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = 300 \text{ Hz}$$

$$\text{Invullen levert: } 300 = \frac{1}{f}$$

$$T = \frac{1}{300} = 3,333 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Figuur 25a

In dit oscillogram zie je 6 trillingen in 10 hokjes.

Deze 6 trillingen duren $6 \times 3,333 \cdot 10^{-3} = 0,0200 \text{ s}$.

De tijdbasis is dan $\frac{0,020}{10} = 0,00200 \text{ s} = 2,00 \text{ ms/div.}$

Afgerond: de tijdbasis = 2,0 ms/div.

Figuur 25b

In dit oscillogram zie je 1,5 trilling in 10 hokjes.

Deze 1,5 trilling duurt $1,5 \times 3,333 \cdot 10^{-3} = 0,00500 \text{ s}$.

De tijdbasis is dan $\frac{0,005}{10} = 0,000500 \text{ s} = 0,500 \text{ ms/div.}$

In twee significante cijfers is de tijdbasis 0,50 ms/div.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

Opgave 13

- a ► De gegeven formule leid je af met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

Beide zijden van deze vergelijking kwadrateren levert $T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{C}$.

Dit komt overeen met $T^2 = \frac{4\pi^2}{C} \cdot m$.

- b In figuur 27a liggen de meetpunten van Nabil horizontaal steeds 1,0 cm uit elkaar. Ook in figuur 27b is dat zo. De meetpunten verschillen steeds met de massa van één schijf, en deze is steeds 0,20 kg. Dus 1 cm komt overeen met 0,20 kg.
- c ► De massa van het sleetje bepaal je met de massa van het systeem als er geen ringen op het sleetje liggen.
Het eerste meetpunt in de figuren 27a en b hoort bij nul ringen op het sleetje.
In figuur 27b lees je dan af dat deze massa hoort bij 1,5 cm. Dus de massa is $1,5 \times 0,20 = 0,30$ kg.
- d ► De steilheid bepaal je met de coördinaten van twee punten op de grafiek die ver uit elkaar liggen en gemakkelijk af te lezen zijn.

$$\text{steilheid} = \frac{\Delta T^2}{\Delta m}$$

In figuur 27 liggen de punten bij de massa bij 0 cm (= 0 kg) en 5,5 cm (= $5,5 \times 0,20 = 1,1$ kg).

De coördinaten zijn dus (0,0; 0,0) en (1,10; 4,70).

Invullen levert: $\text{steilheid} = \frac{4,70 - 0,0}{1,10 - 0,0} = 4,272 \frac{\text{s}^2}{\text{kg}} = 4,272 \text{ s}^2 \text{ kg}^{-1}$

Afgerond: de steilheid = $4,3 \text{ s}^2 \text{ kg}^{-1}$.

- e ► De krachtconstante C bereken je met de steilheid en de formule voor de steilheid.
De steilheid is $4,3 \text{ s}^2 \text{ kg}^{-1}$.

- De formule voor de steilheid leid je af uit de gegeven formule.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{C} \cdot m$$

Als je in een diagram T^2 uitzet tegen m , dan is de steilheid dus gelijk aan $\frac{4\pi^2}{C}$.

- Invullen van de steilheid in de formule $\text{steilheid} = \frac{4\pi^2}{C}$:

$$4,3 = \frac{4\pi^2}{C}$$

$$C = \frac{4\pi^2}{4,3} = 9,181 \text{ kg s}^{-2}$$

Afgerond: $C = 9,2 \text{ kg s}^{-2}$.

Opmerking

De eenheid kg s^{-2} is hetzelfde als N m^{-1} :

$$\text{N m}^{-1} = \frac{\text{N}}{\text{m}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{m}} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} = \text{kg s}^{-2}$$

Opgave 14

- a ► De trillingstijd T bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

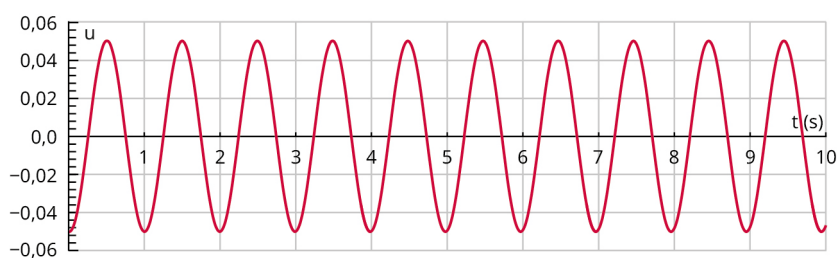
$$m = 0,50 \text{ kg}$$

$$C = 20 \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } T = 2\pi \sqrt{\frac{0,50}{20}} = 0,9935 \text{ s}$$

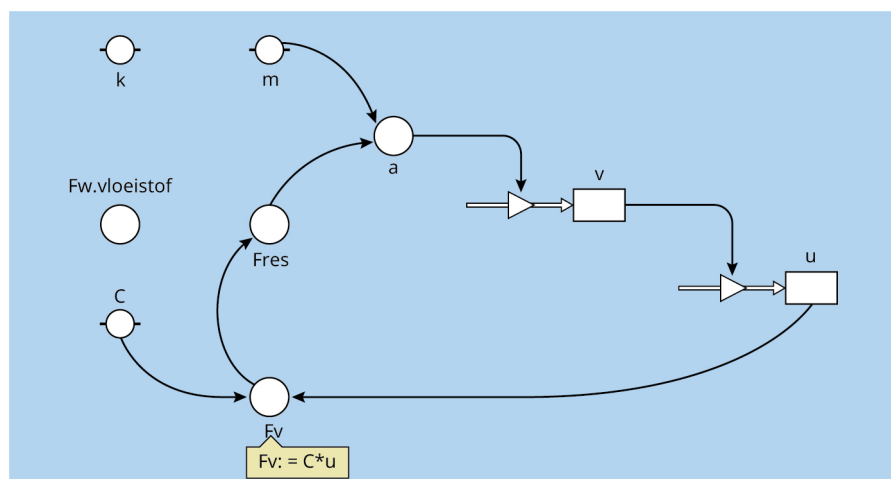
$$\text{Afgerond: } T = 0,99 \text{ s.}$$

- b Het model geeft het (u, t) -diagram dat lijkt op figuur 9.6. Je ziet dat de trillingstijd iets kleiner is dan 1,0 s. Voor grotere nauwkeurigheid lees je meer periodes af. Het model berekent dus dezelfde waarde als bij vraag a.

**Figuur 9.6**

- c ► Dat de resulterende kracht en de uitwijking tegengesteld gericht zijn, ga je na met de formules voor F_v en F_{res} die in het grafische model zijn gebruikt.

Ga je in het modelvenster met de cursor op 'Fv' staan, dan zie je figuur 9.7.

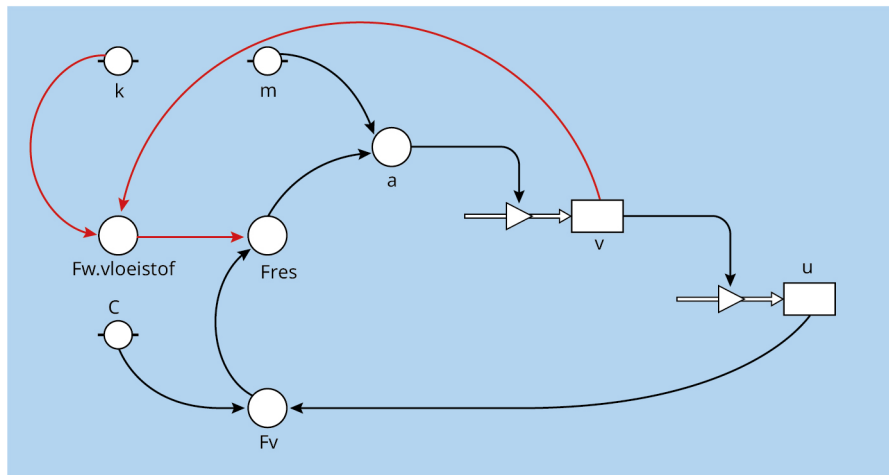
**Figuur 9.7**

Het minteken in $F_v = -C \cdot u$ geeft aan dat F_v en u tegengesteld gericht zijn.

Ga je vervolgens met de cursor op 'Fres' staan, dan zie je $F_{res} = F_v$.

Hier zie je geen minteken. Omdat F_v tegengesteld is aan u , is F_{res} dus ook tegengesteld gericht aan u .

d Zie het model in figuur 9.8.



Figuur 9.8

Omdat $F_{w,vloestof} = k \cdot v$, zijn er pijlen van 'k' en 'v' naar 'Fw.vloestof'.

De vloeistofkracht moet worden verrekend in de resulterende kracht: er is ook een pijl van 'Fw.vloeistof' naar 'Fres'.

e De richting van een weerstandskracht is tegengesteld aan de richting van de snelheid. Dat is niet verwerkt in de formule $F_{w,l} = k \cdot v$. Dus moet er een minteken worden verwerkt bij het doorrekenen met $F_{w,vloeistof}$. De tweede mogelijkheid $F_{res} = F_v - F_{w,vloeistof}$ is dus juist.

f *Methode 1*

Voeg eerst relatiepijlen en de formule toe om het model compleet te maken met de weerstandskracht door de vloeistof. Gebruik hierbij de gegevens uit de vragen d en e.

Zorg ervoor dat het model doorrekent tot $t = 30$ s. Zie figuur 9.9a.

Klik in Coach met je rechtermuisknop in 'Modelvenster' en kies voor de optie 'Simuleren...'. Zie figuur 9.9b.

Modelinstelling

Modeluitvoer

Starten: $t =$ s

Stoppen: ☒ $t =$ s

☐ conditie: Formule

Stapgrootte: $\Delta t =$ s

Opslaan elke stappen

☐ Modeluitvoer-paneel tonen

☐ Verbindingen automatisch tekenen

Berekeningswijze weergave

Integratiemethode: RK4

Notatiewijze: Differentialvergelijking

OK Annuleren

- Modeluitvoer-paneel
- Simuleren...
- Zoom ▶
- Bewerken ▶
- Model importeren
- Model wissen
- Venster loskoppelen
- Afdrukken
- Kopieer naar klembord ▶
- Help

Figuur 9.9

Kies een waarde voor k en laat Coach het model doorrekenen. Zoom in op het (u,t) -diagram op een tijdsbereik vlak voor $t = 30$ s en ga na of de amplitude kleiner is dan $0,5 \text{ mm} = 0,0005 \text{ m}$. Proberen geeft $k = 0,16 \text{ kg s}^{-1}$.

Methode 2

Breid het tekstmodel uit met de benodigde startwaarde en modelregels.

	Modelregels	Startwaarden
1	$F_v = -C \cdot u$	$u = -0,05 \text{ 'm}$
2	$F_w.\text{vloeistof} = k \cdot v$	$m = 0,50 \text{ 'kg}$
3	$F_{\text{res}} = F_v - F_w.\text{vloeistof}$	$C = 20 \text{ 'N/m}$
4	$a = F_{\text{res}}/m$	$v = 0 \text{ 'm/s}$
5	$v = v + a \cdot dt$	$t = 0 \text{ 's}$
6	$u = u + v \cdot dt$	$dt = 0,01 \text{ 's}$
7	$t = t + dt$	$k = \dots$

Kies een waarde voor k en laat Coach of een ander modelleerprogramma het model doorrekenen. Zoom in op het (u,t) -diagram op een tijdsbereik vlak voor $t = 30$ s en ga na of de amplitude kleiner is dan $0,5 \text{ mm} = 0,0005 \text{ m}$. Proberen geeft $k = 0,16 \text{ kg s}^{-1}$.

Opgave 15

- a ► Het gegeven verband leid je af met de formule voor de frequentie en de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}} \text{ en } f = \frac{1}{T}$$

Na kwadrateren van linker- en rechterterm ontstaan $T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{C} = \frac{4\pi^2 m}{C}$ en $f^2 = \frac{1}{T^2}$.

Neem je van $T^2 = \frac{4\pi^2 m}{C}$ het omgekeerde van de linker- en rechterterm, dan ontstaat $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{4\pi^2 m} \cdot C$.

Combineren met $f^2 = \frac{1}{T^2}$ levert $f^2 = \frac{1}{4\pi^2 m} \cdot C$.

- b – ► Voor een recht evenredig verband geldt $y = a \cdot x$.

Vergelijk je dit met $f^2 = \frac{1}{4\pi^2 m} \cdot C$, dan zijn f^2 en C recht evenredig met elkaar.

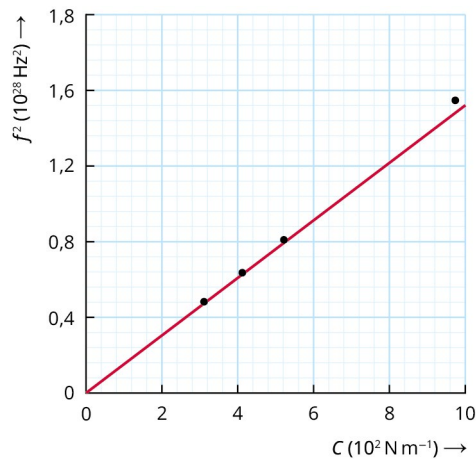
Je breidt dus de tabel van figuur 29 uit met een kolom voor f^2 . Zie de uitwerking in de tabel van figuur 9.10.

Molecuul	Krachtconstante C (10^2 N m^{-1})	Trillingsfrequentie f (10^{14} Hz)	f^2 (10^{28} Hz^2)
HF	9,7	1,24	1,54
HCl	5,2	0,897	0,805
HBr	4,1	0,795	0,632
HI	3,1	0,693	0,480

Figuur 9.10

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

Zet je f^2 uit tegen C , dan ontstaat figuur 9.11.



Figuur 9.11

- De massa van het waterstofatoom bepaal je met de steilheid van de grafiek en de formule voor de steilheid die volgt uit de gegeven formule.

$$f^2 = \frac{1}{4\pi^2 m} \cdot C$$

Als je in een diagram f^2 uitzet tegen C , dan is de steilheid dus gelijk aan $\frac{1}{4\pi^2 m}$.

- De steilheid bepaal je met de coördinaten van twee punten op de grafiek die ver uit elkaar liggen en gemakkelijk af te lezen zijn.

$$\text{steilheid} = \frac{\Delta f^2}{\Delta C}$$

In figuur 9.11 bijvoorbeeld de punten $(0; 0)$ en $(10,0 \cdot 10^2; 1,52 \cdot 10^{28})$

Invullen levert: steilheid van de grafiek is $\frac{1,52 \cdot 10^{28} - 0}{10,0 \cdot 10^2 - 0} \text{ kg}^{-1} = 1,52 \cdot 10^{25} \text{ kg}^{-1}$.

- Invullen van de steilheid in de formule $\text{steilheid} = \frac{1}{4\pi^2 m}$:

$$1,52 \cdot 10^{25} = \frac{1}{4\pi^2 m}$$

$$m = \frac{1}{4\pi^2 \times 1,52 \cdot 10^{25}} \text{ kg} = 1,6665 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Afgerond: $m = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

9.3 Trillingsenergie en resonantie

Opgave 16

- a De auto heeft vanwege vering en massa een bepaalde eigenfrequentie. Tijdens het rijden met constante snelheid op de hobbelige weg krijgt de auto schokken met een bepaalde frequentie. Deze frequentie hangt af van de snelheid waarmee de auto rijdt.

Als de frequentie van de schokken gelijk is aan de eigenfrequentie, treedt resonantie op.

- b ► De veerconstante C bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

$$m = 960 \text{ kg}$$

- De trillingstijd T leid je bij resonantie af uit de tijd t tussen twee hobbels, die je berekent met de formule voor de verplaatsing bij eenparige beweging.

$$s = v \cdot t \text{ en } T = t$$

$$s = 10 \text{ m}$$

$$v = 80 \text{ km h}^{-1} = \frac{80}{3,6} = 22,22 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert } 10 = 22,22 \cdot t.$$

$$t = \frac{10}{22,22} = 0,45 \text{ s}$$

- Invullen van $T = t$ en m in de formule $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$:

$$0,45 = 2\pi \sqrt{\frac{960}{C}}$$

$$C = \frac{4\pi^2 \times 960}{0,45^2} = 1,872 \cdot 10^5 \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } C = 1,9 \cdot 10^5 \text{ N m}^{-1}.$$

- c ► Of deze snelheid hoger of lager is, beredeneer je met de formule voor de verplaatsing bij een eenparige beweging.

$$s = v \cdot t$$

s blijft gelijk, want de afstand tussen de hobbels verandert niet.

- De verandering van de tijd t tussen twee hobbels bij resonantie beredeneer je met de formule voor de trillingstijd T van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}} \text{ en } T = t$$

m neemt toe, want de auto is zwaarder beladen.

C blijft gelijk.

$$\text{Invullen levert: } T = 2\pi \sqrt{\frac{(m \text{ neemt toe})}{(C \text{ blijft gelijk})}}$$

De trillingstijd T waarbij resonantie optreedt neemt dus toe.

De resonantie treedt dan op bij een grotere tijd t tussen twee hobbels.

- Invullen van de veranderingen van s en t in de formule $s = v \cdot t$:

$$(s \text{ blijft gelijk}) = v \cdot (t \text{ neemt toe})$$

De snelheid v neemt dus af.

Dus treedt resonantie op bij een lagere snelheid dan 80 km h^{-1} .

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

Opgave 17

- a ► De maximale snelheid $v_{\max}$ bereken je met de formule voor de maximale snelheid van een harmonische trilling.

$$v_{\max} = \frac{2\pi A}{T}$$

- De amplitude A bepaal je met de hoogtes in de uiterste standen.

$$A = \frac{h_{\max} - h_{\min}}{2}$$

De maximale hoogte $h_{\max} = 1,16$ m. (aflezen in figuur 37)

De minimale hoogte $h_{\min} = 0,43$ m. (aflezen in figuur 37)

$$\text{Invullen levert: } A = \frac{1,16 - 0,43}{2} = 0,37 \text{ m}$$

- De trillingstijd T bepaal je met de tijd die nodig is voor een aantal trillingen in figuur 37.

In figuur 37 zijn 3,0 trillingen te zien tussen 9,4 s en 14,8 s.

$$3T = 14,8 - 9,4 = 5,4 \text{ s}$$

$$T = \frac{5,4}{3,0} = 1,80 \text{ s}$$

$$\text{Invullen levert: } v_{\max} = \frac{2\pi \times 0,37}{1,80} = 1,292 \text{ m s}^{-1}$$

Afgerond: $v_{\max} = 1,3 \text{ m s}^{-1}$.

- b Een tweede manier is het bepalen van de steilheid van de raaklijn aan de grafiek op een tijdstip waarop de hoogte in een evenwichtsstand is.

- c ► De krachtconstante bepaal je met de formule voor de trillingsenergie in een omkeerpunt.

$$E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} C \cdot A^2$$

- E_{tril} bepaal je met de wet van behoud van energie bij trillingen.

$$\frac{1}{2} m \cdot v_{\max}^2 = \frac{1}{2} C \cdot A^2$$

$$v_{\max} = 1,3 \text{ m s}^{-1}$$

$$A = 0,37 \text{ m (zie vraag a)}$$

Dus je moet nog de massa van Karin weten om de krachtconstante C te kunnen bepalen.

- d Als de stapfrequentie van de wandelaars ongeveer gelijk is aan de eigenfrequentie van de brug, kan de brug in resonantie komen en een grote uitwijking krijgen. Hierdoor kan er schade optreden aan de brug (en de wandelaars).

Opgave 18

- a ► De amplitude A waarmee het waterstofatoom trilt, bereken je met de formule voor de trillingsenergie in het omkeerpunt.

$$E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} C \cdot A^2$$

$$E_{\text{tril}} = 5,95 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$C = 5,2 \cdot 10^2 \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } 5,95 \cdot 10^{-20} = \frac{1}{2} \times 5,2 \cdot 10^2 \cdot A^2$$

$$A = \sqrt{\frac{2 \times 5,95 \cdot 10^{-20}}{5,2 \cdot 10^2}} = 1,513 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Afgerond: $A = 1,5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

- b ► De snelheid waarmee het waterstofatoom de evenwichtsstand passeert, bereken je met de formule voor de trillingsenergie in de evenwichtsstand.

$$E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{max}}^2$$

$$E_{\text{tril}} = 5,95 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$m = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{Invullen levert: } 5,95 \cdot 10^{-20} = \frac{1}{2} \times 1,7 \cdot 10^{-27} \cdot v_{\text{max}}^2$$

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2 \times 5,95 \cdot 10^{-20}}{1,7 \cdot 10^{-27}}} = 8,367 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v_{\text{max}} = 8,4 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}.$$

- c ► De maximale verandering in procenten bepaal je met de verhouding tussen de amplitude en de bindingslengte.

$$\text{percentage} = \frac{A}{\text{bindingslengte}} \cdot 100\%$$

De bindingslengte tussen H en Cl is $127 \cdot 10^{-12} \text{ m}$. (zie Binas tabel 53A)

De amplitude A van deze trilling is $1,5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.

$$\text{Invullen levert: percentage} = \frac{1,5 \cdot 10^{-11}}{127 \cdot 10^{-12}} \cdot 100\% = 11,81\%$$

$$\text{Afgerond: percentage} = 12\%.$$

Opgave 19

- a ► De veerconstante C van het geheel bereken je met de trillingsenergie in een omkeerpunt.

$$E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} C \cdot A^2$$

- De trillingsenergie E_{tril} is volgens de wet van behoud van energie gelijk aan de kinetische energie waarmee het insect het spinnenweb binnen komt vliegen.

$$E_{\text{tril}} = E_{\text{k,insect}} = \frac{1}{2} m_{\text{insect}} \cdot v_{\text{insect}}^2$$

- Combineren van $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} C \cdot A^2$ met $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} m_{\text{insect}} \cdot v_{\text{insect}}^2$ levert:

$$\frac{1}{2} C \cdot A^2 = \frac{1}{2} m_{\text{insect}} \cdot v_{\text{insect}}^2$$

$$A = 1,1 \text{ cm} = 0,011 \text{ m}$$

$$m_{\text{insect}} = 3,5 \text{ g} = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$v = 1,4 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } \frac{1}{2} C \cdot 0,011^2 = \frac{1}{2} \times 3,5 \cdot 10^{-3} \times 1,4^2$$

$$C = \frac{3,5 \cdot 10^{-3} \times 1,4^2}{0,011^2} = 56,69 \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } C = 57 \text{ N m}^{-1}.$$

- b ► De tijd t waarin de uiterste stand voor de eerste keer wordt bereikt, bereken je met de trillingstijd van de harmonische trilling.

Bij de botsing met het web gaat het midden van het web naar de uiterste stand. Van de evenwichtsstand naar de uiterste stand duurt $\frac{1}{4}T$.

$$\text{Dus } t = \frac{1}{4}T.$$

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

- De trillingstijd T bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

$$m = 2,2 + 3,5 = 5,7 \text{ g} = 5,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$C = 57 \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } T = 2\pi \times \sqrt{\frac{5,7 \cdot 10^{-3}}{57}} = 0,06283$$

- Invullen van T in de formule $t = \frac{1}{4}T$:

$$\text{Dus } t = \frac{1}{4} \times 0,06283 = 0,01571 \text{ s.}$$

$$\text{Afgerond: } t = 0,016 \text{ s.}$$

c **Methode 1**

- De snelheid $v_{\max}$ waarmee de spin en het insect door de evenwichtsstand gaan, bereken je met de formule voor de maximale snelheid van een harmonische trilling.

$$v_{\max} = \frac{2\pi A}{T}$$

$$A = 1,1 \text{ cm} = 0,011 \text{ m}$$

$$T = 0,6283 \text{ s} \quad (\text{zie vraag b})$$

$$\text{Invullen levert: } v_{\max} = \frac{2\pi \times 0,011}{0,6283} = 0,1100 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v_{\max} = 0,11 \text{ m s}^{-1}.$$

Methode 2

- De snelheid waarmee de spin en het insect door de evenwichtsstand gaan, bereken je met de wet van behoud van energie.

De trillingsenergie in de evenwichtsstand is gelijk aan de trillingsenergie in een omkeerpunt.

$$\frac{1}{2} m \cdot v_{\max}^2 = \frac{1}{2} C \cdot A^2$$

$$C = 57 \text{ N m}^{-1} \quad (\text{zie antwoord vraag a})$$

$$A = 1,1 \text{ cm} = 0,011 \text{ m}$$

$$m = 5,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \quad (\text{zie vraag b})$$

$$\text{Invullen levert: } \frac{1}{2} \times 5,7 \cdot 10^{-3} v_{\max}^2 = \frac{1}{2} \times 57 \times 0,011^2$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{57 \times 0,011^2}{5,7 \cdot 10^{-3}}} = 0,1100 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v_{\max} = 0,11 \text{ m s}^{-1}.$$

Opgave 20a **Methode 1**

- De maximale snelheid $v_{\max}$ van de kogel bereken je met de formule voor de maximale snelheid van een harmonische trilling.

$$v_{\max} = \frac{2\pi A}{T}$$

$$A = 7,0 \text{ cm} = 0,070 \text{ m}$$

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

- De trillingstijd T bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

$$m = m_{\text{blokje}} + m_{\text{kogel}} = 10 + 50 = 60 \text{ g} = 0,060 \text{ kg}$$

$$C = 50 \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } T = 2\pi \sqrt{\frac{0,060}{50}} = 0,218 \text{ s}$$

- Invullen van A en T in de formule $v_{\text{max}} = \frac{2\pi A}{T}$:

$$v_{\text{max}} = \frac{2\pi \times 0,070}{0,218} = 2,018 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v_{\text{max}} = 2,0 \text{ m s}^{-1}.$$

Methode 2

- De snelheid v_{max} van de kogel bereken je met de wet van behoud van energie.

De trillingsenergie in de evenwichtsstand is gelijk aan de trillingsenergie in een omkeerpunt.

$$\frac{1}{2} m \cdot v_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} C \cdot A^2$$

$$C = 50 \text{ N m}^{-1}$$

$$A = 7,0 \text{ cm} = 0,070 \text{ m}$$

$$m = 10 + 50 = 60 \text{ g} = 0,060 \text{ kg}$$

$$\text{Invullen levert: } \frac{1}{2} \times 0,060 \cdot v_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 0,070^2$$

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{50 \times 0,070^2}{0,060}} = 2,021 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v_{\text{max}} = 2,0 \text{ m s}^{-1}.$$

b **Methode 1**

- De amplitude A waarmee het blokje trilt, bereken je met de formule voor de maximale snelheid van een harmonische trilling.

$$v_{\text{max}} = \frac{2\pi A}{T}$$

$$v_{\text{max}} = 2,0 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{De snelheid van de kogel is gelijk aan de snelheid van het blokje.})$$

- De trillingstijd T bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

$$m = m_{\text{blokje}} = 10 \text{ g} = 0,010 \text{ kg}$$

$$C = 50 \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } T = 2\pi \times \sqrt{\frac{0,010}{50}} = 0,0886 \text{ s}$$

- Invullen van v_{max} en T in de formule $v_{\text{max}} = \frac{2\pi A}{T}$:

$$2,0 = \frac{2\pi A}{0,0886}$$

$$A = \frac{2,0 \times 0,0886}{2\pi} = 2,820 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } A = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Methode 2

- De amplitude A waarmee het blokje trilt, bereken je met de formule voor de trillingsenergie in een omkeerpunt en de formule voor de trillingsenergie in de evenwichtsstand.

$$\frac{1}{2} C \cdot A^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_{\max}^2$$

$$C = 50 \text{ N m}^{-1}$$

$$m = m_{\text{blokje}} = 10 \text{ g} = 0,010 \text{ kg}$$

$$v_{\max} = 2,0 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{De snelheid van de kogel is gelijk aan de snelheid van het blokje.})$$

$$\text{Invullen levert: } \frac{1}{2} \times 50 \cdot A^2 = \frac{1}{2} \times 0,010^2 \times 2,0^2$$

$$A = \sqrt{\frac{0,010 \times 2,0^2}{50}} = 2,828 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } A = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

Opgave 21

- a ► Het gevraagde verband leid je af door in figuur 9.12 de stelling van Pythagoras toe te passen in driehoek ABC.

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$AB = u$$

$$BC = \ell - \Delta h$$

$$AC = \ell$$

Invullen levert:

$$u^2 + (\ell - \Delta h)^2 = \ell^2$$

$$u^2 + \ell^2 - 2\ell \cdot \Delta h + (\Delta h)^2 = \ell^2$$

$$u^2 - 2\ell \cdot \Delta h + (\Delta h)^2 = 0$$

$$u^2 = 2\ell \cdot \Delta h - (\Delta h)^2$$

- b Als Δh veel kleiner is dan ℓ , dan is $2\ell \cdot \Delta h$ veel groter dan $(\Delta h)^2$. Dan kan $(\Delta h)^2$ worden verwaarloosd.
- c ► De formule voor de krachtconstante C leid je af met de formule voor de veerenergie en de formule bij vraag b.

$$E_v = \frac{1}{2} C \cdot u^2$$

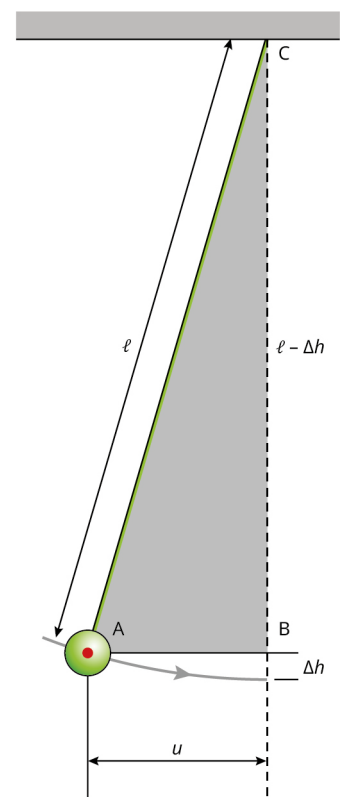
$$E_v = E_z = m \cdot g \cdot h$$

In figuur 9.12 blijkt $h = \Delta h$.

$$u^2 = 2\ell \cdot \Delta h \quad \text{Hieruit volgt } \Delta h = \frac{u^2}{2\ell}.$$

$$\text{Invullen levert: } \frac{1}{2} C \cdot u^2 = m \cdot g \cdot \frac{u^2}{2\ell}$$

$$C = \frac{2m \cdot g \cdot u^2}{2\ell \cdot u^2} = \frac{m \cdot g}{\ell}$$



Figuur 9.12

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

- d ► De formule $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ leid je af met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem en het antwoord op vraag c.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}} \text{ en } C = \frac{m \cdot g}{\ell}$$

$$\text{Als je de formule voor } C \text{ invult in } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}} \text{ levert dit } T = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot \ell}{m \cdot g}}.$$

$$\text{Hieruit volgt: } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

De massa m komt niet voor in het eindresultaat en heeft dus geen invloed op de trillingstijd.

- e ► De periode T waarmee Elin de beweging moet uitvoeren, bereken je met het begrip resonantie. Om zo hard mogelijk te kunnen schommelen moet de periode waarmee Elin haar benen en lichaam heen en weer beweegt gelijk zijn aan de trillingstijd die hoort bij de eigentrilling van de schommel.

► De trillingstijd van de schommel zelf bereken je met de formule voor de slinger als massa-veersysteem bij vraag c.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

$$\ell = 1,80 \text{ m}$$

$$g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{Invullen levert: } T = 2\pi \sqrt{\frac{1,80}{9,81}} = 2,6914 \text{ s}$$

$$\text{Afgerond: } T = 2,69 \text{ s.}$$

Elin wil zo hard mogelijk schommelen, dus moet ze haar benen en lichaam heen en weer bewegen met dezelfde periode als de trillingstijd van de eigentrilling. De periode van Elin is dus 2,69 s.

Opgave 22

- a ► Dat de auto een harmonische trilling gaat uitvoeren, leg je uit met de beschrijving van een harmonische trilling.

Bij een harmonische trilling is de resulterende kracht recht evenredig met de uitwijking: $F_{\text{res}} = -C \cdot u$.

De resulterende kracht is gericht naar de evenwichtsstand.

De enige kracht die op de auto werkt is de veerkracht. Deze is naar de evenwichtsstand gericht en is recht evenredig met de uitrekking.

De trilling voldoet hiermee aan de voorwaarde voor een harmonische trilling.

- b ► De veerconstante C bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

$$m = 0,140 \text{ kg} \quad (\text{want } 140 \text{ g} = 0,140 \text{ kg})$$

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

- De trillingstijd T bereken je met de formule voor de frequentie.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = 1,2 \text{ Hz}$$

$$\text{Invullen levert: } 1,2 = \frac{1}{T}$$

$$T = \frac{1}{1,2} = 0,833 \text{ s}$$

- Invullen van T en m in de formule $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$:

$$0,833 = 2\pi \sqrt{\frac{0,140}{C}}$$

$$C = \frac{4\pi^2 \times 0,140}{0,833^2} = 7,965 \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } C = 8,0 \text{ N m}^{-1}.$$

- c ► De formule $E_{\text{tril}} = \frac{2m\pi^2 A^2}{T^2}$ leid je af met de formule voor de trillingsenergie in een omkeerpunt en de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} C \cdot A^2 \text{ en } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

$$\text{Kwadrateren van } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}} \text{ levert: } T^2 = 2^2 \pi^2 \frac{m}{C}$$

$$\text{Herschrijven levert: } C = 2^2 \pi^2 \frac{m}{T^2}$$

$$\text{Invullen van } C = 2^2 \pi^2 \frac{m}{T^2} \text{ in } E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} C \cdot A^2 \text{ levert: } E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} \times 2^2 \pi^2 \frac{m}{T^2} \cdot A^2 = \frac{2\pi^2 m \cdot A^2}{T^2}$$

- d ► Dat de maximale trillingsenergie van auto B gelijk is aan die van auto A, toon je aan met de formule voor de trillingsenergie in een omkeerpunt.

$$E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} C \cdot A^2$$

Voor de maximale trillingsenergie zijn alleen de veerconstante en de amplitude van belang.

Die zijn voor auto A en B hetzelfde. De massa heeft geen invloed op de maximale trillingsenergie.

- e – ► Of de trillingstijd van auto B groter dan, kleiner dan of gelijk is aan de trillingstijd van auto A leg je uit met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

$$m_B = 2m_A$$

C blijft gelijk.

$$\text{Invullen levert: } T = 2\pi \sqrt{\frac{(m_B = 2m_A)}{(C \text{ blijft gelijk})}}$$

De trillingstijd van auto B is $\sqrt{2}$ keer = 1,41 keer zo groot als die van auto A.

Dat betekent dat de trillingstijd met 41% is toegenomen.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

- ► Of de maximale snelheid van auto B groter dan, kleiner dan of gelijk is aan de maximale snelheid van auto A leg je uit met de formule voor de maximale snelheid van een harmonische trilling.

$$v_{\max} = \frac{2\pi A}{T}$$

A is gelijk.

T_B is kleiner dan T_A .

$$\text{Invullen levert: } v_{\max} = \frac{2\pi(A \text{ blijft gelijk})}{(T_B \text{ is groter})}$$

Dus $v_{\max,B}$ is kleiner dan $v_{\max,A}$.

- f ► Of de veerconstante C groter of kleiner is, beredeneer je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

De massa m is gelijk.

De trillingstijd T_Q van veer Q is groter dan de trillingstijd T_P van veer P.

$$\text{Invullen levert: } (T \text{ wordt groter}) = 2\pi \sqrt{\frac{(m \text{ blijft gelijk})}{C}}$$

De veerconstante C_Q van veer Q is dus kleiner dan de veerconstante C_P van veer P.

Opgave 23

- a ► De potentiële energie E_p in een uiterste stand bereken je met de formule voor de veerenergie.

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$$

$$C = 25 \text{ N m}^{-1}$$

$$u = 0,060 \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } E_p = \frac{1}{2} \times 25 \times 0,060^2 = 0,04500 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } E_p = 0,045 \text{ J}$$

- b ► De kinetische energie E_k in de evenwichtsstand bereken je met de formule voor de kinetische energie.

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v_{\max}^2$$

$$m = 300,0 \text{ g} = 0,3000 \text{ kg}$$

- De snelheid $v_{\max}$ waarmee het blokje de evenwichtsstand passeert, bereken je met de formule voor de maximale snelheid bij een harmonische trilling.

$$v_{\max} = \frac{2\pi A}{T}$$

$$A = 6,0 \text{ cm} = 0,060 \text{ m}$$

- De trillingstijd T bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

$$m = 300,0 \text{ g} = 0,3000 \text{ kg}$$

$$C = 25 \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } T = 2\pi \sqrt{\frac{0,3000}{25}} = 0,688 \text{ s}$$

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

- Invullen van A en T in de formule $v_{\max} = \frac{2\pi A}{T}$:

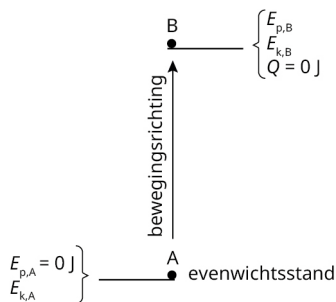
$$v_{\max} = \frac{2\pi \times 0,060}{0,688} = 0,548 \text{ m s}^{-1}$$

- Invullen van m en $v_{\max}$ in de formule $E_k = \frac{1}{2}m \cdot v_{\max}^2$:

$$E_k = \frac{1}{2} \times 0,300 \times 0,548^2 = 0,04505 \text{ J}$$

Afgerond: $E_k = 0,045 \text{ J}$.

- c ► De kinetische energie $E_{k,B}$ van het blokje bereken je met de wet van behoud van energie. Zie figuur 9.13 voor een schets van de situatie.



Figuur 9.13

$$E_{k,A} + E_{p,A} = E_{k,B} + E_{p,B} + Q$$

$$E_{k,A} = E_{k,B} + \frac{1}{2}C \cdot u_B^2$$

$$E_{k,A} = 0,045 \text{ J} \quad (\text{zie vraag b})$$

$$C = 25 \text{ N m}^{-1}$$

$$u_B = 4,0 \text{ cm} = 0,040 \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } 0,045 = E_{k,B} + \frac{1}{2} \times 25 \times 0,040^2$$

$$E_{k,B} = 0,02500 \text{ J}$$

Afgerond: $E_{k,B} = 0,025 \text{ J}$.

- d – De richting van de zwaartekracht is verticaal naar beneden. De bewegingsrichting van de stand van de niet-uitgerekte veer naar de evenwichtsstand is ook verticaal naar beneden. De zwaartekracht verricht dus positieve arbeid. Dus neemt de zwaarte-energie af. Omdat de zwaarte-energie in de stand van de niet-uitgerekte veer op 0 J is gesteld, wordt de zwaarte-energie steeds meer negatief.
- De richting van de veerkracht is naar verticaal naar boven. De bewegingsrichting van de stand van de niet-uitgerekte veer naar de evenwichtsstand is verticaal naar beneden. De veerkracht verricht dus negatieve arbeid. Dus neemt de veerenergie toe. Omdat de veerenergie in de stand van de niet-uitgerekte veer 0 J is, wordt de veerenergie steeds meer positief.
- ► De zwaarte-energie bereken je met de formule voor de zwaarte-energie.

$$E_z = m \cdot g \cdot h$$

$$m = 300,0 \text{ g} = 0,3000 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

$$h = -0,0577 \text{ m} \quad (h_{\text{eind}} - h_{\text{begin}} \text{ is kleiner dan } 0)$$

$$\text{Invullen levert: } E_z = 0,3000 \times 9,81 \times (-0,0577) = -0,1698 \text{ J}$$

Afgerond: $E_z = 0,17 \text{ J}$.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

- ► De veerenergie bereken je met de formule voor de veerenergie.

$$E_v = \frac{1}{2} C \cdot u^2$$

$$C = 25 \text{ N m}^{-1}$$

$$h = 0,0577 \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } E_v = \frac{1}{2} \times 25 \times 0,0577^2 = 0,04162 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } E_v = 0,042 \text{ J.}$$

- e In de evenwichtsstand is de potentiële energie gelijk aan 0 J.

- De waarde van de potentiële energie in een uiterste stand bereken je met de som van de verandering van de zwaarte-energie en de verandering van de veerenergie ten opzichte van de waarden in de evenwichtsstand.

$$E_p = \Delta E_z + \Delta E_v$$

Bovenste uiterste stand

$$\Delta E_z = -0,1699 - (-0,3464) = 0,1765 \text{ J}$$

$$\Delta E_v = 0,0416 - 0,173 = -0,1316 \text{ J}$$

$$\text{Invullen levert: } E_p = 0,1765 + (-0,1316) = 0,0449 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } E_p = 0,045 \text{ J.}$$

Onderste uiterste stand

$$\Delta E_z = -0,5230 - (-0,3464) = -0,1766 \text{ J}$$

$$\Delta E_v = 0,3948 - 0,1732 = 0,2216 \text{ J}$$

$$\text{Invullen levert: } E_p = -0,1766 + 0,2216 = 0,0450 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } E_p = 0,045 \text{ J.}$$

9.4 Lopende golven

Opgave 24

- a ► Of het een transversale of longitudinale golf is, beredeneer je met de beschrijvingen ervan en de trillingsrichting van de Mexican wave.

De kop van de golf beweegt in horizontale richting door het stadion. De trilling bestaat uit mensen die op en neer gaan. Dit is loodrecht op de voortplantingsrichting van de golf.

De Mexican wave is dus een transversale golf.

- b ► De frequentie f bereken je met de formule voor de frequentie.

$$f = \frac{1}{T}$$

De trillingstijd T is de tijd die nodig is voor opstaan en weer gaan zitten.

$$T = 8,00 \text{ s}$$

$$\text{Invullen levert: } f = \frac{1}{8,00} = 0,12500 \text{ Hz}$$

$$\text{Afgerond: } f = 0,125 \text{ Hz.}$$

- c ► De golfsnelheid v waarmee de kop van de golf zich verplaatst, bereken je met de formule voor de verplaatsing bij een eenparige beweging.

$$s = v \cdot t$$

$$s = 60 \text{ cm} = 0,60 \text{ m}$$

$$t = 0,40 \text{ s}$$

$$\text{Invullen levert: } 0,60 = v \cdot 0,40$$

$$v = \frac{0,60}{0,40} = 1,500 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v = 1,5 \text{ m s}^{-1}.$$

- d *Methode 1*

- De golflengte λ bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

$$v = 1,5 \text{ m s}^{-1}$$

$$f = 0,125 \text{ Hz} \quad (\text{zie vraag b})$$

$$\text{Invullen levert: } 1,5 = 0,125 \cdot \lambda$$

$$\lambda = \frac{1,5}{0,125} = 12,00 \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } \lambda = 12 \text{ m.}$$

Methode 2

- De golflengte λ bereken je met de afstand tussen twee personen, de tijd waarna de volgende persoon opstaat en de trillingstijd.

De afstand tussen twee personen is 0,60 m.

Na 0,40 s staat de volgende persoon op.

De trillingstijd $T = 8,0 \text{ s}$.

Gedurende de trillingstijd zijn $\frac{8,0}{0,40} = 20$ personen opgestaan.

$$\text{Dus } \lambda = 0,60 \times 20 = 12,00 \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } \lambda = 12 \text{ m.}$$

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

Opgave 25

- a ► Of het een transversale of longitudinale golf is, beredeneer je met de beschrijvingen van die begrippen en de trillingsrichting en voortplantingsrichting van de aardbeving.

De aardbeving vindt plaats ten oosten van het meetstation. De golven bewegen dus van oost naar west.

De voortplantingsrichting is dus oost-west.

Als een trilling in oost-westrichting wordt doorgegeven, is die richting dezelfde als de richting van de voortplantingssnelheid. Dit zijn dus longitudinale golven.

Trillingen in de noord-zuid- en op-neerrichting staan loodrecht op de oost-westrichting, dus op de richting van de voortplantingssnelheid. Deze worden dus doorgegeven als transversale golven.

- b ► De golflengte λ bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

$$v = 3,4 \text{ km s}^{-1} = 3,4 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$f = 1,2 \text{ Hz}$$

$$\text{Invullen levert: } 3,4 \cdot 10^3 = 1,2 \cdot \lambda$$

$$\lambda = \frac{3,4 \cdot 10^3}{1,2} = 2,833 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } \lambda = 2,8 \cdot 10^3 \text{ m} = 2,8 \text{ km.}$$

- c ► De afstand s bereken je door de formule voor de verplaatsing bij een eenparige beweging toe te passen op de longitudinale en op de transversale golf.

Longitudinale golven

$$s_{\text{long}} = v_{\text{long}} \cdot t_{\text{long}}$$

$$v_{\text{long}} = 4,9 \text{ km s}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } s_{\text{long}} = 4,9 \cdot t_{\text{long}}$$

Transversale golven

$$s_{\text{trans}} = v_{\text{trans}} \cdot t_{\text{trans}}$$

$$v_{\text{trans}} = 3,4 \text{ km s}^{-1}$$

$$t_{\text{trans}} = t_{\text{long}} + 20 \quad (\text{De transversale golven komen 20 s later aan bij het meetstation.})$$

$$\text{Invullen levert: } s_{\text{trans}} = 3,4 \cdot (t_{\text{long}} + 20)$$

- De tijd t_{long} bereken je door de twee vergelijkingen voor de afstand s aan elkaar gelijk te stellen.

$$s_{\text{long}} = s_{\text{trans}} \quad (\text{De longitudinale en transversale golven leggen dezelfde afstand af tot het meetstation.})$$

$$4,9 \cdot t_{\text{long}} = 3,4 \cdot (t_{\text{long}} + 20)$$

$$4,9 \cdot t_{\text{long}} = 3,4 \cdot t_{\text{long}} + 68$$

$$1,5 \cdot t_{\text{long}} = 68$$

$$t_{\text{long}} = 45,3 \text{ s}$$

- Invullen van t_{long} in de formule $s_{\text{long}} = 4,9 \cdot t_{\text{long}}$:

$$s_{\text{long}} = 4,9 \times 45,3 = 222,1 \text{ km}$$

$$\text{Afgerond: } s_{\text{long}} = 2,2 \cdot 10^2 \text{ km.}$$

Dus de afstand van het epicentrum tot het meetstation is $2,2 \cdot 10^2 \text{ km}$.

- d Als je hebt berekend hoe ver van een meetstation het epicentrum is, kun je een bol tekenen rondom het meetstation.

Met de gegevens van een tweede meetstation vind je een tweede bol. Die twee bollen snijden elkaar in een cirkel, dus het epicentrum ligt op die cirkel.

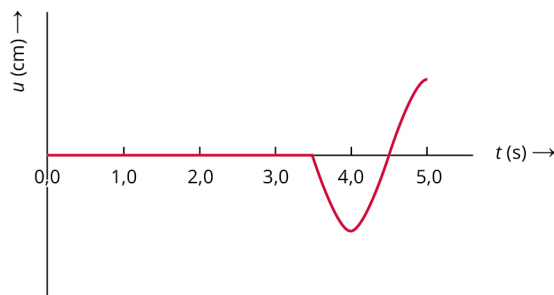
Met de gegevens van een derde meetstation krijg je een derde bol. Deze snijdt de cirkel van de eerste twee bollen in twee punten.

De gegevens van een vierde meetstation maken duidelijk welk van deze twee punten het epicentrum is. Er zijn meestal dus vier meetstations nodig.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

Opgave 26

- a ► Hoe een beweging is begonnen, bepaal je met de richting die volgt uit de kop van de golf. In figuur 48 gaat de golf van A naar D. De kop van de golf bevindt zich rechts, in de buurt van D. Aan de rechterkant van het koord zie je dat het eerste deel van het koord omlaag beweegt. Dus A is zijn beweging naar omlaag begonnen.
- b ► Hoeveel trillingen punt B heeft uitgevoerd, bepaal je met het deel van de puls dat B is gepasseerd. Het deel van de golf dat rechts van B ligt, is B al gepasseerd. In figuur 46 zijn rechts van B 1,75 golflengten zichtbaar. B heeft dus 1,75 trillingen uitgevoerd.
- c Zolang het beginpunt trilt, wordt trillingsenergie aan het koord toegevoerd. Je ziet in figuur 48 dat punt A alweer tot rust is gekomen. Er zit dus maar energie voor twee golflengten aan trillingen in het koord. De hoeveelheid trillingsenergie neemt dus niet toe.
- d ► De richting waarin punt C bezig is zich te verplaatsen beredeneer je met de beweging die het punt vlak naast C heeft gemaakt. De beweging van de golf is van A naar D. De punten links van C geven dus aan hoe C zich gaat verplaatsen. Hoe meer naar links, hoe groter de uitwijking. Dus is C bezig zich omhoog te verplaatsen.
- e De grafiek van de beweging van punt C bestaat uit twee tijdsduren:
- de tijdsduur dat de kop van de puls bij punt C aankomt. Tot die tijd is punt C nog in rust.
 - de tijdsduur dat de kop van de puls van punt C naar punt D gaat.
- Zie de uitwerking in figuur 9.14.

**Figuur 9.14**

- De tijd dat punt C in rust is, bereken je met de verhouding van de afstanden AC en AD en de tijd die nodig is voor de kop van de golf om van A naar D te komen.

In figuur 48 is de afstand A tot C gelijk aan $1,75\lambda$ en de afstand A tot D is gelijk aan $2,50\lambda$.

$$2,50\lambda \triangleq 5,0 \text{ s}$$

$$1,75\lambda \triangleq t$$

$$t = \frac{1,75\lambda \times 5,0}{2,50\lambda} = 3,5 \text{ s}$$

Tot $t = 3,5 \text{ s}$ is punt C in rust.

- De vorm van de grafiek meteen na $t = 3,5 \text{ s}$ leid je af uit de kop van de golf in figuur 48. De kop van de golf is begonnen met een beweging omlaag. Dus punt C begint op $t = 3,5 \text{ s}$ met een beweging omlaag.

- De rest van de grafiek leid je af uit het aantal trillingen dat punt C uitvoert totdat de kop van de golf in punt D is aangekomen.

Punt C is gedurende $5,0 - 3,5 = 1,5 \text{ s}$ in beweging totdat de kop van de golf punt D bereikt.

De trillingstijd is $2,0 \text{ s}$. Dus maakt punt C nog $\frac{1,5}{2,0} = 0,75$ trilling.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

Opgave 27

- a ► De voortplantingssnelheid v bereken je met de formule voor de verplaatsing bij een eenparige beweging.

$$s = v \cdot t$$

$$s = 9000 \text{ km}$$

$$t = 12,8 \text{ h} \quad (\text{aflezen in figuur 50})$$

$$\text{Invullen levert: } 9000 = v \cdot 12,8$$

$$v = \frac{9000}{12,8} = 7,0313 \cdot 10^2 \text{ km h}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v = 7,0 \cdot 10^2 \text{ km h}^{-1}.$$

- b Een golf is een doorgegeven trilling. De eigenschappen van die trilling, zoals de frequentie, veranderen daarbij niet.
Als in de formule $v = f \cdot \lambda$ de golfsnelheid verandert maar de frequentie niet, dan moet de golflengte dus veranderen.
- c ► De amplitude A bij een diepte van 10 m bereken je met de amplitude bij een diepte van 5000 m en een factor die volgt uit de afname van de golfsnelheid op 5000 m en die op 10 m.
Voor de golfsnelheid geldt $v = a \cdot \sqrt{d}$. De diepte verandert van 5000 m naar 10 meter.
Dat scheelt een factor 500. De golfsnelheid neemt dan af met een factor $\sqrt{500}$.
De amplitude is omgekeerd evenredig met de golfsnelheid dus deze neemt met dezelfde factor toe.
De amplitude bij een diepte van 10 m is dus $0,40 \times \sqrt{500} = 8,9 \text{ m}$.
- d Bij het naderen van de kust worden de golfbergen hoger en de dalen dieper: het water moet ergens vandaan komen. Er wordt eerst water van de kust weggetrokken om de golfberg te vormen voordat de verwoestende golfberg aanspoelt.

Opgave 28

- a ► De frequentie f bereken je met de formule voor de frequentie.

$$f = \frac{1}{T}$$

- De trillingstijd T bepaal je in figuur 51.

In figuur 51 zie je een halve trillingstijd tussen $t = 1,0$ en $4,0 \text{ ms}$.

Dus $0,5T = 3,0 \text{ ms}$.

Hieruit volgt $T = 6,0 \text{ ms} = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

Invullen van T in de formule $f = \frac{1}{T}$:

$$f = \frac{1}{6,0 \cdot 10^{-3}} = 1,667 \cdot 10^2 \text{ Hz}$$

Afgerond: $f = 1,7 \cdot 10^2 \text{ Hz}$.

- b ► De golfsnelheid v bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

$$f = 1,7 \cdot 10^2 \text{ Hz} \quad (\text{zie vraag a})$$

- De golflengte λ bepaal je met behulp van figuur 52.

$$3\lambda = 45 \text{ cm} \quad (\text{aflezen in figuur 52})$$

$$\lambda = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

► Invullen van f en λ in $v = f \cdot \lambda$:

$$v = 1,7 \cdot 10^2 \times 0,15 = 25,50 \text{ m s}^{-1}$$

Afgerond: $v = 26 \text{ m s}^{-1}$.

- c ► Het tijdstip bepaal je uit de beweging die punt C even later gaat maken.

De beweging die punt C gaat maken volgt uit figuur 52.

De golf is bij A begonnen. Uit figuur 52 volgt dat de golf van links naar rechts beweegt. Hieruit volgt dat C bezig is zich omhoog te verplaatsen.

In figuur 51 gebeurt dat na $t = 4,0 \text{ ms}$.

De momentopname van het koord is dus op $t = 4,0 \text{ ms}$ gemaakt.

- d ► De fase φ_E van punt E bereken je met de fase van punt A en het faseverschil tussen A en E.

$\Delta\varphi_{AE} = \varphi_A - \varphi_E$ (Omdat E later is begonnen met trillen, loopt E achter in fase.)

$$\varphi_A = 4,8$$

► Het faseverschil $\Delta\varphi_{AE}$ bereken je met de formule voor het faseverschil bij een golf.

$$\Delta\varphi_{AE} = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

$$\Delta x = 18 \text{ cm}$$

$$\lambda = 15 \text{ cm} \quad (\text{zie vraag b})$$

$$\text{Invullen levert: } \Delta\varphi_{AE} = \frac{18}{15} = 1,2$$

► Invullen van $\Delta\varphi_{AE}$ en φ_A in de formule $\Delta\varphi_{AE} = \varphi_A - \varphi_E$:

$$1,2 = 4,8 - \varphi_E$$

$$\varphi_E = 3,6$$

9.5 Geluid

Opgave 29

- a ► De golflengte λ bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

$$v = 0,343 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie Binas tabel 15A})$$

$$f = 120 \text{ kHz} = 1,20 \cdot 10^5 \text{ Hz} \quad (\text{De kleinste golflengte hoort bij de hoogste frequentie.})$$

$$\text{Invullen levert: } 0,343 \cdot 10^3 = 1,20 \cdot 10^5 \cdot \lambda$$

$$\lambda = \frac{0,343 \cdot 10^3}{1,20 \cdot 10^5} = 2,8583 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } \lambda = 2,86 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

- b In de tekst staat dat voorwerpen kleiner dan de golflengte van het geluid niet goed waarneembaar zijn. Ook staat er dat geluiden met een hogere frequentie minder ver dragen. Om ver te kunnen waarnemen, zijn dus geluiden met een lage frequentie nodig, maar deze geluiden hebben een grote golflengte en geven dus minder detail. Daarom schakelen dolfijnen over op hogere frequenties als ze dichterbij het voorwerp zijn.

- c ► De afstand s_{dolfijn} tussen het voorwerp en de dolfijn bereken je met de verplaatsing van het geluid.

$$s_{\text{dolfijn}} = \frac{1}{2} s_{\text{geluid}} \quad (\text{Het geluid gaat heen en weer.})$$

- De verplaatsing s_{geluid} bereken je met de formule voor de verplaatsing bij een eenparige beweging.

$$s_{\text{geluid}} = v \cdot t$$

$$v = 1,51 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie Binas tabel 15A})$$

$$t = 0,33 \text{ s}$$

$$\text{Invullen levert: } s_{\text{geluid}} = 1,51 \cdot 10^3 \times 0,33 = 4,98 \cdot 10^2 \text{ m}$$

- Invullen van s_{geluid} in de formule $s_{\text{dolfijn}} = \frac{1}{2} s_{\text{geluid}}$:

$$s_{\text{dolfijn}} = \frac{1}{2} \times 4,98 \cdot 10^2 = 2,490 \cdot 10^2 \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } s_{\text{dolfijn}} = 2,5 \cdot 10^2 \text{ m.}$$

Opgave 30

- a De frequentie die Brum hoort is hoger. De politieauto nadert Brum dus.

- b ► De door Brum waargenomen frequentie van de lage toon bereken je met de verhouding van de frequentie van de hoge tonen.

$$\text{De verhouding van de hoge tonen is } \frac{597}{500}.$$

Het dopplereffect beïnvloedt alle geluidstrillingen op dezelfde manier.

$$\text{Dus } f_{\text{laag, waargenomen}} = \frac{597}{500} \times 375 = 447,75 \text{ Hz.}$$

$$\text{Afgerond: } f_{\text{laag, waargenomen}} = 448 \text{ Hz.}$$

- c ► De snelheid van de politieauto bereken je met de formule voor de verplaatsing bij een eenparige beweging.

$$s = v \cdot t$$

$$s = 11 \text{ cm} = 0,11 \text{ m}$$

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

- De tijd t is gelijk aan de trillingstijd T en die bereken je met de formule voor de frequentie.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = 500 \text{ Hz}$$

$$\text{Invullen levert: } 500 = \frac{1}{T}$$

$$t = T = \frac{1}{500} = 2,000 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

- Invullen van s en t in de formule $s = v \cdot t$:

$$0,11 = v \cdot 2,00 \cdot 10^{-3}$$

$$v = \frac{0,11}{2,00 \cdot 10^{-3}} = 55,0 \text{ m s}^{-1} = 55,0 \times 3,6 = 198,0 \text{ km h}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v = 2,0 \cdot 10^2 \text{ km h}^{-1}.$$

Opgave 31

- a ► Dat Emilie het geluid niet kan horen, bepaal je door de frequentie te vergelijken met de frequenties in het hoorbare gebied.

De frequentie f bereken je met de formule voor de frequentie.

$$f = \frac{1}{T}$$

- De trillingstijd T bereken je met het aantal trillingen en de tijdsduur ervan.

Er zijn 15 trillingen in $0,30 \text{ ms} = 0,30 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

$$T = \frac{0,30 \cdot 10^{-3}}{15} = 2,00 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

- Invullen van T in de formule $f = \frac{1}{T}$:

$$f = \frac{1}{2,00 \cdot 10^{-5}} = 5,000 \cdot 10^4 \text{ Hz} = 50 \text{ kHz}$$

Deze frequentie is hoger dan de frequentie van 20 kHz die mensen kunnen horen, dus Emilie kan het geluid niet horen.

- b Als een voorwerp op korte afstand staat, is de reistijd voor de echo zo kort dat hij al terug is als de puls nog niet geheel is uitgezonden. Brongeluid en echo lopen dan door elkaar.

Als de tijdsduur van de puls $0,30 \text{ ms}$ is en de geluidssnelheid is 343 m s^{-1} , dan vindt dit al plaats als de afstand $343 \times 0,30 \cdot 10^{-3} = 0,10 \text{ m} = 10 \text{ cm}$ is.

- c – Er is dan al een tweede puls uitgezonden voordat de eerste terug is. Zo weet de sensor niet welke puls wanneer terugkomt.
– Er moet meer tijd zitten tussen de pulsen. Emilie moet het aantal pulsen per seconde lager instellen.

Opgave 32

- a ► De frequentie f bereken je met de formule voor de frequentie.

$$f = \frac{1}{T}$$

- De trillingstijd T bepaal je met de tijdbasis en het aantal hokjes horizontaal op het scherm.

In figuur 64 zie je 6 trillingen in 10 hokjes.

$$\text{Een periode duurt } \frac{10}{6} = 1,67 \text{ hokjes.}$$

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

De tijdbasis is 0,50 ms/div.

$$T = 1,67 \times 0,50 = 0,840 \text{ ms} = 8,40 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

► Invullen van T in de formule $f = \frac{1}{T}$:

$$f = \frac{1}{8,40 \cdot 10^{-4}} = 1,1905 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

Afgerond: $f = 1,2 \cdot 10^3 \text{ Hz}$.

- b Het signaal dat de microfoon registreert, beweegt door de lucht. Hoe groter de afstand die het geluid aflegt, hoe meer vertraging dit signaal oploopt. Daarom verschuift het bovenste oscillogram van de microfoon naar rechts.
Het onderste oscillogram verschuift niet, omdat bij de toongenerator geen vertraging optreedt.
- c Omdat de afstand tussen microfoon en luidspreker groter wordt, wordt de geluidssterkte bij de microfoon kleiner. Dit zie je aan de kleinere amplitude.
- d – Verplaats je de microfoon nog een keer 14,3 cm, dan veranderen de grafieken van ‘in tegenfase’ naar de eerste keer ‘in fase’. Daarna verschuif je de microfoon 14,3 cm zodat de grafieken voor de tweede keer ‘in tegenfase’ zijn en nogmaals 14,3 cm zodat de grafieken voor de tweede keer ‘in fase’ zijn.
Tussen de eerste keer ‘in fase’ en de tweede keer ‘in fase’ verschuift Bregje de microfoon dus $2 \times 14,3 \text{ cm} = 28,6 \text{ cm}$.
- ► De geluidssnelheid v bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

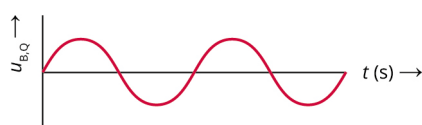
$$f = 1,2 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$
- De golflengte λ bepaal je met de formule voor het faseverschil bij een golf.

$$\Delta\phi = \frac{\Delta x}{\lambda}$$
 Als het faseverschil $\Delta\phi$ gelijk is aan 1, dan is de afstand tussen twee punten gelijk aan λ .
 Dus $\lambda = 28,6 \text{ cm} = 0,286 \text{ m}$.
- Invullen van f en λ in de formule $v = f \cdot \lambda$:

$$v = 1,2 \cdot 10^3 \times 0,286 = 343,2 \text{ m s}^{-1}$$
 Afgerond: $v = 3,4 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$.

Opgave 33

- a ► Of punt Q dicht bij luidspreker A dan bij luidspreker B ligt, leg je uit met het verschil in amplitude. In figuur 66 zie je dat de amplitude van het geluid uit luidspreker A kleiner is dan die van het geluid uit luidspreker B. Punt Q ligt dus dicht bij luidspreker B.
- b ► Dat het geluid in punt Q zachter is, leg je uit door de amplitude van de resulterende golf te vergelijken met de oorspronkelijke golven.
 De golven uit A en uit B komen in tegenfase aan in punt Q. Er treedt dus interferentie op waarbij de golven elkaar verzwakken. De amplitude van de gezamenlijke golven is kleiner dan die van de golf uit luidspreker A of B. Zie figuur 9.15. Het geluid in punt Q is dus zachter dan het geluid uit luidspreker A of B.

**Figuur 9.15**

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

- c ► De frequentie f bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

$$\lambda = 20,0 \text{ cm} = 0,200 \text{ m}$$

$$v = 0,343 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie Binas tabel 15A bij } 293 \text{ K} = 20^\circ \text{C})$$

$$\text{Invullen levert: } 0,343 \cdot 10^3 = f \cdot 0,200$$

$$f = \frac{0,343 \cdot 10^3}{0,200} = 1,7150 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

$$\text{Afgerond: } f = 1,72 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

- d – ► Het faseverschil tussen de golven 1 en 2 in punt C bereken je met de fase van golf 1 in punt C en de fase van golf 2 in punt C.

$$\Delta\phi_{1,2} = \Delta\phi_{2,BC} - \Delta\phi_{1,AC} \quad (\text{want de } \phi_2 - \phi_1 = 0 \text{ als ze vertrekken vanuit de luidsprekers})$$

- Het faseverschil $\Delta\phi_{2,BC}$ en het faseverschil $\Delta\phi_{1,AC}$ bereken je met de formule voor het faseverschil bij een golf.

$$\Delta\phi = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

$$\Delta\phi_{2,BC} = \frac{BC}{\lambda} \text{ en } \Delta\phi_{1,AC} = \frac{AC}{\lambda}$$

- Invullen van $\Delta\phi_{2,BC}$ en $\Delta\phi_{1,AC}$ in de formule $\Delta\phi_{1,2} = \Delta\phi_{2,BC} - \Delta\phi_{1,AC}$:

$$\Delta\phi_{1,2} = \frac{BC}{\lambda} - \frac{AC}{\lambda} = \frac{BC - AC}{\lambda}$$

- ► Of in punt C constructieve of destructieve interferentie optreedt, bereken je met de gegeven formule.

$$\Delta\phi_{1,2} = \frac{BC - AC}{\lambda}$$

$$AC = 4,90 \text{ m}$$

$$\lambda = 20,0 \text{ cm} = 0,200 \text{ m}$$

- De afstand BC bereken je met de stelling van Pythagoras in de driehoek ABC.

$$AC^2 + AB^2 = BC^2$$

$$AC = 4,90 \text{ m}$$

$$AB = 3,80 \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } 4,90^2 + 3,80^2 = BC^2$$

$$BC = \sqrt{4,90^2 + 3,80^2} = 6,201 \text{ m}$$

- Invullen van BC, AC en λ in de formule $\Delta\phi_{1,2} = \frac{BC - AC}{\lambda}$:

$$\Delta\phi_{1,2} = \frac{6,201 - 4,90}{0,200} = 6,505$$

Bij een faseverschil van 6,5 is er dus destructieve interferentie in punt C.

- e
- 1 Het geluid wordt steeds zachter. De trillingsenergie verspreidt zich over een steeds grotere ruimte. Dus de trillingsenergie in een punt wordt kleiner. Daardoor is de amplitude kleiner en dus de geluidssterkte ook.
 - 2 Het geluid klinkt afwisselend harder en zachter. Tijdens de beweging van A richting C passeer je punten waarop constructieve interferentie is en punten waarop de interferentie destructief is.
 - 3 De toonhoogte tijdens de rit is kleiner dan op het moment dat je stilstaat. Je beweegt je van de geluidsbron af. Daardoor neem je een grotere golflengte waar. Omdat de geluidssnelheid niet verandert, volgt uit $v = f \cdot \lambda$ dat de waargenomen frequentie lager is tijdens de rit.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

Opgave 34

- a ► Dat Ward maximaal geluid hoort, leg je uit met het faseverschil tussen de golven die via de twee wegen punt B bereiken.

Het faseverschil $\Delta\varphi$ bereken je met de formule voor het faseverschil bij een golf.

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

$$\Delta x = \ell_1 - \ell_2$$

$$\ell_1 = \ell_2$$

$$\Delta x = 0$$

$$\text{Invullen levert: } \Delta\varphi = \frac{0}{\lambda} = 0$$

Het faseverschil $\Delta\varphi$ is nul. De twee golven versterken elkaar dus bij samenkomst. Er is dan maximale constructieve interferentie. Dus hoort Ward maximaal geluid.

- b ► De frequentie van de toon bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

$$v = 0,343 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie Binas tabel 15A bij } 293 \text{ K} = 20^\circ \text{C})$$

- De golflengte λ bereken je met de formule voor het faseverschil bij een golf.

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

- Het faseverschil $\Delta\varphi$ volgt uit het wel of bijna niet horen van geluid.

Er is nu bijna geen geluid meer. Er is dus sprake van destructieve interferentie. Dat betekent dat het faseverschil $\Delta\varphi = 0,5$.

- De verandering van de weglengte Δx bereken je met de afstand waarmee de buis is uitgeschoven.

Als de buis 11,4 cm naar links wordt geschoven, is de lengte van de buis zowel aan de bovenkant als aan de onderkant met 11,4 cm toegenomen. Het weglengteverschil is dan met 22,8 cm toegenomen.

$$\Delta x = 22,8 \text{ cm} = 0,228 \text{ m}$$

- Invullen van $\Delta\varphi$ en Δx in de formule $\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$:

$$0,5 = \frac{0,228}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{0,228}{0,5} = 0,4560 \text{ m}$$

- Invullen van v en λ in de formule $v = f \cdot \lambda$:

$$0,343 \cdot 10^3 = f \cdot 0,4560$$

$$f = \frac{0,343 \cdot 10^3}{0,4560} = 7,5219 \cdot 10^2 \text{ Hz}$$

Afgerond: $f = 752 \text{ Hz}$.

- c *Methode 1*

In vraag b was het weglengteverschil $0,5\lambda$. Bij een weglengteverschil van $1,5\lambda$ is er weer sprake van destructieve interferentie. Het weglengteverschil moet dan met $1\lambda = 45,6 \text{ cm}$ toenemen. Als de buis verder naar links wordt geschoven, neemt de lengte van de buis zowel aan de bovenkant als aan de onderkant toe. Dus heeft Renske de buis 22,8 cm verder uitgeschoven.

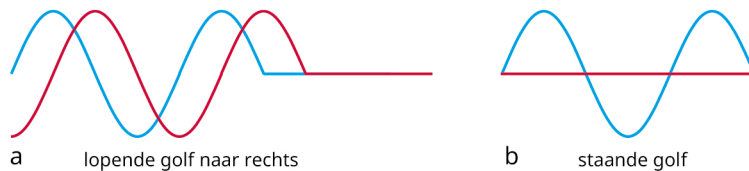
Methode 2

Als de buis nogmaals 11,4 cm wordt uitgeschoven, zijn de golven in B weer in fase. Als de buis daarna nogmaals 11,4 cm wordt uitgeschoven, zijn de golven voor de tweede keer in tegenfase. Dan is er sprake van destructieve interferentie. Dus heeft Renske de buis 22,8 cm verder uitgeschoven.

9.6 Muziekinstrumenten

Opgave 35

- a Bij een lopende golf heeft de kop van de golf zich na een kwart trillingstijd een kwart golflengte verplaatst. De golf schuift dus een kwart golflengte naar rechts.
Bij een staande golf gaan de punten tegelijkertijd door de evenwichtsstand. Een kwart trillingstijd later heeft elk punt zich vanuit de uiterste stand verplaatst naar de evenwichtsstand. Bij de staande golf zie je dus een horizontale lijn.
Zie de rode grafieken in figuur 9.16.



Figuur 9.16

- b ► De snelheid v waarmee de trilling zich in de E-snaar voortplant, bereken je met de formule voor de golfsnelheid.
 $v = f \cdot \lambda$
 $f = 330 \text{ Hz}$
- De golflengte λ bereken je met de formule voor de voorwaarde voor een staande golf met twee vaste uiteinden.

$$\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

$$\ell = 65,0 \text{ cm} = 0,650 \text{ m}$$

$$n = 1 \quad (\text{De snaar trilt in de grondtoon.})$$

$$\text{Invullen levert: } 0,650 = 1 \times \frac{1}{2} \lambda:$$

$$\lambda = 2 \times 0,650 = 1,300 \text{ m}$$

- Invullen van f en λ in de formule $v = f \cdot \lambda$:

$$v = 330 \times 1,300 = 429,00 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v = 429 \text{ Hz.}$$

- c ► Hoe ver de fret van de kam af ligt, bereken je met de formule voor de voorwaarde voor een staande golf met twee vaste uiteinden.

$$\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

$$n = 1 \quad (\text{De snaar trilt in de grondtoon.})$$

- De golflengte λ bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

$$v = 429 \text{ m s}^{-1}$$

$$f = 494 \text{ Hz}$$

$$\text{Invullen levert: } 429 = 494 \cdot \lambda$$

$$\lambda = \frac{429}{494} = 0,8684 \text{ m}$$

- Invullen van n en λ in de formule $\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$:

$$\ell = 1 \times \frac{1}{2} \times 0,8684 = 0,43420 \text{ m} = 43,420 \text{ cm}$$

$$\text{Afgerond: } \ell = 43,4 \text{ cm.}$$

Dus de fret ligt 43,4 cm van de kam af.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

Opgave 36

- a ► De voortplantingssnelheid v bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

- De frequentie f bereken je met de formule voor de frequentie.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$T = 0,65 \text{ s} \quad (\text{In de tekst staat dat tien klappen } 6,5 \text{ s duren.})$$

- Invullen levert: $f = \frac{1}{0,65} = 1,54 \text{ Hz}$

- De golflengte λ bereken je met de formule voor de voorwaarde voor een staande golf met twee vaste uiteinden.

$$\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

$$\ell = 6,5 \text{ m}$$

$$n = 1 \quad (\text{De middens van de touwdelen slaan tegen de mast. Er is dan één buik. Dit is de grondtoon.})$$

$$\text{Invullen levert: } 6,5 = 1 \times \frac{1}{2} \lambda$$

$$\lambda = 2 \times 6,5 = 13 \text{ m}$$

- Invullen van f en λ in de formule $v = f \cdot \lambda$:

$$v = 1,54 \times 13 = 20,02 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v = 20 \text{ m s}^{-1}.$$

- b ► Of het aantal klappen per seconde toeneemt of afneemt, leg je uit met het begrip frequentie.

- De frequentie f beredeneer je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

$$\lambda \text{ blijft gelijk} \quad (\text{De lengte van de vlaggenlijn verandert niet.})$$

- De golfsnelheid v beredeneer je met de gegeven formule.

$$v = \sqrt{\frac{F}{m_{\text{meter}}}}$$

F wordt groter als Tessa de lijn strakker spant.

m_{meter} verandert niet.

$$\text{Invullen van de veranderingen levert: } v = \sqrt{\frac{(F \text{ wordt groter})}{(m_{\text{meter}} \text{ blijft gelijk})}}$$

De voortplantingssnelheid v wordt dus groter.

- Invullen van de veranderingen van v en λ in de formule $v = f \cdot \lambda$:

$$(v \text{ wordt groter}) = f \cdot (\lambda \text{ blijft gelijk})$$

De frequentie f neemt dus toe.

De frequentie is vergelijkbaar met het aantal klappen per seconde.

Het aantal klappen per seconde neemt dus toe.

- c – Uit de formule $v = \sqrt{\frac{F}{m_{\text{meter}}}}$ volgt dat het verband tussen F en v geen rechte lijn is.

$$\text{Kwadrateren je de linker- en rechterkant van de formule, dan ontstaat } v^2 = \frac{F}{m_{\text{meter}}}.$$

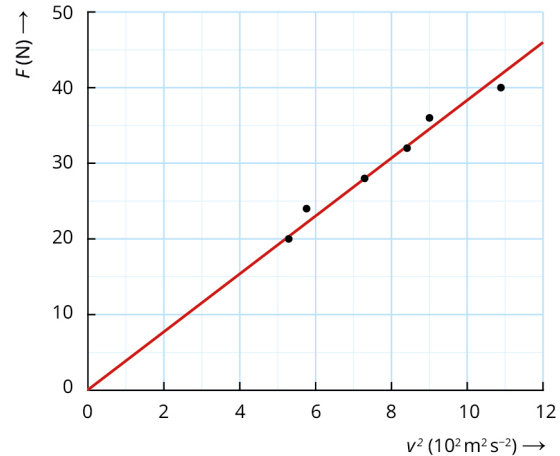
Hieruit volgt $m_{\text{meter}} \cdot v^2 = F$.

Dus de tabel in figuur 83a breid je uit met een rij voor v^2 .

Zie de tabel in figuur 9.17a.

$F \text{ (N)}$	$v \text{ (m s}^{-1}\text{)}$	$v^2 \text{ (m}^2 \text{ s}^{-2}\text{)}$
20	23	529
24	24	576
28	27	729
32	29	841
36	30	900
40	33	1089

a



b

Figuur 9.17

- Zet je op de verticale as F uit en op de horizontale as v^2 , dan is de grafiek een rechte lijn door de oorsprong. Zie de (F, v^2) -grafiek in figuur 9.17b.

- De massa van een meter touw bepaal je met de steilheid van de (F, v^2) -grafiek.

$$m_{\text{meter}} = \frac{\Delta F}{\Delta(v^2)}$$

Je gebruikt de coördinaten van twee punten op de lijn die ver uit elkaar liggen en gemakkelijk af te lezen zijn. Bijvoorbeeld in figuur 9.17b de punten bij $F = 0,0 \text{ N}$ en $F = 46,0 \text{ N}$.

De steilheid van de grafieklijn is $\frac{46,0 - 0,0}{12 \cdot 10^2 - 0,0} = 3,833 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^{-1}$.

Afgerond: $m_{\text{meter}} = 3,8 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^{-1}$.

Opgave 37

- a In de buis ontstaat onder bepaalde omstandigheden een staande golf. Bij een staande golf hoort een bepaalde golflengte en daarmee een bepaalde eigenfrequentie die samenhangt met de lengte van de buis. Door het blazen wordt de lucht in de buis in trilling gebracht. Hierbij ontstaan trillingen met alle mogelijke frequenties. Als een frequentie van een trilling gelijk is aan de eigenfrequentie van de luchtkolom in de buis, dan treedt resonantie op en hoor je een toon.

- b ► De omlooptijd T om een hele cirkelbaan af te leggen bepaal je met de formule voor de verplaatsing bij een eenparige beweging, als het uiteinde van de buis een cirkelbaan heeft doorlopen.

$$s = v \cdot t$$

$$s = 2\pi r = 2\pi \times 0,70 = 4,40 \text{ m} \quad (\text{Het uiteinde van de buis doorloopt de omtrek van een cirkel.})$$

$$v = v_{\text{draai}} = 13,8 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{aflezen in figuur 85})$$

$$t = T \quad (\text{bij doorlopen van een hele cirkel})$$

- Invullen levert: $4,40 = 13,8 \cdot T$

$$T = \frac{4,40}{13,8} = 0,3188 \text{ s}$$

Afgerond: $T = 0,32 \text{ s}$.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

- c ► De golflengte λ bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

$$v = 0,343 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie Binas tabel 15A bij } 293 \text{ K} = 20^\circ \text{C})$$

$$f = 7,0 \cdot 10^2 \text{ Hz} \quad (\text{aflezen in figuur 85})$$

$$\text{Invullen levert: } 0,343 \cdot 10^3 = 7,0 \cdot 10^2 \cdot \lambda$$

$$\lambda = \frac{0,343 \cdot 10^3}{7,0 \cdot 10^2} = 0,4900 \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } \lambda = 0,49 \text{ m.}$$

- d *Methode 1*

- Of de frequentie bij toon 1 de laagst mogelijke toon is, beredeneer je door de frequentie van toon 1 te vergelijken met de frequentie van de grondtoon.

$$f_{\text{toon 1}} = 4,8 \cdot 10^2 \text{ Hz} \quad (\text{aflezen in figuur 85})$$

- De frequentie f van de grondtoon bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

$$v = 0,343 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie Binas tabel 15A bij } 293 \text{ K} = 20^\circ \text{C})$$

- De golflengte λ bereken je met de formule voor de voorwaarde voor een staande golf met twee open uiteinden.

$$\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

$$\ell = 70 \text{ cm} = 0,70 \text{ m}$$

$$n = 1$$

$$\text{Invullen levert: } 0,70 = 1 \times \frac{1}{2} \lambda$$

$$\lambda = 2 \times 0,70 = 1,40 \text{ m}$$

- Invullen van v en λ in de formule $v = f \cdot \lambda$:

$$0,343 \cdot 10^3 = f \cdot 1,40$$

$$f = \frac{0,343 \cdot 10^3}{1,40} = 245,0 \text{ Hz}$$

Dit is veel lager dan toon 1. Dus toon 1 is niet de laagst mogelijke toon.

Methode 2

- Of de frequentie bij toon 1 de laagst mogelijke toon is, beredeneer je door de waarde van n van de grondtoon te vergelijken met de waarde van n die hoort bij de frequentie van toon 1.

$$n_{\text{grondtoon}} = 1$$

- Het getal n bereken je met de voorwaarde voor een staande golf met twee open uiteinden.

$$\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

$$\ell = 70 \text{ cm} = 0,70 \text{ m}$$

- De golflengte λ bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

$$v = 0,343 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie Binas tabel 15A bij } 293 \text{ K} = 20^\circ \text{C})$$

$$f = 4,8 \cdot 10^2 \text{ Hz} \quad (\text{aflezen in figuur 85 bij toon 1})$$

$$\text{Invullen levert: } 0,343 \cdot 10^3 = 4,8 \cdot 10^2 \cdot \lambda$$

$$\lambda = \frac{0,343 \cdot 10^3}{4,8 \cdot 10^2} = 0,71 \text{ m}$$

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

- Invullen van ℓ en λ in de formule $\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$:

$$0,70 = n \cdot \frac{1}{2} \times 0,71:$$

$$n = \frac{2 \times 0,70}{0,71} = 2 \text{ (afgerond)}$$

Bij toon 1 hoort $n = 2$.

Dus de frequentie bij toon 1 is niet de grondtoon en daardoor niet de laagst mogelijke frequentie.

Opgave 38

- a ► De frequentie f bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

$$v = 0,343 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie Binas tabel 15A bij } 293 \text{ K} = 20 \text{ }^\circ\text{C})$$

- De golflengte λ bereken je met de formule voor de voorwaarde voor een staande golf met een open en een gesloten uiteinde.

$$\ell = (2n - 1) \cdot \frac{1}{4} \lambda$$

$$\ell = 17,8 \text{ cm} = 0,178 \text{ m}$$

$$n = 1 \quad (\text{De lucht trilt in de grondtoon.})$$

$$\text{Invullen levert: } 0,178 = (2 \times 1 - 1) \times \frac{1}{4} \lambda$$

$$\lambda = 4 \times 0,178 = 0,7120 \text{ m}$$

- Invullen van v en λ in $v = f \cdot \lambda$:

$$0,343 \cdot 10^3 = f \cdot 0,7120$$

$$f = \frac{0,343 \cdot 10^3}{0,7120} = 481,74 \text{ Hz}$$

Afgerond: $f = 482 \text{ Hz}$.

- b ► Of de frequentie van de stemvork wat hoger of wat lager is dan bij vraag a berekend, beredeneer je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

v is gelijk, want de temperatuur is onveranderd.

- De verandering van de golflengte λ beredeneer je met de formule voor de voorwaarde voor een staande golf met een open en een gesloten uiteinde.

$$\ell = (2n - 1) \cdot \frac{1}{4} \lambda$$

ℓ is groter. (De buik ligt iets buiten de klankkast.)

n blijft gelijk.

$$\text{Invullen levert: } (\ell \text{ is groter}) = (2(n \text{ blijft gelijk}) - 1) \cdot \frac{1}{4} \lambda$$

Dus λ is groter dan berekend.

- Invullen van de veranderingen van v en λ in de formule $v = f \cdot \lambda$:

(v blijft gelijk) $= f \cdot (\lambda \text{ wordt groter})$

Dus f is kleiner dan berekend bij vraag a.

Dus de frequentie is lager dan je bij vraag a hebt berekend.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

Opgave 39

- a ► Welke figuur correspondeert met gat A, leg je uit door te beredeneren of een langer lipje geluid geeft met een hogere of een lagere frequentie.

In figuur 87 zie je dat bij gat A een langer lipje zit dan bij gat B.

In figuur 88 zie je dat de frequentie van het geluid in figuur a groter is dan die in figuur b.

- De frequentie f beredeneer je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

v is gelijk.

f_a is groter dan f_b .

Invullen levert: (v is gelijk) = (f_a is groter dan f_b) $\cdot \lambda$

Dus λ_a is kleiner dan λ_b .

- De lengte ℓ beredeneer je met de formule voor de voorwaarde voor een staande golf bij een vast en een open uiteinde.

$$\ell = (2n - 1) \cdot \frac{1}{4} \lambda \quad (\text{Aan één kant zit het lipje vast en aan de andere kant kan het vrij bewegen.})$$

$$n = 1 \quad (\text{Dit is de waarde van } n \text{ van de grondtoon.})$$

- Invullen van n en λ_a is kleiner dan λ_b in de formule $\ell = (2n - 1) \cdot \frac{1}{4} \lambda$:

$$\ell = (2 \times 1 - 1) \times \frac{1}{4} \cdot (\lambda_a \text{ is kleiner dan } \lambda_b)$$

ℓ_a is dus kleiner dan ℓ_b .

Dus bij figuur 88a hoort het kleinere lipje.

Het grootste lipje bij gat A hoort dus bij figuur 88b.

- b ► De frequentie f bereken je met de formule voor de frequentie.

$$f = \frac{1}{T}$$

- De trillingstijd T bepaal je met de toppen in figuur 88a.

In figuur 88a ligt de eerste top bij 0,3 ms en de negende top bij 18,5 ms.

Dit zijn dus 8 trillingen verdeeld over $18,5 - 0,3 = 18,2 \text{ ms} = 18,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

$$T = \frac{18,2 \cdot 10^{-3}}{8} = 2,275 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

- Invullen van T in de formule $f = \frac{1}{T}$:

$$f = \frac{1}{2,275 \cdot 10^{-3}} = 439,560 \text{ Hz}$$

Afgerond: $f = 440 \text{ Hz}$.

Volgens Binas tabel 15C heet die toon a1.

- c ► De voortplantingssnelheid v bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

$$f = 392 \text{ Hz}$$

- De golflengte λ bereken je met de formule voor de voorwaarde voor een staande golf bij een vast en een open uiteinde.

$$\ell = (2n - 1) \cdot \frac{1}{4} \lambda$$

$$\ell = 1,20 \text{ cm} = 0,0120 \text{ m}$$

$$n = 1 \quad (\text{Het lipje trilt in de grondtoon.})$$

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

Invullen levert: $0,0120 = (2 \times 1 - 1) \times \frac{1}{4}\lambda$

$$\lambda = 4 \times 0,0120 = 0,04800 \text{ m}$$

► Invullen van f en λ in $v = f \cdot \lambda$:

$$v = 392 \times 0,04800 = 18,816 \text{ m s}^{-1}$$

Afgerond: $v = 18,8 \text{ m s}^{-1}$.

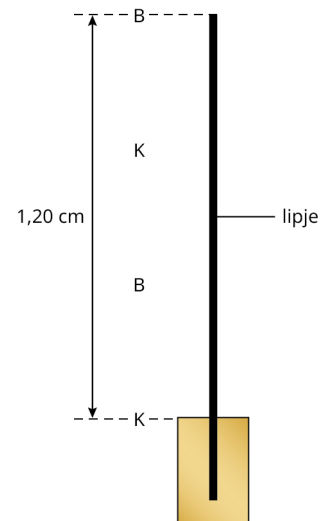
- d ► Waar de buiken en knopen zitten, bepaal je met de eigenschappen van een staande golf met een vast en een open uiteinde.

Aan het vaste uiteinde zit een knoop (K).

Aan het open uiteinde een buik (B).

Omdat het lipje trilt in de eerste boventoon, bevinden zich tussen de twee uiteinden nog een knoop en een buik. De knopen en buiken bevinden zich op gelijke afstand van elkaar.

Zie de uitwerking in figuur 9.18.



Figuur 9.18

Opgave 40

- a ► Of de patronen overeenkomen beredeneer je door de verhouding van de frequenties in figuur 90b te vergelijken met de verhouding van de frequenties die volgen uit het knopen-buikenpatroon in figuur 91.

Uit figuur 90b volgt dat de verhouding van de frequenties gelijk is aan 55 : 110 : 165 ofwel 1 : 2 : 3.

- De verhouding van de frequenties die volgen uit het knopen-buikenpatroon beredeneer je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda.$$

v is constant.

- De verhouding van de golflengten beredeneer je met het verband tussen de golflengte en de 'lengte' van het trillende voorwerp.

De afstand tussen een knoop en een buik komt overeen met $\frac{1}{4}\lambda$.

Bij de grondtoon staat BKB. Hieruit volgt $\ell = \frac{1}{2}\lambda$ en dus $\lambda = 2\ell$.

Bij de 1^e boventoon staat BKBKBKB. Hieruit volgt $\ell = 1\frac{1}{2}\lambda$ en dus $\lambda = \frac{2}{3}\ell$.

Bij de 2^e boventoon staat BKBKBKBKBKB. Hieruit volgt $\ell = 2\frac{1}{2}\lambda$ en dus $\lambda = \frac{2}{5}\ell$.

De golflengten verhouden zich dan als $2\ell : \frac{2}{3}\ell : \frac{2}{5}\ell$ of $1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{5}$.

- Invullen van de verhouding van de golflengten in de formule $v = f \cdot \lambda$:

$$(v \text{ is constant}) = f \cdot (\lambda \text{ verhoudt zich als } 1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{5})$$

Dus de frequenties verhouden zich als 1 : 3 : 5.

Deze verhouding is anders dan de verhouding 1 : 2 : 3 die hoort bij figuur 90b.

Dus de patronen van buiken en knopen uit figuur 91 stemmen niet overeen met de verhoudingen van de frequenties van de drie laagste tonen van figuur 90b.

- b ► Dat de twee randen bij 820 Hz niet verschuiven en bij een hogere frequentie wel, verklaar je door de frequentie van de stroboscoop te vergelijken met de frequentie waarmee het bekken trilt.

Als de stroboscoop is ingesteld op 820 Hz en de frequentie waarmee het bekken trilt 410 Hz is, dan flitst de stroboscoop twee keer gedurende één trilling van het bekken. Zou de eerste flits in de uiterste stand boven zijn, dan is de tweede flits in de uiterste stand onder. Hierdoor zie je 'twee randen'.

Als de frequentie iets hoger is ingesteld, dan is de tweede flits net voordat het bekken de uiterste stand bereikt. Ook de volgende flits zal niet weer in de uiterste stand zijn. Hierdoor zie je de 'twee randen' verschuiven.

- c ► De werkelijke snelheid v waarmee de rand van het bekken door de evenwichtsstand gaat, bereken je met de formule voor de maximale snelheid bij een harmonische trilling.

$$v_{\max} = \frac{2\pi A}{T}$$

- De amplitude A bereken je met de maximale afstand van de twee randen.

$$A = \frac{2,7}{2} = 1,35 \text{ mm} = 1,35 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

- De trillingstijd T bereken je met de formule voor de frequentie.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = 410 \text{ Hz}$$

$$\text{Invullen levert: } 410 = \frac{1}{T}$$

$$T = \frac{1}{410} = 2,439 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

- Invullen van A en T in de formule $v_{\max} = \frac{2\pi A}{T}$:

$$v_{\max} = \frac{2\pi \cdot 1,35 \cdot 10^{-3}}{2,439 \cdot 10^{-3}} = 3,4778 \text{ m s}^{-1}$$

Afgerond: $v_{\max} = 3,5 \text{ m s}^{-1}$.

9.7 Afsluiting

Opgave 41 Deurbel

- a ► De voortplantingssnelheid v bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

$$f = 392 \text{ Hz}$$

- De golflengte λ volgt uit de formule voor de voorwaarde voor een staande golf met twee vaste uiteinden.

$$\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

$$\ell = 7,5 \text{ cm} = 0,075 \text{ m}$$

$$n = 1 \quad (\text{De staaf trilt in de grondtoon.})$$

$$\text{Invullen levert: } 0,075 = 1 \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

$$\lambda = 2 \times 0,075 = 0,150 \text{ m}$$

- Invullen van f en λ in de formule $v = f \cdot \lambda$:

$$v = 392 \times 0,150 = 58,800 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v = 59 \text{ m s}^{-1}.$$

- b ► Of de voortplantingssnelheid van de transversale golven in een dunne klankstaaf groter of kleiner is dan in een dikke klankstaaf, bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

$f_{\text{dun}} is lager dan f_{dik} .$

λ is gelijk. (De klankstaven zijn even lang.)

Invullen levert: $v = (f_{\text{dun}} \text{ lager dan } f_{\text{dik}}) \cdot (\lambda \text{ is gelijk})$

Dus de voortplantingssnelheid v is bij de dunne klankstaaf lager dan bij de dikke klankstaaf.

- c ► De tijd t bereken je met de formule voor elektrische energie.

$$E = P \cdot t$$

- Het vermogen P bereken je met de formule voor het vermogen bij elektrische stroom.

$$P = U \cdot I$$

$$U = 6,0 \text{ V}$$

$$I = 0,25 \text{ A}$$

$$\text{Invullen levert: } P = 6,0 \times 0,25 = 1,50 \text{ W}$$

- De elektrische energie E_{el} bereken je met het rendement en de zwaarte-energie.

$$\eta = \frac{E_z}{E_{\text{el}}}$$

$$\eta = 4\% = 0,04$$

- De zwaarte-energie E_z bereken je met de formule voor de zwaarte-energie.

$$E_z = m \cdot g \cdot h$$

$$m = 12 \text{ g} = 0,012 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

$$h = 25 \text{ mm} = 0,025 \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } E_z = 0,012 \times 9,81 \times 0,025 = 2,943 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

- Invullen van η en E_z in $\eta = \frac{E_z}{E_{\text{el}}}$:

$$0,04 = \frac{2,943 \cdot 10^{-3}}{E_{\text{el}}}$$

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

$$E_{\text{el}} = \frac{2,943 \cdot 10^{-3}}{0,04} = 7,4 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

► Invullen van $E_{\text{el}} = E$ en P in de formule $E = P \cdot t$:

$$7,4 \cdot 10^{-2} = 1,50 \cdot t$$

$$t = \frac{7,4 \cdot 10^{-2}}{1,50} = 4,933 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

Afgerond: $t = 5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

- d ► De trillingstijd T bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

► De veerconstante C bereken je met de formule voor de veerkracht.

$$F_v = C \cdot u$$

$$u = 4,0 \text{ mm} = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

► De veerkracht F_v bereken je met de eerste wet van Newton en de krachten in de verticale richting. Op het blokje werken de veerkracht en de zwaartekracht. Het blokje is in rust. Volgens de eerste wet van Newton zijn de veerkracht en de zwaartekracht dan aan elkaar gelijk.

$$F_v = F_z$$

$$F_z = m \cdot g = 0,012 \times 9,81 = 0,1177 \text{ N} \quad (\text{want } 12 \text{ g} = 0,012 \text{ kg})$$

► Invullen van $F_v = F_z$ en u in de formule $F_v = C \cdot u$:

$$0,1177 = C \cdot 4,0 \cdot 10^{-3}$$

$$C = \frac{0,1177}{4,0 \cdot 10^{-3}} = 29,4 \text{ N m}^{-1}$$

► Invullen van m en C in de formule $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0,012}{29,4}} = 0,1269 \text{ s}$$

Afgerond: $T = 0,13 \text{ s}$.

Opgave 42 Fundybaai

- a ► De maximale stijgsnelheid v_{max} bereken je met de formule voor de maximale snelheid van een harmonische trilling.

$$v_{\text{max}} = \frac{2\pi A}{T}$$

$$A = 4,3 \text{ m} = 4,3 \cdot 10^2 \text{ cm}$$

$$T = 12,4 \text{ h} = 12,4 \times 60 = 744 \text{ min}$$

$$\text{Invullen levert: } v_{\text{max}} = \frac{2\pi \cdot 4,3 \cdot 10^2}{744} = 3,631 \text{ cm min}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v_{\text{max}} = 3,6 \text{ cm min}^{-1}.$$

Dus de maximale stijgsnelheid is $3,6 \text{ cm min}^{-1}$.

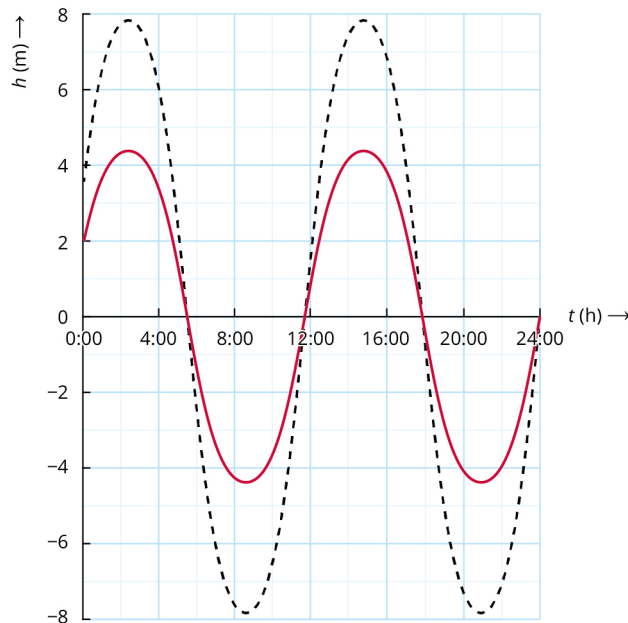
Opmerking

Een alternatief voor het bepalen van de maximale stijgsnelheid is het bepalen van de steilheid van de raaklijn op $t = 11,8 \text{ h}$. De schaalverdeling op de horizontale as maakt deze bepaling erg onnauwkeurig.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

- b In figuur 94a zie je dat Saint John halverwege de baai ligt en Cumberland County aan het uiteinde. In figuur 94b zie je dat in de baai een staande golf ontstaat met een buik bij Cumberland County. De waterstand bij Cumberland County verandert in hetzelfde tempo en met dezelfde fase als bij Saint John, maar met een grotere amplitude.

Zie de gestreepte grafiek in figuur 9.19.



Figuur 9.19

Opmerking

Het gaat om een schets, dus je hoeft niet op de werkelijke amplitude te letten.

- c ► Dat de golflengte van de staande golf vier maal de baailengte is, leg je uit met figuur 94b. In figuur 94b zie je slechts één knoop en één buik. De afstand tussen een aangrenzende knoop en buik is $\frac{1}{4}\lambda$ en dit is de lengte van de baai. Hieruit volgt dat de golflengte vier maal de baailengte is.

- d ► De golfsnelheid v bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

- De frequentie f bereken je met de formule voor de trillingstijd.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$T = 12,4 \text{ h} = 12,4 \times 3600 = 4,464 \cdot 10^4 \text{ s} \quad (\text{aflezen in figuur 93})$$

$$\text{Invullen levert: } f = \frac{1}{4,464 \cdot 10^4} = 2,2401 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$$

- De golflengte λ bereken je met het antwoord op vraag c en de lengte van de baai.

$$\lambda = 4 \cdot \ell$$

$$\ell = 300 \text{ km}$$

$$\lambda = 4 \times 300 = 1,200 \cdot 10^3 \text{ km} = 1,200 \cdot 10^6 \text{ m}$$

- Invullen van f en λ in de formule $v = f \cdot \lambda$:

$$v = 2,2401 \cdot 10^{-5} \times 1,200 \cdot 10^6 = 26,880 \text{ m s}^{-1}$$

Afgerond: $v = 26,9 \text{ m s}^{-1}$.

5 vwo hoofdstuk 9 uitwerkingen

- e ► Dat de versterkingsfactor bij een baailengte van 900 km ook hoog is, verklaar je met de voorwaarde voor de staande golf in de baai.

$$\ell = (2n - 1) \cdot \frac{1}{4}\lambda$$

Bij de eerste piek trilt het water in de baai in de 'grondtoon' met $n = 1$ en geldt $\ell = \frac{1}{4}\lambda$.

Bij de tweede piek trilt het water in de baai in de eerste 'boventoon' met $n = 2$ en geldt $\ell = \frac{3}{4}\lambda$.

De golflengte λ is dan drie keer zo groot.

Dus bij $3 \times 300 \text{ km} = 900 \text{ km}$.

- f ► Of de bewoners zich terecht ongerust maken, leg je uit met de formule voor de golfsnelheid.

$$v = f \cdot \lambda$$

v wordt groter. (Zie tekst in de opgave.)

f blijft gelijk. (De frequentie van eb en vloed wordt bepaald door de omlooptijden van maan en aarde.)

Invullen levert: (v wordt groter) = (f blijft gelijk) $\cdot \lambda$

Dus de golflengte λ wordt groter.

Bij een grotere golflengte treedt pas resonantie op bij een grotere baailengte ($\ell = (2n - 1) \cdot \frac{1}{4}\lambda$).

De piek bij 300 km komt dan dichterbij 325 km te liggen.

De maximale waterstand in de Fundybaai neemt dus toe.

De inwoners zijn dus terecht ongerust.