

Systematische Natuurkunde

■ VWO 5

5

**VANAF
EXAMEN
MEI 2025**

Naam

Klas

ThiemeMeulenhoff

Systematische Natuurkunde

■ VWO 5

Beste leerling,

Dit boek van Systematische Natuurkunde kun je samen met de digitale leeromgeving gebruiken in de les. Het is van jou persoonlijk, dus je mag er aantekeningen in maken. Na dit schooljaar mag je het boek houden. Dat is makkelijk als je volgend jaar iets wilt opzoeken, of iets moet leren voor een toets.

Wij wensen je veel succes en plezier met het vak natuurkunde.

Team Systematische Natuurkunde

COLOFON

Bureauredactie

Lineke Pijnappels, Tilburg

Beeldresearch

Verbaal Visuele Communicatie BV,
Velp

Technische illustraties

Jeannette Steenmeijer / Verbaal
Visuele Communicatie BV, Velp

Vormgeving basisontwerp

Studio Bassa, Culemborg

Vormgeving en opmaak

Crius Group

Over ThiemeMeulenhoff

ThiemeMeulenhoff ontwikkelt slimme flexibele leeroplossingen met een persoonlijke aanpak. Voor elk niveau en elke manier van leren. Want niemand is hetzelfde.

We combineren onze kennis van content, leerontwerp en technologie, met onze energie voor vernieuwing. Om met en voor onderwijsprofessionals grenzen te verleggen. Zo zijn we samen de motor voor verandering in het primair, voortgezet en beroepsonderwijs.

Samen leren vernieuwen.

www.thiememeulenhoff.nl

ISBN 978 90 06 37383 7

Tiende druk, eerste oplage, 2023

© ThiemeMeulenhoff, Amersfoort, 2023

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16B Auteurswet 1912 j° het Besluit van 23 augustus 1985, Stbl. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie (PRO), Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp (www.stichting-pro.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet) dient men zich tot de uitgever te wenden. Voor meer informatie over het gebruik van muziek, film en het maken van kopieën in het onderwijs zie www.auteursrechtenonderwijs.nl.

De uitgever heeft ernaar gestreefd de auteursrechten te regelen volgens de wettelijke bepalingen. Degenen die desondanks menen zekere rechten te kunnen doen gelden, kunnen zich alsnog tot de uitgever wenden.

Deze uitgave is volledig CO₂-neutraal geproduceerd.

Het voor deze uitgave gebruikte papier is voorzien van het FSC®-keurmerk.

Dit betekent dat de bosbouw op een verantwoorde wijze heeft plaatsgevonden.

Systematische Natuurkunde

■ VWO 5

Jan Cor Isarin
René de Jong
Arjan Keurentjes
Mark Bosman
Maarten Duijnste

Torsten van Goolen
Kees Hooyman
Koos Kortland
Michel Philippons
Hein Vink

Eindredactie
Harrie Ottink

Eindredactie digitaal
Evert-Jan Nijhof

ThiemeMeulenhoff

Inhoud

	Werken met Systematische Natuurkunde	6
8	Arbeid en energie	9
8.1	Arbeid	10
8.2	Arbeid en kinetische energie	19
8.3	Energievormen	28
8.4	Wet van behoud van energie	39
8.5	Gravitatie-energie	47
8.6	Afsluiting	56
9	Trillingen en golven	63
9.1	Trillingen	64
9.2	Harmonische trilling	75
9.3	Trillingsenergie en resonantie	86
9.4	Lopende golven	94
9.5	Geluid	103
9.6	Muziekinstrumenten	113
9.7	Afsluiting	127
10	Elektromagnetisme	137
10.1	Elektrische velden	138
10.2	Elektrische energie	148
10.3	Elektromagnetisme	158
10.4	Lorentzkracht	169
10.5	Elektromotor	185
10.6	Elektromagnetische inductie	192
10.7	Afsluiting	202
	Register	210
	Grootheden en eenheden	214
	Lijst van uitkomsten	216

Werken met Systematische Natuurkunde

Je gaat aan de slag met Systematische Natuurkunde. Bij deze methode werk je met je leerboek en online. Alle leerstof die je nodig hebt voor het eindexamen vind je in de leerboeken. Soms staat informatie of een opdracht online. In de kantlijn staat dan een icoon.

Theorie en opgaven

Elk paragraaf begint met een korte introductie en een vraag. Zo krijg je een eerste indruk van het doel van de paragraaf.

Om de auto te verplaatsten is een grote kracht nodig. Moet je de auto over 100 m aanduwen in plaats van over 50 m, dan is er meer inspanning nodig. Je moet harder werken, meer arbeid verrichten. Waarvan hangt de hoeveelheid arbeid af?



De tekst is verdeeld in subparagrafen. Belangrijke **begrippen** herken je aan een **blauwe kleur**. In de **checklist** aan het einde van een hoofdstuk staan deze begrippen en de **leerdoelen** per paragraaf bij elkaar. Achterin het boek staat het **register**. Daarmee zie je je snel op welke pagina's een begrip is besproken.

De **trillingstijd** van een massa-veersysteem bereken

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

- T is de trillingstijd in s.
- m is de massa in kg.
- C is de krachtconstante in N m^{-1} .

De **formules** die je moet kennen en kunnen gebruiken, hebben een gele achtergrondkleur. De legenda geeft de betekenis van elk symbool.

De **voorbeelden** inclusief uitwerking hebben een blauwe achtergrondkleur. Als je alle voorbeelden hebt bestudeerd heb je een goede basis voor het maken van de opgaven aan het einde van de paragraaf.

Voorbeeld 13 Rekenen met ontsnappingsnelheid

In BINAS tabel 31 staan de ontsnappingsnelheden van hemellichamen in ons zonnestelsel.

Laat zien dat de waarde van de ontsnappingsnelheid die in BINAS tabel 31.

Veldlijnen hebben de volgende kenmerken:

- Een veldlijn is altijd van een positieve lading toe.
- De richting van het elektrische veld is de richting van de elektrische kracht op een positieve lading.

Opsommingen met blokjes zijn belangrijke onderdelen van de theorie die je goed moet onthouden of kunnen toepassen. Hier wordt bijvoorbeeld beschreven hoe je een probleem het best kunt aanpakken.

Aan het eind van een paragraaf vind je een aantal **opgaven**.
Achterin dit boek staat een **lijst met uitkomsten**. Hiermee kun je controleren of je een vraag goed hebt beantwoord.

Wil je de **volledige uitwerking** van een vraag inzien, dan kun je die krijgen van je docent.

Lijst van uitkomsten

Hoofdstuk 8

28 a	$6,3 \cdot 10^6 \text{ J}$
c	$5,1 \cdot 10^3 \text{ N}$
29 b	$1,3 \text{ ms}^{-1}$
30 b	ja
d	$7,2 \text{ ms}^{-1}$
31 c	i tussen h

$$2 \text{ a } -3,4 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$\text{b } -5,8 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$\text{d } 6,1 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$4 \text{ a } \text{ situatie c}$$

Afsluiting

De **Afsluiting** is de laatste paragraaf van elk hoofdstuk.
De afsluiting begint met een **samenvatting** van de theorie.

8.6 Afsluiting

Samenvatting

In de natuurkunde verricht een kracht arbeid. De grootte van de arbeid hangt af van de kracht, de verplaatsing en de hoek tussen de richting van de kracht en de richting van de verplaatsing.

Verder vind je in de Afsluiting een lijst met alle **formules** die in het hoofdstuk zijn besproken.

Daaronder staat een overzicht van de **BINAS-tabellen** die van belang zijn bij de theorie van het hoofdstuk.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk besproken zijn, staan hieronder bij elkaar.

arbeid

$$W = F \cdot s$$

kinetische energie

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

De **opgaven** in de afsluiting gaan vaak over meerdere hoofdstukken en zijn op examenniveau.

Opgaven

- **hulpblad** 38 Met de Nederlandse zonneauto Nuna4 is de World Solar Challenge dwars door Australië gewonnen. Voor de vierde keer won een team van studenten van TU Delft deze wedstrijd voor auto's op zonnecellen.
Voor de berekeningen in deze opgave ga je er steeds van uit dat Nuna4 op een vlakke weg rijdt. Nuna4 legde de afstand Darwin-Adelaide, 3021 km, af in 29 uur en

Aan het einde van de afsluiting vind je per paragraaf een **checklist** van de begrippen en leerdoelen. De leerdoelen geven je een kort overzicht van wat je moet kennen en kunnen voor het eindexamen.

Checklist voor begrippen en leerdoelen

Hierna vind je een overzicht van de begrippen en leerdoelen per paragraaf. Kruis de leerdoelen aan waarvan jij vindt dat je ze nu beheerst. Bij de leerdoelen die je nog niet helemaal beheerst noteer je de acties die je gaat ondernemen om het leerdoel alsnog te kunnen behalen.

Paragraaf 1 Arbeid

Ik kan	Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: arbeid, arbeid door de zwaartekracht, wrijvingsarbeid	☐
uitleggen wanneer een kracht arbeid verricht, en of deze arbeid positief of negatief is	☐

Iconen in de kantlijn

De iconen in de kantlijn hebben de volgende betekenis:

 **Start**
Maak de startvragen

Als je  in de kantlijn ziet, weet je dat er **digitale opdrachten** zijn die je (aanvullend) kunt maken. Na het maken krijg je direct feedback.

Er zijn vier soorten opdrachten:

- Start aan het begin van een paragraaf
- Oefenen A na de helft van de paragrafen
- Oefenen B na de laatste paragraaf
- Zelftoets digitaal over het hele hoofdstuk

► **applet**
Significante cijfers

Staat het icoon **applet** in de kantlijn, dan kun je digitaal een experiment nabootsen of oefenen met een specifiek onderwerp. Eventuele opdrachten krijg je van je docent.

► **practicum**
Dichtheid van vurenhout

Staat het icoon **practicum** in de kantlijn, dan is op de docentensite een practicum beschikbaar. Je docent bepaalt wanneer en op welke manier je een practicum aangeboden krijgt.

► **tekenblad**

Bij sommige opgaven staat het icoon **tekenblad**. Dan moet er getekend worden in een figuur in het boek. De originele tekenbladen vind je in je eigen digitale omgeving, zodat je een tekenopdracht ook hierop kunt maken.

► **hulpblad**

Bij sommige vragen is een **hulpblad** beschikbaar. Op dit hulpblad wordt in stappen duidelijk gemaakt hoe je een vraag kunt beantwoorden. Een hulpblad krijg je van je docent.

8

Arbeid en energie



Op 13 juli 2022 werd de nieuwste Europese draagraket Vega-C gelanceerd. Hiermee werden wetenschappelijke satellieten in een baan om de aarde gebracht. Om de raket te lanceren is veel energie nodig. Daarmee verrichten de motoren arbeid om de raket een grote snelheid te geven.

In dit hoofdstuk lees je wat de natuurkundige begrippen arbeid en energie betekenen. Met die kennis kun je sommige vraagstukken over kracht en beweging op een eenvoudige manier oplossen.

Om de auto te verplaatsten is een grote kracht nodig. Moet je de auto over 100 m aanduwen in plaats van over 50 m, dan is er meer inspanning nodig. Je moet harder werken, meer arbeid verrichten. Waarvan hangt de hoeveelheid arbeid af?



Figuur 8.1

8.1 Arbeid

Krachten verrichten arbeid



Maak de startvragen

Op een auto die op een horizontale weg staat werken twee krachten:

- 1 De zwaartekracht trekt de auto naar beneden.
- 2 De normaalkracht van de weg voorkomt dat de auto naar beneden valt.

Als je de auto horizontaal wilt verplaatsen, moet je een horizontale kracht op de auto uitoefenen. Als je spierkracht op de auto uitoefent, hoeft de auto niet te gaan bewegen; er zijn ook krachten die in tegengestelde richting werken, zoals de rolweerstandskracht.

Als door een kracht een voorwerp wordt verplaatst, dan zeg je dat er **arbeid** wordt verricht. In het Nederlands betekent het woord arbeid 'werk', en zeg je dat machines, mensen of dieren arbeid verrichten. In de natuurkunde wordt arbeid verricht door krachten. Het symbool voor arbeid is W , afkomstig van 'work', het Engelse woord voor arbeid.

Zonder verplaatsing verricht een kracht geen arbeid. Als het lukt om de auto horizontaal te verplaatsen door ertegenaan te duwen, dan werken vier krachten op de auto: de duwkracht, de rolweerstandskracht, de zwaartekracht en de normaalkracht. De arbeid die een kracht verricht hangt af van de richting van de kracht ten opzichte van de richting van de verplaatsing. Er zijn drie speciale situaties:

- 1 De auto beweegt in de richting van de duwkracht. Een kracht met dezelfde richting als de verplaatsing verricht positieve arbeid. Dus de duwkracht verricht positieve arbeid.

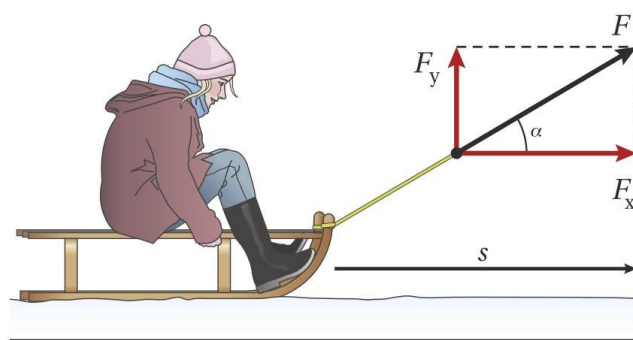
- 2 De richting van de rolweerstandskracht is tegengesteld aan die van de duwkracht en de verplaatsing. Een kracht met een richting tegengesteld aan de verplaatsing verricht negatieve arbeid. Dus de rolweerstandskracht verricht negatieve arbeid.
- 3 De zwaartekracht en de normaalkracht zijn niet van belang voor de verplaatsing van de auto. Een kracht loodrecht op de verplaatsing verricht geen arbeid. Dus de zwaartekracht en de normaalkracht verrichten geen arbeid.

In figuur 8.2 wordt een sleetje voortgetrokken door de trekkracht F . De werklijn van deze kracht valt niet samen met de werklijn van de verplaatsing s en staat er ook niet loodrecht op.

In figuur 8.3 is F ontbonden in een component in de richting van de verplaatsing en een component loodrecht daarop. De kracht die ervoor zorgt dat de slee naar rechts gaat, is de component van F in de richting van s , dus F_x .



Figuur 8.2



Figuur 8.3

Voor de component van de kracht in de richting van de verplaatsing geldt:

$$\cos(\alpha) = \frac{F_x}{F}$$

Hieruit volgt $F_x = F \cdot \cos(\alpha)$.

De component F_x heeft dezelfde richting als de verplaatsing en levert positieve arbeid. De component F_y in verticale richting verricht geen arbeid, want er is geen verplaatsing in die richting.

Voor de arbeid door trekkracht geldt $W = F_x \cdot s = F \cdot \cos(\alpha) \cdot s = F \cdot s \cdot \cos(\alpha)$.

Dus de **algemene formule voor de arbeid** verricht door een kracht F is:

$$W = F \cdot s \cdot \cos(\alpha)$$

- W is de arbeid in N m.
- F is de kracht in N.
- s is de verplaatsing in m.
- α is de hoek tussen de richting van de kracht en de richting van de verplaatsing, in graden.

De eenheid van arbeid volgt uit de eenheden van kracht (N) en verplaatsing (m).

De eenheid N m is volgens BINAS tabel 4 gelijk aan de eenheid joule, met symbool J.

In de drie speciale situaties gebruik je een vereenvoudigde formule voor de arbeid.

- 1 De kracht heeft dezelfde richting als de verplaatsing.
Dan geldt $\alpha = 0^\circ$ en dus $\cos(\alpha) = 1$.
De algemene formule wordt dan $W = F \cdot s$.
- 2 De richting van de kracht is tegengesteld aan de richting van de verplaatsing.
Dan geldt $\alpha = 180^\circ$ en dus $\cos(\alpha) = -1$.
De algemene formule wordt dan $W = -F \cdot s$.
- 3 De richting van de kracht staat loodrecht op de verplaatsing.
Dan geldt $\alpha = 90^\circ$ en dus $\cos(\alpha) = 0$.
De algemene formule wordt dan $W = 0$.

Voorbeeld 1 Berekenen van arbeid door een kracht

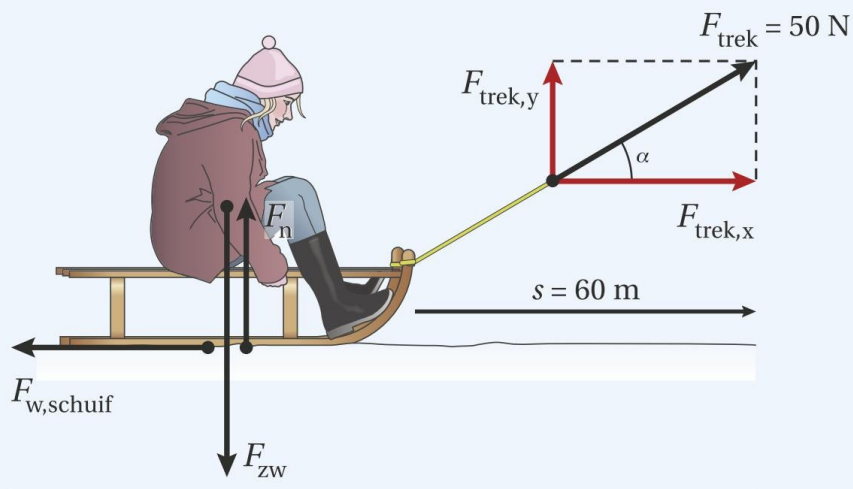
Marijn zit op een slee die door haar vader met een constante snelheid wordt voortgetrokken over een horizontale ijsvlakte. De massa van de slee en Marijn samen is 27 kg. Het touw maakt een hoek van $\alpha = 25^\circ$ met de horizontaal. Zie figuur 8.4.

De vader trekt over een afstand van 60 m met een kracht van 50 N aan het touw.

- a Bereken de arbeid die de trekkracht heeft verricht.

Op de slee werken nog drie krachten: de zwaartekracht, de normaalkracht en de schuifwrijvingskracht.

- b Toon aan dat de zwaartekracht en de normaalkracht geen arbeid verrichten.
c Toon aan dat de schuifwrijvingskracht gelijk is aan 45 N.
d Bereken de arbeid die de schuifwrijvingskracht heeft verricht.



Figuur 8.4

Uitwerking

a $W_{\text{trek}} = F_{\text{trek}} \cdot s \cdot \cos(\alpha)$

$$F_{\text{trek}} = 50 \text{ N}$$

$$s = 60 \text{ m}$$

$$\alpha = 25^\circ$$

Invullen levert: $W_{\text{trek}} = 50 \times 60 \times \cos(25^\circ) = 2,71 \cdot 10^3 \text{ J}$.

Afgerond: $W_{\text{trek}} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ J}$.

- b De richting van de zwaartekracht en de richting van de normaalkracht staan loodrecht op de richting van de verplaatsing, dus die krachten verrichten geen arbeid.
- c De snelheid is constant. De resulterende kracht op de slee is dus 0 N. Hieruit volgt dat de schuifwrijvingskracht gelijk is aan de horizontale component van de trekkracht.

$$\cos(\alpha) = \frac{F_{\text{trek},x}}{F_{\text{trek}}}$$

$$F_{\text{trek}} = 50 \text{ N}$$

$$\alpha = 25^\circ$$

$$\text{Invullen levert: } F_{\text{trek},x} = 45,3 \text{ N.}$$

$$F_{\text{w,schuif}} = F_{\text{trek},x} = 45,3 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } F_{\text{w,schuif}} = 45 \text{ N.}$$

- d De schuifwrijvingskracht en de verplaatsing hebben een tegengestelde richting. Het teken van de arbeid is dus negatief.

$$W_{\text{w,schuif}} = -F_{\text{w,schuif}} \cdot s$$

$$F_{\text{w,schuif}} = 45 \text{ N}$$

$$s = 60 \text{ m}$$

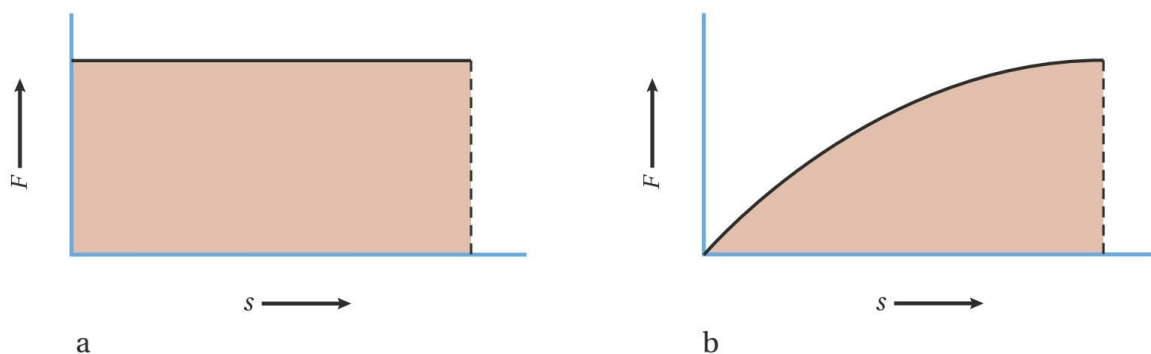
$$\text{Invullen levert: } W_{\text{w,schuif}} = -45 \times 60 = -2,70 \cdot 10^3 \text{ J.}$$

$$\text{Afgerond: } W_{\text{w,schuif}} = -2,7 \cdot 10^3 \text{ J.}$$

Arbeid bepalen aan de hand van een (F,s) -diagram

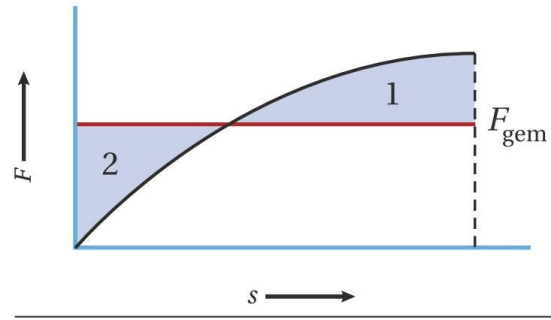
In de algemene formule vul je een vaste waarde voor de kracht in. Maar als je bijvoorbeeld verplaatst op een fiets, is de kracht meestal niet constant, omdat je soms harder en soms zachter trapt. Als je weet hoe de kracht verandert tijdens de verplaatsing, kun je een diagram maken van de kracht F tegen de verplaatsing s .

In figuur 8.5a staat zo'n (F,s) -diagram. De oppervlakte onder de grafiek is gelijk aan hoogte $\times$ breedte, dus aan $F \cdot s$. Omdat $W = F \cdot s$, volgt uit de oppervlakte onder een (F,s) -grafiek de arbeid die de kracht heeft verricht. Dit geldt ook als de kracht niet constant is, zoals in figuur 8.5b. Het gaat hierbij steeds om situaties waarbij de kracht en de verplaatsing dezelfde richting hebben.



Figuur 8.5

In figuur 8.5a kun je de arbeid meteen berekenen. In figuur 8.5b teken je eerst een horizontale lijn, waarbij je schat dat de oppervlakten 1 en 2 even groot zijn. Zie figuur 8.6. Voor de arbeid geldt dan:

$$W = F_{\text{gem}} \cdot s.$$


Figuur 8.6

Arbeid verricht door de zwaartekracht

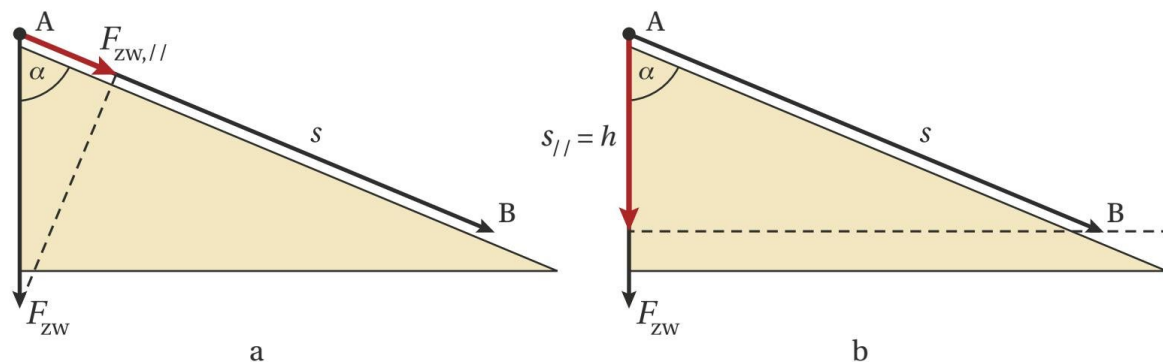
Een fietser gaat een helling af zonder te trappen. De zwaartekracht verricht dan arbeid. Je kunt de formule voor de arbeid van een kracht op twee manieren herschrijven:

$$1 \quad W = F \cdot s \cdot \cos(\alpha) = [F \cdot \cos(\alpha)] \cdot s$$

Je berekent dan de arbeid door gebruik te maken van de kracht in de richting van de verplaatsing: $F_{\text{zw},//} = F_{\text{zw}} \cdot \cos(\alpha)$. Zie figuur 8.7a.

$$2 \quad W = F \cdot s \cdot \cos(\alpha) = F \cdot [s \cdot \cos(\alpha)]$$

Hieruit blijkt dat je de arbeid ook kunt berekenen door de kracht te vermenigvuldigen met de verplaatsing in de richting van de kracht. De verplaatsing in de richting van de kracht is immers gelijk aan $s_{//} = s \cdot \cos(\alpha)$. Zie figuur 8.7b.



Figuur 8.7

Je ziet in figuur 8.7b dat $s_{//}$ gelijk is aan h .

Voor de arbeid door de zwaartekracht is alleen het verschil in hoogte tussen het beginpunt en eindpunt van belang. De arbeid is positief als het beginpunt hoger is dan het eindpunt en negatief als het beginpunt lager is dan het eindpunt.

Wrijvingsarbeid

Een kracht verricht geen arbeid als de richting van de verplaatsing loodrecht op de richting van de kracht staat. Soms verandert de richting van de verplaatsing tijdens een beweging. Dan draagt alleen de verplaatsing in de richting van de kracht bij aan de arbeid.

Voor de arbeid door de luchtweerstandskracht geldt $W_{w,lucht} = -F_{w,lucht} \cdot s$. De arbeid door de luchtweerstandskracht is altijd negatief, omdat de richting van de luchtweerstandskracht altijd tegengesteld is aan de bewegingsrichting. Dit geldt ook voor de rolweerstandskracht en de schuifweerstandskracht. De arbeid door deze drie krachten wordt meestal **wrijvingsarbeid** genoemd. Bij de wrijvingsarbeid is de waarde van s de afgelegde weg tijdens de beweging.

Voorbeeld 2 Arbeid langs een kromme baan

Je schiet een voetbal met een massa van 0,40 kg schuin omhoog vanaf het dak van een garage op 2,5 m hoogte. De voetbal komt tot een hoogte van 8,0 m en valt daarna op de grond. De bal doorloopt een baan zoals in figuur 8.8. De gemiddelde luchtweerstandskracht op de voetbal is gelijk aan $4,0 \cdot 10^{-1}$ N. De baan van de bal heeft een lengte van 17 m.

- Bereken de arbeid die de zwaartekracht heeft verricht.
- Bereken de arbeid die de luchtweerstandskracht heeft verricht.

Uitwerking

- $W_{zw} = F_{zw} \cdot s \cdot \cos(\alpha)$ met $F_{zw} = m \cdot g$
Hieruit volgt: $W_{zw} = m \cdot g \cdot s \cdot \cos(\alpha)$.

De zwaartekracht is steeds recht naar beneden gericht. De verplaatsing in de richting van de kracht is de verticale verplaatsing h .

Dit is het hoogteverschil tussen beginpunt A en eindpunt B.

Dus $s \cdot \cos(\alpha) = h = 2,5$ m.

Vergelijk je begin- en eindpunt, dan gaat de bal naar beneden.

De arbeid is dus positief.

Dus geldt $W_{zw} = m \cdot g \cdot h$.

$m = 0,40$ kg

$g = 9,81$ m s⁻²

$h = 2,5$ m

$W_{zw} = 0,40 \times 9,81 \times 2,5 = 9,81$ J

Afgerond: $W_{zw} = 9,8$ J.

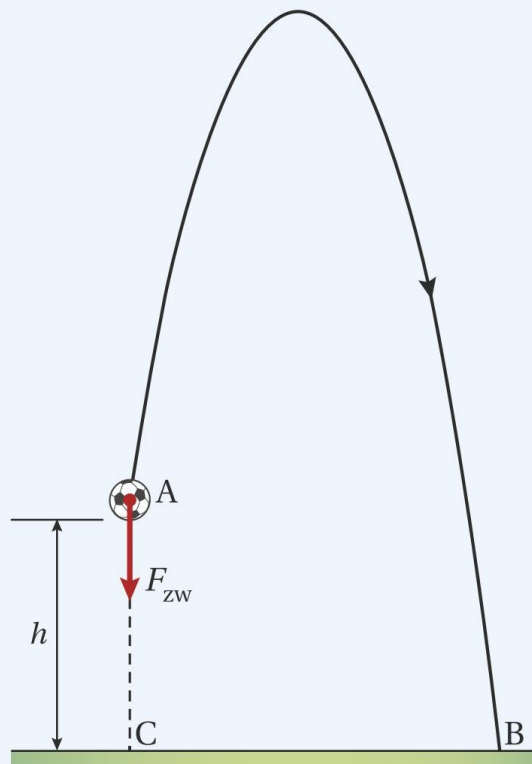
- De luchtweerstandskracht is steeds langs de baan gericht, en tegengesteld aan de richting waarin de bal beweegt.
De verplaatsing in de richting van de kracht is dan de lengte van de volledige baan van A naar B.

$W_{w,lucht} = -F_{w,lucht} \cdot s$

$F_{w,lucht} = 4,0 \cdot 10^{-1}$ N

$s = 17$ m

$W_{w,lucht} = -4,0 \cdot 10^{-1} \times 17 = -6,8$ J



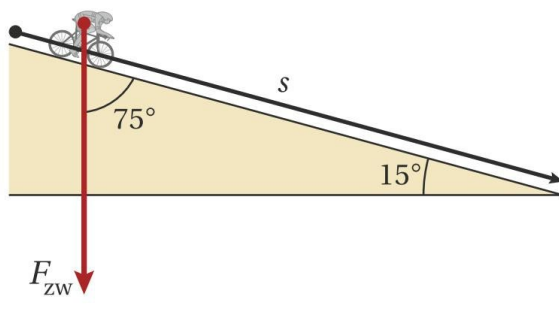
Figuur 8.8

Opgaven

- 1 Ga na of in de volgende gevallen door één of door meerdere krachten arbeid wordt verricht. Noem de kracht(en) die werkzaam is (zijn) en geef aan of de arbeid positief, negatief of nul is. Je mag geen formule gebruiken.
 - a Je tilt een tas met boodschappen op.
 - b Je tas met boodschappen staat op tafel.
 - c Een kastanje valt uit een boom.
 - d Je fietst met constante snelheid.
 - e Een auto versnelt van 70 naar 90 km h⁻¹.
 - f Je trapt een bal recht omhoog. Kijk alleen naar krachten tijdens de trap.

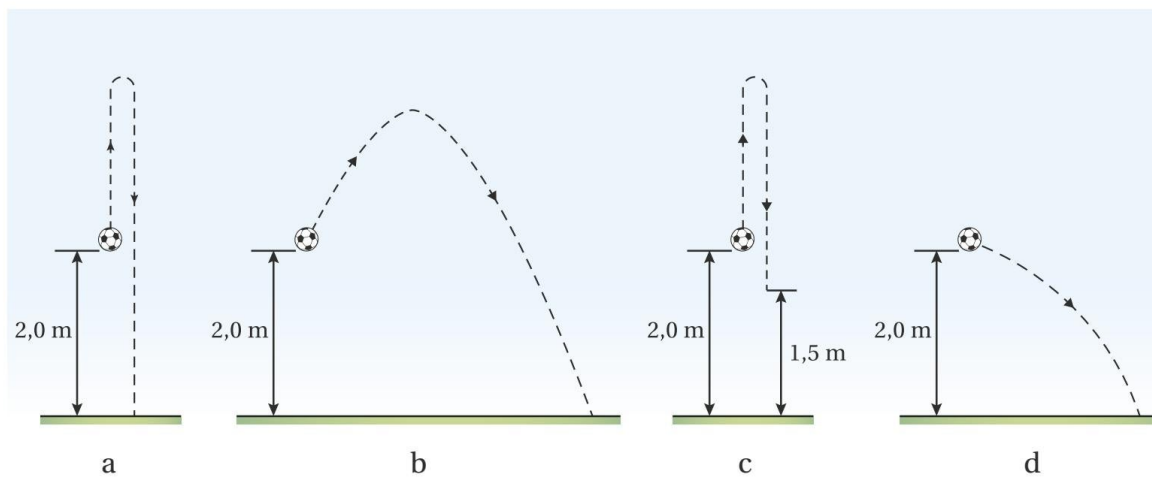
- 2 In een achtbaan wordt een kar met acht inzittenden in beweging gebracht met behulp van een elektromotor. De kar heeft een massa van 250 kg en de massa van een inzittende is gemiddeld 70 kg. De kar wordt over een afstand van 84 m met constante snelheid naar boven getrokken. De hoek met de horizontaal is 60°. De rolweerstandskracht is gelijk aan $0,40 \cdot 10^3$ N.
 - a Bereken de arbeid die de rolweerstandskracht op de kar heeft verricht.
 - b Bereken de arbeid die de zwaartekracht op de kar met inzittenden heeft verricht. De kracht die de kabel tijdens het omhoogtrekken uitoefent op de kar met inzittenden is gelijk aan $7,3 \cdot 10^3$ N.
 - c Toon dat aan.
 - d Bereken de arbeid die deze kracht heeft verricht.

- **tekenblad** 3 Een fietser rijdt een helling af zonder te trappen. De massa van fiets en fietser samen is 80 kg. De lengte van de helling is 60 m. Zie figuur 8.9.
 - a Toon aan dat de component van de zwaartekracht in de richting van de beweging gelijk is aan $F_{zw} \cdot \sin(\alpha)$. Ontbind hiertoe in figuur 8.9 de getekende kracht F_{zw} in een component in de bewegingsrichting ($F_{zw,x}$) en een component loodrecht op de bewegingsrichting ($F_{zw,y}$).
 - b Toon aan dat de arbeid die $F_{zw,x}$ heeft verricht gelijk is aan $1,2 \cdot 10^4$ J.
 - c Leg uit waarom de arbeid die $F_{zw,x}$ heeft verricht, gelijk is aan de arbeid die de zwaartekracht zelf heeft verricht.



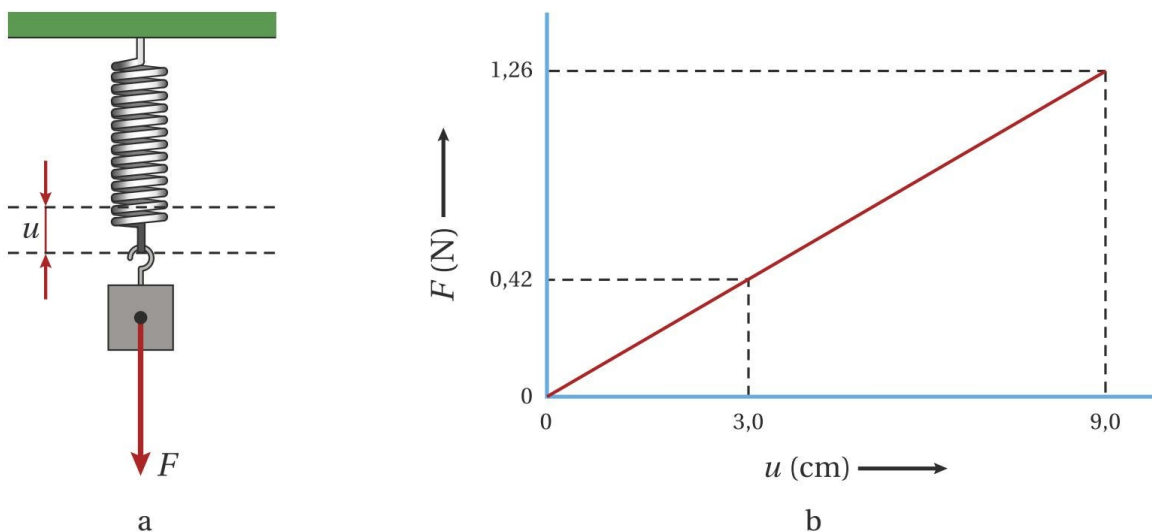
Figuur 8.9

- 4 Een bal wordt achtereenvolgens in vier verschillende richtingen weggegooid. De baan die de bal daarbij doorloopt, is weergegeven in figuur 8.10a t/m d. Neem aan dat de luchtweerstandskracht in elke situatie even groot is.
- Leg uit in welke situatie de zwaartekracht de minste arbeid heeft verricht.
 - Leg uit in welke situatie de luchtweerstandskracht de minste arbeid heeft verricht.



Figuur 8.10

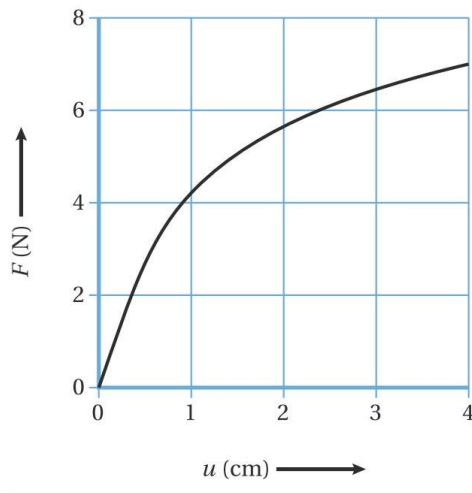
- 5 Een tegelzetter moet zes dozen met tegels naar de eerste verdieping brengen. Hij kan dit in twee of drie keer doen.
- Waarom moet de tegelzetter in beide gevallen evenveel arbeid verrichten, als je alleen let op de arbeid die nodig is om de tegels te verplaatsen?
 - Waarom verricht de tegelzetter toch meer arbeid als hij drie keer in plaats van twee keer naar de eerste verdieping moet?
- 6 Aan een veer hangt een gewicht van 0,42 N. Zie figuur 8.11a. Het (F, u) -diagram van de veer is gegeven in figuur 8.11b. Je trekt het gewicht 6,0 cm verder naar beneden.
- Bepaal de arbeid die je trekkracht heeft verricht voor die extra uitrekking.



Figuur 8.11

In figuur 8.12 is de trekkracht die een elastiek uitoefent weergegeven als functie van de uitrekking van het elastiek.

- b Bepaal de arbeid die de trekkracht verricht als het elastiek 4,0 cm wordt uitgerekt.

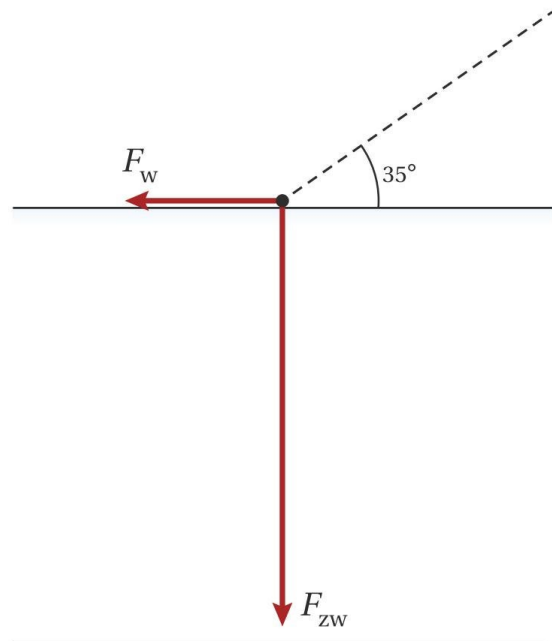


Figuur 8.12

- **hulpblad** 7 Jeroen zit op een slee die getrokken wordt door zijn vader Johan. De massa van Jeroen is 39 kg, de massa van de slee is 5,0 kg. Over een lengte van 5,0 m ligt zand op het ijs. Johan trekt de slee met constante snelheid over deze zandplek. Het touw maakt een hoek van 35° met de ijsvlakte. De schuifwrijvingskracht is 80 N.

In figuur 8.13 is de slee met Jeroen als een dikke stip getekend. De zwaartekracht en de wrijvingskracht zijn getekend. Op Jeroen en de slee samen werken ook nog de trekkracht van zijn vader en de normaalkracht. De richting van de trekkracht is langs de gestippelde lijn.

- Bereken de arbeid die de schuifwrijvingskracht heeft verricht op de slee.
- Toon aan dat de grootte van de trekkracht gelijk is aan 98 N.
- Bereken de arbeid die de trekkracht heeft verricht op de slee.
- Bepaal de arbeid die de zwaartekracht en de normaalkracht hebben verricht. Geef een toelichting op je antwoord.



Figuur 8.13

Een vliegtuig wordt vanaf het dek van een vliegdekschip gelanceerd met behulp van een katapult. De trekkracht van de katapult verricht arbeid en de kinetische energie van het vliegtuig neemt toe. Wat is het verband tussen arbeid en kinetische energie?



Figuur 8.14

8.2 Arbeid en kinetische energie

Arbeid en verandering van snelheid

Volgens de eerste wet van Newton is de snelheid van een voorwerp constant als de resulterende kracht op het voorwerp 0 N is. De arbeid door de resulterende kracht is dan 0 J. Staat een kracht loodrecht op de bewegingsrichting, dan verandert wel de richting van de snelheid, maar niet de grootte. Ook dan wordt er door de kracht geen arbeid verricht. Denk hierbij aan een eenparige cirkelbeweging.

Volgens de tweede wet van Newton verandert de snelheid van een voorwerp als er een resulterende kracht op werkt. Is de richting van de resulterende kracht gelijk aan de richting van de verplaatsing, dan versnelt het voorwerp. In dat geval verricht de resulterende kracht positieve arbeid. Dus bij positieve arbeid versnelt het voorwerp. Bij negatieve arbeid is de richting van de resulterende kracht tegengesteld aan de richting van de verplaatsing. In dat geval vertraagt het voorwerp dus.

Als er meerdere krachten op een voorwerp werken, bepaal je de resulterende kracht en vervolgens de component daarvan in de bewegingsrichting. Die component is gelijk aan de som van de componenten in de bewegingsrichting van de samenstellende krachten. Voor de totale arbeid geldt dan:

$$W_{\text{tot}} = F_{\text{res},x} \cdot s = (F_{1,x} + F_{2,x} + \dots) \cdot s = F_{1,x} \cdot s + F_{2,x} \cdot s + \dots = \sum W$$

De totale arbeid is dus gelijk aan de som van de arbeid verricht door de afzonderlijke krachten.

Voorbeeld 3 Berekenen van arbeid

Malik rijdt 15 km in een auto met een constante snelheid van 100 km h^{-1} .

De motor levert daarbij een kracht van 600 N.

a Bereken de arbeid die de motorkracht verricht.

Op de auto werken ook tegenwerkende krachten.

b Bereken de wrijvingsarbeid.

c Leg op twee manieren uit dat de totale arbeid 0 J is.

Malik versnelt eenparig tot 120 km h^{-1} in 10 s. De massa van de auto is 740 kg.

d Toon aan dat de resulterende kracht op de auto gelijk is aan $4,1 \cdot 10^2 \text{ N}$.

e Bereken de arbeid die de resulterende kracht in die 10 s heeft verricht.

Uitwerking

a De richting van de motorkracht is gelijk aan de bewegingsrichting.

$$W_{\text{motor}} = F_{\text{motor}} \cdot s$$

$$F_{\text{motor}} = 600 \text{ N}$$

$$s = 15 \text{ km} = 15 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } W_{\text{motor}} = 600 \times 15 \cdot 10^3 = 9,0 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

b De tegenwerkende krachten zijn samen gelijk aan 600 N, omdat de snelheid constant is. De richting is tegengesteld aan de bewegingsrichting.

$$W_{\text{w}} = -F_{\text{tegen}} \cdot s$$

$$F_{\text{tegen}} = 600 \text{ N}$$

$$s = 15 \text{ km} = 15 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } W_{\text{w}} = -600 \times 15 \cdot 10^3 = -9,0 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

c Voor de totale arbeid geldt $\Sigma W = W_{\text{motor}} + W_{\text{w}}$.

$$\Sigma W = 9,0 \cdot 10^6 + (-9,0 \cdot 10^6) = 0 \text{ J}$$

$$\text{Voor de totale arbeid geldt ook } \Sigma W = F_{\text{res}} \cdot s.$$

Bij constante snelheid is $F_{\text{res}} = 0 \text{ N}$, dus dan is ΣW gelijk aan 0 J.

d $F_{\text{res}} = m \cdot a$

$$m = 740 \text{ kg}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\Delta v = 120 - 100 = 20 \text{ km h}^{-1} = \frac{20}{3,6} = 5,55 \text{ m s}^{-1}$$

$$\Delta t = 10 \text{ s}$$

$$a = \frac{5,55}{10} = 0,555 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{Invullen levert: } F_{\text{res}} = 4,1 \cdot 10^2 \text{ N.}$$

e $\Sigma W = F_{\text{res}} \cdot s$

De arbeid is positief omdat de auto versnelt.

$$F_{\text{res}} = 4,1 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$s = v_{\text{gem}} \cdot t$$

$$v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}}}{2} = \frac{120 + 100}{2} = 110 \text{ km h}^{-1} = 30,55 \text{ m s}^{-1}$$

$$t = 10 \text{ s}$$

$$\text{Invullen levert: } s = 305,5 \text{ m.}$$

$$\text{Invullen in de formule voor arbeid levert: } \Sigma W = 1,25 \cdot 10^5 \text{ J.}$$

$$\text{Afgerond: } \Sigma W = 1,3 \cdot 10^5 \text{ J.}$$

Kinetische energie

Als de resulterende kracht arbeid verricht, is er een verplaatsing en volgens de tweede wet van Newton ook een versnelling. Er geldt:

$$W = F_{\text{res}} \cdot s = m \cdot a \cdot s$$

Als de versnelling in een tijdsinterval Δt constant is, dan geldt:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}}}{\Delta t}$$

In diezelfde tijd Δt geldt voor de verplaatsing:

$$s = v_{\text{gem}} \cdot \Delta t = \frac{v_{\text{eind}} + v_{\text{begin}}}{2} \cdot \Delta t$$

Combineer je deze drie formules, dan is het resultaat onafhankelijk van Δt :

$$W = m \cdot \frac{v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}}}{\Delta t} \cdot \frac{v_{\text{eind}} + v_{\text{begin}}}{2} \cdot \Delta t$$

$$W = \frac{1}{2} m \cdot (v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}}) \cdot (v_{\text{eind}} + v_{\text{begin}})$$

$$W = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{begin}}^2$$

Als de beginsnelheid van een bewegend voorwerp gelijk is aan 0 m s^{-1} , dan is op dat voorwerp een arbeid verricht van $\frac{1}{2} m \cdot v^2$. Door die arbeid heeft het voorwerp een hoeveelheid energie gekregen. Die energie van $\frac{1}{2} m \cdot v^2$ noem je de **bewegingsenergie** of de **kinetische energie** van het voorwerp. Het symbool van kinetische energie is E_k . Omdat de eenheid van arbeid J is, is de eenheid van kinetische energie ook J. Voor de kinetische energie van een voorwerp geldt dus:

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

- E_k is de kinetische energie in J.
- m is de massa in kg.
- v is de snelheid in m s^{-1} .

De kinetische energie geeft aan hoeveel energie een bewegend voorwerp heeft. Die hoeveelheid hangt af van de massa en de snelheid. Als een auto met een snelheid van 100 km h^{-1} ergens tegenaan botst, veroorzaakt hij meer schade dan met een snelheid van 50 km h^{-1} . Er is ook meer schade als je de auto vervangt door een zware vrachtauto.

Wet van arbeid en kinetische energie

Uit het voorafgaande volgt: als de snelheid van een voorwerp niet verandert, verricht de resulterende kracht op dat voorwerp geen arbeid. Verandert de grootte van de snelheid wel, dan verricht de resulterende kracht arbeid. De arbeid verricht door de resulterende kracht is de **som van de arbeid van alle krachten**. Als de snelheid van een voorwerp verandert, verandert de kinetische energie van dat voorwerp.

De som van de arbeid van alle krachten is gelijk aan de verandering in kinetische energie. Dit wordt de **wet van arbeid en kinetische energie** genoemd.

In formulevorm:

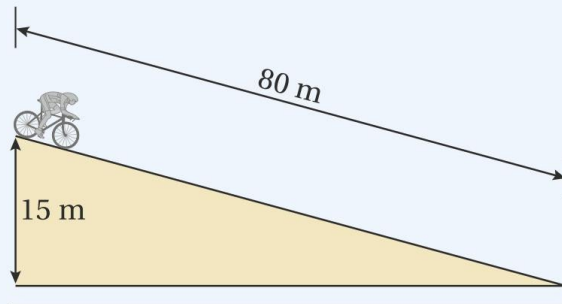
$$\Sigma W = \Delta E_k$$

- ΣW is de som van de arbeid van alle krachten in J.
- ΔE_k is de verandering in kinetische energie in J.

$$\Delta E_k = E_{k,\text{eind}} - E_{k,\text{begin}}$$

Voorbeeld 4 Berekenen van de totale arbeid met de wet van arbeid en kinetische energie

Jilly staat met haar fiets op een 15 m hoge brug. Zie figuur 8.15. De helling van de brug is 80 m lang. De massa van Jilly en haar fiets samen is 75 kg. Bij het naar beneden rijden is de gemiddelde wrijvingskracht 25 N. Jilly trapt dan niet. Haar spierkracht speelt dus geen rol.



Figuur 8.15

Bereken de kinetische energie van Jilly en haar fiets aan het einde van de helling uitgedrukt in kJ. Geef je antwoord in twee significante cijfers.

Uitwerking

$$\Sigma W = \Delta E_k$$

$$W_{zw} + W_w = E_{k,\text{eind}} - E_{k,\text{begin}}$$

Het eindpunt ligt lager dan het beginpunt. Dus is de arbeid door de zwaartekracht positief.

$$W_{zw} = F_{zw} \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

$$m = 75 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

$$h = 15 \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } W_{zw} = 75 \times 9,81 \times 15 = 1,10 \cdot 10^4 \text{ J.}$$

$$W_w = -F_w \cdot s$$

$$F_w = 25 \text{ N}$$

$$s = 80 \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } W_w = -25 \times 80 = -2,00 \cdot 10^3 \text{ J.}$$

Omdat Jilly stilstaat boven op de brug is $v_{\text{begin}} = 0 \text{ m s}^{-1}$ en dus $E_{k,\text{begin}} = 0 \text{ J}$.

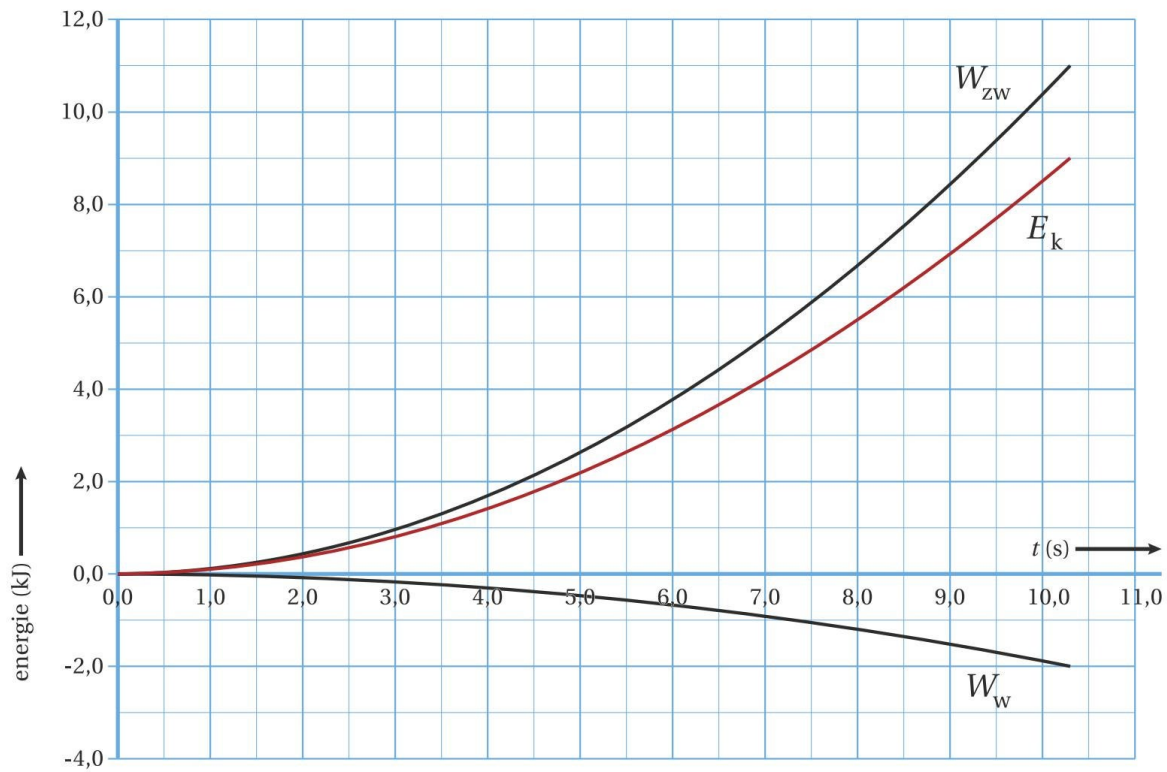
$$\text{Invullen levert: } 1,10 \cdot 10^4 - 2,00 \cdot 10^3 = E_{k,\text{eind}}$$

$$E_{k,\text{eind}} = 9,0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } E_{k,\text{eind}} = 9,0 \text{ kJ.}$$

In figuur 8.16 is de arbeid die de zwaartekracht en de wrijvingskracht hebben verricht weergegeven als functie van de tijd. Ook de kinetische energie van Jilly samen met haar fiets staat in dit diagram.

In figuur 8.16 zie je dat de arbeid die door de zwaartekracht en de wrijvingskracht samen is verricht, steeds gelijk is aan de verandering van de kinetische energie.



Figuur 8.16

Voorbeeld 5 Berekenen van de verplaatsing met de wet van arbeid en kinetische energie

Malik rijdt met een snelheid van 80 km h^{-1} de invoegstrook van een snelweg op.

De massa van de auto is 835 kg . Hij versnelt tot 100 km h^{-1} .

De motor levert hiervoor een extra kracht van $2,0 \text{ kN}$.

Bereken met de wet van arbeid en kinetische energie de afstand die Malik aflegt tijdens het versnellen.

Uitwerking

De afstand die Malik aflegt, bereken je uit de extra arbeid die de motorkracht heeft verricht. Die extra arbeid bereken je uit de toename van de kinetische energie.

De kinetische energie bereken je met de formule voor de kinetische energie met de snelheid in m s^{-1} .

$$v_{\text{begin}} = \frac{80}{3,6} = 22,2 \text{ m s}^{-1} \quad \text{en} \quad v_{\text{eind}} = \frac{100}{3,6} = 27,8 \text{ m s}^{-1}$$

$$\Sigma W_{\text{extra}} = \Delta E_k$$

$$F_{\text{extra}} \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{begin}}^2$$

$$F_{\text{extra}} = 2,0 \text{ kN} = 2,0 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$\text{Invullen levert: } 2,0 \cdot 10^3 \times s = \frac{1}{2} \times 835 \times (27,8)^2 - \frac{1}{2} \times 835 \times 22,2^2$$

$$s = 58,45 \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } s = 58 \text{ m.}$$

Vermogen

Het **vermogen** van een apparaat is de hoeveelheid energie die een apparaat per tijdseenheid omzet als je het apparaat gebruikt (zie hoofdstuk 5 Elektrische systemen):

$$P = \frac{E}{t}$$

Bij motoren en spieren is de hoeveelheid energie gelijk aan de arbeid die een kracht heeft verricht. De formule voor vermogen wordt dan:

$$P = \frac{W}{t}$$

- P is het vermogen in W.
- W is de arbeid in J.
- t is de tijd in s.

Bij een auto geldt: hoe groter het vermogen, des te groter is de arbeid die de motorkracht kan verrichten in een bepaalde tijd. Het vermogen dat een auto moet leveren hangt alleen af van de motorkracht en de snelheid. Dit leid je als volgt af:

$$P = \frac{W}{t} \quad \text{met } W = F \cdot s$$

$$P = \frac{F \cdot s}{t}$$

$$P = F \cdot \frac{s}{t} \quad \text{met } \frac{s}{t} = v$$

$$P = F \cdot v$$

Voor het vermogen geldt dus ook:

$$P = F \cdot v$$

- P is het vermogen in W.
- F is de kracht in N.
- v is de snelheid in m s^{-1} .

Voorbeeld 6 Rekenen met vermogen

De auto in figuur 8.17 is de Tesla model S, een elektrische auto met een maximaal vermogen van 270 kW en een topsnelheid van 250 km h⁻¹.

Bereken de som van de wrijvingskrachten op de auto wanneer deze op topsnelheid rijdt.



Figuur 8.17

Uitwerking

Bij een constante topsnelheid is er geen resulterende kracht, want de versnelling is 0 m s⁻². Dus zijn de motorkracht en de wrijvingskrachten op de auto even groot.

$$P_{\text{motor}} = F_{\text{motor}} \cdot v$$

$$P_{\text{motor}} = 270 \text{ kW} = 270 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$v = 250 \text{ km h}^{-1} = \frac{250}{3,6} = 69,4 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } 270 \cdot 10^3 = F_{\text{motor}} \cdot 69,4.$$

$$F_{\text{motor}} = 3,888 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$F_w = F_{\text{motor}} = 3,888 \cdot 10^3 \text{ N}$$

De som van de wrijvingskrachten is dus afgerond 3,89 · 10³ N.

Opgaven

- 8 Je trekt een zware kist met constante snelheid voort over een vloer. Jouw spierkracht verricht dan positieve arbeid op de kist. Toch verandert de kinetische energie van de kist niet, want de snelheid is constant.
Leg uit hoe dat kan.
- 9 Een gemaal bevat pompen die water uit een polder of een meer kunnen verplaatsen om het waterniveau op peil te houden. Het gemaal pompt per minuut 130 m³ water 6,0 m omhoog.
 - a Toon aan dat de kracht die de pompen moeten leveren gelijk is aan 1,27 · 10⁶ N.
 - b Bereken het nuttige vermogen dat de pompen van het gemaal dan leveren.

- 10 Een Ferrari 612 Scaglietti levert een vermogen van 397 kW bij een topsnelheid van 315 km h^{-1} . De totale weerstand op de auto wordt gegeven door:

$$F_{w,\text{totaal}} = F_{w,\text{rol}} + F_{w,\text{lucht}} \quad \text{met } F_{w,\text{rol}} = 0,80 \text{ kN}$$

De c_w -waarde voor de Ferrari is 0,33.

Bereken de frontale oppervlakte van de Ferrari.

- 11 In Shanghai verbindt een magneet zweeftrein het vliegveld met de stad. Zie figuur 8.18. De massa van de trein met passagiers is $3,69 \cdot 10^5 \text{ kg}$. Op $t = 0 \text{ s}$ vertrekt de trein op een horizontaal traject. De zweeftrein heeft een constante versnelling van $0,89 \text{ m s}^{-2}$ gedurende de eerste 60 s.

a Bereken de arbeid die de resulterende kracht verricht gedurende de eerste 60 s.

Bereken hiertoe eerst de snelheid van de trein na 60 s.

Bij deze eenparig versnelde beweging is de motorkracht gedurende de zestigste seconde groter dan gedurende de eerste seconde.

b Leg dat uit.



Figuur 8.18

- **hulpblad** 12 Frits rijdt in een auto met 120 km h^{-1} een helling af. De hellingshoek bedraagt 10° . De massa van de auto en Frits samen is 980 kg. Op een afstand van 100 m ziet hij een bord met maximumsnelheid '80'. Hij remt af zodat zijn snelheid 80 km h^{-1} is op het moment dat hij het bord '80' passeert. Bereken de gemiddelde wrijvingskracht die daarvoor op de auto is uitgeoefend.

- 13 Mark rijdt in een auto 80 km h^{-1} . Bij een bocht in de weg verliest hij de macht over het stuur. De auto rijdt door en komt tegen een boom tot stilstand. Voor voorwerpen die afremmen tot stilstand geldt:

$$F_{\text{rem}} = \frac{E_{\text{k,begin}}}{s_{\text{rem}}}$$

- F_{rem} is de remkracht in N.
- $E_{\text{k,begin}}$ is de kinetische energie in J.
- s_{rem} is de remafstand in m.

a Leid deze formule af.

Als Mark geen veiligheidsgordel draagt, komt hij tegen de voorruit tot stilstand. Mark heeft een massa van 70 kg. De voorruit geeft 4,0 cm mee als hij ertegenaan komt.

b Bereken de kracht die onder deze omstandigheden op hem werkt.

Met een veiligheidsgordel is de remafstand voor Mark tien keer zo groot.

c Leg uit wat er dan met de kracht op hem gebeurt.

Een autogordel mag niet te los, maar ook niet te strak zijn afgesteld.

d Leg dat uit.

- 14 De jan-van-gent is de grootste zeevogel van het Noordzeegebied. Zie figuur 8.19.

De vogel leeft van vis die hij door middel van een snelle duik uit het water haalt.

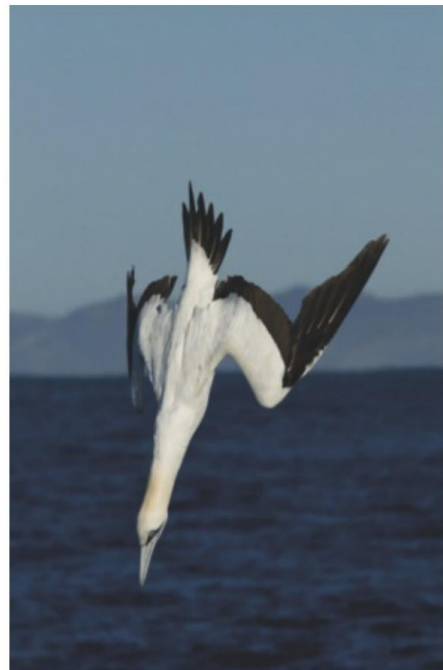
De massa van een jan-van-gent is 2,8 kg.

Op het tijdstip $t = 0 \text{ s}$ versnelt hij zonder verticale beginsnelheid door middel van een krachtige vleugelslag loodrecht naar beneden. Behalve de zwaartekracht levert de jan-van-gent zelf een spierkracht. Op $t = 0,82 \text{ s}$ is zijn snelheid $97,2 \text{ km h}^{-1}$.

- a Bereken met behulp van de tweede wet van Newton de gemiddelde kracht die de jan-van-gent tijdens dit gedeelte van de duik levert.

Vanaf $t = 0,82 \text{ s}$ werkt alleen nog de zwaartekracht op de jan-van-gent. Deze bevindt zich 28 m boven het wateroppervlak.

- b Bereken met behulp van de wet van arbeid en kinetische energie met welke snelheid de jan-van-gent in het water terechtkomt. Verwaarloos daarbij de luchtweerstand.



Figuur 8.19

Als je een heuvel opfietst, verricht jouw spierkracht arbeid. Daarbij verbrandt je lichaam koolhydraten en vetten. De energie die hierbij vrijkomt, wordt omgezet in andere vormen van energie. Welke?



Figuur 8.20

8.3 Energievormen

Potentiële energie en kinetische energie

Als je op een fiets stapt en begint te trappen, verricht je spierkracht arbeid. De kinetische energie van de fiets neemt dan toe. Fiets je met dezelfde snelheid tegen een helling op, dan moet je meer kracht uitoefenen en wordt er meer arbeid verricht. Deze extra arbeid resulteert niet in extra kinetische energie, want de snelheid en de massa veranderen niet.

Als er wel arbeid wordt verricht, maar niet alle arbeid wordt omgezet in kinetische energie, dan gaat de extra arbeid naar **potentiële energie**. Er zijn verschillende vormen van potentiële energie waaronder zwaarte-energie, veerenergie, warmte en chemische energie.

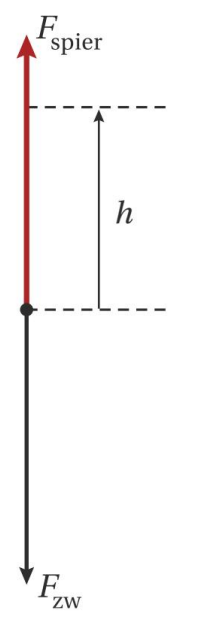
Zwaarte-energie

Je tilt een voorwerp met constante snelheid op en verplaatst het over een hoogte van h m. In figuur 8.21 zijn de krachten op het voorwerp en het hoogteverschil h aangegeven.

Als het voorwerp met constante snelheid beweegt, geldt $F_{\text{res}} = 0$ N. Je spierkracht verricht daarbij positieve arbeid. De verplaatsing is gelijk aan het hoogteverschil h .

$$W_{\text{spier}} = F_{\text{spier}} \cdot s = F_{\text{zw}} \cdot h \quad \text{met } F_{\text{zw}} = m \cdot g$$

De spierkracht verricht dus een arbeid van $W_{\text{spier}} = m \cdot g \cdot h$.



Figuur 8.21

Hoewel er arbeid is verricht, is de kinetische energie niet toegenomen. De snelheid is immers constant. De arbeid van de spierkracht geeft een toename van een vorm van potentiële energie. Omdat de zwaartekracht daarbij een rol speelt, heet deze vorm **zwaarte-energie**.

Je berekent de zwaarte-energie van een voorwerp met:

$$E_{zw} = m \cdot g \cdot h$$

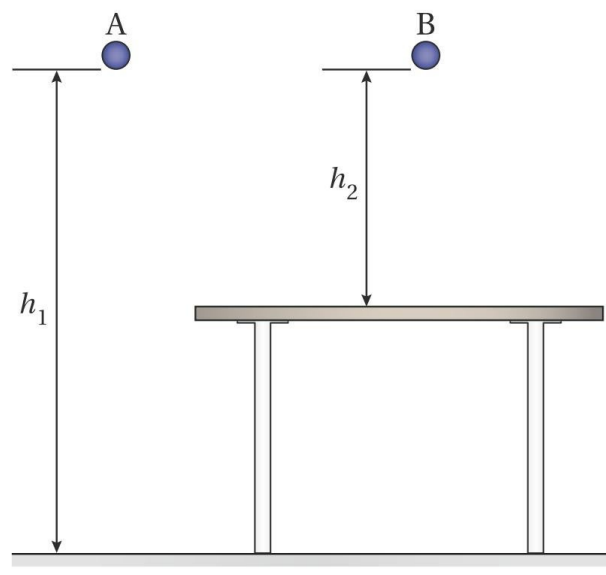
- E_{zw} is de zwaarte-energie in J.
- m is de massa in kg.
- g is de valversnelling in m s^{-2} .
- h is de hoogte in m.

Ook de zwaartekracht heeft arbeid verricht. Deze is negatief, omdat de richting van de zwaartekracht tegengesteld is aan de richting van de verplaatsing. Als de zwaartekracht negatieve arbeid verricht, neemt de zwaarte-energie dus toe. Bij positieve arbeid van de zwaartekracht is de richting van de verplaatsing omlaag. De zwaarte-energie neemt dan af.

Bij het berekenen van de arbeid door de zwaartekracht kijk je alleen naar het hoogteverschil tussen het begin en het einde van de beweging. De vorm van de baan is niet van belang. Ook de verandering in zwaarte-energie hangt alleen af van het hoogteverschil. Bij gebruik van de formule $E_{zw} = m \cdot g \cdot h$ stel je voor het gemak de zwaarte-energie in het laagste punt van de beweging gelijk aan 0 J.

In figuur 8.22 stel je voor kogel A de zwaarte-energie op de grond gelijk aan 0 J. De zwaarte-energie van kogel A wordt dan $E_{zw} = m \cdot g \cdot h_1$.

Bij kogel B is het gemakkelijker om de zwaarte-energie op het tafelblad gelijk te stellen aan 0 J. De zwaarte-energie van kogel B wordt dan $E_{zw} = m \cdot g \cdot h_2$.

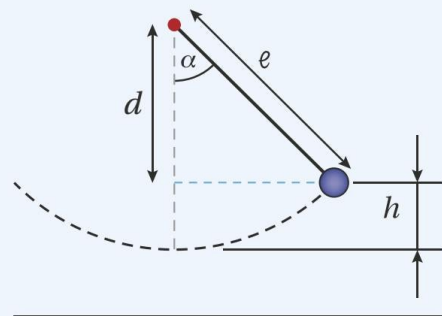


Figuur 8.22

Voorbeeld 7 Rekenen met zwaarte-energie

In figuur 8.23 zie je een slinger met lengte $\ell = 1,0$ m, met daaraan een kogel van 50 g. De slinger is over een hoek $\alpha = 50^\circ$ opzij getrokken. Laat je de slinger los, dan gaat hij heen en weer zwaaien.

- Leid af dat $h = \ell \cdot (1 - \cos(\alpha))$.
- Bereken de zwaarte-energie van de kogel in het hoogste punt van de baan ten opzichte van het laagste punt.



Figuur 8.23

Uitwerking

- Uit figuur 8.23 volgt $d = \ell \cdot \cos(\alpha)$. Op het laagste punt hangt de kogel ℓ m onder het ophangpunt. Dus $h = \ell - d = \ell - \ell \cdot \cos(\alpha) = \ell \cdot (1 - \cos(\alpha))$.
- Stel de zwaarte-energie op 0 J in het laagste punt van de baan. Aan het begin van een beweging hangt de kogel dan op een hoogte h boven het laagste punt. Zie figuur 8.23.

Voor de zwaarte-energie in het hoogste punt geldt dan:

$$E_{zw} = m \cdot g \cdot h \text{ met } h = \ell \cdot (1 - \cos(\alpha))$$

$$m = 50 \text{ g} = 0,050 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

$$\ell = 1,0 \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } E_{zw} = 0,050 \times 9,81 \times (1,0 \cdot (1 - \cos(50^\circ))) = 0,175 \text{ J.}$$

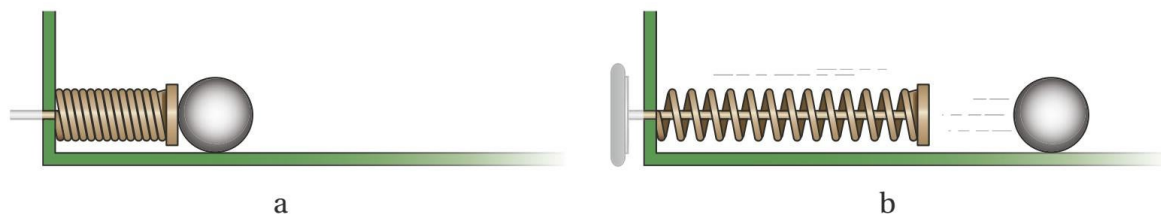
$$\text{Afgerond: } E_{zw} = 0,18 \text{ J.}$$

Veerenergie**► practicum**

Muizen-
valwagen

Tegen een ingedrukte spiraalveer is een kogel gelegd. Zie figuur 8.24a. Zodra de veer zich kan ontspannen, werkt op de kogel een horizontale (veer)kracht waardoor de kogel gaat bewegen. Zie figuur 8.24b. De richting van de veerkracht is gelijk aan de richting van de verplaatsing. Dus de veerkracht verricht positieve arbeid waardoor de potentiële energie van de veer afneemt.

De potentiële energie van een ingedrukte veer noem je **veerenergie**.



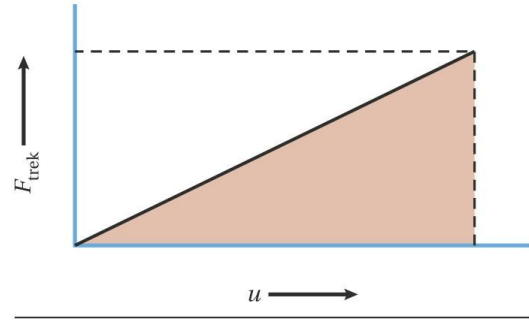
Figuur 8.24

Ook een uitgerekte veer bezit veerenergie. Rek je een veer uit, dan verricht jouw spierkracht positieve arbeid. De toename van de veerenergie is dan gelijk aan de arbeid die de spierkracht heeft verricht.

De formule voor de veerenergie leid je als volgt af.

In figuur 8.25 staat een (F_{trek}, u) -diagram.

De grootte van de trekkracht is bij een veer recht evenredig met de uitrekking van de veer: $F_{\text{trek}} = C \cdot u$.



Figuur 8.25

De grootte van de arbeid volgt uit de oppervlakte onder de grafiek:

$$W_{\text{trek}} = \frac{1}{2} u \cdot F_{\text{trek}} \text{ met } F_{\text{trek}} = C \cdot u$$

$$W_{\text{trek}} = \frac{1}{2} u \cdot C \cdot u$$

$$W_{\text{trek}} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$$

Omdat W_{trek} gelijk is aan de toename van de veerenergie, geldt:

$$E_{\text{veer}} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$$

- E_{veer} is de veerenergie in J.
- C is de veerconstante in N m^{-1} .
- u is de uitrekking van de veer in m.

Warmte

Als je op een vlakke weg fietst en stopt met trappen, neemt je snelheid af. Dit komt doordat er krachten zijn die tegen de bewegingsrichting in werken. Deze wrijvingskrachten verrichten negatieve arbeid, waardoor de kinetische energie afneemt.

Wil je een constante snelheid behouden, dan moet je trapkracht positieve arbeid verrichten. Deze positieve arbeid moet dan even groot zijn als de negatieve wrijvingsarbeid. De positieve arbeid gaat dus niet naar een toename van de kinetische energie. Er ontstaat een vorm van potentiële energie: **warmte**.

Het ontstaan van warmte merk je bijvoorbeeld als je je handen tegen elkaar wrijft.

Je spierkracht verricht positieve arbeid, de wrijvingskracht verricht negatieve arbeid en daardoor ontstaat er warmte.

De wrijvingsarbeid is negatief en de warmte die erdoor ontstaat is positief. Bij een constante wrijvingskracht volgt de warmte uit de arbeid van de wrijvingskracht.

De formule is dus:

$$Q = F_w \cdot s$$

- Q is de warmte in J.
- F_w is de wrijvingskracht in N.
- s is de afstand waarover de kracht werkt in m.

Elektrische energie

Wanneer je een boormachine gebruikt, wordt elektrische energie omgezet in kinetische energie van de boor en in warmte. In de specificaties van een boormachine kun je het vermogen van de boormachine opzoeken. Dit is de hoeveelheid elektrische energie die de machine per seconde verbruikt. De elektrische energie bereken je dus met:

$$E = P \cdot t$$

- E is de elektrische energie in J (of kWh).
- P is het elektrisch vermogen in W (of kW).
- t is de tijd in s (of h).

Je gebruikt of de eenheden zonder haakjes (J, W, s) of de eenheden tussen haakjes (kWh, kW, h). De omrekeningsfactor van kWh naar J staat in BINAS tabel 5:

$$1,0 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

Weet je het elektrisch vermogen van een apparaat niet, maar wel de spanning en de stroomsterkte tijdens het gebruik, dan kun je het elektrisch vermogen berekenen met:

$$P = U \cdot I$$

- P is het elektrisch vermogen in W.
- U is de spanning in V.
- I is de stroomsterkte in A.

Stralingsenergie

In een zonnecel wordt stralingsenergie van de zon omgezet in elektrische energie. De hoeveelheid stralingsenergie die per seconde op een oppervlakte van één vierkante meter valt, noem je de **intensiteit** van de straling. De eenheid is W m^{-2} . Als het onbewolkt is, is de intensiteit veel groter dan als het bewolkt is.

Voorbeeld 8 Zonnepaneel

Boanita en Daan wonen in een tussenwoning. Zij gebruiken gemiddeld $3,5 \cdot 10^3$ kWh aan elektrische energie per jaar. Zij overwegen om zonnepanelen aan te schaffen. Die zonnepanelen hebben een piekvermogen van 380 Wp. Het rendement van de zonnecellen is 21%. Het piekvermogen is het maximale vermogen dat een zonnepaneel levert bij 'volle zon' en loodrechte inval. In Nederland komt volle zon overeen met een intensiteit van $1,0 \text{ kW m}^{-2}$.

a Bereken de oppervlakte van één zonnepaneel.

De Consumentenbond geeft aan dat je de energieopbrengst van een zonnepaneel in kWh per jaar berekent door het piekvermogen te vermenigvuldigen met 0,90.

b Toon aan dat de energieopbrengst van één zonnepaneel per jaar $1,2 \cdot 10^9$ J is.

Op een zonnige dag meet Daan bij een zonnepaneel een afgegeven vermogen van 250 W bij een spanning van 39 V.

c Bereken de stroomsterkte die dit zonnepaneel levert.

Uitwerking

a Bij volle zon valt 1000 W aan zonnestraling op 1,0 m² zonnecellen. Het rendement is 21%. Dus het piekvermogen van 1,0 m² zonnecellen is 210 W.

Een zonnepaneel heeft een piekvermogen van 380 Wp.

Dus de oppervlakte van een zonnepaneel is $\frac{380}{210} = 1,809 \text{ m}^2$.

Afgerond: oppervlakte van een zonnepaneel is 1,8 m².

b Een zonnepaneel met een piekvermogen van 380 Wp levert per jaar $0,90 \times 380 = 342 \text{ kWh}$.

1 kWh = $3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$ (zie BINAS tabel 5)

$342 \text{ kWh} = 342 \times 3,6 \cdot 10^6 = 1,23 \cdot 10^9 \text{ J}$

Afgerond: energieopbrengst per jaar is $1,2 \cdot 10^9 \text{ J}$.

c Voor het vermogen geldt:

$$P = U \cdot I$$

$$P = 250 \text{ W}$$

$$U = 39 \text{ V}$$

$$\text{Invullen levert: } 250 = 39 \cdot I$$

$$I = 6,41 \text{ A}$$

Afgerond: $I = 6,4 \text{ A}$.

Chemische energie

Spieren en motoren gebruiken energie uit brandstof om arbeid te verrichten. Deze energie noem je **chemische energie** E_{ch} . De totale energie in brandstoffen bereken je met behulp van **stookwaarden**. Het symbool voor stookwaarde is r , met index m voor vaste stoffen en index V voor vloeistoffen of gassen. Stookwaarden staan vermeld in BINAS tabel 28B. De chemische energie bereken je met:

$$E_{\text{ch}} = r_m \cdot m \quad \text{of} \quad E_{\text{ch}} = r_V \cdot V$$

- E_{ch} is de chemische energie in J.
- r_m is de stookwaarde in J kg^{-1} .
- m is de massa in kg.
- r_V is de stookwaarde in J m^{-3} .
- V is het volume in m³.

Bij de verbranding van voedingsstoffen ontstaat chemische energie. Een deel van deze energie gebruikt je spierkracht om arbeid te verrichten. Dit deel noem je de **nuttige energie**. Is de spierkracht constant, dan geldt:

$$E_{\text{ch,nuttig}} = W = F_{\text{spier}} \cdot s$$

In de motor van een auto komt chemische energie vrij bij het verbranden van bijvoorbeeld benzine. Daardoor kan de motor een kracht uitoefenen die arbeid verricht. Ook voor de motor geldt dat slechts een deel van de energie nuttig wordt gebruikt. Is de motorkracht constant, dan geldt $E_{\text{ch,nuttig}} = F_{\text{motor}} \cdot s$.

Voor elk apparaat waarin energie wordt gebruikt om arbeid te verrichten, geldt:

$$E_{\text{nuttig}} = W = F \cdot s$$

- E_{nuttig} is de nuttige energie in J.
- W is de verrichte arbeid in J.
- F is de kracht die arbeid verricht in N.
- s is de verplaatsing in de richting van de kracht in m.

De verhouding tussen de nuttige energie en de energie die door het apparaat is opgenomen is het **rendement** van een apparaat. Het rendement is ook gelijk aan de verhouding tussen het nuttige vermogen en het vermogen van het apparaat.

$$\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} = \frac{P_{\text{nuttig}}}{P_{\text{in}}}$$

- η is het rendement.
- E_{nuttig} is de nuttige energie in J.
- E_{in} is de energie die door het apparaat is opgenomen in J.
- P_{nuttig} is het nuttige vermogen in W.
- P_{in} is het opgenomen vermogen door het apparaat in W.

Het rendement heeft geen eenheid. Vaak druk je rendement uit in %. Dan moet je de verhouding vermenigvuldigen met 100%.

Voorbeeld 9 Rekenen met rendement

Een auto rijdt met een constante snelheid van 80 km h^{-1} . De auto ondervindt een weerstandskracht van 380 N. De auto verbruikt dan 1,0 L benzine op 20 km. Bereken het rendement van de automotor.

Uitwerking

$$\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} \text{ met } E_{\text{nuttig}} = W_{\text{motor}}$$

$$W_{\text{motor}} = F_{\text{motor}} \cdot s$$

$$F_{\text{motor}} = F_{\text{wrijving}} \text{ (want de snelheid is constant)}$$

In 1 uur legt de auto $80 \text{ km} = 80 \cdot 10^3 \text{ m}$ af.

Invullen levert: $W_{\text{motor}} = 380 \times 80 \cdot 10^3 = 3,04 \cdot 10^7 \text{ J}$.

$$E_{\text{in}} = r_v \cdot V$$

Volgens BINAS tabel 28B is de stookwaarde van benzine $33 \cdot 10^9 \text{ J m}^{-3}$.

Op 1 L benzine rijdt de auto 20 km.

Om 80 km te rijden is dus $4,0 \text{ L} = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ benzine nodig.

$$E_{\text{in}} = 33 \cdot 10^9 \times 4,0 \cdot 10^{-3} = 1,32 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$\text{Invullen in de formule voor rendement levert } \eta = \frac{3,04 \cdot 10^7}{1,32 \cdot 10^8} = 0,2303.$$

Het rendement is dus afgerond 0,23 oftewel 23%.

Opgaven

15 De eenheid van energie is joule (J). In plaats van joule mag je ook newtonmeter (Nm) gebruiken. Laat zien dat de eenheid van het rechter deel van de volgende formules newtonmeter is.

a $E_{\text{zw}} = m \cdot g \cdot h$

b $E_{\text{k}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

c $E_{\text{veer}} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$

16 Geef aan of in de volgende situaties sprake is van een verandering van kinetische energie, van potentiële energie of van beide.

- a Je plaatst een verhuisdoos vanaf de grond boven op een stapel andere verhuisdozen.
- b Je trapt een bal vanuit stilstand weg.
- c Je verwarmt een hoeveelheid water om thee te maken.

► **tekenblad** 17 Jilly rijdt zonder te trappen een helling af. Daarbij ondervindt ze een weerstandskracht. De energieveranderingen en de verrichte arbeid die betrekking hebben op Jilly en haar fiets kun je schematisch weergeven zoals in tabel 8.1.

E_{zw}	E_{kin}	Q	W_{zw}	W_{w}	E_{chem}
–	+	+	+	–	n.v.t.

Tabel 8.1

Betekenis symbolen

- + de energievorm neemt toe of de arbeid die de kracht heeft verricht is positief.
- 0 de energievorm verandert niet qua grootte of de kracht heeft geen arbeid verricht.
- de energievorm neemt af of de arbeid die de kracht heeft verricht is negatief.
- n.v.t. de energievorm/arbeid is niet van toepassing in het proces.

Vul tabel 8.1 aan voor de volgende processen.

- a Een steen wordt boven aan de Eiffeltoren losgelaten. De luchtweerstandskracht wordt niet verwaarloosd.
- b Een pijl wordt met behulp van een boog verticaal omhoog geschoten. De luchtweerstandskracht wordt verwaarloosd. Bekijk alleen de omhooggaande beweging na het verlaten van de boog.
- c Een auto rijdt met constante snelheid over een horizontale weg.
- d Een regendruppel daalt met constante snelheid.

- 18 Sandra zit in een reuzenrad. Zie figuur 8.26. Neem aan dat het zwaartepunt van Sandra een cirkelbaan beschrijft. De straal van de cirkel is 6,5 m. Sandra heeft een massa van 58 kg. Het rad draait met de wijzers van de klok mee.

Je bekijkt de volgende verplaatsingen:

I van H naar O

II van L naar R

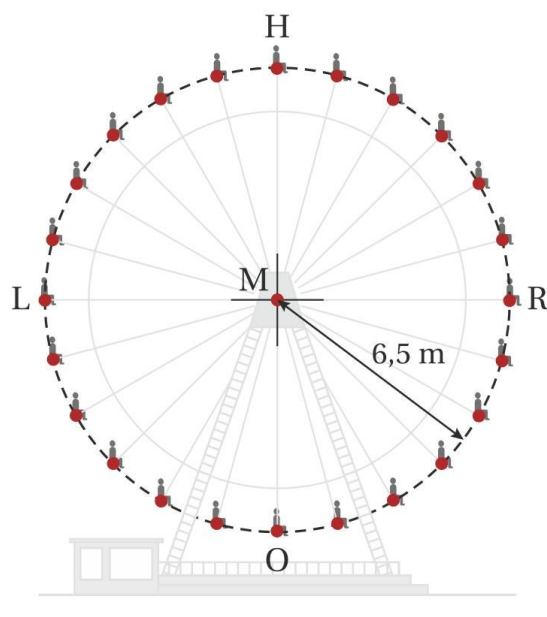
III van R naar H

IV van H geheel rond naar H

a Bereken bij elke verplaatsing de toename of afname in zwaarte-energie van Sandra.

b Bereken bij elke verplaatsing de arbeid die de zwaartekracht verricht heeft. Stel dat het rad in tegengestelde richting draait.

c Bij welke verplaatsingen zal het antwoord op vraag b anders zijn? Licht je antwoord toe.



Figuur 8.26

- 19 Een auto legt 100 km af en verbruikt daarbij 5,0 L benzine. De auto rijdt met een constante snelheid.

a Toon aan dat de hoeveelheid chemische energie die vrijkomt bij het verbranden van de benzine gelijk is aan $1,7 \cdot 10^8$ J.

Slechts 25% van deze energie wordt gebruikt om de motorkracht arbeid te laten verrichten.

b Leg uit wat er met de rest van de energie gebeurt.

c Bereken de som van de weerstandskrachten die op de auto werken.

- 20 Kim hangt aan een statief een veer met een veerconstante van $25,0 \text{ N m}^{-1}$. Daarna hangt ze een blokje van 100 gram aan de veer, en laat het blokje langzaam zakken tot de evenwichtsstand. De veer is dan 3,92 cm uitgerekt.

- Toon dit aan.
- Laat zien dat tijdens het zakken de som van de zwaarte-energie van het blokje en de veerenergie met 0,019 J afneemt.

Door aan het blokje te trekken verdubbelt Kim de uitrekking.

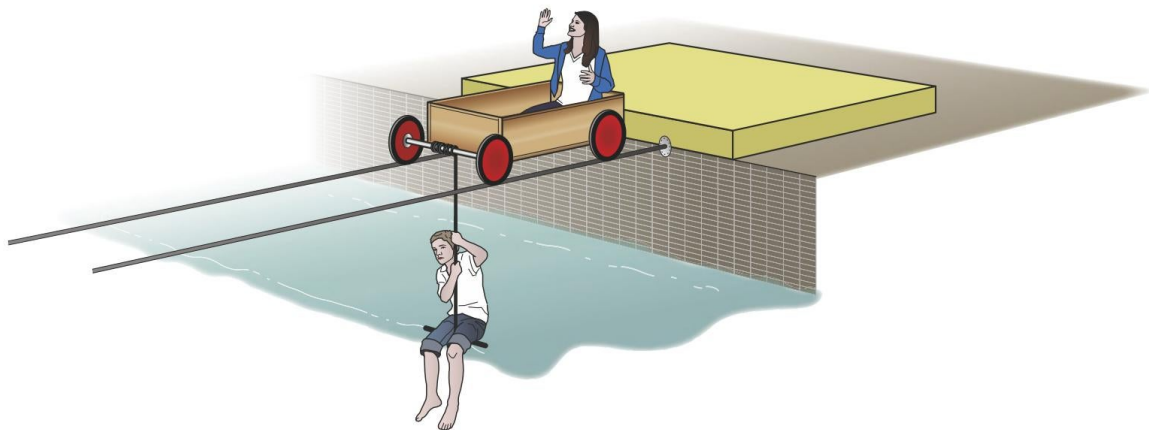
- Laat zien dat tijdens het verdubbelen van de uitrekking de som van de zwaarte-energie en de veerenergie met 0,019 J toeneemt.

De evenwichtsstand is een bijzondere situatie. Een kenmerk daarvan hangt samen met de krachtwerking: de som van de krachten is 0. Je kunt de evenwichtstand ook kenmerken met behulp van de potentiële energie.

- Geef dat kenmerk.

► hulpblad

- 21 In het televisiespel 'Hoog en droog' is het de bedoeling dat deelnemers zo snel mogelijk een gracht oversteken waarover twee parallelle staalkabels zijn gespannen. De afstand van 25 m wordt afgelegd met een zelfgebouwd voertuig. Maremca heeft een kar gebouwd met een trapmechanisme waarmee ze de achterwielen aandrijft. De massa van het voertuig en Maremca samen is 106 kg. Om de vooras van de kar is een koord gewikkeld. Haar helper, Joep, hangt aan dat koord. Zie figuur 8.27.



Figuur 8.27

Maremca levert 88 N aan spierkracht. Joep daalt 5,0 m tijdens de oversteek. De massa van het touw is verwaarloosbaar. De massa van Joep is 96 kg. De arbeid die door de wrijvingskrachten werd verricht, is $-0,30 \text{ kJ}$.

- Toon aan dat de kinetische energie bij de oversteek is toegenomen met 6,6 kJ. Joep daalt met een snelheid die gelijk is aan 0,25 keer de horizontale snelheid.
- Bereken de snelheid van de kar aan het einde van de oversteek.

- 22 Youella zit op een fiets en staat boven aan een helling van 100 m lang. De hellingshoek is $5,0^\circ$. De massa van Youella is 55 kg. De massa van haar fiets is 10 kg.
- Bereken de zwaarte-energie van Youella en haar fiets samen boven aan de helling.
Youella gaat zonder te trappen de helling af. Onder aan de helling heeft ze een snelheid van 25 km h^{-1} .
 - Bereken de kinetische energie van Youella en haar fiets onder aan de helling. Tijdens de beweging naar beneden werken er weerstandskrachten op Youella en haar fiets. De som van deze weerstandskrachten veroorzaakt 4,0 kJ aan warmte.
 - Bereken de gemiddelde grootte van de som van deze weerstandskrachten. Youella rijdt vervolgens terug, langs de helling omhoog. Zij doet dit met een constante snelheid. De gemiddelde weerstandskracht die ze nu ondervindt is 25 N. Om met een constante snelheid naar boven te gaan, is een kracht nodig die langs de helling omhoog is gericht.
 - Toon aan dat deze kracht gelijk is aan 81 N.
 - Bereken hoeveel chemische energie Youella minstens moet gebruiken om weer boven aan de helling te komen.
 - Leg uit waarom Youella meer chemische energie moet gebruiken dan je bij vraag e hebt berekend.

- **hulpblad** 23 Agnes woont in een vrijstaand goed geïsoleerd huis. De totale warmteverliezen in een stookseizoen zijn $4,5 \cdot 10^{10} \text{ J}$. De hr-ketel van de centrale verwarming wordt gestookt met aardgas. Het rendement van de ketel is 95%.
- Bereken hoeveel m^3 (Gronings) aardgas er per stookseizoen nodig is om de warmteverliezen te compenseren.
Het gemiddelde temperatuurverschil tussen binnen en buiten is gedurende het stookseizoen 11°C .
 - Bereken hoeveel procent aardgas er bespaard had kunnen worden als de thermostaat tijdens het hele stookseizoen $1,0^\circ\text{C}$ lager was gezet.
Agnes besluit zonnepanelen te laten installeren en een warmtepomp aan te schaffen. De leverancier van de zonnepanelen zegt dat de energieopbrengst van een zonnepaneel gemiddeld 360 kWh per jaar is.
Een warmtepomp haalt warmte uit de buitenlucht en geeft die af aan het water van de centrale verwarming. Daarbij gebruikt de warmtepomp elektrische energie. Het rendement van de warmtepomp is 3,7.
De warmtepomp moet per jaar dezelfde hoeveelheid energie leveren als de verwarming op aardgas. De elektrische energie die daarvoor per jaar nodig is, komt van de zonnepanelen.
 - Bereken hoeveel zonnepanelen Agnes minstens nodig heeft.



Oefen met 8.1 t/m 8.3

Ga je zonder te trappen een helling af, dan neemt je snelheid toe en dus ook je kinetische energie. Je zwaarte-energie neemt af. Er ontstaat warmte dankzij de weerstandskrachten. Wat is het verband tussen deze drie energievormen?



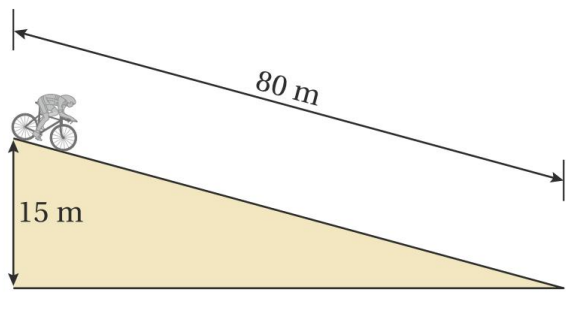
Figuur 8.28

8.4 Wet van behoud van energie

Omzetten van energie

► **practicum**
Wet van
behoud van
energie

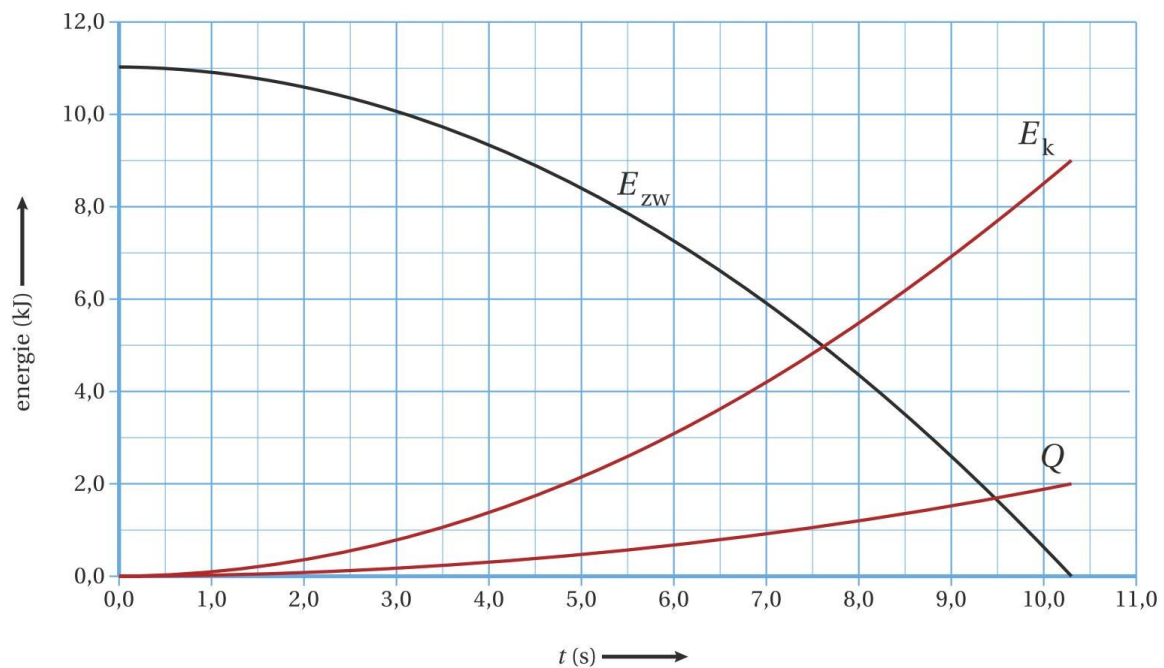
Jilly rijdt op een fiets een helling af, zonder te trappen. In het voorbeeld bij figuur 8.15 is die situatie ook aan bod geweest. In figuur 8.29 zie je nogmaals de helling met gegevens. De massa van Jilly en haar fiets samen is 75 kg. Bij het naar beneden rijden is de gemiddelde wrijvingskracht 25 N. Omdat Jilly niet trapt, speelt haar spierkracht geen rol.



Figuur 8.29

In figuur 8.30 zijn de zwaarte-energie en kinetische energie van Jilly met haar fiets weergegeven als functie van de tijd. Ook de warmte Q die ontstaat tijdens de rit is gegeven als functie van de tijd.

Tijdens de beweging omlaag wordt de zwaarte-energie van Jilly en haar fiets omgezet in twee andere energievormen: warmte en kinetische energie.



Figuur 8.30

Je ziet in figuur 8.30 dat voor elk tijdstip geldt: de afname van de zwaarte-energie is gelijk aan de toename van de warmte en de kinetische energie samen. Tijdens de beweging verandert de totale hoeveelheid energie dus niet. Dit noem je de **wet van behoud van energie**.

In formulevorm geef je deze wet als volgt weer:

$$\sum E_{\text{in}} = \sum E_{\text{uit}}$$

- $\sum E_{\text{in}}$ is de som van de energievormen in de beginsituatie in J.
- $\sum E_{\text{uit}}$ is de som van de energievormen in de eindsituatie in J.

In het voorbeeld van Jilly en haar fiets is boven aan de helling beginsituatie A en onder aan de helling eindsituatie B. Er komen drie energievormen voor. Er geldt dan:

$$\sum E_{\text{in,A}} = \sum E_{\text{uit,B}}$$

$$E_{\text{zw,A}} + E_{\text{k,A}} = E_{\text{zw,B}} + E_{\text{k,B}} + Q$$

In punt A is de snelheid v_A gelijk aan 0 m s^{-1} . Dus is $E_{\text{k,A}}$ gelijk aan 0 J .

Stel je de hoogte op 0 m in punt B dan, is $E_{\text{zw,B}}$ gelijk aan 0 J .

De energievergelijking vereenvoudig je dan tot:

$$E_{\text{zw,A}} = E_{\text{k,B}} + Q$$

Voorbeeld 10 Berekenen van de snelheid met de wet van behoud van energie

Je laat een steentje met een massa van 20 g van een $5,0 \text{ m}$ hoge brug in het water vallen. Zie figuur 8.31a. De weerstandskrachten zijn verwaarloosbaar.

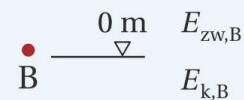
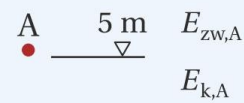
- a Bereken de snelheid waarmee het steentje het wateroppervlak raakt.

In werkelijkheid zijn er wel weerstandskrachten. Hierdoor is de snelheid waarmee het steentje het wateroppervlak raakt $8,8 \text{ m s}^{-1}$.

- b Bereken de gemiddelde weerstandskracht die tijdens de val op het steentje werkt.



a



b

Figuur 8.31

Uitwerking

- a Zet eerst in een schets de energievormen van het steentje in de begin- en eindsituatie. Zie figuur 8.31b.

Er geldt:

$$\Sigma E_{\text{in},A} = \Sigma E_{\text{uit},B}$$

$$E_{\text{zw},A} + E_{\text{k},A} = E_{\text{zw},B} + E_{\text{k},B}$$

Met $v_A = 0 \text{ m s}^{-1}$ en $h_B = 0 \text{ m}$ wordt de energievergelijking:

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2$$

$$0,020 \times 9,81 \times 5,0 = \frac{1}{2} \times 0,020 \times v_B^2$$

$$v_B = 9,904 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v_B = 9,9 \text{ m s}^{-1}.$$

Opmerking

In de vergelijking $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ staat in elke term links en rechts van het =-teken de massa m . Deel je links en rechts door m , dan wordt de vergelijking:

$$g \cdot h_A = \frac{1}{2} v_B^2$$

Ook hieruit volgt $v_B = 9,9 \text{ m s}^{-1}$.

- b Als je de invloed van de luchtweerstandskracht niet mag verwaarlozen, dan moet je de warmte Q opnemen in de energievergelijking. Volgens de wet van behoud van energie geldt dan:

$$E_{\text{zw},A} = E_{\text{k},B} + Q$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 + F_w \cdot s \quad \text{Hierin is } s \text{ gelijk aan } h_A.$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 + F_w \cdot h_A$$

$$0,020 \times 9,81 \times 5,0 = \frac{1}{2} \times 0,020 \times 8,8^2 + F_w \times 5,0$$

$$F_w = 0,0413 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } F_w = 0,041 \text{ N}.$$

Omdat in de vergelijking $m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 + F_w \cdot h_A$ de massa m nu niet in elke term links en rechts van het =-teken staat, kun je de massa m niet wegdelen.

Ook h_A kun je niet wegdelen, want deze komt niet voor in de kinetische energie.

De wet van behoud van energie en de wet van arbeid en kinetische energie zijn twee wetten die op hetzelfde neerkomen. In beide wetten kijk je of de kinetische en de potentiële energie veranderen. In de wet van arbeid en kinetische energie verloopt de verandering van potentiële energie via arbeid.

De wet van behoud van energie kan gemakkelijker zijn, omdat je werkt met positieve waarden voor de energieën. Dat hangt overigens wel af van de plaats waar je de hoogte op 0 m stelt.

Voorbeeld 11 Berekenen van de wrijvingskrachten met de twee wetten van energie

Een auto rijdt op een horizontale weg met een snelheid van 80 km h^{-1} . De massa van de auto inclusief bestuurder is 1250 kg. De auto remt af tot een snelheid van 20 km h^{-1} . Tijdens het afremmen legt de auto een afstand van 65 m af. Neem aan dat tijdens het afremmen de som van de tegenwerkende krachten constant is.

- Bereken met de wet van behoud van energie deze som van de tegenwerkende krachten, $F_{w,\text{tot}}$.
- Laat zien dat met de wet van arbeid en kinetische energie dezelfde berekening ontstaat.

Uitwerking

In beginsituatie A heeft de auto een snelheid van 80 km h^{-1} . In eindsituatie B is de snelheid 20 km h^{-1} . Door de tegenwerkende krachten samen ontstaat warmte Q .

- Er geldt: $\sum E_{\text{in},A} = \sum E_{\text{uit},B}$

$$E_{k,A} = E_{k,B} + Q$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 + F_{w,\text{tot}} \cdot s$$

$$\frac{1}{2} \times 1250 \times \left(\frac{80}{3,6}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 1250 \times \left(\frac{20}{3,6}\right)^2 + F_{w,\text{tot}} \times 65$$

$$F_{w,\text{tot}} = 4,451 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } F_{w,\text{tot}} = 4,5 \cdot 10^3 \text{ N.}$$

- Er geldt: $\sum W = \Delta E_k = E_{k,B} - E_{k,A} = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2$

De arbeid verricht door de som van de tegenwerkende krachten is gelijk aan

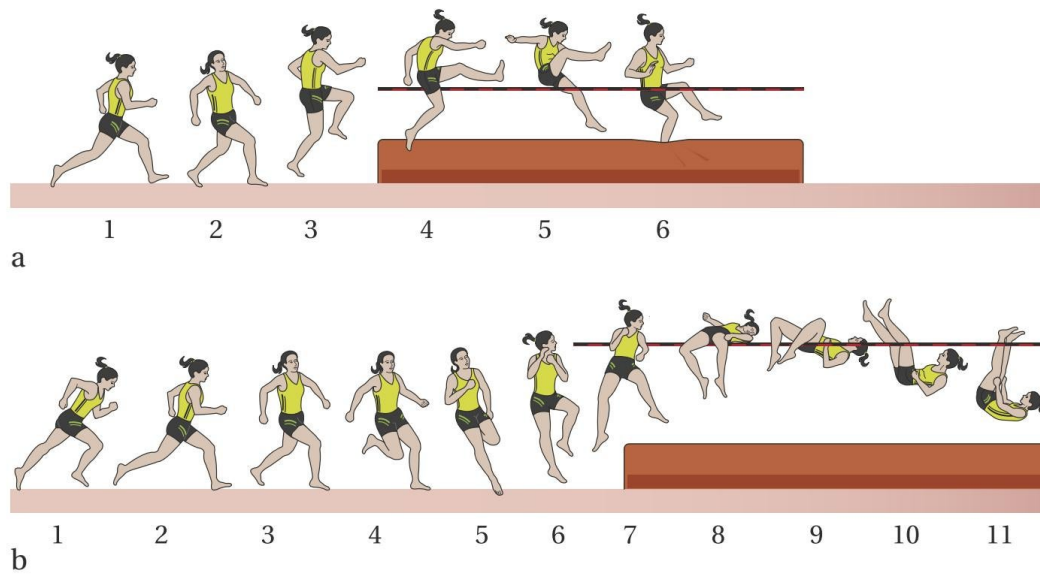
$$\sum W = -F_{w,\text{tot}} \cdot s.$$

$$-F_{w,\text{tot}} \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2$$

$$\text{Dit komt op hetzelfde neer als bij uitwerking a: } \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 + F_{w,\text{tot}} \cdot s$$

Opgaven

- 24 In figuur 8.32 zie je Loes op twee manieren hoogspringen. In beide gevallen komt Loes met dezelfde snelheid aanlopen. Ook de afzet is in beide gevallen gelijk en bij beide sprongen heeft Loes dezelfde snelheid als zij de lat passeert. Toch zal Loes met de sprong in figuur 8.32b hoger kunnen springen dan met de sprong in figuur 8.32a. Leg uit waarom dat zo is.

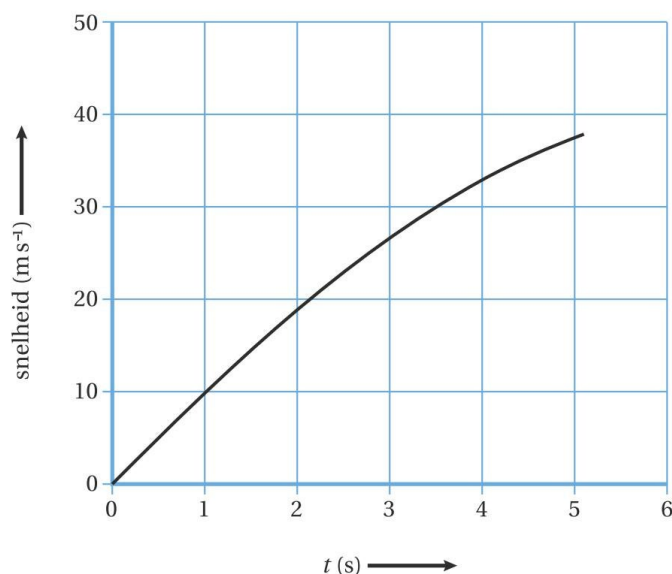


Figuur 8.32

- **tekenblad** 25 Om het effect van de zwaartekracht te elimineren, voeren wetenschappers experimenten uit in een capsule die een vrije val maakt. In Bremen staat een valtoeren waarin een capsule over een afstand van 110 m kan vallen. Figuur 8.33 is het (v, t) -diagram van een vallende capsule.

Op $t = 5,1$ s heeft de capsule 110 m afgelegd. Aan de grafiek zie je dat de capsule tijdens deze val luchtweerstand ondervindt.

- a Bepaal hoeveel procent van de oorspronkelijke zwaarte-energie na 110 m in warmte is omgezet ten gevolge van de luchtweerstand.
- b Teken in figuur 8.33 hoe de grafiek zou lopen als er helemaal geen luchtweerstand zou zijn. Laat de grafiek eindigen op het tijdstip waarop 110 m is afgelegd.



Figuur 8.33

- 26 Vanaf het dak van een 35 m hoge toren wordt een kogeltje recht omhoog geschoten. De beginsnelheid van het kogeltje bedraagt 22 m s^{-1} . Het startpunt noem je A. Bij de vragen a en b wordt de luchtweerstand verwaarloosd.
- Bereken met behulp van de wet van behoud van energie de maximale hoogte die het kogeltje bereikt ten opzichte van de grond.
- Bij de val naar beneden passeert het kogeltje punt A. Hedwig weet zeker, zonder te rekenen, dat de snelheid van het kogeltje op dat moment 22 m s^{-1} is.
- Leg zonder berekening uit waarom de snelheid bij A weer 22 m s^{-1} is.
- Nu verwaarloos je niet de invloed van de luchtweerstand op de beweging van het kogeltje. De maximale hoogte die het kogeltje dan bereikt, is kleiner.
- Leg dit uit met behulp van de wet van behoud van energie.
 - Is de snelheid waarmee het kogeltje punt A passeert nu ook kleiner dan 22 m s^{-1} ? Licht je antwoord toe.

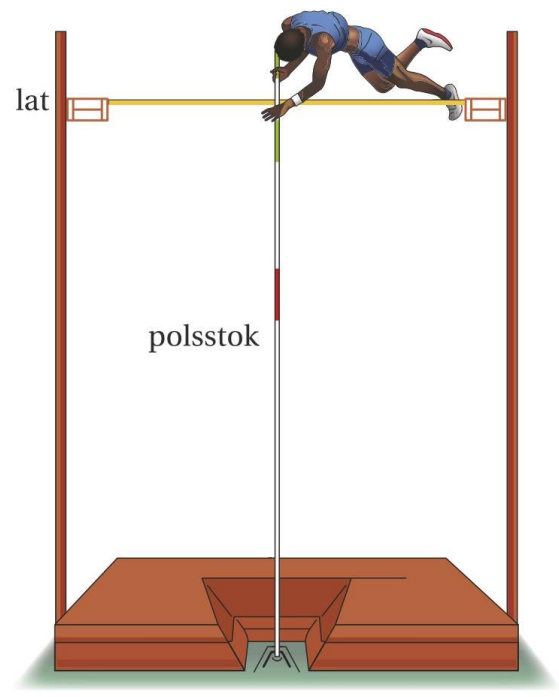
- 27 Een polsstokhoogspringer probeert bij een sprong zo veel mogelijk energie uit de aanloop om te zetten in zwaarte-energie. Zie figuur 8.34.

- Geef alle energievormen die een rol spelen tijdens de aanloop, de sprong en de val op de matras.

Een atleet met een massa van 80 kg maakt een sprong. De stok heeft een massa van 2,3 kg en een lengte van 4,80 m. Tijdens de aanloop bevindt het zwaartepunt van de atleet zich gemiddeld 0,90 m boven de grond. Ook het zwaartepunt van de stok bevindt zich dan op die hoogte. Vlak voor de afzet is de snelheid van de atleet met de polsstok $8,8 \text{ m s}^{-1}$.

Neem verder voor de berekening bij vraag b het volgende aan:

- De polsstok staat na afloop van de afzet verticaal en heeft dan geen snelheid meer.
 - De atleet gaat met een te verwaarlozen snelheid over de lat.
 - Alle energie vlak voor de afzet komt ten goede aan de sprong.
 - De luchtweerstand wordt verwaarloosd.
- Bereken de hoogte van het zwaartepunt van de springer op het moment dat hij over de lat gaat.



Figuur 8.34

- **hulpblad** 28 In attractiepark Walibi World bevindt zich de Goliath, een achtbaan. Zie figuur 8.35. Een trein met passagiers beweegt met een constante snelheid van $5,0 \text{ km h}^{-1}$ langs een rechte helling omhoog. De top van de helling ligt 46 m hoger dan het startpunt. Een elektromotor zorgt voor het omhoogtrekken van de trein. De massa van de trein met passagiers bedraagt $14 \cdot 10^3 \text{ kg}$. Je hoeft bij vraag a geen rekening te houden met weerstandskrachten.

- a Bereken hoeveel elektrische energie minstens nodig is om de trein met een snelheid van $5,0 \text{ km h}^{-1}$ langs de helling naar de top omhoog te trekken.

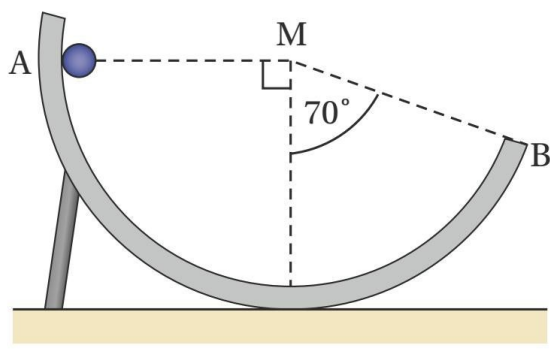


Figuur 8.35

Het midden van de trein passeert de top van de eerste helling met een verwaarloosbare snelheid. De trein begint vervolgens aan een zeer steile afdaling. Bij die afdaling bedraagt het hoogteverschil ook 46 m. De lengte van de afdaling is 49 m. Onderaan is de snelheid opgelopen tot 106 km h^{-1} .

- b Toon aan dat de hoeveelheid energie die tijdens deze afdaling wordt omgezet in warmte gelijk is aan $2,5 \cdot 10^5 \text{ J}$.
c Bereken de gemiddelde weerstandskracht die tijdens het omlaag bewegen op de trein werkt.

- **hulpblad** 29 Een kogeltje wordt in een cirkelvormige goot bij positie A losgelaten. Zie figuur 8.36. Het zwaartepunt van het kogeltje ligt dan horizontaal op 42 cm afstand van M. Het kogeltje heeft een massa van 31 gram. Na loslaten doorloopt het kogeltje de goot waarna bij B de goot wordt verlaten. Tijdens de beweging in de goot ondervindt het kogeltje een gemiddelde wrijvingskracht van 0,015 N.
- a Toon aan dat tijdens de beweging door de goot 18 mJ aan warmte ontstaat.
b Bereken met behulp van de wet van behoud van energie de snelheid waarmee het kogeltje de goot bij B verlaat.



Figuur 8.36

- **hulpblad** 30 Een pogo-stick is een verende stok waarop je sprongen kunt maken. Zie figuur 8.37. Bij het neerkomen wordt veerenergie in de stok opgeslagen, die je bij het omhoog gaan weer kunt gebruiken.
- Een fabrikant heeft een pogo-stick ontworpen waarmee je extreem hoog kan springen. Hierin zit een gasveer, waarvan je de veerconstante verandert door lucht in te pompen of uit te laten. De instelling van de veerconstante hangt af van de massa van de springer.
- a Leg uit dat je de veerconstante niet heel klein, maar ook niet heel groot moet maken.
- Nick heeft een massa van 75 kg en een pogo-stick van 6,8 kg. Met deze stick wil hij over een muur van 3,0 m kijken. Nick stelt de veerconstante in op 20 kN m^{-1} . Tijdens het neerkomen drukt hij de verende gascilinder 50,0 cm in. Verwaarloos weerstandskrachten in deze opgave.
- b Kan Nick over de muur kijken? Licht je antwoord toe.
- Bij het omhooggaan werkt zowel veerkracht als zwaartekracht op Nick. Hij bereikt zijn maximale snelheid op het moment dat zwaartekracht en veerkracht gelijk zijn aan elkaar.
- c Leg dit uit.
- d Bereken de maximale snelheid.



Figuur 8.37

Tijdens een lancering neemt de kinetische energie van de raket sterk toe. Dat is nodig om aan de gravitatiekracht van de aarde op de raket te kunnen ontsnappen. Hoe groot is de ontsnappingssnelheid op aarde?



Figuur 8.38

8.5 Gravitatie-energie

Nulpunt van energie

Bij het gebruiken van de wet van behoud van energie vergelijk je de energie in situatie A met de energie in situatie B.

$$\sum E_{\text{in,A}} = \sum E_{\text{uit,B}}$$

$$E_{\text{k,A}} + E_{\text{pot,A}} = E_{\text{k,B}} + E_{\text{pot,B}}$$

Je kunt dit ook schrijven als:

$$E_{\text{k,A}} - E_{\text{k,B}} = E_{\text{pot,B}} - E_{\text{pot,A}}$$

$$\Delta E_{\text{k}} = -\Delta E_{\text{pot}}$$

In woorden: wat er aan kinetische energie bij komt, gaat er aan potentiële energie af, en omgekeerd. Dit is een uitspraak over energiever verschillen. Je kunt bij de potentiële energie een vaste hoeveelheid energie E_0 optellen, zonder dat het resultaat verandert:

$$(E_{\text{pot,A}} + E_0) - (E_{\text{pot,B}} + E_0) = E_{\text{pot,A}} - E_{\text{pot,B}}$$

Soms kun je hierdoor een berekening vereenvoudigen. Zo kies je bij de zwaarte-energie meestal het laagste punt van de beweging als nulpunt.

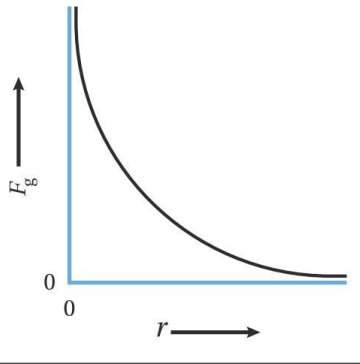
Gravitatie-energie

De zwaartekracht op een voorwerp met massa m is op aarde gelijk aan $F_{\text{zw}} = m \cdot g$. De zwaarte-energie van dit voorwerp bereken je dan met $E_{\text{zw}} = m \cdot g \cdot h$. Het is het eenvoudigst om het nulpunt van de energie $E_{\text{zw}} = 0 \text{ J}$ te nemen aan het aardoppervlak. Dat wil zeggen voor $h = 0 \text{ m}$.

Op grote hoogte gelden deze formules niet meer. De zwaartekracht ver van het aardoppervlak bereken je met de formule voor de gravitatiekracht:

$$F_g = G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{r^2}$$

In figuur 8.39 is de gravitatiekracht op het voorwerp uitgezet tegen afstand r . De oppervlakte onder de grafiek is gelijk aan de arbeid die de gravitatiekracht heeft verricht.



Figuur 8.39

Als je een voorwerp verder van de aarde af verplaatst, verricht de gravitatiekracht negatieve arbeid. Hoe groter de afstand r , des te meer neemt de **gravitatie-energie** dus toe. Datzelfde geldt voor voorwerpen in de buurt van de zon of andere planeten. Het is in dat geval niet logisch om het nulpunt van de zwaarte-energie op het aardoppervlak te kiezen.

Voor elk hemellichaam geldt dat de zwaartekracht op grote afstand naar nul gaat. Door de gravitatie-energie op 0 J te zetten in het oneindige, ontstaat een formule die voor elk hemellichaam kan worden toegepast.

Voor de gravitatie-energie van een voorwerp in de buurt van een hemellichaam geldt:

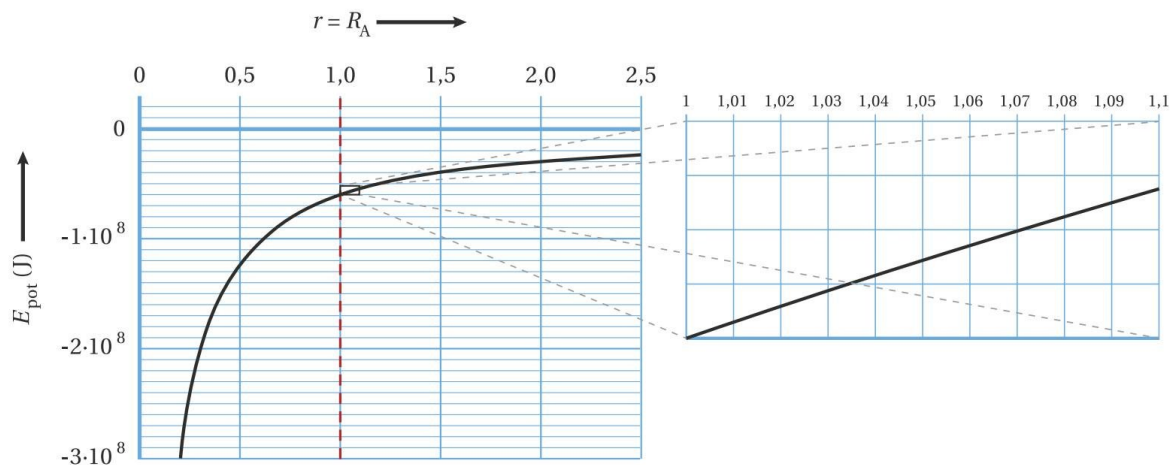
$$E_g = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r}$$

- E_g is de gravitatie-energie in J.
- G is de gravitatieconstante in $\text{N m}^2 \text{kg}^{-2}$.
- m is de massa van het voorwerp in kg.
- M is de massa van het hemellichaam in kg.
- r is de afstand tussen de zwaartepunten van het voorwerp en het hemellichaam in m.

Omdat massa's en afstanden altijd positief zijn, heeft de gravitatie-energie altijd een negatieve waarde. Komt een voorwerp verder van een hemellichaam, dan neemt de gravitatie-energie toe: de waarde wordt minder negatief.

De formule voor de gravitatie-energie E_g heeft een heel andere vorm dan die voor de zwaarte-energie $E_{zw} = m \cdot g \cdot h$. Deze laatste formule geldt alleen in de buurt van het aardoppervlak.

In figuur 8.40a zie je de gravitatie-energie E_g als functie van de afstand tot het middelpunt van de aarde. Als je deze grafiek sterk uitvergroot bij het aardoppervlak $r = R_A$, krijg je de nagenoeg rechte lijn die bij E_{zw} hoort.



Figuur 8.40

Voorbeeld 12 Zwaarte-energie en gravitatie-energie

Een raket wordt van het aardoppervlak omhoog geschoten. De maximale hoogte die de raket ten opzichte van het aardoppervlak bereikt is 90 km. De raket weegt $4,5 \cdot 10^3$ kg.

- Bereken met behulp van de formule voor de zwaarte-energie de energie die nodig is om de raket van het aardoppervlak naar 90 km hoogte te brengen.
- Bereken met behulp van de formule voor de gravitatie-energie de energie die nodig is om de raket van het aardoppervlak naar 90 km hoogte te brengen.

Uitwerking

- De energie die nodig is om de raket van de aarde naar 90 km hoogte brengen, is het verschil in zwaarte-energie.

$$\Delta E_{zw} = E_{zw,90} - E_{zw,0}$$

$$E_{zw,0} = 0 \text{ J, omdat je } h = 0 \text{ op het aardoppervlak neemt.}$$

$$E_{zw,90} = m \cdot g \cdot h$$

$$m = 4,5 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

$$h = 90 \text{ km} = 90 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } E_{zw,90} = 4500 \times 9,81 \times 90 \cdot 10^3 = 3,97 \cdot 10^9 \text{ J.}$$

$$\text{Afgerond: } E_{zw,90} = 4,0 \cdot 10^9 \text{ J.}$$

- b De energie die nodig is om de raket van de aarde naar 90 km hoogte brengen, is het verschil in gravitatie-energie.

$$\Delta E_g = E_{g,90} - E_{g,0}$$

De gravitatie-energie op het aardoppervlak is de gravitatie-energie op afstand R_{aarde} . Op 90 km hoogte gebruik je de afstand $R_{\text{aarde}} + 90 \cdot 10^3$ m.

$$E_{g,0} = -G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{R_{\text{aarde}}} \text{ en } E_{g,90} = -G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{R_{\text{aarde}} + 90 \cdot 10^3}$$

$$\begin{aligned} \Delta E_g &= -G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{R_{\text{aarde}} + 90 \cdot 10^3} - \left(-G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{R_{\text{aarde}}} \right) \\ &= G \cdot m \cdot M_{\text{aarde}} \cdot \left(\frac{-1}{R_{\text{aarde}} + 90 \cdot 10^3} + \frac{1}{R_{\text{aarde}}} \right) \end{aligned}$$

$$G = 6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$m = 4,5 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$M_{\text{aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad (\text{zie BINAS tabel 31})$$

$$R_{\text{aarde}} = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m} \quad (\text{zie BINAS tabel 31})$$

Invullen levert:

$$\begin{aligned} \Delta E_g &= -6,67384 \cdot 10^{-11} \times 4,5 \cdot 10^3 \times 5,972 \cdot 10^{24} \times \left(\frac{-1}{6,371 \cdot 10^6 + 90 \cdot 10^3} + \frac{1}{6,371 \cdot 10^6} \right) \\ &= 4,06 \cdot 10^9 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\text{Afgerond: } \Delta E_g = 4,1 \cdot 10^9 \text{ J.}$$

Je ziet dat er al op 90 km hoogte een klein verschil is tussen de toename in zwaarte-energie en de toename in gravitatie-energie.

Ontsnappingsnelheid

Als je een voorwerp vanaf een punt A op aarde omhoog schiet, kun je met de wet van behoud van energie uitrekenen welke hoogte B het voorwerp bereikt:

$$E_{zw,A} + E_{k,A} = E_{zw,B} + E_{k,B} + Q$$

Op het aardoppervlak stel je de zwaarte-energie op 0 J en is er alleen kinetische energie. Op het hoogste punt staat het voorwerp stil en is er dus alleen zwaarte-energie en warmte ontstaan:

$$\frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = m \cdot g \cdot h_B + Q$$

Tijdens de beweging omhoog nemen de zwaarte-energie en warmte toe en neemt de kinetische energie af. De totale energie blijft gelijk: $E_{\text{tot}} = E_k + E_{zw} + Q$.

Deze formule geldt echter alleen in de buurt van het aardoppervlak.

Voor een algemene berekening gebruik je de gravitatie-energie in de wet van behoud van energie:

$$E_{g,A} + E_{k,A} = E_{g,B} + E_{k,B} + Q$$

$$-G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{R_{\text{aarde}}} + \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = -G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{R_{\text{aarde}} + h} + \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 + Q$$

De minimale snelheid die nodig is om aan de aantrekkingskracht van de aarde te ontsnappen, noem je de **ontsnappingsnelheid**. Dat wil zeggen dat het voorwerp niet meer terugvalt op de aarde. In B is de gravitatie-energie dan 0 J en de snelheid van het voorwerp is 0 m s^{-1} . Omdat het gaat om de minimale snelheid, hou je geen rekening met de wrijvingskrachten. De vergelijking wordt dan:

$$-G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{R_{\text{aarde}}} + \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = 0$$

Herschrijven en wegdelen van m :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} v_A^2 &= G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r} \\ v_A &= \sqrt{2G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r}} \end{aligned}$$

Voor de ontsnappingsnelheid van een voorwerp op een hemellichaam geldt dus:

$$v = \sqrt{2G \cdot \frac{M}{r}}$$

- v is de ontsnappingsnelheid in m s^{-1} .
- G is de gravitatieconstante in $\text{N m}^2 \text{kg}^{-2}$.
- M is de massa van het hemellichaam in kg.
- r is de straal van het hemellichaam in m.

Om te ontsnappen aan de aantrekkingskracht van een hemellichaam moet de snelheid van een voorwerp groter zijn dan de ontsnappingsnelheid. Die snelheid hangt dus af van de verhouding tussen de massa en de straal van het hemellichaam. Dat zie je ook in BINAS tabel 31.

Voorbeeld 13 Rekenen met ontsnappingsnelheid

In BINAS tabel 31 staan de ontsnappingsnelheden van een aantal hemellichamen in ons zonnestelsel.

Laat zien dat de waarde van de ontsnappingsnelheid op aarde overeenkomt met die in BINAS tabel 31.

Uitwerking

$$v = \sqrt{2G \cdot \frac{M}{r}}$$

$$G = 6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{kg}^{-2} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$M = M_{\text{aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad (\text{zie BINAS tabel 31})$$

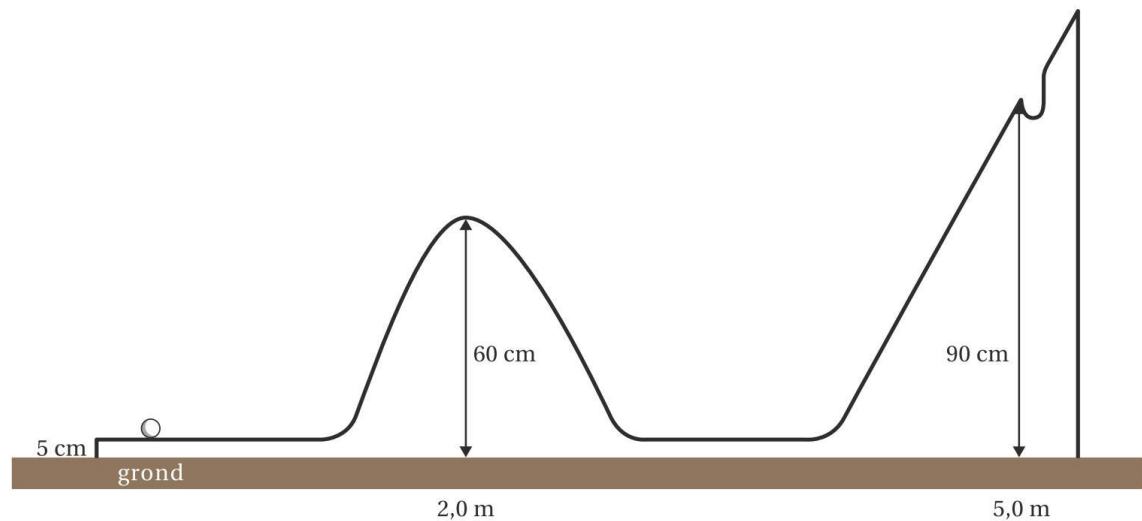
$$r = R_A = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m} \quad (\text{zie BINAS tabel 31})$$

$$\text{Invullen levert: } v = \sqrt{2 \times 6,67384 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,972 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6}} = 1,118 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}.$$

Dit komt overeen met $11,2 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$ in BINAS tabel 31.

Opgaven

- 31 Lyke staat op een midgetgolfbaan bij de afslag. Deze baan ligt in zijn geheel 5 cm boven de grond en bestaat uit een hobbel en een helling met de hole. In figuur 8.41 zie je een doorsnede van deze baan. De massa van de bal is 45 g.



Figuur 8.41

Als de golfbal richting de hole beweegt, verandert de potentiële energie van de bal ten opzichte van de afslag. De zwaarte-energie bij de afslag is 0 J.

- a Toon aan dat de potentiële energie na 2,0 m gelijk is aan 0,24 J en na 5,0 m aan 0,38 J. Neem hierbij aan dat de wrijvingskrachten verwaarloosbaar zijn.

Lyke slaat de bal richting de hole.

- b Maak een schets van de potentiële energie van de bal tijdens de beweging van de afslag naar de hole.

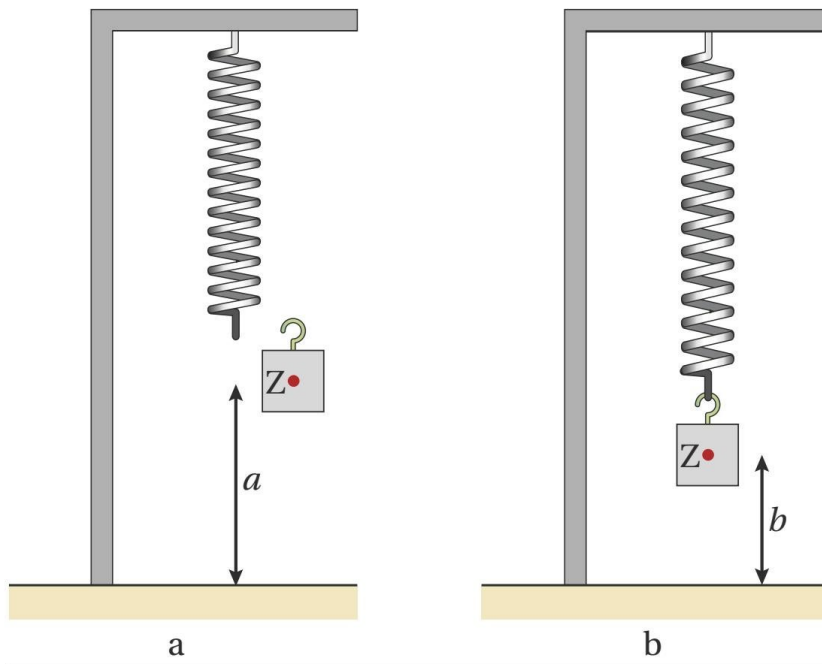
Als Lyke de bal wegslaat, krijgt de bal kinetische energie tijdens de afslag. Na de eerste slag ligt de bal in rust tussen de hobbel en de helling. Bij de tweede slag slaat Lyke de bal in de goede richting naar de hole.

- c Voorspel met behulp van de schets waar de bal terechtkomt met een beginsnelheid van:

- i $3,0 \text{ m s}^{-1}$
- ii $3,6 \text{ m s}^{-1}$
- iii $4,2 \text{ m s}^{-1}$

- 32 Aan een statief op een tafel hangt een veer. De veer heeft een veerconstante van 40 N m^{-1} . Je haakt een blokje in het uiteinde van de veer. Zie figuur 8.42. De zwaartekracht op dit blokje bedraagt 4,0 N. Door het plaatsen van het blokje rekt de veer uit. Als het blokje stil hangt, bevindt het zwaartepunt zich op 25 cm van het tafelblad.

- a Toon aan dat in figuur 8.42a het zwaartepunt van het blokje zich op 35 cm van het tafelblad bevindt.



Figuur 8.42

Als je het blokje een klein stukje naar beneden trekt en vervolgens loslaat, gaat het blokje op en neer bewegen. De uitrekking u van de veer verandert daarbij steeds. Meet je de zwaarte-energie ten opzichte van de tafel, dan geldt voor de potentiële energie van het blokje en de veer samen:

$$E_{\text{pot, tafel}} = 1,4 - 4,0 \cdot u + 20 \cdot u^2$$

- $E_{\text{pot, tafel}}$ is de potentiële energie in J.
- u is de uitrekking in m

b Leid deze formule af.

Je kunt de formule voor de potentiële energie herschrijven tot:

$$E_{\text{pot, tafel}} = 20 \cdot (u - 0,10)^2 + E_{\text{pot, tafel, 0}}$$

Hierin is $E_{\text{pot, tafel, 0}}$ de kleinste hoeveelheid potentiële energie van blokje en de veer ten opzichte van de tafel.

c Bereken de waarde van $E_{\text{pot, tafel, 0}}$.

$E_{\text{pot, tafel, 0}}$ is de nulpuntsenergie van blokje en veer ten opzichte van de tafel. Je kunt de zwaarte-energie ten opzichte van een ander punt meten, zodat de nulpuntsenergie gelijk is aan 0.

d Leg uit ten opzichte van welk punt je de zwaarte-energie dan meet.

33 Het ruimtestation ISS beweegt in een cirkelvormige baan op 342 km boven het aardoppervlak. De massa van het ISS is $2,46 \cdot 10^5$ kg.

a Bereken de gravitatie-energie van het ISS ten opzichte van de aarde.

Op het ISS werkt de luchtweerstandskracht. Wordt er niet gecorrigeerd, dan zal de baanstraal van het ISS elke dag tientallen meters kleiner worden. Daarbij neemt de gravitatie-energie af.

b Leg dit uit met behulp van de formule voor gravitatie-energie.

c Leg dit uit met behulp van de arbeid die door de gravitatiekracht verricht wordt.

Het ISS draait in 92 minuten rondom de aarde. Er worden regelmatig ruimtecapsules met astronauten en voorraden richting het ISS gelanceerd.

- d Toon aan dat de verticale snelheid van een capsule minstens $2,3 \text{ km s}^{-1}$ moet zijn om vanaf het aardoppervlak tot 342 km hoogte te kunnen komen.

Het is echter niet genoeg om even hoog te komen als het ISS. Om het ISS te naderen moet een ruimtecapsule met het ISS meevliegen. Daardoor wordt de benodigde bewegingsenergie ongeveer 10 keer zo groot.

- e Toon dit aan met een berekening.

- 34 Voor het lanceren van een ruimtevaartuig is veel energie nodig. Maar ook een zachte landing op de aarde of de maan is niet eenvoudig. Als een ruimtevaartuig vanaf grote afstand een vrije val op een hemellichaam uitvoert, slaat het te pletter met een snelheid die gelijk is aan de ontsnappingssnelheid.

- a Leg dit uit.

De aarde heeft een atmosfeer, die je kunt gebruiken om af te remmen. Er wordt dan wel veel warmte ontwikkeld. Daarom is een ruimtevaartuig bedekt met keramische tegels. Een ruimtevaartuig van staal zou al smelten als het minder dan 2% van de ontwikkelde warmte opneemt.

- b Toon dit aan. Neem aan dat 480 J nodig is om 1,0 kg staal $1,0^\circ\text{C}$ in temperatuur te laten stijgen.

Heeft een hemellichaam geen atmosfeer, dan moet je remraketten gebruiken waarvoor brandstof nodig is. De Apollo-maanlanders wogen ongeveer 15 ton. Raketbrandstof heeft een vergelijkbare stookwaarde per kilogram als benzine.

- c Bereken hoeveel kilogram brandstof minstens nodig is voor een zachte landing op de maan.

- 35 Voor de ontsnappingsnelheid op aarde geldt: $v = \sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{R_{\text{aarde}}}}$

- a Bereken de ontsnappingssnelheid op aarde.

Deze formule mag je ook gebruiken als je met v de lichtsnelheid bedoelt. Als licht niet meer kan ontsnappen, gedraagt het hemellichaam zich als een zwart gat.

Volgens de theorie stort een uitgebrande ster onder zijn eigen gravitatiekracht ineen tot een zwart gat als de massa minstens drie keer de massa van de zon is.

- b Bereken de straal van de ster als deze zich als een zwart gat gaat gedragen.

- **hulpblad** 36 Een communicatiesatelliet wordt met behulp van een raket in een geostationaire baan rond de aarde gebracht. De satelliet bevindt zich dan op $35,8 \cdot 10^3 \text{ km}$ boven het aardoppervlak. De massa van de satelliet is $3,90 \cdot 10^3 \text{ kg}$. Tijdens het vervoer van de satelliet naar de geostationaire baan verricht de gravitatiekracht arbeid.

- a Toon aan dat die arbeid gelijk is aan $-2,07 \cdot 10^{11} \text{ J}$.

Om satellieten in de ruimte te brengen, maak je gebruik van de draaiing van de aarde. Ten opzichte van de ruimte heeft een satelliet dan al een bepaalde snelheid. De European Space Agency (ESA) lanceert raketten om satellieten naar een geostationaire baan te brengen. Dat doet zij vlak bij de evenaar in Frans-Guyana.

- b Toon aan dat de kinetische energie van de satelliet in de geostationaire baan met $1,79 \cdot 10^{10} \text{ J}$ is toegenomen als de lancering in Frans-Guyana heeft plaatsgevonden.
- c Bereken de arbeid die de motorkracht van de raket minstens heeft verricht als de satelliet in zijn geostationaire baan is gebracht.

De NASA lanceert haar raketten vanaf Cape Canaveral in Florida. Deze lanceerbasis ligt verder van de evenaar af.

- d Leg uit of de motorkracht dan meer, minder of evenveel arbeid verricht om de satelliet in de geostationaire baan te brengen.

- **hulpblad** 37 Een satelliet met massa m draait met constante snelheid in een cirkelbaan om de aarde, op hoogte h boven het aardoppervlak. De energie van de satelliet kun je dan

schrijven als: $E_{\text{tot}} = -G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{2(R_{\text{aarde}} + h)}$

- a Toon dit aan.

De energie van de satelliet is negatief.

- b Leg uit waarom de energie van een satelliet niet positief kan zijn.

De baansnelheid van de satelliet is kleiner dan de ontsnappingssnelheid, de snelheid die nodig is om vanaf deze hoogte de ruimte in te vliegen.

- c Bereken de verhouding van baansnelheid en ontsnappingssnelheid.



Oefenen B

Oefen met hoofdstuk 8

8.6 Afsluiting

Samenvatting

In de natuurkunde verricht een kracht arbeid. De grootte van de arbeid hangt af van de kracht, de verplaatsing en de hoek tussen de richting van de kracht en de richting van de verplaatsing.

Is een (F,s) -diagram gegeven, dan volgt de arbeid door een kracht uit de oppervlakte onder de (F,s) -grafiek.

Bij arbeid door de zwaartekracht let je alleen op de zwaartekracht en het hoogteverschil. De arbeid is positief als het voorwerp daalt en negatief als het voorwerp stijgt.

De arbeid door een wrijvingskracht is altijd negatief. Hierbij let je op de wrijvingskracht en de totale afstand die door het voorwerp is afgelegd.

De arbeid die door alle krachten samen op een voorwerp wordt verricht, is gelijk aan de verandering van de kinetische energie van dat voorwerp. Dit heet de wet van arbeid en kinetische energie.

Energievormen verdeel je in twee groepen: kinetische en potentiële energie. Kinetische energie hangt samen met de snelheid. Voorbeelden van potentiële energie zijn chemische energie, zwaarte-energie, warmte, veerenergie, elektrische energie, stralingsenergie en gravitatie-energie. De hoeveelheid stralingsenergie op een oppervlakte van 1 m^2 noem je de intensiteit.

Bij de omzetting van chemische energie gebruikt de kracht maar een deel van die energie voor het verrichten van arbeid. De rest wordt omgezet in warmte. Warmte ontstaat ook als een wrijvingskracht arbeid verricht.

De wet van behoud van energie geeft aan dat tijdens een beweging de totale hoeveelheid energie niet verandert. In een energievergelijking geef je alle energiesoorten weer die bij het proces een rol spelen. Ook de door een wrijvingskracht geproduceerde warmte neem je op in de vergelijking.

De ontsnappingsnelheid van een voorwerp op aarde is de snelheid die je aan dat voorwerp moet meegeven zodat het voorwerp niet meer terugvalt naar de aarde.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk besproken zijn, staan hieronder bij elkaar.

arbeid	$W = F \cdot s$
kinetische energie	$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
wet van arbeid en kinetische energie	$\Sigma W = \Delta E_k$
vermogen	$P = \frac{W}{t} = \frac{E}{t} = F \cdot v$
zwaarte-energie	$E_{zw} = m \cdot g \cdot h$
veerenergie	$E_{veer} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$
warmte	$Q = F_w \cdot s$
elektrische energie	$E = P \cdot t$
elektrisch vermogen	$P = U \cdot I$
verbrandingsenergie vaste stoffen	$E_{ch} = r_m \cdot m$
verbrandingsenergie vloeistoffen	$E_{ch} = r_v \cdot V$
rendement	$\eta = \frac{E_{nuttig}}{E_{in}} = \frac{P_{nuttig}}{P_{in}}$
wet van behoud van energie	$\Sigma E_{in} = \Sigma E_{uit}$
gravitatie-energie	$E_g = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r}$

De formules vind je in BINAS tabel 35A4, 35A5 en 35D1.

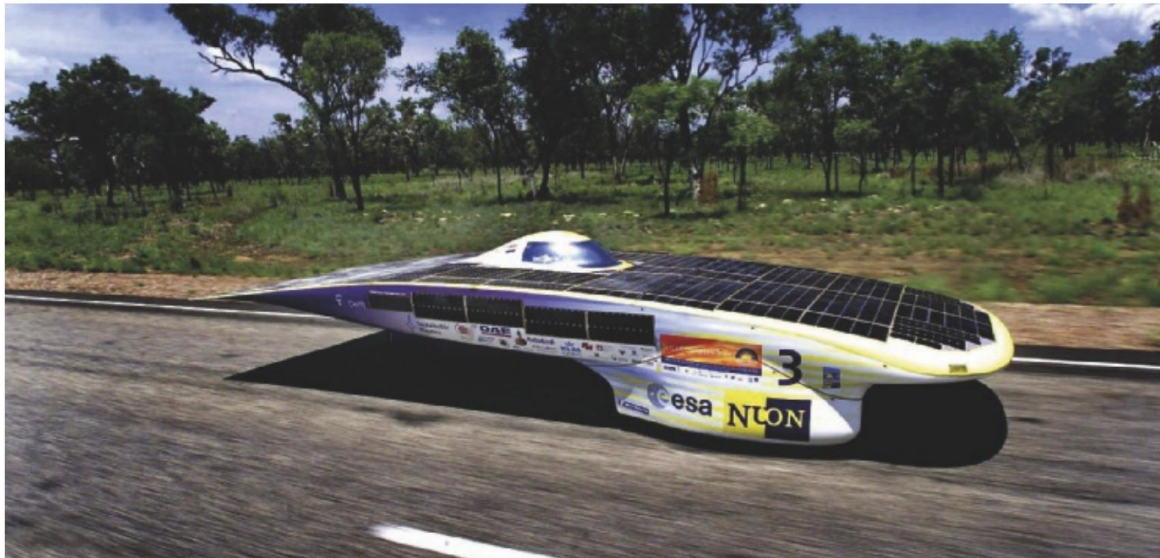
Stookwaarden staan in BINAS tabel 28B.

Ontsnappingsnelheden staan in BINAS tabel 31.

Opgaven



- 38 Met de Nederlandse zonneauto Nuna4 is de World Solar Challenge dwars door Australië gewonnen. Voor de vierde keer won een team van studenten van TU Delft deze wedstrijd voor auto's op zonnecellen.
- Voor de berekeningen in deze opgave ga je er steeds van uit dat Nuna4 op een vlakke weg rijdt. Nuna4 legde de afstand Darwin-Adelaide, 3021 km, af in 29 uur en 11 minuten.
- a Bereken de gemiddelde snelheid van Nuna4 in km h^{-1} .



Figuur 8.43

In figuur 8.43 zie je een foto van de zonneauto. Om zo snel mogelijk te kunnen rijden, is een aantal kenmerken in het ontwerp van Nuna4 belangrijk.

b Geef drie van deze kenmerken.

Tijdens de race reed Nuna4 enige tijd op zijn topsnelheid van 140 km h^{-1} .

c Leg uit dat bij het rijden op topsnelheid geldt dat de motorkracht gelijk is aan de luchtweerstandskracht.

Tijdens het rijden werkt op Nuna4 de luchtweerstandskracht $F_{w,\text{lucht}}$.

Voor Nuna4 geldt:

$$F_{w,\text{lucht}} = 0,058 \cdot v^2$$

- $F_{w,\text{lucht}}$ = de luchtweerstandskracht in N.
- v is de snelheid in m s^{-1} .

De studenten hebben Nuna4 zo ontworpen dat hij bij felle zon met een constante snelheid van 100 km h^{-1} kan rijden zonder een accu te gebruiken.

Nuna4 is aan de bovenkant bedekt met zonnecellen met een rendement van 26%. Als de zon fel schijnt, heeft het zonlicht per m^2 zonnecel een vermogen van $1,0 \text{ kW}$.

Neem aan dat het rendement van de elektromotor 100% bedraagt.

d Bereken de minimale oppervlakte aan zonnecellen die nodig is om aan de ontwerpeis van de studenten te voldoen.

In Nuna4 zit een accu die bij de start $5,0 \text{ kWh}$ energie bevat. Tijdens de race kunnen de zonnecellen en de accu gelijktijdig gebruikt worden om de elektromotor aan te drijven.

Op de laatste dag heeft Nuna4 nog 500 km te gaan.

De weersvoorspellingen zijn zodanig dat de zonnecellen voor die dag een vermogen van 490 W aan de motor zullen leveren. De studenten willen nagaan wat voor die dag de beste snelheid voor Nuna4 is. Daarom gaan ze na hoe de benodigde elektrische energie E_{el} voor de rit op de laatste dag afhangt van de snelheid.

Ze vinden het volgende verband:

$$E_{\text{el}} = E_{\text{accu}} + E_{\text{zonnecellen}} = 1,8 \cdot 10^7 + \frac{2,45 \cdot 10^8}{v}$$

- E is de energie in J.
- v is de snelheid in m s^{-1} .

e Toon aan dat dit verband juist is.

Het team wil Nuna4 op de laatste dag met een zodanige constante snelheid v laten rijden dat de accu bij de finish net leeg is. De studenten berekenen dat de snelheid dan gelijk moet zijn aan 108 km h^{-1} .

f Laat met een berekening zien dat die snelheid klopt.

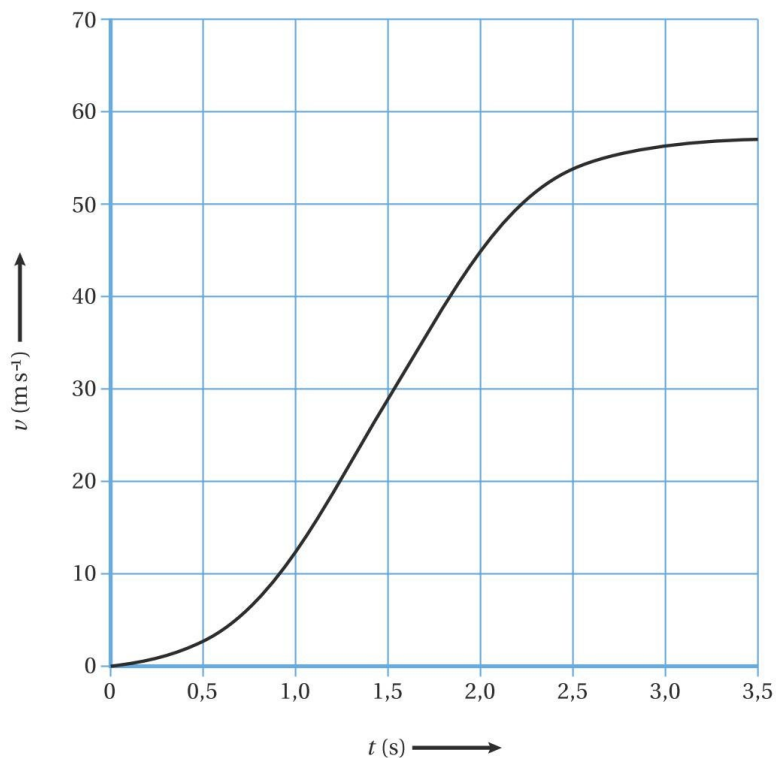
- **hulpblad** 39 Figuur 8.44 is een foto van de achtbaan Kingda Ka.
- **tekenblad**

Bij de start wordt de trein op een horizontale baan versneld. In figuur 8.45 staat het (v, t) -diagram van de beweging op die horizontale baan. Bij dit soort attracties wordt de versnelling op de passagiers vaak uitgedrukt in de valversnelling g .

- a Bepaal met behulp van figuur 8.45 de maximale versnelling die de passagiers ondervinden, uitgedrukt in de valversnelling g .



Figuur 8.44



Figuur 8.45

Op de horizontale baan van de achtbaan zorgt een elektromotor voor de aandrijving van de trein met passagiers. De massa van de trein met passagiers bedraagt $3,1 \cdot 10^3$ kg.

b Bepaal het gemiddelde vermogen dat de elektromotor gedurende de eerste 3,5 s minimaal moet leveren.

Aan het einde van de horizontale baan werkt er geen aandrijvende kracht meer. Het (zwaartepunt van het) treintje gaat daarna 139 m omhoog. Natuurlijk moet de trein wel de top halen. Een bepaald percentage van de bewegingsenergie wordt tijdens de rit naar boven omgezet in warmte ten gevolge van de wrijving.

c Bereken hoe groot dit percentage maximaal mag zijn.



Maak de zelftoetsen

Checklist voor begrippen en leerdoelen

Hierna vind je een overzicht van de begrippen en leerdoelen per paragraaf. Kruis de leerdoelen aan waarvan jij vindt dat je ze nu beheerst. Bij de leerdoelen die je nog niet helemaal beheerst noteer je de acties die je gaat ondernemen om het leerdoel alsnog te kunnen behalen.

Paragraaf 1 Arbeid

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: arbeid, arbeid door de zwaartekracht, wrijvingsarbeid	☐	
uitleggen wanneer een kracht arbeid verricht, en of deze arbeid positief of negatief is	☐	
uit een (F,s) -diagram met de oppervlaktemethode bepalen hoe groot de arbeid van een kracht is (als de kracht en de verplaatsing dezelfde richting hebben)	☐	
uitleggen dat de door een kracht verrichte arbeid afhangt van de verplaatsing in de richting van de kracht, of van de kracht in de richting van de verplaatsing	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor arbeid: $W = F \cdot s \cdot \cos(\alpha)$	☐	

Paragraaf 2 Arbeid en kinetische energie

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: kinetische energie (of bewegingsenergie), wet van arbeid en kinetische energie, vermogen	☐	
uitleggen of en hoe de kinetische energie van een voorwerp verandert door de arbeid van een kracht	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor kinetische energie en vermogen: $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$, $P = \frac{W}{t}$, $P = \frac{E}{t}$ en $P = F \cdot v$	☐	
berekeningen maken en redeneren met de wet van arbeid en kinetische energie: $\Sigma W = \Delta E_k$	☐	

Paragraaf 3 Energievormen

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: potentiële energie, zwaarte-energie, veerenergie, warmte, elektrische energie, stralingsenergie, intensiteit, chemische energie, stookwaarde, nuttige energie, rendement	☐	
uitleggen welke vormen van energie veranderen door de arbeid die krachten verrichten	☐	
uitleggen hoe de zwaarte-energie van een voorwerp afhangt van het gekozen nulpunt voor de zwaarte-energie	☐	
uitleggen dat de nuttige energie die wordt gebruikt om arbeid te verrichten kleiner is dan de vrijkomende energie bij verbranding van voedingsstoffen of brandstoffen	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor zwaarte-energie, veerenergie, warmte en chemische energie: $E_{zw} = m \cdot g \cdot h$, $E_{veer} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$, $Q = F_w \cdot s$, $E = P \cdot t$, $P = U \cdot I$, $E_{ch} = r_m \cdot m$ en $E_{ch} = r_v \cdot V$	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor nuttige energie en rendement: $E_{nuttig} = W = F \cdot s$ en $\eta = \frac{E_{nuttig}}{E_{in}} = \frac{P_{nuttig}}{P_{in}}$	☐	

Paragraaf 4 Wet van behoud van energie

Ik kan		Acties
het volgende begrip beschrijven en toepassen: wet van behoud van energie	☐	
bij energieomzettingen benoemen welke vorm van energie wordt omgezet in welke andere vorm(en) van energie	☐	
uitleggen dat de wet van arbeid en kinetische energie op hetzelfde neerkomt als de wet van behoud van energie	☐	
berekeningen maken en redeneren met de wet van behoud van energie: $\sum E_{\text{in}} = \sum E_{\text{uit}}$	☐	

Paragraaf 5 Gravitatie-energie

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: gravitatie-energie, ontsnappingssnelheid	☐	
uitleggen hoe de gravitatie-energie afhangt van de arbeid van de gravitatiekracht, en waardoor de gravitatie-energie altijd negatief is	☐	
uitleggen hoe de ontsnappingssnelheid vanaf het oppervlak van een hemellichaam te berekenen is met de wet van behoud van energie, en hoe die ontsnappingssnelheid afhangt van de massa en de straal van het hemellichaam	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de gravitatie-energie: $E_g = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r}$	☐	

9

Trillingen en golven



Een muzikant brengt de snaren van zijn basgitaar in trilling. De bouw van het instrument zorgt ervoor dat de trilling de juiste toonhoogte geeft. Via de versterker komt de muziek bij de luidsprekers, die de lucht in trilling brengen en geluidsgolven naar luisteraars sturen. In dit hoofdstuk lees je hoe trillingen en golven beschreven en bestudeerd worden.

Om de bloedstroom door het lichaam op gang te houden trekt het hart zich regelmatig samen. Het kloppen van het hart is een beweging die zich voortdurend herhaalt. Hoe beschrijf je dergelijke bewegingen?



Figuur 9.1

9.1 Trillingen

Periodieke beweging, trilling



Start

Maak de startvragen

Een beweging die zich regelmatig herhaalt, noem je een **periodieke beweging**.

Na een bepaalde tijd begint de beweging 'van voren af aan'. Voorbeelden van zich herhalende bewegingen zijn:

- Een hart voert ongeveer 70 keer per minuut dezelfde beweging uit.
- De A-snaar op een gitaar trilt 110 keer per seconde.
- Een bungeejumper beweegt na de sprong op en neer aan het elastiek.
- Een kind beweegt heen en weer op een schommel.
- De aarde beweegt in 365 dagen om de zon.

Hang je een blokje aan een veer, dan rekt de veer een stukje uit. Het blokje komt in zijn **evenwichtsstand** te hangen. Als je het blokje nog iets verder omlaag trekt en het daarna loslaat, beweegt het op en neer om die evenwichtsstand. Een periodieke beweging om een vaste evenwichtsstand noem je een **trilling**.

Alle bovengenoemde voorbeelden zijn trillingen, behalve de beweging van de aarde om de zon. Deze beweging gaat niet door een evenwichtsstand.

De herhaaltijd noem je de **trillingstijd** of **periode** met het symbool T . Het aantal herhalingen in één seconde heet de **frequentie** met symbool f . Er geldt:

$$f = \frac{1}{T}$$

- f is de frequentie in s^{-1} .
- T is de trillingstijd of periode in s.

De eenheid van frequentie is s^{-1} . Een andere naam is hertz met symbool Hz.

Voorbeeld 1 Hartslagfrequentie

Een hart voert 70 keer per minuut dezelfde beweging uit. De frequentie is gelijk aan 70 (slagen) per minuut. Dit noteer je als 70 min^{-1} .

- Toon aan dat de periode van de beweging gelijk is aan 0,86 s.
- Bereken de frequentie in Hz.

Uitwerking

- Er worden 70 bewegingen in 60 s uitgevoerd.

Eén beweging duurt $\frac{60}{70} = 0,8571 \text{ s}$.

Afgerond: $T = 0,86 \text{ s}$.

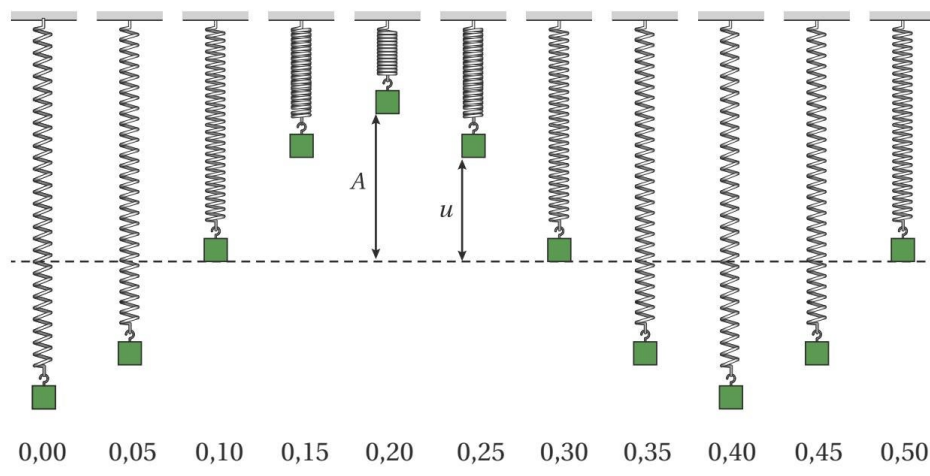
- $f = \frac{1}{T}$

$$f = \frac{1}{0,86} = 1,162 \text{ Hz}$$

Afgerond: $f = 1,2 \text{ Hz}$.

Uitwijking en amplitude

In figuur 9.2 zie je op verschillende tijdstippen de stand van een blokje dat aan een veer op en neer beweegt. De horizontaal gestreepte lijn is de evenwichtsstand. De afstand tot de evenwichtsstand noem je de **uitwijking** met symbool u . De uitwijking kan zowel positief als negatief zijn. Een uitwijking boven de evenwichtsstand noem je positief. Dat is in figuur 9.2 het geval tussen $t = 0,10 \text{ s}$ en $t = 0,30 \text{ s}$. Beweegt een voorwerp horizontaal heen en weer, dan noem je de uitwijking naar rechts positief.

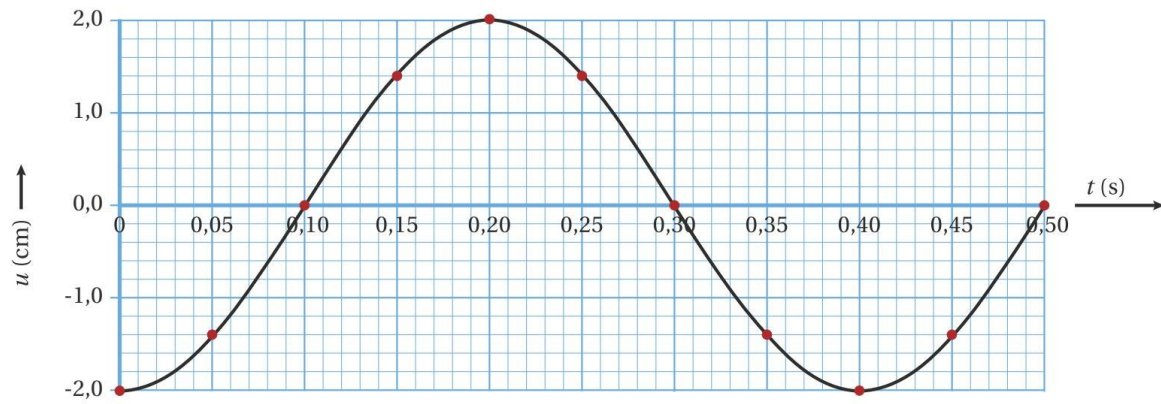


Figuur 9.2

In figuur 9.2 zie je dat de maximale uitwijking van het blokje boven de evenwichtsstand even groot is als de maximale uitwijking onder de evenwichtsstand. De maximale afstand tot de evenwichtsstand heet de **amplitude** A . Er geldt: $A = |u_{\text{max}}|$.

Het (uitwijking, tijd)-diagram

Een **(uitwijking, tijd)-diagram**, kortweg **(u, t)-diagram**, is een diagram waarin de uitwijking is uitgezet tegen de tijd. In figuur 9.3 zie je het (u, t)-diagram van de trilling van het blokje aan de veer uit figuur 9.2.



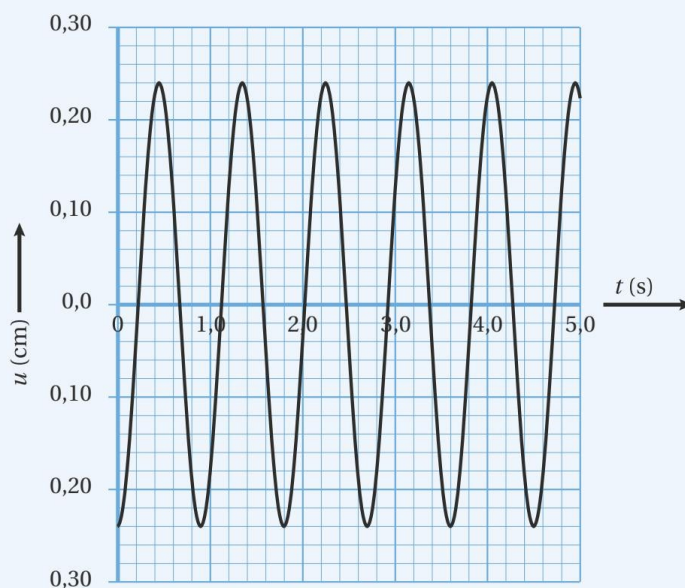
Figuur 9.3

Uit een (u, t)-diagram kun je onder andere de trillingstijd en daarmee de frequentie afleiden. De trillingstijd bepaal je het nauwkeurigst door te meten van top tot top of van nuldoorgang tot nuldoorgang. Neem altijd zo veel mogelijk perioden. Door bijvoorbeeld $2T$ af te lezen in plaats van $1T$ verdeel je de meetonzekerheid over twee trillingen. De meetonzekerheid in de trillingstijd is dan gehalveerd.

Voorbeeld 2 Een (u, t)-diagram analyseren

Figuur 9.4 is het (u, t)-diagram van een trillende veer.

- Bepaal de trillingstijd van de trillende veer in twee significante cijfers.
- Bepaal de amplitude van de trillende veer in twee significante cijfers.



Figuur 9.4

Uitwerking

- a In figuur 9.4 herhaalt de beweging zich een aantal keer.
Er geldt $5T = 4,5 \text{ s}$.
 $T = 0,90 \text{ s}$.
- b De amplitude is de maximale uitwijking en die is gelijk aan $0,24 \text{ m}$.

Fase

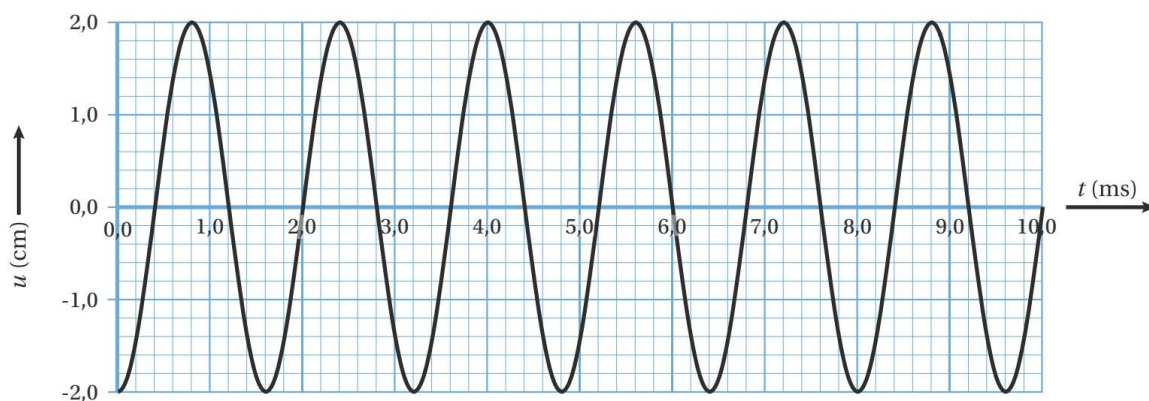
De fase van een periodieke beweging is het aantal trillingen dat is uitgevoerd sinds de evenwichtsstand voor het eerst in de richting van de positieve uitwijking is gepasseerd. Het aantal uitgevoerde trillingen noem je de **fase** φ . De fase is evenredig met de verstreken tijd. Er geldt:

$$\varphi = \frac{t}{T}$$

- φ is de fase.
- t is de tijd in s vanaf het moment dat $\varphi = 0$.
- T is de periode of trillingstijd in s.

Omdat de eenheden van t en T hetzelfde zijn, heeft de fase geen eenheid.

In figuur 9.5 staat het (uitwijking, tijd)-diagram van een slingerende bol. De fase op $t = 0,40 \text{ s}$ is gelijk aan 0, omdat dit de eerste keer is dat de evenwichtsstand in positieve richting wordt gepasseerd. Vanaf $t = 2,0 \text{ s}$ is de beweging weer hetzelfde als vanaf $t = 0,40 \text{ s}$. De fase is op $t = 2,0 \text{ s}$ gelijk aan 1,0, omdat het blokje dan precies één trilling heeft uitgevoerd vanaf $\varphi = 0$.



Figuur 9.5

Gereduceerde fase

De fase is meestal geen geheel getal. In figuur 9.5 is de fase op $t = 4,00 \text{ s}$ gelijk aan 2,25. Dat geeft aan dat de beweging zich al twee keer heeft herhaald en dat van de derde periode een kwart voorbij is. Het systeem gedraagt zich op dit moment hetzelfde als toen de fase 0,25 en 1,25 was. De waarde 0,25 is dus voldoende om vast te leggen welk deel van de trilling het systeem op dat moment heeft uitgevoerd. Dit getal noem je de **gereduceerde fase** φ_r . Dus op $t = 4,00 \text{ s}$ geldt $\varphi_r = 0,25$.

Voorbeeld 3 Rekenen met fase en gereduceerde fase

Aan een statief hangt een veer met een blokje. Je trekt het blokje vanuit de evenwichtsstand 4,0 cm naar beneden.

Het blokje trilt met een trillingstijd van 2,00 s.

- Leg uit dat op $t = 0,50$ s de fase gelijk is aan 0.
- Laat aan de hand van een schets van het (u, t) -diagram zien dat de gereduceerde fase op $t = 5,00$ s gelijk is aan 0,25.
- Laat met een berekening zien dat de gereduceerde fase op $t = 5,00$ s gelijk is aan 0,25.
- Bereken de fase op $t = 4,40$ s.

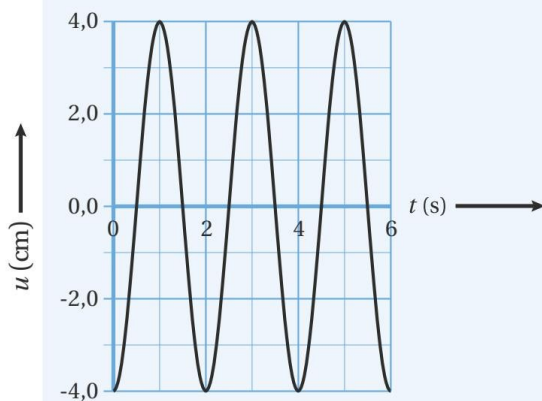
Tussen $t = 0$ s en $t = 5,00$ s is op vijf tijdstippen de uitwijking gelijk aan 2,5 cm.

- Leg met behulp van je schets uit dat er twee verschillende waarden voor de gereduceerde fase zijn bij een uitwijking van 2,5 cm.

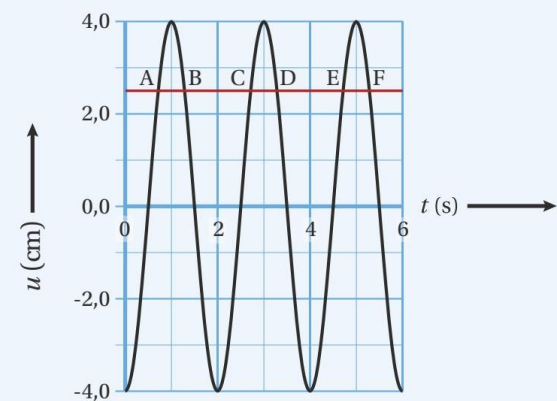
Uitwerking

- De fase van een periodieke beweging is nul op het eerste tijdstip waarop de evenwichtsstand in positieve richting wordt gepasseerd. Op $t = 0,00$ s is het blokje in de onderste uiterste stand. Na $0,25T$ gaat het blokje voor het eerst door de evenwichtsstand naar boven. Dat is dus op $t = 0,25 \times 2,00 = 0,50$ s.
- Zie figuur 9.6. Bij een schets van een trilling teken je alleen de punten in de evenwichtsstand en de uiterste standen. Dan schets je een sinusoïde door de getekende punten.

Je ziet in figuur 9.6 dat het blokje zich op $t = 5,00$ s in de uiterste stand boven de evenwichtsstand bevindt. Dat is een kwart trilling nadat het blokje de evenwichtsstand is gepasseerd. De gereduceerde fase is dus op $t = 5,00$ s gelijk aan 0,25.



Figuur 9.6



Figuur 9.7

- $\varphi = \frac{t}{T}$ met $T = 2,00$ s

Op $t = 0,50$ s gaat het blokje voor het eerst door de evenwichtsstand in positieve richting. Hier geldt $\varphi = 0$. Dat betekent dat op $t = 5,00$ s er 4,50 s zijn verstreken vanaf het tijdstip waarop $\varphi = 0$.

$$\varphi_{5,00} = \frac{4,50}{2,00} = 2,25$$

Dus $\varphi_{r;5,00} = 0,25$.

d $\varphi = \frac{t}{T}$ met $T = 2,00$ s

Op $t = 0,50$ s is de fase gelijk aan 0.

$$t = 4,40 - 0,50 = 3,90 \text{ s}$$

$$\varphi_{4,40} = \frac{3,90}{2,00} = 1,95$$

- e De horizontale (rode) lijn met $u = 2,5$ cm snijdt de grafiek op zes plaatsen.
Zie figuur 9.7.

De tijdstippen A en B vallen binnen de trillingstijd van 2,00 s. De gereduceerde fase van punt A is dus niet gelijk aan de gereduceerde fase van punt B. Je ziet ook dat op tijdstip A het blokje van de evenwichtsstand af beweegt en op tijdstip B naar de evenwichtsstand toe.

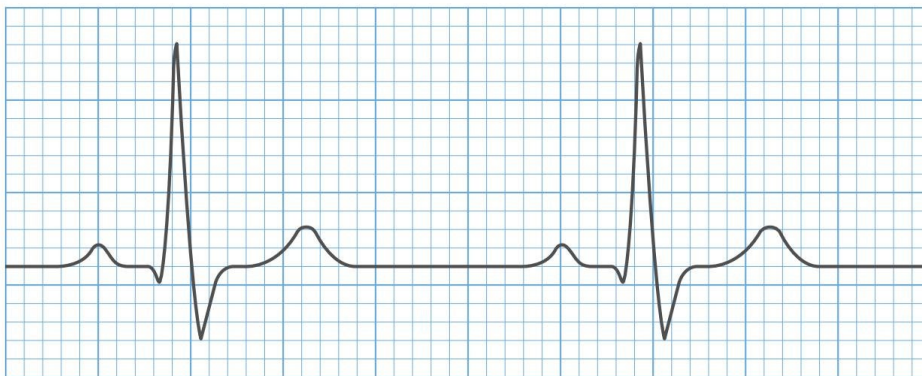
De gereduceerde fase op tijdstip A is wel gelijk aan de gereduceerde fase op tijdstip C, omdat tijdstip C op precies één trillingstijd van tijdstip A ligt. Dat geldt ook voor de gereduceerde fase op tijdstip E, dat twee trillingstijden van tijdstip A ligt. De gereduceerde fase op tijdstip D en F komt overeen met die op tijdstip B.

Dat betekent dat er twee verschillende gereduceerde fasen horen bij $u = 2,5$ cm.

Metingen aan periodieke bewegingen

De periodieke beweging van een schommel kun je onderzoeken met een stopwatch en een meetlint. Elektrische en geluidstrillingen kun je alleen zichtbaar maken met speciale apparaten.

Neem bijvoorbeeld de periodieke beweging van het hart. Die beweging wordt gestuurd door elektrische spanningen. Deze spanningen zijn heel klein, maar met behulp van elektroden op de huid zijn ze toch te meten. De elektroden zijn verbonden met een gevoelige spanningsmeter die het signaal doorgeeft aan een computer. Het (spanning, tijd)-diagram dat op deze manier wordt gemaakt, noem je een hartfilmpje ofwel **cardiogram**. Zie figuur 9.8. Met behulp van zo'n cardiogram kunnen hartafwijkingen worden opgespoord.



Figuur 9.8

Een apparaat dat de elektrische spanning weergeeft als functie van de tijd heet een **oscilloscoop**. Zie figuur 9.9. In de horizontale richting lees je de tijd af, in de verticale richting de spanning.



Figuur 9.9

Op het scherm van de oscilloscoop wordt de spanning op een bepaald tijdstip zichtbaar gemaakt door middel van een oplichtende stip. Alle stippen samen vormen een **oscillogram**. De oplichtende stip beweegt met een constante snelheid van links naar rechts. Als de stip de rechterkant van het scherm bereikt, wordt hij verplaatst naar de linkerkant van het scherm, en begint een nieuwe cyclus.

Het scherm van de oscilloscoop is verdeeld in hokjes. De breedte van één hokje is een schaaldeel. De **tijdbasis** geeft aan in hoeveel tijd de stip één schaaldeel doorloopt. De tijdbasis wordt uitgedrukt in ms/div. De afkorting div staat voor *division*, oftewel één schaaldeel. Bijvoorbeeld: als de tijdbasis is ingesteld op 2 ms/div, wordt de breedte van één hokje doorlopen in 2 ms.

De gemeten spanning bepaalt hoe ver de stip wordt verplaatst in verticale richting. De **gevoeligheid** is de spanning die hoort bij de hoogte van één hokje, uitgedrukt in V/div. Een gevoeligheid van 2 V/div wil zeggen dat de hoogte van één hokje gelijkstaat aan een spanning van 2 V.

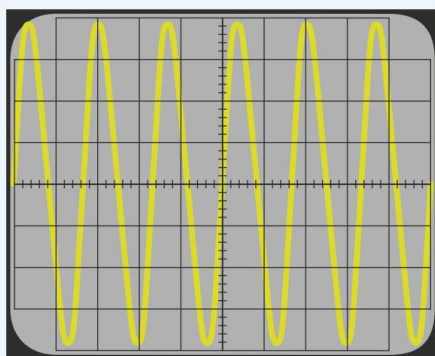
Om met een oscilloscoop trillingen waar te nemen, moet je de trilling eerst omzetten in een elektrisch signaal. Zo zet een **microfoon** een geluidstrilling om in een spanning die je met een oscilloscoop of een computer zichtbaar kunt maken.

Voorbeeld 4 Oscillogram analyseren

Figuur 9.10 is het oscillogram van het geluid van een aangeslagen stemvork.

De tijdbasis is 2,0 ms/div.

Bereken de frequentie van het geluid.



Figuur 9.10

Uitwerking

De stip heeft $10 \times 2,0 = 20$ ms nodig om van links naar rechts over het scherm te gaan.

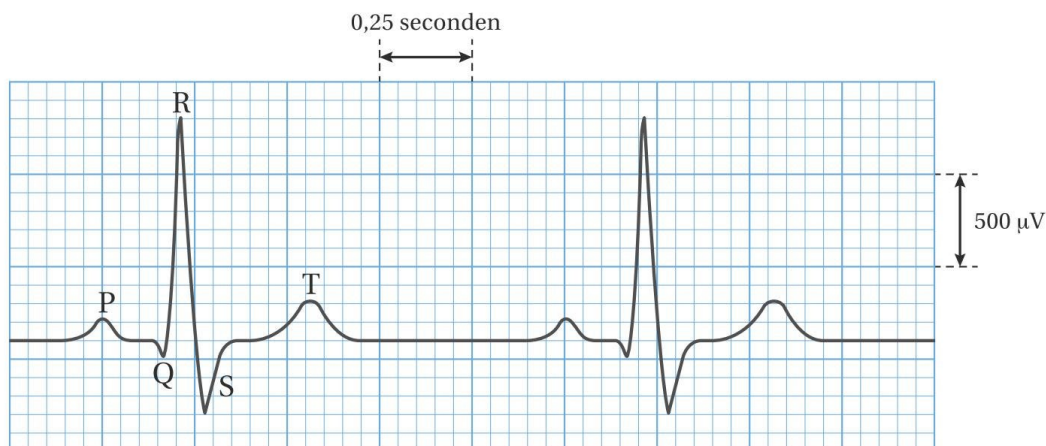
Uit het oscillogram blijkt dat de stemvork in die 20 ms precies zes trillingen heeft uitgevoerd.

$$\text{Dus } T = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{6} = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ s.}$$

Met $f = \frac{1}{T}$ bereken je $f = 3,0 \cdot 10^2 \text{ Hz}$.

Opgaven

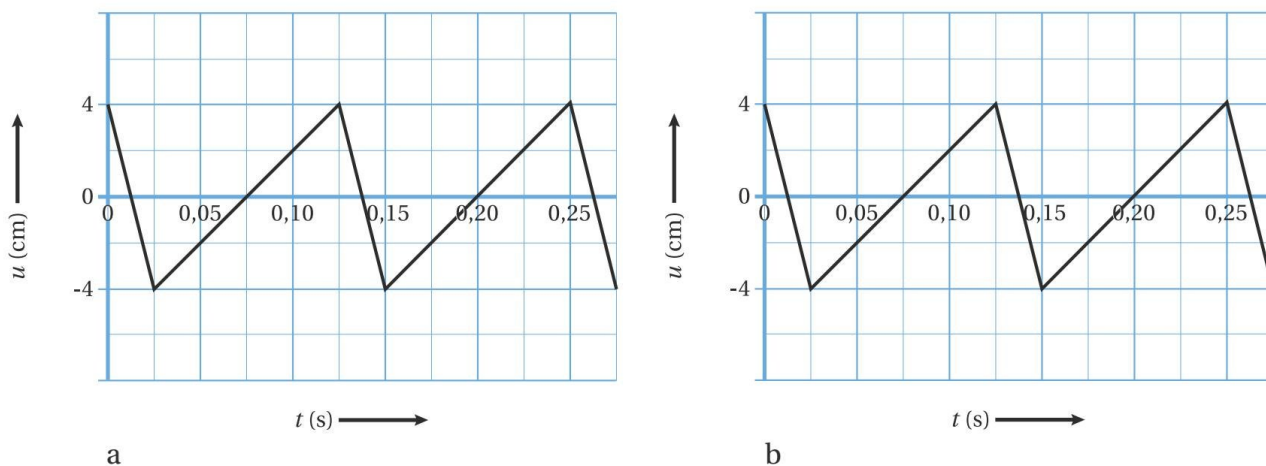
- 1 Leg bij elk van de volgende voorbeelden uit of er sprake is van een trilling.
 - a Het zwiepen van een takje aan een boom in de wind.
 - b De beweging van een stoeltje van een draaimolen.
 - c De op- en neergaande beweging van een zuiger in de motor van een auto.
 - d De beweging van een heiblok tijdens het heien.
- 2 In figuur 9.11 zie je een cardiogram. In het diagram zijn een horizontale en een verticale schaalverdeling aangegeven.



Figuur 9.11

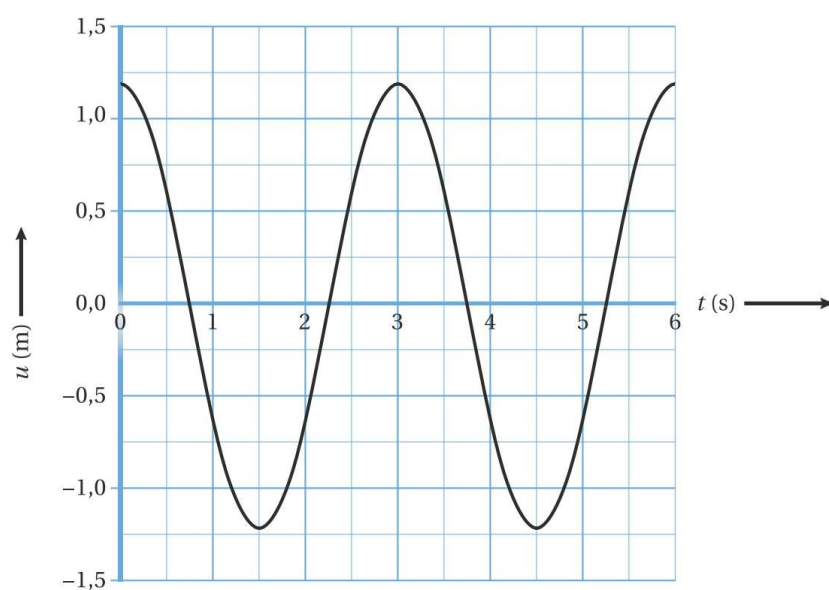
- a Is de beweging van het hart een periodieke beweging? Leg uit.
 - b Is de beweging van het hart een trilling? Leg uit.
 - c Bepaal de frequentie van de hartslag in min^{-1} .
De spanningspiek bij punt R ontstaat tijdens het samentrekken van de hartkamers.
 - d Bepaal de hoogte van deze spanningspiek.
- 3 Kees wil de frequentie van een trillend blokje aan een veer bepalen. Hij meet de tijd van tien volledige trillingen. Het blokje doet hier 7,9 s over.
 - a Bereken de frequentie van deze trilling.
Kees meet de tijd van tien volledige trillingen, en niet de tijd van één volledige trilling.
 - b Leg uit dat hierdoor de meetonzekerheid in de frequentie kleiner is.
 - c Op welk punt van de trilling kan Kees het best de stopwatch indrukken? Licht je antwoord toe.

- **tekenblad** 4 In figuur 9.12 zie je twee keer hetzelfde (u, t) -diagram.
- Hoe blijkt uit dit diagram dat er sprake is van een trilling?
 - Bepaal de amplitude van deze trilling.
 - Bereken de frequentie van deze trilling.
 - Bereken de fase van deze trilling op $t = 0,10$ s.
 - Bereken de gereduceerde fase van deze trilling op $t = 0,30$ s.
 - Teken in figuur 9.12a de grafiek van een trilling met een twee keer zo grote amplitude.
 - Teken in figuur 9.12b de grafiek van een trilling met een twee keer zo kleine frequentie.



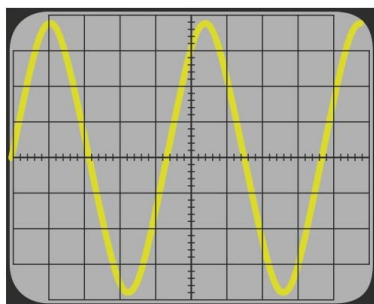
Figuur 9.12

- **tekenblad** 5 Figuur 9.13 is het (u, t) -diagram van een peuter op een schommel. Deze beweging is een voorbeeld van een trilling.
- Bepaal de frequentie van deze trilling.
 - Bepaal de maximale snelheid van het schommelende kind.

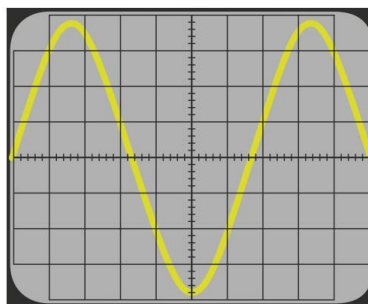


Figuur 9.13

- 6 Onder de oscillogrammen van figuur 9.14 staat de tijdbasis.
- Bepaal van elke trilling de frequentie in twee significante cijfers.



a 0,5 ms/div

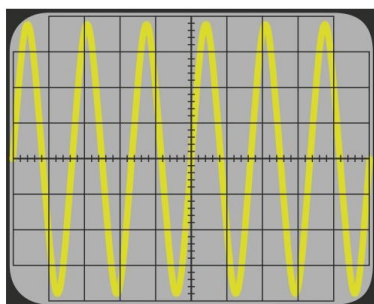


b 1 ms/div

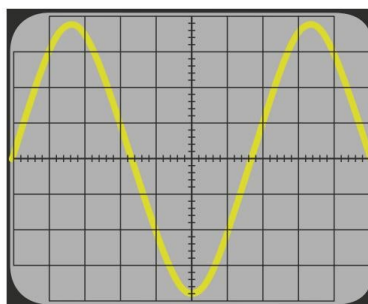
Figuur 9.14

De oscillogrammen in figuur 9.15 zijn van dezelfde trilling met een frequentie van 300 Hz.

- Bepaal voor elk oscillogram de tijdbasis in twee significante cijfers.



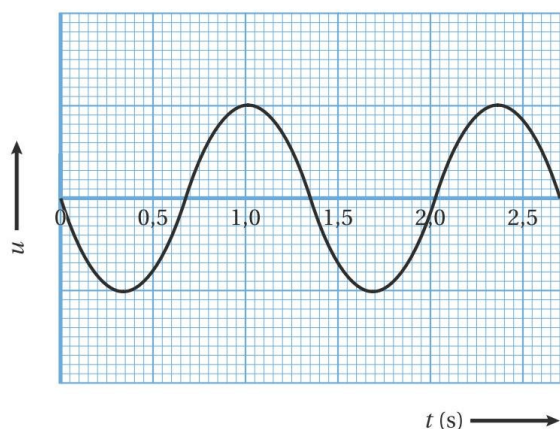
a



b

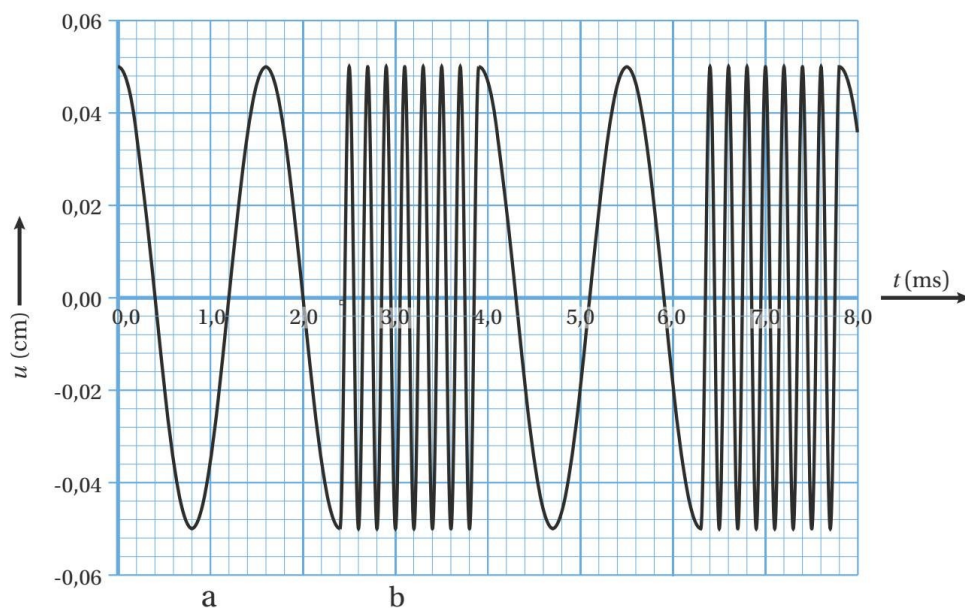
Figuur 9.15

- 7 In figuur 9.16 zie je het (u, t) -diagram van een slinger.
- Bepaal in drie significante cijfers de trillingstijd van de slinger.
 - Bepaal in drie significante cijfers op welk(e) tijdstip(pen) de fase 0 is.
 - Bepaal in drie significante cijfers op welk(e) tijdstip(pen) de gereduceerde fase 0,5 is.



Figuur 9.16

- 8 In figuur 9.17 staat het (u, t) -diagram van een tweetonige sirene. Tweetonig betekent dat het geluid is opgebouwd uit twee verschillende tonen, die je na elkaar hoort. In de figuur zijn de twee tonen aangegeven met a en b.



Figuur 9.17

- Bepaal de trillingstijd van de sirene.
- Bepaal de amplitude van de sirene.
- Bepaal in twee significante cijfers de fase van trilling a op $t = 2,40$ ms.
- Toon aan dat de frequentie van trilling b gelijk is aan $5,0$ kHz.
- Bepaal in twee significante cijfers de gereduceerde fase van trilling b op $t = 3,52$ ms.

Een quad rijdt over ruw terrein.
De vering krijgt het zwaar te verduren onder de op- en neergaande bewegingen. Wat kun je zeggen over de beweging van voorwerpen die aan veren vastzitten?



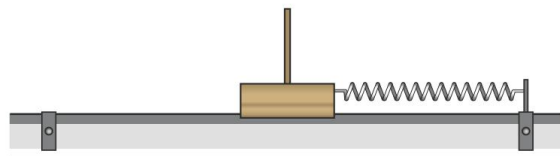
Figuur 9.18

9.2 Harmonische trilling

Krachten bij trillingen

Een ruiter op een luchtkussenbaan zit vast aan een veer. Zie figuur 9.19. Hij bevindt zich in de evenwichtsstand. Trek je de ruiter een stukje naar links, dan trekt de veer de ruiter naar rechts. Hoe verder je de ruiter naar links trekt, des te groter is de kracht naar rechts.

Duw je de ruiter naar rechts, dan duwt de veer de ruiter naar links. Laat je de ruiter los, dan voert hij een trilling uit rond de evenwichtsstand.



Figuur 9.19

Op de ruiter werkt dan een veerkracht (en een zeer kleine schuifwrijvingskracht). De resulterende kracht van deze krachten is gericht naar de evenwichtsstand. Is de **resulterende kracht** recht evenredig met de **uitwijking**, dan geldt:

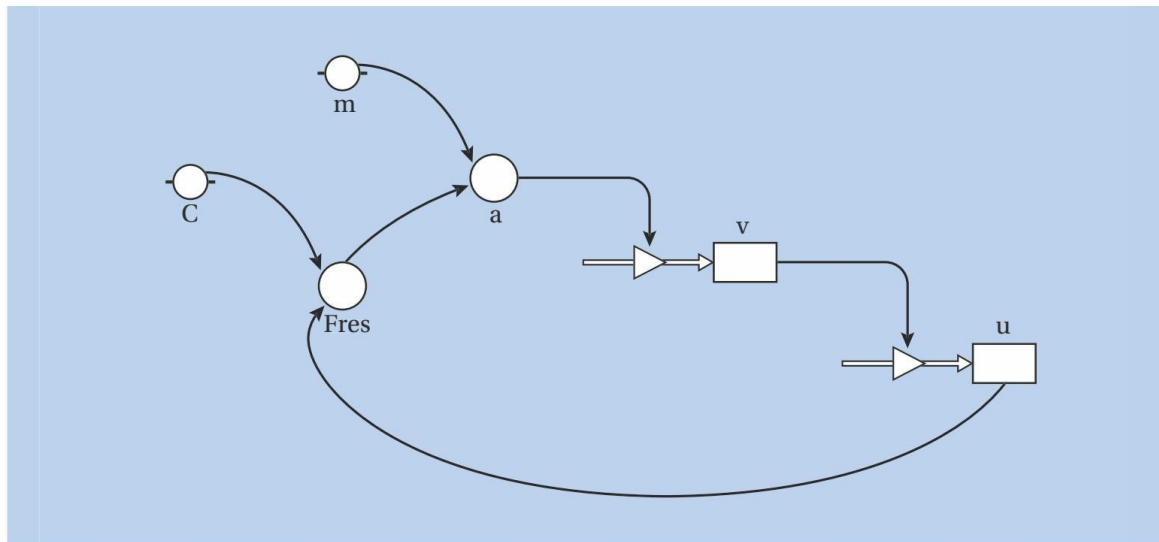
$$\vec{F}_{\text{res}} = -C \cdot \vec{u}$$

- $\vec{F}_{\text{res}}$ is de resulterende kracht in N.
- C is de krachtconstante in N m^{-1} .
- $\vec{u}$ is de uitwijking in m.

Het minteken geeft aan dat de resulterende kracht en de uitwijking tegengesteld gericht zijn. Bij de ruiter op de luchtkussenbaan is de **krachtconstante** gelijk aan de veerconstante van de veer.

De harmonische trilling

Trek je de ruiter in figuur 9.19 een stukje naar links en laat je hem los, dan voert hij een trilling uit. Een grafisch **model** van deze trilling staat in figuur 9.20 en het bijbehorende tekstmodel in tabel 9.1.

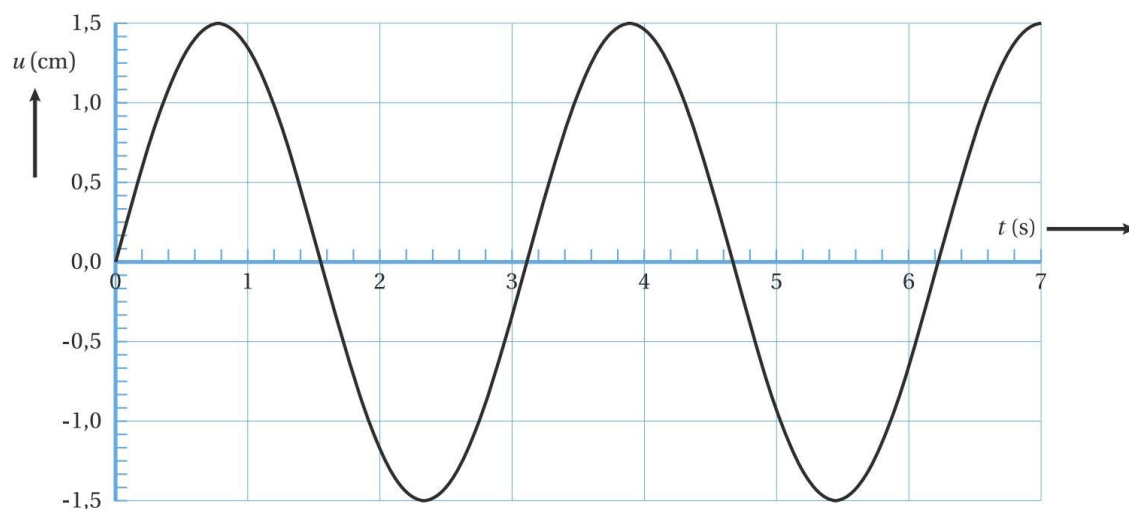


Figuur 9.20

Modelregels	Startwaarden (SI)
$F_{res} = -C \cdot u$	$u = 0$
$a = F_{res}/m$	$m = 1,0$
$v = v + a \cdot dt$	$C = 4,0$
$u = u + v \cdot dt$	$v = 0,030$
$t = t + dt$	$t = 0$
	$dt = 0,0001$

Tabel 9.1

Laat je Coach de (u, t) -grafiek tekenen, dan ontstaat het diagram van figuur 9.21.



Figuur 9.21

De grafiek in het (uitwijking, tijd)-diagram is sinusvormig. Een trilling met zo'n (u, t) -grafiek noem je een **harmonische trilling**. Harmonische trillingen treden altijd op als het verband tussen uitwijking en kracht overeenkomt met $\vec{F}_{\text{res}} = -C \cdot \vec{u}$.

Voor de **uitwijking van een harmonische trilling** geldt:

$$u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

- u is de uitwijking in m.
- A is de amplitude in m.
- T is de trillingstijd in s.
- t is de tijd in s, vanaf het moment dat $\varphi = 0$.

De formule geldt dus als het voorwerp op $t = 0$ s de evenwichtsstand passeert in positieve richting.

Bij natuurkunde ben je gewend een hoek in graden uit te drukken. Eén graad is de hoek die hoort bij $\frac{1}{360}$ deel van een cirkel. Een andere hoekmaat is **radiaal** met symbool rad. Dat is de hoek die hoort bij een cirkelboog waarvan de lengte gelijk is aan de straal van de cirkel. Omdat de omtrek van een cirkel gelijk is aan $2\pi r$, kun je de hele cirkel verdelen in 2π radialen.

Bij het beschrijven van de harmonische trilling gebruik je radialen. Bij berekeningen stel je de rekenmachine in op RAD in plaats van op DEG.

Voorbeeld 5 Rekenen met de formule voor harmonische trilling

Voor de sinus in figuur 9.21 geldt $A = 1,5$ cm en $T = 3,1$ s.

Bereken de uitwijking op $t = 2,0$ s.

Uitwerking

$$u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

$$u = 1,5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3,1} \times 2,0\right) = -1,18 \text{ cm}$$

Afgerond: $u = -1,2$ cm.

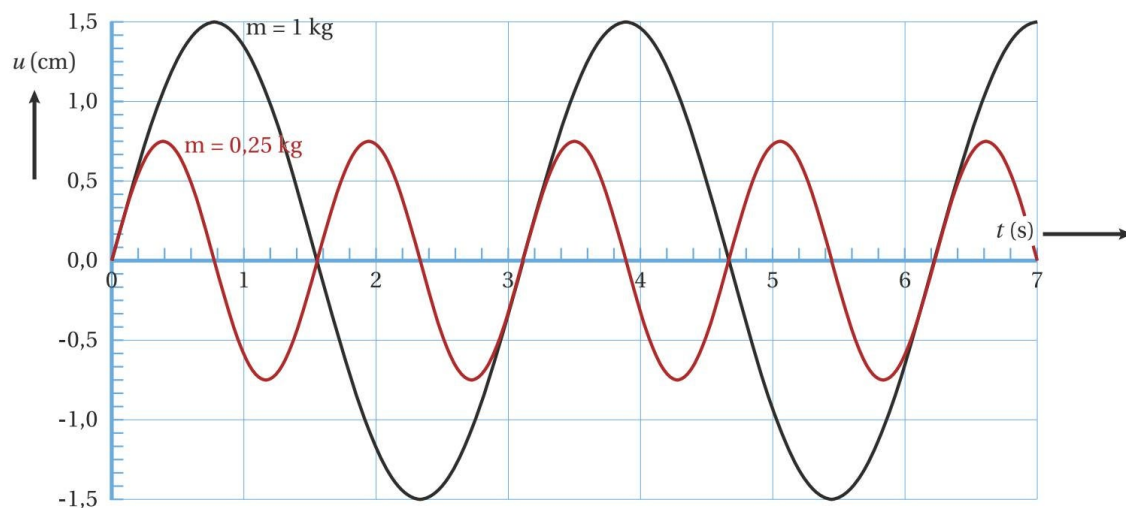
Trillingstijd van een massa-veersysteem

► practicum Veerconstante

De ruiter op een luchtkussenbaan is een voorbeeld van een **massa-veersysteem**.

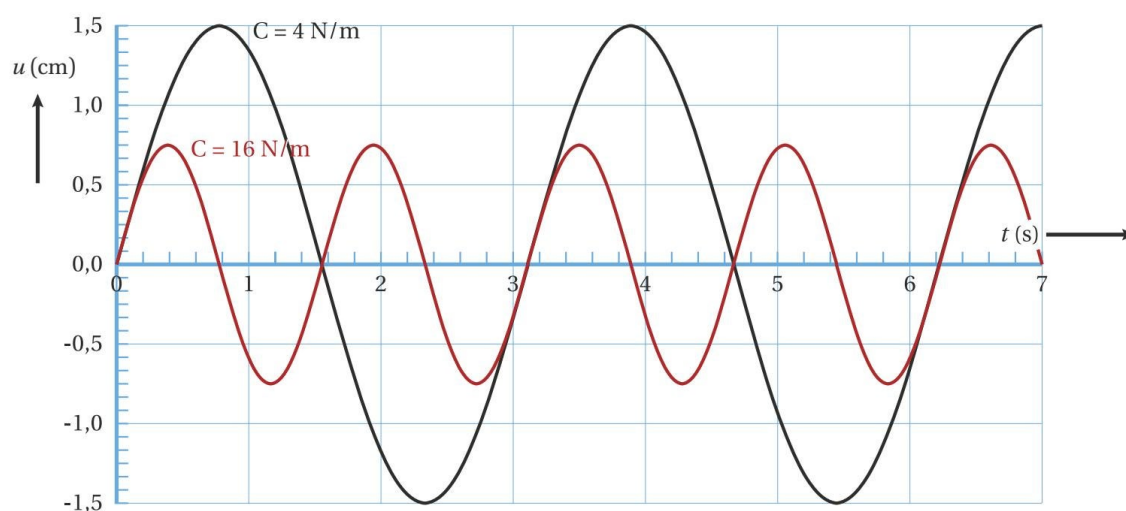
Met het model van figuur 9.20 onderzoek je hoe de trillingstijd van dit massa-veersysteem afhangt van de massa en de krachtconstante.

De zwarte grafiek in figuur 9.22 ontstaat bij de oorspronkelijke startwaarden: $m = 1,0$ kg en $C = 4,0$ N m⁻¹. De rode grafiek ontstaat met een massa van 0,25 kg in plaats van 1,0 kg. Een vier keer zo kleine massa geeft een twee keer zo kleine trillingstijd. Door meer waarden te proberen, vind je dat de trillingstijd T recht evenredig is met $\sqrt{m}$.



Figuur 9.22

Wijzig je alleen de krachtconstante in $C = 16 \text{ N m}^{-1}$, dan ontstaat de rode grafiek van figuur 9.23. Een vier keer zo grote krachtconstante geeft een twee keer zo kleine trillingstijd. Verder onderzoek leidt tot de conclusie dat de trillingstijd omgekeerd evenredig is met $\sqrt{C}$. Dat betekent $T \propto \sqrt{\frac{1}{C}}$.



Figuur 9.23

Wanneer je de twee onderzoeken combineert, vind je $T \propto \sqrt{\frac{m}{C}}$. De evenredigheidsconstante blijkt gelijk te zijn aan 2π . De **trillingstijd** van een massa-veersysteem bereken je dus met:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

- T is de trillingstijd in s.
- m is de massa in kg.
- C is de krachtconstante in N m^{-1} .

Voorbeeld 6 Rekenen met een blokje aan een veer

Bij een practicum gebruiken Marc en Duncan een veer met een lengte van 8,0 cm. Aan de veer hangen ze een blokje met een massa van 100 g. Als het blokje stil hangt, is de lengte van de veer 11,9 cm.

a Toon aan dat de veerconstante van de veer gelijk is aan 25 N m^{-1} .

Voordat het blokje stil hangt aan de veer trilt het op en neer.

a Bereken de trillingstijd van deze trilling.

Uitwerking

a Als het blokje stil hangt, geldt $F_v = F_{zw}$.

De zwaartekracht bereken je met $F_{zw} = m \cdot g$.

$$m = 100 \text{ g} = 0,100 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

$$F_{zw} = 0,100 \times 9,81 = 0,981 \text{ N}$$

De veerconstante bereken je met $F_v = C \cdot u$.

Voor de uitrekking geldt $u = 11,9 - 8,0 = 3,9 \text{ cm} = 3,9 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

Invullen in de formule voor de veerconstante levert $0,981 = C \cdot 3,9 \cdot 10^{-2}$.

Hieruit volgt $C = 25,2 \text{ N m}^{-1}$.

Afgerond: $C = 25 \text{ N m}^{-1}$.

b De trillingstijd bereken je met $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$.

Invullen van $m = 0,100 \text{ kg}$ en $C = 25 \text{ N m}^{-1}$ levert $T = 2\pi \sqrt{\frac{0,100}{25}} = 0,397 \text{ s}$.

Afgerond: $T = 0,40 \text{ s}$.

Faseverschil en gereduceerd faseverschil

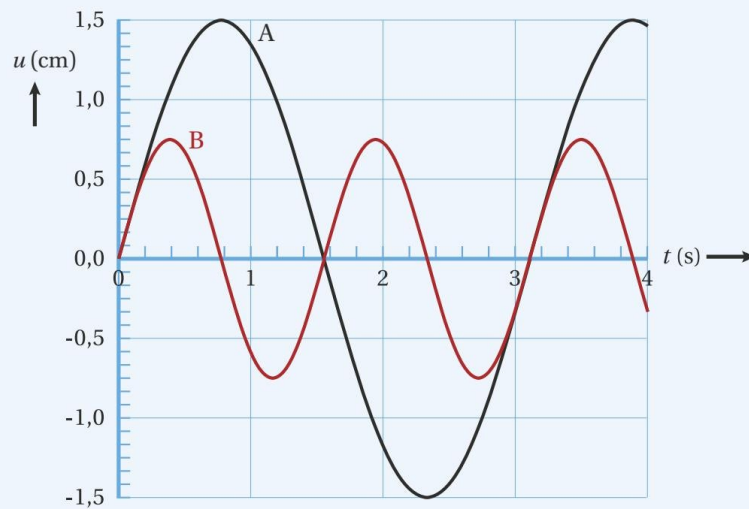
Het **faseverschil** $\Delta\phi$ is het verschil in fase van twee punten. Deze twee punten kunnen van één trilling zijn. Je kijkt dan naar de fase van één punt op verschillende tijdstippen. Je kunt ook de fase van twee verschillende trillingen met elkaar vergelijken. Dan kijk je naar de fase van twee punten op hetzelfde tijdstip.

Het faseverschil geeft aan in hoeverre de trillingen van twee punten 'in de pas lopen'. Daarbij is het voldoende om te weten wat het **gereduceerde faseverschil** $\Delta\phi_r$ is. Is het gereduceerde faseverschil gelijk aan 0, dan bevinden de punten zich in hetzelfde stadium van hun trilling. Je zegt dan dat de twee punten **in fase** trillen. Bij een gereduceerd faseverschil van 0,5 zijn de twee punten **in tegenfase**.

Voorbeeld 7 Faseverschil tussen twee trillingen op een tijdstip

Figuur 9.24 is een (u, t) -diagram van twee massa-veersystemen A en B.

- Bepaal de tijdstippen waarop de twee systemen in fase zijn.
- Bepaal het tijdstip waarop de twee systemen in tegenfase zijn.



Figuur 9.24

De trillingstijd van A is 3,10 s en van B 1,55 s.

- Bereken het faseverschil tussen de twee systemen op $t = 4,00$ s.
Op $t = 1,20$ s en $t = 3,50$ s zijn de uitwijkingen voor systeem A gelijk aan 1,0 cm.
- Bereken voor systeem A het faseverschil tussen die punten.

Uitwerking

- Op $t = 0,0$ s en $t = 3,10$ s.
Zowel de zwarte als de rode grafieklijn gaan op die twee tijdstippen door de evenwichtsstand omhoog. Beide massa-veersystemen beginnen dan aan een nieuwe trilling. Het gereduceerde faseverschil is dan 0. De systemen zijn dan in fase.
- Op $t = 1,55$ s gaat de zwarte grafieklijn door de evenwichtsstand naar beneden en de rode grafieklijn door de evenwichtsstand omhoog. Trilling A is halverwege de trilling en trilling B begint aan een nieuwe trilling. Het gereduceerde faseverschil op dat tijdstip is gelijk aan 0,5. De systemen zijn dan in tegenfase.
- $\varphi_A = \frac{t}{T_A}$ met $t = 4,00$ s en $T_A = 3,10$ s en $\varphi_B = \frac{t}{T_B}$ met $t = 4,00$ s en $T_B = 1,55$ s

$$\varphi_A = \frac{4,00}{3,10} = 1,2903 \text{ en } \varphi_B = \frac{4,00}{1,55} = 2,5806$$

$$\Delta\varphi = 2,5806 - 1,2903 = 1,2903$$
 Afgerond: $\Delta\varphi = 1,29$.
- $\varphi_A = \frac{t}{T_A}$ met $T_A = 3,10$ s
 Op $t = 1,20$ s geldt $\varphi_A = \frac{1,20}{3,10} = 0,38709$ en op $t = 3,50$ s $\varphi_A = \frac{3,50}{3,10} = 1,12903$
 Het faseverschil is dus $1,12903 - 0,38709 = 0,74193$
 Afgerond: $\Delta\varphi = 0,74$.

In vraag d vergelijk je twee punten van een trilling. Dan zijn de tijdstippen verschillend, maar de trillingstijden gelijk. Dat betekent:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T} = \frac{\Delta t}{T}.$$

Voor het faseverschil op twee tijdstippen van een trilling geldt dus:

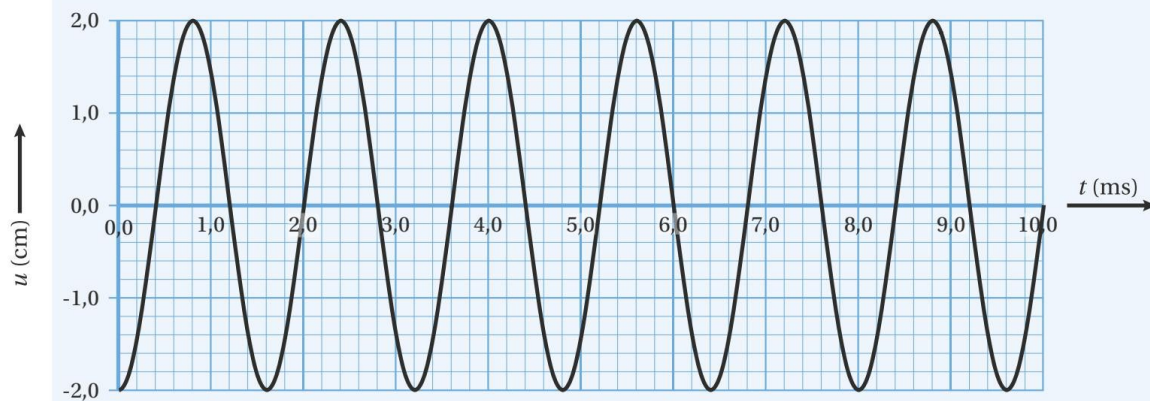
$$\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$$

- $\Delta\varphi$ is het faseverschil.
- Δt is het tijdverschil in s.
- T is de periode of trillingstijd in s.

Voorbeeld 8 Faseverschil tussen twee tijdstippen van een trilling

Figuur 9.25 is het (u, t) -diagram van een trillend blokje aan een veer.

Bepaal het faseverschil van de beweging tussen $t = 1,20$ s en $4,00$ s.



Figuur 9.25

Uitwerking

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$$

$$\Delta t = 4,00 - 1,20 = 2,80 \text{ s}$$

In figuur 9.25 zie je 6,0 trillingen in 9,5 s.

$$6,0T = 9,5 \text{ s}$$

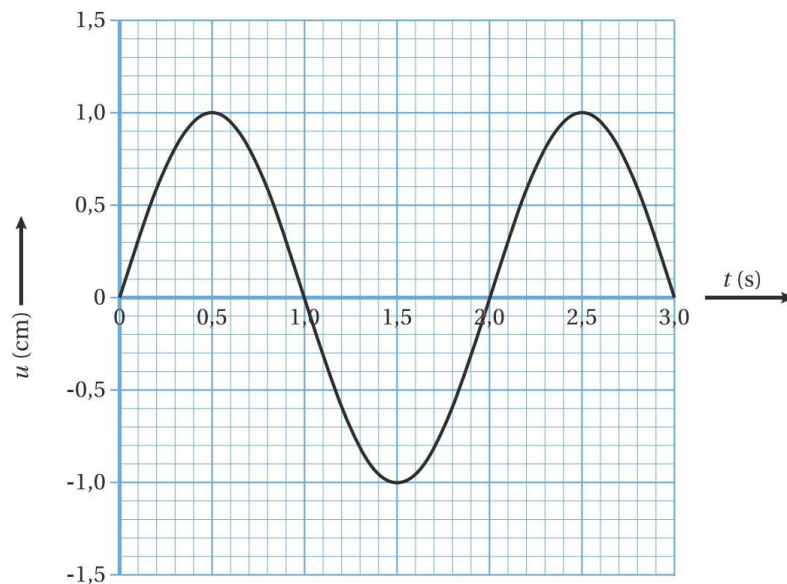
$$T = 1,583 \text{ s}$$

$$\text{Invullen levert } \Delta\varphi = \frac{2,80}{1,583} = 1,768.$$

Afgerond: $\Delta\varphi = 1,8$.

Opgaven

- 9 Elise hangt een blokje van 150 g aan een veer. De uitrekking van de veer is 13,5 cm.
- Bereken de veerconstante van deze veer in Nm^{-1} .
Elise trekt het blokje een stuk omlaag en laat het los. Vervolgens meet zij de tijd die het blokje nodig heeft voor het uitvoeren van tien trillingen. Op haar stopwatch leest zij af: 7,37 s.
 - Bereken met deze gegevens opnieuw de veerconstante van de veer.
 - Zou Elise een andere waarde voor de trillingstijd hebben gemeten als zij het blokje wat verder omlaag had getrokken? Geef een toelichting.
 - Noem twee manieren waarop Elise ervoor kan zorgen dat de tijdsduur voor tien trillingen groter is dan 7,37 s.
- 10 Een blokje met massa m trilt aan een veer met veerconstante C . De (u, t) -grafiek van deze trilling is sinusvormig. Zie figuur 9.26.



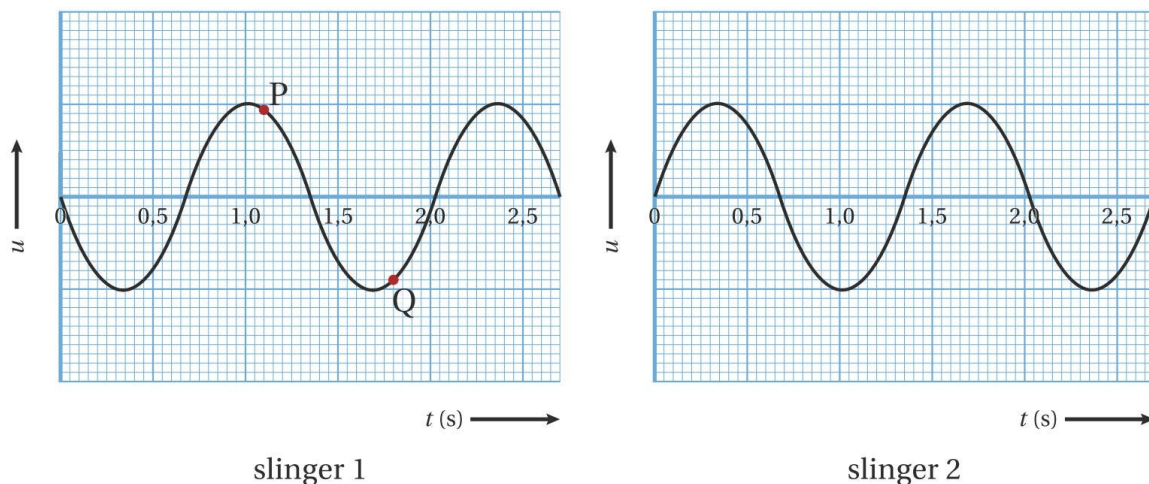
Figuur 9.26

- Stel een formule op voor de uitwijking als functie van de tijd.
- Controleer je antwoord op vraag a door met je formule de uitwijking te berekenen op $t = 0,70$ s en $t = 1,2$ s.
Ook de (F_{res}, t) -grafiek blijkt sinusvormig te zijn.
- Leg dit uit.
- Maak een schets van het (F_{res}, t) -diagram.
Hang je een tweede blokje met massa m aan de veer, dan verandert de trillingstijd.
- Bereken in twee significante cijfers hoe groot de nieuwe trillingstijd is.

► hulpblad

- 11 Een bol met een massa van 300,0 g hangt aan een lange veer met een veerconstante van 25,00 N m⁻¹.
- Toon aan dat de uitrekking van de veer 11,77 cm is.
Daan trekt de bol 6,00 cm omlaag en laat hem daarna los. Neem aan dat de bol direct vanaf dit tijdstip een harmonische trilling gaat uitvoeren.
 - Tussen welke waarden varieert de uitrekking van de veer?
Op de bol werken twee krachten: de zwaartekracht F_{zw} en de veerkracht F_v . Tijdens de trilling vormt de resultante van deze twee krachten de resulterende kracht F_{res} .
 - Toon aan dat $F_{res} = -1,50$ N als de bol zich in de uiterste stand boven bevindt.
 - Toon aan dat $F_{res} = +1,50$ N als de bol zich in de uiterste stand beneden bevindt.
 - Maak een (F_{res}, u) -diagram.
Aan dezelfde veer hang je een massa van 200,0 g. Ook deze massa gaat een trilling uitvoeren met een amplitude van 6,00 cm.
 - Bereken voor deze nieuwe situatie de resulterende kracht in de uiterste standen. Hiermee kun je concluderen dat het (F_{res}, u) -diagram precies hetzelfde is.
 - Geef hiervoor een verklaring.

- 12 In figuur 9.27 zie je de (u, t) -diagrammen van twee slingers.
De trillingstijd van slinger 1 is gelijk aan 1,35 s.



Figuur 9.27

In figuur 9.27a zijn de punten P en Q aangegeven.

- Bepaal het faseverschil tussen de punten P en Q.

In figuur 9.27b zie je het (u, t) -diagram van slinger 2 met dezelfde trillingstijd als slinger 1.

- Bepaal het faseverschil tussen slinger 1 en slinger 2.

Voor de trillingstijd van een slinger geldt: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$. Hierin is ℓ de lengte in m en g de valversnelling in m s⁻². De slingertijd van slinger 3 is 1,2 keer zo groot als die van slinger 2. Slinger 3 beweegt op $t = 0$ s vanuit de evenwichtsstand omhoog.

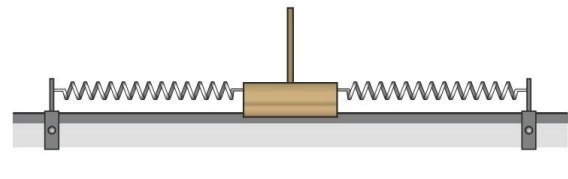
- Bepaal hoeveel keer groter of kleiner de lengte van slinger 3 is ten opzichte van de lengte van slinger 2.
- Bepaal het faseverschil tussen slinger 2 en slinger 3 op $t = 2,4$ s.

- **hulpblad** 13 Als een blokje trilt aan een veer, geldt: $T^2 = \frac{4\pi^2}{C} \cdot m$.

a Leid deze formule af.

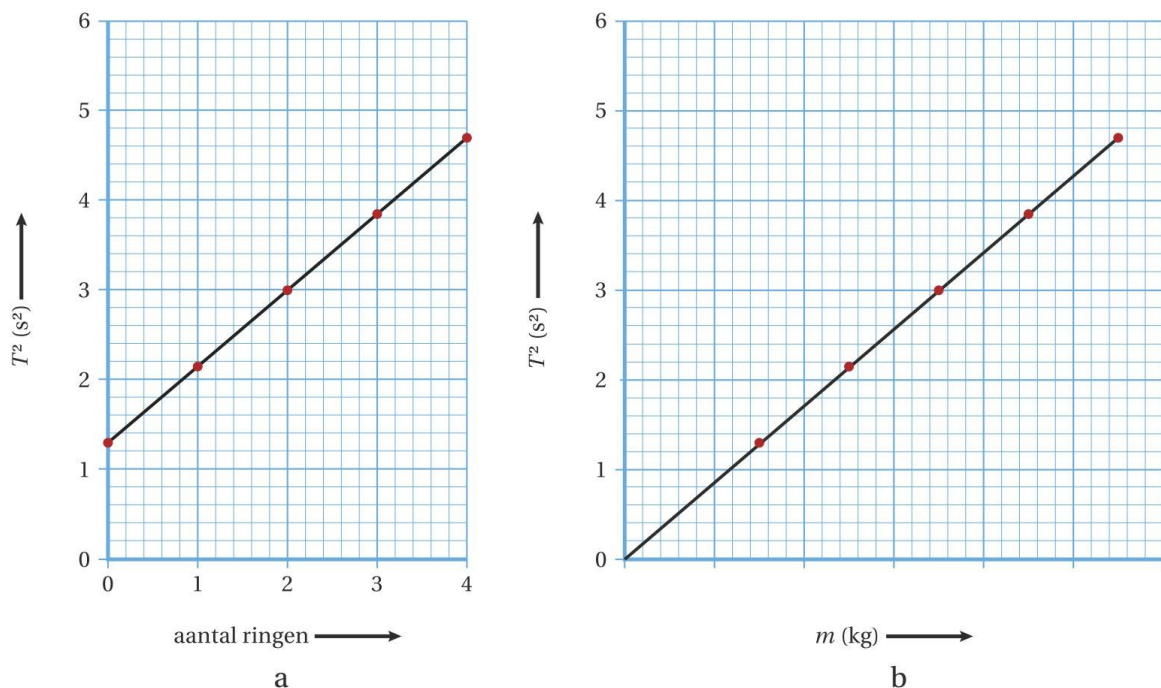
Deze formule voor de trillingstijd geldt ook voor de situatie in figuur 9.28.

Een ruiter is met twee veren verbonden aan twee staanders. Deze staanders zijn vastgemaakt aan een rail. Door de ruiter uit de evenwichtsstand te halen en los te laten gaat hij een trilling uitvoeren, met verwaarloosbare wrijving over de rail.



Figuur 9.28

Nabil doet een proef waarbij hij de opstelling uit figuur 9.28 gebruikt. Hij wil onderzoeken hoe de trillingstijd afhangt van de massa van het trillende systeem. Hij heeft de beschikking over vier ringen met elk een massa van 0,20 kg. Hij legt steeds een ander aantal ringen op de ruiter en meet daarbij de trillingstijd. In figuur 9.29a staan de meetresultaten van Nabil.

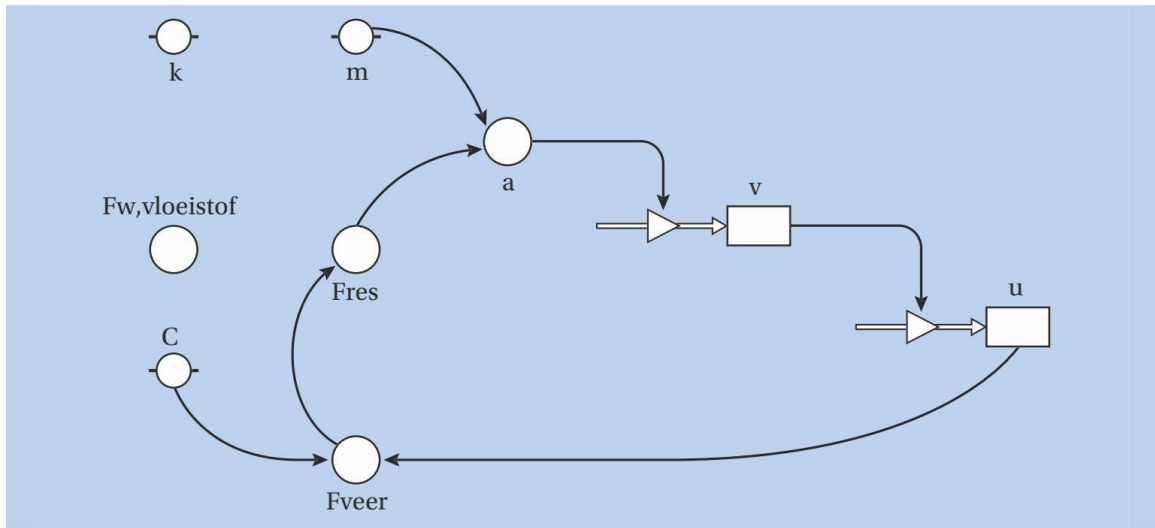


Figuur 9.29

De meetpunten liggen op een rechte lijn. Als de formule boven vraag a juist is, moet de grafiek in een (T^2, m) -diagram door de oorsprong gaan. Nabil maakt daarom een ander diagram, zodat de grafieklijn wel door de oorsprong gaat. Zie figuur 9.29b. In plaats van het aantal ringen moet langs de horizontale as een schaalverdeling voor massa worden uitgezet.

- Toon aan dat de schaalverdeling van de horizontale as $1 \text{ cm} \hat{=} 0,20 \text{ kg}$ is.
- Bepaal de massa van de ruiter.
- Toon aan dat de steilheid van de rechte gelijk is aan $4,3 \text{ s}^2 \text{ kg}^{-1}$.
- Bereken de krachtconstante van het trillende systeem.

- **hulpblad** 14 Gebruik het model *veer_met_wrijving* bij het beantwoorden van deze opgave.
- **tekenblad** Een voorwerp met een massa $m = 0,50$ kg hangt aan een veer met veerconstante $C = 20$ N m⁻¹. Je trekt het voorwerp 5,0 cm naar beneden en laat het dan los. Als je de luchtweerstandskracht verwaarloost, voert het voorwerp een harmonische trilling uit.
- a Bereken de trillingstijd T .
- Kavish heeft een model gemaakt waarin hij geen rekening hoeft te houden met de uitrekking van de veer door de zwaartekracht. Zie figuur 9.30 en tabel 9.2.



Figuur 9.30

Modelregels	Startwaarden (SI)
$a = F_{\text{res}}/m$	$u = -0,05$
$F_{\text{veer}} = -C \cdot u$	$m = 0,50$
$F_{\text{res}} = F_{\text{veer}}$	$C = 20$
$v = v + a \cdot dt$	$v = 0$
$u = u + v \cdot dt$	$t = 0$
$t = t + dt$	$dt = 0,0001$

Tabel 9.2

Het model berekent dezelfde trillingstijd als het antwoord bij vraag a.

- b Toon dat aan met behulp van een diagram in Coach.
- c Leg met behulp van het grafisch model uit dat de resulterende kracht en de uitwijking tegengesteld gericht zijn.

Laat je het voorwerp in een stroperige vloeistof trillen, dan werkt er een weerstandskracht die recht evenredig is met de snelheid: $F_{\text{w,vloeistof}} = k \cdot v$.

In figuur 9.30 ontbreken de relatiepijlen om de invloed van $F_{\text{w,vloeistof}}$ te onderzoeken.

- d Voeg deze relatiepijlen toe aan figuur 9.30.

Om de weerstandskracht te verwerken, moet de definitie van F_{res} worden aangepast.

Je kunt kiezen uit $F_{\text{res}} = F_{\text{veer}} + F_{\text{w,vloeistof}}$ en $F_{\text{res}} = F_{\text{veer}} - F_{\text{w,vloeistof}}$.

- e Leg uit dat de tweede mogelijkheid de juiste is.
- f Onderzoek met behulp van het model welke waarde k minstens moet hebben zodat de amplitude van de trilling na 30 s kleiner dan 0,5 mm is.

Bij het schommelen moet je zelf zorgen voor de energie. Als kind leer je dat schommelen om een speciale techniek vraagt. Hoe zorg je ervoor dat je zo hoog mogelijk komt?



Figuur 9.31

9.3 Trillingsenergie en resonantie

Energieomzettingen bij een trilling

De ruiter op de luchtkussenbaan is een voorbeeld van een harmonische trilling, waarbij de snelheid varieert van 0 m s^{-1} in de uiterste standen tot een maximale waarde in de evenwichtsstand. Bij deze beweging spelen twee energievormen een rol:

- 1 de **kinetische energie** $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$,
op de momenten dat de ruiter een snelheid heeft;
- 2 de **veerenergie** $E_v = \frac{1}{2} C \cdot u^2$,
op de momenten dat de uitrekking ongelijk aan nul is.

De som van deze twee energievormen noem je de **trillingsenergie**. Er geldt:

$$E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} C \cdot u^2$$

- E_{tril} is de trillingsenergie in J.
- m is de massa in kg.
- v is de snelheid in m s^{-1} .
- C is de krachtconstante in N m^{-1} .
- u is de uitwijking in m.

Als de amplitude van de trilling niet verandert, is de trillingsenergie constant. De afzonderlijke bijdragen van de kinetische energie en de veerenergie veranderen wél steeds van grootte. In figuur 9.32 zie je het horizontaal trillende massa-veersysteem op verschillende tijdstippen.

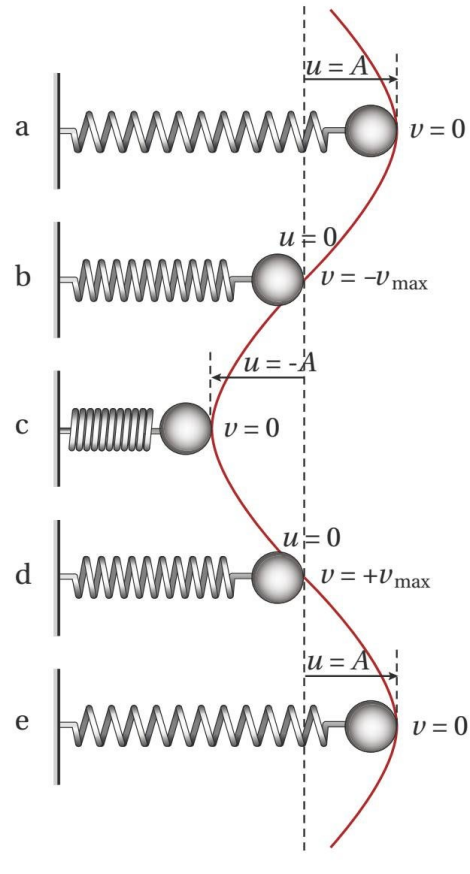
In de figuren 9.32a, c en e bevindt de bol zich in een uiterste stand. De uitwijking u is gelijk aan de amplitude. In deze omkeerpunten geldt $v = 0 \text{ m s}^{-1}$. De veerenergie is dan de enige bijdrage aan de trillingsenergie: $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} C \cdot A^2$. Door het kwadraat heeft het positief of negatief zijn van de uitwijking geen invloed op de grootte van de trillingsenergie in een omkeerpunt.

In de figuren 9.32b en d geldt $u = 0 \text{ m}$ en de veerenergie is dus 0 J. In de evenwichtsstand is de snelheid van de bol maximaal.

De kinetische energie is dan de enige bijdrage aan de trillingsenergie: $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{max}}^2$. Bevindt de bol zich niet in een van de omkeerpunten of in de evenwichtsstand, dan leveren zowel de kinetische energie als de veerenergie een bijdrage aan de trillingsenergie.

Gaat de bol van een van de omkeerpunten naar de evenwichtsstand, dan neemt de veerenergie af en de kinetische energie toe.

Gaat de bol vanuit de evenwichtsstand naar een van de omkeerpunten, dan gebeurt het omgekeerde. Volgens de wet van behoud van energie verandert de trillingsenergie daarbij niet.



Figuur 9.32

De maximale snelheid bij een harmonische trilling

De **maximale snelheid** v_{max} is de snelheid op het moment dat een voorwerp de evenwichtsstand passeert. Deze snelheid hangt uitsluitend af van de amplitude en de trillingstijd. Het verband leid je als volgt af.

De trillingsenergie in een omkeerpunt is gelijk aan de trillingsenergie in de evenwichtsstand. Er geldt dus:

$$\frac{1}{2} m \cdot v_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} C \cdot A^2$$

$$v_{\text{max}}^2 = \frac{C}{m} \cdot A^2$$

De waarde $\frac{C}{m}$ volgt uit de formule voor de trillingstijd:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

$$T^2 = 2^2 \pi^2 \frac{m}{C}$$

$$\frac{C}{m} = \frac{2^2 \pi^2}{T^2}$$

$$\text{Invullen levert } v_{\text{max}}^2 = \frac{2^2 \pi^2}{T^2} \cdot A^2.$$

$$v_{\text{max}} = \frac{2\pi A}{T}$$

De maximale snelheid in de evenwichtsstand bereken je dus met:

$$v_{\max} = \frac{2\pi A}{T}$$

- $v_{\max}$ is de snelheid in m s^{-1} .
- A is de amplitude in m.
- T is de trillingstijd in s.

Voorbeeld 9 Energieberekeningen aan een massa-veersysteem

Een blokje van 50 g hangt aan een veer met $C = 16 \text{ N m}^{-1}$.

Het blokje voert een trilling uit met een amplitude van 4,0 cm.

- a Bereken de snelheid waarmee het blokje de evenwichtsstand passeert.
- b Bereken de kinetische energie van het blokje als de uitwijking 2,0 cm is.

Uitwerking

- a De snelheid waarmee het blokje de evenwichtsstand passeert is de maximale snelheid.

$$v_{\max} = \frac{2\pi A}{T}$$

$$A = 4,0 \text{ cm} = 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Voor de trillingstijd geldt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

$$m = 50 \text{ g} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ g}$$

$$C = 16 \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{Invullen in de formule voor de trillingstijd levert } T = 2\pi \sqrt{\frac{50 \cdot 10^{-3}}{16}} = 0,351 \text{ s.}$$

$$\text{Invullen in de formule voor } v_{\max} \text{ levert } v_{\max} = \frac{2\pi \times 4,0 \cdot 10^{-2}}{0,351} = 0,716 \text{ m s}^{-1}.$$

$$\text{Afgerond: } v_{\max} = 0,72 \text{ m s}^{-1}.$$

- b Volgens de wet van behoud van energie geldt:

$$\frac{1}{2} C \cdot A^2 = E_{\text{kin}} + \frac{1}{2} C \cdot u^2$$

$$u = 2,0 \text{ cm} = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\frac{1}{2} \times 16 \times (4,0 \cdot 10^{-2})^2 = E_{\text{kin}} + \frac{1}{2} \times 16 \times (2,0 \cdot 10^{-2})^2$$

$$E_{\text{kin}} = 9,6 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Energieverlies bij een trilling

Als tijdens een trilling weerstandskrachten optreden, ontstaat er warmte. De trillingsenergie neemt dan af en de amplitude wordt steeds kleiner.

Wil je dat de amplitude niet verandert, dan moet je energie toevoeren door een kracht positieve arbeid te laten verrichten. Een schommel geef je bijvoorbeeld telkens een zetje, waarbij de richting van je spierkracht gelijk is aan de bewegingsrichting van de schommel.

Resonantie

► applet
Resonantie

Een blokje aan een veer kun je in trilling brengen door het blokje een stukje omlaag te trekken en los te laten. De frequentie waarmee het blokje trilt, wordt bepaald door de massa en de veerconstante. De frequentie waarmee een systeem uit zichzelf trilt, noem je de **eigenfrequentie** f_{eigen} .

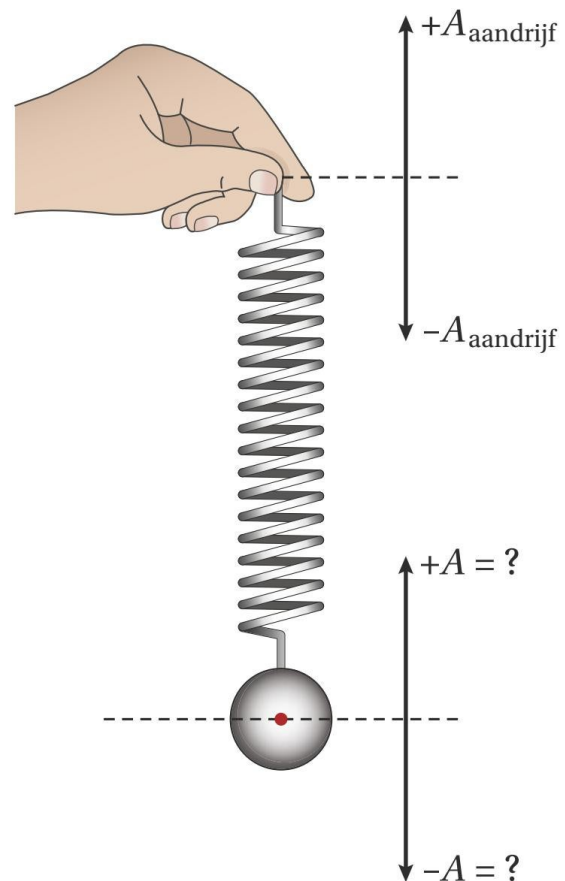
Je kunt een blokje aan een veer ook in trilling brengen door de bovenkant van de veer met je hand vast te houden en vervolgens je hand op een 'harmonische' manier op en neer te bewegen.

Zie figuur 9.33.

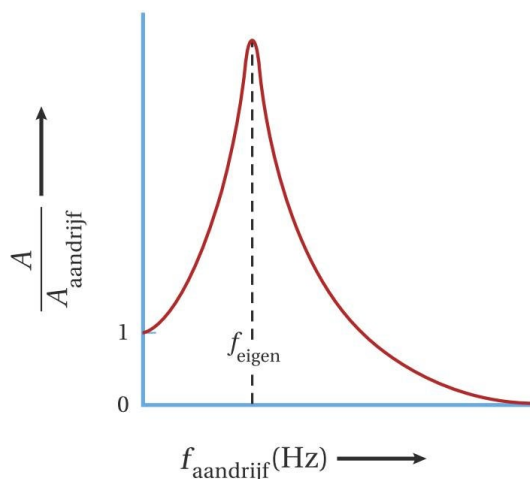
Zo'n trilling noem je een **gedwongen trilling**. Dit is een trilling die wordt aangedreven door een periodieke kracht van buitenaf. De frequentie waarmee de kracht verandert, noem je de

aandrijffrequentie f_{aandrijf} .

Als de aandrijffrequentie ongeveer gelijk is aan de eigenfrequentie van een systeem, dan gaat het systeem heftig trillen. Hoe meer de frequentie van de handbeweging in de buurt komt van de eigenfrequentie van het massa-veersysteem, des te groter is de amplitude waarmee het blokje trilt. Zie figuur 9.34.



Figuur 9.33



Figuur 9.34

De trillingsenergie van het blokje neemt dan enorm toe. Is f_{aandrijf} gelijk aan f_{eigen} , dan is de amplitude waarmee het blokje trilt veel groter dan A_{aandrijf} . Dit heet **resonantie**.

Resonantie in de muziek

Als je een **stemvork** aanslaat, voeren de benen van de stemvork een harmonische trilling uit. Hierbij wordt de lucht rond de benen in trilling gebracht. Het geluid dat je dan hoort is erg zacht. Zet je de stemvork op een tafelblad, dan trilt het tafelblad mee en wordt meer lucht in trilling gebracht. Het geluid hoor je dan veel harder.

Een trillende snaar hoor je nauwelijks. Een akoestische gitaar heeft een klankkast. Zie figuur 9.35. Een snaar van een akoestische gitaar brengt de lucht in de klankkast in resonantie. Hierdoor hoor je het geluid veel beter.



Figuur 9.35

Voorbeeld 10 Stemvork

Als je een stemvork aan de steel vasthoudt en aanslaat, krijgt de stemvork (trillings)energie. Het geluid klinkt zacht. Blijkbaar komt de lucht maar weinig in trilling.

Zet je de aangeslagen stemvork op een tafelblad, dan is het geluid veel luider. Het geluid is wel korter te horen.

a Geef hiervoor een verklaring.

Een stemvork mag je opvatten als een massa-veersysteem. De frequentie van een stemvork kun je veranderen door een kleine massa vast te maken aan een van de benen.

b Wordt door het vastmaken van de massa de frequentie groter of kleiner? Licht je antwoord toe.

Uitwerking

a Als het geluid harder is, is de amplitude van de trilling in de lucht groter en de trillingsenergie dus ook. Deze energie komt van de trillende stemvork, die dus sneller zijn energie verliest.

b Voor de trillingstijd van een massa-veersysteem geldt $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$.

Voor de frequentie geldt $f = \frac{1}{T}$.

De waarde van C verandert niet. Maak je de massa groter, dan wordt T ook groter. Hierdoor wordt f dus kleiner.

Opgaven

- **hulpblad** 15 Een auto rijdt over een hobbelige weg. De hobbels bevinden zich op een regelmatige afstand van 10 m van elkaar. De massa van de auto is 960 kg. Bij een snelheid van 80 km h^{-1} begint de auto hevig te schudden op zijn vering.
- Leg uit waarom dit verschijnsel bij andere snelheden veel minder optreedt.
 - Bereken de veerconstante van de vering van de auto.
- Als je een zware lading in de auto legt, schudt hij niet meer zo hard bij 80 km h^{-1} , maar dat gebeurt wel bij een andere snelheid.
- Beredeneer of deze snelheid hoger of lager is dan 80 km h^{-1} .
- 16 De trillingsenergie van een HCl-molecuul bedraagt bij kamertemperatuur $5,95 \cdot 10^{-20} \text{ J}$. Deze trillingsenergie komt vrijwel geheel voor rekening van het waterstofatoom, het aandeel van het chlooratoom is verwaarloosbaar. Bij de kracht tussen het waterstofatoom en het chlooratoom hoort een krachtconstante van $5,2 \cdot 10^2 \text{ N m}^{-1}$.
- Toon aan dat de amplitude waarmee het waterstofatoom trilt, gelijk is aan $1,5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.
- De massa van een waterstofatoom is $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.
- Bereken de snelheid waarmee het waterstofatoom de evenwichtsstand passeert. De gemiddelde afstand tussen de kernen van twee atomen heet de bindingslengte. In tabel 53A van BINAS staat de bindingslengte van een aantal moleculen.
 - Bepaal voor het HCl-molecuul hoe groot de maximale verandering van de bindingslengte is, uitgedrukt in procenten.
- **hulpblad** 17 In het midden van een verticaal opgehangen spinnenweb zit een spin met een massa van 2,2 g. De massa van het spinnenweb mag je verwaarlozen. Een insect met een massa van 3,5 g vliegt met een snelheid van $1,4 \text{ m s}^{-1}$ richting het midden van het web. Na de botsing bevinden de spin en de insect zich in het midden van het web en voeren ze een harmonische trilling uit. Het web krijgt een maximale uitwijking van 1,1 cm. Tijdens de botsing van het insect met het web gaat er geen energie verloren. Ook de luchtweerstandskracht mag je verwaarlozen.
- Toon aan dat de veerconstante van het geheel gelijk is aan 57 N m^{-1} .
 - Bereken na hoeveel seconden voor de eerste keer de uiterste stand wordt bereikt.
 - Bereken de snelheid waarmee de spin en het insect door de evenwichtsstand gaan.
- **hulpblad** 18 Je wilt een kogel wegschieten met behulp van een ingedrukte veer. Zie figuur 9.36. Aan de veer zit een blokje van 10 g vast. De massa van de veer zelf is verwaarloosbaar. Tegen het blokje ligt de kogel met een massa 50 g. De veer heeft een veerconstante van 50 N m^{-1} . De veer wordt 7,0 cm ingedrukt en daarna losgelaten. De kogel schiet weg en de veer en het blokje blijven natrillen. De wrijvingskracht is verwaarloosbaar.
- Laat zien dat de maximale snelheid van de kogel $2,0 \text{ m s}^{-1}$ is.
 - Bereken de amplitude van het natrillen van de veer met het blokje.



Figuur 9.36

- 19 Een kogel met een massa m slingert aan een touw met lengte ℓ . Is de uitwijking u , dan is het zwaartepunt Δh hoger. Zie figuur 9.37.

a Laat met de stelling van Pythagoras zien dat

$$u^2 = 2 \cdot \ell \cdot \Delta h - (\Delta h)^2.$$

De kogel slingert harmonisch als in het omkeerpunt Δh veel kleiner is dan ℓ . Dan geldt $u^2 = 2 \cdot \ell \cdot \Delta h$.

b Leg dit uit.

In een omkeerpunt is de trillingsenergie van de kogel gelijk aan de zwaarte-energie van de kogel.

c Laat zien dat voor de krachtconstante geldt:

$$C = \frac{m \cdot g}{\ell}.$$

Voor de slinger als massa-veersysteem geldt:

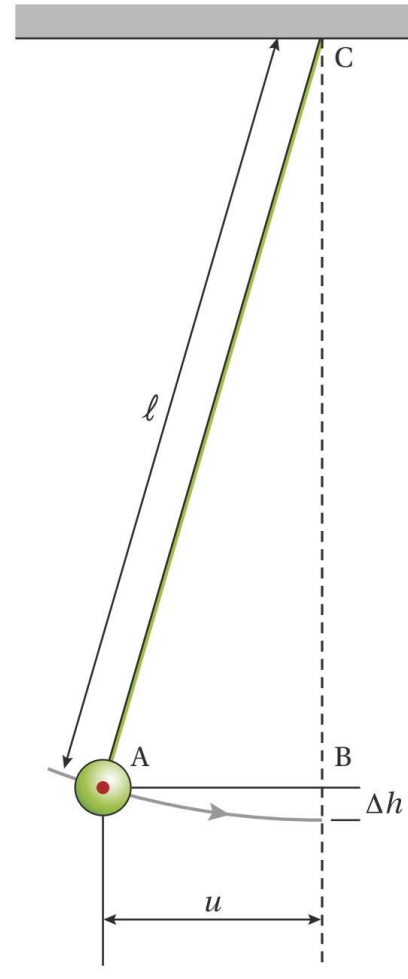
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}.$$

Hoewel in de formule voor de trillingstijd het symbool voor massa voorkomt, heeft bij een slinger de massa toch geen invloed op de trillingstijd.

d Leg dat uit.

Elin zit op een schommel. Haar zwaartepunt bevindt zich op 1,80 m van het ophangpunt. Elin wil zo hard mogelijk schommelen en gaat met de benen en het lichaam heen en weer.

e Bereken de periode waarmee Elin dan die beweging moet uitvoeren.



Figuur 9.37

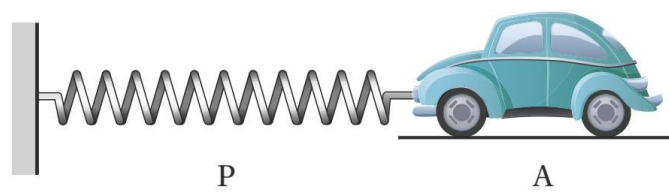
- 20 Auto A met een massa van 140 g zit vast aan een veer P. Zie figuur 9.38. De opstelling is zo gemaakt dat de wrijvingskrachten te verwaarlozen zijn. De auto trek je 5,0 cm naar rechts en laat je vervolgens los. De frequentie waarmee de auto heen en weer gaat bewegen is 1,2 Hz.

a Leg uit waarom de auto een harmonische trilling gaat uitvoeren.

b Bereken de veerconstante van de veer.

Voor de maximale trillingsenergie geldt $E_{\text{tril}} = \frac{2 m \pi^2 A^2}{T^2}$.

c Leid deze formule af.



Figuur 9.38

Je vervangt auto A door auto B met een twee keer zo grote massa. Je trekt de auto weer 5,0 cm naar rechts en laat hem los.

d Leg uit dat de maximale trillingsenergie van auto B gelijk is aan die van auto A.

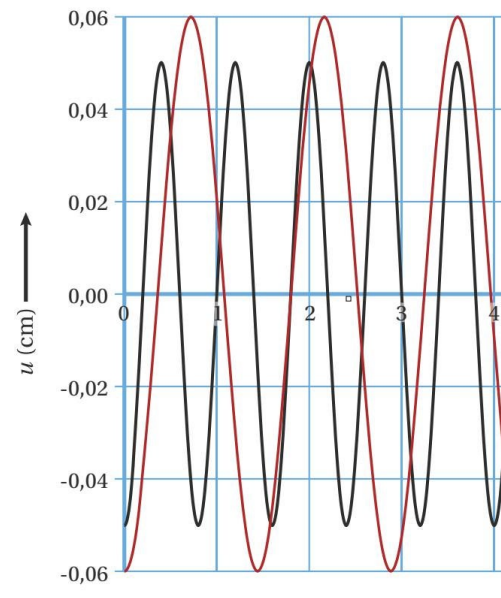
e Bereken hoeveel procent de trillingstijd van auto B groter is dan die van auto A. Geef het antwoord in twee significante cijfers.

Je vervangt auto A door auto C met een drie keer zo grote massa. Je trekt auto C 6,0 cm naar rechts en laat hem los. Figuur 9.39 is het (uitwijking, tijd)-diagram van beide auto's. De zwarte grafiek hoort bij auto A.

- f Leg met behulp van figuur 9.39 uit welke auto de grootste snelheid bereikt.

Dezelfde grafieken kun je krijgen door niet auto A te vervangen door auto C, maar veer P door veer Q. De zwarte grafiek hoort bij veer P.

- g Leg uit of de veerconstante van veer Q groter of kleiner is dan die van veer P.



Figuur 9.39

- 21 Bij twee-atomige moleculen trillen de atomen langs de verbindinglijn. De frequentie hangt af van de bindingskracht tussen de twee atomen en van de massa's van de twee atomen. Als de massa van het ene atoom klein is vergeleken met de massa van het andere atoom, dan mag je aannemen dat het zware atoom stilstaat en alleen het lichte atoom trilt.

In tabel 9.3 staan gegevens van vier moleculen.

Molecuul	Trillingsfrequentie f (10^{14} Hz)	Krachtconstante C (10^2 N m $^{-1}$)
HF	1,24	9,7
HCl	0,897	5,2
HBr	0,795	4,1
HI	0,693	3,1

Tabel 9.3

Uit de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem volgt: $f^2 = \left(\frac{1}{4\pi^2 m}\right) \cdot C$. Hierin is m de massa van het trillende waterstofatoom.

- a Leid dit verband af uit de formule voor de trillingstijd.

In de tabel zijn vier waterstofverbindingen genoemd. Je ziet dat de trillingsfrequentie f en de krachtconstante C niet recht evenredig met elkaar zijn.

- b Zet de grootheden f en C zo tegen elkaar uit dat de grafiek een rechte lijn is.
c Bepaal grafisch de massa van het waterstofatoom.

In de Britse rivier de Severn vindt soms een opmerkelijk natuurverschijnsel plaats, de 'Severn bore'. Aan zee veroorzaakt de opkomende vloed een golf die, tegen de stroming van de rivier in, landinwaarts rolt. Wat is een golf?



Figuur 9.40

9.4 Lopende golven

Golven

Een trilling is een beweging rond de evenwichtsstand. Veel trillingen worden doorgegeven aan hun omgeving. Daarbij ontstaan **golven**.

Voorbeelden zijn:

- Als je het uiteinde van een touw in trilling brengt, gaan de aangrenzende delen van het touw ook trillen.
- Als je een steen in het water gooit, komt het water ook op andere plaatsen in beweging.
- Als een aardbeving ontstaat op een plaats in de aardkorst, zijn de gevolgen tientallen kilometers verder te merken.
- Als je praat, is het geluid in je omgeving te horen.
- Als je een bericht ontvangt op je telefoon, dan is dat met behulp van radiogolven naar je toegestuurd.

Transversale en longitudinale golven

► **applet**
Lopende
golven

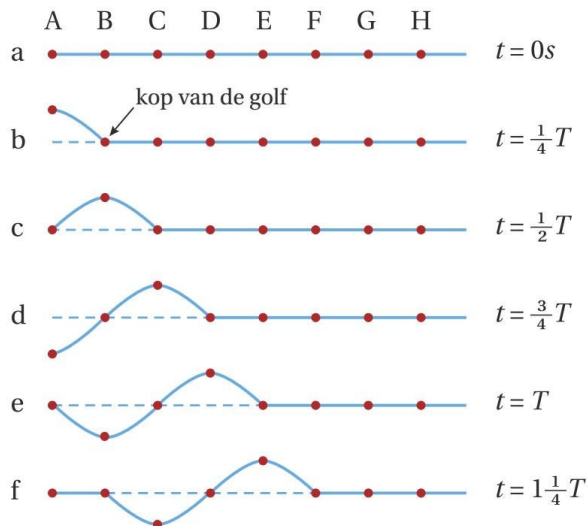
In figuur 9.41 zie je een koord met acht stippen. Dat is de evenwichtsstand. Het uiteinde A van het koord beweegt omhoog, dan omlaag door de evenwichtsstand en weer terug naar de evenwichtsstand. Hierna laat je dit uiteinde met rust.

Het uiteinde A heeft dan één trilling uitgevoerd.

Je ziet dat zich door het koord een **golfberg** en een **golfdal** voortbewegen. Door een aantal foto's achter elkaar te maken zie je hoe de stippen van het koord bewegen.

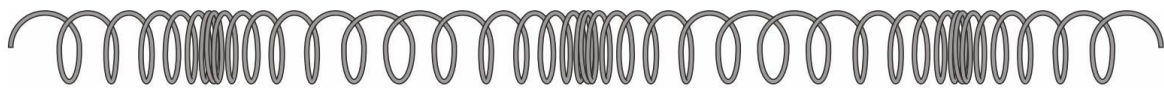
Figuur 9.41 b t/m f toont de stand van het koord op enkele tijdstippen.

Een golfberg en een golfdal vormen samen één golf. In figuur 9.41 zie je dat de golf zich naar rechts verplaatst. De afzonderlijke deeltjes van het koord bewegen hierbij niet naar rechts, maar op en neer. De richting waarin een deeltje van het koord beweegt is dus verticaal, terwijl de kop van de golf in horizontale richting beweegt. Elk deeltje maakt een trilling, maar niet tegelijkertijd. Als de trillingsrichting van de deeltjes in het koord loodrecht staat op de bewegingsrichting van de golf, spreek je van een **(lopende) transversale golf**.



Figuur 9.41

De trillingsrichting van de deeltjes kan ook gelijk zijn aan de richting waarin de golf beweegt. Dat noem je een (lopende) **longitudinale golf**. Een voorbeeld zie je bij een lange veer die een beetje is uitgerekt. Een uiteinde van de veer beweegt je snel heen en weer in de richting van de veer. Hierdoor gaan de naastgelegen windingen ook trillen en die trilling wordt weer doorgegeven aan de windingen daarnaast. Op sommige plaatsen zijn de windingen dichter bij elkaar en op andere plaatsen juist verder uit elkaar. Er ontstaat een patroon van **verdichtingen** en **verdunningen**. Figuur 9.42 is hiervan een momentopname.



Figuur 9.42

Voorbeeld 11 Een transversale en een longitudinale golf

Kees staat bij een sloot en gooit een steen in het water. Vanuit de plek waar de steen het water raakt ontstaan golven.

a Leg uit of dit transversale of longitudinale golven zijn.

Een file bestaat uit een lange rij auto's. Als in de file een open plek ontstaat, rijdt de auto achter de open plek het gat dicht. Daardoor ontstaat achter deze auto een open plek, die weer wordt dichtgereden door de auto daarachter. Zo bewegen open plekken in de file als het ware door de rij auto's naar achteren. Ook dit kun je zien als een golf.

b Leg uit of dit een transversale of een longitudinale golf is.

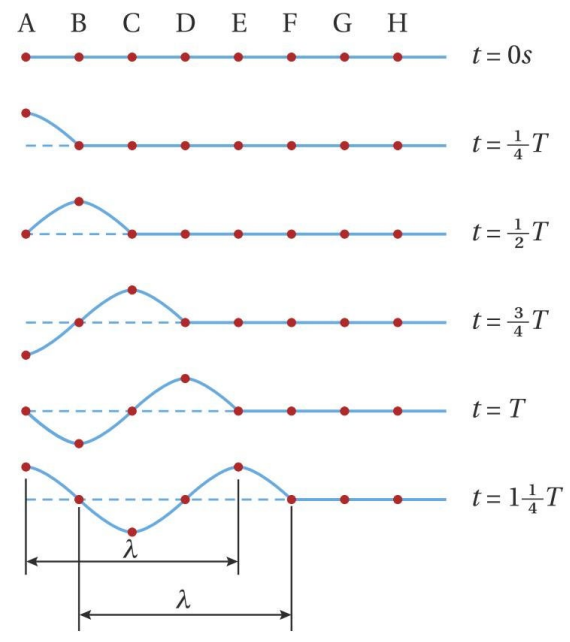
Uitwerking

a Het water beweegt op en neer, loodrecht op het wateroppervlak. De golven bewegen zich vanuit de plek waar de steen in het water is gekomen langs het oppervlak naar buiten. De uitwijking en bewegingsrichting van de golf staan dus loodrecht op elkaar. Dit is een transversale golf.

b De beweging van afzonderlijke auto's is de uitwijking. Deze is in de richting van de file. Ook de open plek beweegt in de richting van de file. De uitwijking en beweging hebben dezelfde richting. Het is dus een longitudinale golf. (Waar de auto's dicht op elkaar staan is een verdichting en waar ze ver uit elkaar staan een verdunning.)

Golflengte, golfsnelheid en trillingstijd

In figuur 9.43 staat een aantal momentopnamen van een koord dat in uiteinde A in trilling is gebracht. Op tijdstip $t = 0$ s is A vanuit de evenwichtsstand omhoog gegaan. Op tijdstip $t = T$ heeft uiteinde A precies één trilling uitgevoerd. In het golfpatroon zijn een golfberg en een golfdal zichtbaar. De lengte van een golfberg en een golfdal samen, gemeten in een rechte lijn, noem je de **golflengte** met symbool λ . De kop van de golf verplaatst zich met constante snelheid weg van het uiteinde A. In één trillingstijd T legt de golf een afstand van één golflengte λ af.



Figuur 9.43

Voor de **voortplantingssnelheid** of **golfsnelheid** v geldt dus $v = \frac{\lambda}{T}$. Met $f = \frac{1}{T}$ kun je dit schrijven als $v = f \cdot \lambda$.

Voor de golfsnelheid geldt dus:

$$v = f \cdot \lambda \text{ en } v = \frac{\lambda}{T}$$

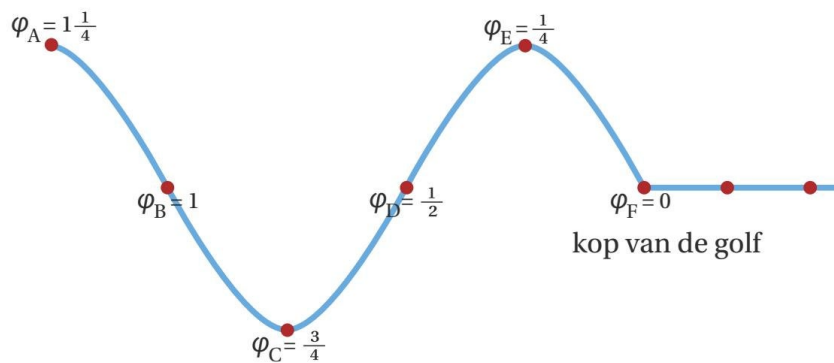
- v is de golfsnelheid in m s^{-1} .
- f is de frequentie in Hz.
- λ is de golflengte in m.
- T is de trillingstijd in s.

Golflengte en faseverschil

In figuur 9.43 heeft uiteinde A op $t = 1\frac{1}{4}T$ al $1\frac{1}{4}$ trilling uitgevoerd. Voor de fase van A geldt dan $\varphi_A = 1\frac{1}{4}$, omdat A op $t = 0$ s door de evenwichtsstand omhoog bewoog. Punt B heeft pas 1,0 trilling uitgevoerd, want B is $\frac{1}{4}T$ later in trilling gekomen dan A. De fase van B is dus 1.

Voor punt F geldt $\varphi_F = 0$. Dit punt begint met trillen en heeft dus nog geen trillingen uitgevoerd. Punten die zich dicht bij de kop van de golf bevinden, hebben kortere tijd getrild en hebben een kleinere fase.

In figuur 9.44 is figuur 9.43 vergroot en zijn de fasen van de punten A t/m F aangegeven op de golf die hoort bij $t = 1\frac{1}{4}T$.



Figuur 9.44

Voor het **faseverschil** tussen twee punten geldt $\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$.

In figuur 9.44 zie je dat het faseverschil tussen twee punten op de golf samenhangt met de afstand tussen die punten. Als een punt Δt later begint te trillen, is de verplaatsing van de golf $\Delta x = v \cdot \Delta t$. Vermenigvuldig je de teller en de noemer van $\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$ met v , dan ontstaat $\Delta\varphi = \frac{v \cdot \Delta t}{v \cdot T}$.

Met $v \cdot T = \lambda$ en $\Delta x = v \cdot \Delta t$ kun je dit herschrijven als:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

- $\Delta\varphi$ is het faseverschil tussen twee punten.
- Δx is de afstand tussen twee punten in m.
- λ is de golflengte in m.

Voorbeeld 12 Transversale golf in een koord

Op $t = 0$ s breng je het uiteinde A van een horizontaal koord vanuit de evenwichtsstand in trilling. Je begint met een beweging omhoog. Je blijft A op en neer bewegen met een amplitude van 4,0 cm.

De trillingstijd van de beweging van A is 0,12 s. De golflengte is 0,48 m.

- Bereken de voortplantingssnelheid van de golf in het koord.
 - Bereken de gemiddelde snelheid waarmee A beweegt van het ene uiterste punt naar het andere.
 - Bereken de fase van A op $t = 0,40$ s.
- Op het koord ligt een punt P op 0,84 m van A.
- Bereken de fase van P op $t = 0,40$ s.

Uitwerking

$$a \quad v = \frac{\lambda}{T}$$

$$\lambda = 0,48 \text{ m}$$

$$T = 0,12 \text{ s}$$

$$\text{Invullen levert } v = \frac{0,48}{0,12} = 4,0 \text{ m s}^{-1}.$$

$$b \quad v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Punt A beweegt gedurende een halve trillingstijd van het ene uiterste punt naar het andere.

$$\Delta x = 2 \times 4,0 = 8,0 \text{ cm} = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Delta t = \frac{1}{2} T = \frac{1}{2} \times 0,12 = 0,060 \text{ s}$$

$$\text{Invullen levert } v_{\text{gem}} = \frac{8,0 \cdot 10^{-2}}{0,060} = 1,33 \text{ m s}^{-1}.$$

$$\text{Afgerond: } v_{\text{gem}} = 1,3 \text{ m s}^{-1}.$$

- De fase op $t = 0$ s is 0, omdat de trilling begint met een beweging omhoog. Voor de fase van punt A geldt dan $\varphi_A = \frac{t}{T}$.

$$t = 0,40 \text{ s}$$

$$T = 0,12 \text{ s}$$

$$\varphi_A = \frac{0,40}{0,12} = 3,33$$

$$\text{Afgerond: } \varphi_A = 3,3.$$

- Punt P begon later met trillen, en loopt dus in fase achter. Het faseverschil met punt A is $\Delta\varphi_{AP} = \frac{\Delta x_{AP}}{\lambda} = \frac{0,84}{0,48} = 1,75$.

$$\text{De fase van P is dus } \varphi_P = \varphi_A - \Delta\varphi_{AP} = 3,3 - 1,75 = 1,55.$$

$$\text{Afgerond: } \varphi_P = 1,6.$$

Het (uitwijking, tijd)-diagram

Golven bestaan uit een verzameling van trillende punten. Iedere trilling van een punt kun je weergeven in een (u, t) -diagram. In figuur 9.44 zie je de fasen van de punten van het koord op $t = \frac{1}{4}T$. De kop van de golf beweegt naar rechts. Er komt een golfberg aan bij punt F, dus punt F staat op het punt om naar boven te bewegen. Dat betekent dat punt A op $t = 0$ s omhoog moet zijn gegaan.

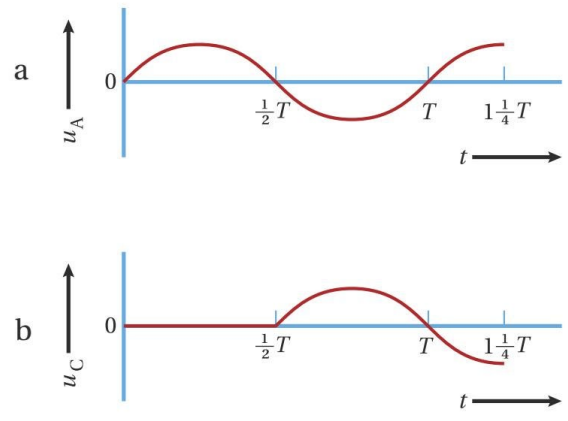
Je ziet dat terug in figuur 9.45a: het (u, t) -diagram dat hoort bij punt A.

Je ziet ook dat op $t = \frac{1}{4}T$ punt A in de bovenste stand staat.

Je ziet dat het (u, t) -diagram voor punt A gelijk is aan de momentopname in figuur 9.44 als je deze van rechts naar links doorloopt.

Voor ieder punt van het koord geldt dat het eerst omhoog beweegt.

Figuur 9.45b is het (u, t) -diagram voor punt C. Dit punt begint $\frac{1}{2}T$ later met trillen, en loopt daardoor voortdurend achter op A.



Figuur 9.45

Tijdens het bewegen van een uiteinde van het koord draag je energie over aan het koord. Deze energie wordt in de vorm van **trillingsenergie** doorgegeven van het ene punt aan het andere. Er vindt dus transport van energie plaats. Om de trilling te kunnen doorgeven, is een **medium** of tussenstof nodig. In dit voorbeeld is het koord, een vaste stof, het medium. Ook een vloeistof of een gas kan als medium optreden.

Opgaven

- 22 Tijdens het WK voetbal in 1986 is de 'Mexican wave' bedacht. Een aantal toeschouwers in het stadion staat juichend op vanuit de stoeltjes met de armen omhoog. Na een aantal seconden gaan ze weer zitten. De mensen ernaast reageren hierop door hetzelfde te doen. Hierdoor ontstaat het effect van een golf door het stadion.
- Is dit een transversale of een longitudinale golf? Licht je antwoord toe.
- Astrid en Maikel zitten naast elkaar in een stadion. Astrid begint de wave. Maikel volgt 0,40 seconden later. Na 8,0 seconden zit Astrid weer. In het stadion is de breedte van een stoeltje met tussenruimte gelijk aan 60 cm.
- Bereken de frequentie van deze wave.
 - Toon aan dat de golfsnelheid van deze wave gelijk is aan $1,5 \text{ m s}^{-1}$.
 - Bereken de golflengte van deze wave.

- **hulpblad** 23 Een aardbeving veroorzaakt zowel longitudinale als transversale golven. Deze golven hebben een verschillende snelheid: de longitudinale golven hebben een snelheid van $4,9 \text{ km s}^{-1}$, de snelheid van de transversale golven is $3,4 \text{ km s}^{-1}$. Een aardbeving vindt plaats ten oosten van een meetstation. De aarde kan in drie richtingen trillen: noord-zuid, west-oost, op en neer.

a Welke trillingen worden veroorzaakt door longitudinale golven en welke door transversale golven?

De frequentie van de transversale golven is $1,2 \text{ Hz}$.

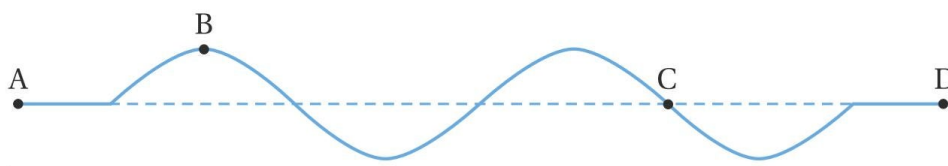
b Bereken de golflengte van de transversale golven in km.

De longitudinale en transversale golven arriveren met een tijdsverschil van 20 s bij het meetstation.

c Bereken de afstand tussen het meetstation en het epicentrum (de bron van de aardbeving).

d Hoeveel meetstations zijn er nodig om de plaats van het epicentrum vast te stellen? Licht je antwoord toe.

- **hulpblad** 24 In figuur 9.46 zie je een momentopname van een koord. Door dit koord beweegt een puls van A naar D.



Figuur 9.46

Op $t = 0 \text{ s}$ is punt A aan zijn beweging begonnen vanuit de evenwichtsstand omhoog of vanuit de evenwichtsstand omlaag.

a Leg uit in welke richting punt A aan zijn beweging is begonnen.

b Bepaal hoeveel trillingen punt B heeft uitgevoerd.

c Leg uit dat de amplitude van de trilling die punt C uitvoert gelijk is aan de amplitude van de trilling die punt B uitvoert.

d Wordt de hoeveelheid trillingsenergie in het koord steeds groter? Licht je antwoord toe.

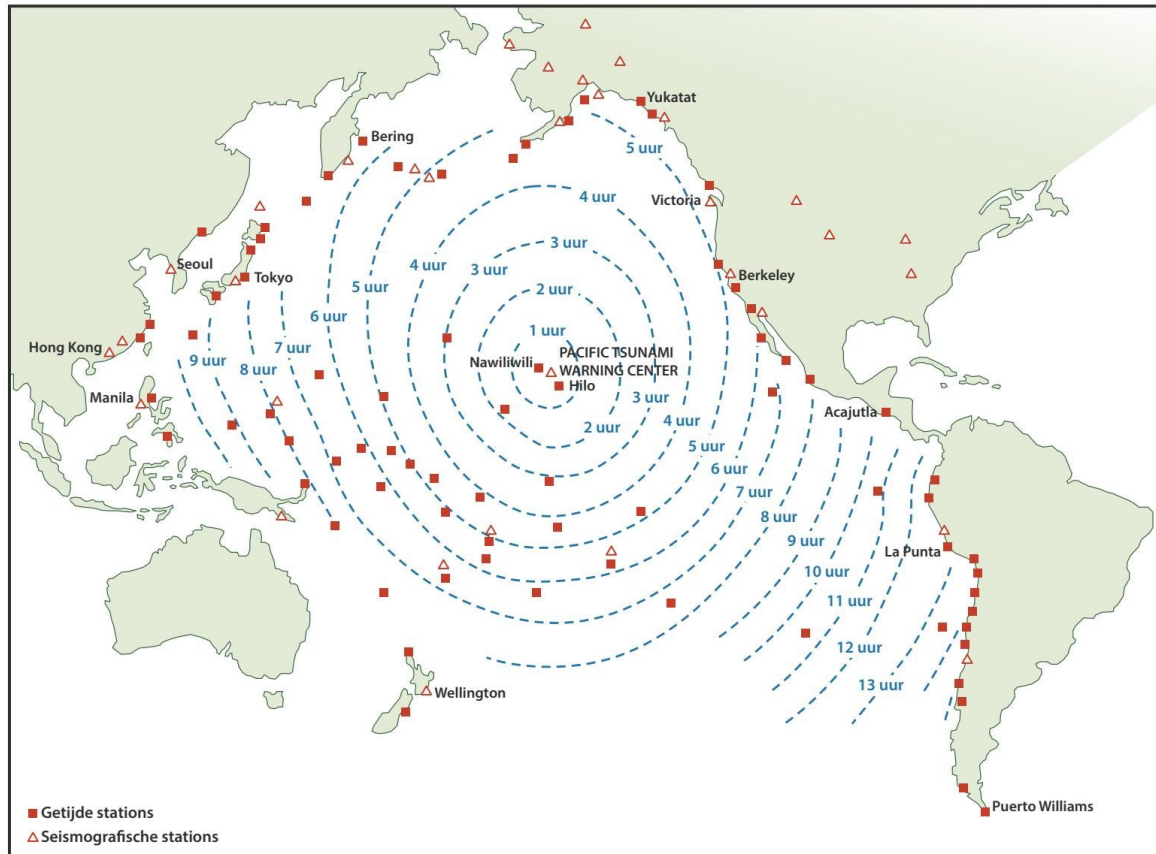
e Bepaal in welke richting punt C bezig is zich te verplaatsen.

De trillingstijd van de trilling is $2,0 \text{ s}$. Op $t = 5,0 \text{ s}$ komt de kop van de puls bij punt D aan.

f Schets de (u, t) -grafiek van punt C vanaf $t = 0 \text{ s}$ tot het tijdstip dat de kop van de puls bij punt D is aangekomen.

25 Een zeebeving is een aardbeving onder water. Als gevolg van een zeebeving kan een tsunami ontstaan. Bij Hawaï komen zeebevingen voor. In figuur 9.47 zie je hoelang een eventuele tsunami vanuit Hawaï erover doet om de kust te bereiken. De afstand van Hawaï tot La Punta, aan de kust van Zuid-Amerika, is ongeveer 9000 km.

- a Bepaal de voortplantingssnelheid van de tsunami richting Zuid-Amerika in twee significante cijfers.



Figuur 9.47

De golfsnelheid is recht evenredig met de wortel van de waterdiepte: $v = k \cdot \sqrt{d}$. Naarmate de golven in ondieper water terechtkomen verandert de golflengte wel, maar de frequentie niet.

- b Leg dit uit.

Door het kleiner worden van de golflengte wordt de golf als het ware in elkaar gedrukt. De amplitude van de golf neemt sterk toe. Bij benadering is de amplitude omgekeerd evenredig met de golfsnelheid.

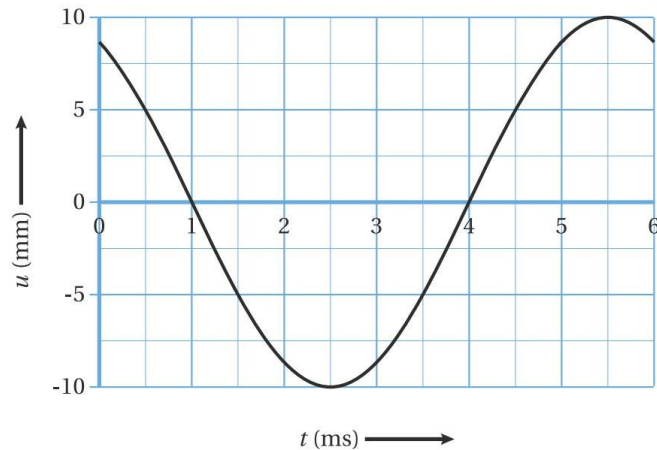
Bij Hawaï is een tsunami waargenomen met een frequentie van $5,0 \cdot 10^{-2}$ Hz. De amplitude van de golf was op dat moment 40 cm. Tussen Hawaï en Zuid-Amerika is het water op de meeste plaatsen ongeveer 5000 m diep.

- c Bereken de amplitude van de golf als de waterdiepte nog maar 10 m is.

Voordat de golfberg van een tsunami de kust bereikt, trekt het water zich heel ver terug. Grote stukken strand vallen dan tijdelijk droog.

- d Verklaar dit verschijnsel.

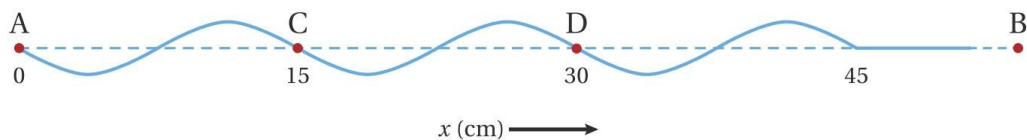
- 26 Het punt A van een lang horizontaal koord AB wordt in harmonische trilling gebracht. Daardoor gaat zich in dit koord een lopende transversale golf voortbewegen. Op $t = 0$ s trilt het punt A al enige tijd. Tijdstip $t = 0$ s is dus niet het tijdstip waarop punt A in beweging is gebracht. In figuur 9.48 is een deel van het (u, t) -diagram weergegeven van een punt van het koord.
- a Toon aan dat de frequentie gelijk is aan $1,7 \cdot 10^2$ Hz.



Figuur 9.48

In figuur 9.49 is de stand van het koord getekend op een tijdstip t_1 . In deze tekening is x de afstand tot punt A.

- b Bepaal de golfsnelheid.



Figuur 9.49

Het (u, t) -diagram van figuur 9.48 hoort bij punt C van het koord. Het tijdstip waarop de stand van het koord in figuur 9.49 is getekend, is dan $1,0 \cdot 10^{-3}$ of $4,0 \cdot 10^{-3}$ s, nadat de tijd is gestart.

- c Leg uit op welk tijdstip de stand van het koord is getekend.

E is een punt van het koord dat 18 cm van A ligt.

Op een bepaald moment geldt $\varphi_A = 4,8$.

- d Bereken de fase van punt E op dat moment.

Een band speelt op het podium.
De geluidsgolven van de
instrumenten en zangers bereiken
je tegelijkertijd. Wat neem je
waar als je alle afzonderlijke
instrumenten en stemmen
hoort?



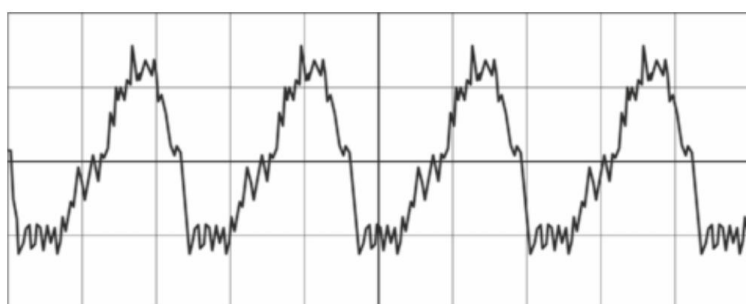
Figuur 9.50

9.5 Geluid

Geluidsbronnen

Voorwerpen of onderdelen van voorwerpen die bewegen, kunnen geluiden voortbrengen. Ze treden dan op als geluidsbron. Geluid bestaat uit allerlei trillingen door elkaar. Is de beweging van een trilling harmonisch, dan hoor je die trilling als een **zuivere toon**. De frequentie van een zuivere toon bepaalt de **toonhoogte**. Hoge tonen hebben een hogere frequentie dan lage tonen. De amplitude bepaalt de **geluidssterkte**. Hard geluid heeft een grotere amplitude dan zacht geluid.

Als meerdere zuivere tonen tegelijk ontstaan, is de resulterende trilling niet langer harmonisch. In figuur 9.51 zie je een oscillogram van een geluid met veel frequenties.



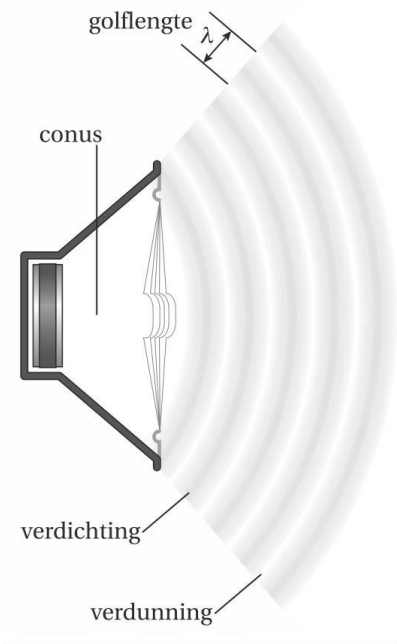
Figuur 9.51

Jonge mensen met een goed gehoor kunnen geluiden met frequenties tussen 20 Hz en 20 kHz waarnemen. Bij oudere mensen is het gehoor minder gevoelig, vooral voor hoge tonen. Ook bij gehoorbeschadigingen als gevolg van (regelmatig luisteren naar) hard geluid neemt de gevoeligheid voor hoge tonen het eerst af.

Geluiden met een frequentie lager dan 20 Hz kun je niet horen, maar wel voelen. Een voorbeeld zijn de trillingen die bij een aardbeving ontstaan. Geluiden met een frequentie hoger dan 20 kHz (**ultrasoon geluid**) kunnen mensen niet waarnemen.

Geluid, een longitudinale golf

Geluid plant zich voort als een longitudinale golf. Zie figuur 9.52. De conus van een luidspreker trilt heen en weer. Bij het naar rechts gaan van de conus wordt het luchtlaagje ernaast samengeperst. Op die plaats nemen de dichtheid en de druk van de lucht toe, en krijg je een verdichting. Het samengeperste luchtlaagje zet weer uit en drukt daarbij het ernaast gelegen luchtlaagje samen. Deze tijdelijke verhoging van de luchtdruk verplaatst zich steeds verder van de luidspreker af. Zo plant zich vanaf de luidspreker een verdichting voort in de omliggende ruimte.



Figuur 9.52

Even later beweegt de conus naar links. Omdat er meer ruimte is voor de lucht, nemen luchtdruk en luchtdichtheid af. Nu treedt er een verdunning op, die naar de omgeving wordt doorgegeven. Als de conus heen en weer blijft bewegen, wordt een verdichting steeds opgevolgd door een verdunning en omgekeerd. De afstand tussen twee opeenvolgende verdichtingen of verdunningen is de golflengte. Zie figuur 9.52.

Geluid is dus een golfverschijnsel. Daardoor is het verband tussen de golflengte, de frequentie en de voortplantingssnelheid weer $v = f \cdot \lambda$. De voortplantingssnelheid van geluidsgolven noem je de **geluidssnelheid**. De geluidssnelheid hangt niet af van de frequentie of de amplitude, maar wel van het medium waarin het geluid zich voortbeweegt en van de temperatuur. De frequentie wordt bepaald door de geluidsbron en ligt daardoor vast tijdens de verplaatsing van de geluidsgolven. Als de geluidssnelheid verandert, verandert dus ook de golflengte. De voortplantingssnelheden van geluid in verschillende stoffen vind je in BINAS tabel 15A.

Dopplereffect

De motor van een formule 1-raceauto produceert veel geluid. De toon van het motorgeluid dat je hoort, hangt af van de beweging van de auto. Dit verschijnsel heet het **dopplereffect**.

- Als de auto je nadert, hoor je een hogere toon dan wanneer de auto stilstaat met draaiende motor.
- Rijdt de auto van je weg, dan hoor je juist een lagere toon.

Het dopplereffect wordt veroorzaakt doordat het geluid tijd nodig heeft om te reizen van de bron naar de waarnemer. Als de auto stilstaat, reist het geluid naar de waarnemer toe, waardoor de waarnemer het geluid enige tijd later pas hoort. Die tijd is afhankelijk van de voortplantingssnelheid en de afstand. Staat de auto stil, dan is de reistijd voor alle trillingen dezelfde. De tijd tussen twee trillingen is hetzelfde en daardoor de frequentie ook.

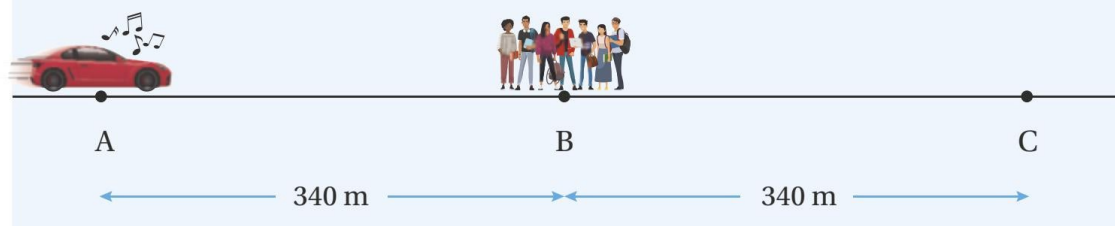
Rijdt de auto naar de waarnemer toe, dan is de reisafstand voor een trilling kleiner dan voor de trilling ervoor. Dit komt omdat de afstand tijdens het rijden steeds kleiner wordt. De tijd tussen twee trillingen is daardoor voor de waarnemer kleiner en hij hoort een hogere frequentie.

Rijdt de auto van je weg, dan is het effect omgekeerd en wordt de waargenomen trillingstijd juist langer en dus de frequentie lager.

Het dopplereffect treedt op bij alle golven waarbij bron en waarnemer ten opzichte van elkaar bewegen. In dit hoofdstuk wordt het dopplereffect bij geluid besproken. In hoofdstuk 12 Astrofysica komt het dopplereffect voor licht aan bod.

Voorbeeld 13 Rekenen aan het dopplereffect

Dave heeft een snelle auto met een stereo die heel luid kan. Dave parkeert de auto bij punt A. Op 340 m staan zijn vrienden bij punt B. Zie figuur 9.53.



Figuur 9.53

Dave zet zijn favoriete dancetrack op. Deze track heeft een tempo van 120 beats per minuut (bpm). De geluidssnelheid is 340 m s^{-1} . De installatie staat zo hard dat zijn vrienden de muziek goed horen.

- a Leg uit dat zijn vrienden de muziek 1,00 s later horen, maar wel in hetzelfde tempo.

Dave wil laten zien hoe snel zijn auto is. Hij rijdt met een snelheid van 34 m s^{-1} langs punt A richting punt B. Met de muziek aan passeert hij op $t = 0 \text{ s}$ punt A.

- b Toon aan dat zijn vrienden het tempo van de muziek horen met 133 bpm.

Voer hiertoe de volgende opdrachten uit:

- Toon aan dat er 20 beats klinken tussen A en B.
- Toon aan dat deze 20 beats in een tijdinterval van 9,0 seconden in B aankomen.
- Bereken het tempo van de muziek.

Dave rijdt langs zijn vrienden met dezelfde snelheid van 34 m s^{-1} door naar punt C.

- c Bereken het tempo van de muziek die zijn vrienden horen.

Dave zet de muziek uit. Zijn vrienden hebben ook een installatie meegebracht en zetten ook een track van 120 bpm aan. Dave keert de auto en rijdt vanaf punt C met 34 m s^{-1} weer richting B.

- d Leg uit of het tempo van de muziek die Dave hoort groter dan, kleiner dan of gelijk is aan 133 bpm.

Uitwerking

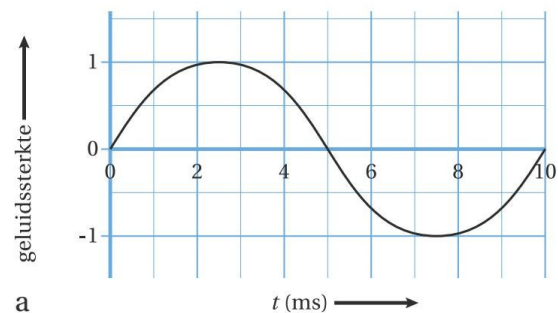
- a De tijd die het geluid nodig heeft om de vrienden te bereiken, bereken je met $s = v \cdot t$ met $s = 340$ m. De geluidssnelheid is $v = 340 \text{ m s}^{-1}$. Dus is $t = 1,00$ s. Elke beat is 1,00 s vertraagd, dus de tijd tussen de beats blijft hetzelfde.
- b De tijd die Dave nodig heeft om van A naar B te rijden bereken je met $s = v \cdot t$ met $s = 340$ m en $v = 34 \text{ m s}^{-1}$. Dave heeft dus 10 s nodig om B te bereiken. Het aantal beats is 120 per minuut, dus 20 beats per 10 s. Geluid dat in A op $t = 0$ s wordt uitgezonden bereikt B op $t = 1,0$ s. Op $t = 10$ s passeert Dave punt B.
Op $t = 10$ s heeft het geluid een te verwaarlozen reistijd naar de vrienden. De twintigste beat horen de vrienden direct. De vrienden ontvangen dus 20 beats in $10 - 1,0 = 9,0$ seconden. Het tempo is dus $\frac{20}{9} \times 60 = 133$ bpm.
- c Ook tussen B en C worden 20 beats geproduceerd. Dave passeert B op $t = 10$ s en het geluid heeft geen vertraging. Dave arriveert in C op $t = 20$ s. Het geluid dat in C wordt geproduceerd arriveert 1,0 s later, dus op $t = 21$ s in B. De 20 beats tussen B en C bereiken de vrienden dus in $21 - 10 = 11$ s. Het tempo is dus $\frac{20}{11} \times 60 = 109$ bpm. Dat is lager dan 120 bpm.
- d Dave rijdt in 10 s van C naar B en de muziek doet er 1,0 s over om van B naar C te komen. Omdat Dave en de beat 'elkaar tegemoet gaan' is de reistijd van de eerste beat kleiner dan 1,0 s. De twintigste beat bereikt Dave dus na iets meer dan 9,0 s.
In plaats van de berekening bij vraag b is de noemer in $\frac{20}{9} \times 60$ dus iets groter en daardoor is het tempo lager dan 133 bpm.

Opmerking

De afstand tussen Dave en het geluid wordt elke seconde $340 + 34 = 374$ m kleiner. Dave en het eerste geluid uit B ontmoeten elkaar dus na $\frac{340}{374} = 0,909$ s. De 20 beats bereiken Dave dus in $10 - 0,909 = 9,091$ s. Het tempo is dus $\frac{20}{9,091} \times 60 = 132$ bpm.

Interferentie

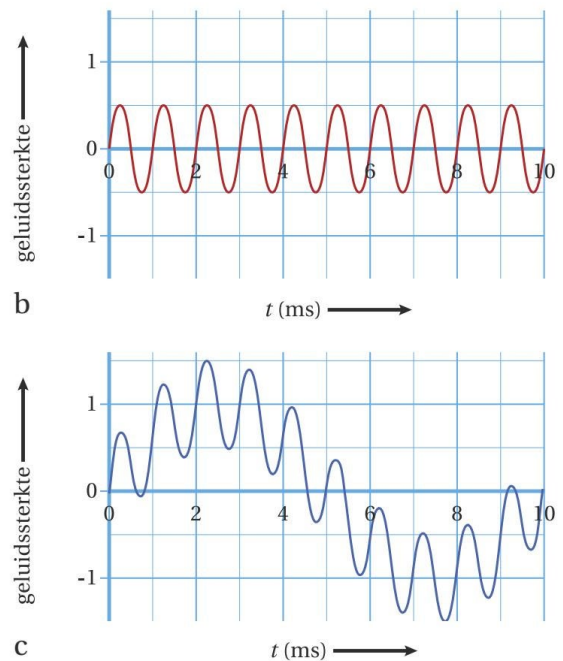
Je bent in staat om allerlei verschillende geluiden tegelijkertijd op te vangen.
Figuur 9.54a is het oscillogram van een geluidsbron die een zuivere toon van 100 Hz voortbrengt.



Figuur 9.54a

Een tweede geluidsbron brengt een hogere toon voort met een frequentie van 1,0 kHz. Zie figuur 9.54b. Hieruit blijkt ook dat het geluid van de tweede bron zachter is dan dat van de eerste bron.

Elke geluidsbron veroorzaakt een drukgolf. Hoor je beide geluiden tegelijkertijd, dan is de totale drukgolf gelijk aan de som van de afzonderlijke drukgolven. Zie figuur 9.54c. Dit verschijnsel van samengaan van twee (of meer) golven noem je **interferentie**.



Figuur 9.54bc

Echo

Geef je een schreeuw richting een steile bergwand, dan hoor je soms korte tijd later je schreeuw nog een keer. Dit verschijnsel heet **echo**. Dat je het geluid voor een tweede keer hoort, komt doordat een geluidsgolf bestaat uit trillende deeltjes in de lucht. Botsen die deeltjes op een hard en glad oppervlak, dan weerkaatsen de deeltjes en daardoor ook het geluid. Een zacht oppervlak absorbeert het geluid. Denk bijvoorbeeld aan een gordijn. Is het oppervlak wel hard maar niet glad, dan wordt het geluid in verschillende richtingen weerkaatst. Hierdoor komt maar een deel van het geluid in jouw richting en is het verzwakt: het is dan minder goed hoorbaar.

In een grote ruimte kan veel echo ontstaan. Het weerkaatste geluid mengt dan met de nieuwe geluiden, waardoor het moeilijk wordt om geluiden gescheiden te horen. Producers gebruiken echo-effecten om te suggereren dat de muzikanten tijdens de opname in een grote ruimte spelen, terwijl de opname in een studio is geweest.

Een technische toepassing van echo is sonar. Dit is een afkorting voor sound navigation and ranging. Bij sonar veroorzaakt een apparaat een kort geluid. Door te registreren hoelang het duurt tot de echo van deze geluidspuls terug is, leid je af of er voorwerpen zijn die het geluid weerkaatsen. Daardoor kun je afstanden en dieptes bepalen. Sommige dieren maken ook gebruik van deze techniek, zie opgave 27. In de medische wereld wordt echografie gebruikt om een indruk te krijgen van het inwendige van een mens, bijvoorbeeld bij een zwangerschap. Dit wordt besproken in hoofdstuk 11 Medische beeldvorming.

Voorbeeld 14 Echo en galm

Evi verhuist naar een nieuw huis. Het valt haar op dat het niet-ingerichte huis heel erg galmt. Galm is hetzelfde verschijnsel als echo. Als de echo heel kort na het oorspronkelijke geluid komt, is het niet mogelijk ze gescheiden waar te nemen. Grofweg spreekt men van galm als de tijd tussen brongeluid en echo kleiner is dan 20 ms, en van echo als die tijd langer is.

a Leg uit dat in een huis meestal sprake is van galm en niet van echo.

Evi stoort zich aan de galm.

b Geef twee manieren om de galm in Evi's huis te verminderen.

Uitwerking

a De afstand die geluid aflegt bereken je met $s = v \cdot t$.

$$t = 20 \text{ ms} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

De geluidssnelheid bij kamertemperatuur is 343 m s^{-1} . (zie BINAS tabel 15A)

Invullen levert $s = 343 \times 20 \cdot 10^{-3} = 6,86 \text{ m}$.

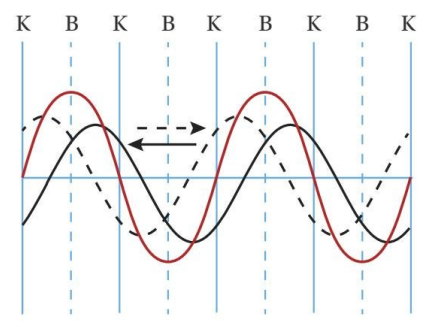
Om echo te veroorzaken moet het geluid dus gemaakt zijn op een afstand van meer dan 3,43 m van een reflecterende wand. De afstand tot de dichtstbijzijnde muur is in de meeste ruimtes in een huis kleiner. Dus is er sprake van galm.

b Echo en galm ontstaan door harde, gladde oppervlakken. Door het huis in te richten zal het geluid vaker weerkaatsen en dus verstrooien. Het aanbrengen van zachte oppervlakken, zoals kussens, kleden en gordijnen, zal zorgen voor absorptie van het geluid.

Buiken en knopen

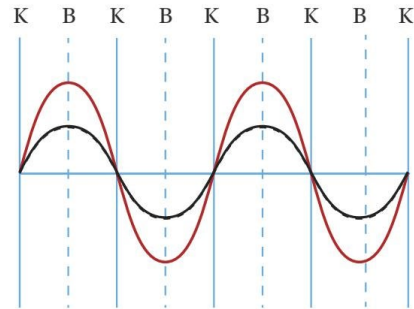
Bij echo weerkaatst de geluidsgolf. Als de invallende golf loodrecht op het oppervlak staat, zal de weerkaatste golf het oppervlak ook loodrecht verlaten. De invallende en weerkaatste golf lopen dan door elkaar heen, dus ontstaat er interferentie.

Figuur 9.55a is een momentopname van twee golven. De gestreepte zwarte grafieklijn is van een golf die naar rechts beweegt; de zwarte grafieklijn is van een golf die naar links beweegt. De rode grafieklijn geeft de som van deze twee golven.

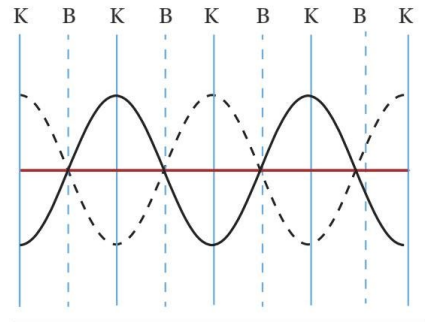


Figuur 9.55a

In figuur 9.55b vallen de toppen en dalen van beide golven samen. Ze versterken dan elkaars effect maximaal, en er ontstaat een golfpatroon met extra hoge toppen en diepe dalen: zie de rode grafieklijn.



In figuur 9.55c is een situatie getekend waarbij een top van de ene golf samenvalt met een dal van een andere golf. Op dit moment werken de golven elkaar tegen, en het resultaat is daardoor de rode horizontale lijn.



Figuur 9.55bc

In alle figuren zijn op dezelfde plaatsen verticale blauwe lijnen getekend. De getrokken blauwe lijnen horen bij de evenwichtsstanden van de rode grafieklijn; hier is de uitwijking 0. Dit geldt voor elke momentopname. In figuur 9.55c zijn de uitwijkingen van beide golven tegengesteld. Je zegt dan dat de golven **in tegenfase** zijn. De totale uitwijking is 0, en dat blijft zo als de golven verder bewegen. Als twee golven elkaar uitdoven spreek je van **destructieve interferentie**. Een plek waar volledige uitdoving plaatsvindt heet een **knoop**. Daarom staat boven de getrokken lijnen een K.

Bij de gestreepte blauwe lijnen is de uitwijking van de rode grafiek maximaal. De uitwijkingen van de zwarte en gestreepte zwarte golven zijn gelijk en in dezelfde richting. De golven zijn nu **in fase**. Als de tijd verstrijkt blijft de maximale uitwijking op dezelfde plaats, wordt steeds kleiner, en in figuur 9.55c is hij 0. De resulterende golf trilt dus wel, en hij trilt zelfs extra hard. Als twee golven elkaars trilling versterken spreek je van **constructieve interferentie**. Een plek waar maximale uitwijking optreedt noem je een **buik**. Daarom staat boven de gestreepte lijnen een B.

De knopen en buiken van de resulterende golf hebben een vaste plek. Het totale patroon heet een **staande golf**. Omdat zo'n staande golf is ontstaan uit lopende golven spreek je toch van een golf. Staande golven ontstaan als twee golven van dezelfde frequentie door elkaar lopen. Hierboven ontstaat de tweede golf door weerkaatsing, maar ook als twee golven uit dezelfde bron via een omweg weer bij elkaar komen ontstaat interferentie. Een voorbeeld staat in opgave 32.

In hoofdstuk 13 komt interferentie uitgebreider aan bod.

Opgaven

27 Vleermuizen en dolfijnen maken gebruik van echolocatie. Zij zenden een geluid uit en vangen het weerkaatste geluid weer op. Hoe kleiner de tijd tussen uitzenden en ontvangen van het geluid, des te kleiner is de afstand tot het voorwerp. Een beperking van echolocatie is dat een voorwerp kleiner dan de golflengte van het geluid geen mooie echo geeft, en dus niet goed waarneembaar is.

Vleermuizen gebruiken bij echolocatie geluiden waarvan de frequentie ligt tussen 25 en 120 kHz. Neem aan dat de temperatuur van de lucht 20 °C is.

a Bereken de kleinste golflengte die vleermuizen gebruiken.

Dolfijnen gebruiken echolocatie in zeewater. Ze gebruiken geluiden tussen 0,20 en 150 kHz. Omdat geluiden met een lage frequentie beter worden doorgegeven, gebruiken dolfijnen deze frequenties voor het waarnemen van verre voorwerpen. Komen ze dichterbij het voorwerp, dan gebruiken ze hogere frequenties.

b Beredeneer waarom ze dan overschakelen op hoge frequenties.

Een dolfijn zendt een geluid uit en vangt 0,33 s later de echo op.

c Bereken de afstand tussen het voorwerp en de dolfijn.

► **hulpblad** 28 Een politieauto heeft een tweetonige sirene: een hoge toon van 500 Hz en een lage toon van 375 Hz. Brum ziet een politieauto met sirene op hoge snelheid een andere auto achtervolgen. Brum hoort een hoge toon van 597 Hz.

a Beredeneer of de politieauto Brum nadert of van hem weggrijdt.

b Bereken de frequentie van de lage toon die Brum hoort.

De luchttemperatuur is 20 °C.

c Toon aan dat de politieauto zich 11 cm verplaatst tijdens een trilling van de hoge toon.

d Bereken in twee significante cijfers de snelheid van de politieauto in km h^{-1} .

29 Emilie wil voor haar profielwerkstuk meten aan de beweging van een proefpersoon. Ze gebruikt een ultrasone plaatssensor. Deze sensor zendt met regelmatige tussenpozen geluidspulsen uit. De tijdsduur van een puls is 0,30 ms. Tijdens een puls worden vijftien periodes van een geluidstrilling uitgezonden.

a Laat met een berekening zien dat Emilie de geluidspulsen niet kan horen.

De ultrasone plaatssensor bepaalt de afstand uit de echo die een puls veroorzaakt.

Door de tijdsduur van de puls is de sensor niet geschikt voor het meten aan afstanden kleiner dan een decimeter.

b Leg uit waarom de afstandssensor niet goed werkt op zo'n korte afstand.

Het aantal pulsen per seconde is instelbaar. Emilie zet de sensor op vijftig pulsen per seconde, en start de meting. Als haar proefpersoon verder dan 3,5 m is weggelopen, geeft de sensor aan dat de afstand juist heel klein wordt. In de handleiding leest Emilie dat ze voor grote afstanden het aantal pulsen per seconde beter anders kan instellen.

c Leg dit uit door de volgende opdrachten uit te voeren:

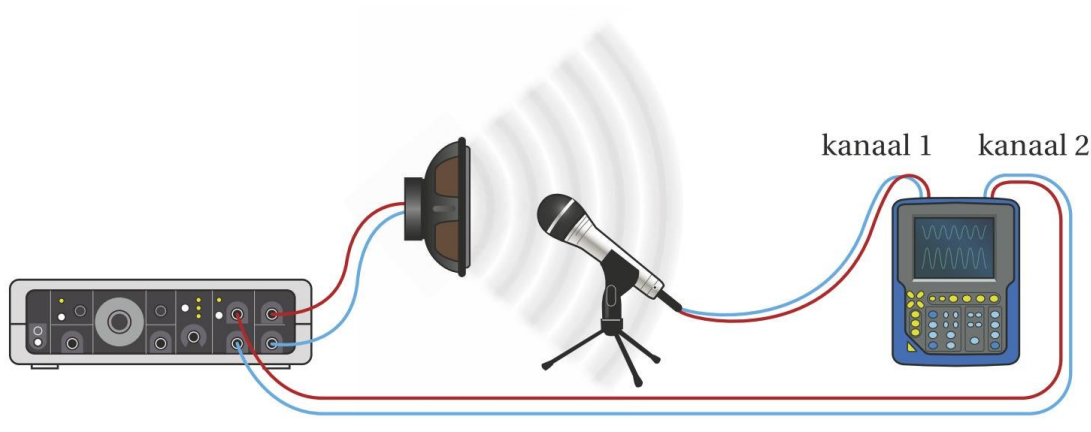
- Waardoor meet de sensor een afstand groter dan 4 m niet goed?
- Moet Emilie het aantal pulsen per seconde voor grote afstanden hoger of lager instellen om goed te meten?

30 Bregje maakt het signaal van een toongenerator op twee manieren zichtbaar op het scherm van een dubbelstraaloscilloscoop. Zie figuur 9.56.

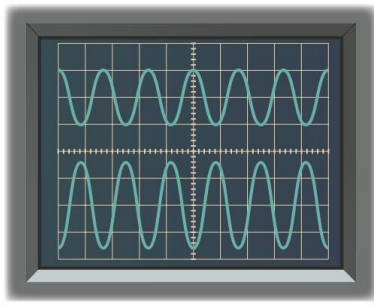
Op kanaal 1 sluit zij een microfoon aan die het geluid opvangt dat is voortgebracht door een luidspreker. Op kanaal 2 sluit zij rechtstreeks de toongenerator aan. De oscillogrammen van de twee signalen zie je in figuur 9.57. Het bovenste oscillogram hoort bij het signaal van de microfoon. Het onderste oscillogram hoort bij het signaal van de toongenerator.

De tijdbasis van de oscilloscoop is ingesteld op 0,50 ms/div.

a Toon met figuur 9.57 aan dat de frequentie van het geluid $1,2 \cdot 10^3$ Hz is.



Figuur 9.56



Figuur 9.57

Bregje vergroot de afstand tussen de luidspreker en de microfoon. Hierdoor verschuift het bovenste oscillogram.

b Leg uit waarom het bovenste oscillogram verschuift en het onderste niet. Er treedt nog een verandering op in het bovenste oscillogram.

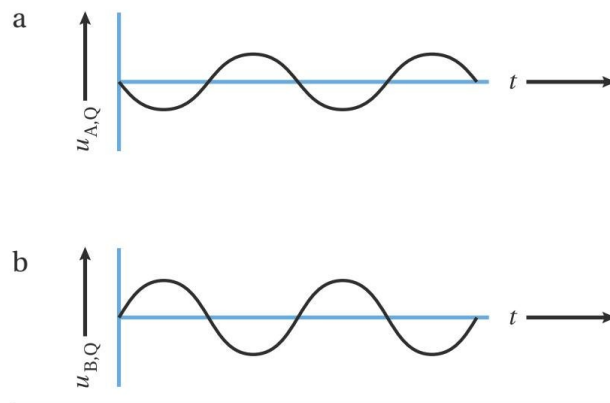
c Licht dit toe.

De twee (u, t) -grafieken van figuur 9.57 zijn in tegenfase. Als Bregje de afstand tussen de luidspreker en de microfoon 14,3 cm groter heeft gemaakt, zijn de twee (u, t) -grafieken voor de eerste keer in fase. Bregje verschuift de microfoon zoveel verder dat de twee (u, t) -grafieken voor de tweede keer in fase zijn.

d Leg uit hoeveel cm zij de microfoon verschuift.

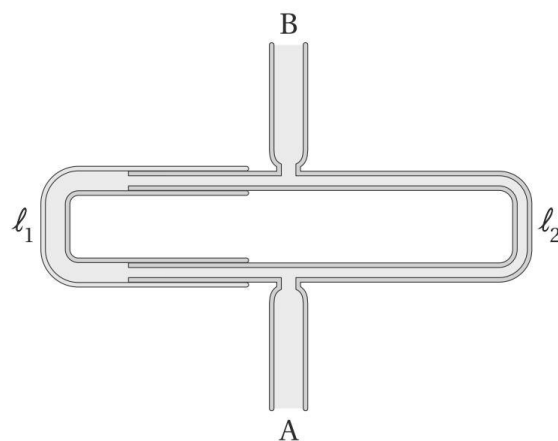
e Bereken de geluidssnelheid in lucht onder de proefomstandigheden.

- 31 Twee luidsprekers A en B staan dicht bij elkaar. In de figuren 9.58a en b zie je de (u, t) -diagrammen die horen bij punt Q dat tussen de luidsprekers in ligt. Hierin geeft $u_{A,Q}$ de uitwijking van de golf afkomstig uit luidspreker A en $u_{B,Q}$ de uitwijking van de golf afkomstig uit luidspreker B.
- Ligt punt Q dichterbij luidspreker A of dichterbij luidspreker B? Licht je antwoord toe.
 - Leg uit dat het geluid in punt Q zachter is dan het geluid uit een van de luidsprekers. Het is mogelijk om punt Q zo te verplaatsen dat je geen geluid meer hoort. Er zijn veel plaatsen waar punt Q dan kan liggen.
 - Leg uit wat het wiskundige verband is tussen al deze punten.



Figuur 9.58

- **hulpblad** 32 Met het toestel in figuur 9.59 doen Renske en Ward een geluidspoeft. In opening A plaatst Renske een fluitje dat maar één toon kan voortbrengen. Het geluid kan langs twee verschillende wegen ℓ_1 en ℓ_2 naar opening B. Ward houdt zijn oor bij deze opening. Renske kan de linker weg ℓ_1 langer maken door de buis uit te schuiven. In het begin van de proef is de buis geheel ingeschoven, zodat ℓ_1 even lang is als ℓ_2 .
- Leg uit waarom Ward in die situatie maximaal geluid hoort. Renske schuift de linker buis langzaam uit. Hij is 11,4 cm uitgeschoven als Ward voor de eerste keer vrijwel geen geluid meer hoort. De luchttemperatuur is 20 °C.
 - Bereken de frequentie van de toon die het fluitje voortbrengt.
 - Maak duidelijk over welke afstand Renske de linker buis nog verder heeft uitgeschoven als Ward voor de tweede keer bijna geen geluid meer hoort.



Figuur 9.59

Op een gitaar en een viool
breng je snaren in trilling, een
saxofonist en een trompettist
laten lucht trillen. Hoe krijg je
uit een muziekinstrument
zuivere tonen?



Figuur 9.60

9.6 Muziekinstrumenten

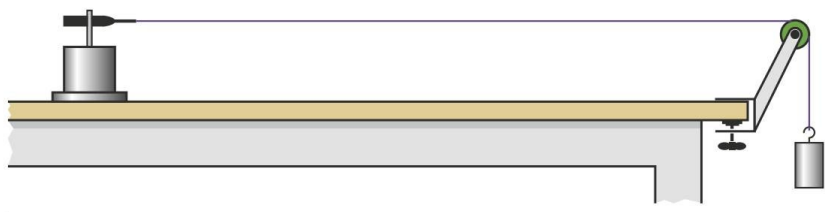
Muziekinstrumenten

Om een melodie te kunnen spelen, moet een instrument voor verschillende toonhoogtes de lucht in trilling brengen. Muziekinstrumenten kun je indelen naar de manier waarop ze de lucht laten trillen. Er zijn snaarinstrumenten, blaasinstrumenten en slaginstrumenten. Dit hoofdstuk beperkt zich tot de eerste twee.

Snaarinstrumenten

Een snaarinstrument bespeel je door een gespannen snaar uit de evenwichtsstand te brengen en los te laten. Er ontstaat dan een lopende golf die bij de uiteinden van de snaar weerkaatst.

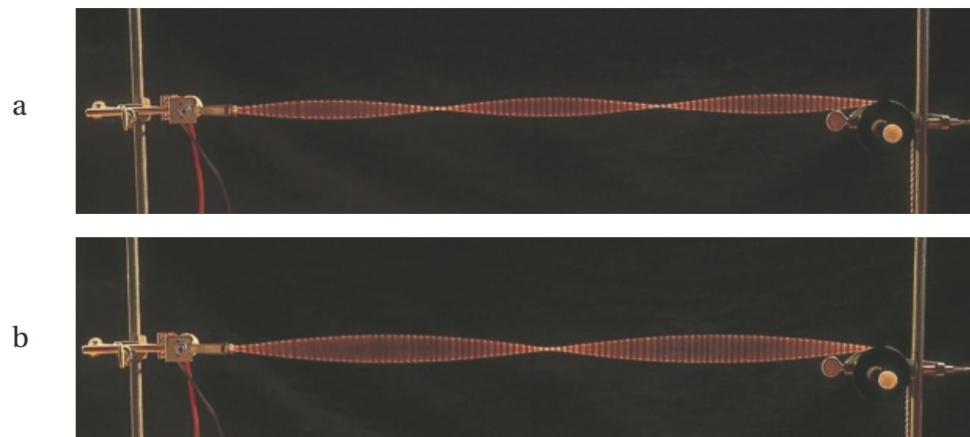
Omdat de amplitude van een snaar over het algemeen vrij klein is, kun je de verschillende trillingstoestanden niet goed zien. Om de trillingen zichtbaar te maken gebruik je de opstelling van figuur 9.61.



Figuur 9.61

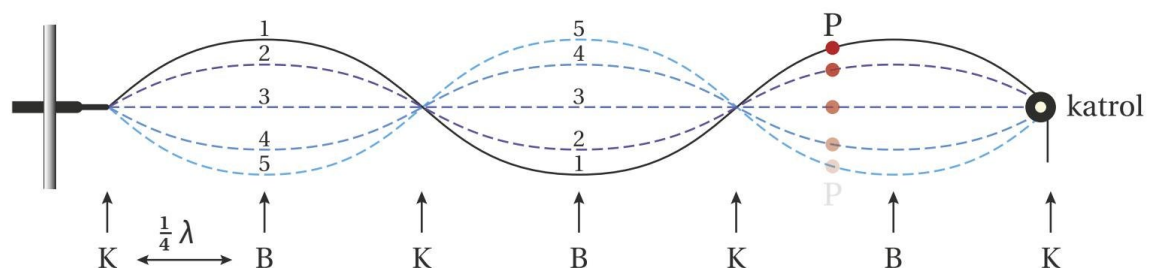
Het linker uiteinde van een koord is bevestigd aan een trilapparaat. Het andere uiteinde ligt over een katrol. De amplitude van het trilapparaat is erg klein.

Het trilapparaat brengt het linker uiteinde van het koord in een gedwongen trilling. De trilling plant zich als een golf voort door het koord en de golf wordt weerkaatst bij de katrol. De naar links gaande golf en de teruggekaatste golf interfereren met elkaar. In de vorige paragraaf heb je gelezen dat er dan een staande golf met een patroon van knopen en buiken kan ontstaan. De uiteinden van de snaar kunnen niet bewegen. Daar zijn dus altijd knopen. Er kan dus alleen maar een patroon van knopen en buiken ontstaan bij een bepaalde golflengte, dus bij een bepaalde frequentie van het trilapparaat. In figuur 9.62 zie je stroboscopische foto's van staande golven in een snaar.



Figuur 9.62

In figuur 9.63 zijn vijf momentopnamen getekend van het golfpatroon van figuur 9.62a. Op een aantal punten staat het koord stil. Op die punten heffen de naar links en naar rechts lopende golven elkaar volledig op. Er is maximale destructieve interferentie. Dit zijn de knopen van het interferentiepatroon. Midden tussen twee knopen bevindt zich een buik. Daar is de amplitude maximaal. De amplitude van punt P in figuur 9.63 is kleiner dan de maximale amplitude van de buik. Alle punten tussen twee knopen bewegen tegelijkertijd omhoog en omlaag, ieder met een eigen amplitude. Deze punten zijn in fase met elkaar. Punten aan weerszijden van een knoop voeren tegengestelde trillingen uit en zijn in tegenfase met elkaar. Alle punten van een staande golf gaan tegelijk door de evenwichtsstand. Zie lijn 3 in figuur 9.63.

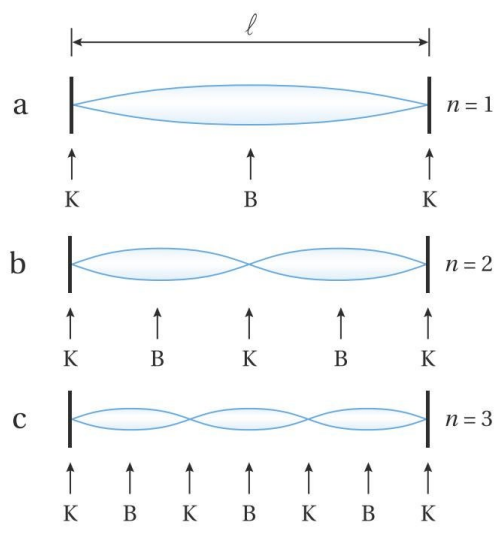


Figuur 9.63

Een staande golf heeft een golflengte λ . De afstand tussen twee knopen of twee buiken is gelijk aan $\frac{1}{2}\lambda$. De afstand tussen een knoop en een naastgelegen buik is de helft van die afstand: $\frac{1}{4}\lambda$.

Toonvorming in een snaar

In een snaar is een beperkt aantal staande golven mogelijk. Een snaar kan aan de vaste uiteinden niet trillen, dus daar bevindt zich een knoop. Tussen twee knopen bevindt zich altijd een buik. Zie figuur 9.64a. Dit is de eenvoudigste staande golf. Laat je het trilmechanisme met een hogere frequentie trillen, dan zie je bij een bepaalde frequentie een staande golf met in het midden een extra knoop. Er ontstaat ook een extra buik. Zie figuur 9.64b. Er zijn dus twee halve golflengten in de snaar. Bij een nog hogere frequentie ontstaat de situatie met drie halve golflengten. Zie figuur 9.64c.



Figuur 9.64

De hele snaar wordt dus gevuld met een geheel aantal halve golflengten en dus geldt:

$$\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

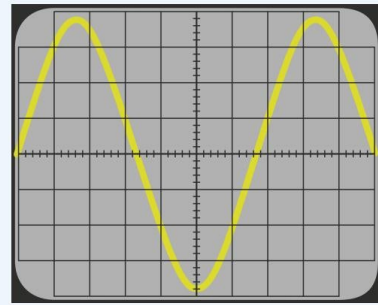
- ℓ is de lengte van het trillende deel van de snaar in m.
- n is een geheel getal (1, 2, 3, ...).
- λ is de golflengte van de staande golf in m.

Met deze formule bereken je de mogelijke golflengten van de verschillende trillingstoestanden. Wil je de bijbehorende frequenties weten, dan gebruik je $v = f \cdot \lambda$. De golfsnelheid v is de voortplantingssnelheid van de golf in de snaar. Deze voortplantingssnelheid hangt af van de dikte, het materiaal en de spankracht van de snaar.

Voor $n = 1$ krijg je de staande golf met de grootst mogelijke golflengte en dus de laagste eigenfrequentie van de snaar: de **grondtoon**. Voor grotere waarden van n is de bijbehorende golflengte kleiner en de bijbehorende frequentie hoger. Deze hogere tonen heten **boventonen**. De frequentie van een boventoon in een snaar is dus een veelvoud van de frequentie van de grondtoon.

Voorbeeld 15 Het oscillogram van de grondtoon van een gitaar analyseren

De lengte van een gitaarsnaar is 65,0 cm. Bij het aanslaan van de snaar hoor je de grondtoon. In figuur 9.65 zie je een oscillogram van deze grondtoon. De instelling van de tijdbasis is 1,0 ms/div.

**Figuur 9.65**

- Bepaal de voortplantingssnelheid van de golf in de snaar.
- Schets het oscillogram van de derde boventoon met een tijdbasis van 1,0 ms/div.

Uitwerking

a $v = f \cdot \lambda$

$$f = \frac{1}{T}$$

Uit het oscillogram volgt dat 1,5 trilling overeenkomt met tien schaaldelen.

$$1,5T = 10 \times 1,0 \cdot 10^{-3}$$

$$T = 6,667 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{6,667 \cdot 10^{-3}}$$

$$f = 150 \text{ Hz}$$

Voor de grondtoon geldt: $\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$ met $\ell = 65,0 \text{ cm} = 0,65 \text{ m}$ en $n = 1$.

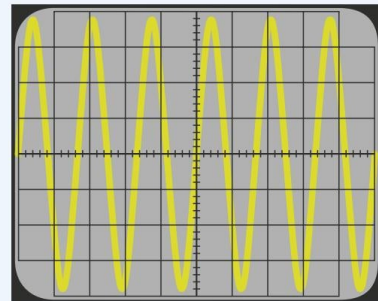
$$0,65 = 1 \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

$$\lambda = 1,30 \text{ m}$$

Invullen levert: $v = 150 \times 1,30 = 195 \text{ m s}^{-1}$.

Afgerond: $v = 2,0 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$.

- b Bij de derde boventoon is in $\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$ de waarde van n gelijk aan 4. Dus $\ell = 4 \times \frac{1}{2} \lambda = 0,65 \text{ m}$. De golflengte is dus 0,325 m en dus vier keer zo klein als bij de grondtoon. Uit $v = f \cdot \lambda$ volgt dan dat de frequentie vier keer zo hoog wordt, omdat de voortplantingssnelheid gelijk blijft. Je ziet dus vier keer zo veel trillingen, in totaal $4 \times 1,5 = 6$ trillingen. Zie figuur 9.66.

**Figuur 9.66****Bespelen van snaarinstrumenten**

Voorbeelden van snaarinstrumenten zijn de gitaar, de viool, de harp en de piano. De frequentie van een toon bereken je met $v = f \cdot \lambda$. De golflengte bereken je met de formule $\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$. Dus de lengte van een snaar speelt een rol bij het bepalen van de golflengte. De voortplantingssnelheid hangt af van de eigenschappen van het materiaal. Er zijn dus vier factoren die de toonhoogte van een snaar bepalen:

- de lengte van de snaar,
- het materiaal van de snaar,
- de dikte van de snaar,
- de spankracht in de snaar.

De muzikant stemt zijn instrument door de spankracht op de snaren aan te passen. Een harp en een piano hebben voor elke toon een snaar. De viool en de gitaar hebben veel minder snaren. Hier vormt de muzikant extra tonen door een deel van de snaar af te klemmen, en zo de lengte van het trillende deel aan te passen. Een bewegende snaar trilt op een ingewikkelde manier. De snaar brengt namelijk naast zijn grondtoon tegelijkertijd een aantal boventonen voort. De grondtoon is het duidelijkst hoorbaar. Toch zijn ook de boventonen belangrijk. Ze bepalen het karakteristieke geluid van een instrument.

Blaasinstrumenten

Bij een blaasinstrument wordt de lucht in het instrument in trilling gebracht. Hierbij ontstaan trillingen met allerlei frequenties. Welke toon je hoort hangt af van de eigenschappen van het instrument. In figuur 9.67 zie je dat de luchtkolom recht, gebogen of cirkelvormig is. Voor de toonvorming maakt dit niet uit. In het vervolg teken je steeds een rechte kolom.



Figuur 9.67

Ook bij een blaasinstrument ontstaat een golf die van uiteinde naar uiteinde loopt en daar weerkaatst. Bij bepaalde frequenties ontstaan staande longitudinale golven in de luchtkolom. Bij een knoop staat de lucht stil. Bij een buik trilt de lucht heftig heen en weer en is de amplitude van de trilling maximaal.

Voor de toonvorming zijn de uiteinden van de buis belangrijk. Het uiteinde waar je de lucht in trilling brengt en het andere uiteinde van de buis kunnen zowel open als gesloten zijn. Bij een gesloten uiteinde kan de lucht niet of nauwelijks trillen. Hier bevindt zich een knoop. Bij een open uiteinde oefent de trillende lucht een kracht uit op de buitenlucht. Volgens de derde wet van Newton oefent dan de buitenlucht een kracht uit op de lucht in het instrument. Hierdoor ontstaat bij het open uiteinde een buik.

Toonvorming in een buis met een open en een gesloten uiteinde

In figuur 9.68 zie je drie trillings-toestanden van een muziekinstrument met een open en gesloten einde, zoals een klarinet.

Bij het mondstuk bevindt zich een knoop, aan het andere uiteinde een buik. Bij de grondtoon zijn er verder geen knopen of buiken. Dus geldt: $\ell = \frac{1}{4} \lambda$.

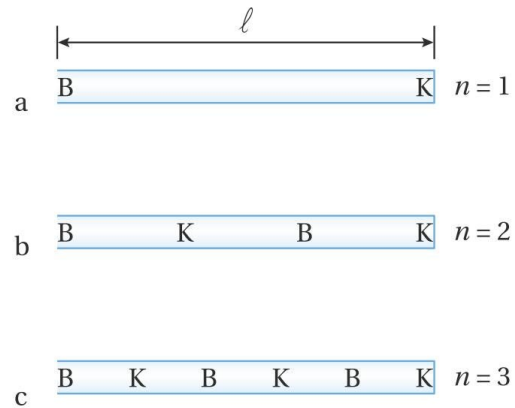
Voor elke boventoon komt er een extra buik en een extra knoop bij, ofwel een halve golflengte. Voor de eerste boventoon is de lengte van de buis gelijk aan $\frac{3}{4} \lambda$, voor de tweede boventoon geldt $\ell = \frac{5}{4} \lambda$.

De boventonen zijn veelvouden van de grondtoon, maar alleen de oneven veelvouden zijn mogelijk. Voor de lengte van de buis geldt dus:

$$\ell = (2n - 1) \cdot \frac{1}{4} \lambda$$

- ℓ is de lengte van het trillende deel van de luchtkolom in m.
- n is een geheel getal (1, 2, 3, ...).
- λ is de golflengte van de staande golf in m.

Er zijn weer oneindig veel boventonen, waarvan de frequenties steeds een oneven veelvoud zijn van de grondtoon.



Figuur 9.68

Toonvorming in een buis met twee open uiteinden

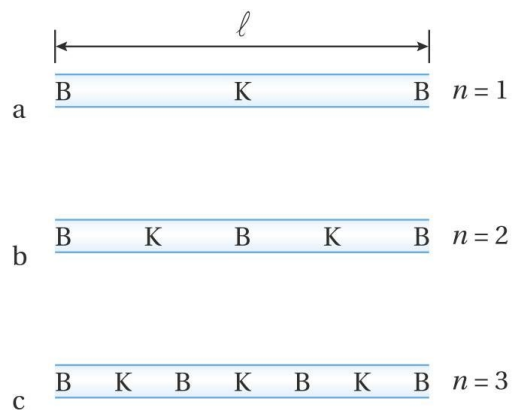
Bij blaasinstrumenten met twee open uiteinden, bijvoorbeeld een blokfluit, vormen zich aan de uiteinden buiken.

In figuur 9.69 zijn drie trillingstoestanden weergegeven van een buis met twee open uiteinden. De afstand tussen twee buiken in figuur 9.69a is gelijk aan $\frac{1}{2} \lambda$. Voor de grondtoon geldt dus $\ell = \frac{1}{2} \lambda$. Ook hier komt er voor elke boventoon een extra buik en een extra knoop bij.

Voor de lengte van de buis geldt dus:

$$\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$$

- ℓ is de lengte van het trillende deel van de luchtkolom in m.
- n is een geheel getal (1, 2, 3, ...).
- λ is de golflengte van de staande golf in m.



Figuur 9.69

Bij de eerste boventoon is de golflengte twee keer zo klein als bij de grondtoon. De frequentie is dus twee keer zo hoog. Bij de tweede boventoon is de golflengte drie keer zo klein en de frequentie dus drie keer zo hoog.

De formule $\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$ geldt voor een blaasinstrument met twee open uiteinden en voor een snaarinstrument met twee vaste uiteinden. Het patroon van knopen en buiken in een blaasinstrument met twee open uiteinden is precies omgekeerd aan dat van een snaarinstrument.

Bij blaasinstrumenten lopen de golven in het instrument door lucht en is de voortplantingssnelheid gelijk aan de geluidssnelheid in lucht. Ook in vaste stoffen en vloeistoffen kan geluid zich voortplanten. De geluidssnelheid is afhankelijk van het soort materiaal. Zie BINAS tabel 15A. Je ziet dat de geluidssnelheid in een vaste stof veel groter is dan in lucht.

De geluidssnelheid is afhankelijk van de temperatuur. In BINAS tabel 15A vind je voor water en lucht de geluidssnelheid bij verschillende temperaturen.

Voorbeeld 16 Oscillogrammen van blaasinstrumenten analyseren

In figuur 9.70 zie je twee oscillogrammen van een muziekinstrument.

Figuur 9.70a is de grondtoon van het instrument en figuur 9.70b is een boventoon.

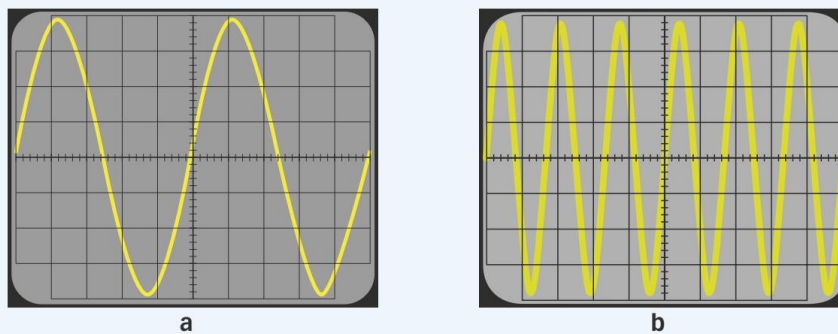
De tijdbasis is 0,50 ms/div. De omgevingstemperatuur is 20 °C.

Bas denkt dat het een klarinet is, omdat de frequentie van de boventoon drie keer zo groot is als die van de grondtoon. Jeanny zegt dat het ook een blokfluit kan zijn.

a Bereken de golflengte van de boventoon.

De blokfluit heeft twee open uiteinden. Bij de klarinet is een uiteinde gesloten.

b Leg uit waarom beiden gelijk kunnen hebben.



Figuur 9.70

Uitwerking

a $v = \frac{\lambda}{T}$

Uit figuur 9.70b volgt $6T = 10 \times 0,50 = 5,0 \text{ ms} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

$$T = 8,33 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

De geluidssnelheid $v = 343 \text{ m s}^{-1}$. (zie BINAS tabel 15A)

$$\text{Invullen levert } 343 = \frac{\lambda}{8,33 \cdot 10^{-4}}$$

$$\lambda = 0,2857 \text{ m}$$

Afgerond: $\lambda = 0,29 \text{ m}$.

- b Er is niet aangegeven welke boventoon het is. Als het de eerste boventoon is, dan heeft Bas gelijk, omdat de frequentie drie keer zo groot is als die van de grondtoon. Een klarinet heeft een gesloten en een open uiteinde. De verhoudingen van de frequenties zijn dan $f_1 : f_2 : f_3 = 1 : 3 : 5$. Als het de tweede boventoon is, dan heeft Jeanny gelijk. Bij een blokfluit zijn er twee open uiteinden en is de verhouding van de frequenties gelijk aan $f_1 : f_2 : f_3 = 1 : 2 : 3$.

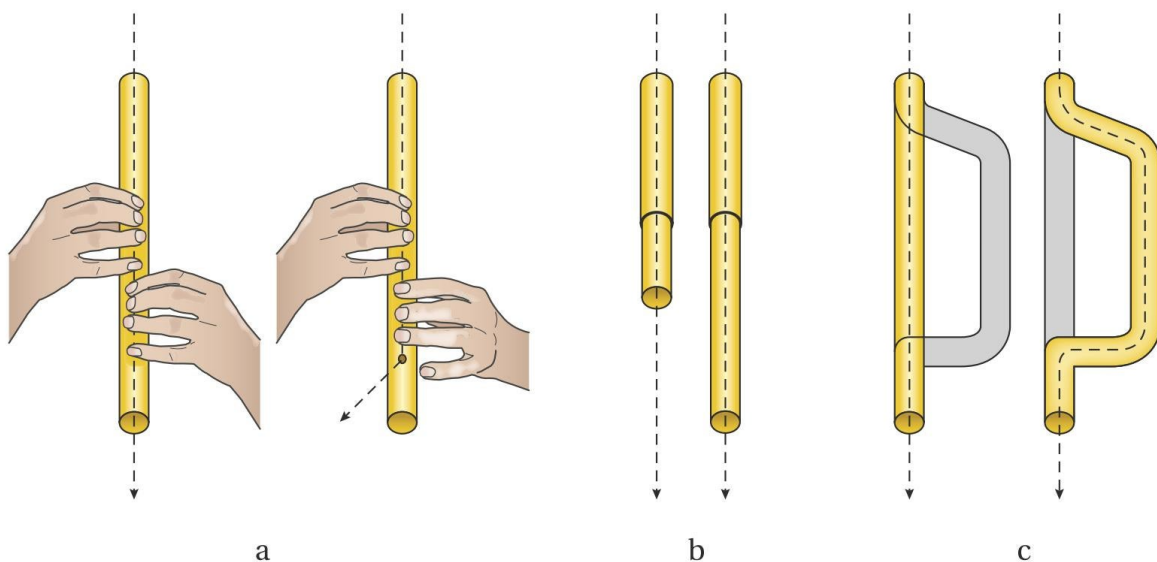
Blaasinstrumenten bespelen

Bij een kerkorgel en een panfluit is er voor iedere toon een buis. De meeste blaasinstrumenten hebben echter maar één buis. Door de lengte van de buis te veranderen, krijg je een andere toon.

Bij een blokfluit ‘verkort’ je de buis door gaten te openen. Zie figuur 9.71a.

Bij een trombone wordt de lengte van de buis gevarieerd door de buis in of uit te schuiven. Zie figuur 9.71b.

Een trompet maakt gebruik van ventielen. Door een ventiel in te drukken, wordt de lucht via een kromming omgeleid waardoor de buis langer is. Zie figuur 9.71c.



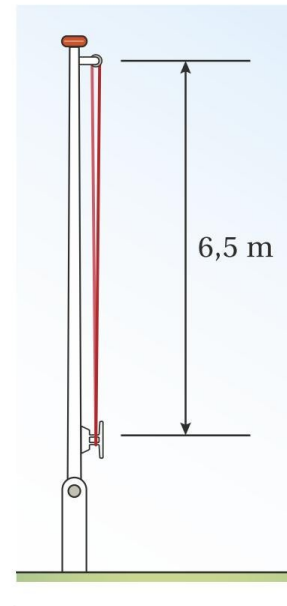
Figuur 9.71

De menselijke stem

Mensen hebben stembanden voor het maken van geluid. De werking van de stembanden lijkt op die van een snaar. Als je zingt of praat, breng je je stembanden in trilling. Deze trilling bestaat uit een grondtoon en boventonen. De trilling van de stembanden wordt overgedragen aan de lucht in de keel, de mond en de neusholte. Door resonantie worden bepaalde tonen versterkt. Met behulp van tong, lippen en tanden kun je de vorm van de trilhoute veranderen, en allerlei ingewikkelde geluiden voortbrengen, zoals spraak.

Opgaven

- 33 Aan de bovenkant van een vlaggenmast is een katrol bevestigd. Hierdoor loopt de vlaggenlijn waaraan je de vlag omhoog kunt hijsen. De beide uiteinden van het touw zijn aan de onderkant vastgemaakt aan een klamp. De afstand van de katrol tot de klamp is 6,5 m. Zie figuur 9.72.
- Door de wind slaat de strakgespannen vlaggenlijn in een regelmatig tempo tegen de mast. De beide touwdelen tussen de katrol en de klamp voeren dan als één geheel een eigentrilling uit. De middens van beide delen slaan tegen de mast als ze zich in een van de uiterste standen bevinden. Tessa meet de trillingstijd die bij de beweging hoort door een stopwatch te starten op het moment dat de touwdelen tegen de mast slaan. Tien klappen later stopt ze de tijdmeting. De gemeten tijd is 6,5 s.



Figuur 9.72

- a Bereken hoe groot de voortplantingssnelheid van de trillingen in de vlaggenlijn is.

Voor de voortplantingssnelheid van de trilling in deze vlaggenlijn geldt:

$$v = \sqrt{\frac{F}{m_{\text{meter}}}}$$

- v is de voortplantingssnelheid in m s^{-1} .
- F is de spankracht in de lijn in N.
- m_{meter} is de massa per lengte-eenheid in kg m^{-1} .

Tessa spant de lijn strakker. Neem aan dat de massa per lengte-eenheid hierbij niet verandert. De klappen van de vlaggenlijn volgen elkaar nu sneller op.

- b Leg aan de hand van bovenstaande formule uit dat het aantal klappen per seconde toeneemt.

Tessa meet de trillingstijd bij verschillende waarden van de spankracht in de vlaggenlijn. Hieruit berekent ze, zoals bij vraag a, de voortplantingssnelheid van de trillingen. In tabel 9.4 staan haar resultaten.

- c Bepaal grafisch de massa van 1 m vlaggenlijn.

$F \text{ (N)}$	20	24	28	32	36	40
$v \text{ (m s}^{-1}\text{)}$	23	24	27	29	30	33

Tabel 9.4

- 34 Een stemvork staat op een klankkast die een open en een gesloten uiteinde heeft. Zie figuur 9.73. De afstand tussen beide uiteinden, gemeten aan de binnenkant, bedraagt 17,8 cm. Bij het aanslaan van de stemvork trilt de lucht in de klankkast in zijn grondtoon mee.



Figuur 9.73

De temperatuur van de lucht is 20 °C.

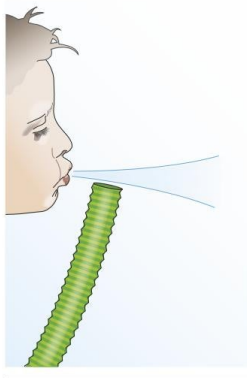
- a Bereken de frequentie van de stemvork.

De buik die ontstaat als de lucht in de klankkast gaat meetrillen, ligt in werkelijkheid iets buiten de opening van de klankkast.

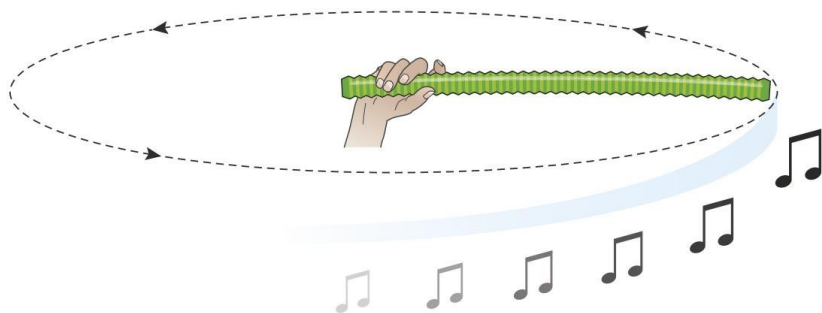
- b Heeft de stemvork dan een wat hogere of juist een wat lagere frequentie dan je bij vraag a hebt berekend? Licht je antwoord toe.

- 35 Bij speelgoedwinkels zijn holle, plastic buizen te koop die aan beide zijden open zijn. Als je de lucht in zo'n buis op een bepaalde manier aanblaast, brengt de buis een toon voort. Daarom heet de buis een muziekslang. Zie figuur 9.74.

- a Leg uit waarom de lucht in de buis een toon kan voortbrengen als je hem aanblaast. Als je de slang heel hard rondslingert, brengt hij ook een toon voort. Het ene uiteinde blijft dan op zijn plaats, terwijl het andere uiteinde ronddraait met een snelheid v_{draai} . Zie figuur 9.75.



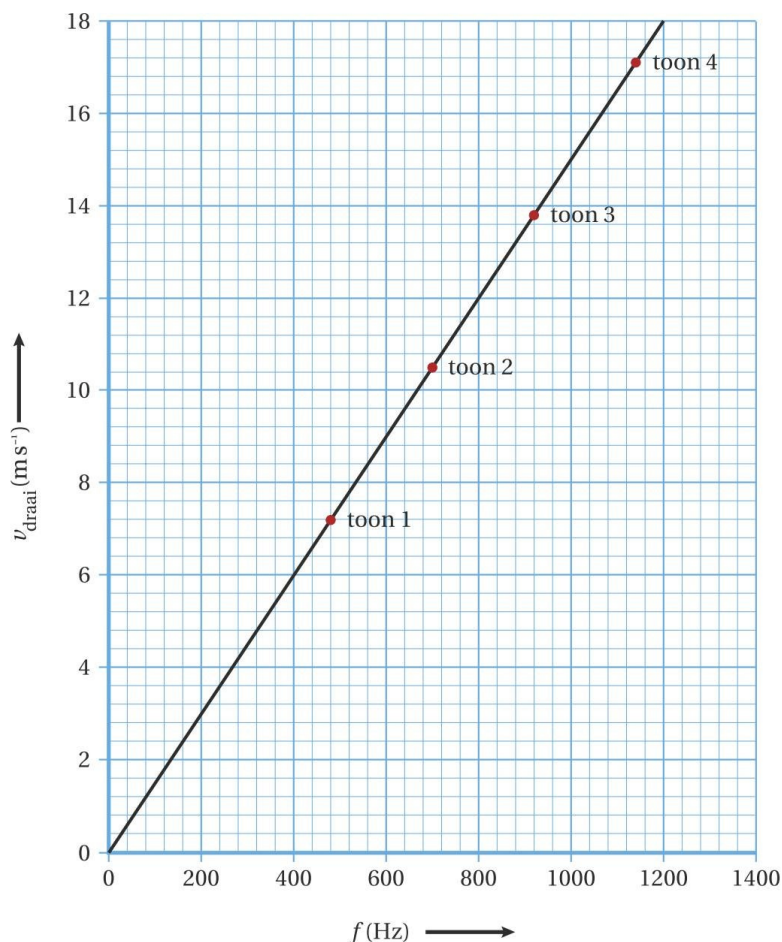
Figuur 9.74



Figuur 9.75

Bij bepaalde waarden van v_{draai} brengt de slang een toon voort. Inge bepaalt van vier tonen de frequentie en de bijbehorende waarde van de draaisnelheid. In figuur 9.76 staan haar meetresultaten. De temperatuur van de lucht is 20 °C en de slang heeft een lengte van 70 cm.

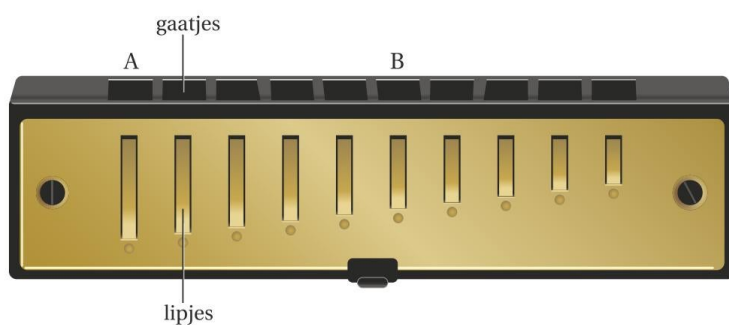
- b Bepaal de omlooptijd van de muziekslang als hij toon 3 voortbrengt.
c Bepaal de golflengte van het geluid van toon 2.
d Beredeneer of de frequentie bij toon 1 de laagst mogelijke is waarmee de luchtkolom in de muziekslang kan trillen.



Figuur 9.76

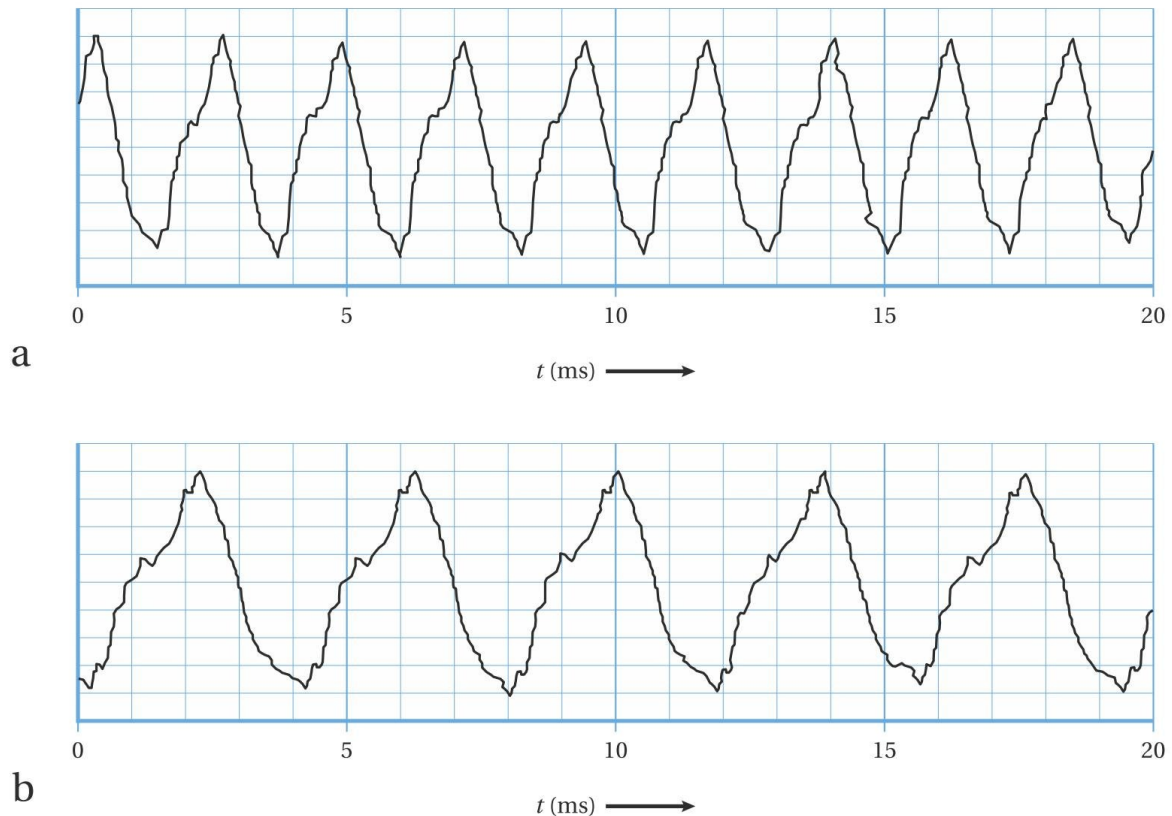
► **tekenblad** 36 Van een mondharmonica is de beschermkap weggehaald. Zie figuur 9.77.

► **hulpblad**



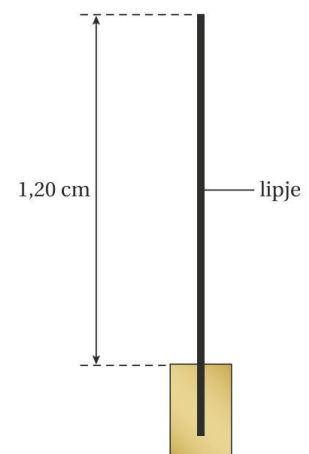
Figuur 9.77

Deze mondharmonica heeft tien gaatjes. Onder elk gaatje zit een metalen lipje. Als je lucht door een gaatje blaast, ontstaat in het lipje een staande golf. Het lipje trilt dan in de grondtoon. De lipjes onder de gaatjes A en B zijn even dik en even breed. Met behulp van een microfoon en een computer zijn twee opnamen gemaakt van het geluid, een bij het blazen in gat A en een bij het blazen in gat B. In figuur 9.78 zie je het resultaat van de opnamen.



Figuur 9.78

- a Leg uit welke van deze figuren correspondeert met gat A.
- b Bepaal met behulp van BINAS tabel 15C welke toon in figuur 9.78a weergegeven is. Geef je antwoord met een letter en een cijfer zoals die voorkomen in tabel 15C. Als het lipje van figuur 9.79 in de grondtoon trilt, ontstaat een toon van 392 Hz.
- c Bereken de voortplantingssnelheid van de golven in het lipje.
- Naast de grondtoon gaat het lipje ook trillen in de eerste boventoon.
- d Geef in figuur 9.79 de plaatsen aan van de buiken en de knopen in het lipje als het trilt in de eerste boventoon.

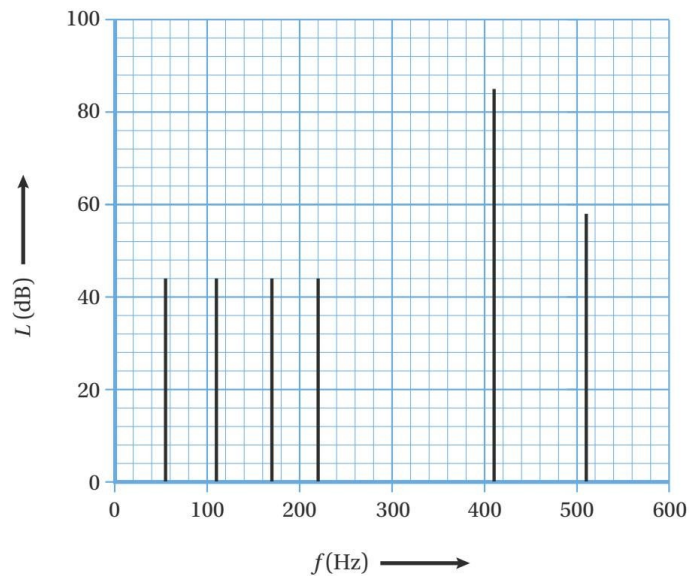


Figuur 9.79

- 37 Een bekken is een ronde metalen schijf die in het midden op een standaard is geklemd. Zie figuur 9.80. Ruud onderzoekt het geluid dat een bekken produceert. Op 4,5 m afstand van het bekken zet hij een microfoon neer die hij verbindt met een computer. De computer analyseert het ontvangen signaal en maakt een grafiek van de geluidssterkte als functie van de ontvangen frequenties. Zie figuur 9.81. Hoe harder het geluid, hoe groter de geluidssterkte. Ruud zoekt een verklaring voor de frequentieverhouding van de laagste vier tonen van figuur 9.81. In een boek over muziekinstrumenten vindt hij het plaatje van figuur 9.82 met enkele trillingstoestanden van een bekken.

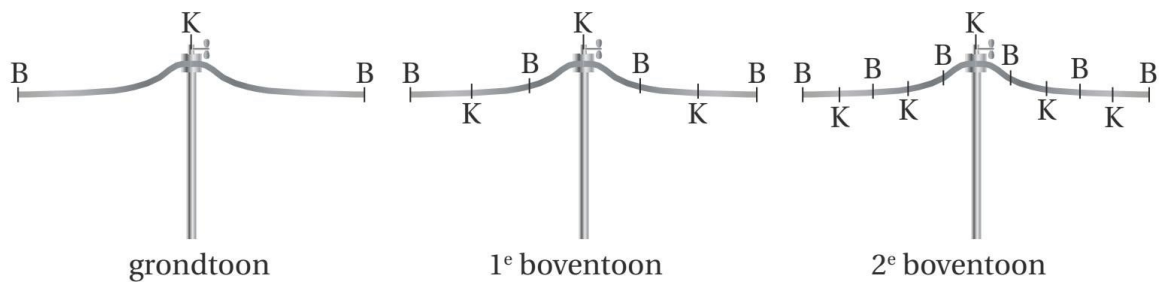


Figuur 9.80



Figuur 9.81

De plaatsen van de knopen van de staande golven in het bekken zijn aangegeven met een letter K, de plaatsen van de buiken met een B.



Figuur 9.82

- a Leg uit of de patronen van knopen en buiken in figuur 9.82 overeenstemmen met de verhoudingen van de frequenties van de drie laagste tonen van figuur 9.81. De toon van 410 Hz is veel sterker dan de andere tonen. De amplitude van de andere tonen is daarom te verwaarlozen.

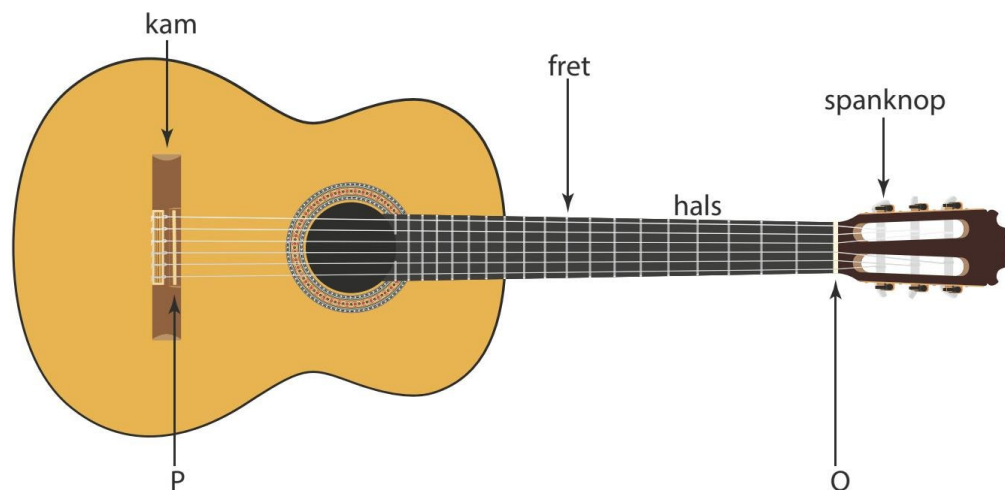
Ruud bekijkt de rand van het trillende bekken met een stroboscoop. Hij stelt de frequentie van de stroboscoop in op 820 Hz. Hij neemt dan twee standen van de rand van het bekken waar. De 'twee randen' lijken stil te staan. Stelt hij de frequentie iets hoger in, dan ziet hij de twee randen langzaam bewegen.

- b Geef voor beide waarnemingen een verklaring.

Tijdens het 'langzaam bewegen' ziet Ruud de twee randen steeds naar elkaar toe gaan en weer uit elkaar gaan. Op het moment dat de twee randen het verst van elkaar zijn verwijderd, bevinden ze zich 2,7 mm uit elkaar.

- c Bereken de werkelijke snelheid waarmee de rand van het bekken door de evenwichtsstand gaat.

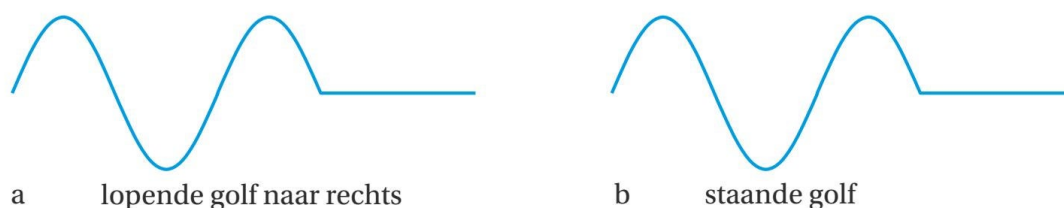
- **tekenblad** 38 Een gitaar heeft zes snaren. Elke snaar is gespannen tussen de kam op de klankkast en een van de spanknoppen aan het eind van de hals. Zie figuur 9.83.



Figuur 9.83

Als een snaar een toon voortbrengt, ontstaat door interferentie van twee lopende golven een staande golf in de snaar. In figuur 9.84a zie je een naar rechts lopende golf en in figuur 9.84b een staande golf.

- a Teken in figuur 9.84a en b de grafiek van de golf een kwart trillingstijd later.



Figuur 9.84

De bovenste snaar in figuur 9.83 is de E-snaar. Die wordt zo gespannen dat hij bij aanslaan een toon voortbrengt met een frequentie van 330 Hz. Van deze snaar komt het gedeelte PQ in trilling. De afstand $PQ = 65,0$ cm. Neem steeds aan dat de snaar uitsluitend in de grondtoon trilt.

- b Toon aan dat de trilling zich in de E-snaar voortplant met een snelheid van 429 m s^{-1} .

Door de snaar met de vingers tegen een fret aan te drukken, verklein je de lengte van het trillende deel van de snaar. De spankracht in de snaar verandert daarbij niet, zodat de voortplantingssnelheid van de trillingen ook niet verandert. Door de E-snaar tegen een bepaalde fret aan te drukken, ontstaat bij het aanslaan tussen de kam en de fret een toon met een frequentie van 494 Hz.

- c Bereken hoever deze fret van de kam af ligt.



Oefen met hoofdstuk 9

9.7 Afsluiting

Samenvatting

Periodieke bewegingen zijn bewegingen die zich regelmatig herhalen. Het aantal bewegingen per seconde is de frequentie; de herhaaltijd heet periode.

Een trilling is een periodieke beweging om een evenwichtsstand. De periode heet dan de trillingstijd. De afstand tot de evenwichtsstand heet de uitwijking; de maximale uitwijking is de amplitude.

De fase geeft aan hoeveel trillingen er zijn geweest vanaf het tijdstip waarop voor de eerste keer de evenwichtsstand in positieve richting is gepasseerd. De gereduceerde fase geeft aan welk deel van een hele trilling voorbij is. Het faseverschil geeft aan hoeveel een trillend punt voor- of achterloopt op een ander trillend punt. Bij trillen in fase is het gereduceerde faseverschil 0; bij trillen in tegenfase 0,5.

Met behulp van sensoren zet je een trilling om in een (spanning, tijd)-diagram. Zo'n diagram noem je een oscillogram. Een cardiogram is een oscillogram van de beweging van het hart.

Een harmonische trilling is een trilling waarvan de (u, t) -grafiek een sinusfunctie is. Bij zo'n trilling is de resulterende kracht recht evenredig met de uitwijking, maar de richting van de resulterende kracht is tegengesteld aan die van de uitwijking. Een voorbeeld van een harmonische trilling is de beweging van een massa-veersysteem.

Een voorwerp dat een trilling uitvoert, bezit twee vormen van energie die voortdurend in elkaar worden omgezet: kinetische energie en potentiële energie. In de evenwichtsstand is de kinetische energie maximaal. De maximale snelheid hangt dan uitsluitend af van de amplitude en de trillingstijd. In de omkeerpunten is de potentiële energie maximaal.

De trilling die een voorwerp uitvoert zonder invloed van buitenaf, heet de eigentrilling van het voorwerp. De bijbehorende frequentie heet de eigenfrequentie. Als een voorwerp wordt aangedreven door een periodieke kracht van buitenaf, kan er resonantie optreden. Dat gebeurt als de aandrijffrequentie nagenoeg gelijk is aan de eigenfrequentie. De amplitude van de aangedreven trilling wordt dan extra groot.

Een golf ontstaat als een trilling aan de omgeving wordt doorgegeven. Bij een transversale golf staat de richting waarin de deeltjes trillen loodrecht op de voortplantingsrichting van de golf. Bij een longitudinale golf is de richting waarin de deeltjes trillen gelijk aan de richting waarin de golf beweegt.

De snelheid waarmee een golf zich verplaatst, is de voortplantingssnelheid of golfsnelheid. De afstand die de golf in één trillingstijd aflegt, heet de golflengte.

Geluid is een longitudinale golf. De golfsnelheid is dan de geluidssnelheid. De hoogte van de toon hangt samen met de frequentie van de trilling. De sterkte van de toon hangt samen met de amplitude van een trilling.

Echo ontstaat doordat geluidsgolven die afkomstig zijn van een bron door een voorwerp worden teruggekaatst richting de bron. Je hoort het geluid twee keer. Dit komt doordat er een tijdverschil is tussen het geluid dat direct van de bron afkomstig is en de echo ervan.

Komen twee golven bij elkaar, dan is de uitwijking de som van de oorspronkelijke uitwijkingen. De gezamenlijke werking van twee golven in een punt heet interferentie. Bij constructieve interferentie versterken golven elkaar. In een punt waar de golven in fase zijn, ligt een buik. Bij destructieve interferentie verzwakken golven elkaar. In een punt waar de golven in tegenfase zijn, ligt een knoop.

In een snaar ontstaat bij bepaalde frequenties een staande golf met een patroon van buiken en knopen. Bij elk uiteinde bevindt zich in ieder geval een knoop. De eigenfrequentie waarmee de snaar trilt, hangt af van de dikte, het materiaal, de spankracht en de lengte van de snaar.

Ook in een luchtkolom ontstaat een patroon met buiken en knopen. Bij een dicht uiteinde ligt een knoop; een buik bij een open uiteinde.

De laagst mogelijke frequentie van een muziekinstrument noem je de grondtoon.

De andere frequenties zijn boventonen en veelvouden van de grondtoon.

Boventonen bepalen het karakteristieke geluid van een instrument.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk zijn besproken staan hier onder elkaar.

frequentie	$f = \frac{1}{T}$
faseverschil (trillingen)	$\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$
harmonische trilling ▪ resulterende kracht ▪ uitwijking ▪ maximale snelheid ▪ trillingsenergie ▪ maximale potentiële energie ▪ maximale kinetische energie	$\vec{F}_{\text{res}} = -C \cdot \vec{u}$ $u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$ $v_{\text{max}} = \frac{2\pi A}{T}$ $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} C \cdot u^2 + \frac{1}{2} m \cdot v^2$ $E_{\text{p}} = \frac{1}{2} C \cdot A^2$ $E_{\text{k}} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{max}}^2$
trillingstijd massa-veersysteem	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$
golfsnelheid	$v = f \cdot \lambda$ $v = \frac{\lambda}{T}$
faseverschil (golven)	$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$
voorwaarde voor staande golf ▪ twee vaste of twee open uiteinden ▪ een open en een gesloten uiteinde	$\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$ $\ell = (2n - 1) \cdot \frac{1}{4} \lambda$

Je vindt deze gegevens ook in BINAS tabel 35B1 en B2.

In BINAS tabel 15A vind je golfsnelheden in verschillende media.

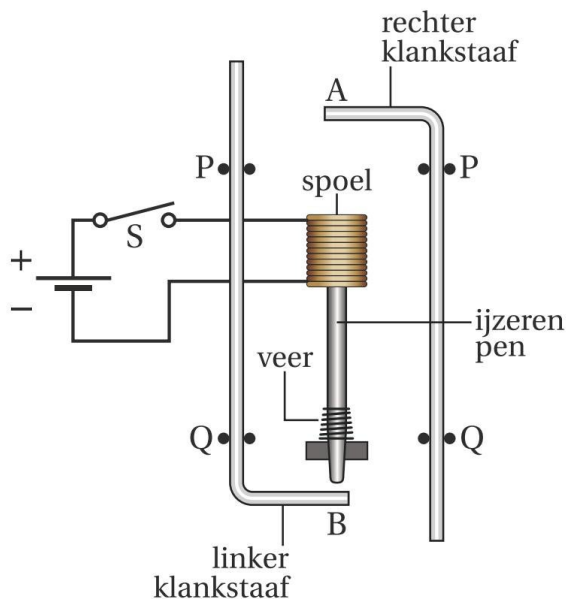
Opgaven

► hulpblad

39 Figuur 9.85 is een tekening van een deurbel, een 'ding-dong'.

S is de drukknop van de huisbel. Als je schakelaar S indrukt, wordt de spoel magnetisch en gaat de ijzeren pen in de spoel omhoog. Bij A botst hij tegen de rechter klankstaaf.

Je hoort: 'ding'. Na het loslaten van S valt de pen weer terug en botst bij B tegen de linker klankstaaf. Je hoort: 'dong'. Een veer zorgt ervoor dat de ijzeren pen weer terugkomt in de beginpositie.



Figuur 9.85

De metalen klankstaven zitten vast in de punten P en Q. De afstand tussen P en Q is 7,5 cm.

Als de rechter klankstaaf aangeslagen wordt, gaat hij trillen. Er ontstaat een staande transversale golf met knopen bij P en Q. De grondtoon is 392 Hz.

a Bereken de voortplantingssnelheid van de golven in deze klankstaaf.

De 'dong' van de linker klankstaaf klinkt lager dan de 'ding'. Beide klankstaven zijn van hetzelfde metaal gemaakt en even lang, maar de linker klankstaaf is dunner.

b Beredeneer of de voortplantingssnelheid van de transversale golven in een dunne klankstaaf groter of kleiner is dan in een dikke klankstaaf.

De veer zit vast aan de ijzeren pen en beweegt met de pen mee. Zie figuur 9.85.

De spanningsbron levert een spanning van 6,0 V. Als S wordt ingedrukt is de stroomsterkte 0,25 A.

De elektrische energie wordt in dit geval voor 4% omgezet in zwaarte-energie van de ijzeren pen. Om de rechter klankstaaf te raken, moet de pen minstens 25 mm omhooggaan. De massa van de ijzeren pen is 12 g.

c Bereken de tijd dat S minimaal ingedrukt moet zijn om de ijzeren pen 25 mm omhoog te brengen. Verwaarloos hierbij de vrijgekomen veerenergie.

Als de ijzeren pen terugvalt, wordt hij afgeremd doordat de veer die aan de pen vastzit, ingedrukt wordt. De pen heeft voldoende snelheid om de veer zo ver in te drukken dat de linker klankstaaf geraakt wordt. Daarna voert de pen een gedempte harmonische trilling uit zonder de klankstaaf nog te raken.

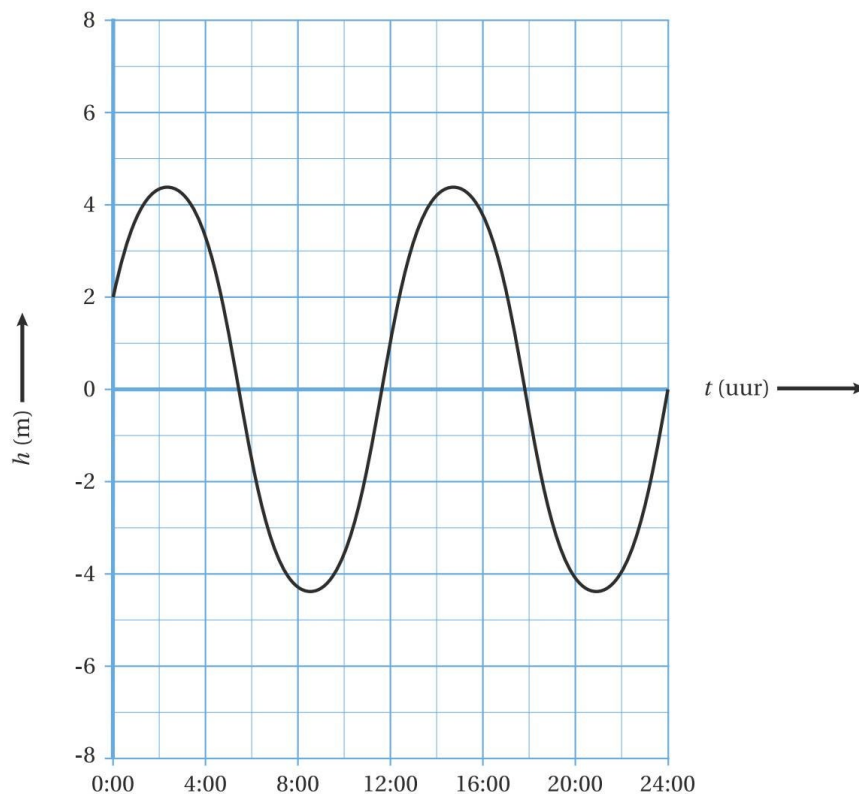
In de ruststand is de veer door de zwaartekracht van de pen 4,0 mm ingedrukt.

d Bereken de trillingstijd van de trilling die de ijzeren pen uitvoert.

- **tekenblad** 40 Op sommige plekken op aarde is het verschil tussen eb en vloed zeer groot. De plaats Saint John aan de Fundybaai in Canada is zo'n plaats. De waterhoogte in Saint John is gedurende één etmaal gemeten. Zie figuur 9.86.

► **hulpblad**

a Bepaal met behulp van figuur 9.86 de maximale stijgsnelheid van het water in Saint John in centimeter per minuut.



Figuur 9.86

De 325 km lange Fundybaai waaraan Saint John ligt, is weergegeven in figuur 9.87. Door zijn vorm en afmetingen ontstaat in de Fundybaai een staande golf. Deze is in figuur 9.88 in zijaanzicht op drie momenten schematisch weergegeven. Figuur 9.88 laat ook zien dat de baai minder diep is dan de oceaan.

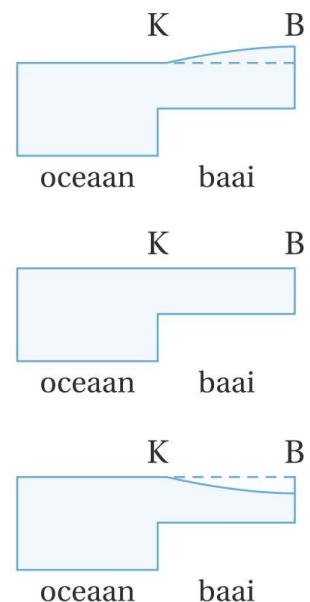
b Schets in figuur 9.86 de waterhoogte bij Cumberland County, aan het einde van de baai, als functie van de tijd.

De golflengte van de staande golf is gelijk aan vier maal de baailengte.

c Leg uit hoe dit blijkt uit figuur 9.88.



Figuur 9.87



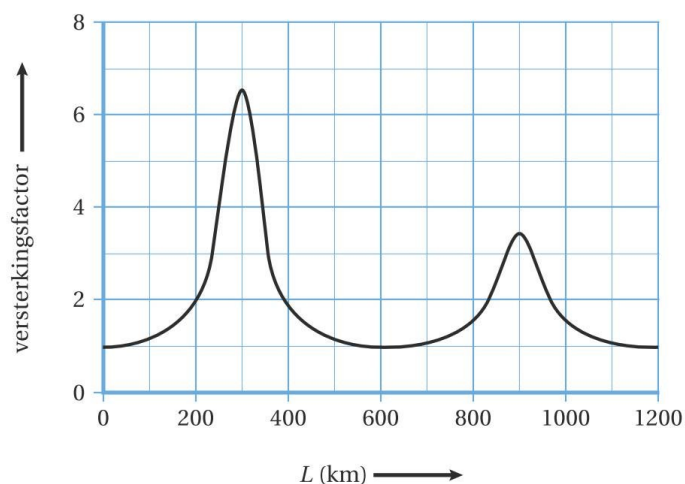
Figuur 9.88

Het verschijnsel dat optreedt in de Fundybaai heet 'getijdenresonantie'. Dit verschijnsel treedt op meerdere plaatsen op aarde op. In een waterloopkundig laboratorium bestuderen wetenschappers met behulp van een computermodel de voorwaarden waaronder getijdenresonantie kan plaatsvinden. Bij getijdenresonantie is er sprake van een grote versterkingsfactor.

De versterkingsfactor wordt gedefinieerd als:

$$\text{versterkingsfactor} = \frac{\text{maximale hoogteverschil in de baai}}{\text{hoogteverschil buiten de baai}}$$

De golfsnelheid in de baai hangt af van de diepte van de baai. Een van de modellen levert voor een baai met een diepte gelijk aan die van de Fundybaai de volgende grafiek van de versterkingsfactor als functie van de baailengte L . Zie figuur 9.89.



Figuur 9.89

Je ziet dat hier de maximale getijdenresonantie optreedt bij een baailengte van 300 km.

d Bepaal welke waarde voor de golfsnelheid in dit model is gebruikt.

Figuur 9.89 laat zien dat bij een baailengte van 900 km de versterkingsfactor ook hoog is.

e Verklaar dit.

De werkelijke lengte van de Fundybaai bedraagt 325 km. Door klimaatverandering kan de zeespiegel gaan stijgen. Hierdoor wordt de voortplantingssnelheid in de baai groter, waardoor de maxima in figuur 9.89 verschuiven. Bewoners aan de Fundybaai maken zich zorgen dat ze hierdoor te maken krijgen met een nog groter getijdenverschil.

f Leg uit of de bewoners aan de baai terecht ongerust zijn.



Maak de zelftoetsen

Checklist voor begrippen en leerdoelen

Hierna vind je een overzicht van de begrippen en leerdoelen per paragraaf. Kruis de leerdoelen aan waarvan jij vindt dat je ze nu beheerst. Bij de leerdoelen die je nog niet helemaal beheerst noteer je de acties die je gaat ondernemen om het leerdoel alsnog te kunnen behalen.

Paragraaf 1 Trillingen

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: periodieke beweging, evenwichtsstand, trilling, trillingstijd (of periode), frequentie, uitwijking, amplitude, (u, t) -diagram, fase, gereduceerde fase, cardiogram, oscilloscoop, oscillogram, tijdbasis, gevoeligheid, microfoon	☐	
uit een (u, t) -diagram bepalen hoe groot de trillingstijd en de amplitude zijn	☐	
uit een (u, t) -diagram bepalen hoe groot de fase en de gereduceerde fase op een bepaald tijdstip zijn	☐	
een (u, t) -diagram schetsen als de frequentie en de amplitude van een trilling gegeven zijn	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor frequentie en fase: $f = \frac{1}{T}$ en $\varphi = \frac{t}{T}$	☐	

Paragraaf 2 Harmonische trilling

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: resulterende kracht, krachtconstante, harmonische trilling, radiaal, massa-veersysteem, faseverschil, gereduceerd faseverschil, in fase trillen, in tegenfase trillen	☐	
met een computermodel in Coach de eigenschappen van een trilling onderzoeken	☐	
uit het (u, t) -diagram van twee trillingen afleiden wanneer ze in fase en wanneer ze in tegenfase zijn	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de resulterende kracht, de uitwijking van een harmonische trilling, het faseverschil op twee tijdstippen van een trilling en de trillingstijd van een massa-veersysteem: $\vec{F}_{\text{res}} = -C \cdot \vec{u}$, $u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$, $\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$ en $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$	☐	

Paragraaf 3 Trillingsenergie en resonantie

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: trillingsenergie, maximale snelheid, eigenfrequentie, gedwongen trilling, aandrijffrequentie, resonantie, stemvork	○	
uitleggen dat de trillingsenergie constant is als de amplitude van de trilling niet verandert	○	
uitleggen dat de trillingsenergie afneemt als weerstands-krachten optreden, en dat de amplitude van de trilling daardoor kleiner wordt	○	
beschrijven wanneer bij een trilling resonantie optreedt	○	
berekningen maken en redeneren met de formules voor de trillingsenergie, de maximale potentiële energie en de maximale kinetische energie: $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} C \cdot u^2 + \frac{1}{2} m \cdot v^2$, $E_p = \frac{1}{2} C \cdot A^2$ en $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{max}}^2$	○	
berekningen maken en redeneren met de formule voor de maximale snelheid: $v_{\text{max}} = \frac{2\pi A}{T}$	○	

Paragraaf 4 Lopende golven

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: lopende golf, transversale golf, golfberg, golfdal, longitudinale golf, verdichting, verdunning, golflengte, voortplantings-snelheid (of golfsnelheid), faseverschil, medium	○	
beschrijven hoe een transversale golf in een koord en een longitudinale golf in een veer ontstaan	○	
uit een momentopname van een transversale of longitudinale golf bepalen hoe groot de golflengte is	○	
schetsen hoe de momentopname van een transversale golf in een koord verandert als de golf zich voortplant	○	
uit een momentopname van een transversale golf bepalen in welke richting een willekeurig punt van het koord beweegt	○	

bij een momentopname van een transversale golf het (u,t) -diagram schetsen van de trilling van een willekeurig punt van het koord	☐	
beschrijven dat bij een lopende golf trillingsenergie wordt doorgegeven van het ene naar het andere punt van een medium	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de golfsnelheid van een golf en het faseverschil tussen twee punten op een golf: $v = f \cdot \lambda = \frac{\lambda}{T}$ en $\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$	☐	

Paragraaf 5 Geluid

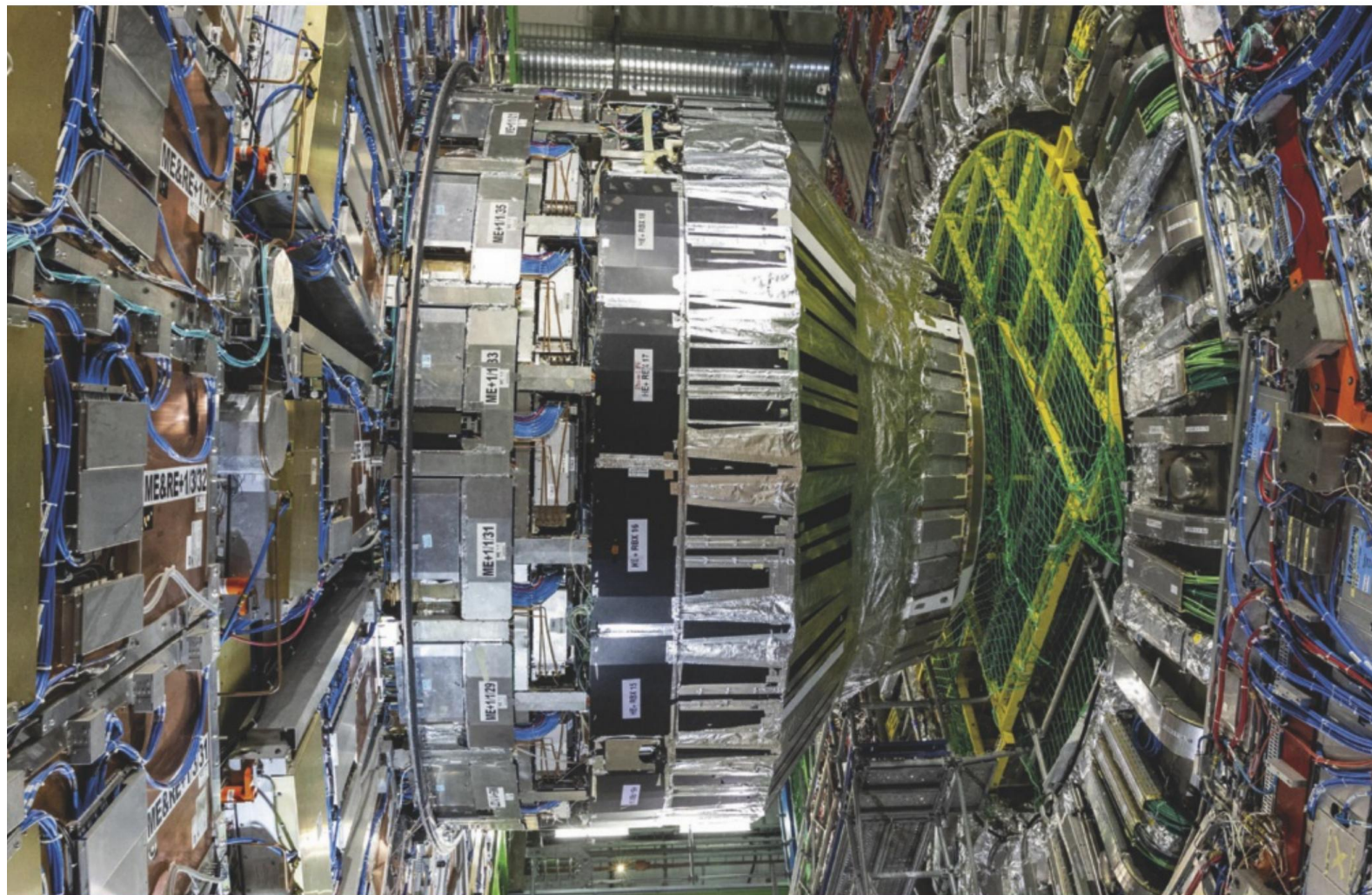
Ik kan	Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: geluidsbron, zuivere toon, toonhoogte, geluidssterkte, geluidssnelheid, dopplereffect, interferentie, echo, buik, knoop, constructieve interferentie, destructieve interferentie, staande golf	☐
aangeven welk verband er is tussen de frequentie van de trilling van de geluidsbron en de toonhoogte van het geluid	☐
aangeven welk verband er is tussen de amplitude van de trilling van de geluidsbron en de geluidssterkte	☐
beschrijven hoe de trilling van een geluidsbron zich voortplant in de lucht	☐
beschrijven van welke factoren de geluidssnelheid afhangt	☐
het (u,t) -diagram schetsen van de trilling die ontstaat door het optellen van de trillingen in twee golven	☐

Paragraaf 6 Muziekinstrumenten

Ik kan	Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: staande golf, grondtoon, boventonen	☐
beschrijven hoe een staande transversale golf ontstaat in een snaar en hoe een longitudinale staande golf ontstaat in een luchtkolom in een buis	☐

een aantal opeenvolgende momentopnames van een staande transversale golf schetsen en in die schets de plaats van de knopen en buiken aangeven	☐	
staande golven schetsen als patroon van knopen en buikten, rekening houdend met het verband tussen lengte en golflengte: $\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$ en $\ell = (2n - 1) \cdot \frac{1}{4} \lambda$	☐	
de golflengte en frequentie bepalen van de grondtoon en de boventonen	☐	
beschrijven en uitleggen van welke factoren de toonhoogte van een muziekinstrument afhangt	☐	
beschrijven hoe de menselijke spraak tot stand komt	☐	

10 Elektromagnetisme



Op de grens van Frankrijk en Zwitserland bevindt zich een van de grootste proefopstellingen ter wereld: CERN. Daar worden met behulp van elektrische en magnetische velden deeltjes versneld tot bijna de lichtsnelheid.

Dit hoofdstuk gaat over de eigenschappen van elektrische en magnetische velden en hoe je deze kunt gebruiken om geladen deeltjes te versnellen en af te buigen.

De strepen die je ziet in een plasmabool worden veroorzaakt door elektronen die bewegen door het gas in de bol. Waarom lopen alle strepen tussen het midden en de rand?



Figuur 10.1

10.1 Elektrische velden

Ladingen, krachtwerking op afstand



Maak de startvragen

In vwo 4 hoofdstuk 5 Elektrische systemen heb je een aantal dingen geleerd over het begrip lading. Er zijn twee soorten ladingen: positieve en negatieve. De grootte lading geef je weer met het symbool q of Q . De eenheid van lading is coulomb (C). Lading is altijd gekoppeld aan deeltjes. De kleinste hoeveelheid lading is de lading van een elektron. Deze kleinste hoeveelheid lading noem je de elementaire lading e . De elementaire lading is $1,602 \cdot 10^{-19}$ C. Een elektron heeft dus een lading van $-e$.

Een atoom is neutraal. De atoomkern bestaat uit positief geladen protonen en niet-geladen neutronen; de elektronenwolk bestaat uit negatief geladen elektronen.

Als een atoom elektronen opneemt of afstaat, ontstaan ionen.

Een voorwerp is ongeladen als de hoeveelheid positieve lading in het voorwerp gelijk is aan de hoeveelheid negatieve lading.

Wanneer je een pvc-staaf opwrijft met een doek, krijgt de staaf een lading. Dit komt doordat tijdens het wrijven elektronen overspringen van de doek naar de staaf.

Daardoor wordt de staaf dus negatief geladen.

Dat de pvc-staaf geladen is, toon je aan met een **elektroscoop**. Zie figuur 10.2.

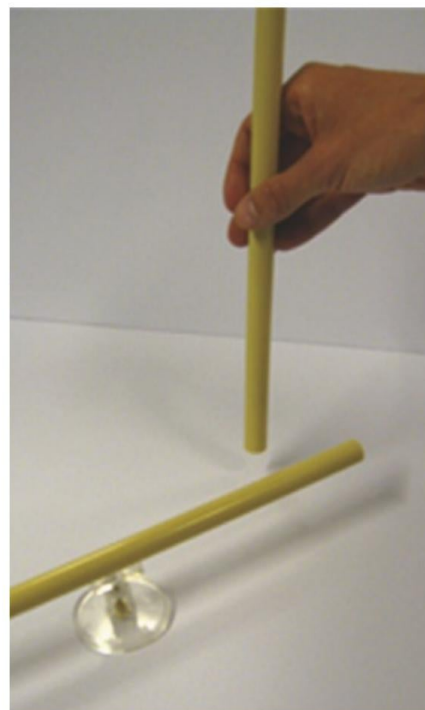
De blaadjes hangen verticaal als de elektroscoop ongeladen is.

Raak je met de negatief geladen pvc-staaf de knop van de elektroscoop aan, dan gaat een deel van de elektronen uit de pvc-staaf naar de knop, de staaf en de blaadjes.

Beide blaadjes krijgen daardoor een overschot aan negatieve lading. Voorwerpen met dezelfde lading stoten elkaar af. Hoe verder de blaadjes uit elkaar staan, des te groter is de lading op de blaadjes.



Figuur 10.2



Figuur 10.3

In figuur 10.3 hebben twee pvc-staven dezelfde lading. Beweeg je de ene staaf richting de liggende staaf, dan draait deze weg, ondanks het feit dat de staven elkaar niet raken. Staven met tegengestelde ladingen trekken elkaar aan. Ladingen oefenen kracht op elkaar uit zonder dat de geladen deeltjes elkaar raken.

Voorbeeld 1 Krachtwerking op afstand

Je gaat met een negatief geladen staaf richting de knop van een neutrale elektroscop. Voordat de staaf contact heeft gemaakt met de knop, gaan de blaadjes van de elektroscop al uit elkaar.

a Verklaar dit verschijnsel.

Je raakt met de pvc-staaf de knop aan. Vervolgens haal je de staaf weg.

b Leg uit of de blaadjes uit elkaar blijven of weer verticaal gaan hangen.

Uitwerking

a Als de negatief geladen pvc-staaf in de buurt van de knop komt, ondervinden de elektronen in de knop een afstotende kracht. Daardoor komen er extra elektronen in de blaadjes. De blaadjes zijn daardoor negatief geladen en stoten elkaar af.

b Als de staaf wordt weggehaald, houdt de elektroscop een tekort aan elektronen. De blaadjes blijven positief geladen en gaan dus niet verticaal hangen.

Wet van Coulomb

Twee deeltjes met gelijke ladingen stoten elkaar meer af als ze dichterbij elkaar in de buurt zijn. De afstoting is ook sterker naarmate de lading groter is. De grootte van de **elektrische kracht** die twee ladingen op elkaar uitoefenen, bereken je met de **wet van Coulomb**.

$$F_{\text{el}} = f \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2}$$

- F_{el} is de elektrische kracht in N.
- f is een constante in $\text{N m}^2 \text{C}^{-2}$.
- q is de (kleinste) lading in C.
- Q is de (grootste) lading in C.
- r is de afstand tussen de middelpunten van de twee deeltjes in m.

De waarde van f hangt af van het medium waarin de deeltjes zich bevinden. Voor vacuüm vind je de waarde van f in BINAS tabel 7A. Deze waarde geldt ook voor lucht.

In de formule vul je de grootte van de ladingen in; eventuele mintekens laat je weg. De richting van F_{el} volgt uit de context.

Voorbeeld 2 De wet van Coulomb

De kern van een waterstofatoom bestaat uit één proton. Een proton is een positief geladen deeltje met een lading van $+e$. Daaromheen draait één elektron. Dat elektron beweegt op een afstand van $5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ van de atoomkern. Bereken de kracht waarmee het elektron en het proton elkaar aantrekken.

Uitwerking

$$F_{\text{el}} = f \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2}$$

$$f = 8,9875 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{C}^{-2} \quad (\text{zie BINAS tabel 7A})$$

$$q = Q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (\text{zie BINAS tabel 7A})$$

$$r = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

$$F_{\text{el}} = 8,9875 \cdot 10^9 \cdot \frac{(1,602 \cdot 10^{-19})^2}{(5,3 \cdot 10^{-11})^2} = 8,211 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } F_{\text{el}} = 8,2 \cdot 10^{-8} \text{ N.}$$

Het elektrisch veld

Ondervindt een geladen deeltje in een ruimte een elektrische kracht, dan is in die ruimte een **elektrisch veld** aanwezig. De eigenschap van een elektrisch veld waardoor geladen deeltjes krachtwerking ondervinden heet de **elektrische veldsterkte** E . De eenheid van elektrische veldsterkte is N C^{-1} .

De grootte van de **elektrische kracht** hangt af van de lading van het deeltje zelf en van de elektrische veldsterkte. De elektrische kracht die een geladen deeltje in een elektrisch veld ondervindt, bereken je met:

$$\vec{F}_{\text{el}} = q \cdot \vec{E}$$

- $\vec{F}_{\text{el}}$ is de elektrische kracht in N.
- q is de lading van het deeltje in C.
- $\vec{E}$ is de elektrische veldsterkte in NC^{-1} .

Uit de formule volgt dat de elektrische veldsterkte in een punt gelijk is aan de elektrische kracht op een deeltje met een lading van 1 C in dat punt.

De elektrische kracht en de veldsterkte zijn vectoren. Plaats je een deeltje met een positieve lading in een elektrisch veld, dan zijn de richtingen van de elektrische kracht en de veldsterkte gelijk. Is de lading negatief, dan zijn de richtingen tegengesteld.

Voorbeeld 3 Elektrische veldsterkte

Een metalen bol heeft een lading Q van $-1,3 \cdot 10^{-6}$ C. De straal van de bol is 10 cm.

- a Bereken de grootte van de elektrische veldsterkte op 40 cm afstand van de rand van de geladen bol.
- b Beredeneer de richting van de elektrische veldsterkte.

Uitwerking

- a De grootte van de elektrische veldsterkte is de grootte van de kracht die een deeltje met $q = +1$ C ondervindt.

$$F_{\text{el}} = f \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2}$$

$$f = 8,9875 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{C}^{-2}$$

$$q = 1 \text{ C}$$

$$Q = 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$r = 10 + 40 = 50 \text{ cm} = 0,50 \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } F_{\text{el}} = 8,9875 \cdot 10^9 \times \frac{1 \times 1,3 \cdot 10^{-6}}{0,50^2} = 4,673 \cdot 10^4 \text{ N.}$$

$$F_{\text{el}} = q \cdot E \text{ met } q = +1 \text{ C}$$

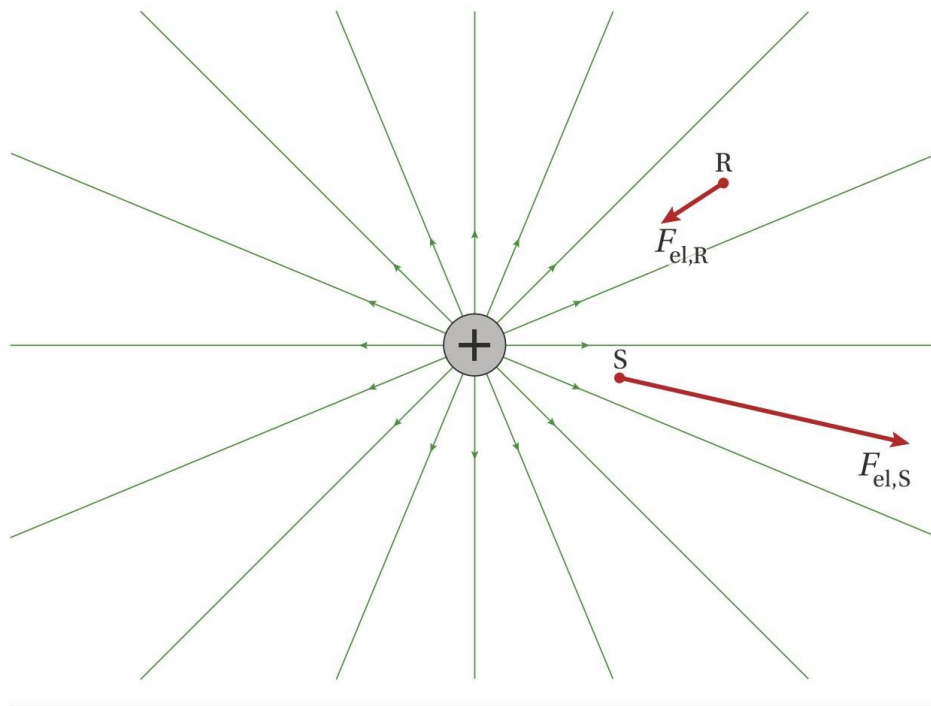
$$\text{Dus } E = 4,673 \cdot 10^4 \text{ NC}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } E = 4,7 \cdot 10^4 \text{ NC}^{-1}.$$

- b Voor het deeltje geldt $q = +1$ C. De ladingen van deeltje en bol zijn tegengesteld, dus de bol trekt het deeltje aan. De kracht op het positieve deeltje is gericht naar het middelpunt van de bol. De veldsterkte is dus ook gericht naar het middelpunt van de bol.

Veldlijnen in een elektrisch veld

Een elektrisch veld geef je schematisch weer met veldlijnen. **Elektrische veldlijnen** zijn denkbeeldige lijnen waarmee je de richting van de kracht op een positief geladen deeltje in een elektrisch veld kunt bepalen. Omdat positieve ladingen elkaar afstoten, is een veldlijn altijd van de positieve lading af gericht. Zie figuur 10.4. In de buurt van de lading is het elektrisch veld het sterkst. Dat zie je terug in het veldlijnenpatroon: de veldlijnen liggen dicht bij elkaar. Hoe dicht de veldlijnen bij elkaar liggen, des te groter is de krachtwerking op een geladen deeltje in het veld.

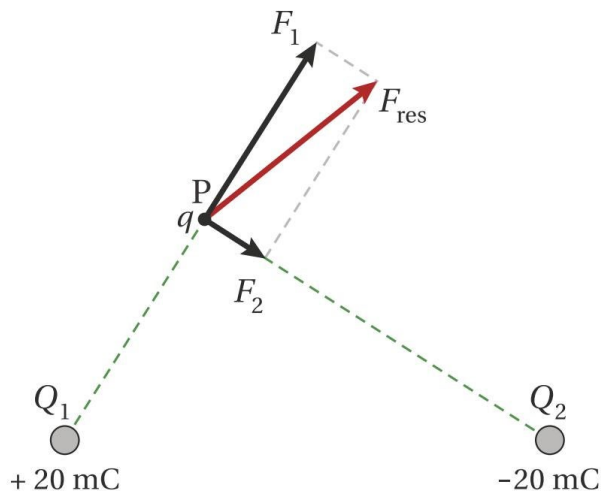


Figuur 10.4

Plaats je een positief geladen deeltje in punt S, dan ondervindt dit een kracht in de richting van de veldlijnen. Plaats je een deeltje met een even grote negatieve lading in punt R, dan is de richting van de kracht tegengesteld aan de richting van de veldlijnen. Bovendien is de kracht kleiner, omdat de veldlijnen bij punt S verder van elkaar af liggen dan bij punt R.

Een elektrisch veld kun je niet zien. De eigenschappen van een elektrisch veld kun je bepalen door een deeltje met een kleine lading in het veld te plaatsen en te kijken naar de grootte en de richting van de kracht op het deeltje. Zo'n deeltje met een kleine lading noem je een **proeflading**.

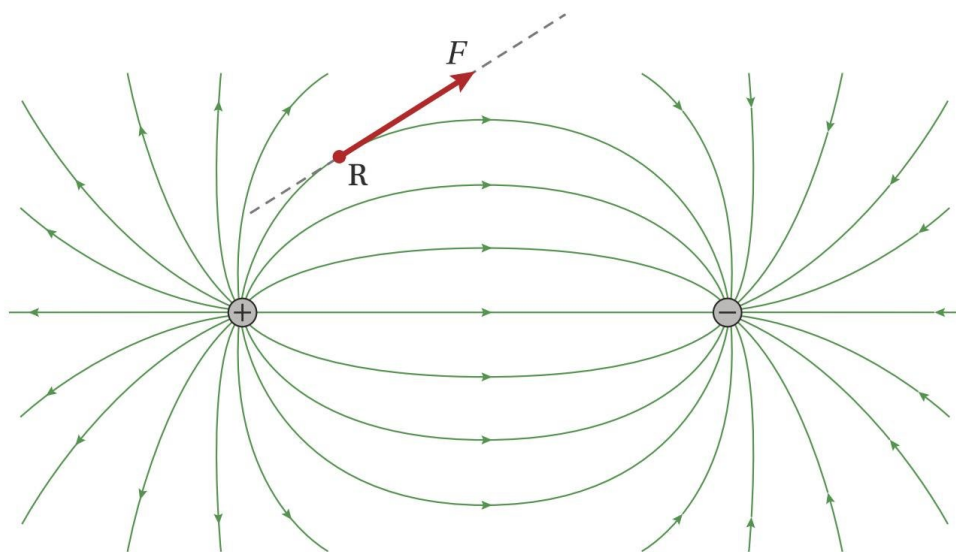
In figuur 10.5 zie je in punt P een positieve proeflading q in de buurt van twee even grote, maar tegengestelde ladingen Q_1 en Q_2 . De kracht F_1 is de elektrische kracht die q ondervindt vanwege Q_1 . Kracht F_2 wordt veroorzaakt door Q_2 . De resulterende kracht die q ondervindt, construeer je met de parallelogrammethode. De richting van het elektrisch veld in punt P is dan dezelfde als die van F_{res} .



Figuur 10.5

In figuur 10.6 zijn de veldlijnen van het elektrisch veld tussen Q_1 en Q_2 weergegeven. De veldlijnen geven een beeld van het totale elektrisch veld van de ladingen. Met behulp van de veldlijn door een punt kun je de richting bepalen van de kracht op een proeflading q . Voor een punt R gaat dat als volgt:

- Teken in punt R de raaklijn aan de veldlijn. Zie de streeplijn in figuur 10.6.
- Teken over de streeplijn een pijl met dezelfde richting als de veldlijn.
- De pijl geeft de richting van de elektrische kracht die een proeflading q in punt R ondervindt.



Figuur 10.6

Opmerking

In deze redenering moet proeflading q erg klein zijn ten opzichte van Q_1 en Q_2 , omdat de proeflading anders het elektrisch veld van Q_1 en Q_2 te veel beïnvloedt: het veldlijnenpatroon van Q_1 en Q_2 verandert door de aanwezigheid van de proeflading.

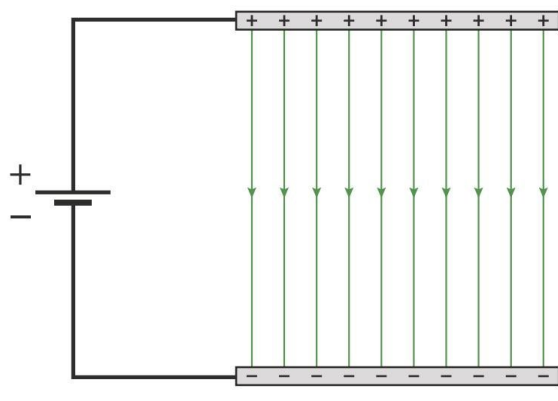
Veldlijnen hebben de volgende kenmerken:

- Een veldlijn is altijd van een positieve lading af gericht en naar een negatieve lading toe.
- De richting van het elektrisch veld in een bepaald punt wordt gegeven door de raaklijn aan de veldlijn in dat punt. Die richting is gelijk aan de richting van de elektrische kracht op een positieve proeflading.
- In een tekening is de dichtheid van de veldlijnen een maat voor de sterkte van het veld. Hoe dichter de veldlijnen bij elkaar liggen, des te groter is de elektrische veldsterkte en des te groter is de kracht op een proeflading.
- Elektrische veldlijnen snijden elkaar nooit, want in een bepaald punt van het veld is er altijd maar één resulterende elektrische kracht.
- Veldlijnen staan loodrecht op geleiders.

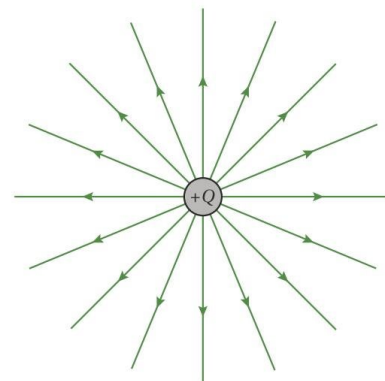
Aan de binnenkant van een geleider is het elektrisch veld nul. Als bijvoorbeeld de buitenkant van een auto geladen is, merk je binnen in de auto niets van die lading. Houd je bij het uitstappen de auto vast, dan ontlaaft de auto via jou. En dat merk je wel. Dat aan de binnenkant van een geleider het elektrisch veld nul is, geldt alleen als de lading in de geleider in rust is. In een koperdraad waardoor een elektrische stroom loopt, is wel een elektrisch veld aanwezig. Dat elektrische veld zorgt er juist voor dat de elektronen bewegen door de koperdraad.

Radiaal veld en homogeen veld

Tussen twee evenwijdige metalen platen die op een spanningsbron zijn aangesloten, bevindt zich een **homogeen elektrisch veld**. Zie figuur 10.7. De veldsterkte is overal even groot en is overal gelijk gericht. Daardoor zijn de veldlijnen gelijk gericht, evenwijdig en op gelijke afstand. Dit betekent dat in een homogeen elektrisch veld de elektrische kracht op een proeflading overal even groot is en in dezelfde richting werkt.



Figuur 10.7



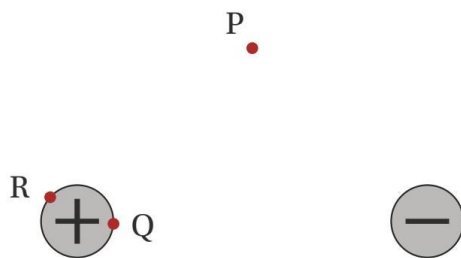
Figuur 10.8

In figuur 10.8 zie je een schematische weergave van een **radiaal elektrisch veld**. De veldlijnen lopen over de straal van een cirkel met de lading als middelpunt. Aan het begin van dit hoofdstuk staat een afbeelding van een plasmabol. In het midden van die plasmabol bewegen ladingen tussen het bolletje in het midden en de rand van de bol. Het elektrische veld in een plasmabol is dus radiaal.

Opgaven

- 1 Als je een glazen staaf wrijft met een zijden doek dan wordt de staaf positief geladen. De positief geladen staaf heeft een lading van $9,0 \text{ nC}$.
 - a Bereken hoeveel elektronen van de staaf naar de zijden doek zijn gegaan. Als je de positief geladen staaf in de buurt van een papiersnipper houdt, 'springt' de snipper naar de staaf toe. Heeft de snipper contact gemaakt met de staaf, dan wordt hij niet meer aangetrokken en valt weer terug.
 - b Verklaar dit verschijnsel door de volgende vragen te beantwoorden:
 - Leg uit hoe het komt dat de snipper wordt aangetrokken.
 - Leg uit waardoor de snipper terugvalt na contact met de glazen staaf.

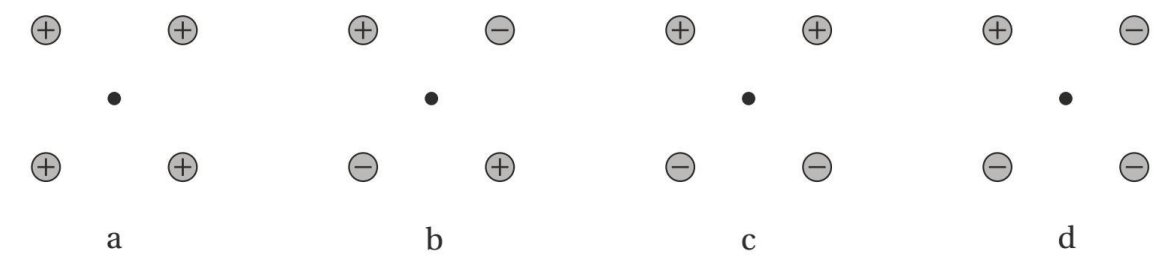
- **tekenblad** 2 Van twee geladen metalen bollen is de linker positief en de rechter negatief geladen. De grootte van de ladingen is gelijk. Zie figuur 10.9.
- a Teken in figuur 10.9 de veldlijn die door punt Q gaat, in de ruimte tussen de bollen.
 - b Teken in figuur 10.9 de veldlijn die door de punten R en P gaat, in de ruimte rond de bollen.



Figuur 10.9

- 3 Een gedachte-experiment: een lading van $1,0 \text{ C}$ is op de Noordpool geplaatst en een andere lading van $-1,0 \text{ C}$ op de Zuidpool. Bereken de kracht waarmee de twee ladingen elkaar aantrekken.
- 4 In figuur 10.6 bevindt zich in punt R een deeltje met een lading van $1,6 \cdot 10^{-12} \text{ C}$. De massa van het deeltje is $3,2 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$. De elektrische veldsterkte in punt R is $1,0 \cdot 10^3 \text{ NC}^{-1}$. Je laat het deeltje los zodat het vrij kan bewegen.
 - a Bereken de versnelling die het deeltje heeft vlak nadat het is losgelaten. De baan van het deeltje komt niet precies overeen met de getekende veldlijn door punt R.
 - b Leg uit hoe dat komt.

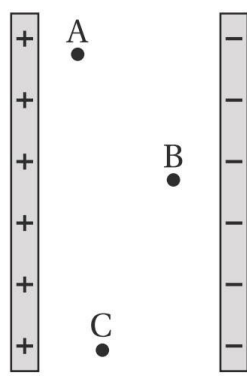
- **hulpblad** 5 In figuur 10.10 zie je vier situaties waarin steeds vier ladingen in een hoekpunt van een vierkant zijn geplaatst. De grootte van elke lading is e .



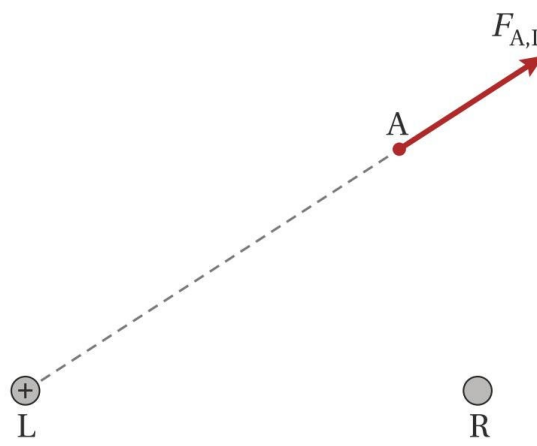
Figuur 10.10

In het midden van het vierkant is de grootte van de elektrische veldsterkte veroorzaakt door één lading gelijk aan $1,0 \text{ N C}^{-1}$.

- Leg uit dat de elektrische veldsterkte in het midden van het vierkant in de situaties a en b gelijk is aan 0 N C^{-1} .
 - Bepaal of de elektrische veldsterkte in het midden van het vierkant van situatie c groter is dan, kleiner is dan of even groot is als die in situatie d.
- Voor de elektrische veldsterkte in een punt geldt: $F_{\text{el}} = f \cdot \frac{Q}{r^2}$.
- Toon dit aan met behulp van formules in BINAS.
 - Bereken de afstand tussen twee ladingen op een zijde van het vierkant.
- 6 Tussen twee geladen platen bevinden zich drie ionen. Zie figuur 10.11. In punt A en punt B bevindt zich een Na^+ -ion en in punt C een Pb^{2+} -ion. Het Na^+ -ion in punt A ondervindt een elektrische kracht van $8,0 \cdot 10^{-16} \text{ N}$.
- Toon aan dat de veldsterkte gelijk is aan $5,0 \text{ kN C}^{-1}$.
 - Is de kracht op het Na^+ -ion in punt B groter dan, kleiner dan of even groot als de kracht op het Na^+ -ion in punt A? Licht je antwoord toe.
 - Is de versnelling van het Pb^{2+} -ion in punt C groter dan, kleiner dan of gelijk aan de versnelling van het Na^+ -ion in punt A? Licht je antwoord toe.



Figuur 10.11



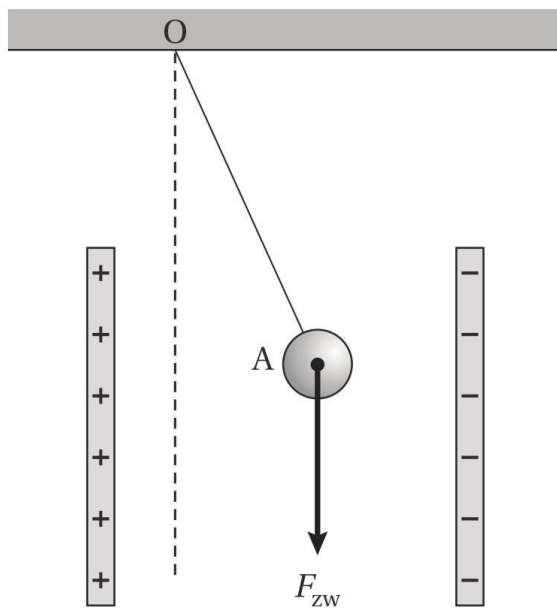
Figuur 10.12

- **tekenblad** 7 Twee even grote metalen bolletjes L en R hebben een even grote maar tegengestelde lading. L is positief geladen. Zie figuur 10.12 voor een tekening op schaal.
- **hulpblad** In punt A is een proeflading geplaatst. De pijl $F_{A,L}$ geeft de kracht weer die L uitoefent op de proeflading.

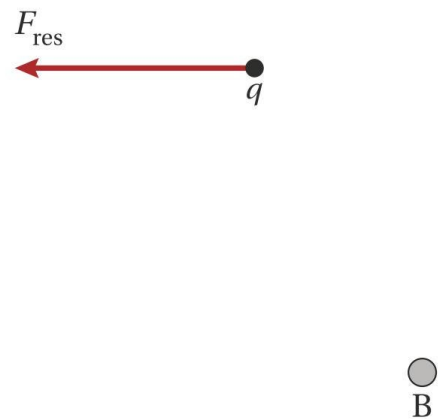
- Is de proeflading in A positief of negatief geladen? Licht je antwoord toe.
- Toon aan dat $F_{A,R}$ 3,0 keer zo groot is als $F_{A,L}$.
- Construeer de resulterende kracht op de proeflading in A.

- **tekenblad** 8 Een metalen bolletje hangt aan een nyloodraad in de ruimte tussen twee evenwijdige, geladen platen. Zie figuur 10.13 voor een schets. Het bolletje heeft een massa van 9,2 g. De afstand van het ophangpunt tot het zwaartepunt van het bolletje is 71,7 cm. Nadat aan het bolletje een lading is gegeven, gaat het (horizontaal gemeten) 4,3 cm opzij.

- Construeer in figuur 10.13 de twee andere krachten die dan op het bolletje werken.
 - Bereken de elektrische kracht die op het bolletje werkt.
- Met behulp van het geladen bolletje aan een draad toon je aan dat het elektrisch veld tussen de platen homogeen is.
- Leg uit hoe je dat doet.



Figuur 10.13



Figuur 10.14

- **tekenblad** 9 Proeflading q bevindt zich in de buurt van twee ladingen A en B. Zie figuur 10.14. De resulterende kracht op q is weergegeven. Lading A is negatief.
- **hulpblad** Op q werkt een elektrische kracht F_A als gevolg van lading A en een elektrische kracht F_B als gevolg van lading B. Kracht F_A is groter dan kracht F_B .
- Toon dit aan door in figuur 10.14 de resulterende kracht te ontbinden.
 - Beredeneer of de lading van B positief of negatief is.
- Omdat kracht F_A groter is dan kracht F_B , is de lading van A groter dan de lading van B.
- Leg dit uit.
 - Bepaal de verhouding tussen de lading van A en de lading van B.

In CERN worden protonen en ionen versneld om ze met zeer grote snelheden te laten botsen.

Uit de botsingsproducten leiden natuurkundigen eigenschappen van elementaire deeltjes af. Hoe werkt zo'n deeltjesversneller?



Figuur 10.15

10.2 Elektrische energie

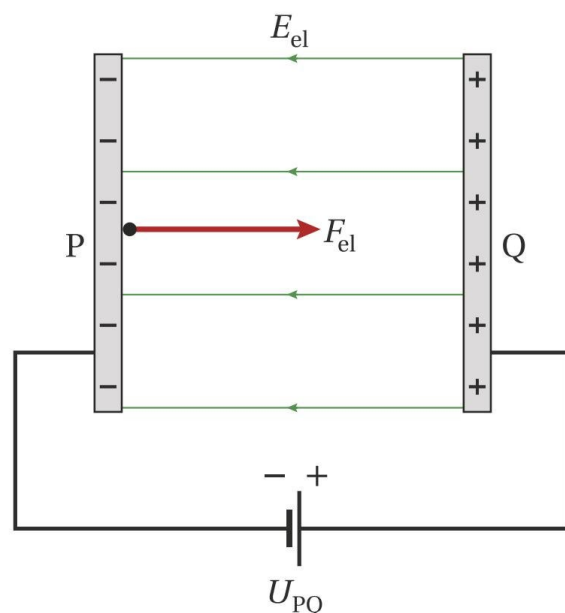
Potentiële energie en kinetische energie

Tussen de evenwijdige platen P en Q van figuur 10.16 bevindt zich een homogeen elektrisch veld dat wordt veroorzaakt door de spanning U_{PQ} . De veldsterkte is gericht van de positieve plaat naar de negatieve plaat.

Bij de negatieve plaat bevindt zich een elektron. Op het elektron werkt een elektrische kracht. Omdat het elektron negatief geladen is, is de richting van de elektrische kracht tegengesteld aan de richting van de veldlijnen.

De elektrische kracht versnelt het elektron. Als het elektron bij de rechter plaat Q is aangekomen, is zijn snelheid en dus zijn **kinetische energie**

toegenomen. Volgens de wet van behoud van energie is dan een vorm van **potentiële energie** afgenomen. Bij plaat P is de potentiële energie van het elektron dus groter dan bij plaat Q. Bij de beweging van het elektron van plaat P naar plaat Q is de potentiële energie van het elektron omgezet in kinetische energie. De vorm van potentiële energie die het elektron heeft door zijn plaats in het elektrisch veld noem je **elektrische energie**.



Figuur 10.16

De verandering van de kinetische energie is gelijk aan de verandering van de elektrische energie. Er geldt:

$$\Delta E_k = -\Delta E_{el}$$

- ΔE_k is de verandering van de kinetische energie in J.
- ΔE_{el} is de verandering van de elektrische energie in J.

Het minteken in de vergelijking wijst erop dat de ene energievorm toeneemt als de andere energievorm afneemt.

De sterkte van het elektrisch veld hangt af van de **spanning** die over de platen staat. Hoe groter de spanning, des te sterker is het elektrisch veld.

De verandering van de elektrische energie van het elektron hangt af van de spanning tussen het begin- en het eindpunt van de baan van het elektron. Net als bij zwaarte-energie is de route niet van belang.

Voor een geladen deeltje dat tussen twee punten beweegt in een elektrisch veld geldt:

$$\Delta E_{el} = q \cdot U$$

- ΔE_{el} is de verandering van de elektrische energie in J.
- q is de lading van het deeltje in C.
- U is de spanning over begin- en eindpunt in V.

In de formule vul je de grootte van de lading en de spanning in. Afname of toename van kinetische en elektrische energie volgt uit de context. Houd je geen rekening met plus- en mintekens, dan geldt $\Delta E_k = q \cdot U$.

Voorbeeld 4 Rekenen met elektrische energie

In figuur 10.16 heeft het elektron bij plaat P een snelheid van 0 m s^{-1} .

Over de platen staat een spanning van 1,5 V.

- Toon aan dat $\frac{1}{2} m_e \cdot v_Q^2 = q \cdot U$.
- Bereken de snelheid waarmee het elektron plaat Q raakt.

Uitwerking

a $\Delta E_k = -\Delta E_{el}$

De toename van de kinetische energie is gelijk aan de afname van de elektrische energie.

$$\Delta E_k = E_{k,\text{eind}} - E_{k,\text{begin}} = E_{k,Q} - E_{k,P}$$

Omdat de snelheid bij plaat P gelijk is aan 0 m s^{-1} , geldt voor de toename van de kinetische energie: $\Delta E_k = E_{k,Q} = \frac{1}{2} m_e \cdot v_Q^2$.

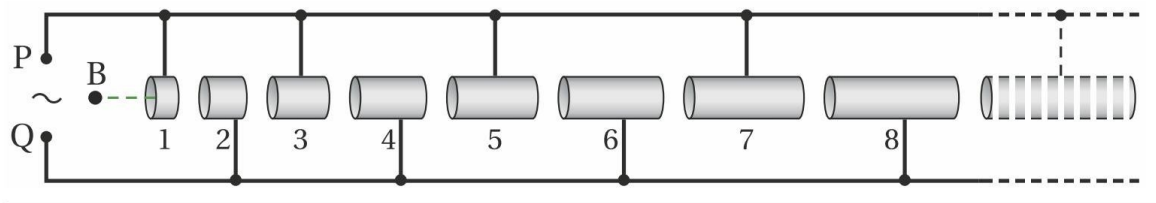
Omdat de elektrische energie afneemt (bij plaat P is de elektrische energie groter dan bij plaat Q) is ΔE_{el} negatief en dus is $-\Delta E_{el}$ weer positief. De afname van de elektrische energie is dus gelijk aan $q \cdot U$.

$$\text{Dus } \frac{1}{2} m_e \cdot v_Q^2 = q \cdot U.$$

b $\frac{1}{2} m_e \cdot v_Q^2 = q \cdot U$
 $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ (zie BINAS tabel 7B)
 $q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $U = 1,5 \text{ V}$
 Invullen levert: $\frac{1}{2} \times 9,109 \cdot 10^{-31} \times v_Q^2 = 1,602 \cdot 10^{-19} \times 1,5$.
 $v_Q = 7,26 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$
 Afgerond: $v_Q = 7,3 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$.

Lineaire versneller

Bij CERN krijgen protonen en ionen in een **lineaire versneller** bijna de lichtsnelheid. Om dat in één stap te doen, is in theorie een spanning nodig van honderden miljoenen volt. Dat is in de praktijk onmogelijk. In een lineaire versneller worden protonen daarom in meerdere stappen versneld met behulp van een wisselend elektrisch veld. In figuur 10.17 zie je een schematische afbeelding van een lineaire versneller.



Figuur 10.17

Vanuit bron B komt een proton met een relatief lage snelheid in buis 1. Als het proton het rechter uiteinde van buis 1 heeft bereikt, is buis 1 positief en buis 2 negatief. Het proton wordt dus versneld als het van buis 1 naar buis 2 gaat.

Met de snelheid waarmee het proton buis 2 bereikt, doorloopt het ook buis 2. Op het proton werkt geen elektrische kracht, omdat binnen in een geleider geen elektrisch veld aanwezig is. Terwijl het proton buis 2 doorloopt, wordt de spanning omgepold. Daardoor wordt het proton weer versneld tijdens de oversteek van buis 2 naar buis 3. Zo ondergaat het proton in de versneller meerdere keren de versnelspanning U_{PQ} . Doordat de spanning telkens op het juiste moment wordt omgepold, neemt de kinetische energie tussen twee buizen telkens toe.

Hierbij geldt telkens $\Delta E_k = q \cdot U_{PQ}$.

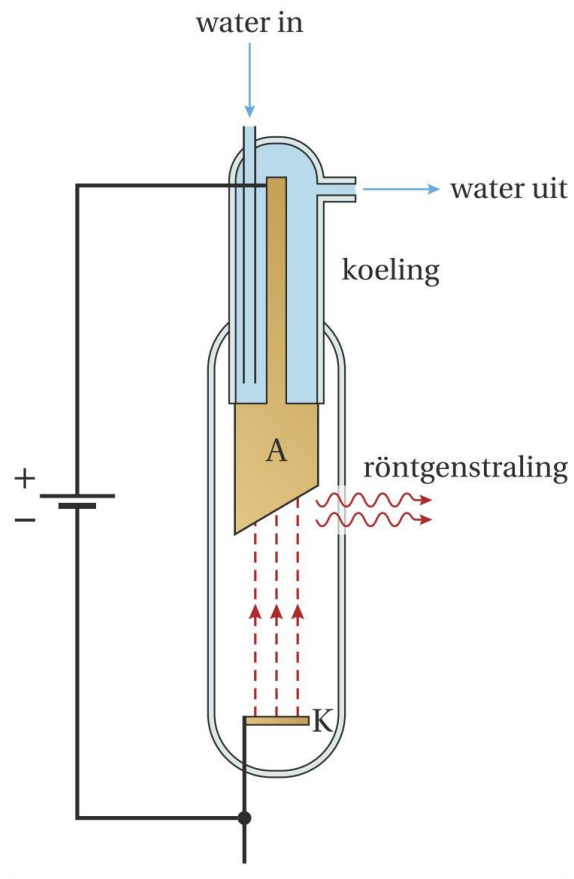
Een nieuw proton kan vanuit de bron buis 1 binnenkomen zodra het eerste proton buis 3 binnenkomt. Beide buizen hebben dezelfde lading. Zo kunnen meerdere protonen versneld worden door de spanning telkens om te polen als de protonen zich in de buizen bevinden. Dat ompolen gebeurt met een constante frequentie. De verblijftijd in een buis moet daarom steeds gelijk zijn. Doordat de snelheid van de protonen steeds groter wordt, leggen de protonen in elke buis een grotere afstand af tijdens die verblijftijd. Daarom zijn de buizen steeds langer.

Röntgenbuis

Een **röntgenapparaat** maakt gebruik van **röntgenstraling** om een afbeelding te maken, bijvoorbeeld van gebroken botten. De röntgenstraling die daarvoor nodig is, wordt opgewekt in een **röntgenbuis**.

In een röntgenbuis worden elektronen versneld met behulp van een sterk elektrisch veld. Figuur 10.18 toont schematisch de werking van een röntgenbuis.

De negatieve pool K (kathode) wordt verhit, waardoor elektronen losraken uit het metaal. De elektronen worden vervolgens aangetrokken door de positieve pool A (anode). De positieve pool is een blok metaal, bijvoorbeeld koper. De versnelspanning U_{AK} kan worden ingesteld en is enkele tientallen kilovolt. Elektronen botsen daardoor met een zeer hoge snelheid op blok A. Hierbij ontstaat röntgenstraling.



Figuur 10.18

Voorbeeld 5 Röntgenbuis

In de röntgenbuis van figuur 10.18 is versnelspanning U_{AK} gelijk aan 20 kV. Neem aan dat de elektronen bij de negatieve pool K een te verwaarlozen snelheid hebben.

- Bereken de snelheid waarmee de elektronen de positieve pool A treffen. Het rendement van de röntgenbuis is slechts 1,0%. Dat wil zeggen dat slechts 1,0% van de benodigde elektrische energie wordt omgezet in röntgenstraling.
- Bepaal met behulp van figuur 10.18 welke vorm van energie er nog meer ontstaat.

Uitwerking

a $\Delta E_k = q \cdot U$

$$E_{k,A} - E_{k,K} = q \cdot U$$

Omdat de snelheid bij de kathode verwaarloosbaar is, is $E_{k,K}$ gelijk aan 0 J.

$$q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$U = 20 \text{ kV} = 20 \cdot 10^3 \text{ V}$$

Invullen levert: $E_{k,A} = 1,602 \cdot 10^{-19} \times 20 \cdot 10^3$.

$$E_{k,A} = 3,204 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

$$E_{k,A} = \frac{1}{2} m \cdot v_A^2$$

$$m = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{Invullen levert: } 3,204 \cdot 10^{-15} = \frac{1}{2} \times 9,109 \cdot 10^{-31} \cdot v_A^2.$$

$$v_A = 8,387 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v_A = 8,4 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}.$$

- b De positieve pool wordt gekoeld. Dat betekent dat er veel warmte ontstaat.

Elektronvolt

De energie van deeltjes druk je uit in joule. Een andere eenheid voor energie is elektronvolt. Er geldt: $1,000 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. De elektronvolt is een handige eenheid: een deeltje met de lading van een elektron dat een spanning van 1,000 V doorloopt, krijgt een verandering in kinetische energie van:

$$\Delta E_k = q \cdot U = 1,602 \cdot 10^{-19} \times 1,000 = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,000 \text{ eV}$$

In BINAS tabel 5 staat de omrekenfactor van eV naar J.

Voorbeeld 6 Lineaire versneller

De spanning U_{pQ} in figuur 10.17 is gelijk aan 20 kV.

- a Toon aan dat de kinetische energie van het proton in buis 8 gelijk is aan 0,14 MeV.
b Bereken de snelheid van het proton.

Uitwerking

- a Tussen buis 1 en buis 8 zitten zeven oversteken.

$$U = 7 \times 20 \text{ kV} = 140 \text{ kV}$$

$$\Delta E_k = q \cdot U$$

$$q = 1e$$

$$U = 140 \text{ kV} = 140 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$\text{Invullen levert: } \Delta E_k = 1 \times 140 \cdot 10^3 \text{ eV} = 0,14 \text{ MeV}.$$

Als de kinetische energie van het proton in het begin verwaarloosbaar is, is de kinetische energie van het proton in buis 8 gelijk aan 0,14 MeV.

- b $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

$$m = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad (\text{zie BINAS tabel 7B})$$

$$E_k = 0,14 \text{ MeV} = 0,14 \cdot 10^6 \text{ eV} = 0,14 \cdot 10^6 \times 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,24 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

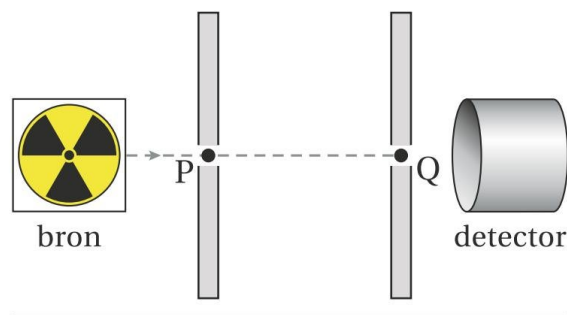
$$\text{Invullen levert: } 2,24 \cdot 10^{-14} = \frac{1}{2} \times 1,672 \cdot 10^{-27} \cdot v^2.$$

$$v = 5,17 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v = 5,2 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}.$$

Opgaven

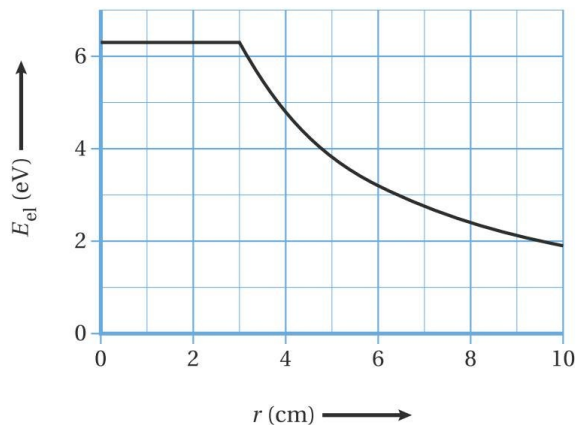
- 10 Om een proton tot bijna de lichtsnelheid te versnellen is een spanning nodig van honderden miljoenen volt.
- Toon dit aan.
- Neem aan dat de spanning U_{PQ} in figuur 10.17 gelijk is aan 20 kV.
- Bereken de snelheid van een proton als het in de tiende buis is aangekomen.
- 11 Een radioactieve bron zendt alfadeeltjes uit. In figuur 10.19 zie je een schematische weergave van de opstelling. Een alfadeeltje is een tweewaardig helium-ion He^{2+} . De massa is (afgerond) 4,0 u. Tussen de radioactieve bron en een deeltjesdetector bevinden zich twee evenwijdige platen met een opening. Over de platen staat een spanning waardoor de alfadeeltjes worden afgeremd.
- Leg uit of de linker plaat positief of negatief is.
- Door de spanning zo ver op te voeren dat er geen deeltjes meer worden gedetecteerd kan de maximale snelheid van de alfadeeltjes worden bepaald. Vanaf een spanning van 2,6 MV over de platen worden er geen alfadeeltjes meer gedetecteerd.
- Bereken de beginsnelheid van de snelste alfadeeltjes.



Figuur 10.19

- 12 In een röntgenbuis komen elektronen vrij door de kathode te verhitten. Die elektronen worden versneld van de kathode naar de anode. De spanning tussen de anode en de kathode is 20 kV. Neem aan dat de elektronen bij de kathode een te verwaarlozen snelheid hebben.
- Bereken de snelheid waarmee de elektronen de anode treffen.
- De röntgenbuis gebruikt een vermogen van 10,0 kW. Het vermogen dat nodig is om de kathode te verhitten is te verwaarlozen.
- Bereken hoeveel elektronen per seconde van de kathode naar de anode gaan.
- Het rendement van de röntgenbuis is slechts 1,0%. Dat wil zeggen dat slechts 1,0% van het elektrisch vermogen wordt omgezet in röntgenstraling en de rest in warmte. De anode wordt daarom gekoeld met koelwater van 20 °C. Het koelwater verlaat de buis met een temperatuur van 80 °C.
- Bereken hoeveel kg koelwater per seconde langs de anode stroomt.

- **tekenblad** 13 Wanneer op een metalen bol een grote negatieve lading wordt aangebracht, komen sommige elektronen los van de bol. In figuur 10.20 zie je de elektrische energie van een elektron als functie van de afstand tot het midden van de bol.
- **hulpblad**



Figuur 10.20

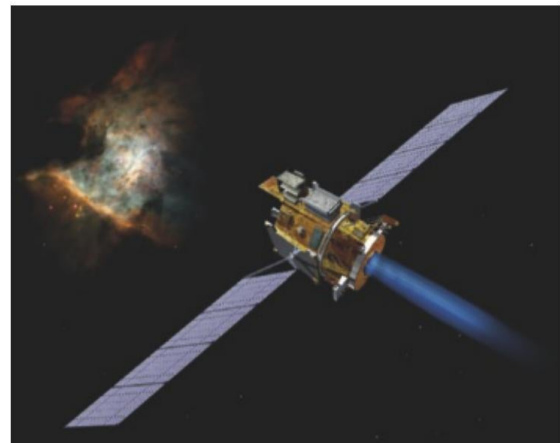
Uit de figuur volgt dat de straal van de bol gelijk is aan 3,0 cm.

- Leg uit hoe dat uit de figuur volgt.
- Leg uit dat uit de figuur blijkt dat het elektron versnelt na het loskomen van de bol.
- Teken in figuur 10.20 het verloop van de grafiek van de kinetische energie.
- Toon aan dat de theoretische maximale snelheid van het elektron gelijk is aan $1,5 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$.

Het elektron bereikt deze snelheid nooit.

- Geef daarvoor een oorzaak.

- 14 In figuur 10.21 zie je een afbeelding van Deep Space. Deep Space is een ruimtesonde met een ionenmotor die werkt op het edelgas xenon. De xenon-atomen worden bestookt met elektronen, waardoor ze een elektron kwijtraken en positief geladen worden. Deze positieve ionen worden versneld in een elektrisch veld door een spanning van 1,28 kV. De versnelde ionen worden uitgestoten en zorgen zo voor de stuwkracht.



Figuur 10.21

De ionenmotor van de 490 kg zware Deep Space levert een stuwkracht van 90 mN. Deep Space heeft 60 kg xenongas aan boord, waarop zijn ionenmotor veertien maanden lang kan werken.

Een xenon-ion wordt (ten opzichte van de ruimtesonde) vanuit rust versneld.

- Bereken de maximale verandering van de kinetische energie van het xenon-ion in het elektrisch veld.

De elektroden waartussen het homogene veld heerst, staan op een bepaalde afstand van elkaar. Stel dat ze tweemaal zo dicht bij elkaar worden gebracht zonder de spanning te veranderen.

- b Toon aan dat dan de snelheidstoename dezelfde is maar dat de kracht die de ionen in het elektrisch veld ondervinden tweemaal zo groot is.

De massa van Deep Space neemt gelijkmatig af.

- c Bereken de totale snelheidstoename van Deep Space na veertien maanden.

Neem daarbij voor de massa van Deep Space zijn massa na 7,0 maanden.

Deep Space heeft aan de buitenkant een apparaat dat elektronen spuit in de stroom ionen die de ionenmotor verlaat.

- d Leg uit waarom dat noodzakelijk is.

- 15 Een nieuwe manier om tumoren te bestralen is protonen-therapie. Onderzoekers hebben het gedrag van protonen in water onderzocht, omdat protonen zich in water hetzelfde gedragen als in biologisch weefsel. De protonen dringen het water binnen met een energie van 200 MeV.

- a Bereken de totale spanning die nodig om de protonen deze energie te geven.

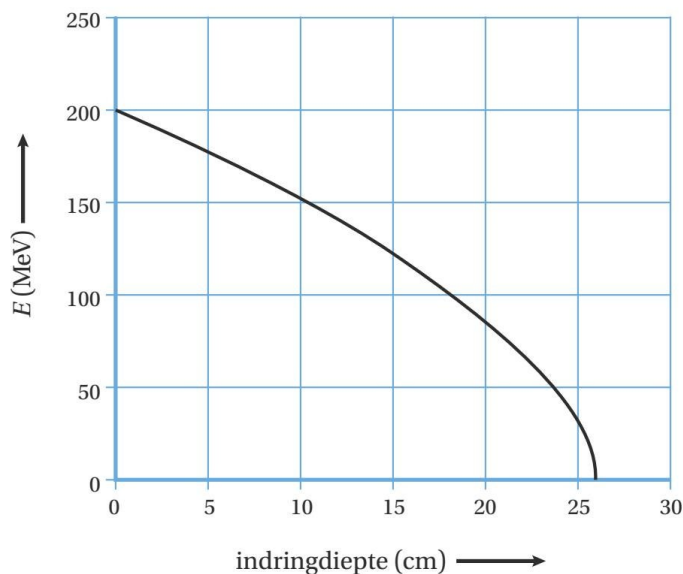
Bij een energie van 200 MeV is de snelheid van de protonen $6,2 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}$. Volgens de relativiteitstheorie mag je bij deze hoge energie van het proton niet meer de 'klassieke' formule ($E = \frac{1}{2} mv^2$) gebruiken.

- b Laat dat zien met een berekening.

In figuur 10.22 is de energie van protonen uitgezet tegen de indringdiepte.

In de grafiek lees je bijvoorbeeld af dat protonen met een beginenergie van 200 MeV ongeveer 50 MeV energie zijn kwijtgeraakt nadat ze 10 cm hebben afgelegd in water. De energieafname per centimeter wordt 'stopping power' (van het water) genoemd, met als eenheid MeV cm^{-1} . Uit figuur 10.22 is af te leiden dat de stopping power aan het begin veel kleiner is dan aan het eind.

- c Bepaal met behulp van de figuur tot welke indringdiepte de stopping power kleiner is dan 10 MeV cm^{-1} .



Figuur 10.22

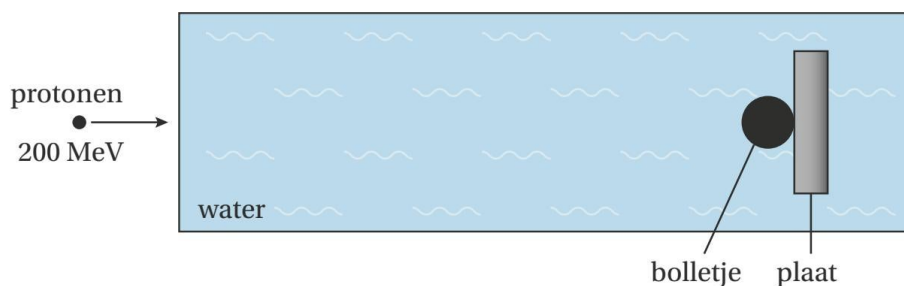
In een onderzoek naar de bestraling van tumoren wordt een bolletje paraffine beschoten met protonen. Het bolletje is bevestigd op een plaat. Het geheel bevindt zich in een bak met water. Zie figuur 10.23. Protonen gedragen zich in paraffine hetzelfde als in water. De bestraling moet aan drie eisen voldoen:

- het water ontvangt een kleine hoeveelheid energie van de straling;
- het bolletje ontvangt een grote hoeveelheid energie van de straling;
- de plaat ontvangt geen energie van de straling.

d Leg uit dat de linkerkant van de plaat zich moet bevinden op 26 cm van de plaats waar de protonen het water binnenkomen. Bespreek alle drie de eisen.

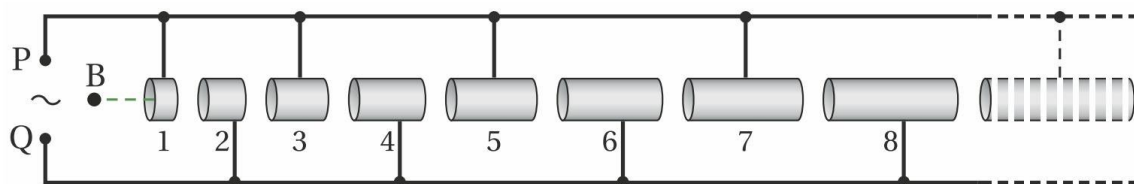
Protonen met een hogere beginenergie dringen verder door in water dan protonen met een lagere beginenergie. Stel dat de onderzoekers de plaat met het bolletje 10 cm meer naar links zouden plaatsen.

e Welke beginenergie moeten de protonen dan hebben om opnieuw aan dezelfde eisen te voldoen?



Figuur 10.23

- **tekenblad** 16 In figuur 10.24 zie je een schematische lineaire versneller. B is een bron die protonen uitzendt. P en Q zijn de aansluitpunten van een wisselspanningsbron.
- **hulpblad**



Figuur 10.24

In figuur 10.25 is het verloop van de spanning U_{PQ} als functie van de tijd weergegeven. Hierbij is U_{PQ} de spanning van P ten opzichte van Q. De frequentie van de wisselspanning is constant. Op tijdstip t_1 bevindt zich een proton midden tussen de eerste en de tweede buis.

- a Toon met behulp van figuur 10.24 en 10.25 aan dat het proton tijdens de oversteek van de tweede naar de derde buis wordt versneld.

Dit proton wordt tijdens elke oversteek versneld. Daarbij doorloopt het steeds een (gemiddeld) even grote spanning.

b Geef in figuur 10.25 het tijdstip t_2 aan waarop het proton zich midden tussen de tweede en de derde buis bevindt. Geef ook het tijdstip t_3 aan waarop het proton zich midden tussen de derde en de vierde buis bevindt.

c Leg uit waarom opeenvolgende buizen steeds langer moeten zijn.

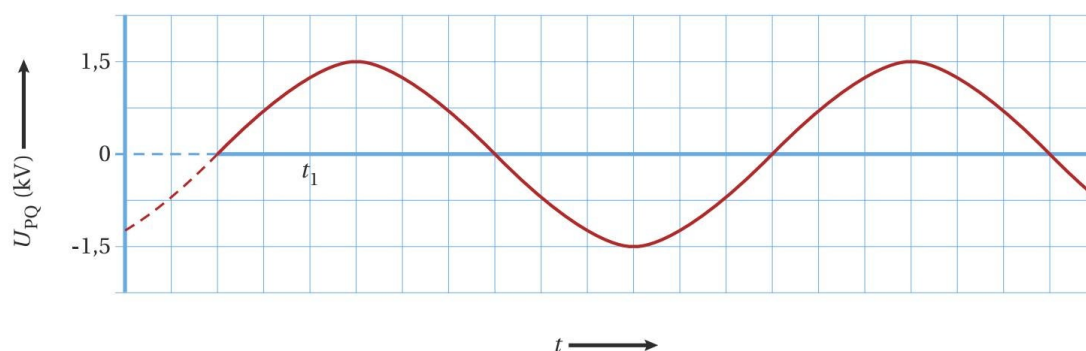
Tijdens elke oversteek doorloopt het proton een spanning van gemiddeld 1,3 kV.

Neem aan dat het proton de eerste buis verlaat met een te verwaarlozen snelheid.

d Toon aan dat de snelheid waarmee het proton de vijfde buis doorloopt gelijk is aan $1,0 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$.

De wisselspanning heeft een frequentie van 2,0 MHz.

e Bereken hoe lang de vijfde buis maximaal kan zijn.



Figuur 10.25

Op een autokerkhof verplaatst een kraan met een elektromagneet onderdelen van ijzer. Hoe wordt het magnetisch veld in een elektromagneet opgewekt? Welke eigenschappen heeft het magnetisch veld?



Figuur 10.26

10.3 Elektromagnetisme

Het magnetisch veld

In figuur 10.27 zie je een koelkastmagneet. De magneet op de achterkant is gemaakt van een magnetiseerbaar materiaal, zoals ijzer.

In een kompas zit een naaldvormige magneet. Zie figuur 10.28. De noordpool van de naald is rood. Houd je een andere magneet in de buurt van het kompas, dan gaat de naald draaien. Ook bij magneten is er een krachtwerking op afstand. Ondervindt een magneet in een ruimte een magnetische kracht, dan is in die ruimte een **magnetisch veld** aanwezig.



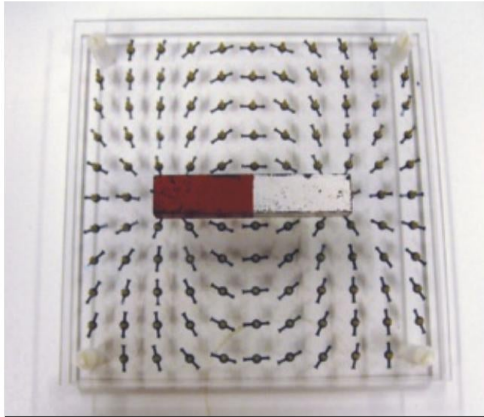
Figuur 10.27



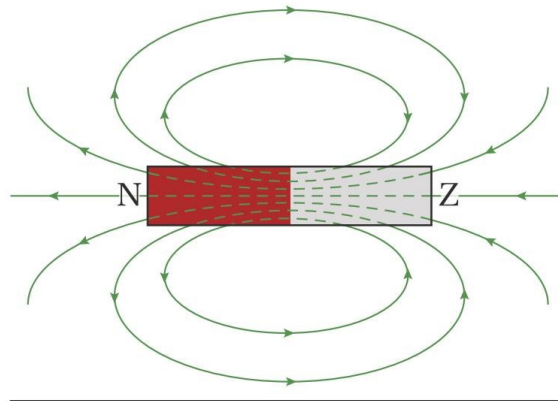
Figuur 10.28

Ook een magnetisch veld kun je schematisch weergeven met veldlijnen. De richting van het magnetisch veld kun je bepalen met een kompas. De naald van een kompas wijst altijd langs de **veldlijnen** van het magnetisch veld. Door meerdere kompasnaalden in de buurt van een magneet te plaatsen, breng je het veld van de magneet in kaart. Zie figuur 10.29.

In figuur 10.30 is het magnetisch veld van deze magneet met veldlijnen weergegeven.



Figuur 10.29

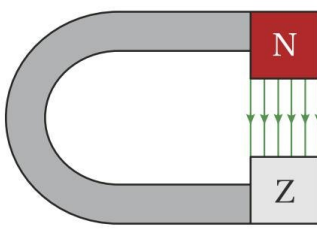


Figuur 10.30

Veldlijnen van een magnetisch veld hebben de volgende kenmerken:

- Veldlijnen zijn gesloten krommen. Buiten de magneet lopen ze van de noordpool naar de zuidpool, in de magneet van de zuid- naar de noordpool.
- De richting van het magnetisch veld in een punt wordt gegeven door de raaklijn aan de veldlijn in dat punt. Die richting is gelijk aan de richting die de noordpool van een kompasnaald aangeeft.
- Veldlijnen snijden elkaar nooit.
- Naarmate het magnetisch veld sterker is, liggen de veldlijnen dichter bij elkaar.
- Veldlijnen komen niet altijd loodrecht uit een magneet.

In een **homogeen magnetisch veld** is de sterkte van het veld overal gelijk en is het veld overal gelijk gericht. In een figuur teken je dan de magnetische veldlijnen evenwijdig aan elkaar en op onderling gelijke afstanden. Een voorbeeld van een (redelijk) homogeen magnetisch veld is het veld tussen de noord- en zuidpool van een hoefijzermagneet. Zie figuur 10.31.

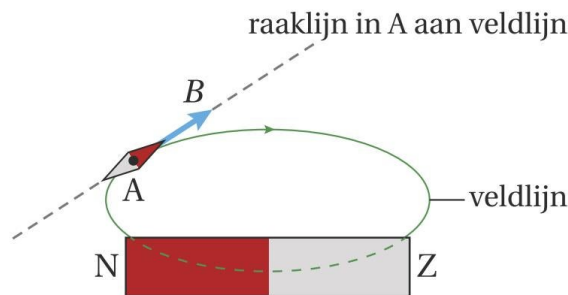


Figuur 10.31

Magnetische inductie

De sterkte van een elektrisch veld is de elektrische veldsterkte met symbool E .
 De sterkte van een magnetisch veld is de **magnetische inductie** met symbool B .
 De magnetische inductie is een vectorgrootheid, want de sterkte van het magnetisch veld heeft een grootte en een richting. De eenheid van B is tesla met symbool T.

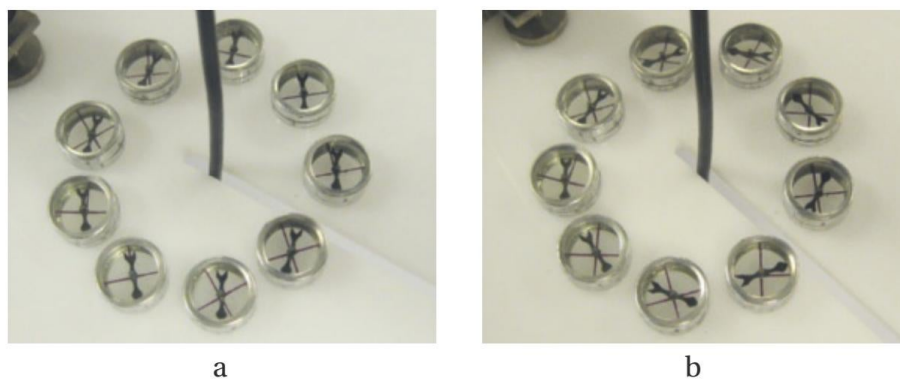
In figuur 10.32 is de veldlijn van een magnetisch veld weergegeven. Met behulp van de veldlijn door een punt kun je de richting bepalen van het magnetisch veld. De richting van het magnetisch veld in A is gelijk aan de raaklijn aan de veldlijn in A.



Figuur 10.32

Magnetisch veld rond een stroomvoerende draad

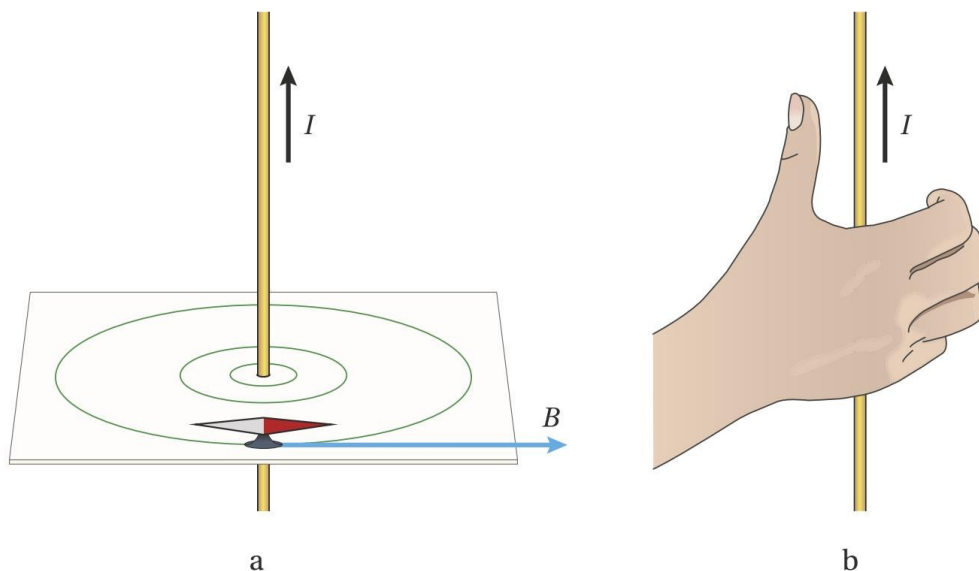
Een koelkastmagneet en een hoefijzermagneet zijn voorbeelden van **permanente magneten**. Permanente magneten zijn al heel lang bekend. Aan het begin van de 19e eeuw ontdekte de Zweedse natuurkundige Hans Cristian Ørsted dat een kompasnaald ook reageert op een stroomvoerende draad: bewegende elektrische lading wekt een magnetisch veld op. Dit verschijnsel noem je **elektromagnetisme**. Door een aantal kompasnaaldjes te plaatsen rond een stroomdraad wordt het magnetisch veld van de stroomdraad zichtbaar. In figuur 10.33a loopt geen stroom door de draad. De kompasnaaldjes wijzen allemaal in de richting van het magnetisch veld van de aarde. In figuur 10.33b loopt van beneden naar boven een elektrische stroom door de draad. Je ziet dat het veld van de stroomdraad om de draad heen loopt, tegen de wijzers van de klok in. Op een grotere afstand van de draad is het veld zwakker. Laat je de stroom in tegengestelde richting door de draad lopen, dan wijzen de kompasnaalden de andere kant op.



Figuur 10.33

De richting van het magnetisch veld wordt bepaald door de richting van de elektrische stroom. Om te onthouden welke richting van de stroom bij welke richting van het magnetisch veld hoort, gebruik je een ezelsbruggetje: de **rechterhandregel**.

- Laat de duim van je rechterhand met de stroom mee wijzen.
 - De gekromde vingers geven de richting van het magnetisch veld aan.
- Zie figuur 10.34.



Figuur 10.34

Notatieregels voor richtingen

Als een stroom of een veldlijn loodrecht op de pagina staat, is er een handige manier om aan te geven of de stroom de pagina uit is of juist niet. Internationaal is daarvoor de volgende afspraak gemaakt:

- De richting loodrecht de pagina in geef je aan met een kruisje.
- De richting loodrecht de pagina uit geef je aan met een dikke stip.
- Gaat het om de richting van het magnetisch veld, dan zet je alleen een kruisje of een dikke stip. Bij elektrische stromen zet je om het kruisje of de stip een rondje.

Voorbeeld 7 Notatieregels voor richtingen toepassen

Figuur 10.34a is een 3D-tekening met drie magnetische veldlijnen en een stroomdraad. Een bovenaanzicht van deze situatie bestaat uit drie veldlijnen en een rondje voor de stroomdraad.

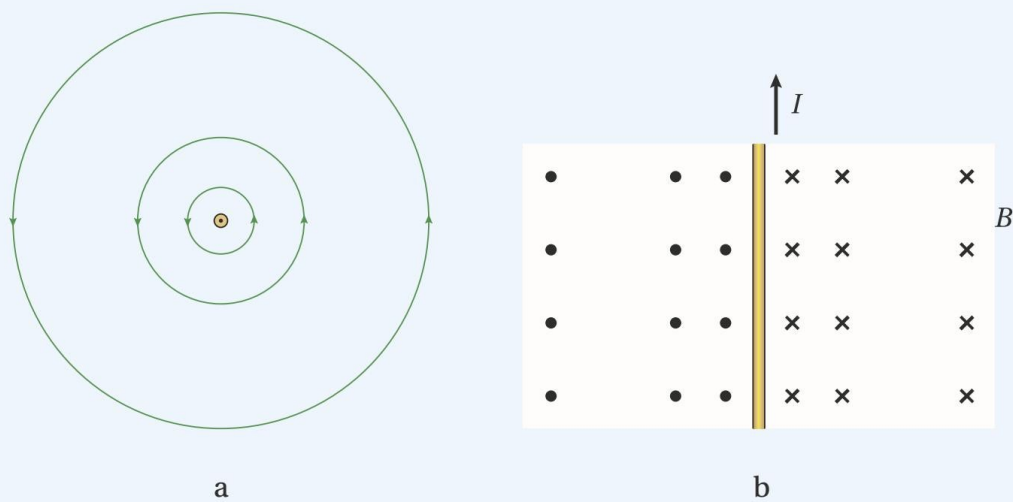
- a Teken dit bovenaanzicht en geef hierin de richting aan van de veldlijnen en van de elektrische stroom.

Een zijaanzicht bestaat uit een stroomdraad van 3 cm en vier rijen met dikke stippen en kruisjes voor de drie veldlijnen.

- b Teken dit zijaanzicht en geef hierin de richting aan van de drie veldlijnen en van de elektrische stroom.

Uitwerking

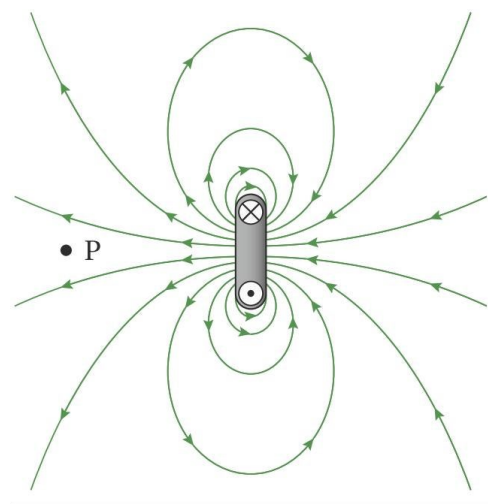
- a Zie figuur 10.35a. In het bovenaanzicht komt de elektrische stroom de pagina uit. Dus die geef je weer met een rondje met een dikke stip erin. Met de rechterhandregel bepaal je de richting van de veldlijnen. De richting van de veldlijnen is tegen de wijzers van de klok in.
- b Zie figuur 10.35b. In het zijaanzicht loopt de elektrische stroom omhoog. Dus die geef je weer met een pijltje met symbool I . Met de rechterhandregel bepaal je de richting van de veldlijnen. De veldlijnen komen links van de stroomdraad de pagina uit en dit geef je weer met dikke punten. Rechts gaan de veldlijnen de pagina in en dit geef je weer met kruisjes. De horizontale afstanden tussen de punten onderling en de kruisjes onderling komen overeen met de afstanden tussen de veldlijnen in figuur 10.35a.



Figuur 10.35

Magnetisch veld van een stroomvoerende spoel

Een winding is een ringvormige draad. Zodra door de winding een stroom loopt, ontstaat rond elk stukje van de winding een magnetisch veld. In figuur 10.36 zie je een tekening van de situatie. Het grijze gedeelte is de winding. In de bovenkant van de winding loopt de stroom de pagina in. Met de rechterhandregel zie je dat de veldlijnen rechtsom lopen, in de richting van de wijzers van de klok. Aan de onderkant van de winding lopen de veldlijnen tegen de wijzers van de klok in. Alle delen van de winding samen geven het veldlijnenpatroon van figuur 10.36. De magnetische veldlijnen lopen van rechts naar links door de winding. Dit patroon lijkt op het veldlijnenpatroon van de permanente magneet in figuur 10.30. De linkerkant van de winding gedraagt zich dus als een noordpool en de andere kant als een zuidpool. Zet je een kompasnaaldje in punt P, dan wijst het naaldje dus naar links.

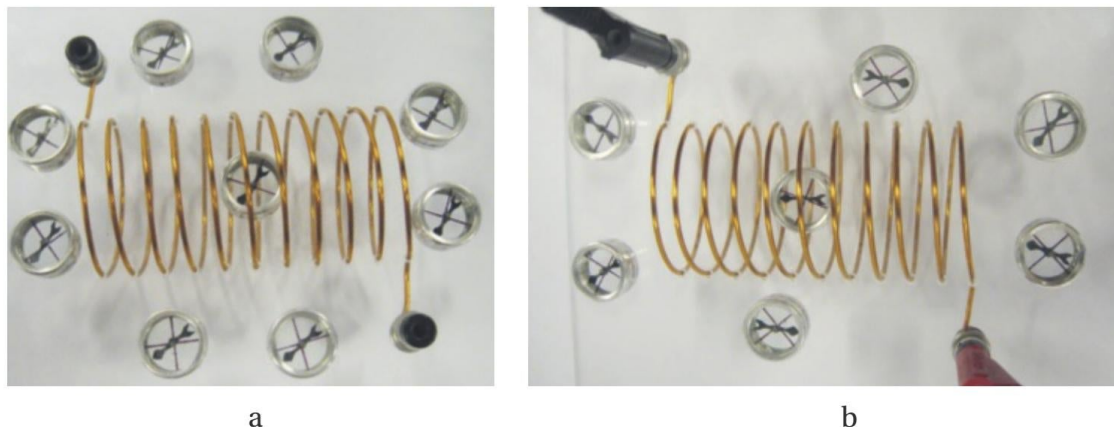


Figuur 10.36

Een spoel bestaat uit een aantal windingen. Zodra er stroom door de spoel loopt, is binnen in de spoel een homogeen magnetisch veld aanwezig.

In figuur 10.37a loopt er nog geen stroom, de kompasnaaldjes wijzen in de richting van het magnetisch veld van de aarde. In figuur 10.37b loopt er wel een stroom.

Je ziet dat het veld dezelfde vorm heeft als het veld van de staafmagneet in figuur 10.29.

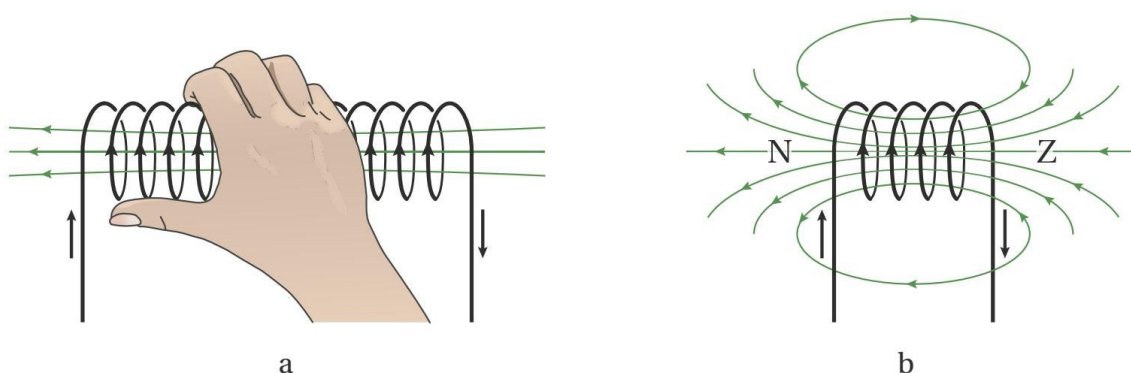


Figuur 10.37

Om de richting van het **magnetisch veld in de spoel** te bepalen, gebruik je de **rechterhandregel** op een andere manier.

- Je krult je vingers met de stroomrichting mee.
- Je duim geeft dan de richting van de magnetische veldlijnen in de spoel aan en wijst dus naar de noordpool van het magnetisch veld in de spoel.

Zie figuur 10.38a. Het volledige veld zie je in figuur 10.38b.

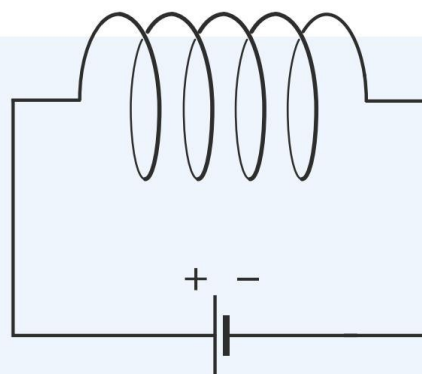


Figuur 10.38

Voorbeeld 8 Rechterhandregel voor een spoel

In figuur 10.39 zie je een spoel aangesloten op een spanningsbron.

Leg uit of de linkerkant van de spoel een noordpool of een zuidpool vormt.

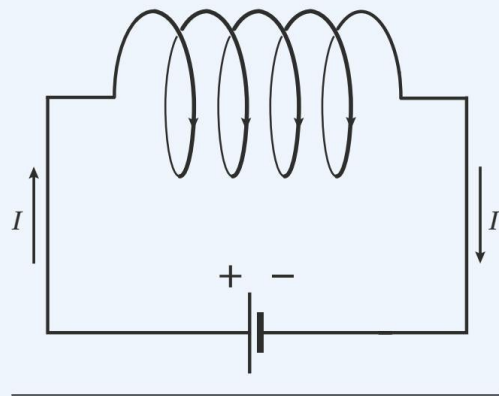


Figuur 10.39

Uitwerking

Zie figuur 10.40.

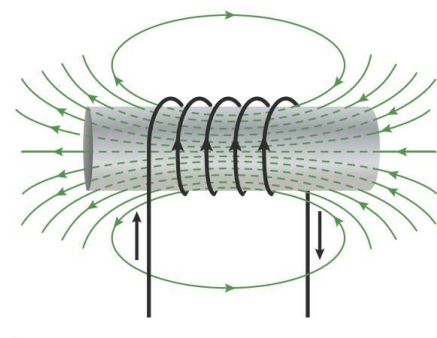
De elektrische stroom loopt van + naar – via de spoel. De richting van de stroom door het ‘dikke’ gedeelte van de draad is dus naar beneden. Met de rechterhandregel leid je af dat de magnetische veldlijnen naar rechts lopen en dus vormt de linkerkant van de spoel de zuidpool.



Figuur 10.40

Elektromagneet

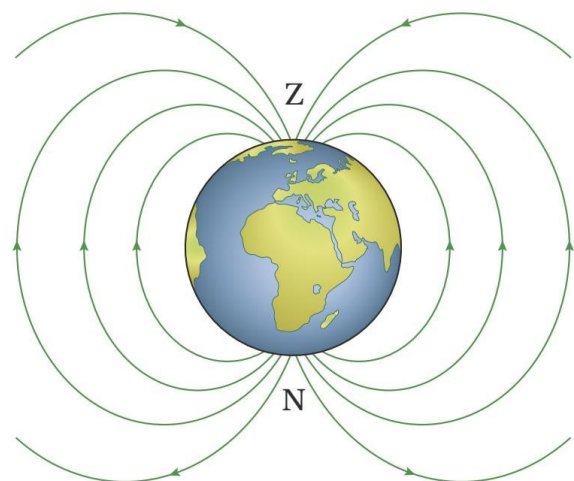
Een spoel waardoor stroom loopt noem je een **elektromagneet**. Het magnetisch veld van een elektromagneet kun je versterken door in de spoel een stuk ijzer te plaatsen. Zie figuur 10.41. Het magnetisch veld in de spoel magnetiseert het ijzer. Op die manier ontstaat een sterker magnetisch veld. Zolang er een elektrische stroom door de spoel loopt is de ijzeren kern magnetisch. Na het uitschakelen van de stroom verliest ook de ijzeren kern zijn magnetisme. Bij grote en sterke elektromagneten, zoals in MRI-scanners, is de spoel vaak gemaakt van supergeleidend materiaal. Je kunt dan een grote stroom door de spoel sturen zonder dat het materiaal van de spoel te veel opwarmt.



Figuur 10.41

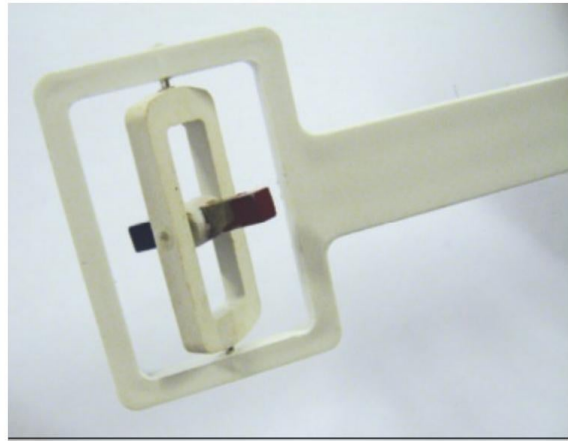
Het aardmagnetisch veld

De noordpool van een kompasnaald wijst altijd naar het geografische noorden. Dat betekent dat de magnetische zuidpool van de aarde zich in de buurt van de Noordpool bevindt. In figuur 10.42 is het magnetisch veld van de aarde schematisch weergegeven. Op de evenaar loopt het magnetisch veld evenwijdig aan het oppervlak van de aarde. Hoe verder je van de evenaar richting een pool gaat, des te groter is de component van het magnetisch veld loodrecht op het aardoppervlak.



Figuur 10.42

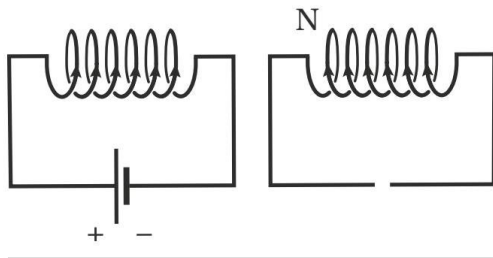
In figuur 10.43 zie je een 3D-kompas waarmee je de richting van het magnetisch veld zichtbaar maakt. Het magnetisch veld van de aarde wordt veroorzaakt door elektrische stromen in de vloeibare aardkern. De aarde gedraagt zich wat magnetisme betreft als een spoel.



Figuur 10.43

Opgaven

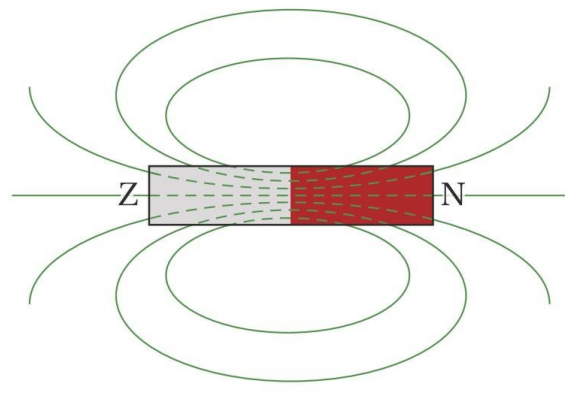
- **tekenblad** 17 In figuur 10.44 zie je twee spoelen die op een batterij zijn aangesloten. In de rechter spoel is de batterij niet getekend. De linkerkant van de rechter spoel is een noordpool.



Figuur 10.44

- Hoe lopen de magnetische veldlijnen in de rechter spoel: van links naar rechts of andersom?
- Teken in figuur 10.44 de batterij van de rechterspoel. Geef ook een toelichting.
- Bereken of de spoelen elkaar afstoten of aantrekken.
- Hoe kun je de kracht tussen de twee spoelen vergroten zonder iets aan de batterijen of de spoelen of de afstand tussen de spoelen te veranderen?

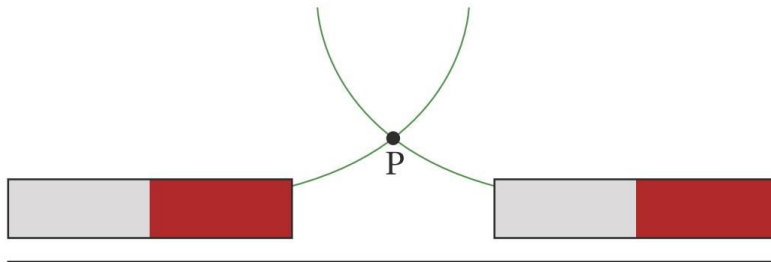
- **tekenblad** 18 In figuur 10.45 zie je een magneet met enkele veldlijnen. De richting van de veldlijnen is niet aangegeven.
- Geef in figuur 10.45 de richting van de veldlijnen aan.
- Auke plaatst twee even sterke magneten tegenover elkaar. In figuur 10.46 zie je nog een deel van twee van de oorspronkelijke veldlijnen.



Figuur 10.45

Auke plaatst een kompasnaald in een punt P dat zich even ver van beide magneten bevindt. Het valt hem op dat de kompasnaald precies horizontaal is gericht.

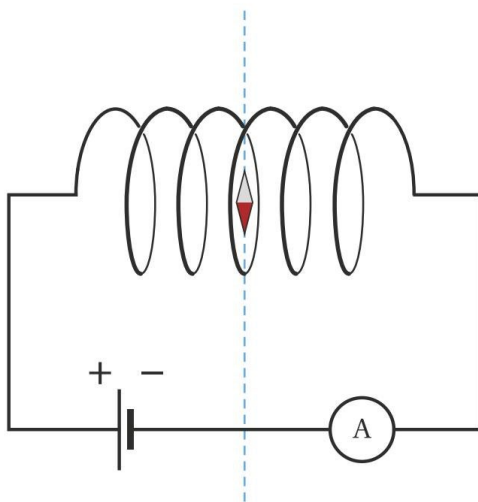
b Toon in figuur 10.46 met behulp van een constructie aan dat de kompasnaald precies horizontaal is gericht.



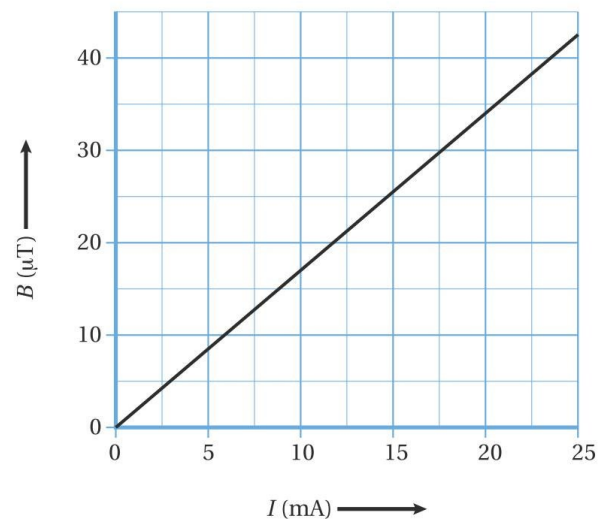
Figuur 10.46

► hulplad

19 Vincent wil de sterkte van de magnetische inductie in Nederland bepalen. Hij gebruikt daarvoor een kompas en een spoel. Hij plaatst het kompas in de spoel, en plaatst de spoel horizontaal op tafel. Vervolgens draait hij de spoel tot de naald van het kompas loodrecht op de as van de spoel staat wanneer er geen stroom loopt. Zie figuur 10.47 voor een bovenaanzicht.

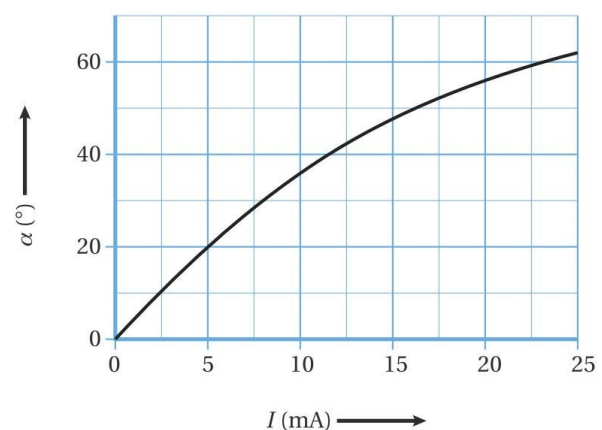


Figuur 10.47



Figuur 10.48

Vincent weet hoe het magnetisch veld van de spoel afhangt van de stroomsterkte door de windingen van de spoel. Zie figuur 10.48. Bij verschillende waarden van de stroomsterkte meet hij de hoek van de kompasnaald ten opzichte van de originele stand. Zijn meetresultaten heeft hij uitgezet in figuur 10.49. Aan de hand daarvan bepaalt Vincent de sterkte van het magnetisch veld in Nederland.



Figuur 10.49

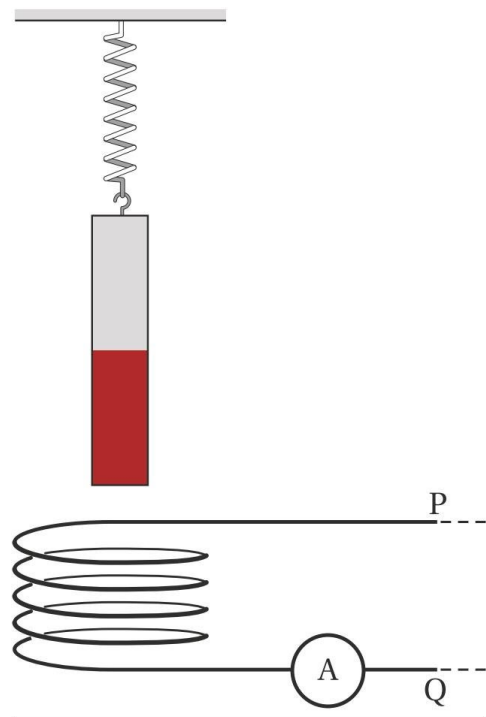
- a Leg uit of de naald van het kompas met de klok mee of tegen de klok in draait als Vincent de spanningsbron inschakelt.
- b Leg uit waardoor de hoek van de kompasnaald steeds groter wordt en dat de maximale waarde 90° is.
- c Bepaal met behulp van de gegevens van figuur 10.48 en 10.49 de grootte van het magnetisch veld van de aarde.
- d Leg uit dat Vincent met deze aanpak een te lage waarde voor het magnetisch veld van de aarde vindt.

- **tekenblad** 20 Jessica heeft twee stroomdraden naast elkaar geplaatst. Eerst laat ze door de linker draad de stroom de pagina uit en door de rechter draad de stroom de pagina in lopen. Zie figuur 10.50a. Ze bepaalt de sterkte van het magnetisch veld in P en Q. Vervolgens laat ze in beide draden de stroom de pagina in lopen. Zie figuur 10.50b. Ze bepaalt de sterkte van het magnetisch veld in R en S. De magnetische inductie in een punt rondom een stroomvoerende draad is recht evenredig met de stroomsterkte en omgekeerd evenredig met de afstand tot het midden van de draad.
- a Bepaal in elk van de punten P, Q, R en S de richting van het magnetisch veld.
 - b Rangschik de punten P, Q, R en S op volgorde van oplopende magnetische inductie.



Figuur 10.50

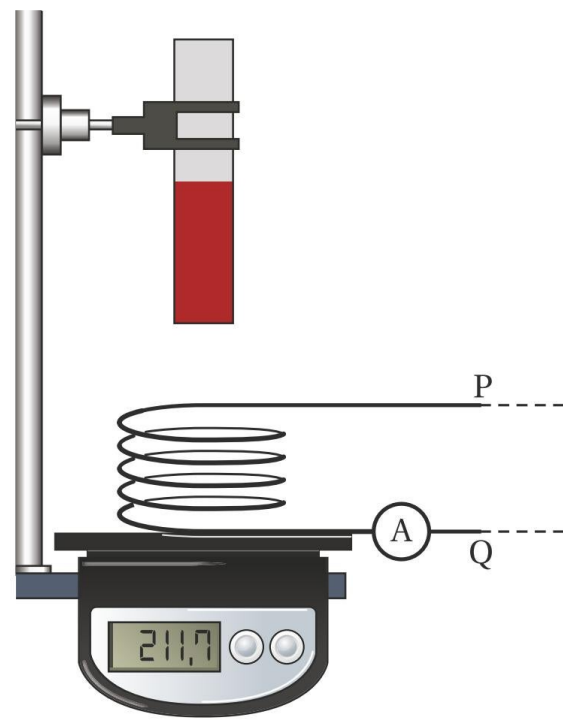
- **tekenblad** 21 Lotte wil het verband tussen de sterkte van het magnetisch veld van een spoel en de stroomsterkte door die spoel bepalen. Ze wil daarvoor de opstelling in figuur 10.51 gebruiken. De magneet wordt naar de spoel getrokken als zij de stroom inschakelt.
- a Bepaal of de stroom van P naar Q loopt of van Q naar P.
- De magneet blijft niet in een evenwichtstoestand hangen, maar gaat de spoel in. Er is geen stand waarin de magneet blijft hangen.
- b Leg uit dat het vrijwel onmogelijk is om de magneet in een evenwichtsstand stil te laten hangen.



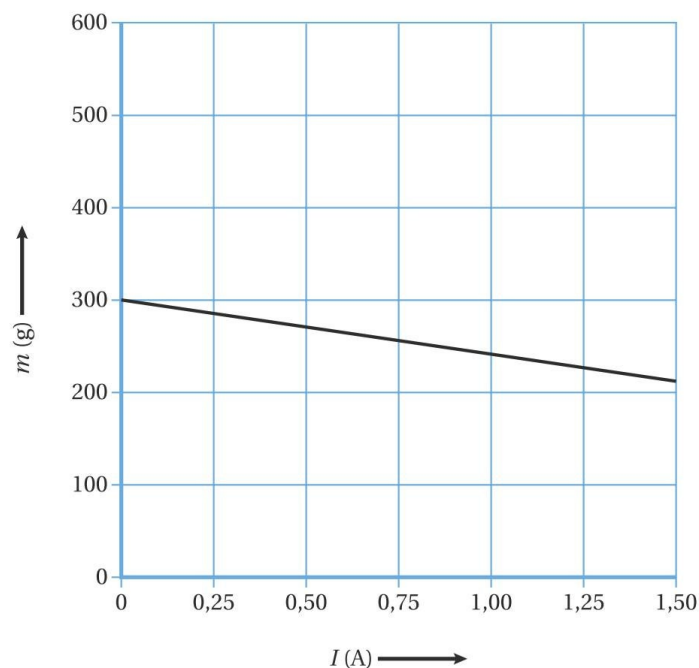
Figuur 10.51

Lotte verbetert haar opstelling door de spoel op een weegschaal te zetten en de magneet in een statief boven de weegschaal te plaatsen. Zie figuur 10.52. Als zij de stroom inschakelt, is er weer een aantrekkende kracht tussen de magneet en de spoel. Bij verschillende stroomsterkten leest ze de weegschaal af. Van haar metingen heeft ze het diagram in figuur 10.53 gemaakt. Lotte concludeert dat de magnetische inductie in de spoel recht evenredig is met de stroomsterkte.

- c Leg uit of je het met Lotte eens bent. Door een ijzeren kern in de spoel te plaatsen wordt het magnetisch veld van de spoel versterkt.
- d Schets in figuur 10.53 het verband tussen de massa en de stroomsterkte als Lotte de meting herhaalt met een ijzeren kern in de spoel.



Figuur 10.52



Figuur 10.53



Oefen met 10.1 t/m 10.3

De zon zendt geladen deeltjes uit die in onze dampkring botsen met moleculen van de lucht. Bij deze botsingen zenden de moleculen licht uit dat je op het noordelijk halfrond waarneemt als het noorderlicht. Waarom zie je dit verschijnsel alleen aan de polen?



Figuur 10.54

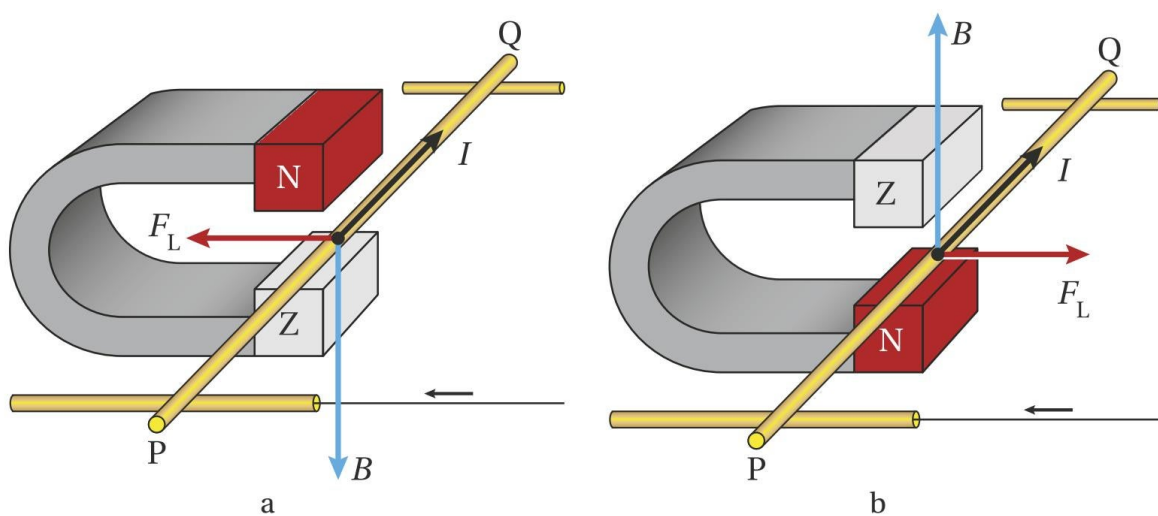
10.4 Lorentzkracht

Lorentzkracht op een stroomdraad

Een elektrische stroom door een draad wekt een magnetisch veld op rond die draad. Dat magnetisch veld reageert op een ander magnetisch veld, zoals ook twee magneten op elkaar reageren.

In figuur 10.55a zie je een hoefijzermagneet. Tussen de polen bevindt zich een homogeen magnetisch veld B . Op twee rails rust een metalen staaf PQ. Loopt door de staaf van P naar Q een elektrische stroom I , dan rolt de staaf naar links. Keer je de stroomrichting om, dan rolt de staaf naar rechts. Ook als je alleen de magneet andersom houdt, zoals in figuur 10.55b, rolt de staaf naar rechts.

De staaf beweegt doordat het magnetisch veld van de stroom door de staaf en het magnetisch veld van de hoefijzermagneet een kracht op elkaar uitoefenen. Die kracht noem je de **lorentzkracht** met symbool F_L .



Figuur 10.55

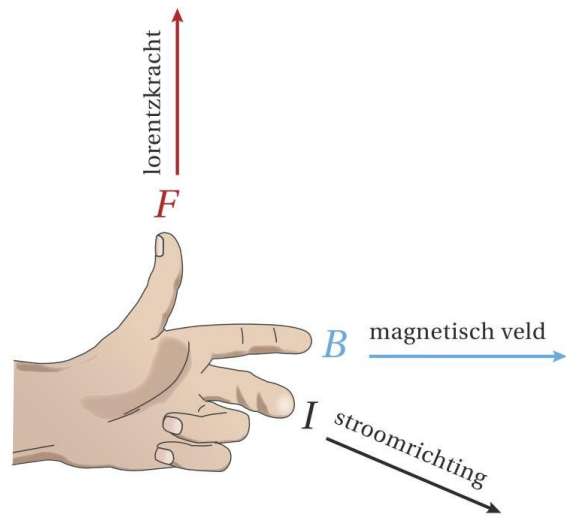
Richting van de lorentzkracht

De lorentzkracht staat loodrecht op het vlak dat wordt gevormd door de richting van de stroom I en de richting van de magnetische inductie B .

Met behulp van de **linkerhandregel** of **FBI-regel** bepaal je de richting van de lorentzkracht. Je houdt je linkerhand in de vorm van een pistool zodat de duim, wijsvinger en middelvinger loodrecht op elkaar staan. Zie figuur 10.56. De duim geeft de richting aan van lorentzkracht F_L ; de wijsvinger de richting van magnetische inductie B en de middelvinger de richting van stroom I . Denk hierbij aan 'FBI'.

Je wijsvinger en je middelvinger vormen dus het vlak waar de lorentzkracht loodrecht op staat.

Bij toepassen van de linkerhandregel moet je aangeven dat je de linkerhandregel (of FBI-regel) gebruikt en aangeven wat de richtingen zijn van twee gegeven grootheden. Dat laatste kan ook met behulp van een schets.



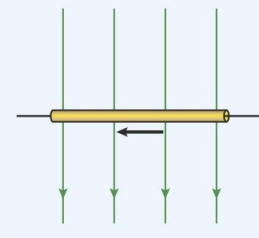
Figuur 10.56

Voorbeeld 9 Linkerhandregel toepassen

In figuur 10.57 zie je een stroomdraad in een magnetisch veld.

Bereken op twee manieren of de richting van de lorentzkracht op de stroomdraad de pagina in of de pagina uit is:

- door de richtingen te beschrijven
- door een schets waarin je de 'notatieregels voor richtingen' toepast

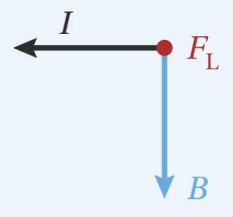


Figuur 10.57

Uitwerking

- De richting van I wijst naar de linkerkant van de pagina (en die komt overeen met de richting van de middelvinger).
De richting van B wijst naar de onderkant van de pagina (en die komt overeen met de richting van de wijsvinger).
Volgens de FBI-regel wijst de richting van F_L de pagina uit (en komt overeen met de richting van de duim).

- Zie figuur 10.58.
De richting van F_L wijst volgens de FBI-regel de pagina uit.



Figuur 10.58

Grootte van de lorentzkracht

De lorentzkracht is groter naarmate het magnetisch veld sterker is. De lorentzkracht is ook groter als de stroomsterkte groter is of als een groter deel van de staaf zich in het magnetisch veld bevindt.

De grootte van de **lorentzkracht op een stroomdraad** bereken je met:

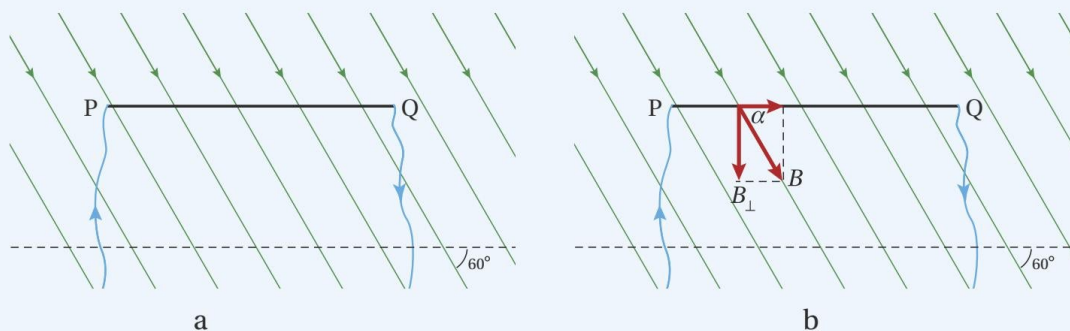
$$F_L = B_{\perp} \cdot I \cdot \ell$$

- F_L is de lorentzkracht in N.
- $B_{\perp}$ is de component van de magnetische inductie loodrecht op de richting van de stroom, in T.
- I is de stroomsterkte in A.
- ℓ is de lengte van de stroomdraad die zich in het magnetisch veld bevindt, in m.

Voorbeeld 10 Lorentzkracht op een stroomdraad

Het aardmagnetisch veld B heeft in Nederland een sterkte van $4,7 \cdot 10^{-5}$ T. De veldlijnen maken (in Nederland) een hoek van 60° met het horizontale vlak. Een stroomdraad PQ hangt horizontaal boven het aardoppervlak. Zie figuur 10.59a.

De lengte van stroomdraad is 1,3 m. De stroomsterkte door de draad is 15 A. Bereken de lorentzkracht die op de stroomdraad werkt.



Figuur 10.59

Uitwerking

De lorentzkracht op de stroomdraad bereken je met:

$$F_L = B_{\perp} \cdot I \cdot \ell$$

In figuur 10.59b is de magnetische inductie ontbonden in de richting evenwijdig aan de elektrische stroom en de richting loodrecht erop.

Uit figuur 10.59b volgt $\sin(\alpha) = \frac{B_{\perp}}{B}$.

$$B_{\perp} = B \sin(\alpha) = 4,7 \cdot 10^{-5} \times \sin(60^\circ) = 4,07 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

$$I = 15 \text{ A}$$

$$\ell = 1,3 \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } F_L = 4,07 \cdot 10^{-5} \times 15 \times 1,3 = 7,93 \cdot 10^{-4} \text{ N.}$$

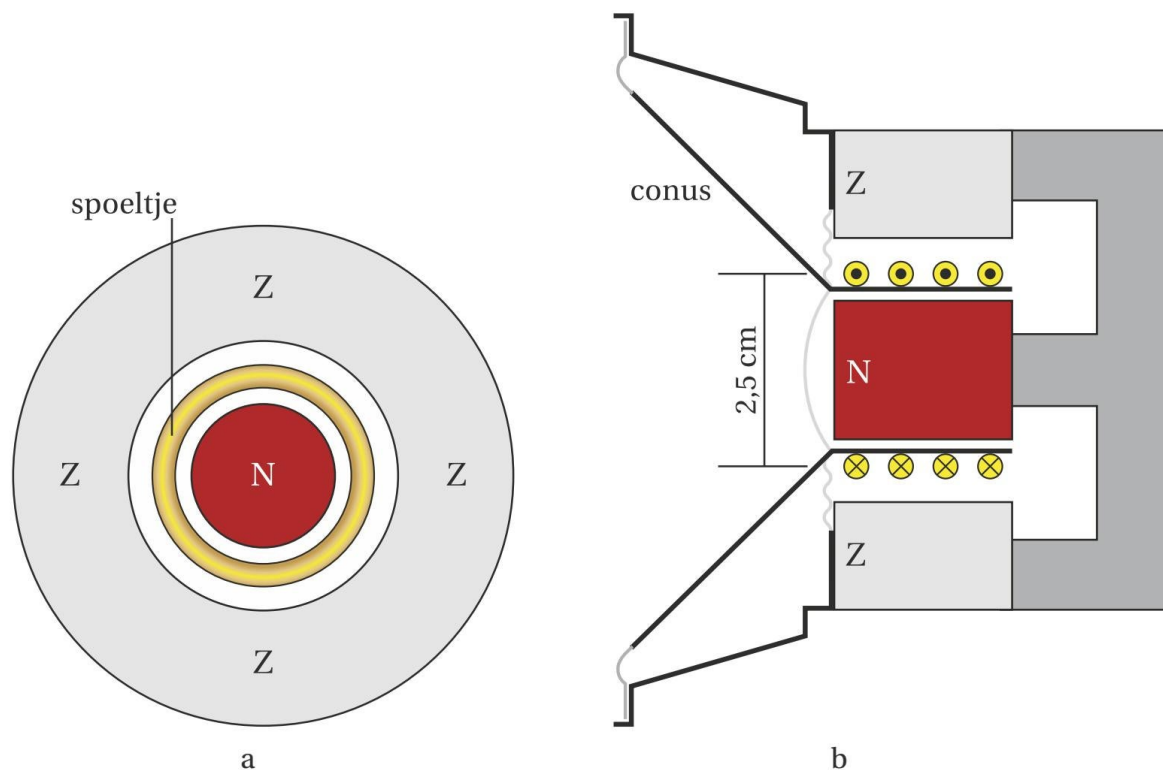
$$\text{Afgerond: } F_L = 7,9 \cdot 10^{-4} \text{ N.}$$

Luidspreker

Een luidspreker zet een elektrisch signaal om in geluid. Als uit de luidspreker geluid komt, beweegt een trechtervormige conus (in hoog tempo) heen en weer. De conus zit vast aan een spoeltje. De conus volgt dus de beweging van het spoeltje.

Het spoeltje bevindt zich om de noordpool van een magneet. Zie figuur 10.60. De hele ringvormige rand van de magneet vormt de zuidpool. Tussen de noord- en zuidpool bevindt zich een radiaal magnetisch veld waardoor op de plaats van het spoeltje de magnetische inductie steeds dezelfde waarde heeft.

Zodra een stroom door het spoeltje loopt, wordt op het spoeltje een lorentzkracht uitgeoefend. Het elektrische signaal is een elektrische stroom die telkens van grootte en richting verandert, waardoor ook de lorentzkracht telkens van grootte en richting verandert. De conus voert daardoor een heen en weer gaande beweging uit.



Figuur 10.60

Voorbeeld 11 Luidspreker

Figuur 10.60b is een momentopname van de richting van de stroom door de spoel.

a Bepaal in figuur 10.60b de richting van de lorentzkracht.

Het spoeltje heeft 40 windingen en een diameter van 2,5 cm. De magnetische inductie bij het spoeltje bedraagt 0,35 T.

b Bereken de kracht die op het spoeltje wordt uitgeoefend als er een stroom van 50 mA doorheen loopt.

Het elektrische signaal verandert van grootte en richting.

- c Beschrijf het verband tussen het elektrische signaal en de frequentie.
- d Beschrijf het verband tussen het elektrische signaal en de hardheid van het geluid.

Uitwerking

- a Met behulp van de linkerhandregel bepaal je in figuur 10.60b de richting van de lorentzkracht.

Aan de bovenkant van het spoeltje komt de elektrische stroom de pagina uit (middelvinger).

De richting van het magnetisch veld is van de noordpool naar de zuidpool (wijsvinger).

De duim wijst naar links. Dus de lorentzkracht wijst naar links.

- b $F_L = B \cdot I \cdot \ell$

$$B = 0,35 \text{ T}$$

$$I = 50 \text{ mA} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

De lengte van de draad bereken je met het aantal windingen en de omtrek van een cirkel.

$$\ell = n \cdot \pi \cdot d$$

$$n = 40$$

$$d = 2,5 \text{ cm} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert: } \ell = 40 \times \pi \times 2,5 \cdot 10^{-2}.$$

$$\ell = 3,141 \text{ m}$$

$$\text{Invullen in de formule voor de lorentzkracht levert } F_L = 0,35 \times 3,141 \times 50 \cdot 10^{-3}.$$

$$F_L = 5,496 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } F_L = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ N.}$$

- c De frequentie van het geluid hangt samen met hoe vaak de conus per seconde heen en weer gaat.

De richting van de stroomsterkte bepaalt de heen en weer gaande beweging.

Hoe vaker per seconde de richting omdraait, des te hoger is de frequentie.

- d De hardheid van het geluid hangt samen met de amplitude van de trilling.

De grootte van de stroomsterkte bepaalt de grootte van de lorentzkracht en daardoor hoe ver het spoeltje naar voren en naar achteren gaat. Daardoor wordt de hardheid van het geluid bepaald.

Lorentzkracht op een geladen deeltje

Elektrische stroom bestaat uit bewegende lading. De lorentzkracht op een stroomdraad is dus een kracht op een groot aantal bewegende ladingen.

In een magnetisch veld ondervindt elke bewegende lading een lorentzkracht.

In figuur 10.61 beweegt een negatief geladen deeltje met snelheid v naar links. De richting van de stroom I is volgens afspraak de richting waarin positieve deeltjes bewegen. De stroomrichting is dus naar rechts. Omdat het magnetisch veld naar beneden gericht is, volgt uit de FBI-regel dat de lorentzkracht de pagina in wijst.

Op elk elektron dat beweegt in het magnetisch veld, werkt een lorentzkracht.

De lorentzkracht op een stroomdraad is de lorentzkracht op n geladen deeltjes in de stroomdraad.

De lorentzkracht op één geladen deeltje leid je als volgt af uit de lorentzkracht op de stroomdraad.

$$n \cdot F_{L,\text{deeltje}} = F_{L,\text{draad}}$$

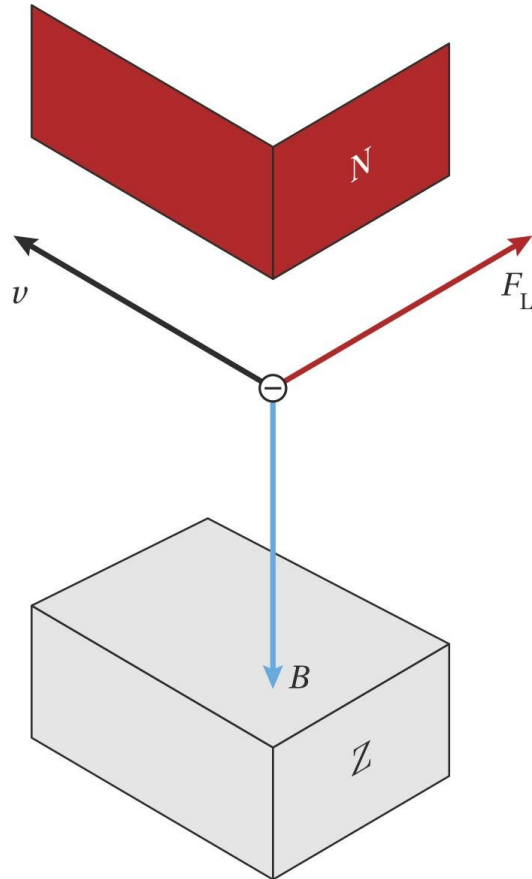
$$n \cdot F_{L,\text{deeltje}} = B_{\perp} \cdot I \cdot \ell \quad \text{met } I = \frac{Q}{t}$$

$$n \cdot F_{L,\text{deeltje}} = B_{\perp} \cdot \frac{Q}{t} \cdot \ell \quad \text{met } Q = n \cdot q$$

$$n \cdot F_{L,\text{deeltje}} = B_{\perp} \cdot n \cdot q \cdot \frac{\ell}{t} \quad \text{met } \frac{\ell}{t} = v$$

$$n \cdot F_{L,\text{deeltje}} = n \cdot B_{\perp} \cdot q \cdot v \quad \text{wegdelen van } n$$

$$F_{L,\text{deeltje}} = B_{\perp} \cdot q \cdot v$$



Figuur 10.61

Voor de **lorentzkracht op een geladen deeltje** geldt dus:

$$F_L = B_{\perp} \cdot q \cdot v$$

- F_L is de lorentzkracht in N.
- $B_{\perp}$ is de component van de magnetische inductie loodrecht op de richting van de snelheid, in T.
- q is de lading van het deeltje in C.
- v is de snelheid in m s^{-1} .

Voorbeeld 12 Lorentzkracht op een geladen deeltje

Een proton heeft een energie $3,5 \cdot 10^6$ eV. Het komt terecht in een magnetisch veld van $3,5 \cdot 10^{-1}$ T. Het magnetisch veld staat loodrecht op de snelheid van het proton. Bereken de lorentzkracht op het proton.

Uitwerking

$$F_L = B_{\perp} \cdot q \cdot v$$

$$B_{\perp} = 3,5 \cdot 10^{-1} \text{ T}$$

$$q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

De snelheid bereken je met de formule voor de kinetische energie.

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E_k = 3,5 \cdot 10^6 \text{ eV} = 3,5 \cdot 10^6 \times 1,602 \cdot 10^{-19} = 5,607 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$m = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad (\text{zie BINAS tabel 7B})$$

$$5,607 \cdot 10^{-13} = \frac{1}{2} \times 1,672 \cdot 10^{-27} \times v^2$$

$$v = 2,589 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert: } F_L = 3,5 \cdot 10^{-1} \times 1,602 \cdot 10^{-19} \times 2,589 \cdot 10^7.$$

$$F_L = 1,451 \cdot 10^{-12} \text{ N}$$

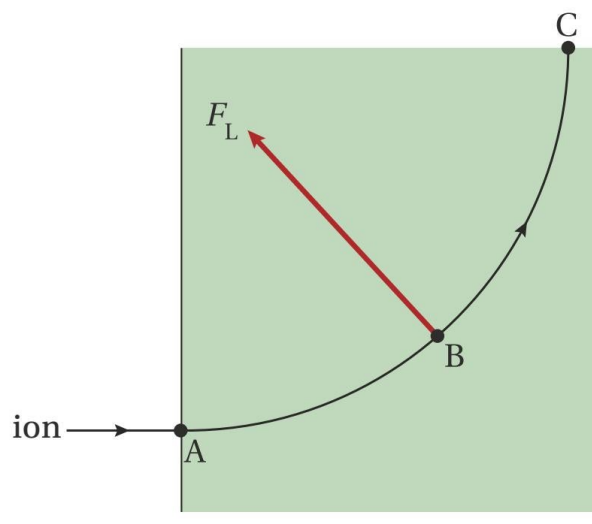
$$\text{Afgerond: } F_L = 1,5 \cdot 10^{-12} \text{ N.}$$

Lorentzkracht als middelpuntzoekende kracht

Een magnetisch veld kan de grootte van de snelheid van een geladen deeltje niet veranderen. Een magnetisch veld kan wel een geladen deeltje afbuigen. De Lorentzkracht zorgt dan voor een kromming van de baan. Staat de Lorentzkracht loodrecht op elk deel van die baan, dan is de baan cirkelvormig. Zie figuur 10.62. De Lorentzkracht is dan de middelpuntzoekende kracht:

$$F_{\text{mpz}} = F_L.$$

In een massaspectrometer wordt gebruik gemaakt van dit principe. Zie opgave 27.



Figuur 10.62

Voorbeeld 13 Lorentzkracht als middelpuntzoekende kracht

In figuur 10.62 komt een ion Cl^- met een snelheid v het homogeen magnetisch veld binnen, waarbij die snelheid loodrecht op de veldlijnen staat.

- a Bepaal de richting van het magnetisch veld met behulp van een schets van de situatie in punt B.

Voor de straal van de cirkelbaan geldt:

$$r = \frac{m \cdot v}{B \cdot q}$$

- m is de massa van het deeltje in kg.
 - q is de lading in C.
 - B is de magnetische inductie in T.
 - v is de snelheid in m s^{-1} , waarbij $\vec{v} \perp \vec{B}$.
- b Leid deze formule af.

Een ion X^{2-} komt met dezelfde snelheid v het magnetisch veld binnen. Dit ion verlaat het magnetisch veld links van C. Zie figuur 10.62.

- c Is de massa van X^{2-} meer of minder dan twee keer zo groot als de massa van Cl^- ?

Uitwerking

- a Met behulp van de linkerhandregel bepaal je de richting van het magnetisch veld. Zie figuur 10.63.

De richting van I is tegengesteld aan de richting van v , omdat het ion negatief geladen is.

De richting van B is dus de pagina uit.

- b De middelpuntzoekende kracht wordt geleverd door de lorentzkracht op een geladen deeltje.

$$F_L = F_{mpz}$$

$$B \cdot q \cdot v = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad (\text{delen door } v)$$

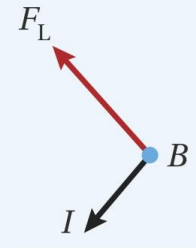
$$B \cdot q = \frac{m \cdot v}{r}$$

$$r = \frac{m \cdot v}{B \cdot q}$$

- c Als X^{2-} links van punt C het magnetisch veld verlaat, is de straal r van de baan van X^{2-} kleiner dan die van Cl^- .

De lading van X^{2-} is twee keer zo groot als die van Cl^- .

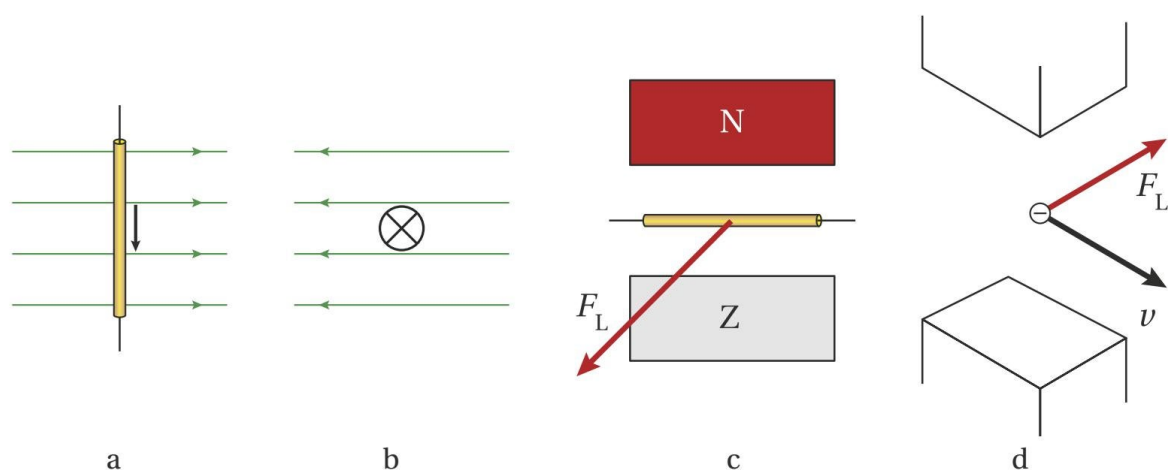
Omdat de magnetische inductie B en de snelheid v gelijk zijn, is de massa van X^{2-} minder dan twee keer zo groot als de massa van Cl^- .



Figuur 10.63

Opgaven

- **tekenblad** 22 In figuur 10.64 zie je vier verschillende situaties waarin een lorentzkracht optreedt. Bepaal voor elke situatie de richting van de ontbrekende grootheid F_L , B of I .

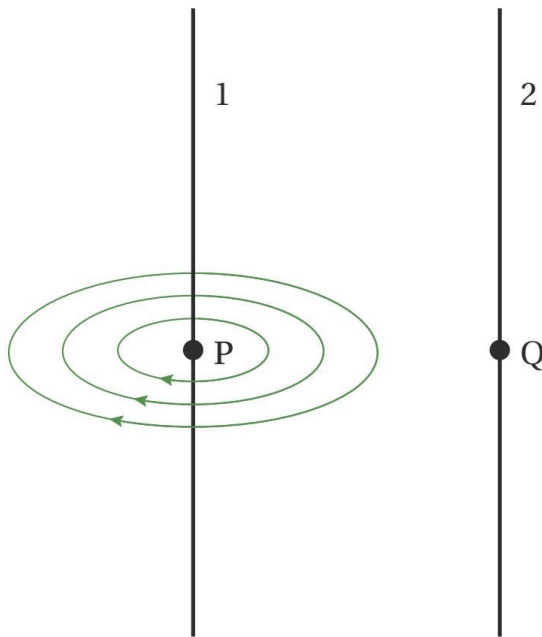


Figuur 10.64

► **tekenblad** 23 In figuur 10.65 zie je twee evenwijdige stroomdraden. In beide draden loopt de stroom dezelfde kant op. Op de draden 1 en 2 zijn de punten P en Q aangegeven. Rondom elke stroomdraad ontstaat een magnetisch veld. Dit veld is gedeeltelijk getekend rondom draad 1.

a Voer de volgende opdrachten uit:

- Teken de richting van de stroomsterkte in punt Q.
- Teken de richting van het magnetisch veld in punt Q.
- Teken de richting van de lorentzkracht in punt Q.
- Teken de richting van de lorentzkracht in punt P.



Figuur 10.65

Voor de sterkte van het magnetisch veld rondom een stroomvoerende draad geldt de formule:

$$B = c \cdot \frac{I}{r}$$

- B is de sterkte van het magnetisch veld in T.
- I is de stroomsterkte in A.
- r is de afstand tot de draad in m.
- c is een constante met de waarde $2,000 \cdot 10^{-7}$.

De constante c heeft een eenheid.

b Leid de eenheid van c af.

De twee draden staan verticaal opgesteld op een afstand van 4,0 cm van elkaar over een lengte van 50 cm. De stroomsterkte door beide draden is 12,5 A.

c Bereken de grootte van de lorentzkracht op draad 2.

Als de draden niet strak gespannen zijn, ontstaat door de lorentzkrachten een kromming in elke draad.

d Schets de twee gekromde draden en licht je tekening toe.

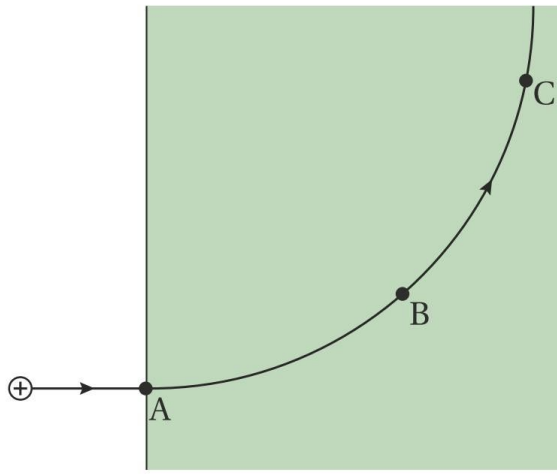
► **tekenblad** 24 Een positief geladen deeltje komt met een snelheid v een homogeen magnetisch veld binnen, waarbij die snelheid loodrecht op de veldlijnen staat. In figuur 10.66 is cirkelboog ABC de baan die het deeltje doorloopt.

► **hulpblad**

- Geef in figuur 10.66 met een pijl van 3,0 cm aan hoe de lorentzkracht op het deeltje is gericht als het zich in B bevindt.
- Bepaal de richting van het magnetisch veld.
- Leg uit dat tijdens de beweging van het deeltje van A naar C de lorentzkracht geen arbeid heeft verricht.

Doordat de lorentzkracht geen arbeid verricht, voert het deeltje een eenparige cirkelbeweging uit.

- Leg dit uit.



Figuur 10.66

- Leid af dat voor de straal van de cirkelbaan geldt:

$$r = \frac{m \cdot v}{B \cdot q}.$$

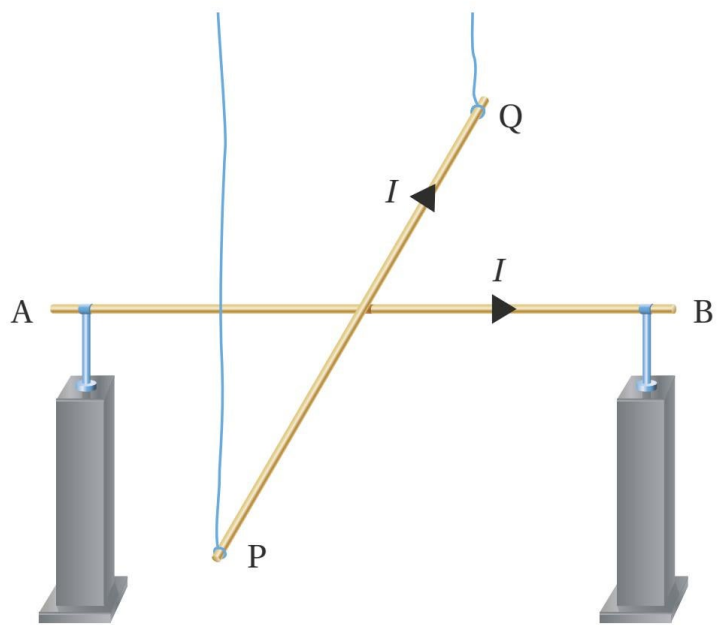
Je wilt een He^{2+} -kern met dezelfde snelheid v even sterk afbuigen als een proton.

- Leg uit of je daar een even sterke, sterkere of zwakkere magnetische inductie voor nodig hebt.

25 In figuur 10.67 zie je twee dunne koperen staven die loodrecht op elkaar staan. Staaf AB is ingeklemd en kan niet bewegen. Staaf PQ hangt enkele mm boven AB en kan vrij bewegen. Beide staven zijn aangesloten op een spanningsbron. Wanneer je de spanning inschakelt, loopt er een stroom in de staven. In de figuur is de stroomrichting aangegeven. Door de lorentzkracht gaat staaf PQ bewegen.

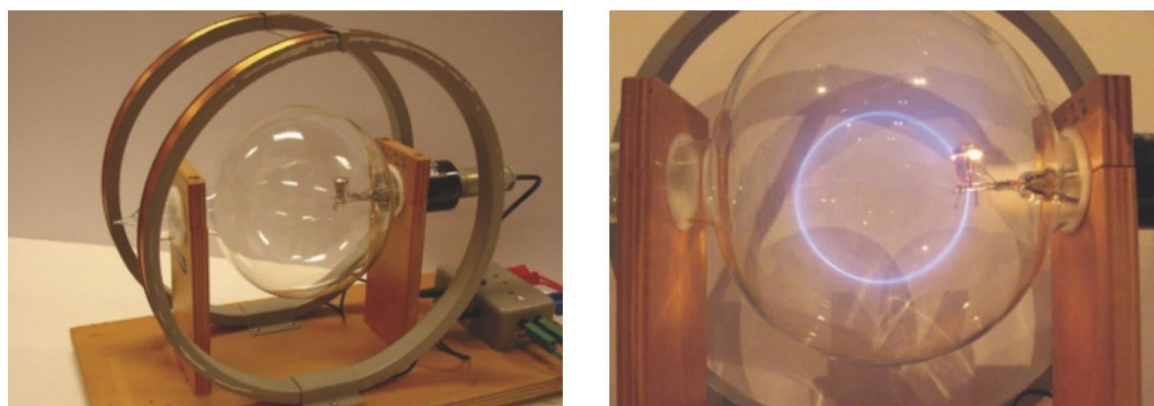
Hierna staan vier mogelijkheden. Kies het juiste antwoord en geef een toelichting:

- A Staaf PQ gaat een stukje omhoog, maar blijft haaks staan op staaf AB.
- B Staaf PQ gaat een stukje omlaag, maar blijft haaks staan op staaf AB.
- C Staaf PQ gaat draaien, zodat punt P in de richting van A beweegt.
- D Staaf PQ gaat draaien, zodat punt P in de richting van B beweegt.



Figuur 10.67

- 26 Met het toestel in figuur 10.68 kun je het afbuigen van elektronen in een magnetisch veld laten zien. Tussen twee spoelen bevindt zich een glazen bol, gevuld met een kleine hoeveelheid waterstofgas. Als er een stroom door de spoelen loopt, ontstaat een homogeen magnetisch veld tussen de spoelen. In de bol zit een apparaat (elektronenkanon) dat elektronen recht omlaag wegschiet. Zodra de elektronen het apparaat verlaten, zorgt de lorentzkracht voor een afbuiging. De baan is zichtbaar doordat elektronen het waterstofgas laten oplichten op de plaatsen waar ze botsen met waterstofmoleculen. Zie de rechter foto.

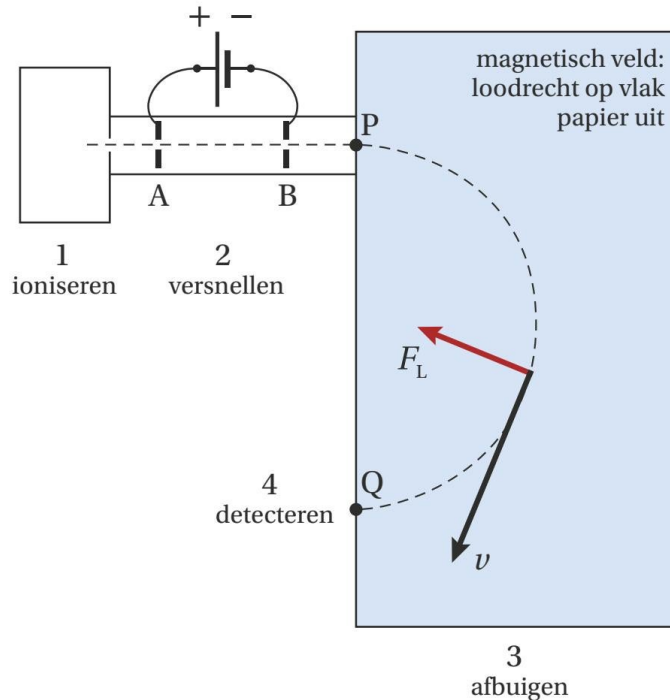


Figuur 10.68

De diameter van de blauwe cirkel in figuur 10.68 is 8,0 cm.

- Leg uit wat de richting van de magnetische inductie tussen de spoelen is. De elektronen hebben een snelheid van $2,0 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}$.
- Bereken de magnetische inductie.

- **hulpblad** 27 Met een massaspectrometer kan de samenstelling van stoffen worden geanalyseerd. In figuur 10.69 zijn de belangrijkste onderdelen getekend. Allereerst worden de deeltjes van een stof geïoniseerd. Dit gebeurt in de ionisatieruimte (1). De ionen worden vervolgens in een elektrisch veld versneld. Dit gebeurt in een vacuümruimte (2). Daarna komen de ionen in een afbuigruimte met een magnetisch veld (3). Het magnetisch veld staat loodrecht op de baan van de ionen. In figuur 10.69 leggen de ionen een halve cirkel af voordat ze worden gedetecteerd. De afstand PQ is de diameter van de gevolgde cirkelbaan.



Figuur 10.69

In de ionisatieruimte van figuur 10.69 worden loodatomen geïoniseerd tot eenwaardige ionen. De ionen komen met verwaarloosbare snelheid de vacuümruimte binnen. Daar worden ze versneld door een spanning van 600 V. De magnetische inductie in de afbuigruimte is 1,8 T. Isotopen van lood hebben een verschillende massa. De massa van een van die isotopen is $3,446 \cdot 10^{-25}$ kg.

- Toon aan dat die ionen met een snelheid van $2,36 \cdot 10^4$ m s⁻¹ de afbuigruimte binnenkomen.
- Toon aan dat afstand PQ voor die isotopen gelijk is aan 5,6 cm.
- Leid af dat geldt: $d = \frac{4U_{AB}}{B \cdot v}$. Hierin is d de afstand PQ.

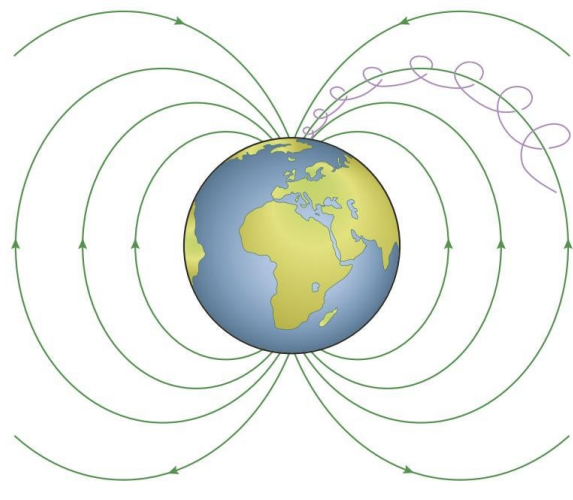
Voor isotopen met een grotere massa is de afstand PQ niet meer gelijk aan 5,6 cm.

- Bereken of de afstand PQ voor deze isotopen groter of kleiner is dan 5,6 cm.

In de ionisatieruimte kunnen ook loodionen met lading 2+ ontstaan.

- Bereken of de afstand PQ voor deze ionen groter, kleiner of gelijk is aan 5,6 cm.

- 28 Het noorder- en het zuiderlicht ontstaan doordat geladen deeltjes van de zon met hoge snelheid in de atmosfeer van de aarde terechtkomen. In de aardatmosfeer botsen die geladen deeltjes met stikstof- en zuurstofmoleculen die als gevolg daarvan licht gaan uitzenden. Dit verschijnsel treedt voornamelijk op bij de polen van de aarde. Dat komt doordat het magnetisch veld van de aarde de geladen deeltjes spiraalvormig afbuigt naar de polen van de aarde.

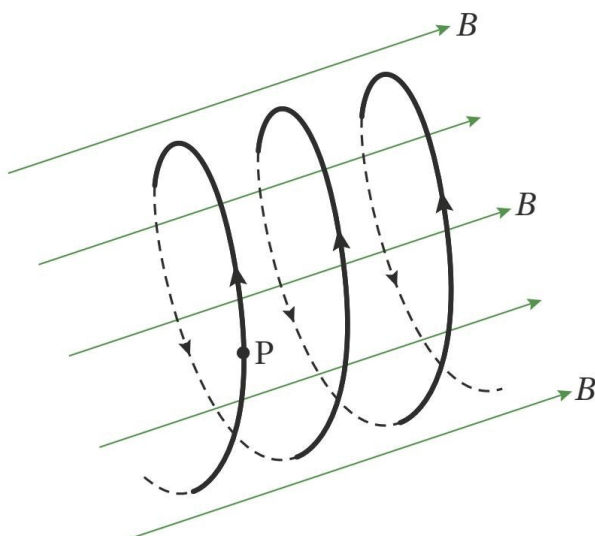


Figuur 10.70

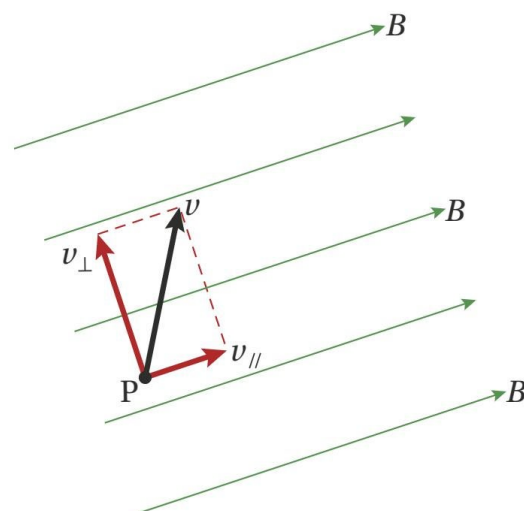
In figuur 10.70 zie je een deeltje dat naar de noordpool gaat.

Een geladen deeltje dat een homogeen magnetisch veld binnengaat met een snelheid die loodrecht op de veldlijnen staat, beschrijft een cirkel in dat magnetisch veld. Komt het geladen deeltje niet loodrecht het magnetisch veld in, dan beweegt het in een spiraalvorm. Zie figuur 10.71a.

De snelheid kun je ontbinden in twee richtingen, een loodrechte component en een component evenwijdig aan de veldlijnen. Zie figuur 10.71b.



Figuur 10.71a



Figuur 10.71b

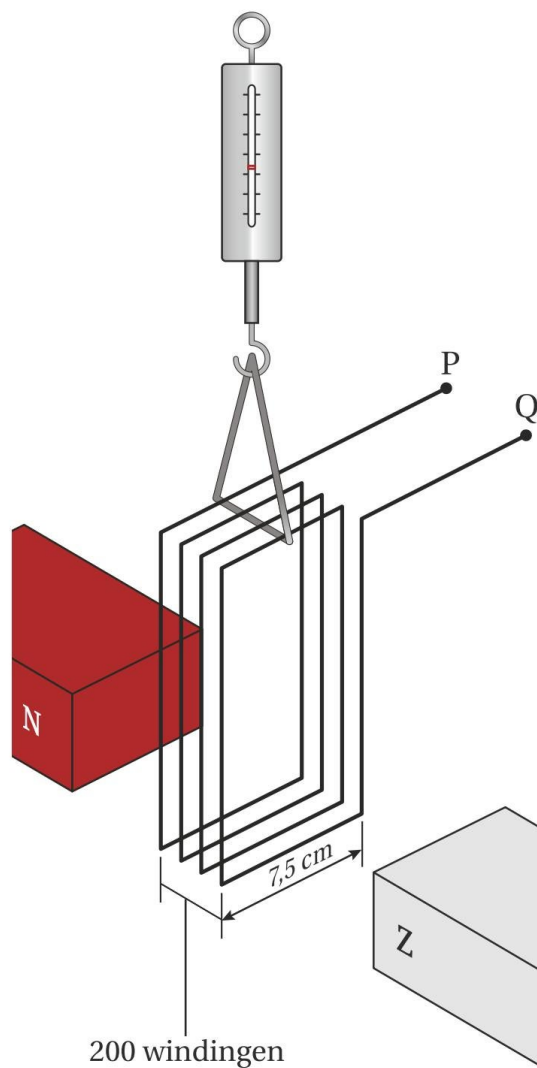
- Leg uit of figuur 10.71a hoort bij een positief of een negatief geladen deeltje.
- Leg met behulp van figuur 10.71b uit dat het geladen deeltje beweegt in een spiraalvorm.

Het deeltje is als het ware gevangen in het magnetisch veld en beweegt in een richting die door de magnetische veldlijnen wordt opgelegd. De diameter van de spiraal wordt steeds kleiner. Zie figuur 10.70.

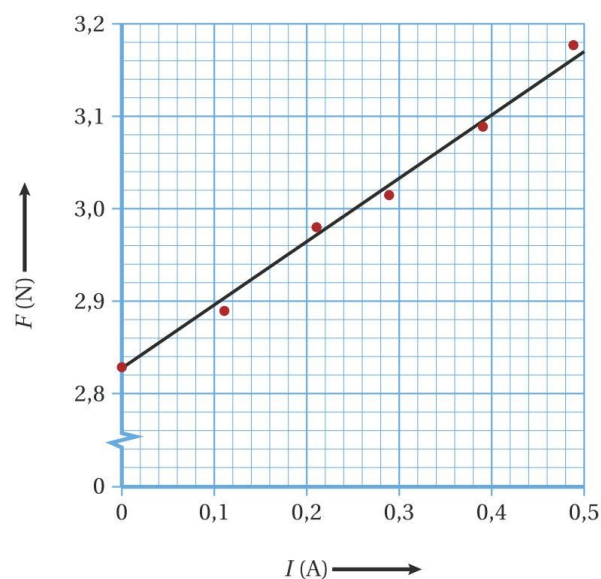
- Verklaar dit.

► hulpblad

- 29 Dominique wil met behulp van de lorentzkracht op een stroomgeleider de magnetische inductie van een homogeen magnetisch veld bepalen. Ze hangt daartoe een rechthoekige spoel met 200 windingen aan een krachtmeter. Ze zorgt ervoor dat het onderste gedeelte van de spoel zich in het homogeen magnetisch veld bevindt en dat de windingen ervan loodrecht op de veldlijnen staan. Zie figuur 10.72. Het onderste horizontale gedeelte van één zo'n winding heeft een lengte van 7,5 cm. Vervolgens sluit ze de spoel aan op een gelijkspanningsbron, in serie met een regelbare weerstand en een stroommeter. Ze varieert de stroomsterkte en leest telkens de aanwijzing van de krachtmeter af. Van haar metingen maakt ze een diagram waarin de waarde die de krachtmeter aangeeft is uitgezet tegen de stroomsterkte. De grafiek blijkt een rechte te zijn. Zie figuur 10.73.
- Welk aansluitpunt van de spoel (P of Q) heeft Dominique met de pluspool van de spanningsbron verbonden? Licht je antwoord toe.
 - Leg uit dat de rechte in het diagram niet door de oorsprong gaat.
 - Toon aan dat de steilheid van de grafieklijn gelijk is aan $N \cdot B \cdot \ell$. Hierin is N het aantal windingen van de spoel.
 - Bepaal de magnetische inductie met behulp van de steilheid van de grafieklijn.

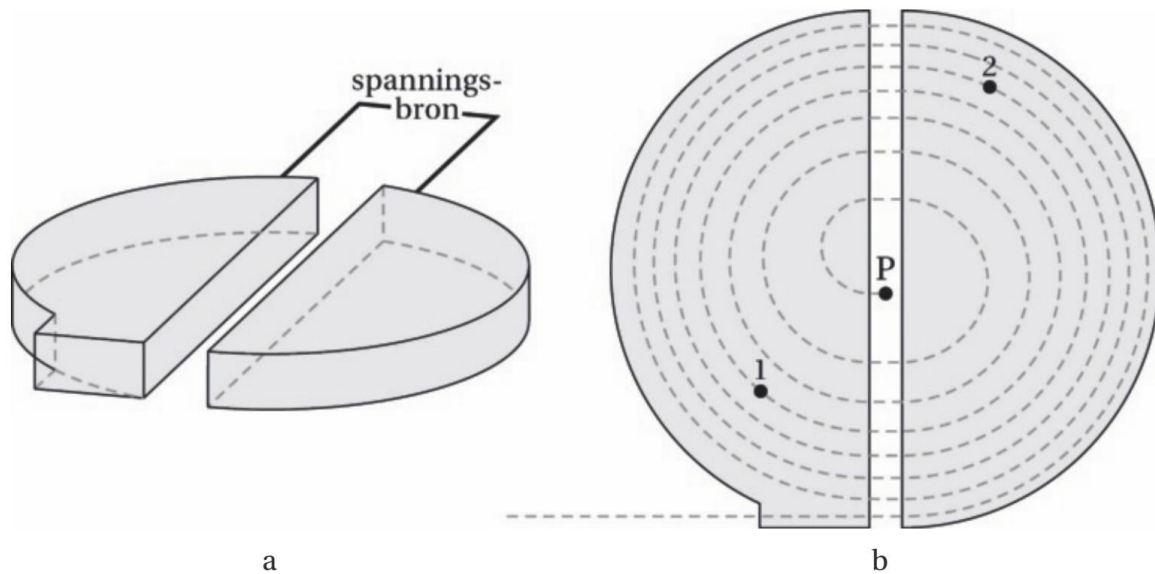


Figuur 10.72



Figuur 10.73

- 30 In ziekenhuizen maakt men met een cyclotron radioactieve isotopen die gebruikt worden voor diagnostiek. Een cyclotron is een apparaat dat bestaat uit twee holle D-vormige koperen trommels die op een kleine afstand van elkaar staan, zoals schematisch is weergegeven in figuur 10.74. Deze figuren zijn niet op schaal.



Figuur 10.74

Het geheel bevindt zich in een vacuüm. In de ruimte tussen de twee trommels bevindt zich een elektrisch veld. Doordat de trommels zijn aangesloten op een blokspanningsbron wisselt dit veld telkens van richting.

In het midden bevindt zich een protonenbron P. Zie figuur 10.74b. De protonen worden in het elektrisch veld versneld en komen terecht in een van de trommels. Loodrecht op beide trommels staat een homogeen magnetisch veld waardoor de protonen onder invloed van de lorentzkracht met constante snelheid een halve cirkelbaan doorlopen. De protonen worden alleen tussen de trommels versneld: binnen de trommels is de snelheid constant.

De baan van een proton is weergegeven met een stippellijn. In die baan zijn twee punten aangegeven: 1 en 2.

a Leg uit in welk punt de lorentzkracht het grootst is.

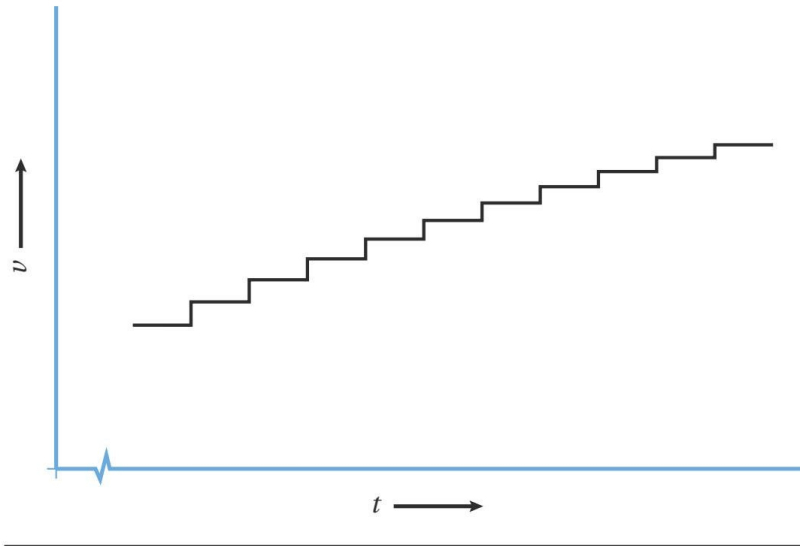
In een trommel doorloopt een proton een halve cirkelbaan. Voor de tijd t die nodig is om zo'n halve cirkelbaan te doorlopen geldt de formule:

$$t = \frac{\pi \cdot m}{B \cdot q}$$

- t is de tijd in s.
- m is de massa van het proton in kg.
- B is de sterkte van het magnetisch veld in T.
- q is de lading van het proton in C.

b Leid de formule af met behulp van formules uit BINAS.

Elke keer dat een proton na een halve cirkel in de ruimte tussen de twee trommels komt, is de richting van het elektrisch veld omgekeerd, zodat het in de goede richting staat en het proton er dezelfde hoeveelheid bewegingsenergie bij krijgt. De snelheid van het proton als functie van de tijd die hieruit volgt is geschetst in figuur 10.75.



Figuur 10.75

Figuur 10.75 laat twee eigenschappen zien:

- de tijdsduur van elke stap in de trommels is steeds gelijk;
 - de snelheidstoename is bij elke stap tussen de trommels kleiner.
- c Leg voor beide eigenschappen uit waardoor dit zo is.

Een elektrische auto zit vol met elektromotoren. De grootste en belangrijkste drijft de wielen aan. De accu's leveren de elektrische energie en de elektromotor zet deze om in beweging. Hoe werkt een elektromotor?



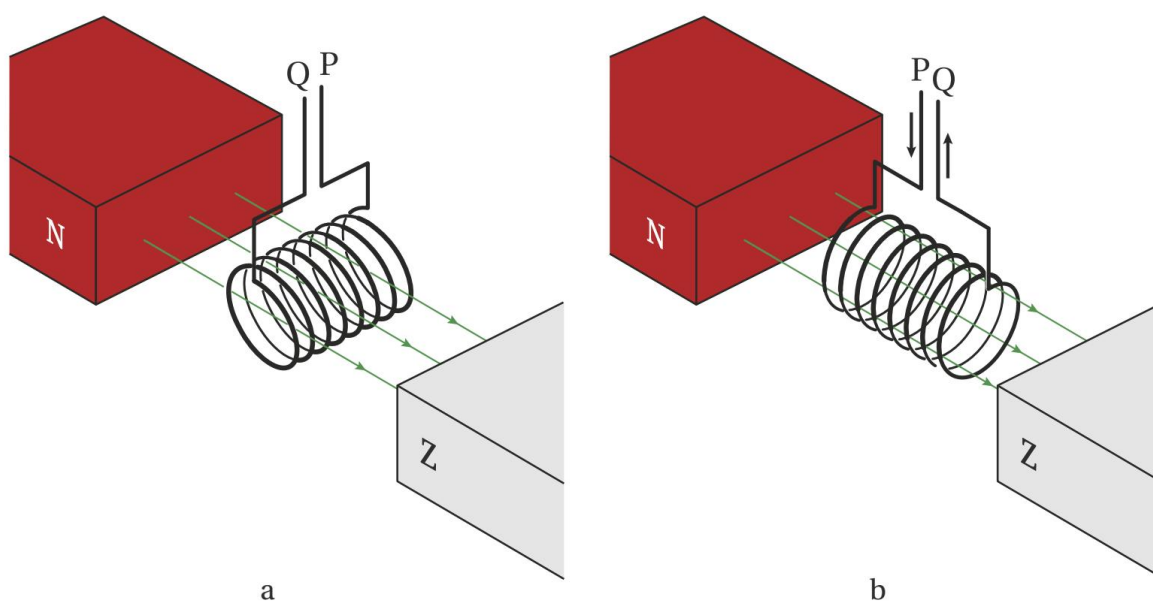
Figuur 10.76

10.5 Elektromotor

Kracht op een spoel

Een elektromagneet ontstaat als stroom loopt door een spoel. Plaats je de elektromagneet in een magnetisch veld, dan ondervindt de spoel een kracht. Door deze kracht handig te gebruiken, maak je een **elektromotor**. Elektromotoren drijven auto's, treinen en metro's aan, laten boormachines draaien en je telefoon trillen.

In figuur 10.77a is een tekening van een spoel in een magnetisch veld. Wanneer een stroom van P naar Q door de spoel loopt, wordt de linkerkant van de spoel een noordpool. Dit leidt je af met de rechterhandregel.

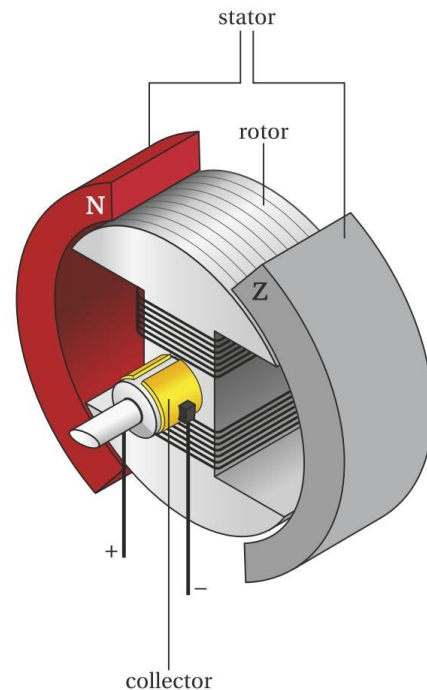


Figuur 10.77

De noordpool van de spoel wordt door de zuidpool van de permanente magneet aangetrokken. De spoel draait en beweegt heen en weer om de stand die is getekend in figuur 10.77b. Als de spoel tot stilstand is gekomen, bevindt de noordpool van de spoel zich tegenover de zuidpool van de permanente magneet. Gebruik je weer de rechterhandregel, dan zie je dat het veld in de spoel dezelfde richting heeft als het veld van de permanente magneten.

Werking elektromotor

Een simpele elektromotor bevat een elektromagneet die draait in het magnetisch veld van een permanente magneet. Is de elektromotor ingeschakeld, dan blijft de elektromagneet steeds in dezelfde richting ronddraaien. Daarvoor is een **collector** nodig. Zie figuur 10.78. Behalve de collector zijn ook de rotor en de stator aangegeven. De rotor is het gedeelte van de motor dat draait, dus de spoel met de ijzeren kern. De stator is het deel dat blijft stilstaan, dus de uitwendige permanente magneten. De collector keert de stroomrichting om wanneer het veld van de spoel dezelfde richting heeft als het veld van de uitwendige magneten.

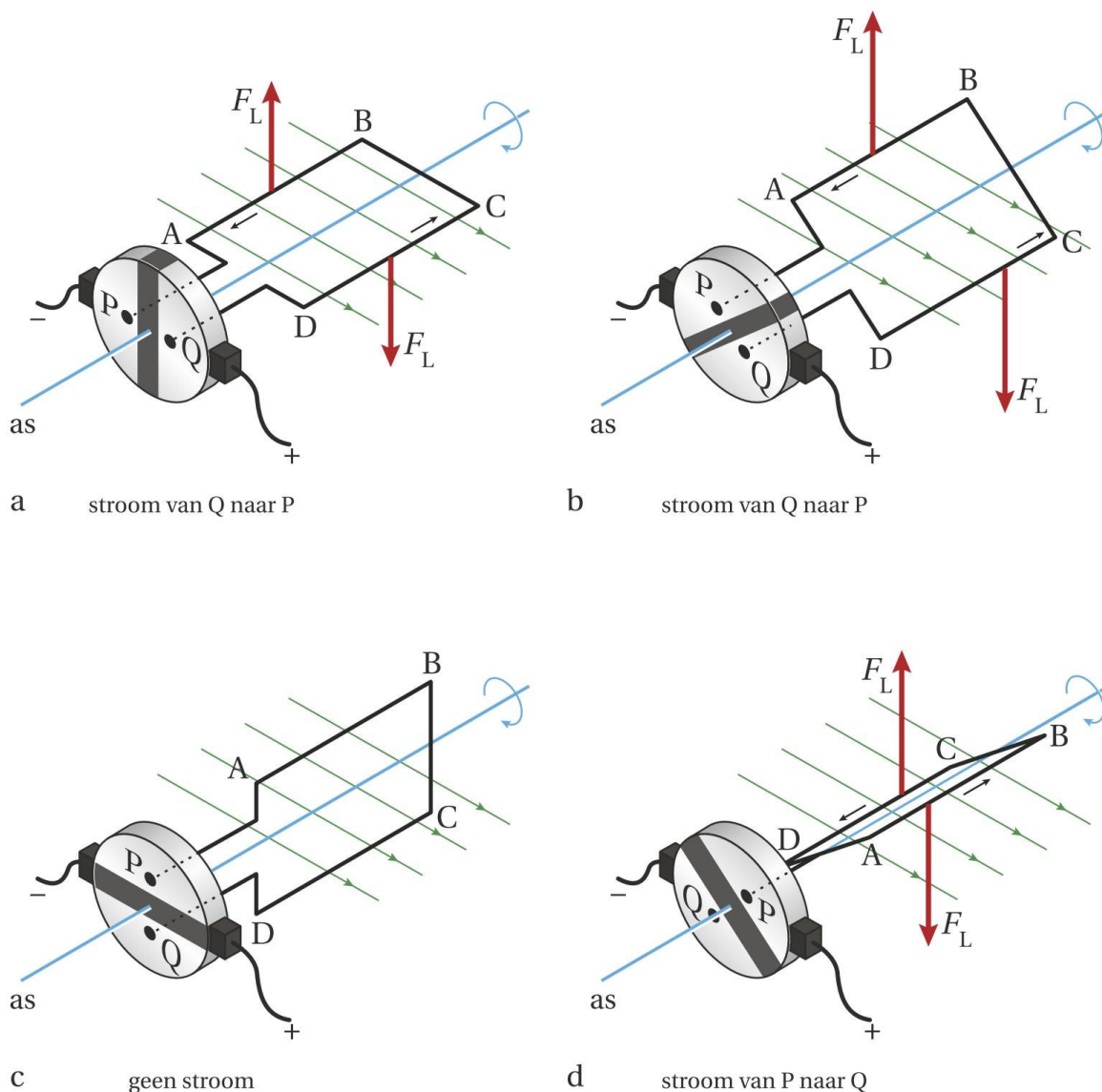


Figuur 10.78

In figuur 10.79 zie je waardoor de spoel van een elektromotor blijft draaien als de stroom is ingeschakeld. Voor een goed overzicht zijn in figuur 10.79 de externe magneten weggelaten en is slechts één winding van de spoel getekend. De collector bestaat uit twee metalen halve schijven, gescheiden door isolatiemateriaal. In figuur 10.79 zie je dat de winding is aangesloten op de collector in de punten P en Q. De collector maakt door middel van twee koolborstels contact met de plus- en de minpool van de spanningsbron. Koolborstels geleiden elektriciteit en slepen langs de draaiende collector.

In de situatie van figuur 10.79a loopt de stroom van Q naar P. Op zijde AB en zijde CD werkt dan een lorentzkracht. De lorentzkracht op AB is even groot als de lorentzkracht op CD, maar tegengesteld gericht. Daardoor gaat de winding draaien. Deze draaiing gaat door totdat de winding verticaal staat, zoals in figuur 10.79c. Op dat moment maakt de collector geen contact meer met de spanningsbron: de isolerende laag tussen P en Q geleidt geen stroom. De situatie in figuur 10.79c is de stand waarbij er geen stroom door de winding loopt en de lorentzkrachten wegvallen. Doordat de winding een draaisnelheid heeft, staat hij niet stil, maar draait nog een stukje verder.

Zodra dat punt gepasseerd is, maakt P contact met de pluspool van de spanningsbron en Q met de minpool, zoals in figuur 10.79d. De stroom loopt nu andersom: van P naar Q. Daardoor zijn de lorentzkrachten op AB en CD omgekeerd van richting en de winding draait verder. Staat de winding weer verticaal, dan verandert de stroom weer van richting, zodat de draaiing doorgaat.



Figuur 10.79

Voorbeeld 14 Elektromotor

In figuur 10.79a loopt er ook stroom door de zijden AD en BC van de winding.

a Leg uit waardoor in die situatie de lorentzkrachten op de zijden AD en BC 0 N zijn.

In figuur 10.79b zijn de lorentzkrachten op de zijden AD en BC groter dan 0 N.

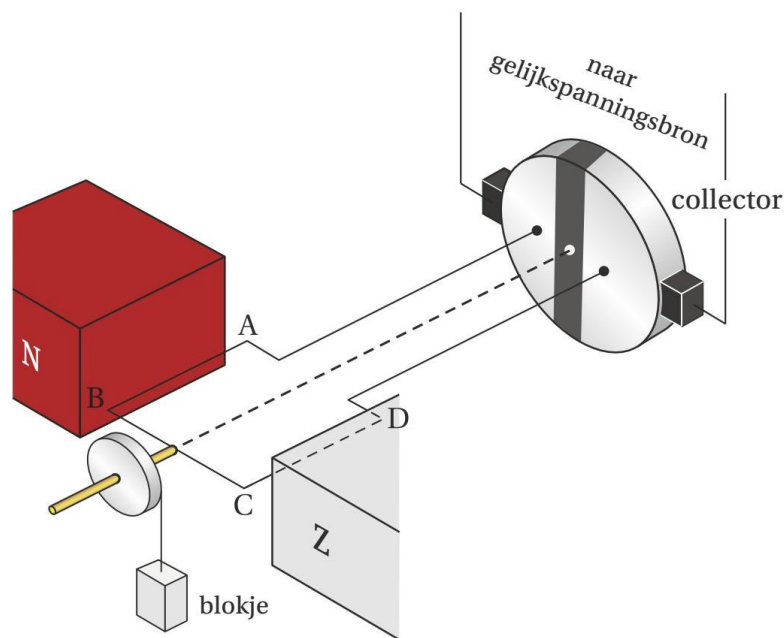
b Leg uit waardoor de lorentzkrachten op AD en BC van de winding toch geen invloed hebben op de beweging van de winding.

Uitwerking

- a De lorentzkracht staat loodrecht op het vlak gevormd door de richting waarin geladen deeltjes bewegen en de richting van het magnetisch veld. In figuur 10.79a loopt de stroom door AD (en door BC) evenwijdig aan de richting van het magnetisch veld. Er is dus geen vlak en dus werkt er geen lorentzkracht op zijde AD (en op zijde BC).
- b De richting van de lorentzkracht hangt af van de richting van het magnetisch veld en de richting van de stroom. De stroom in zijde AD heeft een tegengestelde richting ten opzichte van de stroom in zijde BC. Het magnetisch veld heeft bij zijde AD en zijde BC dezelfde richting. De richtingen van de lorentzkrachten op AD en op BC zijn dus tegengesteld en liggen op dezelfde werklijn. De lorentzkrachten zijn even groot en werken elkaar tegen. De resulterende kracht van die twee krachten is dan 0 N. Dus de lorentzkrachten op de zijden AD en BC hebben geen invloed op de beweging van de winding.

Opgaven

- 31 Figuur 10.80 is een sterk vereenvoudigde tekening van een elektromotor. Tussen de noordpool en de zuidpool is een homogeen magneetveld aanwezig. Met de enkele winding ABCD is de spoel schematisch aangegeven. In werkelijkheid heeft de spoel 50 windingen. Doordat er een gelijkspanning op de collector staat draait de elektromotor. De draairichting is zodanig dat het blokje omhoog gehesen wordt.
- a Loopt de stroom in de richting ABCD of in de richting DCBA? Licht je antwoord toe.



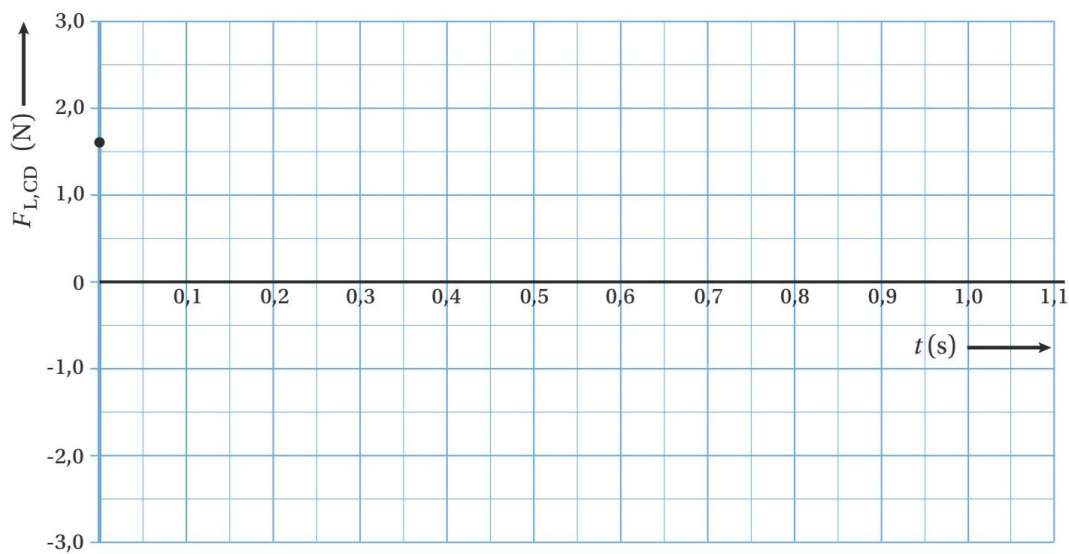
Figuur 10.80

Bij een bepaalde stroomsterkte door de spoel van de elektromotor is de lorentzkracht op de zijde CD van de spoel in de getekende stand gelijk aan 1,6 N. Zijde CD is 3,8 cm lang en zijde BC is 3,0 cm. De grootte van de magnetische inductie is 0,27 T.

b Bereken de grootte van de stroomsterkte door de spoel.

Tijdens het ophijsen is de draaisnelheid van de spoel constant. De omwentelingstijd is 1,0 s. Figuur 10.81 is een diagram voor de grafiek van de lorentzkracht op zijde CD als functie van de tijd. Het tijdstip waarop de spoel zich in de situatie bevindt die in figuur 10.80 is getekend, noem je $t = 0$ s. De lorentzkracht is op dat moment 1,6 N en is in figuur 10.81 aangegeven met de stip op de verticale as.

c Teken in figuur 10.81 de grafiek van de lorentzkracht op zijde CD gedurende een volledige omwenteling van de spoel. Houd hierbij ook rekening met de richting van de lorentzkracht. Laat in je tekening ook zien wanneer de collector geen contact meer heeft met de spanningsbron.



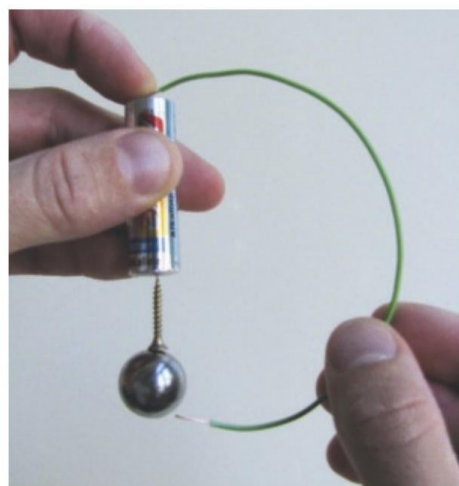
Figuur 10.81

► **hulpblad**

32 In figuur 10.82 zie je een primitieve elektromotor.

Een bolvormige magneet is via een schroef met de onderkant van een batterij verbonden. Via een snoetje loopt er stroom van de bovenkant van de batterij via de zijkant van de magneet naar de bovenkant van de magneet. De voorzijde van de magneet draait in figuur 10.82 naar rechts.

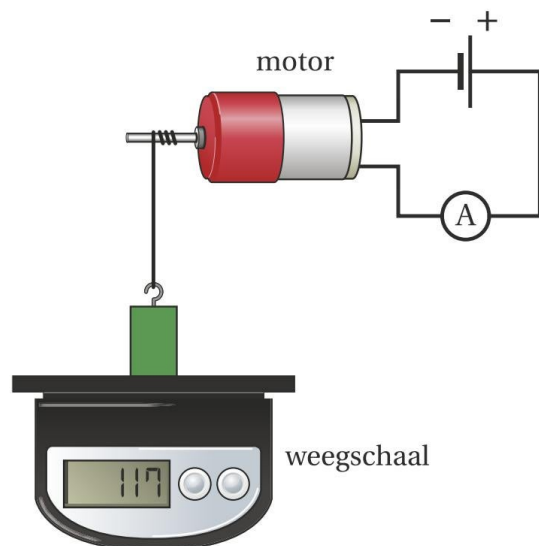
- Bevindt de noordpool van de magneet zich aan de bovenkant of aan de onderkant van de bol? Licht je antwoord toe.
- Geef twee manieren om de draairichting van deze elektromotor om te keren.



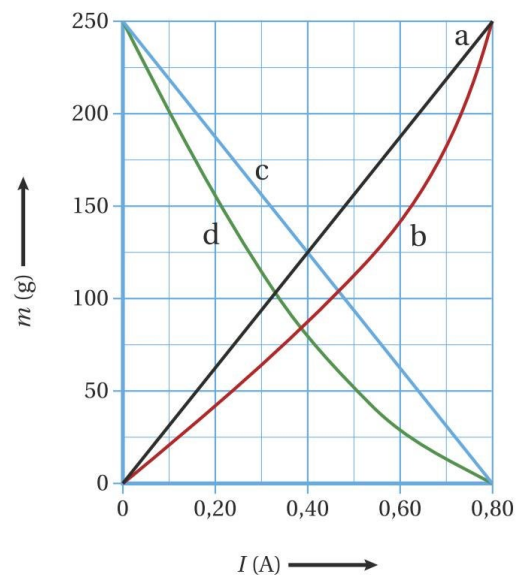
Figuur 10.82

33 Demi doet onderzoek naar een elektromotor. Ze maakt de opstelling van figuur 10.83. Een blok van 250 g is verbonden met de draaias van de elektromotor. Demi laat de stroomsterkte in stappen toenemen en leest telkens de waarde af die de weegschaal aangeeft. Bij een stroomsterkte van 0,80 A komt het blok los van de weegschaal. Van haar meetwaarden maakt Demi een (m, I) -diagram.

- Leg uit welke (m, I) -grafiek in figuur 10.84 overeenkomt met haar meting.
- Leg van de overige grafieken uit waarom die niet kloppen.



Figuur 10.83



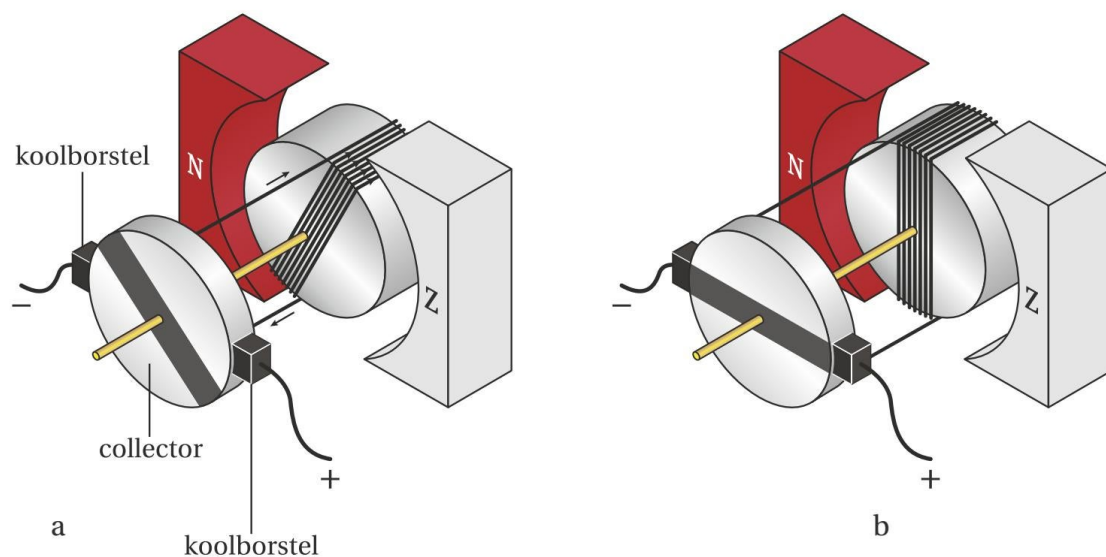
Figuur 10.84

34 Figuur 10.85a is een schematische weergave van een elektromotor.

- Bepaal de draairichting van de motoras.

In een huisinstallatie staat een wisselspanning op de aansluitpunten van een stopcontact. Dit betekent dat de aansluitpunten afwisselend veranderen van pluspool in minpool en andersom.

- Werkt de motor van figuur 10.85a ook als je hem op een wisselspanningsbron aansluit? Licht je antwoord toe.



Figuur 10.85

Schakel je de stroom uit, dan kan de spoel tot stilstand komen in de stand van figuur 10.85b. Als je daarna de stroom opnieuw inschakelt, gaat de motoras niet draaien.

c Leg dit uit.

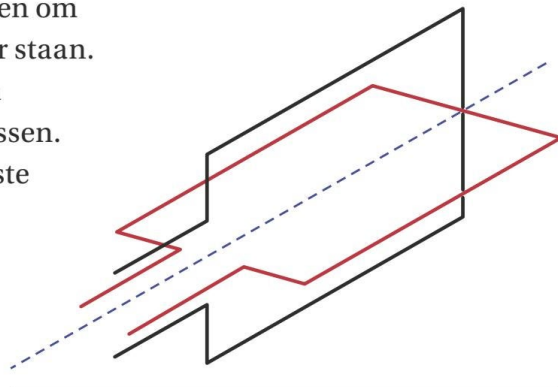
Dit probleem voorkom je als je twee spoelen om de cilinder wikkelt die loodrecht op elkaar staan.

In figuur 10.86 is dat voor twee windingen getekend. De collector moet je dan aanpassen.

d Beschrijf en/of schets hoe de aangepaste collector eruitziet.

De koolborstels zijn in de aangepaste collector breder dan een isolerende laag in de collector.

e Leg uit waarom de motoras nu altijd zal gaan draaien bij het inschakelen van de stroom.

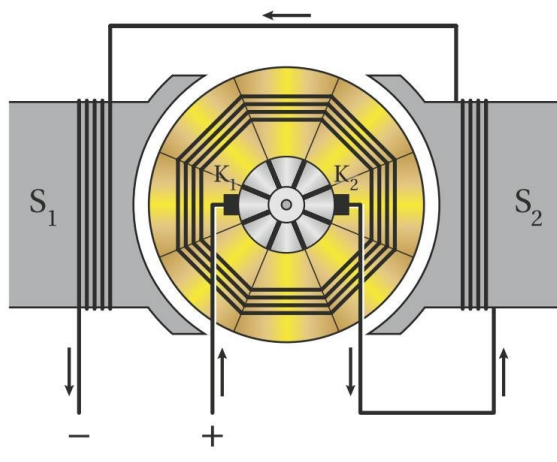


Figuur 10.86

► **hulpblad** 35 In een seriemotor zijn de permanente magneten vervangen door elektromagneten met spoelen S_1 en S_2 . Zie figuur 10.87. Bij een seriemotor gaat de stroom niet alleen door de spoelen die om de cilinder zijn gewikkeld, maar ook door de spoelen S_1 en S_2 . K_1 en K_2 zijn de koolborstels.

a Hoe kun je de draairichting van de as van een seriemotor omkeren?

b Leg uit dat deze motor ook werkt als je hem aansluit op een wisselspanningsbron.



Figuur 10.87

Buizen voeren water aan waardoor in de waterkrachtcentrale de as van een grote dynamo gaat ronddraaien. De dynamo zet die beweging om in elektrische energie. Hoe wordt bewegings-energie omgezet in elektrische energie?



Figuur 10.88

10.6 Elektromagnetische inductie

Inductiespanning

Een elektromotor zet elektriciteit om in beweging. Het omgekeerde kan ook: als je aan de as van een elektromotor draait, komt een spanning op de aansluitpunten van de elektromotor te staan. Met behulp van een spoel en een magneet wek je dan een elektrische spanning op. Die spanning heet **inductiespanning**. In de waterkrachtcentrale komt aan het einde van de buizen het stromende water tegen het schoepenrad van een turbine. Het water laat de schoepen draaien waardoor de as van een dynamo gaat draaien.

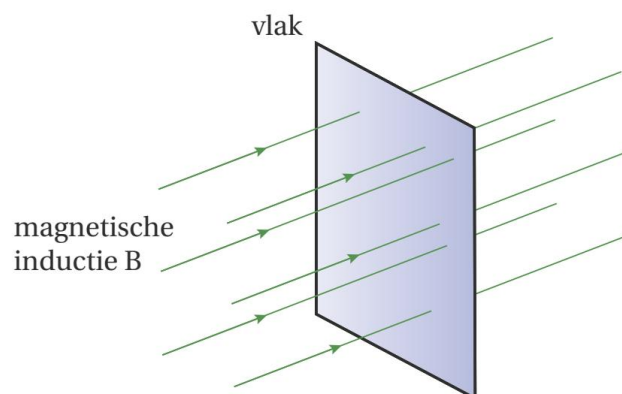
Flux

Om te beschrijven hoe een magneet een spanning kan opwekken in een spoel, heb je het begrip **flux** nodig. Het symbool van flux is Φ . Dit is de Griekse hoofdletter phi.

De eenheid van flux is weber met symbool Wb.

Je kunt je de flux voorstellen als het aantal magnetische veldlijnen dat het vlak doorsnijdt. Zie figuur 10.89.

Is de magnetische veldsterkte groot, dan teken je veel veldlijnen, is die klein, dan teken je er minder.



Figuur 10.89

De flux door een vlak is het product van de magnetische inductie B loodrecht op het vlak en de oppervlakte A van het vlak.

De flux is gedefinieerd met de formule:

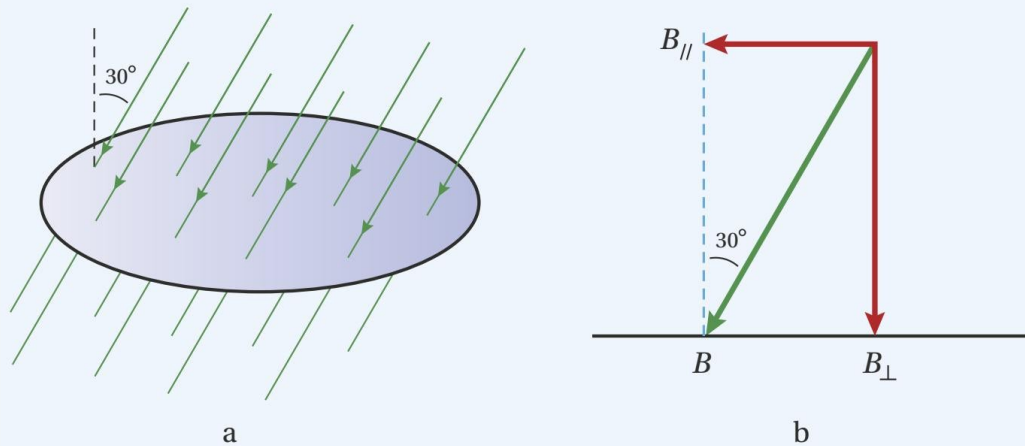
$$\Phi = B_{\perp} \cdot A$$

- Φ is de flux in Wb.
- $B_{\perp}$ is de component van de magnetische inductie loodrecht op het vlak, in T.
- A is de oppervlakte van het vlak in m^2 .

Voorbeeld 15 Rekenen aan flux

Een homogeen magnetisch veld met een sterkte van 0,044 T gaat onder een hoek van 30° door een cirkelvormig vlak. Zie figuur 10.90a. De straal van de cirkel is 12 cm.

Bereken de flux door het vlak.



Figuur 10.90

Uitwerking

$$\Phi = B_{\perp} \cdot A$$

$B_{\perp}$ volgt uit figuur 10.90b.

$$\cos(30^\circ) = \frac{B_{\perp}}{B}$$

$$B = 0,044 \text{ T}$$

$$\text{Invullen levert: } \cos(30^\circ) = \frac{B_{\perp}}{0,044} \cdot$$

$$B_{\perp} = 0,0381 \text{ T}$$

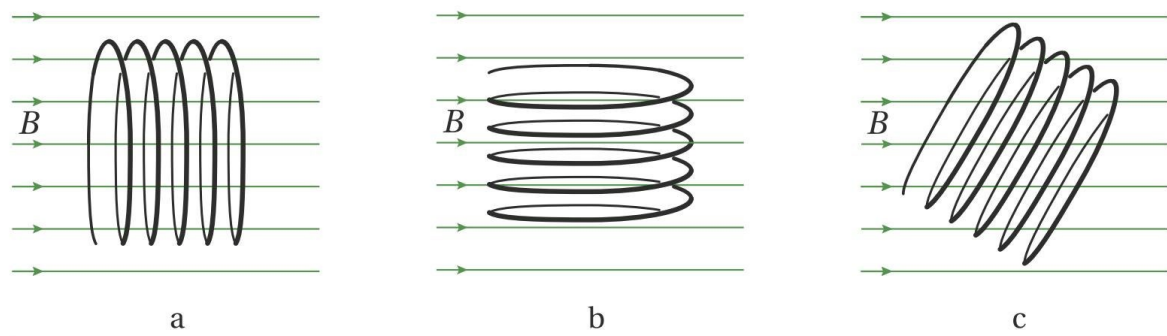
De oppervlakte van de cirkel bereken je met $A = \pi r^2$ met $r = 12 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}$.

Invullen in de formule voor flux levert:

$$\Phi = B_{\perp} \cdot A = 0,0381 \times \pi \times 0,12^2 = 1,7236 \cdot 10^{-3} \text{ Wb.}$$

Afgerond: $1,7 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$.

In figuur 10.91a zie je een spoel. De spoel bevindt zich in een homogeen magnetisch veld. De veldlijnen van het magnetisch veld wijzen door de windingen van de spoel. De flux door elke winding van de spoel is maximaal.



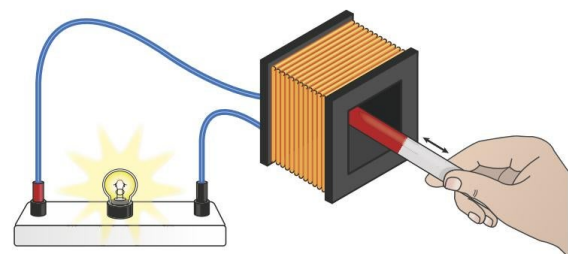
Figuur 10.91

In figuur 10.91b zie je dezelfde spoel, maar dan 90° gedraaid. De magnetische inductie B heeft geen component meer die loodrecht staat op het oppervlak van een winding. Met andere woorden: geen enkele veldlijn gaat door de windingen van de spoel. De flux door een winding van de spoel is nu gelijk aan 0 Wb.

In figuur 10.91c is de spoel 30° gedraaid in vergelijking met figuur 10.91a. De component van de magnetische inductie B loodrecht op een winding is nu kleiner dan in situatie a. De flux is nu niet zo groot als in figuur 10.91a, maar wel groter dan 0 Wb.

Fluxverandering en inductiespanning

Inductiespanning hangt samen met de verandering van de flux. In figuur 10.92 zie je een opstelling waarmee je inductiespanning kunt onderzoeken. Houd je de magneet stil, dan gebeurt er niets. Beweeg je de magneet heen en weer, dan ontstaat over de aansluitpunten van het lampje een spanning en gaat het lampje branden. De spanning ontstaat als je de flux door de windingen van de spoel verandert.



Figuur 10.92

Het lampje brandt feller als de spoel meer windingen heeft. Er zijn dan meer windingen waarin de flux verandert en dus is de inductiespanning in de spoel als geheel groter. De inductiespanning is dus recht evenredig met het aantal windingen in de spoel. In formulevorm:

$$U_{\text{ind}} \propto N$$

- U_{ind} is de inductiespanning in V.
- N is het aantal windingen van de spoel.

Ook als je de magneet sneller heen en weer beweegt, gaat het lampje feller branden. De flux verandert dan in een kortere tijd. Ook de fluxverandering per tijdseenheid is recht evenredig met de inductiespanning.

$$U_{\text{ind}} \propto \frac{d\Phi}{dt}$$

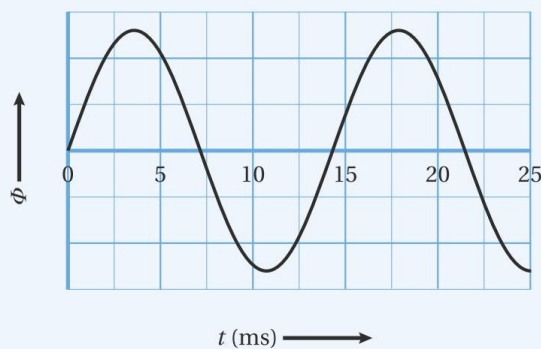
- U_{ind} is de inductiespanning in V.
- $\frac{d\Phi}{dt}$ is de fluxverandering in Wb s^{-1} .

Je kunt ook de magneet stil houden en de spoel heen en weer bewegen. Ook dan verandert de flux, ontstaat er een inductiespanning en gaat het lampje branden.

Voorbeeld 16 Fluxverandering en inductiespanning

In figuur 10.93 is het verloop van de flux door de spoel van een dynamo weergegeven.

- a Leg uit dat de inductiespanning 0 V is als de flux maximaal is.
- b Leg uit dat de inductiespanning maximaal is als de flux gelijk is aan 0 Wb.



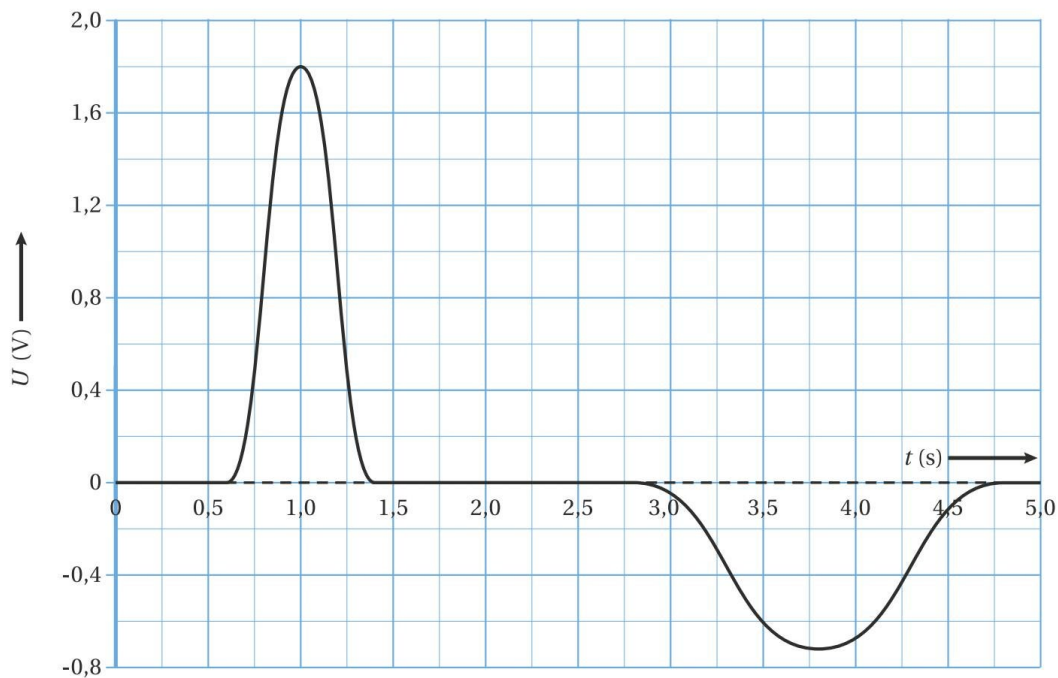
Figuur 10.93

Uitwerking

- a De inductiespanning is recht evenredig met de fluxverandering per tijdseenheid: $\frac{d\Phi}{dt}$. De grootte van $\frac{d\Phi}{dt}$ bepaal je in een (Φ, t) -diagram uit de steilheid van de raaklijn in een punt aan de grafiek. De steilheid is 0 als de raaklijn horizontaal loopt. Dat is het geval in het punt waar de flux een maximum of een minimum bereikt: op een top of in een dal van de grafiek in figuur 10.93. De inductiespanning is dan gelijk aan 0 V.
- b De inductiespanning is maximaal als de steilheid van de raaklijn maximaal is. Dat is het geval in elk punt waar de flux 0 Wb is.

(Spanning, tijd)-diagram

Tijdens het bewegen van de staaf brandt het lampje niet steeds even fel. Houd je de staaf stil in de spoel, dan brandt het lampje helemaal niet. Wil je de inductiespanning als functie van de tijd onderzoeken, dan vervang je in figuur 10.92 het lampje door een aansluiting op een computer. Je beweegt eerst de magneet snel naar de spoel toe, houdt de magneet even stil en beweegt vervolgens de magneet langzaam van de spoel af. In figuur 10.94 staat het schermbeeld van deze proef.

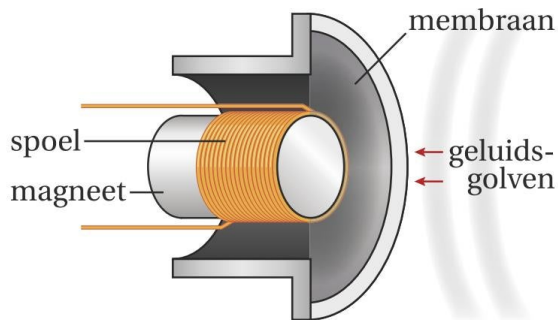


Figuur 10.94

Beweeg je de staaf niet, dan is er geen fluxverandering. De inductiespanning is dan 0 V. Een toename van de flux geeft een positieve spanning, een afname geeft een negatieve spanning. Dit heeft te maken met de richting waarin de stroom loopt. Je ziet een berg en een dal waarvan de vorm niet gelijk is. Beweeg je de magneet langzamer, dan is er gedurende langere tijd een inductiespanning, maar de maximale waarde daarvan is kleiner. Zie figuur 10.94. Vergelijk je het aantal hokjes van de berg met die van het dal, dan zie je dat de oppervlakten aan elkaar gelijk zijn.

Microfoon

Een microfoon zet geluid om in een inductiespanning. Figuur 10.95 toont een doorsnede van een microfoon. Een geluidsgolf laat het membraan aan de voorzijde van de microfoon trillen. Aan dit membraan is een erg lichte spoel bevestigd. De spoel kan vrij heen en weer bewegen over een permanente magneet.

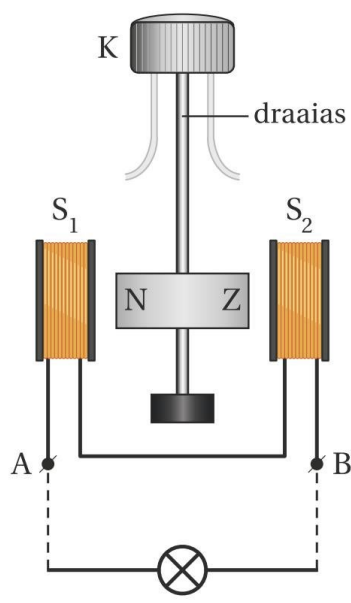


Figuur 10.95

Wanneer het membraan beweegt, dan verandert de magnetische flux door de spoel. Het gevolg is dat er een inductiespanning ontstaat die verandert met de magnetische flux. Die veranderende inductiespanning komt overeen met de veranderingen in de geluidsgolf. Het elektrische signaal uit de microfoon vormt zo een beeld van het originele geluidssignaal.

Dynamo

In een fietsdynamo bevindt zich een magneet tussen twee spoelen. Zie figuur 10.96. Als de magneet draait, dan verandert de flux door de spoelen en ontstaat een inductiespanning tussen de aansluitpunten A en B van de spoel. Een op A en B aangesloten lampje brandt dan.

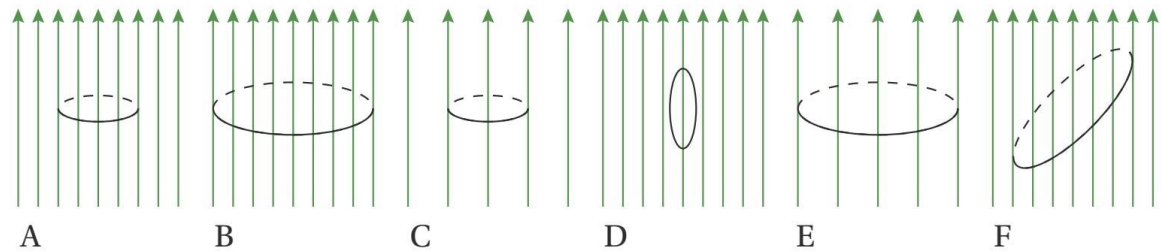


Figuur 10.96

Bij een microfoon beweegt een spoel in een magnetisch veld. Bij een dynamo beweegt een magneet tussen twee spoelen. In beide gevallen verandert de magnetische flux door de windingen van een spoel en ontstaat er een inductiespanning.

Opgaven

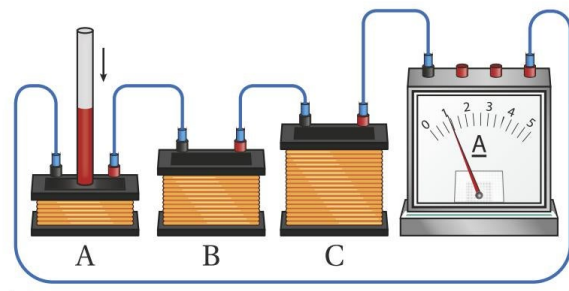
- 36 Zes metalen ringen zijn in zes homogeen magnetische velden geplaatst. Zie figuur 10.97. De oppervlakte van de ringen in de situaties B, E en F is tweemaal zo groot als de oppervlakte van de andere ringen. De magnetische inductie B is in de situaties C en E de helft van die in de andere situaties.



Figuur 10.97

- Leg uit dat de magnetische flux door de ring in situatie A gelijk is aan die in E.
- Rangschik de situaties B t/m F naar aflopende magnetische flux door de ring.

- 37 Marlou heeft drie spoelen in serie geschakeld met een stroommeter. Zie figuur 10.98. Ze beweegt een magneet achtereenvolgens in spoel A, spoel B en spoel C. In tabel 10.1 staat bij elke spoel het aantal windingen en de maximale stroomsterkte die Marlou heeft gemeten.



Figuur 10.98

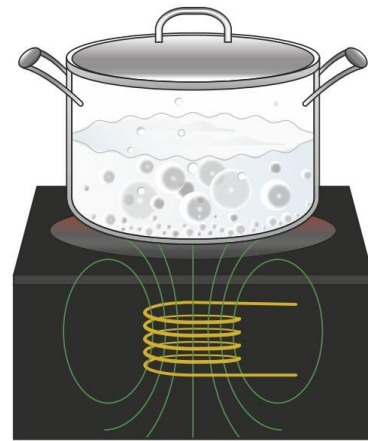
Spoel	Maximale stroomsterkte (mA)	Aantal windingen
A	1,4	1000
B	2,8	2000
C	5,3	3000

Tabel 10.1

- Waarom zijn de drie spoelen in serie aangesloten op de stroommeter? Marlou heeft de proef niet goed uitgevoerd. Zij heeft de magneet bij spoel C niet met dezelfde gemiddelde snelheid heen en weer bewogen als bij de spoelen A en B.
- Welke stroomsterkte verwacht je bij spoel C als de gemiddelde snelheid wel hetzelfde is? Licht je antwoord toe.
- Was de gemiddelde snelheid bij spoel C groter of kleiner dan bij spoelen A en B? Licht je antwoord toe.
Marlou wil een grotere stroomsterkte opwekken.
- Geef twee aanpassingen die ze kan doen om de stroomsterkte te vergroten.

- 38 In figuur 10.99 zie je een pan met kokend water op een inductiekookplaat. Door de spoel loopt een wisselstroom. Er ontstaat een inductiestroom in de bodem van de pan waardoor deze heet wordt.

- Leg uit dat er een wisselend magnetisch veld wordt opgewekt door de spoel.
- Leg uit dat een inductiestroom door de bodem van de pan gaat lopen.
- Leg uit dat inductiekoken niet mogelijk is met gelijkstroom.



Figuur 10.99

- 39 Arjen plaatst een magneet op een draaiende schijf. Naast de schijf plaatst hij een spoel waar hij een lampje op aansluit. Zie figuur 10.100. De schijf heeft een omlooptijd van 0,40 s. Arjen ziet dat het lampje knippert met een vaste frequentie.

- Bereken de frequentie waarmee het lampje knippert.

Arjen wil het lampje zo fel mogelijk laten branden.

Hij bedenkt de volgende vier verbanden tussen de inductiespanning U_{ind} , de omlooptijd T , de magnetische inductie van de magneet B en het aantal windingen van de spoel N .

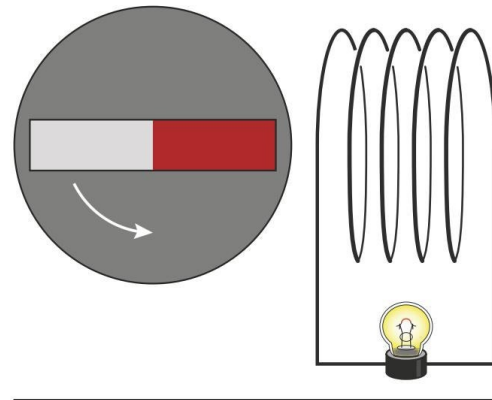
A $U_{\text{ind}} \propto B \cdot T \cdot N$

B $U_{\text{ind}} \propto \frac{B \cdot N}{T}$

C $U_{\text{ind}} \propto \frac{B \cdot T}{N}$

D $U_{\text{ind}} \propto \frac{T \cdot N}{B}$

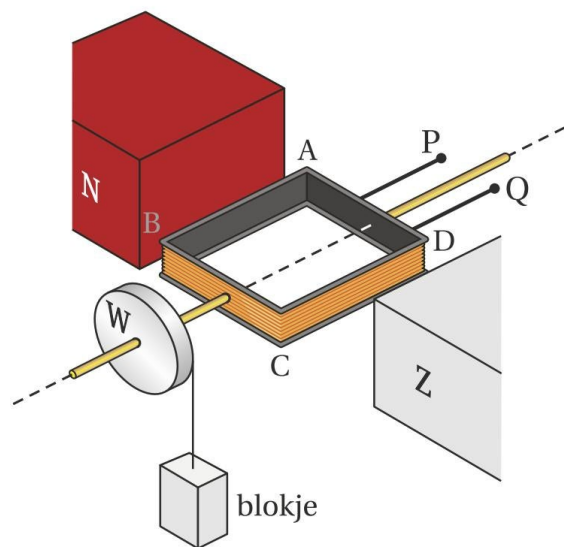
- Leg uit welk verband juist is.



Figuur 10.100

- **hulpblad** 40 In figuur 10.101 zie je een spoel die om een as kan draaien in een magnetisch veld. De magnetische inductie is 3,2 mT. Een blokje laat de as en de spoel draaien. Op $t = 0,0$ s wordt het blokje losgelaten en staat de spoel in de stand van figuur 10.101. Op $t = 0,4$ s is de spoel 30° gedraaid. De oppervlakte van de spoel is $8,0 \text{ cm}^2$.

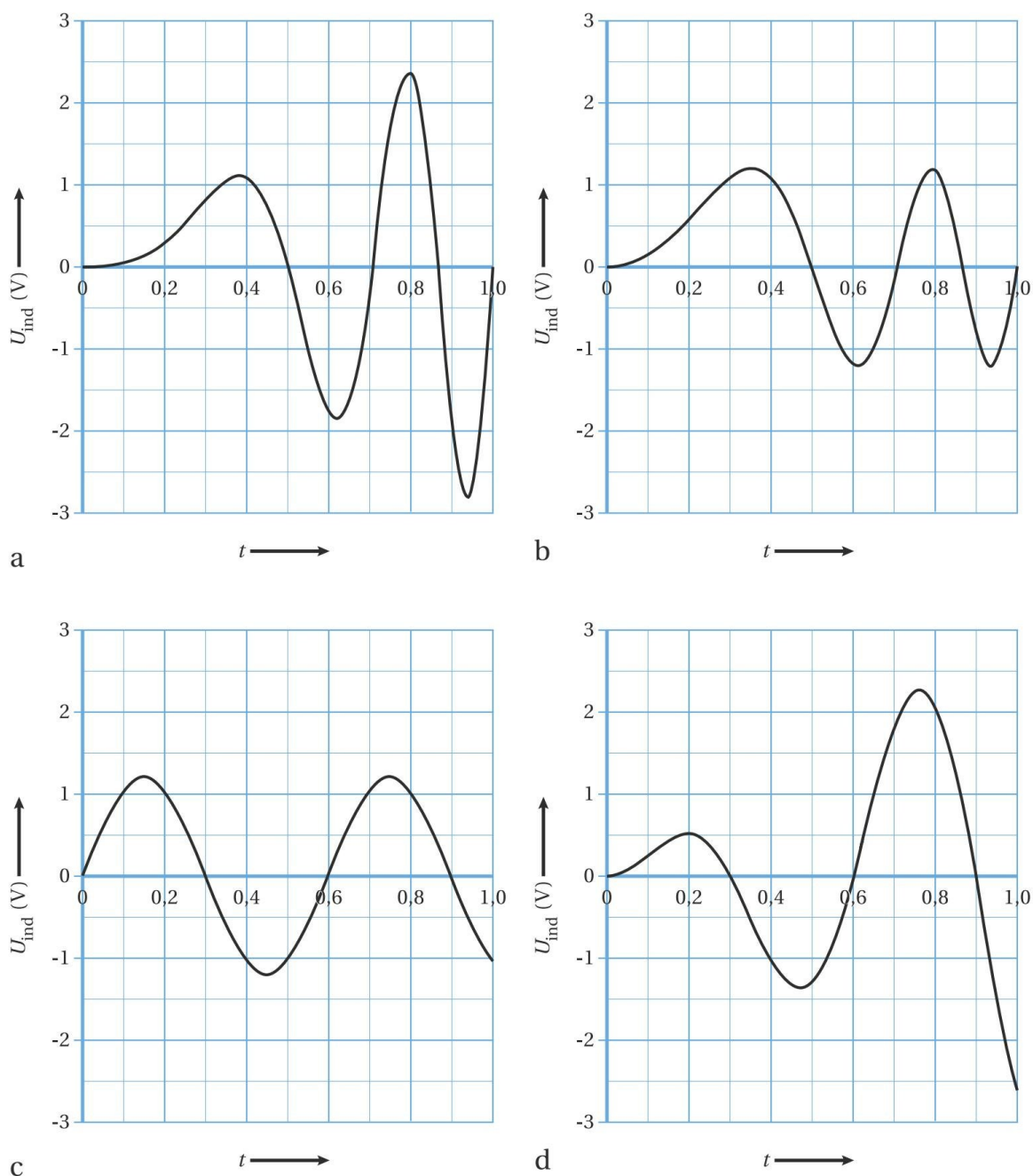
- Bereken de flux door de spoel op $t = 0,0$ s.
- Bereken de flux door de spoel op $t = 0,4$ s.
- Leg uit dat de inductiespanning over de spoel een wisselspanning is.



Figuur 10.101

In figuur 10.102 zie je vier mogelijke (inductiespanning, tijd)-diagrammen.

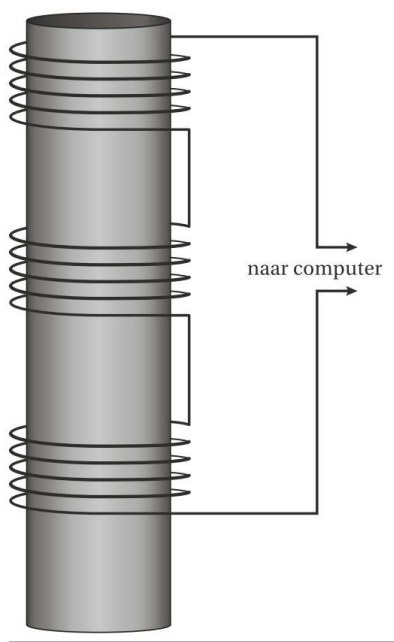
d Leg uit welk diagram overeenkomt met dit experiment.



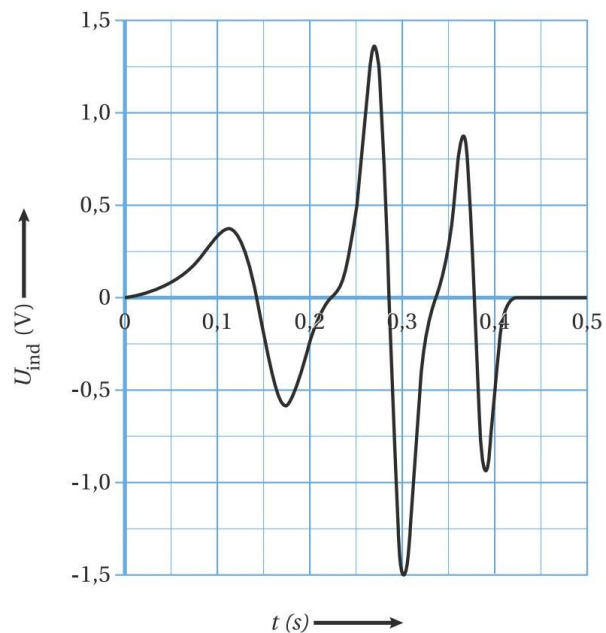
Figuur 10.102

- **hulpblad** 41 René laat een magneet door een plastic buis vallen. Om de buis zijn drie spoelen geplaatst die in serie zijn geschakeld. Zie figuur 10.103. Met behulp van een computer meet René de totale spanning die de spoelen afgeven. In figuur 10.104 staat het (inductiespanning, tijd)-diagram dat René heeft gekregen. Op $t = 0,143$ s bevindt de magneet zich midden in de eerste spoel. Op dat moment is de inductiespanning gelijk aan nul.

- a Leg uit dat de inductiespanning gelijk is aan nul als de magneet zich midden in een spoel bevindt.



Figuur 10.103



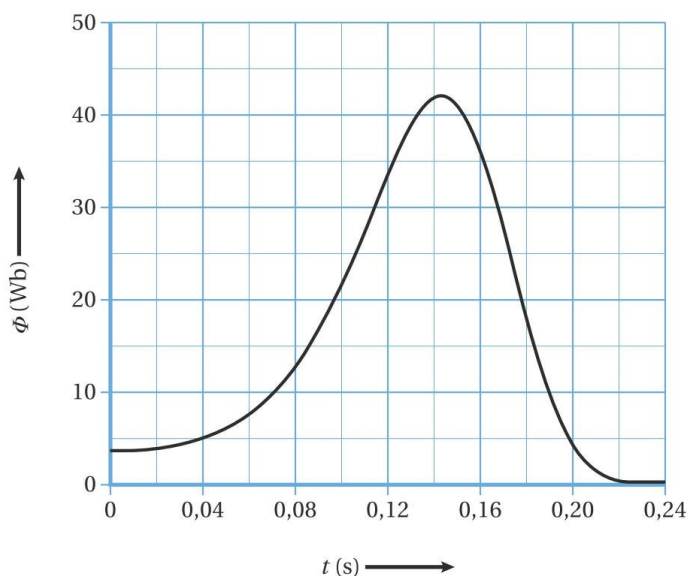
Figuur 10.104

Op $t = 0,0$ s heeft René de magneet losgelaten. De magneet maakt een vrije val. Voor de snelheid op elk tijdstip geldt: $v = g \cdot t$. De maximale inductiespanning is recht evenredig met de snelheid van de magneet. De tweede spoel heeft 600 windingen.

- b Bepaal het aantal windingen van de eerste of van de derde spoel.

De inductiespanning op $t = 0,11$ s is kleiner dan de inductiespanning op $t = 0,17$ s. De grootte van de flux door de eerste spoel als functie van de tijd zie je in figuur 10.105.

- c Leg uit dat uit figuur 10.105 blijkt dat de inductiespanning op $t = 0,11$ s kleiner is dan de inductiespanning op $t = 0,17$ s.



Figuur 10.105

10.7 Afsluiting

Samenvatting

Lading is gebonden aan deeltjes en is positief of negatief. Gelijksnamige ladingen stoten elkaar af, ongelijksnamige trekken elkaar aan.

Lading op een voorwerp toon je aan met een elektroscop.

Ondervindt een geladen deeltje in een ruimte een elektrische kracht, dan is in die ruimte een elektrisch veld aanwezig. Het elektrisch veld tussen twee evenwijdige, geladen platen is homogeen. Een losse lading en een geladen bol hebben een radiaal elektrisch veld.

Een elektrisch veld geef je weer met veldlijnen. Dit zijn denkbeeldige lijnen waarmee je de richting en de grootte van de elektrische veldsterkte vastlegt.

Een positief deeltje in een elektrisch veld ondervindt een elektrische kracht waarvan de richting overeenkomt met de richting van de raaklijn aan de veldlijn in dat punt.

De grootte van de elektrische kracht is evenredig met de lading van dat deeltje en met de sterkte van het elektrisch veld.

Voor puntvormige ladingen kun je de kracht ook berekenen met de wet van Coulomb.

Wanneer een geladen deeltje in een elektrisch veld van het ene punt naar het andere punt beweegt, veranderen de elektrische energie en de kinetische energie van dat deeltje. De verandering van de elektrische energie hangt af van de lading van het bewegende deeltje en van de elektrische spanning tussen die twee punten.

In een röntgenbuis worden elektronen versneld. Bij de botsing van de elektronen op de positieve pool ontstaat röntgenstraling.

Een lineaire versneller bestaat uit een groot aantal buizen waartussen geladen deeltjes worden versneld. Hierbij verandert een wisselspanning op het juiste moment van teken.

Een magneet heeft een noordpool en een zuidpool. Gelijksnamige polen stoten elkaar af, ongelijksnamige trekken elkaar aan.

Ondervindt een magneet in een ruimte een magnetische kracht, dan is in die ruimte een magnetisch veld aanwezig. Het magnetisch veld tussen de polen van een hoefijzermagneet is homogeen.

Ook een magnetisch veld geef je weer met veldlijnen. Dit zijn denkbeeldige lijnen waarmee je de richting en de grootte van de magnetische inductie vastlegt.

Een kompasnaald in een magnetisch veld ondervindt een krachtwerking waardoor de noordpool van de kompasnaald wijst in de richting van het magnetisch veld.

De richting van het magnetisch veld om een stroomdraad of in een stroomspoel bepaal je met de rechterhandregel.

De aarde heeft een permanent magnetisch veld. De magnetische zuidpool bevindt zich in de buurt van de geografische noordpool.

Een geladen deeltje dat in een magnetisch veld beweegt, ervaart een lorentzkracht. De richting van de lorentzkracht vind je met de FBI-regel of de linkerhandregel. Wanneer door een spoel die zich in een magnetisch veld bevindt een stroom loopt, gaat die spoel zo draaien dat de richtingen van de twee velden met elkaar overeenkomen.

In een elektromotor blijft de spoel doordraaien, doordat de collector ervoor zorgt dat de richting van de stroom op het juiste moment omkeert. Daardoor verandert de richting van de lorentzkracht en blijft de spoel verder draaien.

De magnetische flux is het product van de oppervlakte en de magnetische inductie en is een maat voor het aantal veldlijnen dat door een vlak gaat. Een verandering in flux levert een inductiespanning op. De grootte van de inductiespanning bij een spoel is recht evenredig met het aantal windingen van de spoel en recht evenredig met de grootte van de fluxverandering.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk besproken zijn, staan hieronder bij elkaar.

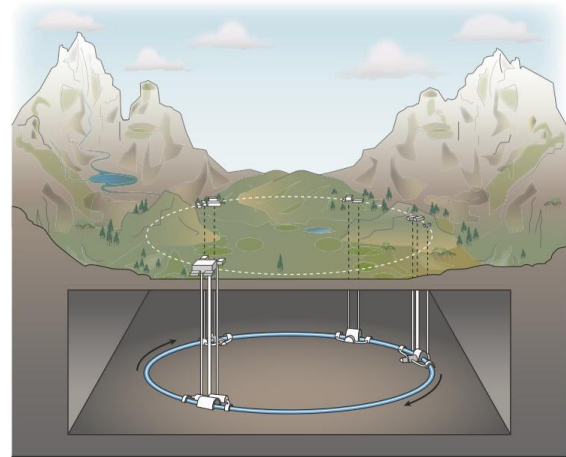
wet van Coulomb	$F_{\text{el}} = f \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2}$
elektrische veldkracht	$\vec{F}_{\text{el}} = q \cdot \vec{E}$
verandering elektrische energie	$\Delta E_{\text{el}} = q \cdot U$
verandering kinetische energie in elektrisch veld	$\Delta E_{\text{k}} = -\Delta E_{\text{el}}$
lorentzkracht op stroomvoerende draad	$F_{\text{L}} = B_{\perp} \cdot I \cdot \ell$
lorentzkracht op bewegend geladen deeltje	$F_{\text{L}} = B_{\perp} \cdot q \cdot v$
magnetische flux	$\Phi = B_{\perp} \cdot A$
inductiespanning	$U_{\text{ind}} \propto N$ $U_{\text{ind}} \propto \frac{d\Phi}{dt}$

De formules kun je terugvinden in BINAS tabel 35D2, D3 en D4.

In BINAS tabel 7A en B staan gegevens die je nodig hebt bij het oplossen van vragen in dit hoofdstuk.

Opgaven

- 42 In de buurt van Genève bevindt zich de Large Hadron Collider (LHC). Zie figuur 10.106. Deze ondergrondse deeltjesversneller is met een diameter van 8,4858 km de grootste ter wereld. De LHC bestaat uit een ondergrondse ring met daarin twee cirkelvormige buizen dicht naast elkaar. In de twee buizen gaan twee bundels protonen rond in tegengestelde richting.



Figuur 10.106

Als de protonen een energie van 7,0 TeV (tera-elektronvolt) hebben gekregen, laten wetenschappers deze protonen in een detector tegen elkaar botsen.

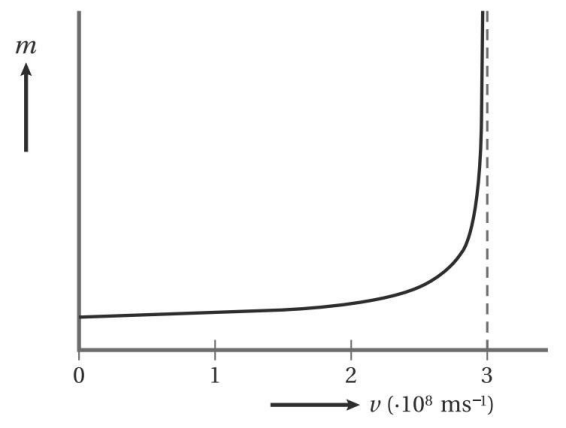
Voordat de protonen de ring van de LHC binnenkomen, worden ze eerst versneld in een lineaire versneller. Daarbij doorlopen de protonen een groot aantal keer een elektrische spanning van 5,0 kV.

- a Bereken hoe vaak de protonen deze spanning moeten doorlopen om vanuit stilstand een snelheid van $1,2 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}$ te krijgen.

Voordat de protonen in de grote ring komen, worden ze in twee bundels gesplitst. Daarna worden de protonen versneld totdat ze 11 245 maal per seconde de ring doorlopen.

- b Bereken in één significant cijfer hoeveel procent de snelheid van de protonen dan verschilt van de lichtsnelheid.

Als je de kinetische energie van 7,0 TeV omrekenet naar de snelheid van het proton, vind je een waarde die veel groter is dan de lichtsnelheid. Volgens de relativiteitstheorie is dit niet mogelijk, omdat de massa van een deeltje tot oneindig toeneemt als het deeltje de lichtsnelheid bereikt. Dit is weergegeven in figuur 10.107.



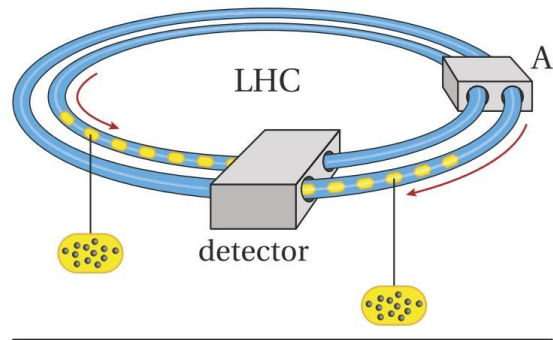
Figuur 10.107

Bij elke omwenteling neemt de kinetische energie van een proton toe.

- c Leg aan de hand van figuur 10.107 uit dat een proton nooit de lichtsnelheid bereikt, hoe groot de kinetische energie ook is.

In de ring bevinden zich twee buizen waarin de protonen in tegengestelde richting bewegen. Dit is schematisch weergegeven in figuur 10.108.

De protonen worden in de buizen in een cirkelbaan gehouden door sterke elektromagneten om de buizen. In figuur 10.108 zie je bij punt A dat de protonen in de rechter buis naar je toe bewegen en in de linker buis van je af.



Figuur 10.108

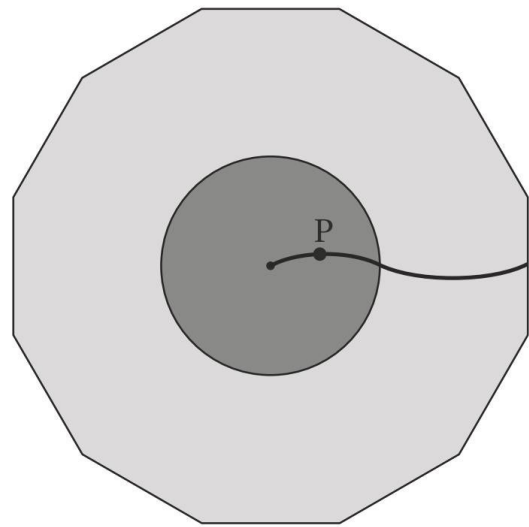
- d Bepaal de richting van het magnetisch veld in de binnenste en in de buitenste buis.

In één buis bewegen 2808 groepjes protonen. Hierdoor is in die buis de stroomsterkte gelijk aan 0,582 A.

- e Bereken hoeveel protonen er in één groepje zitten.

- **tekenblad** 43 In de LHC laten wetenschappers protonen met een zeer hoge snelheid op elkaar botsen. Daarbij ontstaan verschillende deeltjes. Op deze manier is het bestaan van het higgs-deeltje aangetoond. Het higgs-deeltje is niet rechtstreeks te detecteren. Soms valt het higgs-deeltje uiteen in twee muonen en twee antimuonen.

Een muon heeft dezelfde lading als een elektron, maar is veel zwaarder. Een antimuon is even zwaar als een muon, maar heeft een tegengestelde lading. De (anti)muonen worden waargenomen in een detector. Deze 14 m hoge cilindervormige detector bestaat uit vele lagen waarin de banen van de deeltjes worden vastgelegd.



Figuur 10.109

In figuur 10.109 is de dwarsdoorsnede van de detector getekend. De cirkel stelt een spoel voor. Daarbinnen (aangegeven met donkergrijs) heerst een homogeen magnetisch veld. Midden in deze cirkel vindt de botsing plaats. De veldlijnen in die cirkel staan loodrecht op het vlak van tekening en zijn de pagina in gericht. Ook buiten de spoel heerst een magnetisch veld (aangegeven met lichtgrijs). Je ziet de baan van een wegschietend deeltje binnen en buiten de spoel.

- a Leg uit of het deeltje een muon of een antimuon is. Teken daartoe in figuur 10.109 de richtingen van het magnetisch veld en van de lorentzkracht in punt P.

In figuur 10.110 zijn twee banen getekend van een ander wegschietend deeltje. Dit deeltje is het antideeltje van het deeltje uit vraag a en heeft dezelfde energie maar een tegengestelde beginrichting.

b Leg uit welke van de aangegeven banen de juiste is.

Voor een wegschietend deeltje geldt:

$$E = B \cdot q \cdot c \cdot r$$

- E is de totale energie van het deeltje in J.
- B is de sterkte van het magnetisch veld in T.
- q is de lading van het deeltje in C.
- c is de lichtsnelheid in m s^{-1} .
- r is de straal van de cirkelbaan van het deeltje in m.

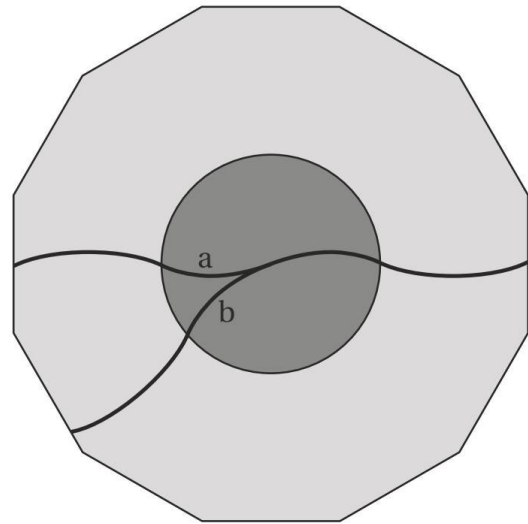
c Toon aan dat het deel van de formule links van het =-teken dezelfde eenheid heeft als het deel rechts van het =-teken.

In de figuren zie je dat buiten de spoel de straal van de cirkelbaan groter is dan binnen de spoel. Twee onderzoekers noemen hiervoor een oorzaak.

Oorzaak I: De deeltjes hebben buiten de spoel een kleinere snelheid doordat ze door botsingen met de materie van de detector zijn afgeremd.

Oorzaak II: Het magnetisch veld buiten de spoel is zwakker dan het magnetisch veld binnen de spoel.

d Leg voor beide oorzaken uit of ze de grotere straal van de cirkelbaan verklaren.



Figuur 10.110

Checklist voor begrippen en leerdoelen

Hierna vind je een overzicht van de begrippen en leerdoelen per paragraaf. Kruis de leerdoelen aan waarvan jij vindt dat je ze nu beheerst. Bij de leerdoelen die je nog niet helemaal beheerst noteer je de acties die je gaat ondernemen om het leerdoel alsnog te kunnen behalen.

Paragraaf 1 Elektrische velden

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: lading, elektroscop, elektrische kracht, wet van Coulomb, elektrisch veld, elektrische veldsterkte, elektrische veldlijn, proeflading, homogeen elektrisch veld, radiaal elektrisch veld	☐	
beschrijven wanneer ladingen elkaar aantrekken of afstoten	☐	
de vijf kenmerken van elektrische veldlijnen benoemen	☐	
benoemen dat het elektrisch veld binnen een geleider nul is als de lading in de geleider in rust is	☐	
de veldlijnen van het elektrisch veld tussen twee geladen platen en rond een geladen bol schetsen, en de kenmerken van deze velden benoemen	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de elektrische kracht die twee ladingen op elkaar uitoefenen: $F_{\text{el}} = f \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2}$	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de elektrische kracht op een geladen deeltje in een elektrisch veld: $\vec{F}_{\text{el}} = q \cdot \vec{E}$	☐	

Paragraaf 2 Elektrische energie

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: elektrische energie, röntgenbuis, lineaire versneller, elektronvolt	☐	
beschrijven hoe in een röntgenbuis röntgenstraling ontstaat	☐	
beschrijven hoe geladen deeltjes in een lineaire versneller worden versneld tot snelheden van bijna de lichtsnelheid	☐	
de kinetische of elektrische energie van een deeltje omrekenen van joule (J) naar elektronvolt (eV) en omgekeerd	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de verandering van de elektrische energie en kinetische energie van een geladen deeltje bij versnellen in een homogeen elektrisch veld: $\Delta E_k = q \cdot U$	☐	

Paragraaf 3 Elektromagnetisme

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: magnetisch veld, magnetische veldlijn, homogeen magnetisch veld, magnetische inductie, permanente magneet, elektromagnetisme, rechterhandregel (voor een stroomdraad en -spoel), elektromagneet, aardmagnetisch veld	☐	
de vijf kenmerken van magnetische veldlijnen benoemen	☐	
de veldlijnen van het aardmagnetisch veld en van het magnetisch veld van een staafmagneet schetsen	☐	
de veldlijnen van het magnetisch veld rond een stroomdraad en een stroomspoel schetsen, en met de rechterhandregel bepalen welke richting het veld (of de stroom) heeft	☐	
de notatieregels voor een stroom of een veldlijn loodrecht op het vlak van tekening benoemen en toepassen	☐	
uitleggen dat een ijzeren kern het magnetisch veld van een spoel versterkt	☐	

Paragraaf 4 Lorentzkracht

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: lorentzkracht (op een stroomdraad en een bewegend geladen deeltje), linkerhandregel (of FBI-regel), luidspreker	☐	
met de linkerhandregel bepalen welke richting de lorentzkracht op een stroomdraad in een magnetisch veld (of het veld of de stroom) heeft	☐	
uitleggen wanneer een geladen deeltje in een magnetisch veld een eenparige cirkelbeweging uitvoert, $F_{mpz} = F_L$	☐	
uitleggen waardoor de conus van een luidspreker heen en weer gaande beweging uitvoert	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de lorentzkracht op een stroomdraad en een bewegend geladen deeltje in een homogeen magnetisch veld: $F_L = B_{\perp} \cdot I \cdot \ell$ en $F_L = B_{\perp} \cdot q \cdot v$	☐	

Paragraaf 5 Elektromotor

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: elektromotor, collector	☐	

Paragraaf 6 Elektromagnetische inductie

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: inductiespanning, magnetische flux, fluxverandering	☐	
beschrijven hoe een inductiespanning over de uiteinden van een spoel kan worden opgewekt, en hoe het teken en de grootte van deze spanning te beïnvloeden zijn	☐	
beschrijven van welke factoren de inductiespanning over een spoel afhangt	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de magnetische flux en de inductiespanning: $\Phi = B_{\perp} \cdot A$, $U_{\text{ind}} \propto N$ en $U_{\text{ind}} \propto \frac{d\Phi}{dt}$	☐	

Register

A

aandrijffrequentie 89
aardmagnetisch veld 164
amplitude 65
arbeid 10

- algemene formule 11
- (F,s) -diagram 13
- resulterende kracht 21
- som van alle krachten 21
- weerstandskracht 15
- zwaartekracht 15

B

bewegingsenergie 21
blaasinstrument 117

- bespelen 112
- staande golf 118
- toonvorming 118

boventoon 115
buik 109

C

cardiogram 69
chemische energie 33
collector 186
constructieve interferentie 109

D

destructieve interferentie 109
dopplereffect 104
dynamo 197

E

echo 107
eigenfrequentie 89
eigenschappen van magnetische veldlijn 159
elektrisch veld 140

- homogeen elektrisch veld 144
- radiaal elektrisch veld 144

elektrische energie 32, 148
elektrische kracht 138

- twee ladingen 140

- lading in veld 141

elektrische veldlijn 142
elektrische veldsterkte 140
elektromagneet 164
elektromagnetische inductie 192
elektromagnetisme 160
elektromotor 185, 186
elektronvolt 152
elektroscoop 138
energie

- chemische energie 33
- elektrische energie 32
- gravitatie-energie 48
- kinetische energie 27, 86, 148
- nulpunt 47
- potentiële energie 28, 148
- stralingsenergie 30
- veerenergie 30
- warmte 31
- zwaarte-energie 29

energieverlies 88
energievormen 28
evenwichtsstand 64

F

fase 67, 75, 101

- faseverschil 79
- gereduceerde fase 67
- in fase 79
- tegenfase 79

faseverschil 79, 97
FBI-regel 170
flux 192
fluxverandering 194
frequentie 64, 96

- aandrijffrequentie 89
- eigenfrequentie 89

(F,s) -diagram 13

G

gedwongen trilling 89
geladen deeltje

- lorentzkracht 174

geluid 103

- geluidssterkte 103
- gevoeligheid voor geluid 103
- longitudinale golf 104
- toonhoogte 103
- ultrasoon geluid 103
- zuivere toon 103

geluidsbron 103

geluidssnelheid 104

geluidssterkte 103

gereduceerde fase 67

gereduceerde faseverschil 79

gevoeligheid 66

- geluid 98
- oscilloscoop 70

golf 94

- fase 101
- faseverschil 97
- frequentie 96
- in fase 101
- longitudinale golf 95, 104
- lopende golf 95
- staande golf 114, 115
- tegenfase 101
- transversale golf 95
- trillingsenergie 99
- trillingstijd 96
- verdichting 95
- verdunning 95
- voortplantingssnelheid 96

golfberg 94

golfdal 94

golflengte 96

golfsnelheid 96

grafisch model trilling 76

gravitatie-energie 48

grondtoon 115

H

harmonische trilling 76, 77

- krachtconstante 75
- massa-veersysteem 77
- maximale snelheid 87
- model 76
- resulterende kracht 75

- uitwijking 75, 77

homogeen elektrisch veld 144

homogeen magnetisch veld 159

I

inductie

- magnetische 159
- elektromagnetische 192

inductiespanning 192, 194

intensiteit 32

interferentie 107

- constructieve interferentie 109
- destructieve interferentie 109

K

kenmerken elektrische veldlijn 144

kinetische energie 21, 28, 86, 148

knoop 109

krachtconstante 75

L

lineaire versneller 150

linkerhandregel 170

longitudinale golf 95, 104

lopende golf 95

lorentzkracht 169, 171

- geladen deeltje 174
- middelpuntzoekende kracht 175
- stroomdraad 171

luidspreker 171

M

magnetisch veld 158

- eigenschappen veldlijn 159
- homogeen magnetisch veld 159
- spoel 163
- stroomdraad 161

magnetische inductie 159

magnetische veldlijn 158

massa-veersysteem 77

maximale snelheid 87

medium 98

menselijke stem 120

microfoon 70, 196

muziekinstrument 113

- bespelen van blaasinstrument 120
- bespelen van snaarinstrument 116
- blaasinstrument 117
- snaarinstrument 113
- staande golf 114, 115, 118
- toonvorming in een buis 118
- toonvorming in een snaar 115

N

notatieregels handregel 161
nulpunt van energie 47
nuttige energie 33

O

ontsnappingsnelheid 51
oscillogram 70
oscilloscoop 70

- gevoeligheid 70
- tijdbasis 70

P

periode 64
periodieke beweging 64
permanente magneet 160
potentiële energie 28, 148
proeflading 142

R

radiaal 77
radiaal veld 144
rechterhandregel 161, 163

- notatieregels 161
- spoel 163
- stroomdraad 161

rendement 34
resonantie 89
resulterende kracht harmonische trilling 75
röntgenapparaat 151
röntgenbuis 151
röntgenstraling 151

S

snaarinstrument 113

- bespelen 116
- boventoon 115
- grondtoon 115
- toonvorming 115

som van de arbeid van alle krachten 21
spanning 149
(spanning, tijd)-diagram 196
staande golf 114, 115, 118
stem 120
stemvork 90
stookwaarden 33
stralingsenergie 32
stroomdraad

- lorentzkracht 171
- magnetisch veld 161

T

tegenfase 79, 101
tekstmodel trilling 76
tijdbasis 70
toon 103

- toonhoogte 103
- zuivere toon 103

toonhoogte 103
toonvorming

- buis 118
- snaar 115

transversale golf 95
trilling 64

- energieverlies 88
- faseverschil 79
- gedwongen trilling 89
- in fase 79
- kinetische energie 86
- massa-veersysteem 77
- maximale snelheid 87
- tegenfase 79
- trillingsenergie 86, 98
- veerenergie 86

trillingsenergie 86, 98
trillingstijd 64, 78, 96

U

uitwijking 65, 75, 77

(uitwijking, tijd)-diagram 66

(U, t)-diagram

– zie (spanning, tijd)-diagram 181

(u, t)-diagram

– zie (uitwijking, tijd)-diagram 66

ultrasoon geluid 103

V

veerenergie 30, 86

veldlijn 148, 159

verdichting 95

verdunning 96

vermogen 24

voortplantingssnelheid 96

W

warmte 31

wet van arbeid en kinetische energie 22

wet van behoud van energie 40

wet van Coulomb 140

wrijvingsarbeid 15

Z

zuivere toon 103

zwaarte-energie 29

Grootheden en eenheden

Grootheid	Symbool	Eenheid	Symbool	Deel
aantal kernen	N	–	–	6v
aantal neutronen in kern	N	–	–	6v
aantal windingen in spoel	N	–	–	5v
activiteit	A	(deeltjes) per seconde, becquerel	s^{-1} , Bq	6v
afstand	$s, \Delta x$	meter	m	4v
amplitude	A	meter	m	5v
arbeid	W	joule	J	5v
atoomnummer	Z	–	–	6v
diameter	d	meter	m	4v
dichtheid	ρ	kilogram per kubieke meter	kg m^{-3}	4v
dikte	d	meter	m	4v
doorsnede	A	vierkante meter	m^2	4v
elasticiteitsmodulus	E	newton per vierkante meter	N m^{-2}	4v
elektrische veldsterkte	E	volt per meter	V m^{-1}	5v
energie	E	joule, kilowattuur, elektronvolt	J, kWh, eV	4v
equivalente dosis	H	sievert	Sv	6v
fase	φ	–	–	5v
flux	Φ	weber	Wb	5v
frequentie	f	hertz	Hz	4v
golflengte	λ	meter	m	5v
halveringsdikte	$d_1, d_{1/2}$	meter	m	6v
halveringstijd	$t_1, t_{1/2}$	seconde	s	6v
hoek	α	graad	°	4v
hoogte	h	meter	m	4v
impuls	p	kilogram meter per seconde	kg m s^{-1}	6v
intensiteit	I	(deeltjes) per vierkante meter	m^{-2}	6v
intensiteit	I	watt per vierkante meter	W m^{-2}	6v
kracht	F	newton	N	4v
lading	Q, q	coulomb	C	4v
lengte	ℓ, L	meter	m	4v
luchtweerstandscoefficiënt	C_w	–	–	4v
magnetische veldsterkte	B	tesla	T	5v
massa	m, M	kilogram, atomaire massa-eenheid	kg u	4v

Grootheid	Symbool	Eenheid	Symbool	Deel
massagetal	A	–	–	6v
omlooptijd	T	seconde	s	4v
omtrek	O	meter	m	4v
oppervlakte	A	vierkante meter	m^2	4v
plaats	x	meter	m	4v
rek	ε	–	–	4v
rendement	η	–	–	4v
schuifwrijvingscoëfficiënt	f	–	–	4v
snelheid	v	meter per seconde	m s^{-1}	4v
soortelijke warmte	c	joule per kilogram per kelvin	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	4v
soortelijke weerstand	ρ	ohm meter	Ωm	4v
spanning	U	volt	V	4v
spanning	σ	newton per vierkante meter	N m^{-2}	4v
stookwaarde	r_v, r_m	joule per kubieke meter, joule per kilogram	J m^{-3} J kg^{-1}	4v
straal	r	meter	m	4v
stralingsdosis	D	gray	Gy	6v
stralingsweegfactor	w_R	–	–	6v
stroomsterkte	I	ampère	A	4v
temperatuur	T	kelvin, graad Celcius	K, °C	4v
thermische geleidbaarheid	λ	watt per meter per kelvin	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	4v
tijd	t	seconde	s	4v
tralieconstante	d	meter	m	6v
totaal stralingsvermogen	P	watt	W	6v
trillingstijd	T	seconde	s	5v
uitwijking, uitrekking	u	meter	m	4v, 5v
valversnelling	g	meter per seconde-kwadraat	m s^{-2}	4v
veerconstante	C	newton per meter	N m^{-1}	4v
vermogen	P	watt	W	4v
verplaatsing	$s, \Delta x$	meter	m	4v
versnelling	a	meter per seconde-kwadraat	m s^{-2}	4v
volume	V	kubieke meter	m^3	4v
warmte	Q	joule	J	4v
warmtegeleidingscoëfficiënt	λ	watt per meter per kelvin	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	4v
warmtestroom	P	watt	W	4v
weerstand	R	ohm	Ω	4v

Lijst van uitkomsten

Hoofdstuk 8

- 2 a $-3,4 \cdot 10^4 \text{ J}$
b $-5,8 \cdot 10^5 \text{ J}$
d $6,1 \cdot 10^5 \text{ J}$
- 4 a situatie c
b situatie d
- 6 a $5,0 \cdot 10^{-2} \text{ J}$
b $0,20 \text{ J}$
- 7 a $-4,0 \cdot 10^2 \text{ J}$
c $4,0 \cdot 10^2 \text{ J}$
d 0 J
- 9 b $1,3 \cdot 10^5 \text{ W}$
- 10 $2,3 \text{ m}^2$
- 11 a $5,3 \cdot 10^8 \text{ J}$
- 12 $4,7 \cdot 10^3 \text{ N}$
- 13 b $4,3 \cdot 10^5 \text{ N}$
- 14 a 65 N
b 36 ms^{-1}
- 18 a van H naar O
afname $7,4 \cdot 10^3 \text{ J}$
van L naar R 0 J
van R naar H
toename $3,7 \cdot 10^3 \text{ J}$
van H naar H 0 J
b van H naar O $7,4 \cdot 10^3 \text{ J}$
van L naar R 0 J
van R naar H $-3,7 \cdot 10^3 \text{ J}$
van H naar H 0 J
- 19 c $4,3 \cdot 10^2 \text{ N}$
- 21 b $8,0 \text{ ms}^{-1}$
- 22 a $5,6 \cdot 10^3 \text{ J}$
b $1,6 \cdot 10^3 \text{ J}$
c 40 N
e $8,1 \cdot 10^3 \text{ J}$
- 23 a $1,8 \cdot 10^3 \text{ m}^3$
b $9,1\%$
c 10
- 25 a 33%
- 26 a 60 m
d ja
- 27 b $4,9 \text{ m}$
- 28 a $6,3 \cdot 10^6 \text{ J}$
c $5,1 \cdot 10^3 \text{ N}$
- 29 b $1,3 \text{ ms}^{-1}$
- 30 b ja
d $7,2 \text{ ms}^{-1}$
- 31 c i tussen hole en
hobbel
ii bij afslag
iii in hole
- 32 c $1,2 \text{ J}$
d 30 cm
- 33 a $-1,46 \cdot 10^{13} \text{ J}$
- 34 c 927 kg
- 35 a $1,119 \cdot 10^4 \text{ ms}^{-1}$
b $8,8591 \cdot 10^3 \text{ m}$
- 36 c $2,25 \cdot 10^{11} \text{ J}$
d meer
- 37 c $1 : \sqrt{2}$
- 38 a $1,035 \text{ km h}^{-1}$
d $4,8 \text{ m}^2$
- 39 a $3,4 \text{ g}$
b $1,4 \cdot 10^6 \text{ W}$
c 16%
- 7 a $1,35 \text{ s}$
b $0,675 \text{ s}$
c $0,00 \text{ s}$
 $1,35 \text{ s}$
 $2,70 \text{ s}$
- 8 a $3,90 \text{ ms}$
b $0,05 \text{ cm}$
c $0,75$
e $0,35$
- 9 a $10,9 \text{ Nm}^{-1}$
b $10,9 \text{ Nm}^{-1}$
c niet
- 10 a $u(t) = 1,0 \cdot \sin(\pi, t)$
e $2,8 \text{ s}$
- 11 b tussen $5,77 \text{ cm}$ en
 $17,77 \text{ cm}$
f $-1,50 \text{ N}$ en $+1,50 \text{ N}$
- 12 a $0,52$
b $0,50$
c $1,44$
d $0,30$
- 13 c $0,30 \text{ kg}$
e $9,2 \text{ kg s}^{-2}$
- 14 a $0,99 \text{ s}$
f $0,16 \text{ kg s}^{-1}$
- 15 b $1,9 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-1}$
c lager
- 16 b $8,4 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-1}$
c 12%
- 17 b $0,016 \text{ s}$
c $1,1 \text{ ms}^{-1}$
- 18 b $2,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
- 19 e $2,69 \text{ s}$
- 20 b $7,96 \text{ Nm}^{-1}$
e 41%
f auto A
g kleiner
- 21 c $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- 22 a transversale golf
b $0,13 \text{ Hz}$
c $1,5 \text{ ms}^{-1}$
d 12 m

Hoofdstuk 9

- 2 a ja
b ja
c 48 min^{-1}
d $1,2 \text{ mV}$
- 3 a $1,3 \text{ Hz}$
- 4 b $4,0 \text{ cm}$
c $8,00 \text{ Hz}$
d $0,20$
e $0,80$
- 5 a $0,33 \text{ Hz}$
b $2,5 \text{ ms}^{-1}$
- 6 a $4,5 \cdot 10^2 \text{ Hz}$
 $1,5 \cdot 10^2 \text{ Hz}$
b $2,0 \text{ ms/div}$
 $0,50 \text{ ms/div}$

- 23 b 2,8 km
c $2,2 \cdot 10^2$ km
d vier
- 24 a omlaag
b 1,75
d nee
e omhoog
- 25 a $7,0 \cdot 10^2$ km h⁻¹
c 8,9 m
- 26 b 26 m s^{-1}
c $4,0 \cdot 10^{-3}$ s
d 3,6
- 27 a $2,86 \cdot 10^{-3}$
c $2,5 \cdot 10^2$ m
- 28 a nadert
b 448 Hz
d $2,0 \cdot 10^2$ km h⁻¹
- 29 c lager
- 30 d 28,6 cm
e $3,4 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$
- 31 a dichterbij
c middelloodlijn
- 32 b 752 Hz
c 22,8 cm
- 33 a 20 m s^{-1}
c $3,8 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^{-1}$
- 34 a 482 Hz
b kleiner
- 35 b 0,32 s
c 0,49 m
d nee
- 36 a figuur b
b toon a1
c $18,8 \text{ m s}^{-1}$
- 37 a nee
c $3,5 \text{ m s}^{-1}$
- 38 c 43,4 cm
- 39 a 59 m s^{-1}
b lager
c $5 \cdot 10^{-2}$ s
d 0,13 s
- 40 a $3,6 \text{ cm min}^{-1}$
d $26,9 \text{ m s}^{-1}$
f terecht

Hoofdstuk 10

- 1 a $5,6 \cdot 10^{10}$
- 3 $5,6 \cdot 10^{-5}$ N
- 4 a $0,50 \text{ m s}^{-2}$
- 5 b $2,0 \text{ NC}^{-1}$
d $5,4 \cdot 10^{-5}$ m
- 6 b even groot
c kleiner
- 7 a positief
- 8 b $5,4 \cdot 10^{-3}$ N
- 9 b positief
d 1 : 3,3
- 10 b $5,9 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$
- 11 a negatief
b $1,6 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}$
- 12 a $8,4 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}$
b $3,1 \cdot 10^{18}$
c $3,9 \cdot 10^{-2}$ kg
- 14 a $2,05 \cdot 10^{-16}$ J
c $7,2 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$
- 15 a $200 \cdot 10^6$ V
c 22,5 cm
e 150 MeV
- 16 e 0,25 m
- 17 a van rechts naar links
c trekken elkaar aan
- 19 a met de wijzers mee
c $2,2 \cdot 10^{-5}$ T
- 20 b R, Q, S, P
- 21 a van Q naar P
c mee eens
- 23 b T mA^{-1}
c $3,9 \cdot 10^{-4}$ N
- 24 b pagina in
f sterker
- 25 C
- 26 a pagina in
b $2,8 \cdot 10^{-3}$ T
- 27 d groter
e kleiner
- 28 a positief
- 29 a aansluitpunt P
d $4,5 \cdot 10^{-2}$ T
- 30 a punt 2

- 31 a DCBA
b 3,1 A
- 32 a bovenkant
- 33 a grafieklijn c
- 34 a met de klok mee
b nee
- 36 b B-F-E-C-D
- 37 b 4,2 mA
c groter
- 39 a 5,0 Hz
b verband B
- 40 a 0,0 Wb
b $1,3 \cdot 10^{-6}$ Wb
d diagram a
- 41 b eerste spoel $3,8 \cdot 10^2$
derde spoel $2,7 \cdot 10^2$
- 42 a $1,5 \cdot 10^2$ keer
b $4 \cdot 10^{-3}$ %
d bovenkant pagina
e $1,15 \cdot 10^{11}$
- 43 a muon
b baan b

Illustratieverantwoording

Omslagfoto:

Getty Images / E+

Foto's:

Alamy Stock Photo: Galaxy Picture Library 94, Rod Haestier 27, tony french 68

ANP: 58

Bart van Dalen, Haarlem: 139, 159, 160, 163, 165, 179, 189

Commons Wikimedia / Dusso Janladde: 59

Getty Images / NASA: Joel Kowsky 9, Ronald Patrick 137, Stocktrek Images 19,

Krista Long 46

NASA: 154

Science Photo Library / ANP: 148

Shutterstock: 3drenderings 125, Abbitt Photography 117, Atiketta Sangasaeng 169, Ben

Houdijk 103, boyphare 138, chadin0 192, cyo bo 26, Grzegorz Czapski 185, Kaianni 117,

KAZLOVA IRYNA 64, KSL 41, Marcel Jancovic 75, Maxim Petrichuk 39, New Africa 10,

Nostalgia for Infinity 47, Petar An 158, Petr Bonek 86, Roman Belogorodov 25, Roman

Voloshyn 63, Sergei Bachlakov 113, Tono Balaguer 117, TORWAISTUDIO 28,

Vereshchagin Dmitry 90

Technische tekeningen:

© Verbaal Visuele Communicatie BV / Jeannette Steenmeijer

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 22, 23, 28, 29, 30, 31, 36, 37, 39, 40, 41, 43, 44, 45, 48, 49, 52, 53,
59, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 78, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 87, 89, 91, 92, 93, 95,
96, 97, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 108, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 118, 119, 120,
121, 122, 123, 124, 125, 126, 129, 130, 131, 139, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151,
153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 172,
174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193,
194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 204, 205, 206

