

Systematische Natuurkunde

■ VWO 4

4

VANAF
EXAMEN
MEI 2025

Naam

Klas

ThiemeMeulenhoff

Systematische Natuurkunde

■ VWO 4

Beste leerling,

Dit boek van Systematische Natuurkunde kun je samen met de digitale leeromgeving gebruiken in de les. Het is van jou persoonlijk, dus je mag er aantekeningen in maken. Na dit schooljaar mag je het boek houden. Dat is makkelijk als je volgend jaar iets wilt opzoeken, of iets moet leren voor een toets.

Wij wensen je veel succes en plezier met het vak natuurkunde.

Team Systematische Natuurkunde

COLOFON

Bureauredactie

Lineke Pijnappels, Tilburg

Beeldresearch

Verbaal Visuele Communicatie BV,
Velp

Technische illustraties

Jeannette Steenmeijer / Verbaal
Visuele Communicatie BV, Velp

Vormgeving basisontwerp

Studio Bassa, Culemborg

Vormgeving en opmaak

Crius Group

Over ThiemeMeulenhoff

ThiemeMeulenhoff ontwikkelt zich van educatieve uitgeverij tot een learning design company. We brengen content, leerontwerp en technologie samen. Met onze groeiende expertise, ervaring en leeroplossingen zijn we een partner voor scholen bij het vernieuwen en verbeteren van onderwijs. Zo kunnen we samen beter recht doen aan de verschillen tussen lerenden en scholen en ervoor zorgen dat leren steeds persoonlijker, effectiever en efficiënter wordt.

Samen leren vernieuwen.

www.thiememeulenhoff.nl

ISBN 978 90 06 37382 0

Negende druk, eerste oplage, 2022

© ThiemeMeulenhoff, Amersfoort, 2022

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16B Auteurswet 1912 j° het Besluit van 23 augustus 1985, Stbl. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie (PRO), Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp (www.stichting-pro.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet) dient men zich tot de uitgever te wenden. Voor meer informatie over het gebruik van muziek, film en het maken van kopieën in het onderwijs zie www.auteursrechtenonderwijs.nl.

De uitgever heeft ernaar gestreefd de auteursrechten te regelen volgens de wettelijke bepalingen. Degenen die desondanks menen zekere rechten te kunnen doen gelden, kunnen zich alsnog tot de uitgever wenden.

Deze uitgave is volledig CO₂-neutraal geproduceerd.

Het voor deze uitgave gebruikte papier is voorzien van het FSC®-keurmerk.

Dit betekent dat de bosbouw op een verantwoorde wijze heeft plaatsgevonden.

Systematische Natuurkunde

■ VWO 4

René de Jong
Arjan Keurentjes
John van Polen
Mark Bosman
Maarten Duijnste

Torsten van Goolen
Kees Hooyman
Koos Kortland
Michel Philippens
Hein Vink

Eindredactie
Harrie Ottink

Eindredactie Digitaal
Evert-Jan Nijhof

Inhoud

	Werken met Systematische Natuurkunde	6
1	Basisvaardigheden	9
1.1	Grootheden en eenheden	10
1.2	Werken met machten van 10	13
1.3	Werken met eenheden	18
1.4	Meetonzekerheid en significante cijfers	25
1.5	Van meting naar diagram	31
1.6	Diagrammen: van kromme naar rechte	41
1.7	Examenbepalingen	46
1.8	Afsluiting	50
	Checklist voor begrippen en leerdoelen	53
2	Beweging	57
2.1	Onderzoek naar bewegingen	58
2.2	Eenparige rechtlijnige beweging	66
2.3	Eenparig versnelde beweging	72
2.4	Beweging in het algemeen	82
2.5	Gebruik van formules en diagrammen	89
2.6	Modelleren van bewegingen	95
2.7	Afsluiting	104
	Checklist voor begrippen en leerdoelen	108
3	Krachten	111
3.1	Krachten en hun eigenschappen	112
3.2	Krachten samenstellen	122
3.3	Krachten ontbinden	129
3.4	Krachten in evenwicht	138
3.5	De eerste wet van Newton	145
3.6	De tweede wet van Newton	152
3.7	De derde wet van Newton	159
3.8	Een beweging modelleren met krachten	167
3.9	Afsluiting	176
	Checklist voor begrippen en leerdoelen	181

4	Eigenschappen van stoffen en materialen	185
4.1	Het molecuulmodel	186
4.2	Transport van warmte	195
4.3	Soortelijke warmte	202
4.4	Algemene gaswet	207
4.5	Uitzetten en uitrekken	219
4.6	Afsluiting	228
	Checklist voor begrippen en leerdoelen	232
5	Elektrische systemen	235
5.1	Elektrische stroom en spanning	236
5.2	Weerstand en de wet van Ohm	244
5.3	Serie- en parallelschakelingen	250
5.4	Gemengde schakelingen	260
5.5	Elektrische componenten	265
5.6	Energie in huis	273
5.7	De huisinstallatie	284
5.8	Afsluiting	290
	Checklist voor begrippen en leerdoelen	295
6	Onderzoeken en ontwerpen	299
6.1	Natuurkundige vragen	300
6.2	Onderzoeken	306
6.3	Ontwerpen	313
6.4	Afsluiting	319
	Checklist voor begrippen en leerdoelen	324
7	Cirkelbewegingen	325
7.1	Eenparige cirkelbeweging	326
7.2	Middelpuntzoekende kracht	330
7.3	Gravitatiekracht	335
7.4	Model van de beweging van planeten en satellieten	340
7.5	Afsluiting	346
	Checklist voor begrippen en leerdoelen	350
	Register	352
	Grootheden en eenheden	359
	Lijst van uitkomsten	361

Werken met Systematische natuurkunde

Je gaat aan de slag met Systematische natuurkunde. Bij deze methode werk je met je leerboek en online. Alle leerstof die je nodig hebt voor het eindexamen vind je in de leerboeken. Soms staat informatie of een opdracht online. In de kantlijn staat dan een icoon.

Theorie en opgaven

Elk paragraaf begint met een korte introductie en een vraag. Zo krijg je een eerste indruk van het doel van de paragraaf.

Bij natuurkundig onderzoek doe je metingen. Vaak zoek je naar een verband tussen twee grootheden. Je noteert de metingen in een tabel. Vervolgens zet je die metingen uit in een diagram. Aan welke eisen moeten tabellen en diagrammen voldoen?



De tekst is verdeeld in subparagrafen. Belangrijke **begrippen** herken je aan een **blauwe kleur**. In de **checklist** aan het einde van een hoofdstuk staan deze begrippen en de **leerdoelen** per paragraaf bij elkaar. Achterin het boek staat het **register**. Daarmee zie je je snel op welke pagina's een begrip is besproken.

Het verband tussen afstand, **snelheid** en tijd vind

$$s = v \cdot t$$

- s is de afstand in m.
- v is de snelheid in m s^{-1} .

De **formules** die je moet kennen en kunnen gebruiken, hebben een gele achtergrondkleur. De legenda geeft de betekenis van elk symbool.

De **voorbeelden** inclusief uitwerking hebben een blauwe achtergrondkleur. Als je alle voorbeelden hebt bestudeerd heb je een goede basis voor het maken van de opgaven aan het einde van de paragraaf. .

Voorbeeld 2 Rekenen aan het spoor van een bus
Zie figuur 2.3. Tijdens de videometing zijn twee foto's gemaakt.
De bus vertrekt op $t = 0$ s.
Bepaal hoeveel meter de bus na 4,0 s heeft afgelegd.

Uitwerking

nauwkeurigheid van de uitkomst hangt af van de nauwkeurigheid van de meetwaarden. Bij de berekening gebruik je de volgende regels:

- Bij vermenigvuldigen en delen krijg je de meetwaarde met de minste **significante cijfers**.
- Bij optellen en aftrekken krijg je de meetwaarde met de minste **cijfer**.

Opsommingen met blokjes zijn belangrijke onderdelen van de theorie die je goed moet onthouden of kunnen toepassen. Hier wordt bijvoorbeeld beschreven hoe je een probleem het best kunt aanpakken.

Aan het eind van een paragraaf vind je een aantal **opgaven**.
Achterin dit boek staat een **lijst met uitkomsten**. Hiermee kun je controleren of je een vraag goed hebt beantwoord.

Wil je de **volledige uitwerking** van een vraag inzien, dan kun je die krijgen van je docent.

Lijst van uitkomsten

Hoofdstuk 1

- 2 a $h = 400 \text{ km}$
 $\ell = 109 \text{ m}$
 $m = 391 \text{ ton}$
 $v = 7,7 \text{ km/s}$
 $t = 90 \text{ minuten}$
 $V = 388 \text{ m}^3$
 $P = 84 \text{ kW}$
 b lengte

- 11 a $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$
 b $2,9 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
 13 a $0,343 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$
 b $3,43 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$
 c $1,23 \cdot 10^3 \text{ km h}^{-1}$
 14 $0,42 \text{ N}$
 15 Iris, Jeroen, Ricardo
 16 $[c] = \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = \text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
 17 a $1,6 \text{ g}$
 b kg m^{-3}

Afsluiting

De **Afsluiting** is de laatste paragraaf van elk hoofdstuk.
De afsluiting begint met een **samenvatting** van de theorie.

1.8 Afsluiting

Samenvatting

Een grootte is een eigenschap die je kunt meten. Je drukt de grootte uit in een getal en een eenheid. De grootheden en bijbehorende eenheden zijn vastgelegd in het SI. Een eenheid van een grootte kun je afleiden uit een formule waarin deze

Verder vind je in de Afsluiting een lijst met alle **formules** die in het hoofdstuk zijn besproken.

Daaronder staat een overzicht van de **BINAS-tabellen** die van belang zijn bij de theorie van het hoofdstuk.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk besproken zijn, staan hieronder bij elkaar.

snelheid	$s = v \cdot t$
dichtheid	$\rho = \frac{m}{V}$
diameter cirkel	$d = 2r$

De **opgaven** in de afsluiting gaan vaak over meerdere hoofdstukken en zijn op examenniveau.

Opgaven

- 41 Je hebt twee voltmeters. Elke meter heeft een maximaal meetbereik van 200 V. Op voltmeter 1 staat de meetonzekerheid '3% full scale'. Dit betekent dat de meetonzekerheid bij elke meting 3% van 200 V is.
Op voltmeter 2 staat dat de meetonzekerheid '5% reading' is. Dit betekent dat de meetonzekerheid gelijk is aan 5% van de afgelezen waarde.

Aan het einde van de afsluiting vind je per paragraaf een **checklist** van de begrippen en leerdoelen. De leerdoelen geven je een kort overzicht van wat je moet kennen en kunnen voor het eindexamen.

Checklist voor begrippen en leerdoelen

Hierna vind je een overzicht van de begrippen en leerdoelen per paragraaf. Ga voor jezelf na of je ze beheerst. Geef aan met welke leerdoelen je nog moeite hebt en wat je hiermee gaat doen.

Paragraaf 1 Grootheden en eenheden

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: kwalitatieve waarneming, kwantitatieve waarneming,	○	

Iconen in de kantlijn

De iconen in de kantlijn hebben de volgende betekenis:

 **Start**
Maak de startvragen

Als je  in de kantlijn ziet, weet je dat er **digitale opdrachten** zijn die je (aanvullend) kunt maken. Na het maken krijg je direct feedback.

Er zijn vier soorten opdrachten:

- Start aan het begin van een paragraaf
- Oefenen A na de helft van de paragrafen
- Oefenen B na de laatste paragraaf
- Zelftoets digitaal over het hele hoofdstuk

► **applet**
Significante
cijfers

Staat het icoon **applet** in de kantlijn, dan kun je digitaal een experiment nabootsen of oefenen met een specifiek onderwerp. Eventuele opdrachten krijg je van je docent.

► **practicum**
Dichtheid van
vurenhout

Staat het icoon **practicum** in de kantlijn, dan is op de docentensite een practicum beschikbaar. Je docent bepaalt wanneer en op welke manier je een practicum aangeboden krijgt.

► **tekenblad**

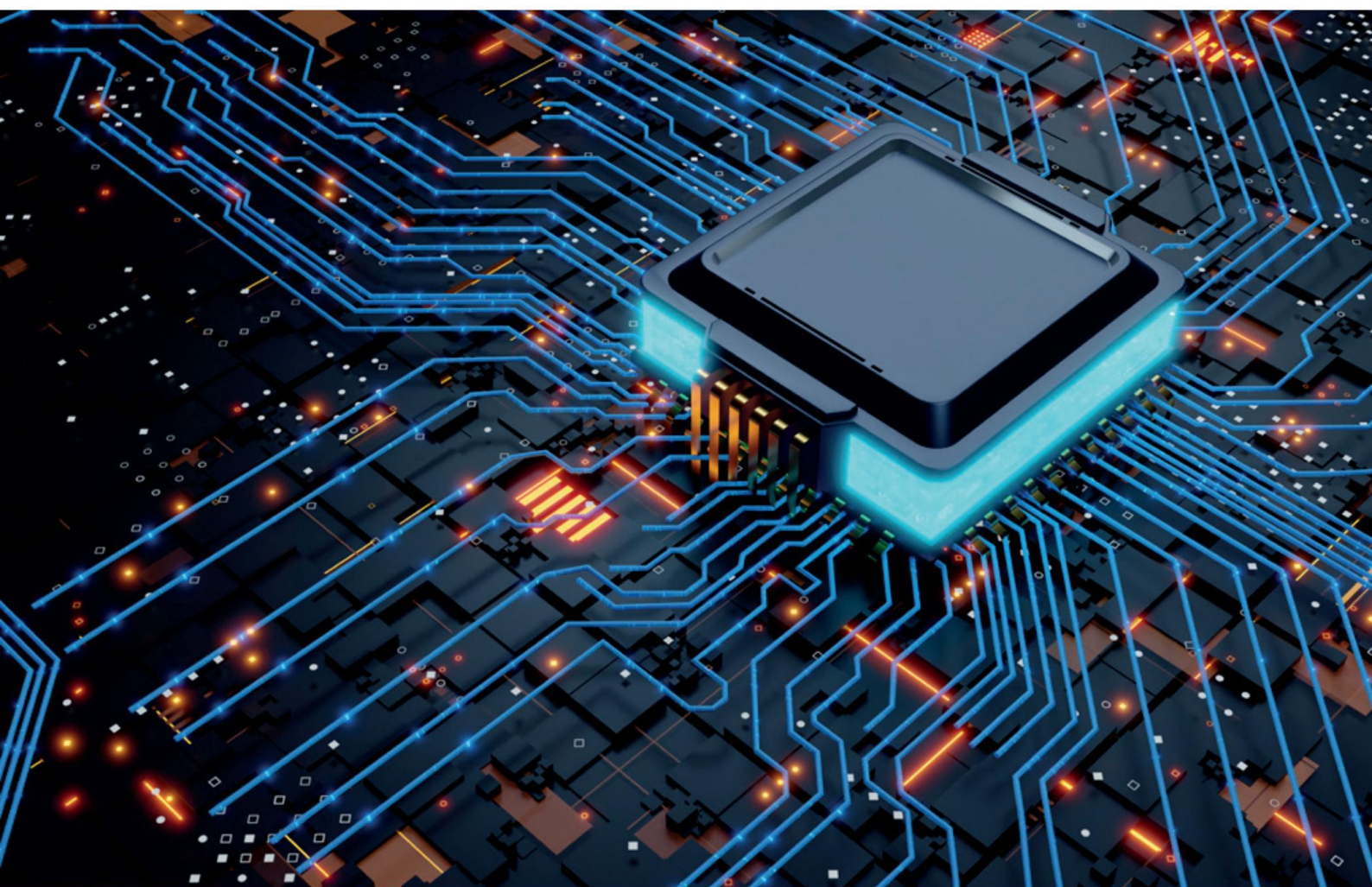
Bij sommige opgaven staat het icoon **tekenblad**. Dan moet er getekend worden in een figuur in het boek. De originele tekenbladen vind je in je eigen digitale omgeving, zodat je een tekenopdracht ook hierop kunt maken.

► **hulpblad**

Bij sommige vragen is een **hulpblad** beschikbaar. Op dit hulpblad wordt in stappen duidelijk gemaakt hoe je een vraag kunt beantwoorden. Een hulpblad krijg je van je docent.

1

Basisvaardigheden



Voordat je een draadje kunt vastmaken op een chip, moet je veel onderzoek doen. De resultaten gaan de hele wereld over. Daarom zijn er allerlei afspraken hoe je meetresultaten weergeeft. Daarbij gaat het niet alleen om grootheden en eenheden maar ook om tabellen en diagrammen. Ook de nauwkeurigheid van een meetresultaat is van belang. In dit hoofdstuk staan de belangrijkste afspraken.

De prijzen van deze tomaten kun je niet zomaar vergelijken, omdat de hoeveelheid niet steeds gelijk is. Om resultaten in de wetenschap met elkaar te kunnen vergelijken, gebruikt iedereen hetzelfde stelsel van eenheden. Welk stelsel is dat?



Figuur 1.1

1.1 Grootheden en eenheden

Kwalitatieve en kwantitatieve waarnemingen

Kijk je in de klas om je heen, dan zie je dat niet iedereen even lang is. Je vergelijkt dan lengten met elkaar zonder ze te meten. Zo'n waarneming noem je een **kwalitatieve waarneming**. Meet je met een meetlint hoe lang iemand is, dan doe je een **kwantitatieve waarneming**.

Grootheid en eenheid

Een eigenschap die je kunt meten, noem je een **grootheid**. Lengte kun je meten. Daarom is lengte een grootheid. Andere voorbeelden van grootheden zijn tijd, temperatuur, snelheid en kracht.

Esther en Patrick meten ieder de lengte van negen leerlingen. De resultaten staan in tabel 1.1.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Gemiddelde lengte
Esther	175	180	172	165	192	183	177	188	189	180
Patrick	1,79	1,82	1,64	1,86	1,84	1,89	1,95	1,71	1,61	1,79

Tabel 1.1

In de tabel ontbreekt de **eenheid**. Daardoor lijkt het alsof Esther en Patrick verschillende dingen hebben gemeten.

Doe je een meting, dan moet je behalve de grootheid ook de eenheid vermelden. Zonder eenheid is een meting onvolledig. Elke meting van een grootheid druk je dus

uit in een getal en een eenheid. In tabel 1.1 heeft Esther de eenheid cm gebruikt. De gemiddelde lengte die Esther heeft gemeten is 180 keer 1 cm. Je noteert $\ell = 180 \text{ cm}$. Er geldt dus:

$$\text{grootheid} = \text{getal} \times \text{eenheid}$$

In boeken worden de symbolen van grootheden weergegeven met *cursieve* letters en de symbolen van eenheden met rechtopstaande letters. De Griekse letter pi komt je tegen in formules over de omtrek en oppervlakte van een cirkel. Omdat π een getal is, wordt het met een rechtopstaand symbool weergegeven.

Het internationale eenhedenstelsel

Internationaal zijn afspraken gemaakt over de eenheid waarin je een grootheid noteert. Deze afspraken zijn vastgelegd in het **internationale eenhedenstelsel**, het *Système International d'Unités*, kortweg **SI**. Er zijn zeven **basisgrootheden** met bijbehorende **basiseenheden**. Zie tabel 1.2.

Basisgrootheid	Symbool	Basiseenheid	Symbool
lengte	ℓ	meter	m
massa	m	kilogram	kg
tijd	t	seconde	s
stroomsterkte	I	ampère	A
temperatuur	T	kelvin	K
lichtsterkte	I	candela	cd
hoeveelheid stof	n	mol	mol

Tabel 1.2

Tabel 1.2 vind je ook in BINAS tabel 3A. In tabel 3B staan de definities van de basiseenheden. De waarde van het kilogram is in 1889 bepaald met een cilinder van een platina-iridiumlegering, bewaard in het Bureau International des Poids et Mesures te Sèvres. Zie figuur 1.2. De definities van andere basiseenheden zijn moeilijk te begrijpen. Zij hangen samen met bijzondere meettechnieken. Uit de definities van radiaal en steradiaal blijkt dat je de grootte van een hoek kunt bepalen met behulp van de lengte van de straal. Daardoor zijn vlakke hoek en ruimtehoek geen basisgrootheden.



Figuur 1.2

Grootheden die geen basisgrootheden zijn, noem je **afgeleide grootheden**. De bijbehorende eenheid heet een **afgeleide eenheid**. Een afgeleide eenheid kun je uitdrukken in de basiseenheden. Zie tabel 1.3.

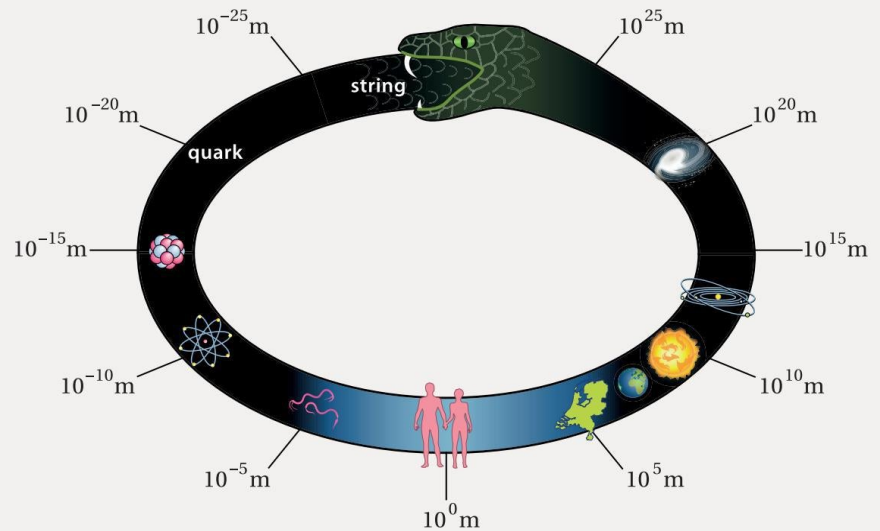
Afgeleide grootheid	Symbool	Afgeleide eenheid	Symbool
oppervlakte	A	vierkante meter	m^2
volume	V	kubieke meter	m^3
dichtheid	ρ	kilogram per kubieke meter	kg/m^3
snelheid	v	meter per seconde	m/s

Tabel 1.3

Opgaven

- In een klaslokaal zijn 25 leerlingen aanwezig, onder wie 11 jongens. De 11 jongens zijn over het algemeen groter en zwaarder dan de 14 meisjes. De gemiddelde leeftijd van de leerlingen is 15 jaar en 8 maanden.
 - Welke waarnemingen zijn kwantitatief?
 - Welke waarnemingen zijn kwalitatief?
- In onderstaande tekst staat zeven keer een grootheid met een meetwaarde. Om de aarde cirkelt op een hoogte van 400 kilometer een internationaal ruimteschip. Dit ruimteschip heeft een lengte van 109 meter en weegt 391 ton. De gemiddelde snelheid van het ruimteschip is 7,7 kilometer per seconde. Hierdoor draait het ruimteschip iedere 90 minuten één keer om de aarde. De astronauten leven in een ruimte met een volume van 388 kubieke meter. De elektrische energie komt van zonnepanelen, die maximaal een vermogen van 84 kilowatt opwekken.
 - Schrijf elke grootheid en de erbij behorende meetwaarde en eenheid in symbolen. Gebruik eventueel BINAS tabel 4.
 - Welke van de zeven gebruikte eenheden zijn basiseenheden?
- Hieronder staan drie meetwaarden waarin de letter m vet gedrukt is. Geef van iedere letter m de betekenis.
 - $\ell = 2,1 \text{ m}$
 - $m = 2,0 \text{ kg}$
 - $t = 2,0 \text{ ms}$
- Voor het berekenen van de snelheid geldt $\text{snelheid} = \frac{\text{afstand}}{\text{tijd}}$. Max heeft op een racecircuit 4,9 km afgelegd in 1 minuut en 38 seconden. Bereken de snelheid van Max in m/s.
- In een supermarkt liggen allerlei soorten tomaten met verschillende prijzen. Zie figuur 1.1. Als je alleen de prijzen met elkaar vergelijkt, kun je niet goed vaststellen welke soort tomaat het goedkoopst is. Welk gegeven heb je nodig om de prijzen beter met elkaar te kunnen vergelijken?

Sheldon Glashow heeft een slang getekend die in zijn eigen staart bijt. Hij suggereert dat de natuurkunde op grote schaal veel te maken heeft met de natuurkunde op kleine schaal en omgekeerd. In zijn tekening staan positieve en negatieve machten van tien. Wat betekent een negatieve macht van tien?



Figuur 1.3

1.2 Werken met machten van 10

Machten van 10, de wetenschappelijke notatie

In tabel 1.4 zie je zeven kolommen met getallen. In elke kolom staan uitdrukkingen die dezelfde waarde hebben. In kolom 1 bijvoorbeeld: $1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$.

Het getal 3 noem je de **exponent** van het getal 10.

	Kolom 1	Kolom 2	Kolom 3	Kolom 4	Kolom 5	Kolom 6	Kolom 7
Rij 1	1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001
Rij 2	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
Rij 3	$10 \cdot 10 \cdot 10$	$10 \cdot 10$	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10 \cdot 10}$	$\frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10}$
Rij 4	10^3	10^2	10^1	1	$\frac{1}{10^1}$	$\frac{1}{10^2}$	$\frac{1}{10^3}$
Rij 5	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}

Tabel 1.4

Voor elke rij geldt dat er door 10 is gedeeld als je een kolom naar rechts opschuift.

In rij 5 zie je dat dan de exponent steeds met 1 afneemt.

Kolom 4 geeft aan dat je 1 kunt schrijven als 10^0 .

Uit kolom 7 volgt $0,001 = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$.

De negatieve exponent -3 geeft dus aan dat je moet delen door 10 tot de macht $+3$.

De manier waarop in rij 5 de getallen van rij 1 zijn genoteerd, is het meest overzichtelijk. Deze manier wordt in de natuurwetenschappen gebruikt.

Het getal 0,051 kun je schrijven als:

$$5,1 \times 0,01 = 5,1 \times 10^{-2} = 5,1 \cdot 10^{-2}$$

De laatste vorm noem je de **wetenschappelijke notatie**. Deze notatie bestaat uit een getal met voor de komma slechts één cijfer ongelijk aan nul, gevolgd door een macht van 10. In plaats van het maaltteken gebruik je een verhoogde punt.

Voorbeeld 1 Werken met machten van tien

a Schrijf in de wetenschappelijke notatie.

$$8312 \qquad 0,0079$$

b Schrijf zonder macht van tien.

$$3,61 \cdot 10^2 \qquad 1,81 \cdot 10^{-4}$$

Uitwerking

$$a \quad 8312 = 8,312 \times 1000 = 8,312 \times 10^3 = 8,312 \cdot 10^3$$

$$0,0079 = 7,9 \times 0,001 = 7,9 \times 10^{-3} = 7,9 \cdot 10^{-3}$$

$$b \quad 3,61 \cdot 10^2 = 3,61 \times 100 = 361$$

$$1,81 \cdot 10^{-4} = 1,81 \times 0,0001 = 0,000181$$

Orde van grootte

Soms is het niet nodig of niet mogelijk de waarde van een grootheid met een grote nauwkeurigheid op te geven. Dan noteer je alleen de **orde van grootte**. De orde van grootte geef je aan met uitsluitend een macht van 10. Hierbij rond je het getal voor de komma af op de dichtstbijzijnde macht van 10.

Voorbeeld 2 Orde van grootte bepalen

Bepaal de orde van grootte van de volgende gegevens.

a De afstand zon-aarde is $1,496 \cdot 10^{11}$ m.

b De massa van een elektron is $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Uitwerking

a $1,496 \cdot 10^{11}$ m is afgerond $1 \cdot 10^{11}$ m.

De orde van grootte is 10^{11} m.

b $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg is afgerond $10 \cdot 10^{-31} = 1 \cdot 10^{-30}$ kg.

De orde van grootte is 10^{-30} kg.

In BINAS tabel 6 staan allerlei gegevens uitgedrukt in machten van tien. Je kunt met tabel 6 eventueel controleren of de orde van grootte van een antwoord klopt met de werkelijkheid.

Rekenen met machten van 10

Bij het **rekenen met machten van 10** gelden de volgende regels:

$$\frac{1}{10^p} = 10^{-p} \quad 10^p \times 10^q = 10^{p+q}$$

$$\frac{10^p}{10^q} = 10^{p-q} \quad (10^p)^q = 10^{p \times q}$$

Voorbeeld 3 Rekenen met machten van tien

Bereken en schrijf in de wetenschappelijke notatie. Doe dit zowel algebraïsch als met je rekenmachine.

a $\frac{2}{10^2}$

d $\frac{3,2 \cdot 10^4}{2,0 \cdot 10^6}$

b $\frac{20}{5 \cdot 10^2}$

e $\frac{4,4 \cdot 10^{-4}}{0,80 \cdot 10^{-2}}$

c $1,6 \cdot 10^2 \times 4,0 \cdot 10^3$

f $(10^4)^3$

Uitwerking

a $\frac{2}{10^2} = 2 \times 10^{-2} = 2 \cdot 10^{-2}$

b $\frac{20}{5 \cdot 10^2} = \frac{20}{5} \times 10^{-2} = 4 \cdot 10^{-2}$

c $1,6 \cdot 10^2 \times 4,0 \cdot 10^3 = 1,6 \times 4,0 \times 10^2 \times 10^3 = 6,4 \times 10^{2+3} = 6,4 \cdot 10^5$

d $\frac{3,2 \cdot 10^4}{2,0 \cdot 10^6} = \frac{3,2}{2,0} \times \frac{10^4}{10^6} = 1,6 \times 10^{4-6} = 1,6 \cdot 10^{-2}$

e $\frac{4,4 \cdot 10^{-4}}{0,80 \cdot 10^{-2}} = \frac{4,4}{0,80} \times \frac{10^{-4}}{10^{-2}} = 5,5 \times 10^{-4-(-2)} = 5,5 \cdot 10^{-2}$

f $(10^4)^3 = 10^{4 \times 3} = 10^{12}$

Macht van tien als voorvoegsel of vermenigvuldigingsfactor

Je kunt in plaats van een macht van tien ook een **voorvoegsel** of **vermenigvuldigingsfactor** gebruiken. In BINAS tabel 2 staat daarvan een overzicht met naam en symbool. Ook de volledige naam in het Nederlands vind je daar. Een gedeelte van het overzicht staat in tabel 1.5.

Factor	Naam	Symbool	Nederlandse naam	Factor	Naam	Symbool
10^3	kilo	k	duizend(ste)	10^{-3}	milli	m
10^6	mega	M	miljoen(ste)	10^{-6}	micro	μ
10^9	giga	G	miljard(ste)	10^{-9}	nano	n

Tabel 1.5

Voorbeeld 4 Macht van tien als voorvoegsel

Schrijf met voorvoegsel.

- a $3,5 \cdot 10^3$ m b 0,0075 A c $6,1 \cdot 10^7$ W

Uitwerking

- a $3,5 \cdot 10^3$ m = 3,5 km
 b $0,0075$ A = $7,5 \cdot 10^{-3}$ A = 7,5 mA
 c $6,1 \cdot 10^7$ W = $61 \cdot 10^6$ W = 61 MW

Voorbeeld 5 Voorvoegsel als macht van tien

Schrijf zonder voorvoegsel en noteer de uitkomst in de wetenschappelijke notatie.

- a 5 μ m b 15 ns c 500 GJ

Uitwerking

- a 5 μ m = $5 \cdot 10^{-6}$ m
 b 15 ns = $15 \cdot 10^{-9}$ s = $1,5 \cdot 10^{-8}$ s
 c 500 GJ = $500 \cdot 10^9$ joule = $5,00 \cdot 10^{11}$ joule

Opmerkingen

- 1 De eenheid van massa is de enige basiseenheid die een voorvoegsel heeft, namelijk de k van kilo.
- 2 Let bij de voorvoegsels op hoofdletters en kleine letters. Mega is M en betekent miljoen, milli is m en betekent duizendste.
- 3 In BINAS tabel 1 vind je de schrijfwijze en de naam van de letters van het Griekse alfabet. De afkorting van micro is de Griekse letter μ (mu).
 In plaats van 5 micrometer mag je daarom ook 5 mu-meter zeggen.

Opgaven

- 6 Voer de onderstaande berekeningen uit en noteer de uitkomst in de wetenschappelijke notatie als dat mogelijk is.

- | | |
|--|---|
| a $10^2 \times 10^4 =$ | e $4,4 \cdot 10^5 \times 2,5 \cdot 10^{-3} =$ |
| b $10^2 \times 10^{-4} =$ | f $254 \times 25,0 =$ |
| c $\frac{10^4}{10^7} =$ | g $\frac{3,85 \cdot 10^2}{250 \cdot 10^{-4}} =$ |
| d $2 \cdot 10^3 \times 3 \cdot 10^4 =$ | h $(2 \cdot 10^4)^3 =$ |

- 7 Herschrijf in de wetenschappelijke notatie.

- | | |
|------------------|---------------------------|
| a 4506 m | c $961 \cdot 10^3$ m |
| b 0,000 001 53 m | d $0,075 \cdot 10^{-2}$ m |

8 Schrijf zonder voorvoegsel en noteer de uitkomst in de wetenschappelijke notatie.

- | | |
|----------------------|-----------|
| a 2,5 km | d 251 TJ |
| b 0,51 MPa | e 33 mbar |
| c 18,5 μm | f 25 nm |

9 Herschrijf zonder macht van 10 door gebruik te maken van een voorvoegsel.

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| a $9,4 \cdot 10^{-6} \text{ A}$ | c $1,85 \cdot 10^{-8} \text{ m}$ |
| b $6,11 \cdot 10^{12} \text{ s}$ | d $2,36 \cdot 10^7 \text{ W}$ |

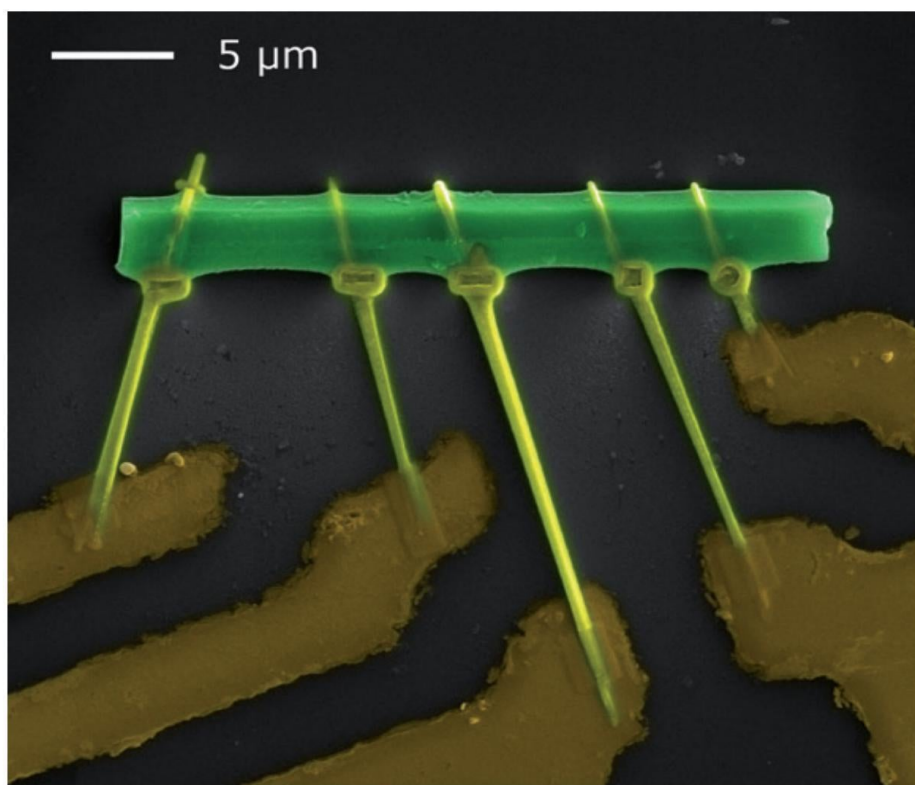
10 Geef de orde van grootte van de meetwaarden aan.

- | | |
|----------------------------------|---------------------|
| a $9,4 \cdot 10^{-6} \text{ A}$ | c 853 μm |
| b $6,11 \cdot 10^{12} \text{ s}$ | d 23,6 MW |

► hulpblad

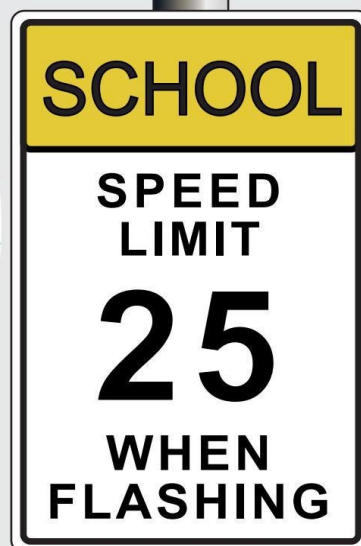
11 Figuur 1.4 is een foto gemaakt met een elektronenmicroscop. Je ziet een stukje supergeleider (het groene staafje) dat met vijf platinadraadjes is vastgemaakt aan gouden micro-elektroden. Figuur 1.4 is op schaal. In de figuur is de grootte van 5 μm aangegeven.

- a Schat de orde van grootte van de dikte van het linker platinadraadje.
b Bepaal de lengte van het groene staafje.



Figuur 1.4

Rijd je met een Nederlandse auto in Engeland, dan moet je steeds je snelheid van km/h omrekenen naar mph om je aan de regels te houden. Je kunt ook een snelheidsmeter met beide eenheden laten inbouwen. Hoe werk je bij natuurkunde met eenheden?



Figuur 1.5

1.3 Werken met eenheden

Machten van eenheden

Een formule is een verkorte schrijfwijze voor het verband tussen grootheden. Je vervangt dan vaak woorden door symbolen. Zo is er een afkorting voor ‘**de eenheid van**’: je gebruikt dan vierkante haken rond de grootheid. In plaats van ‘de eenheid van massa is kilogram’ schrijf je: $[m] = \text{kg}$.

Een formule geeft het wiskundige verband tussen de grootheden. Er is dan ook een wiskundig verband tussen de bijbehorende eenheden. De rekenregels bij machten van 10 gelden ook bij **machten van eenheden**.

$$\begin{aligned} \frac{1}{m^p} &= m^{-p} & m^p \times m^q &= m^{p+q} \\ \frac{m^p}{m^q} &= m^{p-q} & (m^p)^q &= m^{p \times q} \end{aligned}$$

In BINAS tabel 4 staat een overzicht van de meest voorkomende grootheden met symbool en eenheid. Daar vind je ook de uitspraak van de eenheid. Achter in dit boek staat de lijst met alle grootheden en eenheden die je tijdens het eindexamen moet kunnen gebruiken.

Formules en afgeleide eenheden

Veel van de eenheden in tabel 4 van BINAS kun je afleiden uit de formules die het verband tussen de grootheden weergeven.

Daarbij druk je een grootheid meestal uit in de basiseenheden van het SI. Voor de **oppervlakte van een rechthoek** en voor het **volume van een balk** geldt:

$$A = \ell \cdot b \text{ en } V = \ell \cdot b \cdot h$$

- A is de oppervlakte in m^2 .
- ℓ is de lengte in m.
- b is de breedte in m.
- h is de hoogte in m.
- V is het volume in m^3 .

De eenheid van oppervlakte en van volume volgt uit de eenheden waarmee je die grootheden berekent:

$$[A] = [\ell] \cdot [b] = \text{m} \cdot \text{m} = \text{m}^{1+1} = \text{m}^2$$

$$[V] = [\ell] \cdot [b] \cdot [h] = \text{m} \cdot \text{m} \cdot \text{m} = \text{m}^{1+1+1} = \text{m}^3$$

Het verband tussen afstand, **snelheid** en tijd vind je in BINAS tabel 35A1.

$$s = v \cdot t$$

- s is de afstand in m.
- v is de snelheid in m s^{-1} .
- t is de tijd in s.

De eenheid van snelheid volgt uit de eenheid van afstand en tijd.

$$[s] = [v] \cdot [t]$$

$$\text{m} = [v] \cdot \text{s}$$

$$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = \text{m s}^{-1}$$

Opmerking

Noteer je de eenheid van snelheid met een slash, bijvoorbeeld m/s, dan wordt dat bij het eindexamen goed gerekend.

In opgaven kom je regelmatig een cirkel, bol of cilinder tegen. In BINAS tabel 36B staan de formules voor de **diameter**, de **omtrek** en de **oppervlakte** van een cirkel:

$$d = 2r$$

$$O = 2\pi r$$

$$A = \pi r^2$$

- d is de diameter in m.
- r is de straal in m.
- O is de omtrek in m.
- A is de oppervlakte in m^2 .

Getallen en de constante π hebben geen eenheid.

Dus geldt $[d] = [r] = \text{m}$; $[O] = [r] = \text{m}$ en $[A] = [r]^2 = \text{m}^2$.

Werken met eenheden en formules

In BINAS tabel 36B staan ook de formules voor de **oppervlakte** en de **inhoud van een bol**:

$$A = 4\pi r^2 \text{ en } V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

- A is de oppervlakte.
- r is de straal.
- V is het volume.

Gebruik je SI-eenheden, dan is $[r] = \text{m}$. Daaruit volgt $[A] = \text{m}^2$ en $[V] = \text{m}^3$.

Gebruik je echter $[r] = \text{cm}$, dan geldt $[A] = \text{cm}^2$ en $[V] = \text{cm}^3$.

Dit noem je het op elkaar **afstemmen van eenheden**.

Welke eenheid je kiest, hangt af van de vraag. Wordt in de vraag geen eenheid geëist, dan kies je de eenheid die je het gemakkelijkst vindt.

Voorbeeld 6 Eenheden afstemmen

De diameter van een knikker is 2,4 cm.

Bereken het volume van de knikker.

Uitwerking

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$r = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2} \times 2,4 = 1,2 \text{ cm}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi (1,2)^3$$

$$V = 7,2 \text{ cm}^3$$

Je kunt de **formules** bij de cirkel en de bol ook **combineren**, zodat in de formule de diameter op de plaats van de straal komt te staan.

Voorbeeld 7 Formules combineren

De formule voor de oppervlakte van een cirkel is $A = \pi r^2$.

Herschrijf de formule met behulp van $d = 2r$.

Uitwerking

Uit $d = 2r$ volgt $r = \frac{1}{2}d$.

Invullen in $A = \pi r^2$ levert $A = \pi \left(\frac{1}{2}d\right)^2 = \frac{1}{4}\pi d^2$.

De formule $A = \frac{1}{4}\pi d^2$ vind je niet in BINAS. Toch mag je die formule zonder uitleg gebruiken in een toets.

In BINAS tabel 36B staan ook de formules voor de **oppervlakte** en de **inhoud van een cilinder**:

$$A = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2 \text{ en } V = \pi r^2 \cdot h$$

- A is de oppervlakte in m^2 .
- r is de straal van de cirkel van het grondvlak in m.
- h is de hoogte van de cilinder in m.
- V is het volume in m^3 .

Voorbeeld 8 Eenheden afstemmen

De diameter van het grondvlak van een cilinder is 4,8 cm. De hoogte van de cilinder is 0,45 m.

Bereken de inhoud van de cilinder in m^3 .

Uitwerking

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

$$r = \frac{1}{2}d = 2,4 \text{ cm} = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$h = 0,45 \text{ m}$$

$$V = \pi(2,4 \cdot 10^{-2})^2 \times 0,45$$

$$V = 8,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

De formule voor de **dichtheid** staat in BINAS tabel 35C1. Druk je de massa en het volume uit in de basiseenheden dan geldt:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

- ρ is de dichtheid in kg m^{-3} .
- m is de massa in kg.
- V is het volume in m^3 .

Als je in BINAS de dichtheid van een stof opzoekt, dan is de gebruikelijke eenheid kg m^{-3} . Allerlei gegevens van stoffen vind je in BINAS tabel 8 tot en met 12.

Eenheden zijn niet altijd uitgedrukt in de basiseenheden van het SI. Je kunt zo'n eenheid met behulp van BINAS tabel 4 en/of 5 **omzetten in de basiseenheden** van het SI.

Voorbeeld 9 Eenheid omzetten in basiseenheden

De grootte druk wordt vaak weergegeven in pascal met symbool Pa.

Druk de eenheid Pa uit in de basiseenheden van het SI.

Uitwerking

In BINAS tabel 4 zie je bij de grootte druk dat de eenheid Pa gelijk is aan N m^{-2} .

Bij kracht zie je vervolgens dat de eenheid N gelijk is aan kg m s^{-2} .

$$\text{Pa} = \text{N m}^{-2} = \text{kg m s}^{-2} \text{ m}^{-2} = \text{kg m}^{-1} \text{ s}^{-2} = \text{kg m}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

Lezen van tabellen

Tabel 1.6 toont een deel van de gegevens van aluminium uit BINAS tabel 8. In de eerste rij staat boven een kolom de grootte vermeld en eventueel de temperatuur en druk waarbij die grootte is bepaald. In de tweede rij staan de bijbehorende eenheden. Daarvoor kan een macht van 10 staan. In die gevallen moet je de getallen uit de kolom vermenigvuldigen met deze macht om de juiste waarde voor de grootte te krijgen. De dichtheid van aluminium is dus $2,70 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.

	Dichtheid $T = 293 \text{ K}$	Elasticiteits- modulus $T = 293 \text{ K}$	Lineaire uitzettings- coëfficiënt	Soortelijke warmte $T = 293 \text{ K}$	Smeltpunt $p = p_0$
	10^3 kg m^{-3}	10^9 Pa	10^{-6} K^{-1}	$10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	K
Aluminium	2,70	71	23,2	0,88	933

Tabel 1.6

Voorbeeld 10 Eenheden afstemmen

Er wordt een asfaltweg aangelegd met lengte 2,0 km, breedte 6,0 m en dikte 25 cm. Bereken hoeveel kg asfalt hiervoor nodig is.

Uitwerking

$$\rho = \frac{m}{V}$$

De dichtheid van asfalt zoek je op in BINAS tabel 10A: $\rho = 1,2 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.

Het stuk asfalt heeft de vorm van een balk. Dus geldt:

$$V = \ell \cdot b \cdot h$$

De eenheden moet je op elkaar afstemmen. Kies voor de basiseenheid meter.

$$\ell = 2,0 \text{ km} = 2,0 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$b = 6,0 \text{ m}$$

$$h = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$$

$$V = 2,0 \cdot 10^3 \times 6,0 \times 0,25 = 3,0 \cdot 10^3 \text{ m}^3$$

$$1,2 \cdot 10^3 = \frac{m}{3,0 \cdot 10^3}$$

$$m = 3,6 \cdot 10^6 \text{ kg}$$

Omrekeningsfactor van eenheden voor tijd en snelheid

In tabel 1.7 staan vier veelgebruikte eenheden van tijd met hun symbool en de omrekeningsfactor naar eenheden van het SI.

Eenheid	Symbool en omrekeningsfactor
dag	d = 86 400 s
jaar	y = 3,15 · 10 ⁷ s
minuut	min = 60 s
uur	h = 3600 s

Tabel 1.7

Deze omrekeningsfactoren staan ook in BINAS tabel 5. Daar vind je van veelgebruikte eenheden de omrekeningsfactor. Zo'n omrekeningsfactor mag je gebruiken zonder uitleg.

De omrekeningsfactor van km h⁻¹ naar m s⁻¹ staat niet in BINAS tabel 5. Die omrekeningsfactor is gelijk aan 3,6. Dit leid je als volgt af:

$$\text{km h}^{-1} = \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{1000}{3600} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{1000}{3600} \text{ m s}^{-1}$$

Hieruit volgt:

$$3600 \text{ km h}^{-1} = 1000 \text{ m s}^{-1}$$

$$3,6 \text{ km h}^{-1} = 1 \text{ m s}^{-1}$$

Dit betekent dat je door 3,6 moet delen als je km h⁻¹ omrekent naar m s⁻¹. Omgekeerd vermenigvuldig je met 3,6 als je m s⁻¹ omrekent naar km h⁻¹.

Voorbeeld 11 Eenheid van snelheid omrekenen

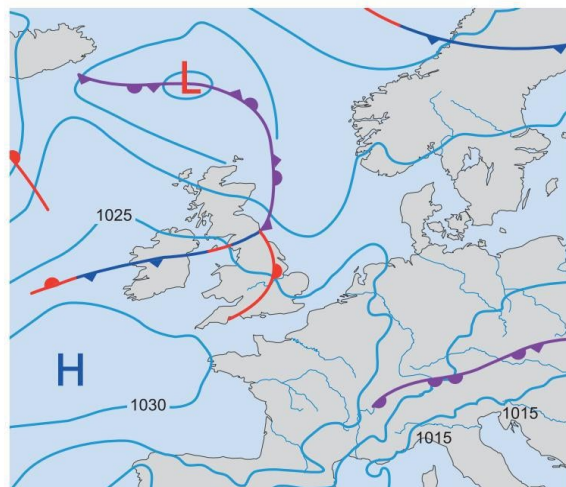
Reken 72 km h⁻¹ om naar m s⁻¹.

Uitwerking

$$72 \text{ km h}^{-1} = \frac{72}{3,6} = 20 \text{ m s}^{-1}$$

Opgaven

- 12 Adriaan en Ahmet kijken naar de weerkaart van figuur 1.6. De lijnen zijn isobaren die punten met gelijke luchtdruk met elkaar verbinden. Volgens Adriaan geven de getallen de druk in mbar aan. Ahmet zegt dat de getallen de druk in hPa (hectopascal) weergeven. Laat met behulp van BINAS tabel 5 zien dat ze allebei gelijk hebben.



Figuur 1.6

- 13 a Zoek in BINAS de voortplantingssnelheid op van geluid in lucht bij 20 °C (= 293 K).
 b Noteer die snelheid in de wetenschappelijke notatie.
 c Druk die snelheid uit in km h⁻¹.

- 14 Voor de veerkracht geldt:

$$F_{\text{veer}} = C \cdot u$$

- F_{veer} is de veerkracht in N.
- C is de veerconstante in N m⁻¹.
- u is de uitrekking in m.

Een veer met een veerconstante van 12 N m⁻¹ wordt 3,5 cm uitgerekt.
 Bereken de veerkracht.

- 15 Ricardo en Jeroen scheppen op over de topsnelheid van hun auto. Ricardo zegt dat zijn auto een topsnelheid heeft van 250 km h⁻¹. De auto van Jeroen haalt 160 mph. Iris hoort het verhaal aan en zegt dat haar auto een top haalt van 75 m s⁻¹.
 Zet de auto's in volgorde van aflopende snelheid. Licht je antwoord toe.

- 16 Als je een stof verwarmt, stijgt de temperatuur van die stof.

Voor de temperatuurstijging geldt:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

- Q is de hoeveelheid toegevoerde warmte in J.
- m is de massa in kg.
- ΔT is de temperatuurstijging in K.
- c is de soortelijke warmte van de stof.

Leid de eenheid van de soortelijke warmte af.

- 17 Alina vult een lege ballon met waterstofgas. De ballon wordt daardoor bolvormig met een diameter van 32 cm. De dichtheid van het waterstofgas in de ballon is 93 g m⁻³.

- a Bereken de massa van het waterstofgas in de ballon.

Alina laat de ballon buiten los. De ballon gaat omhoog en ondervindt daarbij een tegenwerkende kracht van de lucht. Voor deze kracht $F_{\text{w,lucht}}$ geldt:

$$F_{\text{w,lucht}} = c \cdot r^2 \cdot v^2$$

- $F_{\text{w,lucht}}$ is de luchtweerstandskracht in N.
- r is de straal van de ballon in m.
- v is de snelheid van de ballon in m s⁻¹.
- c is een constante.

- b Leid de eenheid van de constante c af uitgedrukt in de basiseenheden van het SI.

Bij de snelheid van 2,2 m s⁻¹ is $F_{\text{w,lucht}}$ gelijk aan 86 mN.

- c Bereken de grootte van de constante c .

De temperatuur kun je meten met een koortsthermometer en met een buitenthermometer.

De koortsthermometer is veel nauwkeuriger dan de buitenthermometer. Hoe laat je dat zien in de meetwaarden?



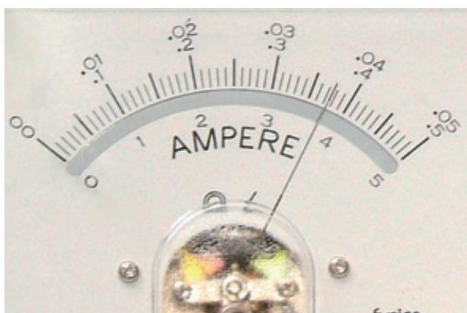
Figuur 1.7

1.4 Meetonzekerheid en significante cijfers

Meetonzekerheid

Als je een grootheid meet, vind je meestal niet precies de juiste waarde. Je hebt te maken met een **meetonzekerheid** of meetfout. Meetonzekerheden kun je onderverdelen in toevallige fouten en systematische fouten.

Als je de ampèremeter in figuur 1.8 afleest, maak je een schatting tussen twee streepjes. Zo'n schatting is soms te hoog en soms te laag. Dat geeft een **toevallige fout**. Soms lees je de gemeten waarde af op een display. Zie figuur 1.9. Die lijkt heel nauwkeurig, maar de display kan maar een beperkt aantal cijfers weergeven. Het apparaat rondt af. Ook het aflezen van zo'n meetinstrument geeft een toevallige fout.



Figuur 1.8



Figuur 1.9

Als er geen stroom door de ampèremeter gaat, moet de wijzer op nul staan. Is de nulstand niet goed ingesteld, dan meet je voortdurend een te hoge of een te lage waarde. Een dergelijke fout noem je een **systematische fout**.

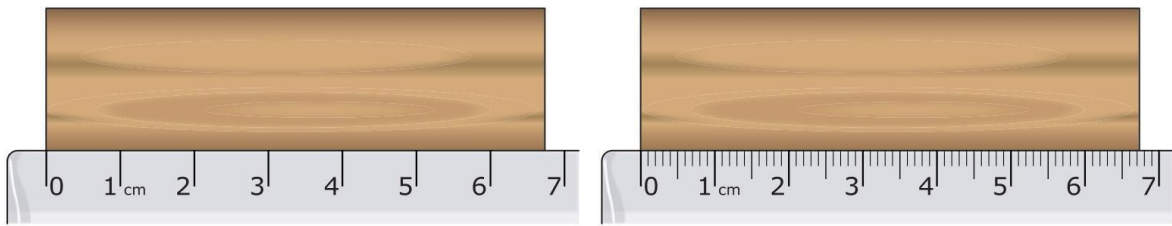
Het is ook mogelijk dat je bij een meting verkeerd afleest. In figuur 1.10 zie je water in een maatglas met een schaalverdeling in mL. Een maatglas moet je aan de onderkant van de meniscus (het vloeistofoppervlak) aflezen. Lees je voor het watervolume (aan de bovenkant van de meniscus) 3,69 mL af in plaats van 3,50 mL, dan is dat een **afleesfout**.



Figuur 1.10

Noteren van een gemeten waarde zónder de meetonzekerheid

Je meet de lengte van een blokje met behulp van een liniaal met mm-verdeling. Deze meting is nauwkeuriger dan een meting met een liniaal met cm-verdeling. Zie figuur 1.11.



Figuur 1.11

Bij de liniaal met cm-verdeling lees je af dat de lengte ligt tussen 6 en 7 cm. Tussen deze twee streepjes schat je de waarde en lees je 6,7 cm af. Hiermee bedoel je dan dat de gemeten waarde ligt tussen 6,65 cm en 6,75 cm. Je ziet dat de decimaal achter het laatste cijfer 5 omhoog of 5 omlaag gaat om de marges van de meetonzekerheid aan te geven.

Deze afspraak is algemeen. Als je de lengte van een lat meet en de lat is tot op de cm nauwkeurig drie meter, dan moet je dus niet opschrijven $\ell = 3$ m. Iemand anders kan dan denken dat de lat ergens tussen de 2,5 m en 3,5 m lang is. Dat is erg onnauwkeurig. Je moet noteren: $\ell = 3,00$ m. Dan geldt dat de lengte ligt tussen 2,995 m en 3,005 m.

Noteren van een gemeten waarde mét de meetonzekerheid

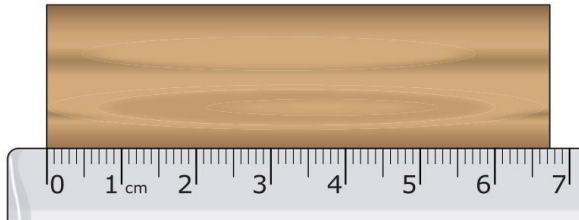
In figuur 1.12 zie je een maatglas met mL-verdeling. Je leest af dat de onderkant van de meniscus ligt tussen 4,8 en 4,9 mL. Tussen deze twee streepjes moet je schatten. Je leest dan af 4,83 mL. Hier zit echter een meetonzekerheid in. De grootte daarvan bepaal je door te kijken naar de afstand tussen de streepjes. Als richtlijn voor het bepalen van de meetonzekerheid neem je $\frac{1}{10}$ deel van de kleinste schaal. De afstand tussen twee streepjes is 0,1 mL. De meetonzekerheid is dus 0,01 mL. Je noteert de uitkomst dan als $4,83 \pm 0,01$ mL.



Figuur 1.12

Significante cijfers en cijfers achter de komma

In figuur 1.13 zie je nogmaals het blokje van figuur 1.10. De liniaal met mm-verdeling laat zien dat de lengte ligt tussen 6,7 en 6,8 cm. Je schat de tienden van een mm: 6,73 cm. Omdat de liniaal met mm-verdeling nauwkeuriger is dan de liniaal met cm-verdeling noteer je één cijfer meer. Het aantal cijfers van een getal is dus een maat voor de nauwkeurigheid van het instrument. Dit aantal cijfers noem je het aantal **significante cijfers**. De meetwaarde 6,73 bestaat uit drie significante cijfers.



Figuur 1.13

De nauwkeurigheid van een meetwaarde kun je niet zien aan het aantal **cijfers achter de komma**. Noteer je de lengte van het blokje in de basiseenheid, dan schrijf je $6,73 \cdot 10^{-2}$ m of 0,0673 m. Het aantal significante cijfers blijft drie, maar het aantal cijfers achter de komma verschilt. Bij het bepalen van het aantal significante cijfers tellen nullen aan het begin van een getal niet mee, maar nullen aan het eind wel.

In tabel 1.8 zie je een aantal meetwaarden met daarachter het aantal significante cijfers en het aantal cijfers achter de komma.

Meetwaarde	Aantal significante cijfers	Aantal cijfers achter de komma	Herschreven in de standaardvorm	Aantal significante cijfers	Aantal cijfers achter de komma
13,60 g	4	2	$1,360 \cdot 10^1$ g	4	3
600 cm ³	3	0	$6,00 \cdot 10^2$ cm ³	3	2
1005 kg	4	0	$1,005 \cdot 10^3$ kg	4	3
0,000 56 m ²	2	5	$5,6 \cdot 10^{-4}$ m ²	2	1

Tabel 1.8

Rekening houden met significante cijfers

Je gebruikt meetwaarden vaak om een andere grootte te berekenen. De nauwkeurigheid van de uitkomst hangt dan af van de nauwkeurigheid van de meetwaarden. Bij de berekening gebruik je de volgende twee vuistregels:

- Bij vermenigvuldigen en delen krijgt de uitkomst evenveel significante cijfers als de meetwaarde met de minste **significante cijfers**.
- Bij optellen en aftrekken krijgt de uitkomst evenveel cijfers achter de komma als de meetwaarde met de minste **cijfers achter de komma**. Daarbij moeten alle gegevens naar dezelfde eenheid zijn omgerekend.

Voorbeeld 12 Significante cijfers bij vermenigvuldigen en delen

Je meet de lengte en de breedte van een tafelblad: $\ell = 153,3$ cm en $b = 82,5$ cm.
Bereken de oppervlakte van het tafelblad.

Uitwerking

Bij de berekening van de oppervlakte vind je met behulp van de rekenmachine:

$$A = \ell \cdot b = 153,3 \times 82,5 = 12\,647,25 \text{ cm}^2$$

Heb je de rekenmachine op de wetenschappelijke notatie ingesteld, dan staat op de display $1,264\,725 \cdot 10^4$. Beide uitkomsten hebben te veel significante cijfers.

Tabel 1.9 laat zien hoe je het juiste aantal significante cijfers bepaalt.

Actie	Toelichting	Antwoord
Bepaal van elke meetwaarde het aantal significante cijfers.	82,5 153,3	3 4
Bepaal het kleinste aantal significante cijfers.		3
Bereken de uitkomst in de wetenschappelijke notatie.	12 647,25	$1,264\,725 \cdot 10^4$
Rond de uitkomst af op het juiste aantal significante cijfers. Houd bij de afronding rekening met het eerstvolgende significante cijfer.	Je moet op drie significante cijfers afronden. Het vierde cijfer is een 4. Hierdoor blijft het derde significante cijfer een 6.	$1,26 \cdot 10^4$

Tabel 1.9

Voor de berekening van de oppervlakte van de tafel geldt daarom:

$$A = \ell \cdot b = 153,3 \times 82,5 = 1,264\,725 \cdot 10^4 = 1,26 \cdot 10^4 \text{ cm}^2$$

Voorbeeld 13 Significante cijfers bij optellen en aftrekken

Je meet drie lengtes: $\ell_1 = 3,3$ cm, $\ell_2 = 5$ dm en $\ell_3 = 1,64$ m.

Bereken de totale lengte.

Uitwerking

Je rekent eerst de meetwaarden om naar dezelfde lengte-eenheid zonder gebruik te maken van machten van tien. Kies daarbij de grootste eenheid die voorkomt.

In dit geval is dat meter. Tabel 1.10 laat zien hoe je vervolgens het juiste aantal cijfers achter de komma bepaalt.

Actie	Toelichting	Antwoord
Zet elke meetwaarde om in meter en bepaal dan pas het aantal cijfers achter de komma.	$\ell_1 = 3,3 \text{ cm} = 0,033 \text{ m}$	3
	$\ell_2 = 5 \text{ dm} = 0,5 \text{ m}$	1
	$\ell_3 = 1,64 \text{ m} = 1,64 \text{ m}$	2
Bepaal het kleinste aantal cijfers achter de komma.		1
Bereken de uitkomst.		2,173
Rond de uitkomst af op het juiste aantal cijfers achter de komma. Houd bij de afronding rekening met het eerstvolgende cijfer achter de komma.	Je moet afronden op één cijfer achter de komma. Het tweede cijfer achter de komma is een 7. Hierdoor wordt het eerste cijfer achter de komma een 2.	2,2

Tabel 1.10

Voor de totale lengte geldt daarom:

$$0,033 + 0,5 + 1,64 = 2,173 = 2,2 \text{ m}$$

Opmerking

- 1 Maak je in een antwoord meerdere berekeningen achter elkaar, dan rond je tussendoor niet af. Je noteert een of twee cijfers meer dan de regels eisen. Alleen de uitkomst rond je af op het juiste aantal cijfers.
- 2 Bij optellen en aftrekken van meetwaarden kan het aantal significante cijfers anders worden dan in de oorspronkelijke gegevens.
 $62,8 \text{ m} + 57,2 \text{ m} = 120,0 \text{ m}$ (en niet 120 m)
 $62,8 \text{ m} - 57,2 \text{ m} = 5,6 \text{ m}$ (en niet 5,60 m)

Significantie bij rekenen met formules

Behalve grootheden staat in formules soms ook een getal. Het aantal **significante cijfers van een getal** telt niet mee bij het bepalen van het aantal significante cijfers van de uitkomst. Daarvoor kijk je dus alleen naar de (meet)waarden van de grootheden.

Voorbeeld 14 Significante cijfers bij rekenen met formules

De straal van een cirkel is 0,56 m.
Bereken de omtrek van de cirkel.

Uitwerking

$$O = 2\pi r = 2\pi \times 0,56 = 3,51 \text{ m}$$

Het aantal significante cijfers van het getal 2 is niet van belang. Bij de berekening gebruik je de pi-toets op je rekenmachine. Dan reken je met een pi-waarde van meer dan acht significante cijfers.

De meetwaarde r bestaat uit twee significante cijfers.

Afgerond: $O = 3,5 \text{ m}$.

Opmerkingen

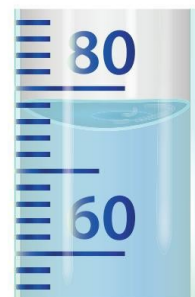
- 1 Heb je in één meting 2 km en 15,4 m gemeten, dan is het getal 2 een exacte waarde en dus oneindig nauwkeurig.
De afstand is dan $2 \times 1000,0 \text{ m} + 15,4 \text{ m} = 2015,4 \text{ m}$.
Je ziet dat de nauwkeurigheid van de kilometer is aangepast aan 15,4 m.
Het aantal significante cijfers is dus 5.
Meet je eerst 2 km en daarna 15,4 m (dus twee verschillende metingen) en tel je deze bij elkaar op, dan is de uitkomst: $2 \text{ km} + 0,0154 \text{ km} = 2 \text{ km}$.
- 2 Omdat je bij natuurkunde met meetwaarden werkt, moet je de uitkomst vanwege de meetonzekerheid altijd in decimale getallen noteren. In een uitkomst staan nooit breuken, wortels of symbolen zoals π .
- 3 In BINAS tabel 7 staan de nauwkeurige waarden van enkele natuurconstanten.
- 4 Een meetonzekerheid noteer je altijd met één significant cijfer.

Opgaven

- 18 In figuur 1.14 zie je een deel van een maatglas.

De schaalverdeling is in mL.

- a Lees het volume van de vloeistof af.
- b Noteer het volume met de meetonzekerheid.



Figuur 1.14

- 19 Hieronder staat een aantal meetwaarden.

Uit hoeveel significante cijfers bestaat elke meetwaarde?

- | | |
|------------|---|
| a 43,27 cm | d $6,1 \cdot 10^3 \text{ }^\circ\text{C}$ |
| b 5,30 m | e $0,400 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ |
| c 0,086 V | f 2 uur, 5 min en 28 s |

- 20 De getallen in deze opgave stellen meetwaarden voor. De eenheden zijn weggelaten. Voer de berekeningen uit en noteer de uitkomsten in het juiste aantal significante cijfers.

- | | |
|-------------------------------|--|
| a $2,37 \times 3,42$ | e $76,58 + 23,4$ |
| b $6,70 \times 0,35$ | f $5,30 \cdot 10^{-1} - 8,5 \cdot 10^{-2}$ |
| c $6,60 + 2,48 \cdot 10^{-1}$ | g $173,45 - 82,6$ |
| d $\frac{39,67}{14,7}$ | h $\frac{0,48}{1,258}$ |

- 21 Reken om en vermeld de uitkomst in de wetenschappelijke notatie.

- | | |
|--------------------------------------|----------------------------|
| a 0,0045 g | = mg |
| b 456,0 L | = m^3 |
| c $6,24 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$ | = km h^{-1} |
| d $0,567 \text{ N cm}^{-2}$ | = N m^{-2} |

- **hulpblad** 22 Van een blok hout zijn de afmetingen bepaald: $\ell = 24,2 \text{ cm}$, $b = 6,8 \text{ cm}$ en $h = 3,2 \text{ cm}$. De massa van het blok is 311,3 g.

- a Laat zien dat het volume van het blok gelijk is aan $5,3 \cdot 10^2 \text{ cm}^3$.
- b Bereken de dichtheid van het hout in kg m^{-3} .
- c Van welke houtsoort is het blok gemaakt? Licht je antwoord toe.

Bij natuurkundig onderzoek doe je metingen. Vaak zoek je naar een verband tussen twee grootheden. Je noteert de metingen in een tabel. Vervolgens zet je die metingen uit in een diagram. Aan welke eisen moeten tabellen en diagrammen voldoen?



Figuur 1.15

1.5 Van meting naar diagram

Tabel met meetwaarden

► **practicum**
Dichtheid van
vurenhout

Je onderzoekt het verband tussen de massa en het volume van een vloeistof. Zie figuur 1.15. Je doet vloeistof in een maatglas, leest het volume af en meet de massa van het maatglas met de vloeistof. De meetresultaten van je onderzoek staan in tabel 1.11. De vorm van deze tabel voldoet aan een aantal eisen. Dit noem je de **standaardvorm van een tabel**:

- De bovenste rij van de tabel heet de kop van de tabel. In de kop staan de grootheid en de eenheid waarin de meetwaarde is uitgedrukt.
- De meetwaarden van een grootheid staan in een kolom.
- In de eerste kolom zet je de meetwaarden van de grootheid die jij verandert of instelt. Deze waarden staan in een logische volgorde, bijvoorbeeld oplopend. In de tweede kolom zet je waarden van de grootheid die je meet.
- In een kolom staat altijd hetzelfde aantal cijfers achter de komma. Nullen achteraan mag je niet weglaten, want die zeggen iets over de nauwkeurigheid van de meting.

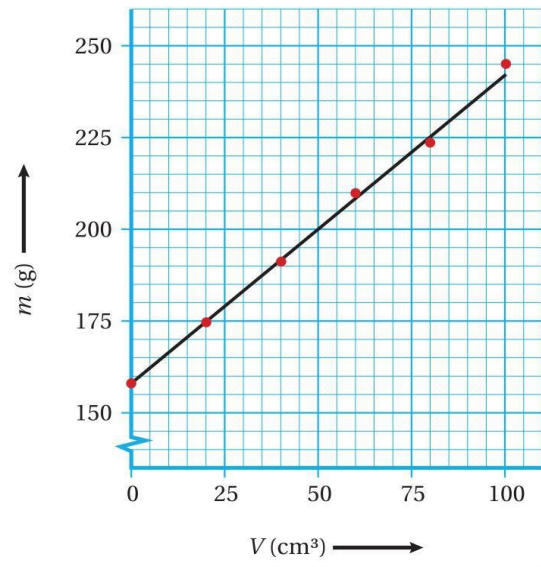
Volume (cm ³)	Massa maatglas met vloeistof (g)
0,0	158,0
20,1	174,8
40,3	191,1
60,0	209,8
79,9	223,6
100,1	244,9

Tabel 1.11

Van tabel naar diagram

Om het wiskundige verband tussen de meetresultaten te kunnen zien, maak je van de meetwaarden een **diagram**. Dat is het totaal van assenstelsel, bijschriften, meetpunten en lijn door de meetpunten. Je kunt een diagram tekenen op papier, maar ook met je rekenmachine of met een computerprogramma zoals Excel.

In figuur 1.16 staat het diagram van de meetwaarden die in tabel 1.11 zijn verzameld. Dit diagram noem je een (m,V) -diagram. De eerstgenoemde grootheid staat langs de verticale as. De vloeiende lijn door de meetpunten heet de grafieklijn of kortweg de grafiek. De wetenschappelijke naam voor de vloeiende lijn is de **trendlijn**.



Figuur 1.16

De vorm van het diagram voldoet aan een aantal eisen. Dit noem je de **standaardvorm van een diagram**:

- De assen staan loodrecht op elkaar.
- Langs de horizontale as staat de grootheid die je verandert of instelt. Is de tijd een van de grootheden, dan is het gebruikelijk om die op de horizontale as te plaatsen.
- Langs de verticale as staat de grootheid die je meet.
- Bij de assen staat een pijltje met daarbij de grootheid die is uitgezet. De eenheid staat er tussen haakjes achter.
- Langs elke as breng je een schaalverdeling aan. De schaalverdeling begint in de meeste gevallen bij nul. De schaalverdeling kies je zodanig dat de grafieklijn het hele diagram vult. Soms begint een schaalverdeling niet bij nul en geef je de **asonderbreking** aan met . Zie figuur 1.16.
- Om ervoor te zorgen dat je punten op de grafieklijn gemakkelijk kunt aflezen, kies je per schaaldeel voor stapjes van 1, 2, of 5, eventueel vermenigvuldigd met een macht van tien.
- Elk getallenpaar in de tabel geef je in het diagram weer als meetpunt. Zorg ervoor dat het meetpunt zichtbaar blijft als je er een lijn doorheen tekent.
- Je tekent een vloeiende lijn die zo goed mogelijk het verband tussen de meetpunten weergeeft. Door toevallige fouten in een meting liggen meestal niet alle punten op de grafieklijn. Zorg er dan voor dat er evenveel punten boven als onder de grafieklijn liggen. Weet je zeker dat de grafieklijn een rechte lijn is, dan teken je een rechte lijn tussen de meetpunten, zoals in figuur 1.16.

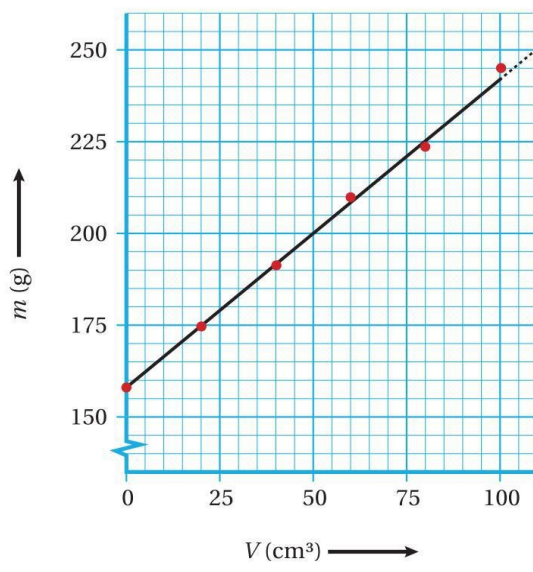
Aflezen in een diagram

Niet de meetpunten zelf, maar de grafieklijn laat het gemeten verband tussen de twee grootheden zien. **Aflezen** in een diagram levert een nauwkeurigere waarde op dan een meting. In figuur 1.17 lees je af dat bij een volume van 60 cm^3 een massa hoort van 208 g, en niet de gemeten waarde 209,8 g.

Er is geen meting verricht bij $V = 50,0 \text{ cm}^3$. Met behulp van de grafieklijn kun je wel de bijbehorende massa aflezen: 200 g.

Het bepalen van een tussenliggende waarde noem je **interpoleren**.

Wil je weten wat de massa is bij een volume van $110,0 \text{ cm}^3$, dan verleng je de grafieklijn. Zie figuur 1.17. Je leest dan 250 g af. Dit noem je **extrapoleren**.



Figuur 1.17

Lineair verband

De grafiek in figuur 1.17 is een rechte lijn. Het verband tussen massa en volume noem je dan lineair. Volgens de wiskunde geldt voor een **lineair verband**: $y = a \cdot x + b$. Hierin zijn y en x variabelen, a is de richtingscoëfficiënt of het hellinggetal en b is de afsnijding van de verticale as. In de natuurkunde noem je de constante a een **evenredigheidsconstante**.

Als je y vervangt door de massa m en x door het volume V , ontstaat $m = a \cdot V + b$.

Hierin zijn a en b constanten met vaak een natuurkundige betekenis.

Je ziet dat x hoort bij de grootheid die je instelt (hier V). Die noem je de **onafhankelijke variabele**. De grootheid die daardoor verandert noem je de **afhankelijke variabele**.

De constanten a en b zijn vaak karakteristiek voor het voorwerp dat onderzocht wordt. In dit geval is dat het bekerglas met de vloeistof. Zulke constanten noem je **parameters**. De waarde ervan bepaal je met behulp van punten op de grafieklijn.

Voorbeeld 15 Een lineair verband analyseren

Voor de grafiek in figuur 1.17 geldt $m = a \cdot V + b$.

- Toon aan dat $b = 158$ g.
- Toon aan dat $a = 0,85 \text{ g cm}^{-3}$.
- Welke natuurkundige betekenis hebben de parameters a en b ? Licht je antwoord toe.

Uitwerking

a $m = a \cdot V + b$

Als $V = 0$, dan is $m = b$.

Aflezen in figuur 1.17 levert $b = 158$ g.

- b De vergelijking wordt $m = a \cdot V + 158$.

Als $V = 100 \text{ cm}^3$, dan is $m = 243$ g. Invullen levert dan $243 = a \cdot 100 + 158$.

Daaruit volgt $a = \frac{(243 - 158) \text{ g}}{100 \text{ cm}^3} = 0,85 \text{ g cm}^{-3}$.

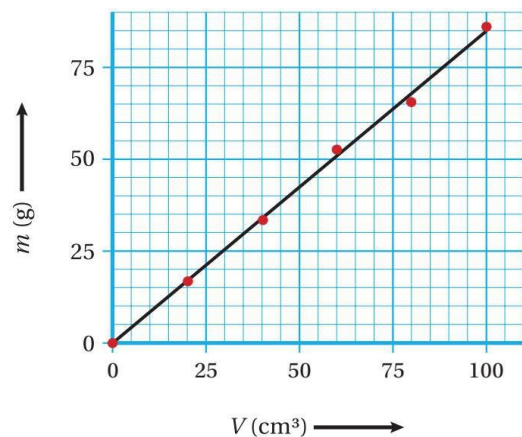
- c Aan de eenheid van de evenredigheidsconstante zie je dat parameter a de dichtheid ρ van de stof is. Parameter b is de massa van het maatglas.

Recht evenredig verband

In tabel 1.12 is de massa van de vloeistof in de derde kolom gezet. Zet je de massa van de vloeistof uit tegen het volume, dan krijg je het (m, V) -diagram van figuur 1.18. De lijn gaat door de oorsprong van het assenstelsel, het punt $(0,0)$. Je ziet dat bij een drie keer zo groot volume ook de massa drie keer zo groot is.

Volume (cm^3)	Massa maatglas met vloeistof (g)	Massa vloeistof (g)
0,0	158,0	0,0
20,1	174,8	16,8
40,3	191,1	33,1
60,0	209,8	51,8
79,9	223,6	65,6
100,1	244,9	86,9

Tabel 1.12



Figuur 1.18

Als je de ene grootte n keer zo groot maakt en de andere grootte wordt ook n keer zo groot, dan vormen die grootheden een **recht evenredig verband** met elkaar. Een recht evenredig verband is dus een lineair verband waarbij de grafiek door de oorsprong gaat. In figuur 1.18 is de massa dus recht evenredig met het volume. De evenredigheidsconstante is weer de dichtheid van de vloeistof.

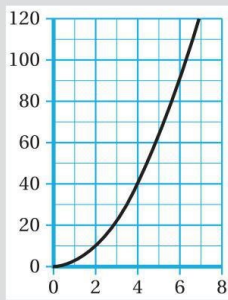
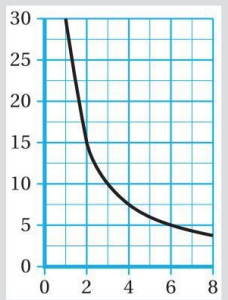
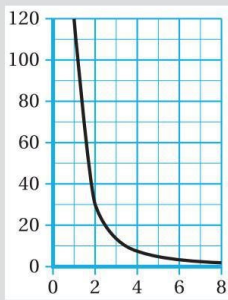
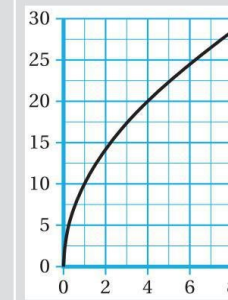
Volgens de wiskunde geldt voor een rechte lijn door de oorsprong de functie $y = a \cdot x$.

Voor de lijn in figuur 1.18 geldt $m = \rho \cdot V$.

Andere verbanden

Je onderzoekt bij natuurkunde vaak welk verband er bestaat tussen twee grootheden. De grafieklijn in een diagram geeft het verband overzichtelijk weer. Is de grafieklijn een rechte lijn, dan herken je meteen een lineair verband of een recht evenredig verband.

Maar ook voor vier kromme grafieklijnen moet je het verband tussen de grootheden herkennen. Die lijnen staan in de diagrammen van tabel 1.13. Een verband leid je af door van twee punten op de grafieklijn de x -waarden en de y -waarden met elkaar te vergelijken.

Diagram				
	a	b	c	d
x-waarde	$2 \times \text{zo groot}$	$2 \times \text{zo groot}$	$2 \times \text{zo groot}$	$4 \times \text{zo groot}$
y-waarde	$4 \times \text{zo groot}$	$2 \times \text{zo klein}$	$4 \times \text{zo klein}$	$2 \times \text{zo groot}$
Verband	kwadratisch evenredig verband	omgekeerd evenredig verband	omgekeerd kwadratisch evenredig verband	wortelverband
Functie	$y = ax^2$	$y = \frac{a}{x}$	$y = \frac{a}{x^2}$	$y = a\sqrt{x}$

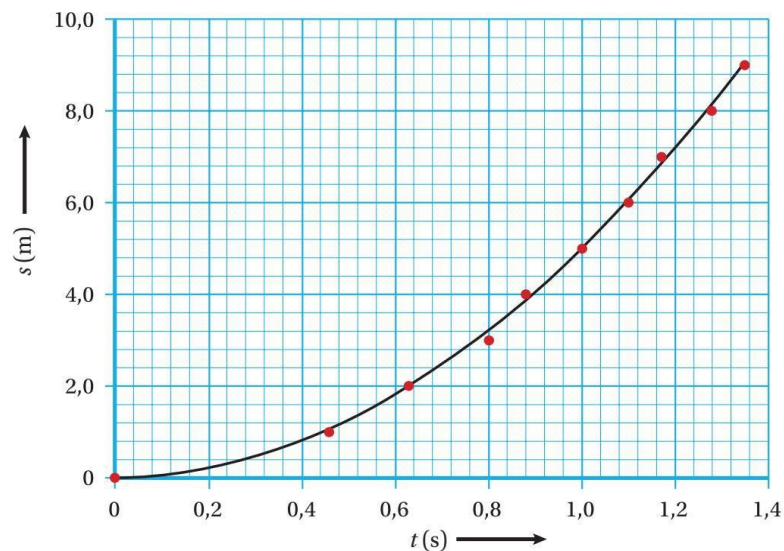
Tabel 1.13

De **constante a** kun je op twee manieren **bepalen**:

- Met behulp van de gegevens in de tabel.
 - Bereken de waarde van a voor elke meting.
 - Bereken het gemiddelde van de uitkomsten.
- Met behulp van de grafieklijn in het diagram.
 - Kies twee punten op de grafieklijn die niet te dicht bij elkaar liggen.
 - Bereken de waarde van a voor elk punt.
 - Als de uitkomsten verschillend zijn, dan neem je nog een derde punt.
 - Bereken het gemiddelde van de uitkomsten.

Valafstand (m)	Valtijd (s)
0,0	0,00
1,0	0,46
2,0	0,63
3,0	0,80
4,0	0,88
5,0	1,00
6,0	1,10
7,0	1,17
8,0	1,28
9,0	1,35

Tabel 1.14



Figuur 1.19

Voorbeeld 16 Een kwadratisch evenredig verband analyseren

In tabel 1.14 staan de resultaten van een onderzoek naar het verband tussen de valafstand s en de valtijd t .

De valafstand is kwadratisch evenredig met de valtijd.

a Toon aan dat dit blijkt uit de gegevens in tabel 1.14.

In figuur 1.19 zijn de metingen verwerkt in een (s,t) -diagram.

b Bepaal met behulp van figuur 1.19 de constante a .

Uitwerking

a Op $t = 0,46$ s is de afstand 1,0 m. Op $t = 0,88$ s is de afstand 4,0 m.

Als de afstand vier keer zo groot is, is de tijd (ongeveer) twee keer zo groot.

Dit blijkt ook als je de tijden vergelijkt bij de afstanden 2,0 m en 8,0 m.

Als de tijd twee keer zo groot wordt, wordt de afstand vier keer zo groot. Dus de valafstand is kwadratisch evenredig met de valtijd.

b Voor dit kwadratisch verband geldt $s = a \cdot t^2$. Je gebruikt nu de grafieklijn om de evenredigheidsconstante te bepalen.

Op $t = 1,20$ s is de afstand 7,20 m. Dan geldt $7,20 = a \times (1,20)^2$.

Hieruit volgt $a = 5,0 \text{ m s}^{-2}$.

Op $t = 0,40$ s is de afstand 0,80 m. Dus geldt $0,80 = a \times (0,40)^2$.

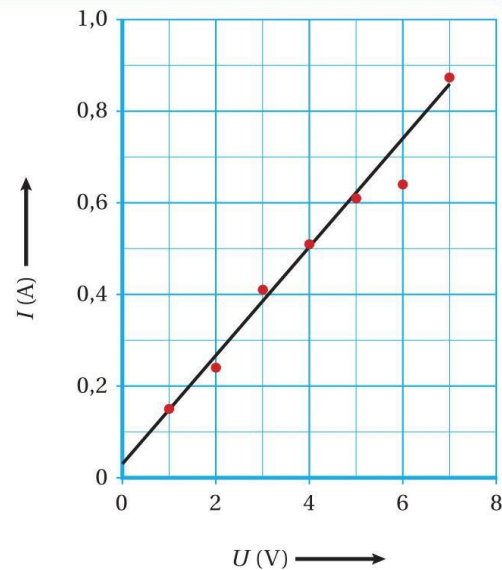
Ook hieruit volgt $a = 5,0 \text{ m s}^{-2}$.

Dus $a = 5,0 \text{ m s}^{-2}$.

Opgaven

- 23 Om de waarde van een ohmse weerstand te bepalen meet Patrick de stroomsterkte als functie van de spanning. Het resultaat staat in figuur 1.20. Patrick weet dat bij een ohmse weerstand de grafiek in het (I,U) -diagram een rechte lijn door het punt $(0,0)$ moet zijn.

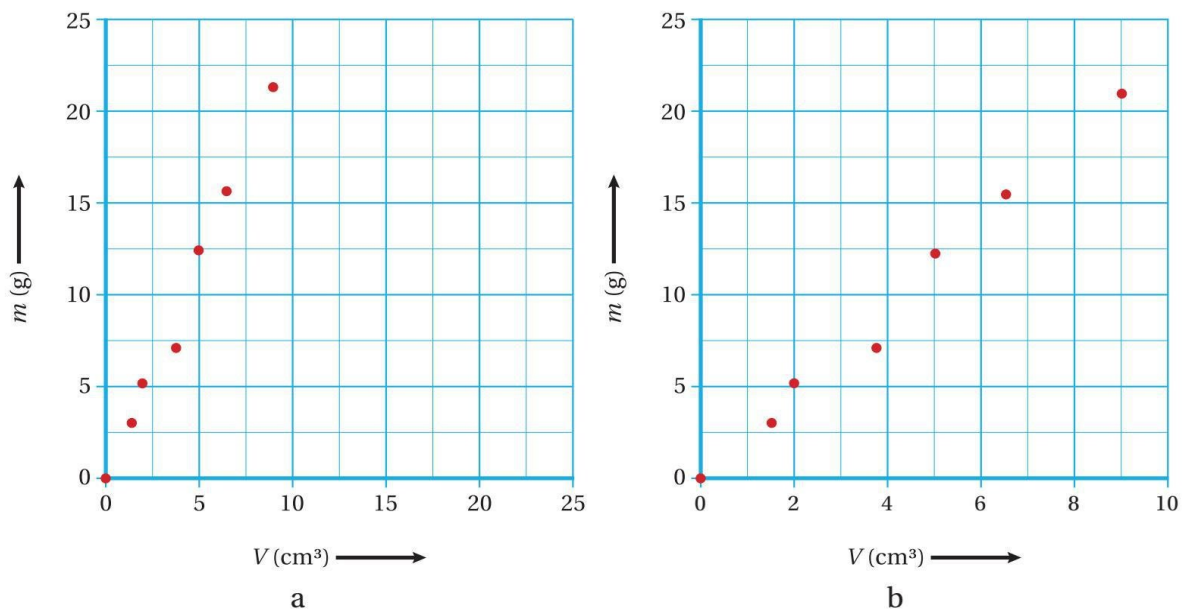
- Leg uit dat de getekende grafieklijn het verband tussen stroomsterkte en spanning goed weergeeft.
- Licht bij de volgende vragen steeds je antwoord toe.
- Is er bij de meting een systematische fout gemaakt?
- Is er bij de meting een toevallige fout gemaakt?
- Is er bij de meting een afleesfout gemaakt?



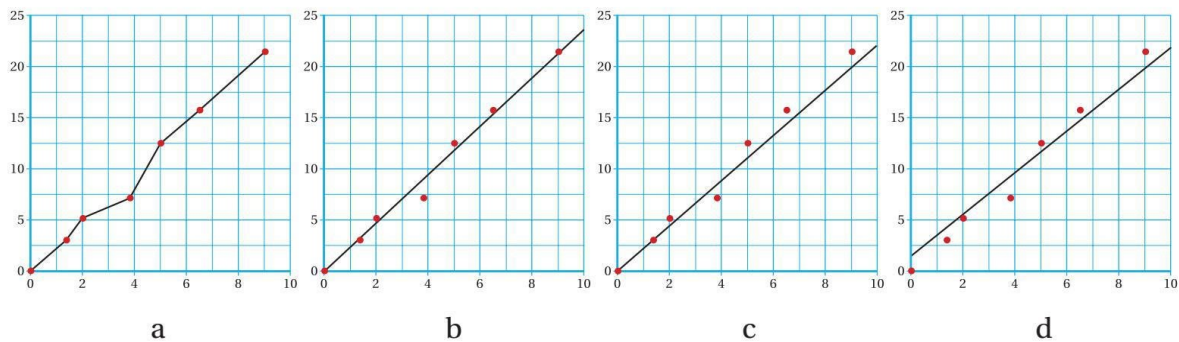
Figuur 1.20

- 24 Nina en Birgit hebben de massa en het volume van verschillende blokjes marmer op twee manieren in een diagram uitgezet. Zie figuur 1.21. Ze keuren het diagram van figuur 1.21a af, omdat dit niet volledig voldoet aan de standaardvorm van een diagram.

- Aan welke regel van de standaardvorm voldoet diagram 1.21a niet?
- Nina en Birgit zijn oneens over hoe in figuur 1.21b de grafieklijn loopt. Ze zien vier mogelijkheden. Deze staan in figuur 1.22.
- Geef van elke mogelijkheid aan of deze goed of fout is. Licht je antwoord toe.

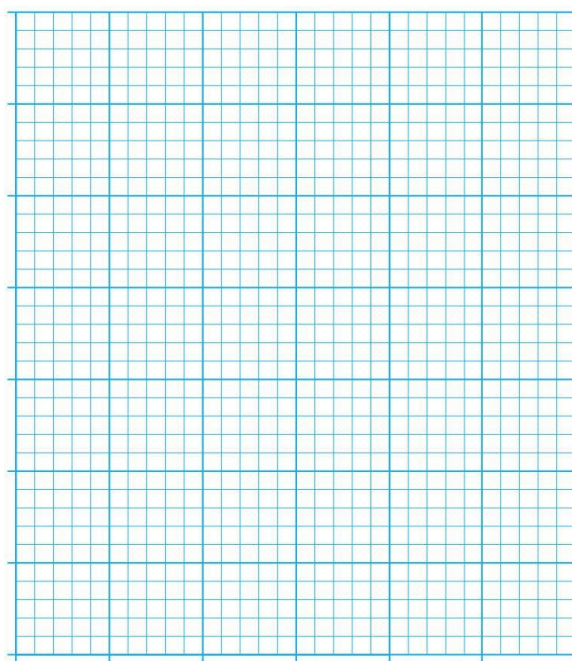


Figuur 1.21



Figuur 1.22

- **tekenblad** 25 Mona heeft bij een bepaalde uitrekking u van een veer de bijbehorende trekkraft F gemeten. Haar resultaten staan in tabel 1.15.
- Zet de resultaten uit in figuur 1.23.
 - Bepaal de trekkraft op de veer bij een uitrekking van 5,0 cm.
 - Laat zien dat het verband tussen de trekkraft en de uitrekking recht evenredig is. Het wiskundig verband tussen de trekkraft en de bijbehorende uitrekking is: $F = C \cdot u$.
 - Bepaal de evenredigheidsconstante C .

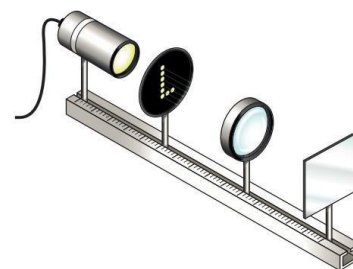


Figuur 1.23

u (cm)	F (N)
0,0	0,0
1,4	0,5
3,6	1,1
5,1	1,8
6,6	2,2
7,5	2,4
8,8	2,9
9,9	3,3

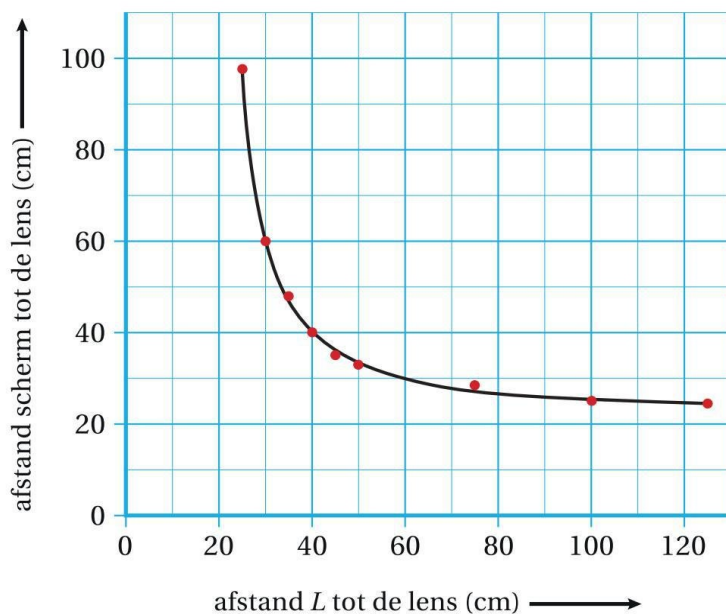
Tabel 1.15

- 26 In figuur 1.24 staat een opstelling voor een lichtproef. Owen verschuift de letter L en de lens telkens zo, dat hij een scherp beeld op het scherm ziet. Hij meet vervolgens de afstand van de letter L tot de lens en de afstand van het scherm tot de lens. De resultaten staan in het diagram van figuur 1.25.



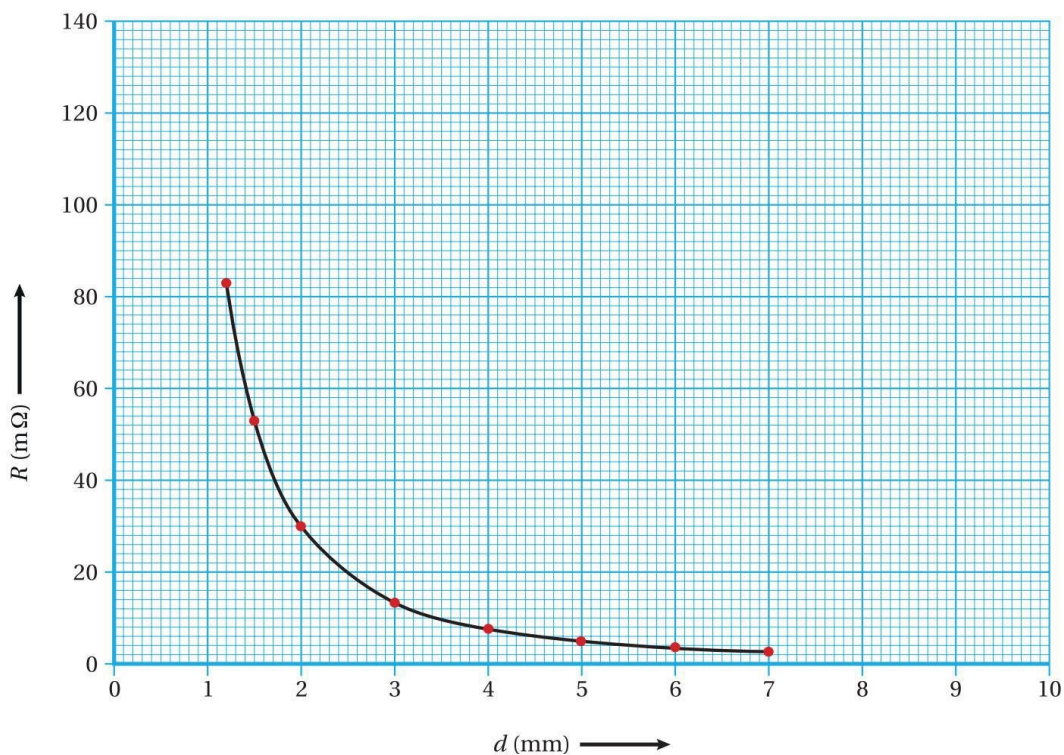
Figuur 1.24

Toon aan of het verband tussen de afstand van L tot de lens en de afstand van het scherm tot de lens omgekeerd evenredig is.



Figuur 1.25

- **tekenblad** 27 Ymke heeft het verband onderzocht tussen de weerstand R van een koperdraad en de diameter d van die draad. De resultaten staan in het diagram van figuur 1.26.
- Laat zien dat de weerstand R omgekeerd kwadratisch evenredig is met de diameter d .
 - Bereken de weerstand R_B bij een diameter van 8,0 mm.
 - Bereken de weerstand R_C bij een diameter van 1,0 mm.



Figuur 1.26

Je kunt de grootte van de weerstanden R_B en R_C ook grafisch bepalen door de grafieklijn te extrapoleren. Je bepaalt de uiterste waarden door te kijken op welke manieren je de lijn kunt doortrekken. Voor weerstand R_B kom je dan uit op een waarde tussen $1\text{ m}\Omega$ en $3\text{ m}\Omega$. Weerstand R_B is dan het gemiddelde van deze twee waarden.

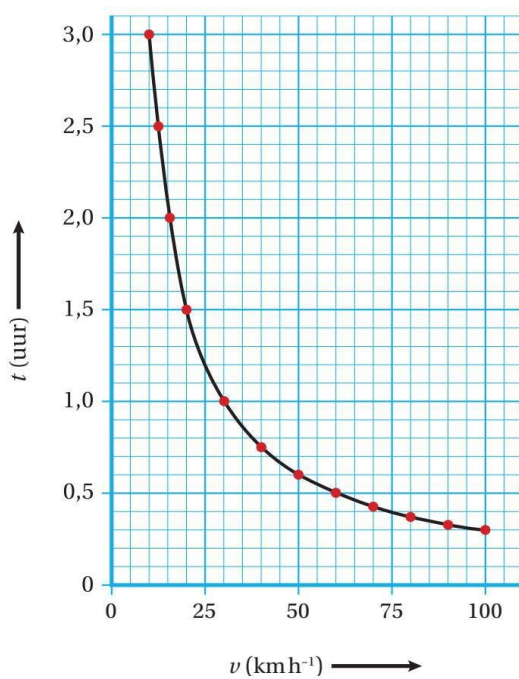
De meetonzekerheid bij weerstand R_B is het verschil tussen het gemiddelde en een uiterste waarde. De meetonzekerheid voor weerstand R_B is dus $1\text{ m}\Omega$.

Hieronder staan vier mogelijke meetonzekerheden voor weerstand R_C .

- I $0,2\text{ m}\Omega$
 - II $1\text{ m}\Omega$
 - III $2\text{ m}\Omega$
 - IV $0,01\text{ }\Omega$
- d Bepaal met behulp van figuur 1.26 welke van de vier meetonzekerheden hoort bij weerstand R_C .

28 In het (t, v) -diagram van figuur 1.27 staat de tijdsduur die nodig is om bij een bepaalde snelheid een afstand af te leggen.

- a Bepaal het verband tussen de tijd en de snelheid.
- b Bepaal de waarde en de betekenis van parameter a in de formule.



Figuur 1.27

ℓ (m)	T (s)
0,00	0,0
0,10	0,6
0,20	0,9
0,40	1,3
0,60	1,5
0,80	1,8
1,00	2,0
1,20	2,2
1,40	2,4

Tabel 1.16

29 Cyrinthe onderzoekt het verband tussen de slingerlengte ℓ en de slingertijd T .

Haar resultaten staan in tabel 1.16.

- a Laat met behulp van tabel 1.16 zien dat het verband tussen de slingertijd en de lengte een wortelverband is.
- b Bepaal met behulp van tabel 1.16 de evenredigheidsconstante a met bijbehorende eenheid.

Bij een kromme grafieklijn is de evenredigheidsconstante niet altijd gemakkelijk te bepalen. Hoe kun je de grootheden langs de assen zodanig aanpassen dat er een rechte grafieklijn ontstaat?

Figuur 1.28

1.6 Diagrammen: van kromme naar rechte

Verbanden onderzoeken

► **practicum**
Kantelende
liniaal

De grafieklijn in een diagram geeft het verband tussen twee grootheden overzichtelijk weer. Door van minstens twee punten op de grafieklijn de x -waarden en de y -waarden met elkaar te vergelijken, leid je het verband af. Zie tabel 1.17.

x -waarde	y -waarde	Verband
$2 \times$ zo groot	$2 \times$ zo groot	y is recht evenredig met x
$2 \times$ zo groot	$4 \times$ zo groot	y is kwadratisch evenredig met x
$2 \times$ zo groot	$2 \times$ zo klein	y is omgekeerd evenredig met x
$2 \times$ zo groot	$4 \times$ zo klein	y is omgekeerd kwadratisch evenredig met x
$2 \times$ zo groot	$\sqrt{2} \times$ zo groot	y heeft een wortelverband met x

Tabel 1.17

Van een kromme naar een rechte lijn

Een lineair of een recht evenredig verband zie je meteen aan de ligging van de meetpunten. Suggesteren de meetpunten een kromme lijn, dan is het veel moeilijker om de juiste grafiek te tekenen. Ook is dan niet meteen duidelijk welk punt op de kromme je moet kiezen om zo nauwkeurig mogelijk de evenredigheidsconstante te bepalen.

Een diagram met een kromme grafieklijn kun je omzetten in een diagram met een rechte grafieklijn. Dat doe je door de grootheid langs de horizontale as aan te passen. In de derde kolom van tabel 1.18 staat bij elk verband de aanpassing die je moet doen. Het eerste verband in tabel 1.18 is een kwadratisch evenredig verband. Om de kromme lijn van dit verband om te zetten in een rechte lijn, zet je op de horizontale as niet de waarde x , maar de waarde x^2 . De waarde op de verticale as verander je niet. De aanpassing is dus: $x \rightarrow x^2$.

Verband	Functie	Aanpassing
kwadratisch evenredig	$y = ax^2$	$x \rightarrow x^2$
omgekeerd evenredig	$y = \frac{a}{x}$	$x \rightarrow \frac{1}{x}$
omgekeerd kwadratisch evenredig	$y = \frac{a}{x^2}$	$x \rightarrow \frac{1}{x^2}$
wortelverband	$y = a\sqrt{x}$	$x \rightarrow \sqrt{x}$

Tabel 1.18

Voorbeeld 17 Van een kromme naar een rechte lijn

Uit tabel 1.16 volgt dat het verband tussen de slingertijd T en de lengte ℓ een wortelverband is: $T = a\sqrt{\ell}$.

- Zet de resultaten zo uit in een diagram dat de grafieklijn een rechte is.
- Bepaal met de grafieklijn de parameter a met bijbehorende eenheid.

Uitwerking

- $T = a\sqrt{\ell}$

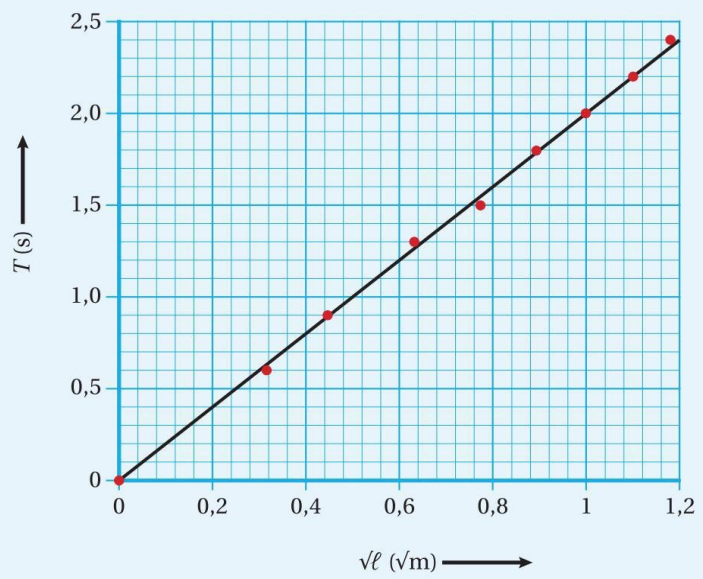
Een rechte heeft de vorm $y = ax$.

Op de y -as zet je de slingertijd T met als eenheid s. Op de x -as zet je $\sqrt{\ell}$ met als eenheid $\sqrt{\text{m}}$.

Je vult tabel 1.16 aan met een kolom $\sqrt{\ell}$. Zie tabel 1.19. Deze nieuwe waarden zet je op de x -as uit tegen de slingertijd. Zie figuur 1.29.

ℓ (m)	T (s)	$\sqrt{\ell}$ ($\sqrt{\text{m}}$)
0,00	0,0	0,00
0,10	0,6	0,32
0,20	0,9	0,45
0,40	1,3	0,63
0,60	1,5	0,77
0,80	1,8	0,89
1,00	2,0	1,00
1,20	2,2	1,10
1,40	2,4	1,18

Tabel 1.19



Figuur 1.29

- Parameter a bepaal je door een geschikt punt op de grafieklijn te kiezen, ver van de oorsprong. Bijvoorbeeld: als $\sqrt{\ell}$ gelijk is aan $1,20 \sqrt{\text{m}}$, dan is T gelijk aan $2,40$ s. Invullen in de formule $T = a \cdot \sqrt{\ell}$ levert dan $2,40 = a \cdot 1,20$. Daaruit volgt $a = 2,0 \frac{\text{s}}{\sqrt{\text{m}}}$.

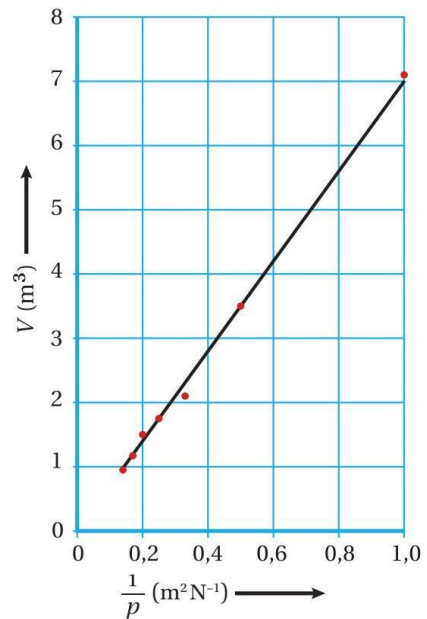
Opgaven

30 Voor een gas geldt onder bepaalde omstandigheden de wet van Boyle: $p \cdot V = c$

- p is de druk van het gas in N m^{-2} .
- V is het volume van het gas in m^3 .
- c is een constante.

In het diagram van figuur 1.30 is V uitgezet tegen $\frac{1}{p}$.

- a Leid af wat de eenheid is van de constante c .
- b Bepaal de waarde van c .
- c Vind je dezelfde waarde van c als je p uitzet tegen $\frac{1}{V}$? Licht je antwoord toe.



Figuur 1.30

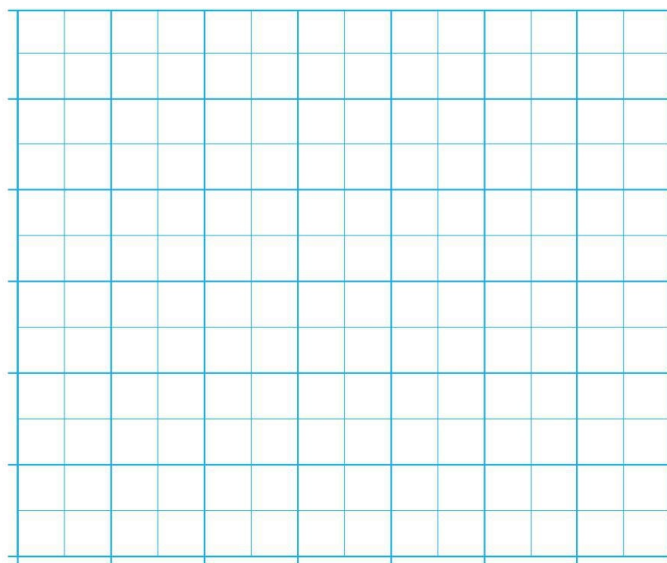
- **tekenblad** 31 Freija hangt een blokje aan een veer. Vervolgens trekt ze het blokje een klein stukje naar beneden en laat het los. Het blokje gaat op en neer bewegen. De trillingstijd T is de tijdsduur om van de laagste stand naar de hoogste stand en weer terug naar de laagste stand te gaan. Freija meet de trillingstijd bij verschillende massa's van het blokje. Haar resultaten staan in tabel 1.20.

Tussen de trillingstijd en de massa bestaat een wortelverband.

- a Laat zien dat de metingen bij 0,100 kg en 0,400 kg het wortelverband ondersteunen.
- b Zet in figuur 1.31 de resultaten zo uit in een diagram dat de grafieklijn een rechte is.
- c Bepaal met behulp van je diagram de evenredigheidsconstante.

$m (10^{-3} \text{ kg})$	$T (\text{s})$
50	0,35
100	0,50
150	0,61
200	0,70
250	0,79
300	0,86
350	0,93
400	0,99

Tabel 1.20



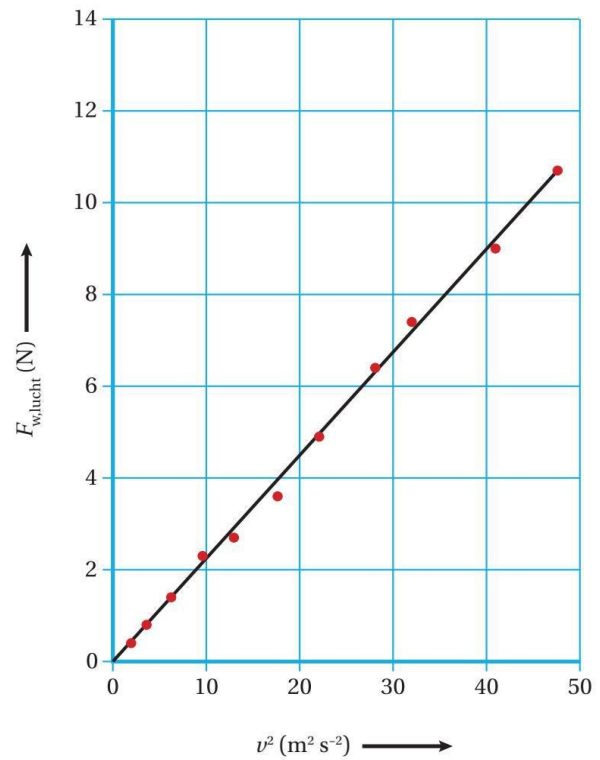
Figuur 1.31

- 32 Als je fietst, ondervind je een tegenwerkende kracht van de lucht: de luchtweerstandskracht $F_{w,lucht}$. Voor de luchtweerstandskracht geldt:

$$F_{w,lucht} = k_w \cdot A \cdot v^2$$

- $F_{w,lucht}$ is de luchtweerstandskracht in N.
- k_w is een constante.
- A is de frontale oppervlakte in m^2 .
- v is de snelheid in ms^{-1} .

In figuur 1.32 staat het diagram van de luchtweerstandskracht als functie van de snelheid in het kwadraat. De frontale oppervlakte van deze fietser is $0,40 m^2$. Bepaal met behulp van het diagram de constante k_w .



Figuur 1.32

- **hulpblad** 33 Als een auto hard remt, ontstaan remsporen. Bij ongelukken kan de politie uit de lengte van het remspoor afleiden hoe hard de auto heeft gereden.

Voor de snelheid waarmee een auto gereden heeft, geldt:

$$v = 3,2 \sqrt{x_{\text{rem}}}$$

- v is de snelheid in ms^{-1} .
- x_{rem} is het remspoor in m.

Een auto heeft een remspoor achtergelaten van $80,0 m$.

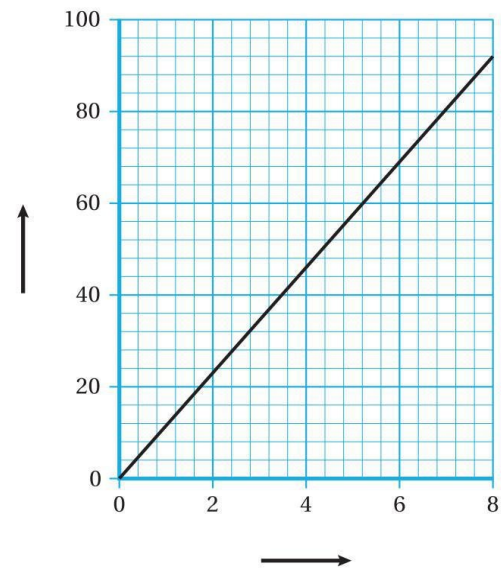
- a Laat met een berekening zien dat deze auto $103 km h^{-1}$ reed.

Boy vindt het handiger om de snelheid af te lezen in een diagram. Hij heeft daarom een diagram gemaakt waarin het verband een rechte grafieklijn is. Zie figuur 1.33.

- b Leg uit wat op de x -as en wat op de y -as is uitgezet.

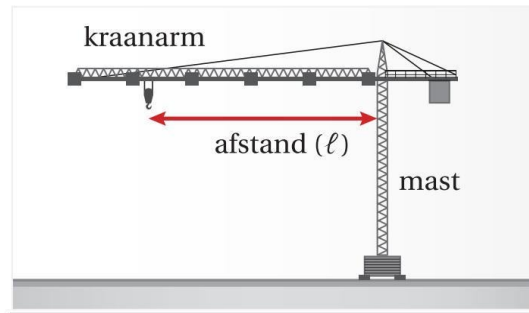
Bij een nat wegdek is het remspoor $1,4 \times$ zo lang. Dan moet de formule worden aangepast.

- c Stel de formule op voor het verband tussen de snelheid en het remspoor bij een nat wegdek.



Figuur 1.33

- 34 Op een bouwplaats zie je soms een torenkraan om zware voorwerpen te verplaatsen. De torenkraan bestaat uit een mast en een kraanarm. Zie figuur 1.34. Op de kraanarm van deze torenkraan geven bordjes de afstand tot de mast aan. Bij elke afstand tot de mast hoort een maximale massa die door de torenkraan kan worden verplaatst. In de figuren 1.35 en 1.36 staan twee diagrammen die horen bij torenkraan A.

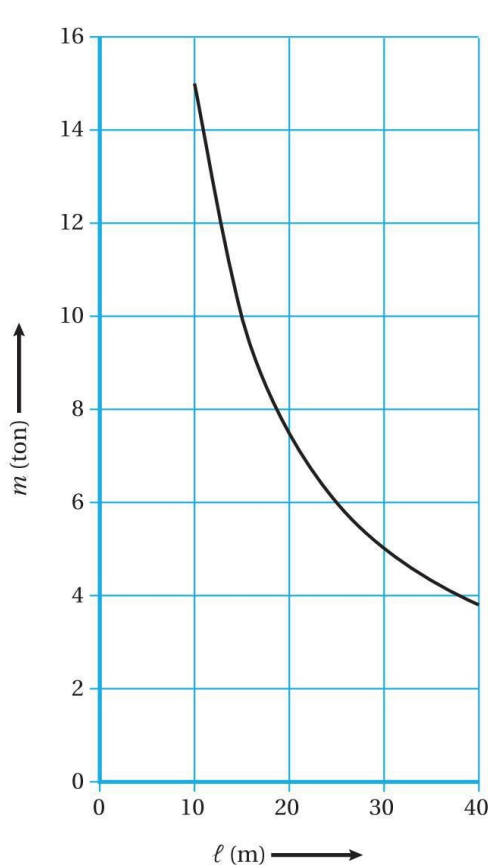


Figuur 1.34

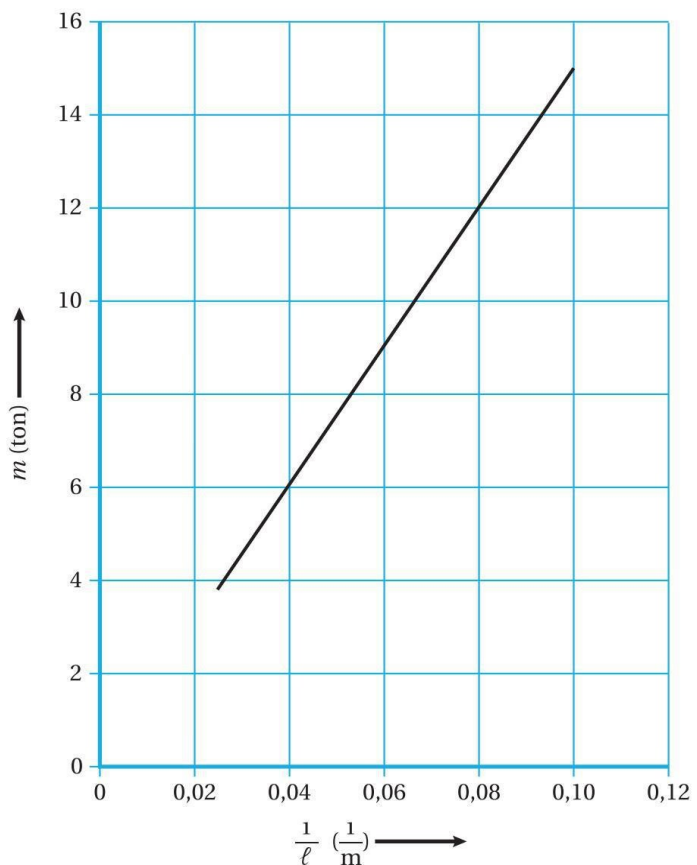
- a Laat met een voorbeeld zien dat de twee diagrammen dezelfde resultaten weergeven.

De maximale lengte van de kraanarm die gebruikt kan worden is 50,0 m.

- b Leg uit met welk diagram je het best de maximale massa bij 50,0 m kunt bepalen.



Figuur 1.35



Figuur 1.36

Voor een torenkraan B geldt: maximale massa = $\frac{338}{\text{afstand tot de mast}}$

Hierin is 338 de parameter uitgedrukt in ton m.

- c Is de parameter van torenkraan B groter of kleiner dan die van torenkraan A?
Licht je antwoord toe.

Je schoolcarrière sluit je af met een landelijk examen. In de examenvragen van natuurkunde kom je werkwoorden tegen waaruit je kunt afleiden hoe je een vraag moet beantwoorden. Welke werkwoorden zijn dat?



Figuur 1.37

1.7 Examenbepalingen

Bij het nakijken van een antwoord op een vraag houdt je docent rekening met de betekenis van bepaalde woorden die in de vraag staan. Is er bijvoorbeeld een opdracht waarbij je een berekening moet maken, dan krijg je alleen het volledig aantal punten als je een berekening hebt gegeven bij de uitkomst.

Bereken

Je beantwoordt de vraag in de vorm van een berekening. De gegevens staan in de opgave en/of in BINAS. Je mag niet alleen de uitkomst van de berekening geven. Je moet ook laten zien welke denkstappen je hebt gezet, welke formules of principes je hebt toegepast en welke gegevens je daarbij hebt gebruikt.

Bepaal

Je beantwoordt de vraag door gebruik te maken van gegevens in grafieken of figuren of door een constructie te maken. Ook nu mag je niet alleen de uitkomst geven. Je moet aangeven hoe je aan die gegevens bent gekomen. Voer je met de gegevens een berekening uit, dan geldt ook wat er bij 'Bereken' staat.

Construeer

Je beantwoordt de opgave in de vorm van een tekening of een diagram. De tekening of het diagram moet precies kloppen met de waarden. Je gebruikt hierbij een geodriehoek en/of een passer. Je laat zien welke denkstappen je hebt gezet, welke formules of principes je hebt toegepast en welke gegevens je daarbij hebt gebruikt.

Teken

Je beantwoordt de opgave in de vorm van een tekening of een diagram. De tekening of het diagram moet precies kloppen met de waarden, maar je hoeft niet te laten zien

hoe je aan het antwoord bent gekomen. Bij een diagram moet een assenstelsel met schaalverdeling zijn weergegeven. Het assenstelsel moet voorzien zijn van grootheden en eenheden.

Schets

Je beantwoordt de opgave in de vorm van een tekening of een diagram. De bedoeling van de schets moet duidelijk zijn, zonder dat de waarden precies hoeven te kloppen. Ook bij een schets hoeft je niet te laten zien hoe je aan het antwoord bent gekomen.

Beredeneer, leg uit

Je beantwoordt de opgave in de vorm van een verhaaltje. Je moet laten zien welke denkstappen je hebt gezet, welke formules of principes je hebt toegepast en welke gegevens je daarbij hebt gebruikt.

Noem, geef (aan), wat, welke, wanneer, hoeveel

Je geeft alleen het antwoord, tenzij erbij vermeld staat: 'Licht toe'. Dan moet je aangeven hoe je aan je antwoord bent gekomen.

Leid af

Je beantwoordt de vraag met behulp van wiskundige bewerkingen van de gegevens en/of bekende formules. Je moet laten zien welke denkstappen je hebt gezet, welke formules of principes je hebt toegepast en welke gegevens je daarbij hebt gebruikt. Moet je een formule afleiden, dan is een getallenvoorbeeld geen afleiding. Ook controleren of de eenheden links en rechts met elkaar in overstemming zijn is geen afleiding.

Toon aan of / laat zien of

Je laat aan de hand van een berekening of redenering zien *of* een gegeven waarde en/of bewering correct is. Je laat zien welke denkstappen je hebt gezet, welke formules of principes je hebt toegepast en welke gegevens je daarbij hebt gebruikt. Je eindigt je antwoord met een conclusie.

Toon aan dat / laat zien dat

Je laat aan de hand van een berekening of redenering zien *dat* een gegeven waarde en/of bewering correct is. Je laat zien welke denkstappen je hebt gezet, welke formules of principes je hebt toegepast en welke gegevens je daarbij hebt gebruikt. Nu is een conclusie echter niet nodig.

Schat

Je geeft de waarde van een grootheid aan, zonder deze exact te bepalen. Je kunt niet volstaan met alleen het geven van de uitkomst van de schatting. Uit je antwoord moet duidelijk blijken welke denkstappen je hebt gezet, welke formules of principes je hebt toegepast en welke gegevens je daarbij hebt gebruikt.

Opgaven

- **hulpblad** 35 Op de foto in figuur 1.38 zie je een molen.
Schat de hoogte vanaf de grond tot de bovenkant van het dak van de molen. Geef het antwoord in twee significante cijfers.

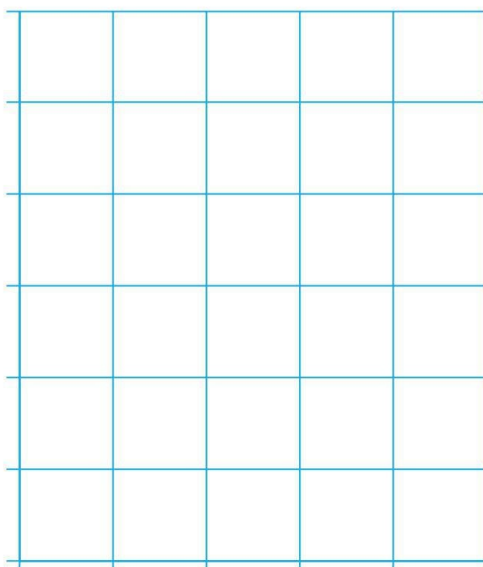


Figuur 1.38

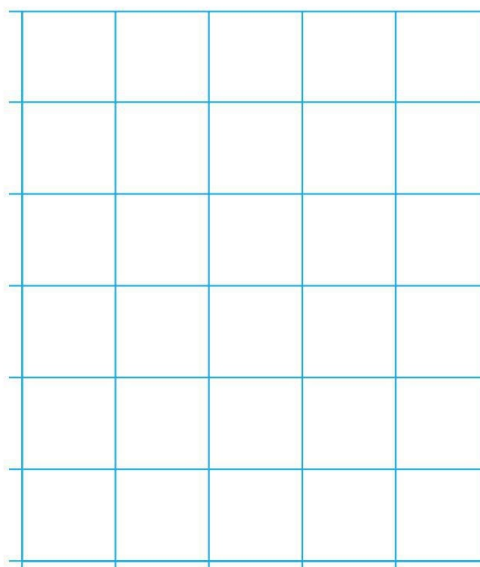
- **tekenblad** 36 Drie werkwoorden hebben te maken met het vervaardigen van een figuur: construeer, teken en schets.
Beatrix hangt aan een elastiek een massa van 10 g. De lengte van het elastiek is dan 15,2 cm. Vervolgens hangt zij een massa van 50 g erbij en meet weer de lengte. Dit doet zij vier keer. Zie tabel 1.21.
- Schets in figuur 1.39a het verband tussen de lengte en de massa. Gebruik een asonderbreking.
 - Teken in figuur 1.39b het verband tussen de lengte van het elastiek en de massa aan het elastiek. Licht je antwoord toe.

Massa (g)	Lengte van het elastiek (cm)
10	15,2
60	17,7
110	19,7
160	21,3
210	22,5

Tabel 1.21



a



b

Figuur 1.39

► hulpblad

- 37 In figuur 1.40 is een cd verkleind weergegeven. Op het gekleurde gedeelte bevindt zich het spoor. De aftasting van het spoor gebeurt met een constante snelheid van $1,3 \text{ m s}^{-1}$.

Voor de snelheid geldt:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

- R is de straal van de doorlopen cirkel in m.
- T is de tijd voor het doorlopen van een rondje in s.



Figuur 1.40

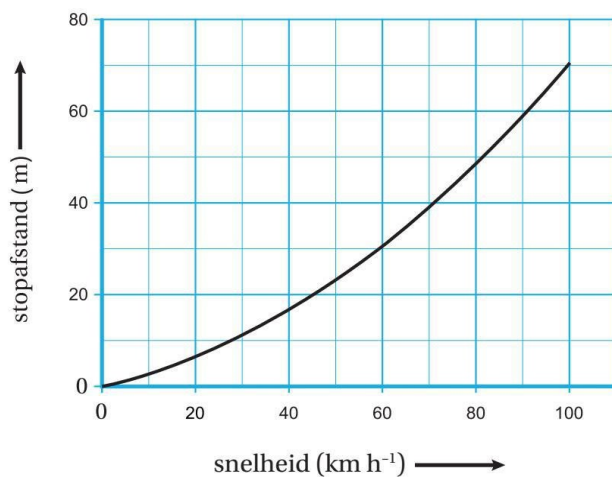
Het afspelen van de cd gebeurt van binnen naar buiten.

Beredeneer of de tijd T tijdens het afspelen toeneemt, afneemt of gelijk blijft.

- 38 Xavier vult een glazen cilinder met 2,5 L water. Het grondvlak is een cirkel met binnendiameter 10,4 cm.
- Toon aan dat de oppervlakte van de cirkel gelijk is aan $84,9 \text{ cm}^2$.
 - Bereken de hoogte van het water in de cilinder.
- 39 De jan-van-gent is de grootste zeevogel van het Noordzeegebied. Hij leeft van vis, die hij vangt door middel van een duik vanuit de lucht. De ene keer laat hij zich vallen en de andere keer doet hij een krachtige vleugelslag tijdens de val. Laat hij zich alleen maar vallen, dan geldt voor het verband tussen de snelheid en valhoogte:
- $$v^2 = 19,6 h$$
- v is de snelheid in m s^{-1} .
 - h is de hoogte in m.

Bij een duik vanaf 30 m hoogte komt een jan-van-gent met een snelheid van ruim 100 km h^{-1} in het water terecht.

- Laat zien of deze jan-van-gent tijdens het duiken een vleugelslag heeft gemaakt. Het getal 19,6 is een constante.
 - Leid de eenheid van deze constante af.
- 40 Rien rijdt in een auto met een snelheid van 50 km h^{-1} . Plotseling ziet hij een bal de weg oprollen en hij begint te remmen. Voor de stopafstand van deze auto geldt:
- $$s = 0,06v^2 + 0,8v$$
- s is de stopafstand in m.
 - v is de snelheid in m s^{-1} .
- Voor snelheden van 0 tot 100 km h^{-1} staat de stopafstand in het diagram van figuur 1.41.
- Bepaal de stopafstand bij een snelheid van 50 km h^{-1} . Geef je antwoord in twee significante cijfers.
 - Bereken de stopafstand bij een snelheid van 120 km h^{-1} . Geef je antwoord in twee significante cijfers.



Figuur 1.41

1.8 Afsluiting

Samenvatting

Een grootheid is een eigenschap die je kunt meten. Je drukt de grootheid uit in een getal en een eenheid. De grootheden en bijbehorende eenheden zijn vastgelegd in het SI. Een eenheid van een grootheid kun je afleiden uit een formule waarin deze grootheid voorkomt.

Meetwaarden noteer je vaak in de wetenschappelijke notatie: een getal met voor de komma één cijfer ongelijk aan nul, vermenigvuldigd met een macht van tien. In plaats van een macht van tien kun je ook een voorvoegsel of vermenigvuldigingsfactor gebruiken. Staat een meetwaarde in de wetenschappelijke notatie, dan zie je meteen de orde van grootte. Deze geef je weer met uitsluitend een macht van tien. Voor het rekenen met machten van tien geldt een aantal rekenregels. Deze rekenregels gelden ook voor machten van eenheden.

In iedere meting zit een meetonzekerheid. Die ontstaat door toevallige fouten, systematische fouten en/of afleesfouten. Het aantal significante cijfers van het meetresultaat is een maat voor de nauwkeurigheid van de meting.

Bij vermenigvuldigen en delen van meetwaarden krijgt de uitkomst evenveel significante cijfers als de meetwaarde met de minste significante cijfers.

Bij optellen en aftrekken krijgt de uitkomst evenveel cijfers achter de komma als de meetwaarde met de minste cijfers achter de komma. Alle waarden moeten dan dezelfde eenheid hebben voor je gaat rekenen.

Voor het maken van tabellen en diagrammen zijn standaardvormen afgesproken. Diagrammen lees je af op de grafieklijn. Hierbij gebruik je interpoleren en extrapoleren. Een verband tussen twee grootheden is lineair als de grafieklijn een rechte lijn is. Gaat de rechte lijn door het punt (0,0), dan is het verband recht evenredig. Als de ene grootheid n keer zo groot wordt, dan wordt de andere grootheid ook n keer zo groot. In tabel 1.22 staan alle verbanden die je moet herkennen.

x -waarde	y -waarde	Verband
$n \times \text{zo groot}$	$n \times \text{zo groot}$	y is recht evenredig met x
$n \times \text{zo groot}$	$n^2 \times \text{zo groot}$	y is kwadratische evenredig met x
$n \times \text{zo groot}$	$n \times \text{zo klein}$	y is omgekeerd evenredig met x
$n \times \text{zo groot}$	$n^2 \times \text{zo klein}$	y is omgekeerd kwadratisch evenredig met x
$n \times \text{zo groot}$	$\sqrt{n} \times \text{zo groot}$	y heeft een wortelverband met x

Tabel 1.22

Is een grafieklijn een kromme lijn, dan kun je daarvan in sommige gevallen met behulp van een coördinatentransformatie een rechte lijn maken.

In (examen)vragen staan werkwoorden met een speciale betekenis. Die geven aan op welke manier je de vraag moet beantwoorden.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk besproken zijn, staan hieronder bij elkaar.

snelheid	$s = v \cdot t$
dichtheid	$\rho = \frac{m}{V}$
diameter cirkel	$d = 2r$
omtrek cirkel	$O = 2\pi r$
oppervlakte cirkel	$A = \pi r^2 = \frac{1}{4}\pi d^2$
oppervlakte bol	$A = 4\pi r^2$
volume bol	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
volume balk	$V = \ell \cdot b \cdot h$
oppervlakte cilinder	$A = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2$
volume cilinder	$V = \pi r^2 \cdot h$
lineair verband	$y = a \cdot x + b$
recht evenredig verband	$y = a \cdot x$
kwadratisch evenredig verband	$y = a \cdot x^2$
omgekeerd evenredig verband	$y = a \cdot \frac{1}{x}$
omgekeerd kwadratisch evenredig verband	$y = a \cdot \frac{1}{x^2}$
wortelverband	$y = a \cdot \sqrt{x} = a \cdot x^{\frac{1}{2}}$

Een deel van de formules kun je terugvinden in BINAS tabel 35A1, 35C1 en 36B.

In tabel 1 tot en met 7 staan veel gegevens die betrekking hebben op de onderwerpen in dit hoofdstuk. In tabel 8 tot en met 12 staat een overzicht van de eigenschappen van verschillende stoffen.

Opgaven

- 41 Je hebt twee voltmeters. Elke meter heeft een maximaal meetbereik van 200 V. Op voltmeter 1 staat de meetonzekerheid '3% full scale'. Dit betekent dat de meetonzekerheid bij elke meting 3% van 200 V is.
- Op voltmeter 2 staat dat de meetonzekerheid '5% reading' is. Dit betekent dat de meetonzekerheid gelijk is aan 5% van de afgelezen waarde.
- Je leest op beide voltmeters de meetwaarde 72,4 V af.
- Toon aan dat de meetonzekerheid bij gebruik van voltmeter 2 gelijk is aan 4 V. De meetwaarde bij voltmeter 2 moet je dan noteren met 72 ± 4 V.
 - Noteer de meetwaarde bij gebruik van voltmeter 1. De spanning van een blokbatterij is 9 V.
 - Welke meter moet je kiezen om de meetonzekerheid zo klein mogelijk te houden? Licht je antwoord toe.
 - Bij welke spanning is de meetonzekerheid bij beide meters gelijk? Licht je antwoord toe.

► **hulpblad**
► **tekenblad**

42 Aan de rand van een stad zijn bouwvakkers bezig om met een heistelling heipalen de grond in te slaan. Zie figuur 1.42. Wende en Nick zien eerder het heiblok op de heipaal vallen dan dat ze de bijbehorende klap horen. Dat komt doordat de lichtsnelheid ongeveer een miljoen keer groter is dan de geluidssnelheid. Wende en Nick meten hoe groot het tijdsverschil is op verschillende afstanden van de heistelling. De afstand meten ze met een meetwiel. Zie figuur 1.43. De diameter van het meetwiel is 32,0 cm.

- a Bereken de omtrek van het meetwiel in meter. Nick staat op 600 m afstand en loopt naar de heistelling toe. Wende begint bij de heistelling en loopt van de heistelling af.

De resultaten van hun metingen staan in het diagram van figuur 1.44. De resultaten van Wende zijn weergegeven met een $\times$ en die van Nick met een $\bullet$.

- b Bepaal met behulp van de resultaten van Wende de snelheid van het geluid in lucht.

Nick en Wende lopen allebei verder. Op een bepaald tijdstip horen ze een klap en op hetzelfde moment zien ze dat het heiblok op de heipaal neerkomt.

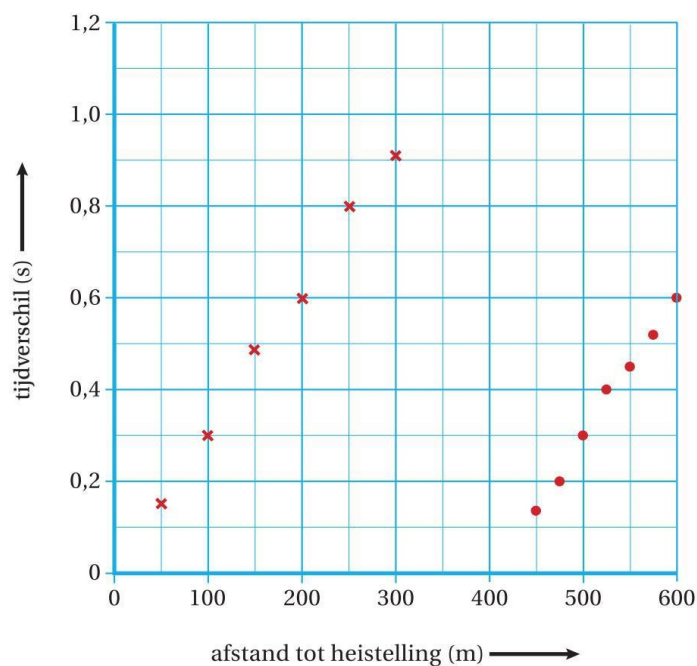
- c Toon met behulp van de resultaten van Nick aan dat zij dan op 400 m van de heistelling staan.
d Bepaal met de grafieklijn van Wende hoeveel tijd er verloopt tussen twee opeenvolgende slagen van het blok op de heipaal.



Figuur 1.42



Figuur 1.43



Figuur 1.44

Checklist voor begrippen en leerdoelen

Hierna vind je een overzicht van de begrippen en leerdoelen per paragraaf. Kruis de leerdoelen aan waarvan jij vindt dat je ze nu beheerst. Bij de leerdoelen die je nog niet helemaal beheerst noteer je de acties die je gaat ondernemen om het leerdoel alsnog te kunnen behalen.

Paragraaf 1 Grootheden en eenheden

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: kwalitatieve waarneming, kwantitatieve waarneming, (basis)grootte, (basis)eenheid, afgeleide grootte, afgeleide eenheid, internationaal eenhedenstelsel (SI)	☐	
het verschil tussen basisgrootheden en afgeleide grootheden, en tussen basisgrondeenheden en afgeleide eenheden beschrijven en met voorbeelden toelichten	☐	

Paragraaf 2 Werken met machten van 10

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: exponent, wetenschappelijke notatie, orde van grootte, voorvoegsel, vermenigvuldigingsfactor	☐	
de orde van grootte van een getal bepalen	☐	
berekeningen maken met machten van 10 en de voorvoegsels giga (G), mega (M), kilo (k), hecto (h), centi (c), milli (m), micro (μ) en nano (n)	☐	

Paragraaf 3 Werken met eenheden

Ik kan		Acties
de eenheid afleiden van een grootte die door een formule is gegeven	☐	
een eenheid die niet in de grondeenheden is uitgedrukt, omzetten in basiseenheden van het SI	☐	
berekeningen maken met op elkaar afgestemde eenheden	☐	
een tijd in de eenheid y, d, h of min omrekenen naar de eenheid s, en omgekeerd	☐	

een snelheid in de eenheid km h^{-1} omrekenen naar de eenheid m s^{-1} en omgekeerd	☐	
gegevens van materialen en formules voor natuurkundige of wiskundige grootheden opzoeken in een tabellenboek	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de omtrek van een cirkel ($O = 2\pi r$), de oppervlakte van een rechthoek, een cirkel en een cilinder ($A = \ell \cdot b$, $A = \pi r^2 = \frac{1}{4}\pi d^2$ en $A = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2$), de inhoud van een cilinder, een balk en een bol ($V = \pi r^2 \cdot h$, $V = \ell \cdot b \cdot h$ en $V = \frac{4}{3}\pi r^3$), de dichtheid ($\rho = \frac{m}{V}$) en de snelheid ($s = v \cdot t$)	☐	

Paragraaf 4 Meetonzekerheid en significante cijfers

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: meetonzekerheid, toevallige fout, systematische fout, afleesfout, significante cijfers, cijfers achter de komma	☐	
bij de notatie van een meetwaarde rekening houden met de meetonzekerheid en de grootte van die meetonzekerheid aangeven	☐	
het aantal significante cijfers en het aantal cijfers achter de komma in een meetwaarde bepalen	☐	
bij het maken van berekeningen rekening houden met de vuistregel voor het aantal significante cijfers van de uitkomst bij vermenigvuldigen en delen, de vuistregel voor het aantal cijfers achter de komma van de uitkomst bij optellen en aftrekken, en de waarde van een (natuur) constante in formules	☐	

Paragraaf 5 Van meting naar diagram

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: standaardvorm van een tabel, standaardvorm van een diagram, trendlijn, asonderbreking, interpoleren, extrapoleren, lineair verband, evenredigheidsconstante, (on)afhankelijke variabele, parameter, recht evenredig verband, kwadratisch evenredig verband, omgekeerd evenredig verband, omgekeerd kwadratisch evenredig verband, wortelverband	☐	

meetresultaten weergeven in de standaardvorm van een tabel en als meetpunten in een diagram	☐	
in een diagram met meetpunten het verband tussen de twee grootheden tekenen met een grafieklijn	☐	
uit de grafieklijn in een diagram de bij elkaar horende waarden van de twee grootheden aflezen, waar nodig door interpoleren of extrapoleren	☐	
uit de grafieklijn in een diagram – afleiden welk verband er is tussen twee grootheden – dit verband noteren in de vorm van een van de volgende formules: $y = a \cdot x + b$, $y = a \cdot x$, $y = a \cdot x^2$, $y = \frac{a}{x}$, $y = \frac{a}{x^2}$ en $y = a\sqrt{x}$ – de constante(n) in de formule bepalen	☐	

Paragraaf 6 Diagrammen: van kromme naar rechte

Ik kan		Acties
bij een kromme grafieklijn voor het verband tussen twee grootheden de x -as van het (y,x) -diagram zo aanpassen (met de bewerkingen $x \rightarrow x^2$, $x \rightarrow \frac{1}{x}$, $x \rightarrow \frac{1}{x^2}$ of $x \rightarrow \sqrt{x}$) dat er een rechte grafieklijn ontstaat	☐	

Paragraaf 7 Examenbepalingen

Ik kan		Acties
de volgende examenwoorden beschrijven en toepassen: bereken, bepaal, construeer, teken, schets, beredeneer, leg uit, noem, geef (aan), wat, welke, wanneer, hoeveel, leid af, toon aan of / laat zien of, toon aan dat / laat zien dat, schat	☐	

2

Beweging



Als een parachutespringer net uit een vliegtuig is gesprongen, voelt hij de wind langs zijn oren suizen. Een paar seconden lang heeft hij een raar gevoel in zijn maag, doordat zijn snelheid sterk toeneemt. Als de parachute eenmaal open is, is de spanning weg en daalt hij langzaam naar de aarde. In dit hoofdstuk lees je hoe je bewegingen kunt vastleggen. Het verband tussen plaats, snelheid en versnelling wordt duidelijk. Ingewikkelde bewegingen pak je aan met de numerieke rekenmethode.

Soms kun je met het blote oog niet zien wie de winnaar is. Dan bestudeer je de finishfoto om te bepalen wie als eerste de eindstreep is gepasseerd. Op welke manieren kun je een beweging vastleggen?



Figuur 2.1

2.1 Onderzoek naar bewegingen

Beweging vastleggen in een (plaats, tijd)-diagram



Start

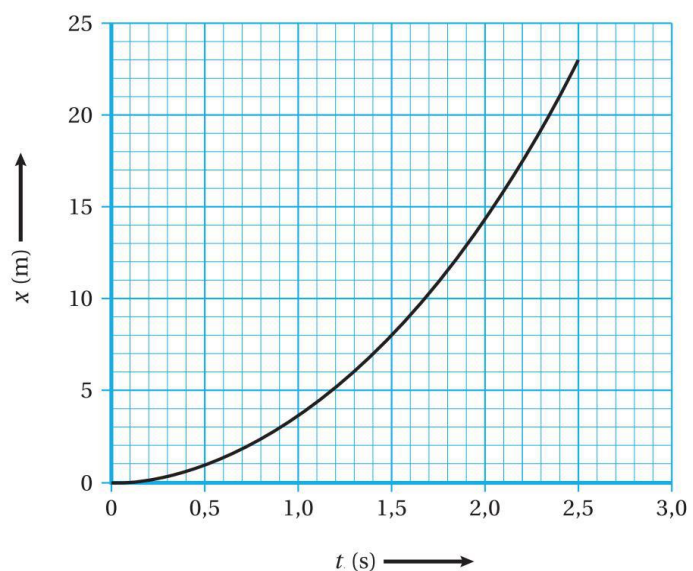
Maak de startvragen

Om de beweging van een sprinter te beschrijven, moet je weten waar hij op elk moment is. Je kunt een aantal mensen op verschillende punten langs de baan zetten en hun afstand meten tot het startpunt. Deze afstand heet de **plaats** x . Op het moment dat de sprinter vertrekt, start iedereen zijn stopwatch. Op het moment dat de sprinter langskomt, meet iedereen op zijn plaats de tijd t . De metingen zet je in een **(plaats, tijd)-diagram** of **(x, t)-diagram**.

Het (x, t) -diagram van de start staat in figuur 2.2. Na 1,0 s heeft de sprinter een afstand van 3,6 m afgelegd.

Op $t = 2,0$ s is de afstand 14,4 m. Tussen $t = 1,0$ s en $t = 2,0$ s heeft de sprinter dus een afstand afgelegd van $14,4 - 3,6 = 10,8$ m. Deze afstand noem je de **verplaatsing**.

Het symbool van verplaatsing is Δx . Het symbool Δ geeft een verandering aan.



Figuur 2.2

Voor de verplaatsing geldt:

$$\Delta x = x_{\text{eind}} - x_{\text{begin}}$$

- Δx is de verplaatsing in m.
- x_{eind} is de plaats aan het eind in m.
- x_{begin} is de plaats aan het begin in m.

De verplaatsing is het verschil tussen twee plaatsen. Welke route je neemt, speelt geen rol. Als je vanuit een punt A naar een punt B 10 m verderop gaat en weer terugkomt in punt A, dan is de verplaatsing 0 m. Het aantal meters dat je hebt afgelegd tussen begin- en eindpunt noem je de **afgelegde weg**. In dit geval is de afgelegde weg dus 20 m. De afgelegde weg is altijd positief. De verplaatsing kan zowel positief als negatief zijn.

Voorbeeld 1 Afgelegde weg en verplaatsing

Klaas-Jan staat op een balkon op een hoogte van 10 m. Hij trapt een bal de lucht in. De bal krijgt een maximale hoogte van 35 m boven de grond. Daarna valt de bal op de grond.

- a Bereken de verplaatsing van de bal tussen het balkon en het hoogste punt.
- b Bereken de verplaatsing van de bal tussen het balkon en de grond.
- c Bereken de afgelegde weg van de bal vanaf het balkon totdat deze op de grond komt.

Uitwerking

- a Voor de verplaatsing van de bal tussen het balkon en het hoogste punt geldt:

$$\Delta x = x_{\text{eind}} - x_{\text{begin}} = 35 - 10 = 25 \text{ m.}$$
- b Voor de verplaatsing van de bal tussen het balkon en de grond geldt:

$$\Delta x = x_{\text{eind}} - x_{\text{begin}} = 0 - 10 = -10 \text{ m.}$$
- c De afgelegde weg is eerst 25 m omhoog en vervolgens 35 m naar beneden. De afgelegde weg is dus $25 + 35 = 60 \text{ m.}$

Opmerking

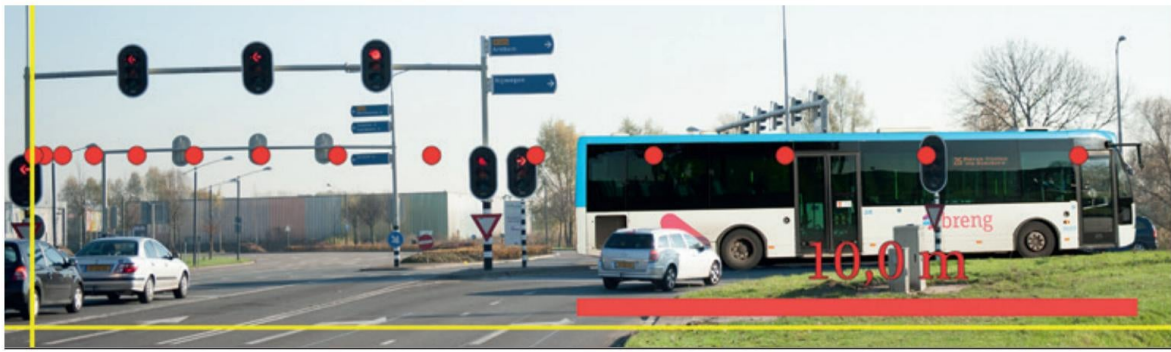
In plaats van Δx kun je ook het symbool s gebruiken. Let op het verschil tussen de grootte s en de eenheid s :

- $s = 10 \text{ m}$ betekent: de verplaatsing is tien meter.
- $t = 10 \text{ s}$ betekent: de tijd is tien seconden.

► practicum **Beweging vastleggen met videometen**

Videometen is een van de manieren om een beweging vast te leggen. Je filmt een bewegend voorwerp en legt de beweging vast op een aantal afzonderlijke beelden. Daarbij is bekend hoeveel beelden per seconde je maakt tijdens het filmen. Je kunt dan van elk beeld het tijdstip berekenen waarop het is gemaakt. Op elk beeld markeer je hetzelfde punt van het bewegende voorwerp. Als de werkelijke grootte

van een voorwerp bekend is, kun jij of een computer bij elk tijdstip de plaats van het voorwerp berekenen ten opzichte van de plaats op het eerste beeld.



Figuur 2.3

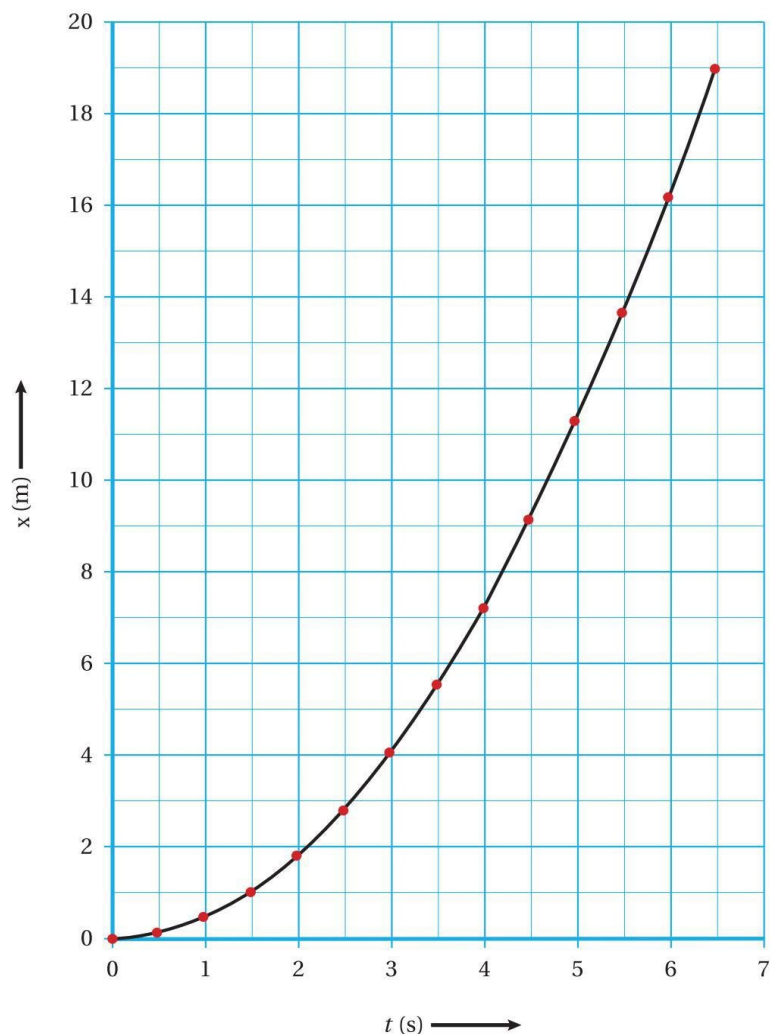
In figuur 2.3 zie je het resultaat van een videometing. Je ziet één beeld van de film. De rode stippen zijn de posities van de voorkant van de bus op de andere beelden. Dit heet het **spoor** van de bus. De werkelijke lengte van de bus is 10,0 m.

Een computerprogramma maakt van figuur 2.3 het (x, t) -diagram van figuur 2.4.

In deze figuur lees je af dat de plaats van de bus op $t = 4,0$ s gelijk is aan 7,2 m.

Als je zelf met behulp van figuur 2.3 de plaats van de bus op $t = 4,0$ s wilt bepalen, ga je als volgt te werk:

- Bepaal het tijdsverschil tussen twee beelden. Dit volgt uit het aantal beelden dat per seconde is gemaakt.
- Bepaal welk beeld (stip) hoort bij $t = 4,0$ s.
- Bepaal hoeveel cm de bus is verplaatst gedurende 4,0 s.
- Bepaal de schaal van de foto: hoeveel cm komt in werkelijkheid overeen met 1,0 cm op de foto?
- Bereken hoeveel m de bus in werkelijkheid heeft afgelegd.



Figuur 2.4

Voorbeeld 2 Rekenen aan het spoor van een videometing

Zie figuur 2.3. Tijdens de videometing zijn twee beelden per seconde gemaakt.

De bus vertrekt op $t = 0$ s.

Bepaal hoeveel meter de bus na 4,0 s heeft afgelegd.

Uitwerking

Er worden twee beelden per seconde gemaakt, dus het tijdsverschil tussen twee beelden is een halve seconde. Na 4,0 s ben je $\frac{4,0}{0,5} = 8$ beelden verder.

Als het eerste beeld op $t = 0,0$ s is gemaakt, dan hoort het negende beeld bij $t = 4,0$ s.

In figuur 2.3 is de afstand van de eerste stip tot de negende stip gelijk aan 4,25 cm.

Op de foto is de lengte van de bus 5,95 cm. De bus heeft in werkelijkheid een lengte van 10,0 m. Dus 1,0 cm op de foto komt overeen met $\frac{10,0}{5,95} = 1,68$ m in werkelijkheid.

De schaal is $1 \text{ cm} \triangleq 1,68 \text{ m}$.

Dus 4,25 cm is in werkelijkheid gelijk aan $4,25 \times 1,68 = 7,14 \text{ m}$.

Opmerking

Deze waarde komt goed overeen met de 7,2 m die volgt uit het diagram in figuur 2.4.

Beweging vastleggen met een stroboscopische foto

Een beweging kun je ook vastleggen op een **stroboscopische foto**. In figuur 2.5 zie je daarvan een voorbeeld. De camera maakt met vaste tussenpozen een momentopname en zet al deze beelden over elkaar heen.

Maak je bijvoorbeeld een foto van de start van een sprinter, dan wordt bij iedere momentopname de plaats van de sprinter op dat moment vastgelegd.



Figuur 2.5

Zo ontstaat één foto waarop de sprinter meerdere keren is afgebeeld. Net als bij een videometing is het nodig om een bekende afstand in beeld te hebben, zodat je de werkelijke afstand kunt berekenen.

Een manier om een stroboscopische foto te maken is met een **stroboscoop**. Dat is een lamp die met regelmatige tussenpozen korte lichtflitsen geeft. Alleen op de momenten dat de lamp flitst, wordt op de film in de camera een beeld vastgelegd.

Beweging vastleggen met een ultrasone plaatssensor

Je kunt **ultrasoon geluid** gebruiken om de plaats van een voorwerp te bepalen. De frequentie van ultrasoon geluid is zo hoog dat mensen die toon niet kunnen horen. Een **ultrasone plaatssensor** zendt heel kort een hoge toon uit. Zo'n kortdurende toon heet een puls. Tegelijkertijd start een teller. Het voorwerp kaatst de puls terug. De sensor vangt de teruggekaatste puls weer op en stopt de teller. Uit de tijd die de teller aangeeft en de geluidssnelheid berekent de sensor de afstand tot het voorwerp.

Voorbeeld 3 Rekenen aan het signaal van een ultrasone plaatssensor

Een ultrasone plaatssensor zendt een puls uit richting een voorwerp. Na 2,5 ms wordt de puls weer ontvangen.

Bereken de afstand tussen de plaatssensor en het voorwerp.

Uitwerking

$$s = v \cdot t$$

$$v = 0,343 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1} \text{ (zie BINAS tabel 15A)}$$

$$t = 2,5 \text{ ms} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$s = 0,343 \cdot 10^3 \times 2,5 \cdot 10^{-3} = 0,857 \text{ m}$$

De tijd 2,5 ms is de tijd waarin de puls heen- en weer teruggaat.

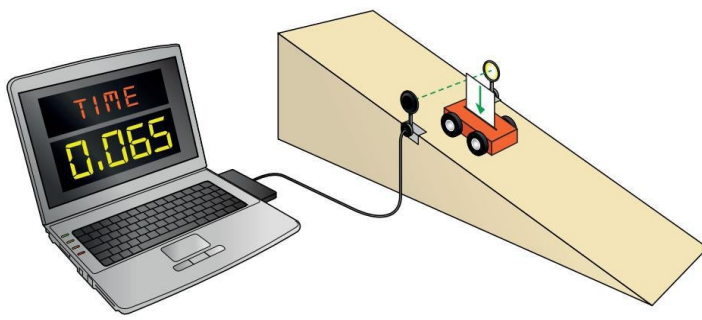
Dus de afstand tussen de plaatssensor en het voorwerp is $\frac{0,857}{2} = 0,428 \text{ m}$.

Afgerond: 0,43 m.

Een plaatssensor zendt pulsen uit. De tijd tussen twee pulsen is steeds hetzelfde. Met elke puls wordt de plaats van een voorwerp bepaald. Koppel je de plaatssensor aan een computer, dan kan een computerprogramma, net als bij videometen, een (plaats, tijd)-diagram tekenen.

Gemiddelde snelheid bepalen met een lichtpoortje met timer

Een **lichtpoortje** bestaat uit een lichtbron en een lichtsensor. Als een voorwerp tussen de lichtbron en de lichtsensor doorgaat, ontvangt de lichtsensor geen licht. Heb je het lichtpoortje aangesloten op een timer, dan meet je met de timer hoelang de sensor geen licht ontvangt. Zie figuur 2.6. Uit de lengte van het voorwerp en de gemeten tijd kun je dan de (gemiddelde) snelheid van het voorwerp berekenen.

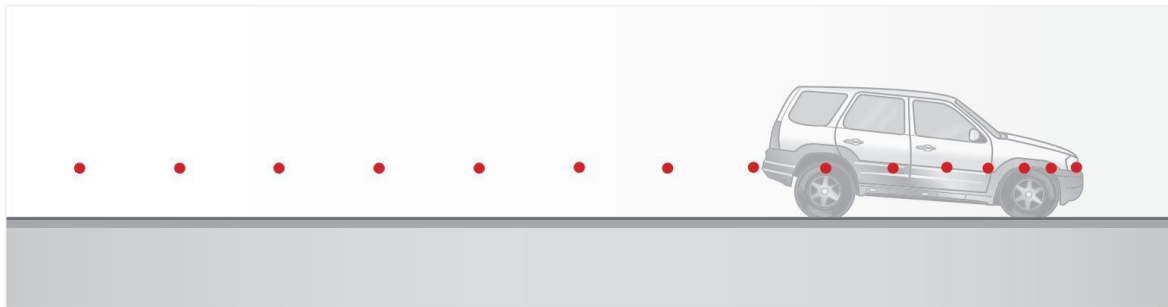


Figuur 2.6

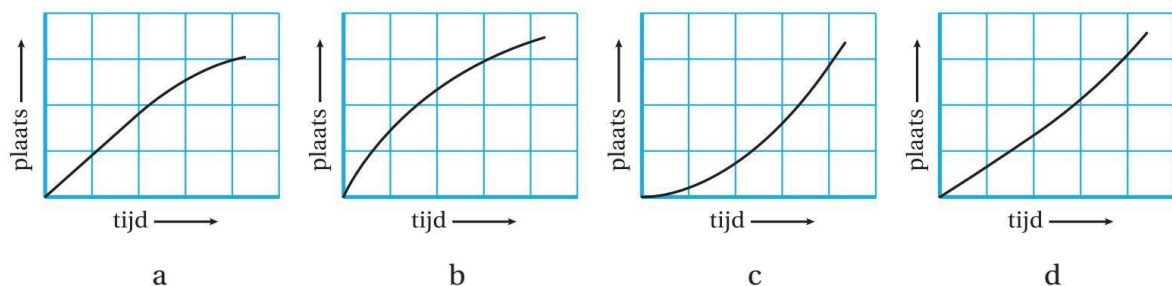
Opgaven



- 1 De bus uit figuur 2.3 is 10,0 m lang. De bus is gefilmd door een camera die elke seconde twee beelden maakt. De bus trekt op vanuit stilstand. Het eerste beeld is gemaakt op $t = 0$ s.
 - a Leg uit hoe je aan figuur 2.3 ziet dat de bus steeds sneller gaat.
 - b Toon aan dat tussen het vierde en het tiende beeld 3,0 s verstreken is.
 - c Bepaal met figuur 2.3 de verplaatsing tussen het vierde en het tiende beeld.
- 2 Je maakt met je telefoon een video van de noodstop van een auto. De auto komt van links aanrijden. Met een videometing geef je telkens de plaats aan van de voorkant van de auto. Figuur 2.7 geeft het resultaat weer. In figuur 2.8 staan vier diagrammen. Leg uit welk diagram bij de beweging hoort.

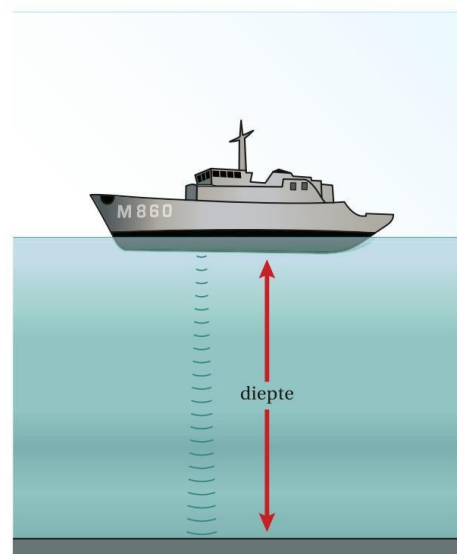


Figuur 2.7



Figuur 2.8

- 3 Een onderzoeker wil de diepte van de zee rond de Noordpool meten. Daarvoor gebruikt hij een ultrasone plaatssensor. Zie figuur 2.9. Hij neemt aan dat de temperatuur van het zeewater gelijk is aan 0°C ($= 273\text{ K}$). De sensor vangt een puls 0,24 s na het uitzenden weer op.
 - a Bereken de diepte van de zee als de temperatuur 0°C is.
 De watertemperatuur is echter hoger dan 0°C .
 - b Is de berekende diepte te groot of te klein? Licht je antwoord toe.

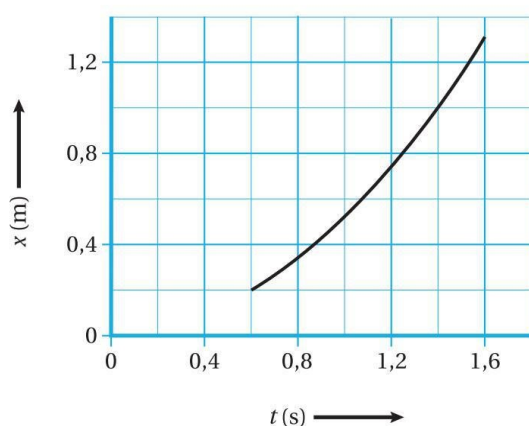


Figuur 2.9

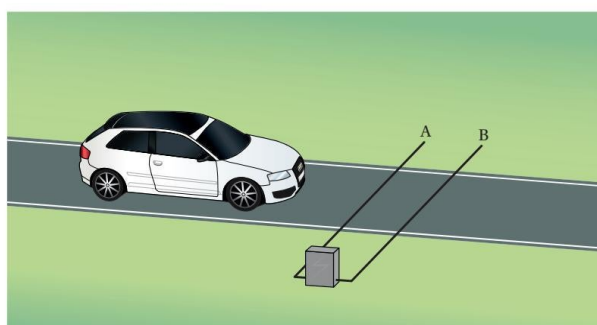
- **tekenblad** 4 Esmee laat een karretje van een helling af rollen. In figuur 2.10 zie je de opstelling.
- **hulpblad** Een ultrasone plaatssensor registreert de beweging. In figuur 2.11 zie je het (x,t) -diagram. Hierin is x de afstand van het karretje tot de sensor.
- Waarom is het prettig voor Esmee dat de sensor werkt met ultrasoon geluid? De sensor bevindt zich bovenaan de helling.
 - Hoe zie je dit aan het diagram?
- Op $t = 0,0$ s werd het karretje vlak voor de sensor losgelaten. De sensor registreert het karretje niet als het op een kleine afstand van de sensor is.
- Bepaal de minimale afstand waarop de sensor werkt. Jesse voert dezelfde proef uit. Maar nu staat de sensor onderaan de helling.
 - Schets in figuur 2.11 het (x,t) -diagram als de sensor onderaan de helling staat.



Figuur 2.10



Figuur 2.11

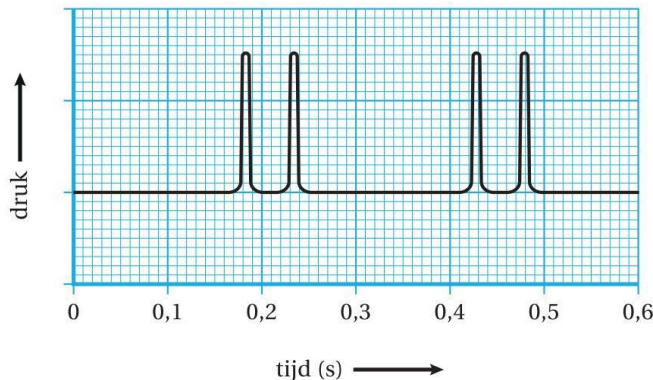


Figuur 2.12

- **hulpblad** 5 Om de snelheid van auto's te meten, liggen twee kabels op de weg. Zie figuur 2.12. De figuur is niet op schaal. De afstand tussen de kabels is 70 cm. Elke keer als een wiel over een kabel rijdt, stijgt de druk in de kabel. Een computer registreert het tijdstip waarop de druk in een kabel verandert.

Figuur 2.13 toont een piekenpatroon als één auto passeert.

- a Toon aan dat de snelheid van de auto gelijk is aan 50 km h^{-1} .
- b Bepaal met behulp van figuur 2.13 de lengte van de auto op één decimaal nauwkeurig.



Figuur 2.13

► **hulpblad**

- 6 Op tv lijkt een wiel van een sportauto soms stil te staan terwijl de auto wel beweegt. Sien onderzoekt dit verschijnsel met behulp van een fototoestel, een stroboscoop en een speelgoedauto. De lengte van de auto is $7,5 \text{ cm}$. Een van de spaken is rood. De stroboscoop flitst 20 keer per seconde. Sien trekt de auto met constante snelheid voort. In figuur 2.14 zie je de stroboscopische foto van de beweging van de auto.
 - a Leg uit dat tussen het eerste beeld en het laatste beeld van de auto $0,20 \text{ s}$ zijn verstreken.
 - b Toon aan dat de snelheid van de auto $2,2 \text{ m s}^{-1}$ is.
Het wiel heeft twee keer rondgedraaid tussen de eerste en de tweede flits.
 - c Bereken de diameter van het wiel.
Sien wil dat de 'tweede' auto op de foto komt op het moment dat het wiel één keer heeft rondgedraaid. Hiervoor moet het aantal flitsen per seconde worden aangepast.
 - d Leg uit of de stroboscoop dan meer of minder dan 20 flitsen per seconde moet geven.



Figuur 2.14

Bij trajectcontrole wordt over een afstand van enkele kilometers de gemiddelde snelheid van elke passerende auto bepaald. Je krijgt een boete als die snelheid te hoog is. Hoe werkt trajectcontrole en wat is gemiddelde snelheid?

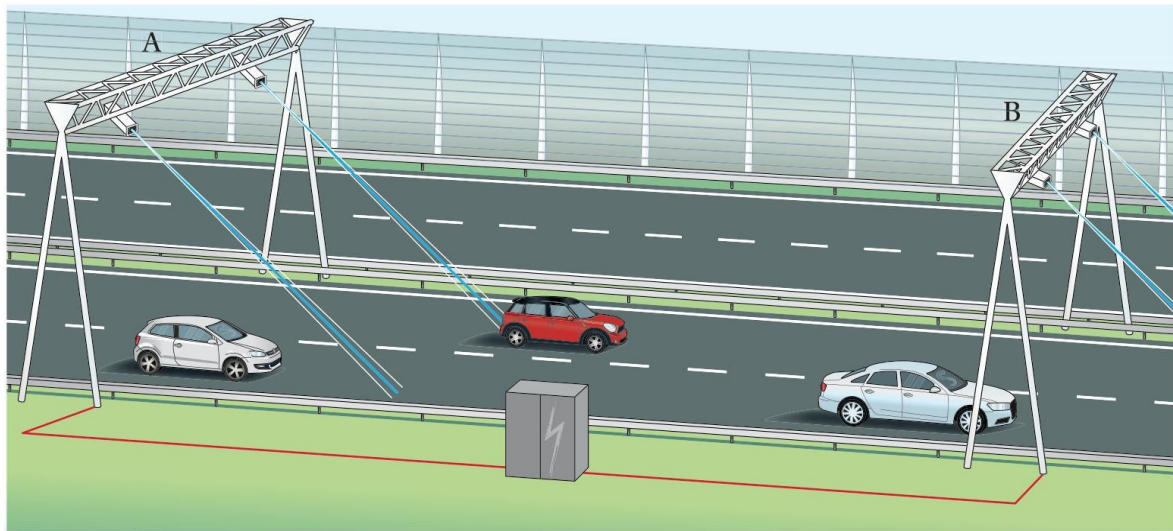


Figuur 2.15

2.2 Eenparige rechtlijnige beweging

Gemiddelde snelheid

Trajectcontrole maakt gebruik van twee camera's die het nummerbord van een auto fotograferen: één aan het begin van het traject (A), en één aan het einde (B). Zie figuur 2.16. Ook het tijdstip waarop een foto is gemaakt, wordt vastgelegd.



Figuur 2.16

De plaats van elke camera is bekend en daarmee de afstand AB. Uit de twee tijdstippen waarop een foto van de auto is gemaakt, berekent een computer de tijd die de auto nodig had om het traject AB af te leggen. Met deze gegevens berekent de computer de **gemiddelde snelheid** van de auto.

In BINAS tabel 35A1 vind je de formules voor de gemiddelde snelheid:

$$v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ en } s = v_{\text{gem}} \cdot t$$

- v_{gem} is de gemiddelde snelheid in m s^{-1} .
- Δx is de verplaatsing in m.
- Δt is de tijdsduur in s.
 $\Delta t = t_{\text{eind}} - t_{\text{begin}}$
- s is de verplaatsing in m.
- t is de tijdsduur in s.

Voorbeeld 4 Rekenen met gemiddelde snelheid

Op een traject van 4,0 km wordt de snelheid gemeten. Op dit traject geldt een maximumsnelheid van 80 km h^{-1} .

Bereken hoeveel minuten je minimaal over dit traject moet doen om niet boven de maximumsnelheid uit te komen.

Uitwerking

$$s = v_{\text{gem}} \cdot t \text{ met } v_{\text{gem}} = 80 \text{ km h}^{-1} \text{ en } s = 4,0 \text{ km}$$

$$4,0 = 80 \cdot t$$

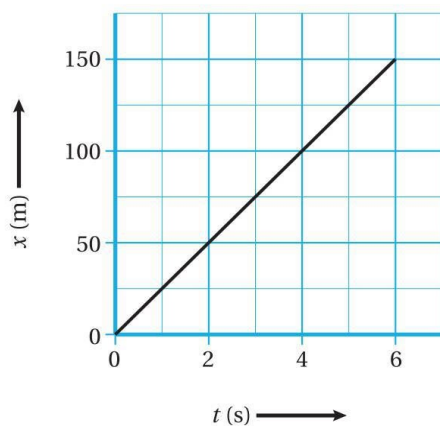
$$t = 0,050 \text{ h} = 0,050 \times 60 = 3,0 \text{ min}$$

Je moet er dus minstens 3,0 min over doen.

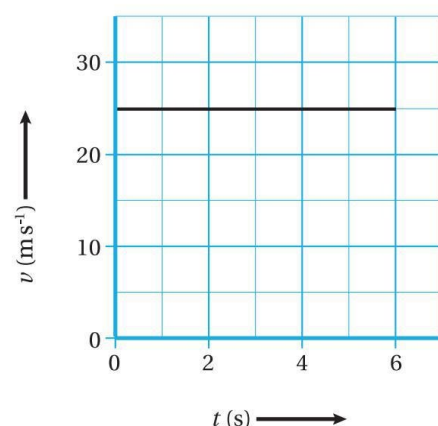
Constante snelheid in diagrammen

In figuur 2.17 zie je een (x,t) -diagram van de beweging van een auto. De auto legt in $\Delta t = 6,0 \text{ s}$ een traject af van $\Delta x = 150 \text{ m}$. De gemiddelde snelheid is dan 25 m s^{-1} .

De auto legt elke seconde 25 meter af. Dit geldt voor elke combinatie van Δx en Δt . Omdat de snelheid van de auto niet verandert, is de snelheid op elk moment gelijk aan de gemiddelde snelheid. Je zegt dat de auto een **constante snelheid** heeft. In plaats van het symbool v_{gem} gebruik je dan het symbool v . In figuur 2.18 zie je het **(snelheid, tijd)-diagram** of **(v,t)-diagram** bij de constante snelheid $v = 25 \text{ m s}^{-1}$.



Figuur 2.17



Figuur 2.18

Verplaatsing bij constante snelheid

Een beweging langs een rechte lijn met een constante snelheid heet een **eenparige rechtlijnige beweging**. Meestal zeg je alleen maar **eenparige beweging**.

Bij een eenparige beweging geldt $v_{\text{gem}} = v$. Dus gaat de formule $s = v_{\text{gem}} \cdot t$ over in de bekende formule voor de **verplaatsing bij een eenparige beweging** $s = v \cdot t$.

Zie BINAS tabel 35A1.

Snelheid in een (plaats, tijd)-diagram

Je ziet aan figuur 2.17 dat de grafiek in het (x, t) -diagram van de eenparige beweging van de auto een rechte schuine lijn is. Dat komt doordat elke seconde de plaats x evenveel toeneemt. Je zegt dan: 'de steilheid van de lijn is overal even groot'. De **steilheid van de grafieklijn in het (x, t) -diagram** is dus gelijk aan de **snelheid** van de auto. De steilheid bepaal je met behulp van twee punten op de grafieklijn. Kies deze twee punten zo, dat ze ver uit elkaar liggen en gemakkelijk af te lezen zijn. De invloed van een afleesfout op de steilheid is dan het kleinst. Met behulp van deze punten bepaal je Δx en Δt .

Voorbeeld 5 Snelheid bepalen in een (x, t) -diagram

In figuur 2.19 zijn Δx en Δt aangegeven.

Bepaal de snelheid van de auto.

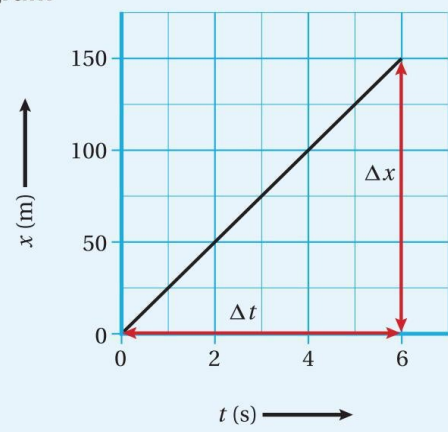
Uitwerking

De snelheid van de auto volgt uit steilheid van de grafieklijn:

$$v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{grafieklijn}} = \frac{x_{\text{eind}} - x_{\text{begin}}}{t_{\text{eind}} - t_{\text{begin}}}$$

$$v = \frac{150 - 0}{6,0 - 0,0}$$

$$v = 25 \text{ m s}^{-1}$$



Figuur 2.19

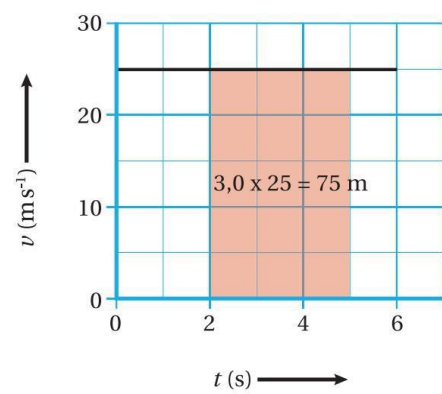
Verplaatsing in een (snelheid, tijd)-diagram

Als de snelheid constant is, is de grafiek in een (snelheid, tijd)-diagram een rechte lijn evenwijdig aan de tijdas. De snelheid heeft immers op elk tijdstip dezelfde waarde.

In figuur 2.20 is de oppervlakte onder de grafiek tussen $t = 2,0 \text{ s}$ en $t = 5,0 \text{ s}$ rood gekleurd.

Die oppervlakte is gelijk aan $(5,0 - 2,0) \times 25 = 75 \text{ m}$.

Kijk je naar figuur 2.17, dan zie je dat tussen $t = 2,0 \text{ s}$ en $t = 5,0 \text{ s}$ de verplaatsing 75 m is.



Figuur 2.20

De **verplaatsing tussen twee tijdstippen in een (v,t) -diagram** is dus gelijk aan de **oppervlakte onder de grafieklijn** tussen die twee tijdstippen. Omdat je een oppervlakte uitrekent, heet deze werkwijze de **oppervlaktemethode**.

Gebruik je de oppervlaktemethode, dan bepaal je de eenheid van de oppervlakte door de eenheden langs de assen met elkaar te vermenigvuldigen.

Voorbeeld 6 Eenheid bepalen bij oppervlaktemethode

In figuur 2.20 is de oppervlakte $3,0 \times 25 = 75$.

Toon aan dat de eenheid m is.

Uitwerking

De oppervlakte bepaal je door de waarden op de assen met elkaar te vermenigvuldigen. Dan ontstaat de eenheid van oppervlakte onder de grafiek door de eenheden langs de assen met elkaar te vermenigvuldigen: $s \times m s^{-1} = m$.

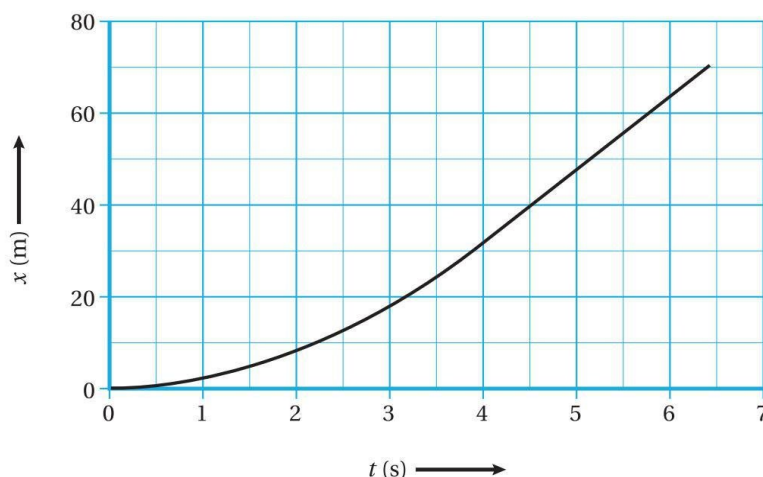
Opgaven

- 7 Usain loopt 100 m in 9,53 s.
- Bereken zijn gemiddelde snelheid in $m s^{-1}$ en in $km h^{-1}$.
Tijdens deze sprint is de topsnelheid van Usain ongeveer $44 km h^{-1}$. Dat is veel meer dan je antwoord op vraag a.
 - Leg uit hoe dat komt.
- Albert loopt 42 km en 195 m in 3 h, 25 min en 8 s.
- Bereken de gemiddelde snelheid in $m s^{-1}$.

- **tekenblad** 8 Tony bestudeert de beweging van een optrekkende scooter.

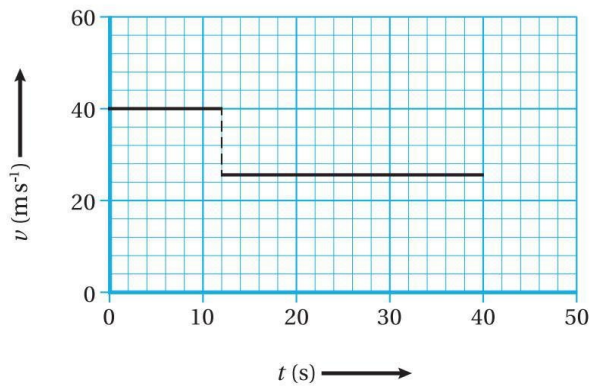
In figuur 2.21 zie je het (x,t) -diagram ervan.

- Hoe zie je aan het diagram dat de beweging van de scooter geen eenparige beweging is?
- Bepaal de gemiddelde snelheid in de eerste zes seconden.
Na 4,0 s is de beweging van de scooter wél eenparig.
- Bepaal de snelheid van de scooter tussen $t = 4,0 s$ en $t = 6,0 s$.



Figuur 2.21

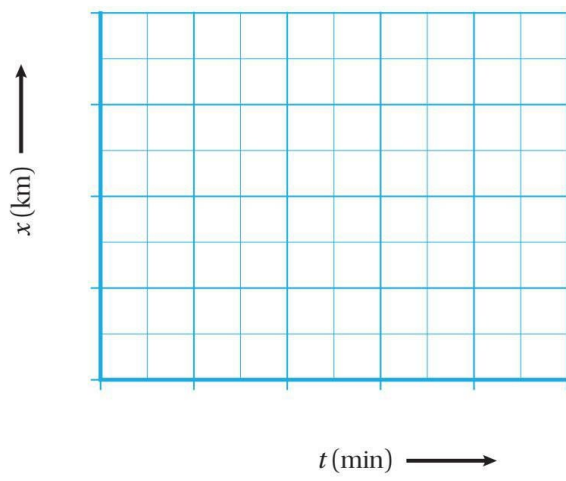
- **hulpblad** 9 Op een snelweg geldt een maximumsnelheid van 120 km h^{-1} . Door middel van trajectcontrole wordt de gemiddelde snelheid van een auto over een afstand van $1,0 \text{ km}$ vastgesteld. Op $t = 0 \text{ s}$ is een auto aan het begin van het traject. In figuur 2.22 is het (v, t) -diagram van de autorit gegeven. Als de gemiddelde snelheid van de auto over dit traject groter is dan 120 km h^{-1} , is de automobilist in overtreding.
- Toon aan dat de snelheid op $t = 0 \text{ s}$ hoger is dan 120 km h^{-1} .
 - Toon aan dat de automobilist na 33 s het traject van $1,0 \text{ km}$ afgelegd heeft.
 - Leg uit of de automobilist in overtreding is.



Figuur 2.22

- 10 Als het onweert, ontstaan de lichtflits en de donder tegelijkertijd. Op een zomeravond is het 20°C ($= 293 \text{ K}$) en het onweert. Je ziet eerst de lichtflits en hoort $4,25 \text{ s}$ later de donder.
- Bereken hoe ver weg het onweer is. Verwaarloos de tijd die het licht nodig heeft voor deze afstand.
 - Zoek in BINAS de snelheid van licht op en noteer deze in drie significante cijfers.
 - Leg uit dat je geen rekening hoeft te houden met de tijd die het licht nodig heeft.

- **hulpblad** 11 's Ochtends fiets je om 7.53 uur weg van huis. Je moet om 8.25 uur op school aankomen. De afstand van je huis naar school is $7,2 \text{ km}$. Wil je op tijd op school komen, dan moet je een minimale gemiddelde snelheid hebben.
- **tekenblad**
- Bereken deze minimale gemiddelde snelheid uitgedrukt in km h^{-1} .
Je fietst met een constante snelheid van 18 km h^{-1} naar school. Na $15,0 \text{ min}$ loopt de ketting van je fiets. Je probeert je fiets te repareren, maar na zeven minuten geef je het op. Je loopt daarna met je fiets aan de hand met een snelheid van $6,0 \text{ km h}^{-1}$ verder naar school.
 - Toon aan dat je nog 27 minuten naar school moet lopen.
 - Teken in figuur 2.23 een (x, t) -diagram van de gehele beweging.



Figuur 2.23

► hulpblad

- 12 Een jachtluipaard is het snelste landdier ter wereld. Zijn maximale snelheid is 110 km h^{-1} . Die snelheid houdt hij vol over een afstand van slechts 500 m. Na die 500 m stopt hij met rennen.
- Een gazelle heeft een maximumsnelheid van 80 km h^{-1} , maar houdt die langer vol dan het jachtluipaard.
- a Toon aan dat het jachtluipaard zijn maximale snelheid 16,4 s volhoudt.
- Een jachtluipaard weet een gazelle tot op een afstand van 90 m te besluipen. Zodra het jachtluipaard begint te sprinten, rent de gazelle weg.
- b Leg uit of het jachtluipaard de gazelle inhaalt. Verwaarloos de afstand die het jachtluipaard en de gazelle afleggen voordat ze hun maximumsnelheid bereiken.



Figuur 2.24

Op 15 oktober 1997 haalt Andy Green met zijn auto een snelheid van 1228 km h^{-1} . De twee Rolls Royce-straalmotoren zorgen voor zo'n enorme versnelling dat 4,0 s na de start de snelheid al bijna 160 km h^{-1} is. Wat is versnelling?



Figuur 2.25

2.3 Eenparig versnelde beweging

Versnellen, versnelling

Een beweging waarbij de snelheid toeneemt, noem je een **versnelde beweging**. De auto van Andy Green versnelde in 4,0 s vanuit stilstand tot 44 m s^{-1} . Figuur 2.26 is het (v, t) -diagram van de start. Je ziet dat de snelheid elke seconde evenveel toeneemt. Een beweging waarbij de snelheid gelijkmatig toeneemt, noem je een **eenparig versnelde beweging**.

In figuur 2.26 neemt de snelheid elke seconde met 11 m s^{-1} toe. Je zegt dan: de **versnelling** van de auto is gelijk aan 11 m s^{-2} .

Het symbool voor versnelling is a .

De eenheid van versnelling is m s^{-2} .

Dit spreek je uit als meter per secondekwadraat. Zie BINAS tabel 4.

De **steilheid van de grafieklijn in een (v, t) -diagram** is gelijk aan de **versnelling**.

Voor de versnelling geldt:

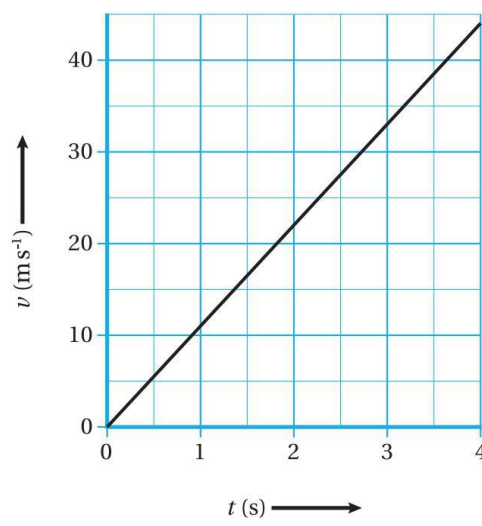
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- a is de versnelling in m s^{-2} .
- Δv is de verandering van snelheid in m s^{-1} .

$$\Delta v = v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}}$$

- Δt is de benodigde tijd in s.

$$\Delta t = t_{\text{eind}} - t_{\text{begin}}$$



Figuur 2.26

Voorbeeld 7 Versnelling bepalen in een (v,t) -diagram

In figuur 2.27 zijn Δv en Δt aangegeven.
Bepaal de versnelling van de auto.

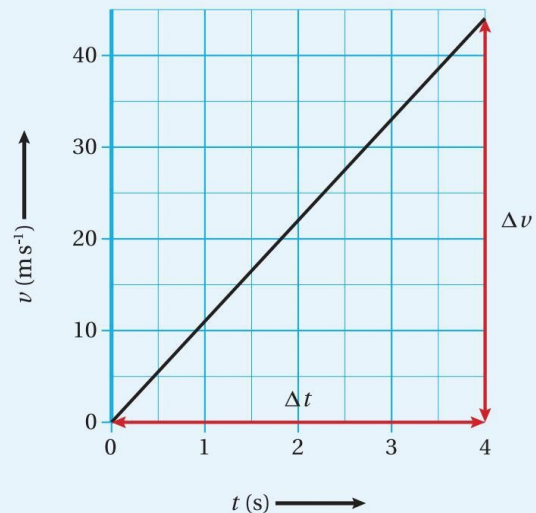
Uitwerking

De versnelling van de auto volgt uit de steilheid van de grafieklijn:

$$a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right)_{\text{grafieklijn}} = \frac{v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}}}{t_{\text{eind}} - t_{\text{begin}}}$$

$$a = \frac{44 - 0}{4,0 - 0,0}$$

$$a = 11 \text{ m s}^{-2}$$

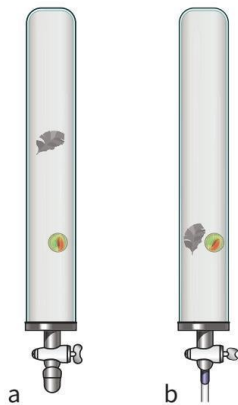


Figuur 2.27

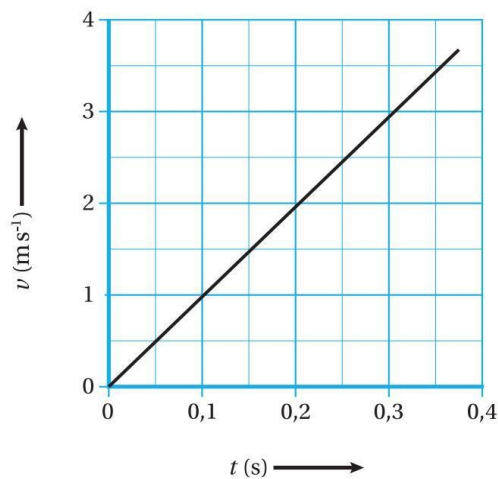
Vrije val

In een buis bevinden zich een knikker en een veertje. Als je de buis omdraait, raakt de knikker de onderkant van de buis eerder dan het veertje. Zie figuur 2.28a.

Pomp je de lucht uit de buis, dan krijg je de situatie van figuur 2.28b. De knikker en het veertje komen dan op hetzelfde moment beneden aan. Dit komt doordat ze dan geen last hebben van luchtweerstand. Zo'n beweging heet een **vrije val**. De snelheid van de knikker en het veertje tijdens een vrije val is in figuur 2.29 weergegeven.



Figuur 2.28



Figuur 2.29

Een vrije val is een eenparig versnelde beweging. De versnelling tijdens een vrije val is constant. Deze versnelling heet de **valversnelling** of **gravitatieversnelling**. In plaats van het symbool a gebruik je meestal het symbool g . In Nederland geldt $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$. Dat zie je ook aan de steilheid van de grafiek in figuur 2.29. Op de evenaar is g iets kleiner en op de polen iets groter dan $9,81 \text{ m s}^{-2}$. Zie BINAS tabel 30B.

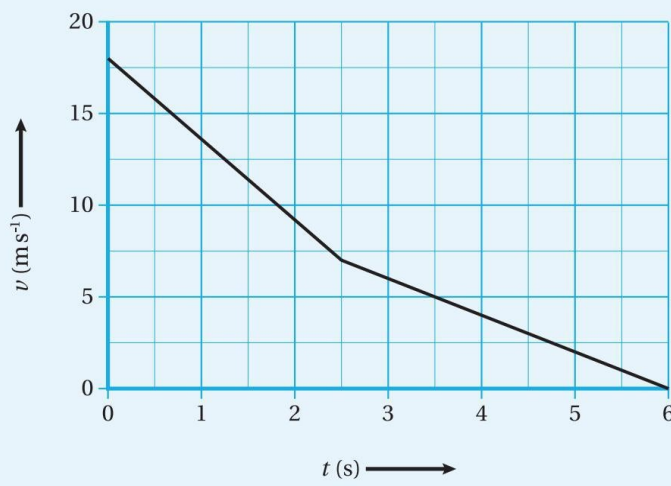
In BINAS tabel 31 vind je de gravitatieversnelling op andere hemellichamen.

Vertragen, vertraging

Als een auto afremt, neemt zijn snelheid af. De beweging van de auto noem je dan een **vertraagde beweging**. Een vertraagde beweging kun je ook een versnelde beweging noemen. De versnelling heeft dan een negatieve waarde, terwijl de snelheid een positieve waarde heeft. Het omgekeerde geldt ook: als de snelheid negatief is en de versnelling is positief, dan is de beweging vertraagd.

Voorbeeld 8 Vertraging bepalen in een (v,t) -diagram

In figuur 2.30 zie je het (v,t) -diagram van een auto die een verkeerslicht nadert. De bestuurder trapt eerst op de rem en laat daarna de auto uitrollen. Bepaal de versnelling van de auto tijdens het remmen.



Figuur 2.30

Uitwerking

Tijdens het remmen daalt de snelheid van de auto in 2,5 s van $18,0 \text{ m s}^{-1}$ naar $7,0 \text{ m s}^{-1}$. Voor de versnelling geldt:

$$a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right)_{\text{grafieklijn}} = \frac{v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}}}{t_{\text{eind}} - t_{\text{begin}}}$$

$$a = \frac{7,0 - 18,0}{2,5 - 0,0}$$

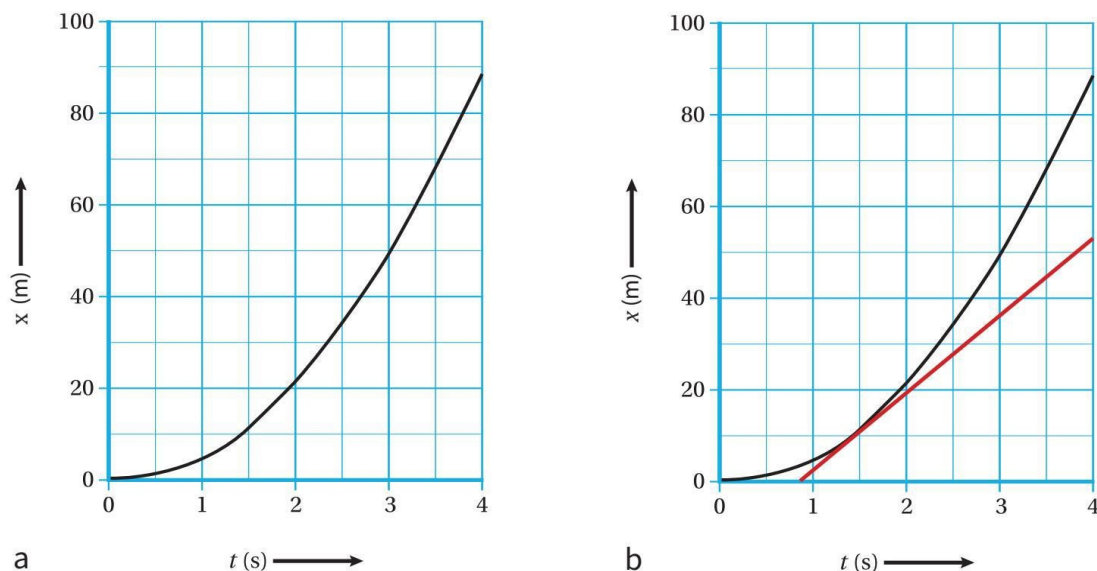
$$a = -4,4 \text{ m s}^{-2}$$

Opmerking

Omdat de snelheid afneemt, weet je dat de beweging vertraagd is. Je mag daarom ook zeggen: de **vertraging** is $4,4 \text{ m s}^{-2}$. Het minteken laat je dan weg.

(Plaats, tijd)-diagram**Snelheid op een tijdstip bepalen met de raaklijnmethode**

In figuur 2.31a zie je het (x,t) -diagram van de start van Andy Green. De snelheid wordt steeds groter en dat zie je ook aan de grafiek in het (x,t) -diagram: de grafiek loopt steeds steiler. Na 2,0 s heeft Green 22 m afgelegd; na 4,0 s is dat al 88 m. De grafiek in een (x,t) -diagram van een eenparig versnelde beweging hoort bij een kwadratisch evenredig verband. Zo'n kromme noem je een **parabool**.

**Figuur 2.31**

De **snelheid op een tijdstip** bepaal je met de steilheid van de grafiek. Hoe steil een grafiek is op een tijdstip bepaal je met de **raaklijnmethode**. Dit doe je als volgt:

- Teken op dat tijdstip de raaklijn aan de grafiek.
- De raaklijn verleng je aan beide kanten tot aan de randen van het diagram, zoals in figuur 2.31b.
- Bepaal de steilheid van de raaklijn met behulp van twee punten op de lijn die ver uit elkaar liggen.

Voorbeeld 9 Snelheid bepalen met de raaklijnmethode

In figuur 2.31b is op $t = 1,5$ s een raaklijn aan de grafiek getekend.

Bepaal de snelheid op $t = 1,5$ s.

Uitwerking

De snelheid op $t = 1,5$ s volgt uit de steilheid van de raaklijn.

$$v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$$

$$v = \frac{53 - 0}{4,0 - 0,9}$$

$$v = 17,0 \text{ m s}^{-1}$$

Afgerond: $v = 17 \text{ m s}^{-1}$.

Opmerking

Het bepalen van de snelheid op een tijdstip is lastig. Zowel bij het tekenen van de raaklijn als bij het aflezen van de punten maak je toevallige fouten. Daarmee wordt rekening gehouden bij het beoordelen van een uitkomst als je de raaklijnmethode hebt gebruikt.

Gemiddelde snelheid bepalen met de snijlijnmethode

In figuur 2.31a geldt voor de gemiddelde snelheid tussen $t = 0,0$ s en $t = 2,0$ s:

$$v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{22 - 0,0}{2,0 - 0,0} = 11 \text{ m s}^{-1}.$$

Dit is de steilheid van de verbindingslijn tussen de twee punten op de grafieklijn bij $t = 0,0$ s en $t = 2,0$ s. Lees je echter voor de snelheid 23 af in plaats van 22, dan bereken je $v_{\text{gem}} = 11,5$ en dus afgerond 12 m s^{-1} .

Aflezen bij $t = 0,0$ s en $t = 2,0$ s geeft een onnauwkeurige bepaling, omdat de tijdstippen dicht bij elkaar liggen. De invloed van de meetonzekerheid is kleiner als je grotere meetwaarden gebruikt. Een nauwkeurige bepaling van de gemiddelde snelheid gaat dan als volgt:

- Teken een lijn door de twee punten op de grafieklijn die behoren bij de twee tijdstippen.
- Verleng deze lijn aan beide kanten tot de randen van het diagram.
- Bepaal de steilheid van de lijn.

De lijn door de twee punten noem je een **snijlijn**.

Deze werkwijze heet daarom de **snijlijnmethode**.

Voorbeeld 10 Gemiddelde snelheid bepalen met de snijlijnmethode

Figuur 2.32 is het (x, t) -diagram van de start van Andy Green. De rode lijn is de snijlijn voor het interval $t = 0,0$ s en $t = 2,0$ s. Bepaal de gemiddelde snelheid in de eerste twee seconden.

Uitwerking

Voor de gemiddelde snelheid geldt:

$$v_{\text{gem}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{snijlijn}}$$

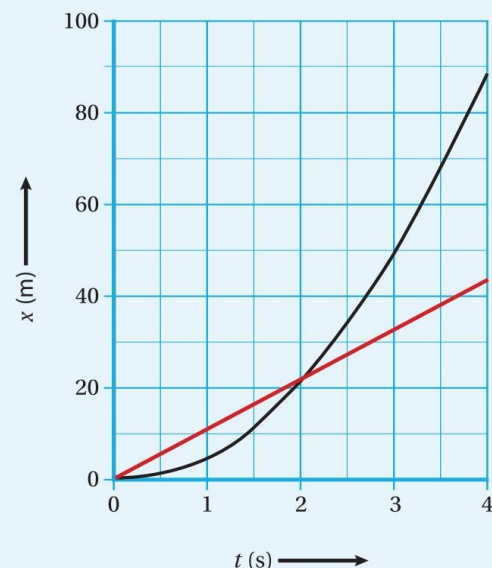
$$v_{\text{gem}} = \frac{44 - 0}{4,0 - 0}$$

$$v_{\text{gem}} = 11,0 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v_{\text{gem}} = 11 \text{ m s}^{-1}.$$

Opmerking

Als je 45 of 43 m s^{-1} afleest in plaats van 44 m s^{-1} , bereken je afgerond dezelfde waarde voor de gemiddelde snelheid (11 m s^{-1}).



Figuur 2.32

(Snelheid, tijd)-diagram

Verplaatsing bepalen met de oppervlaktemethode

Met de **oppervlaktemethode** bepaal je de verplaatsing in een (v,t) -diagram. Bij een eenparig versnelde of vertraagde beweging is de oppervlakte onder de grafieklijn een driehoek. Voor de oppervlakte van een driehoek geldt: $A = \frac{1}{2} \times \text{basis} \times \text{hoogte}$.

Voorbeeld 11 Verplaatsing bepalen met de oppervlaktemethode

In figuur 2.33 zie je het (v,t) -diagram van de start van Andy Green tussen $t = 0,0$ s en $t = 4,0$ s.

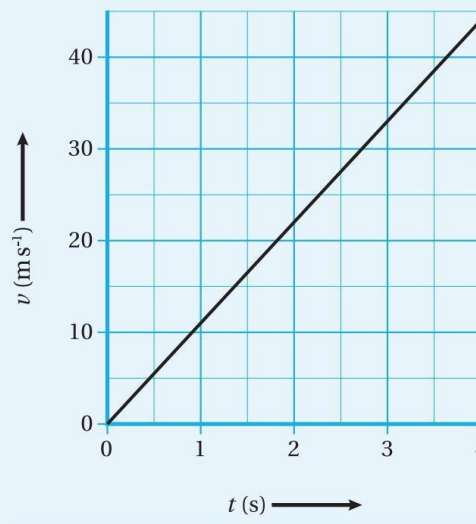
Bepaal de verplaatsing in dit interval.

Uitwerking

In figuur 2.33 is de oppervlakte onder de grafiek een driehoek.

De verplaatsing tussen $t = 0,0$ s en $t = 4,0$ s is dan $\frac{1}{2} \times (4,0 - 0,0) \times (44 - 0,0) = 88$ m. Dit komt overeen met figuur 2.32.

Je ziet daar dat op $t = 4,0$ s de verplaatsing inderdaad 88 m is.



Figuur 2.33

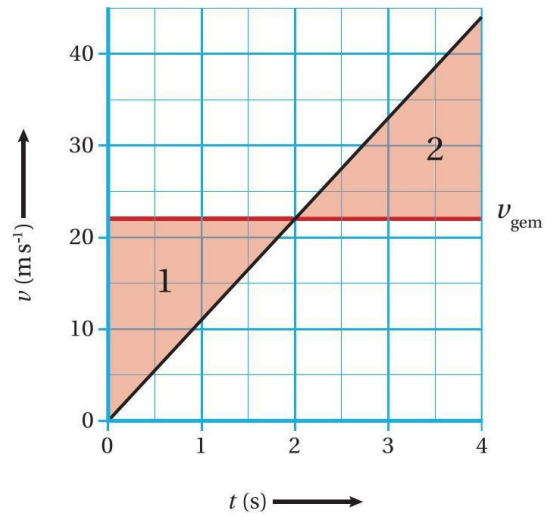
Verplaatsing bepalen met gemiddelde snelheid

Je ziet aan figuur 2.33 dat de snelheid van de auto elke seconde evenveel toeneemt. Voor de **gemiddelde snelheid** geldt dan:

$$v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{eind}} + v_{\text{begin}}}{2}$$

- v_{gem} is de gemiddelde snelheid in m s^{-1} .
- v_{eind} is de snelheid aan het eind in m s^{-1} .
- v_{begin} is de snelheid aan het begin in m s^{-1} .

Gebruik je vervolgens $s = v_{\text{gem}} \cdot t$ dan reken je weer een oppervlakte uit. In figuur 2.34 is met een rode lijn de gemiddelde snelheid aangegeven. Je ziet dat de oppervlakte van gebied 1 erbij is gekomen, maar dat de oppervlakte van gebied 2 eraf is gegaan. Deze gebieden zijn even groot.



Figuur 2.34

Voorbeeld 12 Verplaatsing bepalen met de gemiddelde snelheid

- Toon in figuur 2.34 aan dat de gemiddelde snelheid van de auto van Andy Green in de eerste vier seconden gelijk is aan 22 m s^{-1} .
- Bereken met de gemiddelde snelheid de verplaatsing in de eerste vier seconden.

Uitwerking

$$\text{a} \quad v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{eind}} + v_{\text{begin}}}{2}$$

Op $t = 0 \text{ s}$ is $v_{\text{begin}} = 0 \text{ m s}^{-1}$ en na $4,0 \text{ s}$ is $v_{\text{eind}} = 44 \text{ m s}^{-1}$.

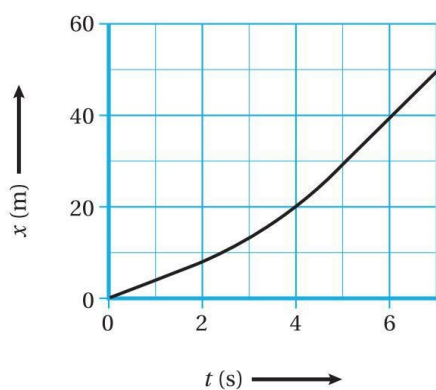
$$v_{\text{gem}} = \frac{44 + 0}{2} = 22 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{b} \quad s = v_{\text{gem}} \cdot t \text{ met } v_{\text{gem}} = 22 \text{ m s}^{-1} \text{ en } t = 4,0 \text{ s.}$$

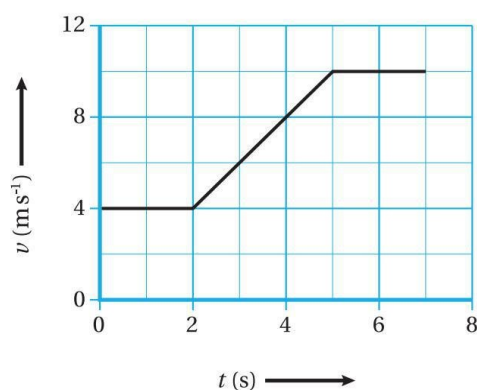
$$s = 22 \times 4,0 = 88 \text{ m}$$

Opgaven

- Een paard versnelt en gaat van draf over in galop. Van de beweging zijn een (x,t) -diagram en een (v,t) -diagram gemaakt. Zie de figuren 2.35 en 2.36. De beweging is eenparig tussen $t = 0,0 \text{ s}$ en $t = 2,0 \text{ s}$.
 - Hoe zie je dat aan het (x,t) -diagram?
 - En aan het (v,t) -diagram?
 Het paard gaat van draf over in galop tussen $t = 2,0 \text{ s}$ en $t = 5,0 \text{ s}$.
 - Hoe zie je dat aan het (x,t) -diagram?
 - En aan het (v,t) -diagram?
 - Bepaal met behulp van diagram 2.35 de afstand die het paard nodig heeft om van draf over te gaan in galop.
 - Bepaal met behulp van diagram 2.36 de afstand die het paard nodig heeft om van draf over te gaan in galop.



Figuur 2.35



Figuur 2.36

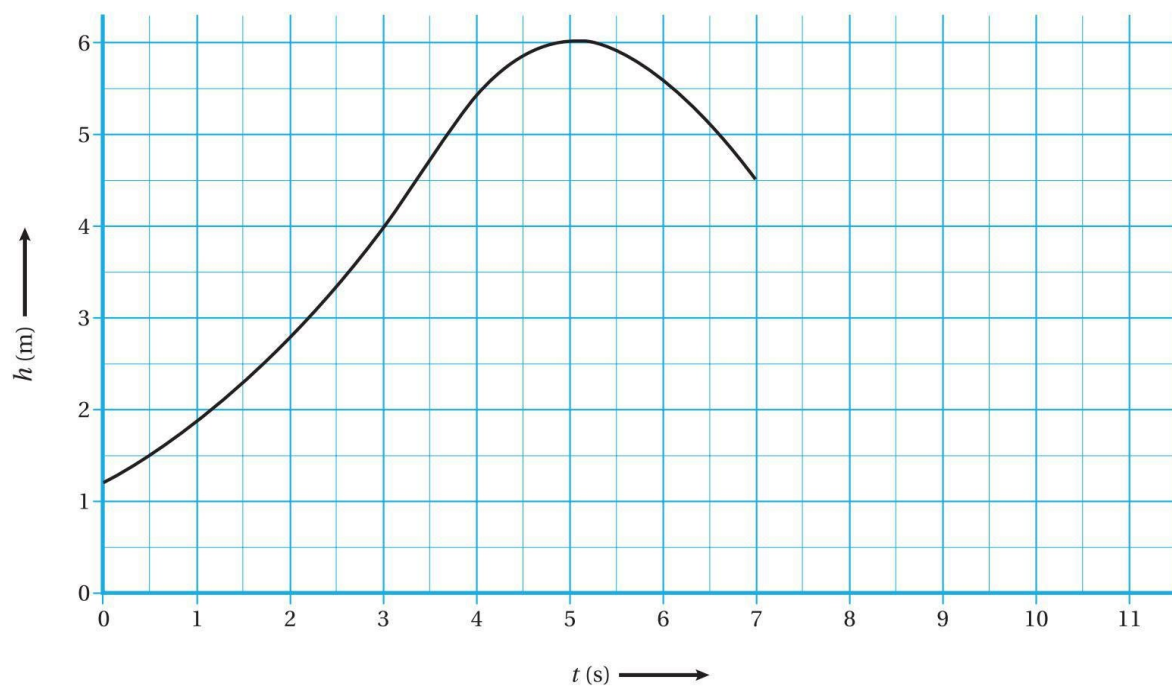
► **tekenblad** 14 In figuur 2.37 staat het (hoogte, tijd)-diagram van een vuurpijl.

Bepaal aan de hand van de figuur:

- op welke hoogte de vuurpijl is afgeschoten;
- de beginsnelheid;
- de gemiddelde snelheid tussen $t = 1,0$ s en $t = 6,0$ s;
- de maximale snelheid;

Na $t = 7$ s is de snelheid van de pijl constant.

- Bepaal of de pijl eerder of later dan op $t = 10$ s op de grond zal vallen.



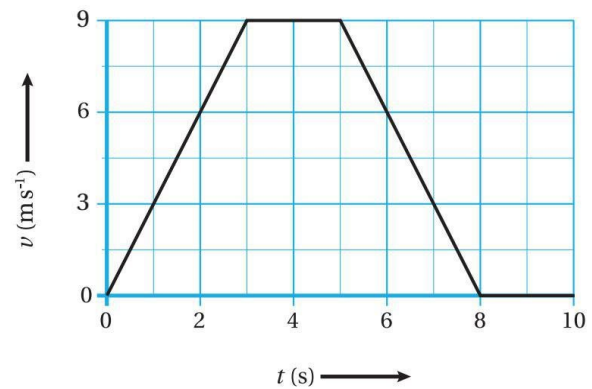
Figuur 2.37

15 In figuur 2.38 zie je het (v, t) -diagram van een lift in een flat. De lift gaat van de onderste verdieping naar de bovenste.

- a Beschrijf de beweging van de lift. Gebruik in je beschrijving de woorden eenparig, eenparig versneld en eenparig vertraagd.

De afstand tussen twee verdiepingen in een flat is steeds hetzelfde. Tussen $0,0$ s en $2,0$ s gaat de lift twee verdiepingen omhoog.

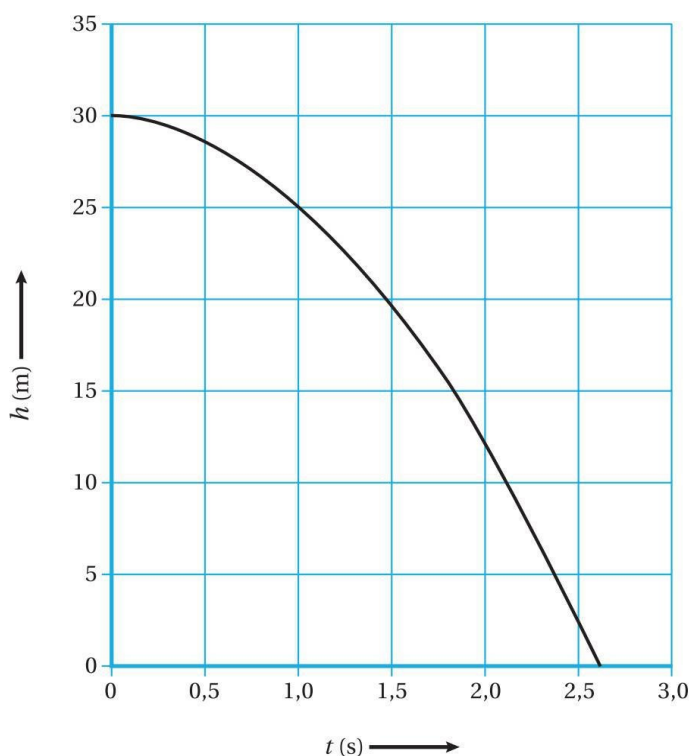
- b Bepaal hoeveel verdiepingen de lift tussen $t = 0,0$ s en $t = 8,0$ s omhoog gaat.



Figuur 2.38

► **tekenblad** 16 Bob zit in een reuzenrad een ijsje te eten. Op een gegeven moment laat hij zijn ijsje per ongeluk uit de gondel vallen. Een voorbijganger filmt de val en maakt een (plaats, tijd)-diagram van de val van het ijsje. Zie figuur 2.39.

- a Hoe toon je aan dat de beginsnelheid van het ijsje 0 m s^{-1} is?
 b Toon aan dat de snelheid waarmee het ijsje de grond raakt gelijk is aan 21 m s^{-1} .
 c Maakte het ijsje een vrije val? Licht je antwoord toe.



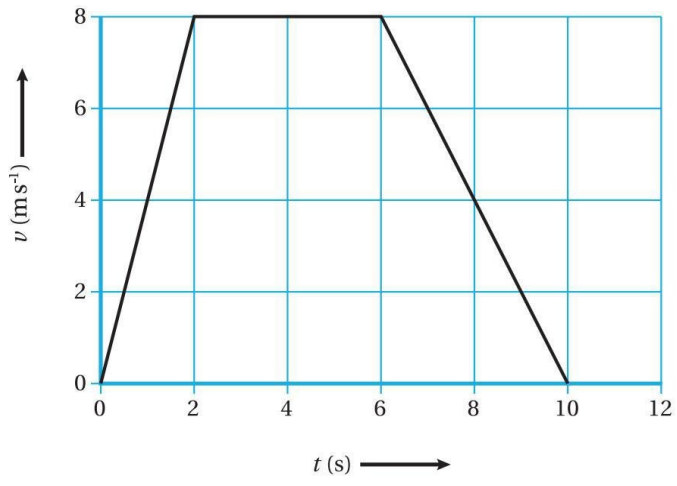
Figuur 2.39

- 17 Joris probeert de trein te halen en begint te rennen. Helaas redt hij het niet. In figuur 2.40 zie je het (v, t) -diagram van Joris.

a Leg uit dat de trein op $t = 6,0$ s de deuren sluit.

Bepaal met het diagram:

- b de versnelling gedurende de eerste twee seconden;
c de afstand die Joris aflegt tussen $t = 0,0$ s en $t = 10,0$ s;
d de vertraging na $t = 6,0$ s.



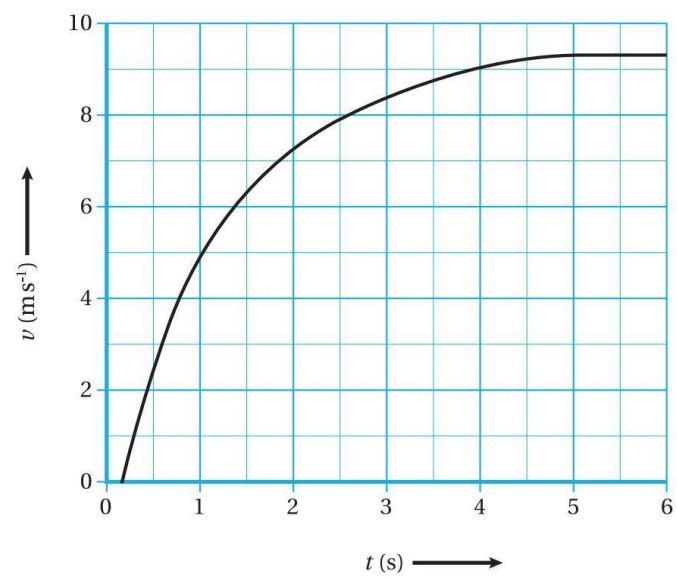
Figuur 2.40

- **hulpblad** 18 Een sprinter staat klaar voor de start van de 100 m. Op $t = 0,0$ s klinkt het startschot. Van het begin van de sprint is een (v, t) -diagram gemaakt. Zie figuur 2.41.

a Waarom begint de snelheid niet toe te nemen op $t = 0,0$ s maar iets later?

Tussen $t = 0,0$ s en $t = 5,0$ s legt de sprinter 34 m af. Daarna blijft de snelheid van de sprinter constant.

b Bepaal de eindtijd van de sprinter.



Figuur 2.41

- **hulpblad** 19 Een auto rijdt 100 km h^{-1} op de A65. Deze snelweg gaat over in de N65 waar de maximumsnelheid 80 km h^{-1} is. De bestuurder ziet een verkeersbord met maximumsnelheid 80 km h^{-1} . Hij remt af waardoor de auto vertraagt met $1,2 \text{ m s}^{-2}$.
- a Toon aan dat de auto na $4,6$ s de snelheid van 80 km h^{-1} bereikt.
- b Bereken de afstand die de auto tijdens het remmen aflegt.
- Een tweede auto rijdt na het verkeersbord door met 100 km h^{-1} totdat de automobilist 100 m verderop een flitspaal ziet. Deze flitst als de auto harder rijdt dan 80 km h^{-1} . De automobilist trapt op de rem om te voorkomen dat hij wordt geflitst.
- c Bereken de remvertraging die daarvoor minimaal nodig is.

De sprintster rent niet direct weg op maximale snelheid. Haar snelheid neemt toe totdat de maximale snelheid is bereikt. Hoe verandert de snelheid tijdens de sprint? Na hoeveel tijd bereikt zij haar maximale snelheid?



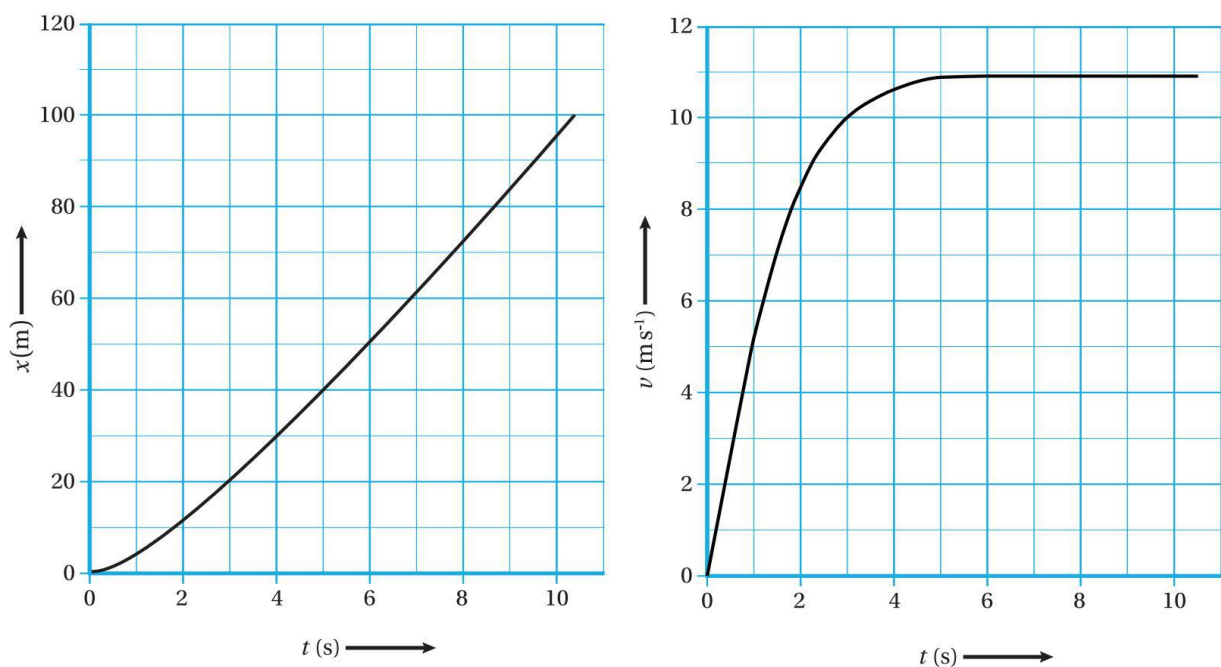
Figuur 2.42

2.4 Beweging in het algemeen

► **applet**
Rechtlijnige
bewegingen
► **practicum**
Videometing

Willekeurige beweging

Een sprintster rent de 100 m in 10,5 s. In figuur 2.43 zie je het (x,t) -diagram en het (v,t) -diagram. De (x,t) -grafiek is een kromme tussen $t = 0,0$ s en $t = 5,0$ s. Omdat de steilheid toeneemt is het een versnelde beweging. Of het een eenparig versnelde beweging is, kun je niet zien in het (x,t) -diagram maar wel in het (v,t) -diagram. Tussen $t = 0,0$ s en $t = 1,0$ s is de (v,t) -grafiek een schuine rechte lijn. De beweging is dan dus eenparig versneld. Van $t = 1,0$ s tot $t = 5,0$ s is de beweging wel versneld, maar niet eenparig versneld. De sprint is een voorbeeld van een **willekeurige beweging**.



Figuur 2.43

Vanaf $t = 5,0$ s is de grafieklijn in het (x, t) -diagram een schuine rechte. Op dat moment is de snelheid constant. De beweging is dan eenparig. Je ziet dat ook in het (v, t) -diagram. De grafieklijn loopt vanaf $t = 5,0$ s horizontaal.

De overgang van de eenparig versnelde beweging naar de beweging met constante snelheid verloopt geleidelijk. Aan de steilheid van de grafiek in het (v, t) -diagram zie je dat de versnelling steeds kleiner wordt. Is de steilheid 0 (de raaklijn loopt dan horizontaal), dan is de versnelling 0 m s^{-2} en de snelheid constant.

Snelheid in een (plaats, tijd)-diagram

Ook bij een willekeurige beweging geeft de steilheid van een raaklijn of snijlijn in een (x, t) -diagram informatie geeft over snelheid:

- Wil je de snelheid op een tijdstip weten, dan teken je een raaklijn aan de grafiek. De steilheid van deze raaklijn is gelijk aan de snelheid op het tijdstip dat hoort bij het raakpunt.
Soms valt de lijn gedeeltelijk samen met de grafieklijn. De steilheid van de raaklijn is dan gelijk aan de snelheid op alle tijdstippen van het interval waarin de lijn samenvalt met de grafieklijn.
- Wil je de gemiddelde snelheid in een interval weten, dan bepaal je het begin- en eindpunt van het interval op de grafieklijn. De rechte lijn tussen deze punten snijdt de grafiek. De steilheid van deze snijlijn is gelijk aan de gemiddelde snelheid in het interval tussen de twee snijpunten.

Voorbeeld 13 Gemiddelde snelheid bepalen met de snijlijnmethode

In figuur 2.44 is een snijlijn getekend in het (x, t) -diagram van de sprint.

- a Bepaal voor welk interval de steilheid van de snijlijn gelijk is aan de gemiddelde snelheid.
- b Bepaal de gemiddelde snelheid voor dit interval.

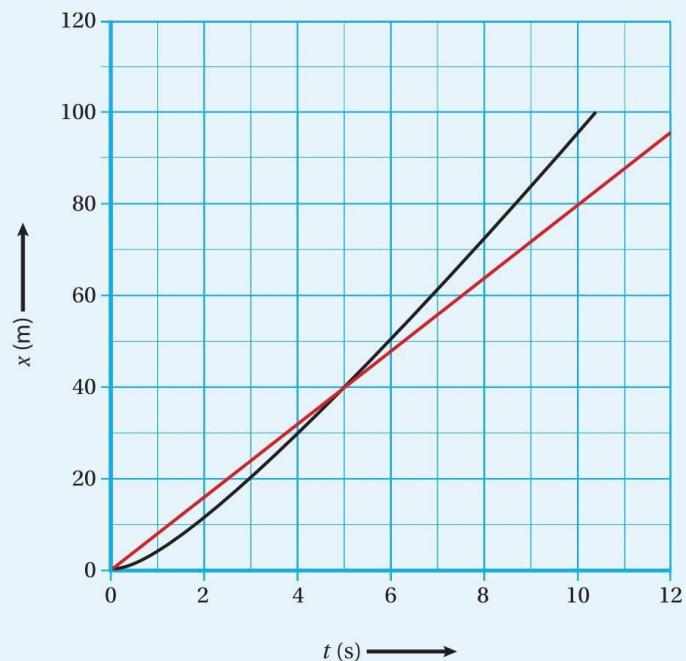
Uitwerking

- a De snijlijn snijdt de grafiek op de tijdstippen van het interval tussen $t = 0,0$ s en $t = 5,0$ s.
- b Voor de steilheid van de snijlijn geldt:

$$v_{\text{gem}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{snijlijn}}$$

$$v_{\text{gem}} = \frac{96 - 0,0}{12,0 - 0,0}$$

$$v_{\text{gem}} = 8,0 \text{ m s}^{-1}$$



Figuur 2.44

Afgeleide bepalen, differentiëren

Met de raaklijnmethode kun je van een (x,t) -diagram een (v,t) -diagram maken. Daarvoor moet je op veel tijdstippen de steilheid van de raaklijn bepalen. Als je de formule van de plaats x als functie van de tijd t kent, dan kun je de snelheid op elk tijdstip berekenen. Deze methode, die je leert bij de wiskunde, heet **differentiëren** of de **afgeleide bepalen**.

In plaats van $v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$ noteer je dan $v = \frac{dx}{dt}$.

Natuurkundig gezien is er geen verschil tussen beide notaties. Je gebruikt dus ook de raaklijnmethode als je de formule $v = \frac{dx}{dt}$ ziet staan.

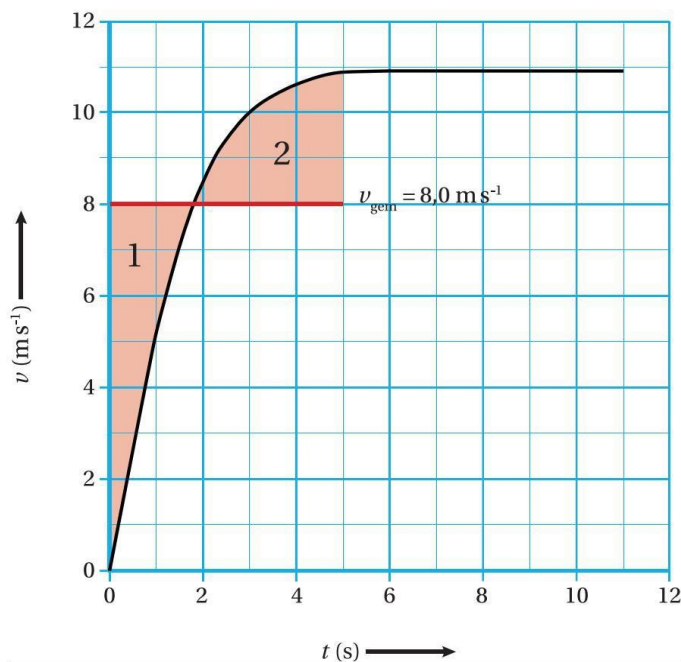
Verplaatsing in een (snelheid, tijd)-diagram

De gemiddelde snelheid van de sprintster tussen $t = 0$ s en $t = 5,0$ s is $8,0 \text{ m s}^{-1}$.

In figuur 2.45 is dit gemiddelde toegevoegd aan het (v,t) -diagram van figuur 2.43.

De oppervlaktes van de twee rode gebieden zijn gelijk aan elkaar. Dat kun je zien door het aantal hokjes te schatten in die gebieden. Voor beide kom je uit op ongeveer 6,5 hokje.

De rode oppervlakte onder de lijn $v_{\text{gem}} = 8,0 \text{ m s}^{-1}$ is dus gelijk aan de rode oppervlakte boven die lijn. Dan is tussen $t = 0$ s en $t = 5,0$ s de oppervlakte onder de kromme lijn gelijk aan de oppervlakte onder de rechte lijn bij $v_{\text{gem}} = 8,0 \text{ m s}^{-1}$.



Figuur 2.45

Ook bij een willekeurige beweging bepaal je in een (v,t) -diagram de verplaatsing met de oppervlaktemethode. Je schat eerst de gemiddelde snelheid en berekent vervolgens met $s = v_{\text{gem}} \cdot t$ de verplaatsing.

Voorbeeld 14 Verplaatsing bepalen met de gemiddelde snelheid

In figuur 2.45 is de gemiddelde snelheid tussen $t = 0,0$ s en $t = 5,0$ s aangegeven. Bepaal in figuur 2.45 de afstand die de sprintster aflegt tussen $t = 0,0$ s en $t = 5,0$ s.

Uitwerking

$$s = v_{\text{gem}} \cdot t$$

Tussen $t = 0,0$ s en $t = 5,0$ s is de gemiddelde snelheid gelijk aan $8,0 \text{ m s}^{-1}$.

Dus $s = 5,0 \times 8,0 = 40 \text{ m}$.

Opmerking

Het schatten van v_{gem} is lastig. Daarmee wordt rekening gehouden bij het beoordelen van een uitkomst als je deze methode hebt gebruikt.

Versnelling in een (snelheid, tijd)-diagram

Tijdens de eerste vijf seconden neemt de snelheid van de sprintster toe, maar haar snelheid neemt niet elke seconde evenveel toe. De beweging is wel versneld, maar niet eenparig versneld, omdat de versnelling niet constant is. De **gemiddelde versnelling** bepaal je met de **steilheid van de snijlijn**.

De **versnelling op een tijdstip** bepaal je met de **raaklijnmethode**. Je tekent dan de raaklijn aan de (v, t) -grafiek in het punt dat hoort bij het tijdstip.

Hoe steiler de raaklijn, des te groter is de versnelling. In het rechterdiagram van figuur 2.43 loopt vanaf $t = 5,0$ s de (v, t) -grafiek horizontaal. De steilheid van de raaklijn is dan 0 en de versnelling is dus 0 m s^{-2} . De snelheid is constant, dus de beweging is eenparig.

Bij een willekeurige beweging geeft de steilheid van een raaklijn of snijlijn in een (v, t) -diagram informatie over versnelling:

- Wil je de versnelling op een tijdstip weten, dan teken je een raaklijn aan de grafiek. De steilheid van deze raaklijn is gelijk aan de versnelling op het tijdstip dat hoort bij het raakpunt.
Soms valt de raaklijn gedeeltelijk samen met de grafieklijn. De steilheid van de raaklijn is dan gelijk aan de versnelling op alle tijdstippen van het interval waarin de raaklijn samenvalt met de grafieklijn.
- Wil je de gemiddelde versnelling in een interval weten, dan bepaal je het begin- en eindpunt van het interval op de grafieklijn. De rechte tussen deze punten snijdt de grafiek. De steilheid van deze snijlijn is gelijk aan de gemiddelde versnelling in het interval tussen de twee snijpunten.

Als je de formule van de snelheid v als functie van de tijd t kent, kun je ook de versnelling op elk tijdstip berekenen. Wiskundig gezien is de versnelling de **afgeleide** van de snelheid.

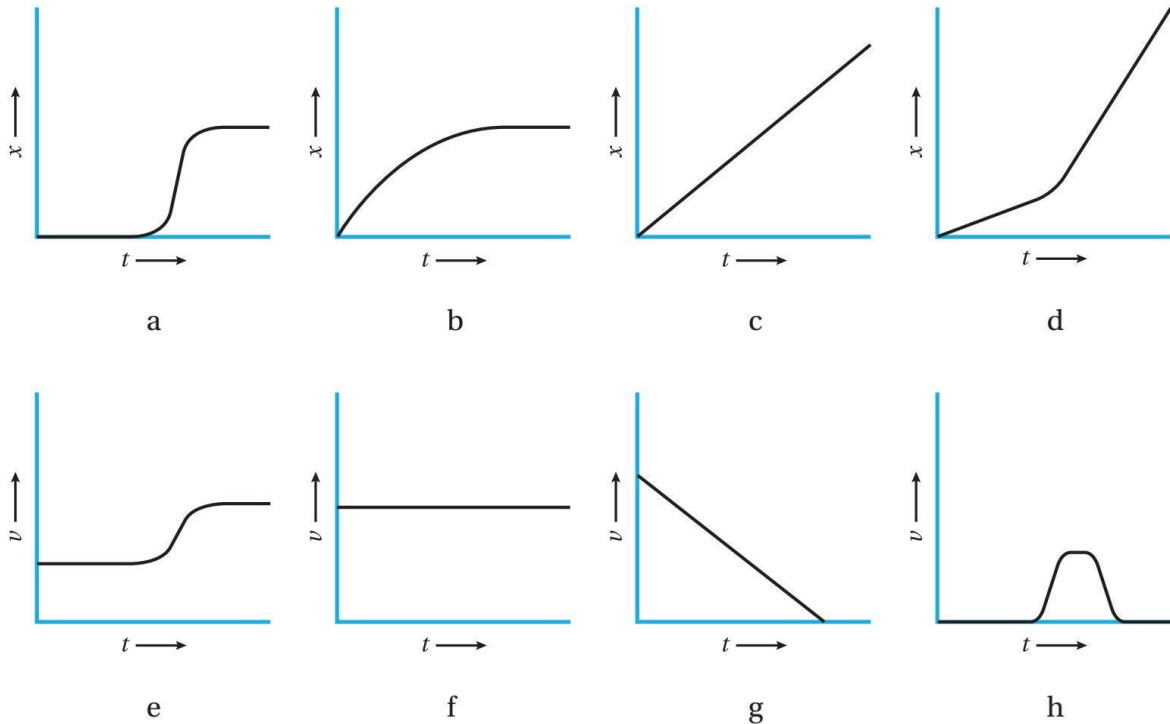
In plaats van $a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$ noteer je dus $a = \frac{dv}{dt}$. Natuurkundig gezien is er geen verschil tussen beide notaties. Je gebruikt dus ook de raaklijnmethode als je de formule $a = \frac{dv}{dt}$ ziet staan.

Opgaven

20 In figuur 2.46 staan vier (x,t) -diagrammen en vier (v,t) -diagrammen.

Leg uit welke twee diagrammen horen bij elk van de volgende situaties.

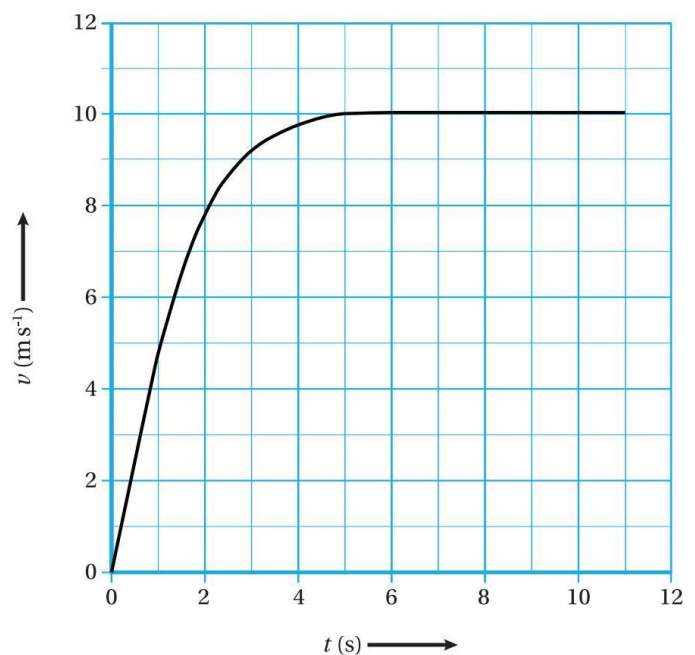
- Een fietser remt voor het stoplicht.
- Een auto rijdt iets verder in de file en staat daarna weer stil.
- Een marathonloper rent met een constante snelheid.
- Een wielrenner rijdt een heuvel op en af.



Figuur 2.46

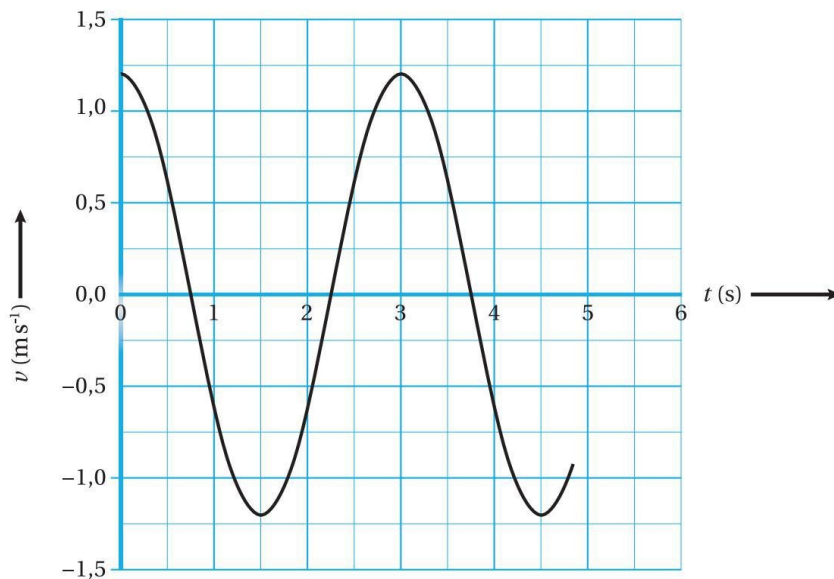
► **tekenblad** 21 Dafne loopt de 200 m sprint. Een gedeelte van het (v,t) -diagram zie je in figuur 2.47.

- Leg uit in welk tijdsinterval de versnelling constant is én groter dan 0 m s^{-2} .
- Bepaal de gemiddelde versnelling in het tijdsinterval tussen $t = 0 \text{ s}$ en $t = 5,0 \text{ s}$.
- Bepaal de versnelling op $t = 2,0 \text{ s}$.
- Toon aan dat 98 m is afgelegd na 11,0 s.
- Bepaal de eindtijd als de snelheid van Dafne constant blijft.



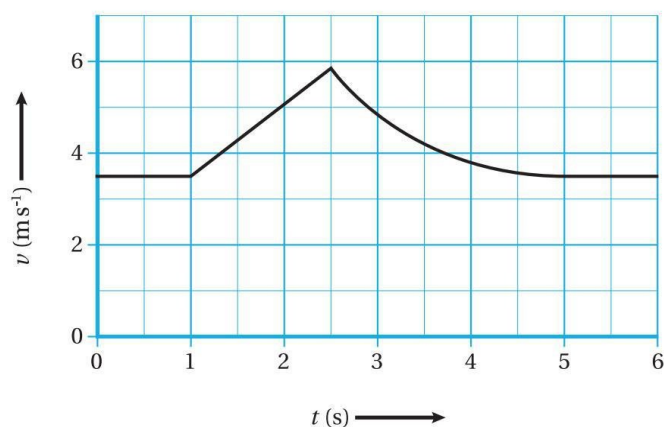
Figuur 2.47

- **hulpblad** 22 Een kleuter zit op een schommel. In figuur 2.48 staat het (v, t) -diagram.
- **tekenblad**
- Toon aan dat de afstand tussen de uiterste standen van de schommel 1,1 m is.
 - Bepaal de gemiddelde snelheid tussen de evenwichtsstand en de uiterste stand.
 - Bepaal de maximale versnelling van de schommel.



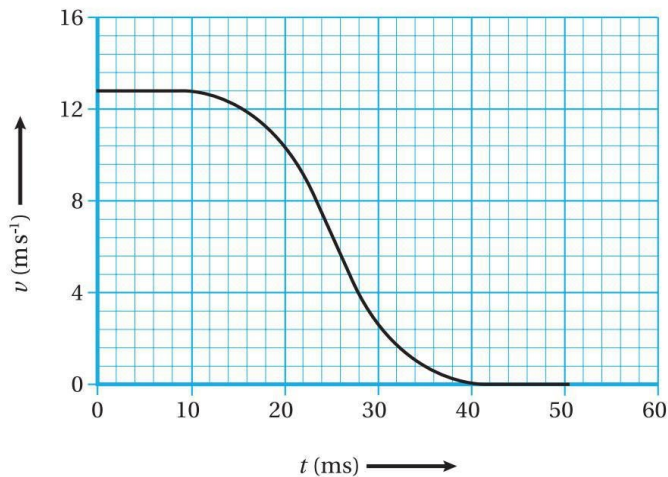
Figuur 2.48

- **hulpblad** 23 In figuur 2.49 staat het (v, t) -diagram van de beweging van Danai op haar fiets. Zij rijdt richting een verkeerslicht als het op $t = 1,0$ s op oranje springt. Om niet door rood te rijden, versnelt ze totdat zij het verkeerslicht is gepasseerd.
- Op $t = 2,5$ s passeert Danai het verkeerslicht.
- Bepaal hoe ver ze op $t = 1,0$ s van het verkeerslicht verwijderd was.
 - Bepaal de versnelling tussen $t = 1,0$ s en $t = 2,5$ s.
- Na 2,5 s stopt Danai met trappen waardoor de fiets vertraagt. Op $t = 5,0$ s trapt ze weer.
- Bepaal de versnelling op $t = 3,0$ s.
 - Bepaal de afstand die Danai heeft afgelegd tussen $t = 2,5$ s en $t = 5,0$ s.



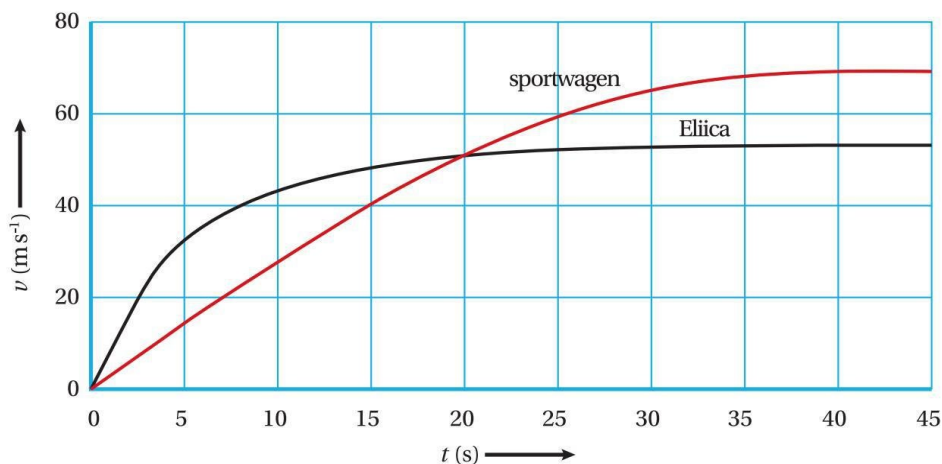
Figuur 2.49

- **tekenblad** 24 Een auto heeft een kreukelzone en een kooiconstructie. De kreukelzone ‘verkreukelt’ bij een botsing, maar de kooi blijft intact. Tijdens een test rijdt een auto tegen een betonnen wand. In figuur 2.50 staat het (v, t) -diagram.
- Bepaal hoelang de botsing duurt.
 - Bepaal de lengte waarover de kreukelzone verkreukelt tijdens de botsing.
 - Bepaal de gemiddelde versnelling tijdens de botsing.
 - Bepaal de maximale versnelling tijdens de botsing.



Figuur 2.50

- **tekenblad** 25 De Eliica is een elektrische auto die sneller optrekt dan een sportwagen. In figuur 2.51 is een race tussen de Eliica en de sportwagen weergegeven in een (v, t) -diagram. Op $t = 0$ s staan de wagens naast elkaar.
- Bepaal de versnelling waarmee de Eliica op $t = 0$ s optrekt.
 - Bepaal op welk tijdstip de sportwagen de elektrische auto inhaalt.



Figuur 2.51

Een kat komt altijd op haar pootjes terecht. Tijdens een val draait zij zich zo dat haar poten naar de grond wijzen. De kat gebruikt haar poten als veren, zodat zij de klap overleeft. Met welke snelheid raakt een kat de grond als zij van een balkon valt?



Figuur 2.52

2.5 Gebruik van formules en diagrammen

Formules

Als tijdens een gedeelte van een beweging de snelheid constant is, bereken je de verplaatsing met $s = v \cdot t$. Hierin is t de tijdsduur dat de snelheid constant is.

Als tijdens een gedeelte van een beweging de snelheid gelijkmatig toe- of afneemt, is de beweging eenparig versneld. De verplaatsing bereken je dan met $s = v_{\text{gem}} \cdot t$. Hierin is t de tijdsduur dat de beweging eenparig versneld is. De gemiddelde snelheid

bereken je met $v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{eind}} + v_{\text{begin}}}{2}$ en de tijdsduur met $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}}}{t_{\text{eind}} - t_{\text{begin}}}$.

Bij versnelde of vertraagde bewegingen die niet eenparig zijn, bereken je de verplaatsing ook met $s = v_{\text{gem}} \cdot t$. Je schat v_{gem} dan met behulp van een (v, t) -diagram.

Voorbeeld 15 Gebruik van formules

Matthijs rijdt 80 km h^{-1} op de provinciale weg. Als hij de afslag nadert, remt hij af tot de snelheid van zijn auto 36 km h^{-1} is. De remvertraging is $4,0 \text{ m s}^{-2}$.

Bereken de afstand die de auto aflegt tijdens het afremmen.

Uitwerking

$$s = v_{\text{gem}} \cdot t$$

$$v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{eind}} + v_{\text{begin}}}{2} \text{ met } v_{\text{eind}} = \frac{36}{3,6} = 10,0 \text{ m s}^{-1} \text{ en } v_{\text{begin}} = \frac{80}{3,6} = 22,2 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_{\text{gem}} = \frac{10,0 + 22,2}{2} = 16,1 \text{ m s}^{-1}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ met } a = -4,0 \text{ m s}^{-2} \text{ omdat het een vertraagde beweging is.}$$

$$-4,0 = \frac{10,0 - 22,2}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 3,05 \text{ s}$$

$$s = 16,1 \times 3,05 = 49,1 \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } s = 49 \text{ m.}$$

Informatie halen uit een (plaats, tijd)-diagram

Uit een (x,t) -diagram, kun je informatie halen met aflezen en steilheid:

- Aflezen.
Elk punt op de grafiek geeft de plaats x en de bijbehorende tijd t .
Lees je de grafiek af op twee punten, dan kun je daarmee de verplaatsing Δx en de bijbehorende tijdsduur Δt bepalen.
- Steilheid van een lijn.
 - Is een deel van de (x,t) -grafiek een horizontale rechte lijn, dan is de snelheid gelijk aan 0 m s^{-1} . De plaats is constant: het voorwerp staat stil.
Is een deel van de (x,t) -grafiek een schuine rechte lijn, dan is de snelheid gedurende dat deel constant. De beweging is dan eenparig.
 - Teken je in een punt van de (x,t) -grafiek de raaklijn, dan is de steilheid van de raaklijn gelijk aan de snelheid op dat tijdstip.
Wil je van het (x,t) -diagram een (v,t) -diagram maken, dan moet je op veel tijdstippen de raaklijn tekenen en de steilheid ervan bepalen.
 - Teken je de snijlijn door twee punten van de (x,t) -grafiek, dan is de steilheid van de lijn gelijk aan de gemiddelde snelheid tussen de twee tijdstippen.

Informatie halen uit een (snelheid, tijd)-diagram

Uit een (v,t) -diagram, kun je informatie halen met aflezen, steilheid en oppervlakte:

- Aflezen.
Elk punt op de grafiek geeft de snelheid v en de bijbehorende tijd t .
Lees je de grafiek af op twee punten, dan kun je daarmee de snelheidsverandering Δv en de bijbehorende tijdsduur Δt bepalen.
- Steilheid van een lijn.
 - Is een deel van de (v,t) -grafiek een horizontale rechte lijn, dan is de snelheid constant en de versnelling 0 m s^{-2} . De beweging is dan eenparig.
Is een deel van de (v,t) -grafiek een schuine rechte lijn, dan is de versnelling gedurende dat deel constant. De beweging is eenparig versneld of vertraagd.
 - Teken je in een punt van de (v,t) -grafiek de raaklijn, dan is de steilheid van de raaklijn gelijk aan de versnelling op dat tijdstip.
Wil je van het (v,t) -diagram een (a,t) -diagram maken, dan moet je op veel tijdstippen de raaklijn tekenen en de steilheid ervan bepalen.
 - Teken je de snijlijn door twee punten van de (v,t) -grafiek, dan is de steilheid van die lijn gelijk aan de gemiddelde versnelling tussen de twee tijdstippen.
- Oppervlakte onder de (v,t) -grafiek.
De oppervlakte onder een grafiek komt overeen met de verplaatsing Δx .
Bestaat de grafiek uit rechte lijnen, dan bepaal je de oppervlakte met behulp van rechthoeken en/of driehoeken.
Is de grafiek een kromme, dan schat je de gemiddelde snelheid en bereken je de verplaatsing met $s = v_{\text{gem}} \cdot t$.

Tekenen van (snelheid, tijd)-diagram

Kun je een vraag niet oplossen met een berekening, dan kan het tekenen van een diagram de eerste stap van een oplossing zijn. Analyse van een (v,t) -diagram levert meer informatie op dan van een (x,t) -diagram. Een eenparig versnelde beweging levert een schuine rechte lijn in een (v,t) -diagram. Een beweging met een constante snelheid is een horizontale lijn in het (v,t) -diagram.

Voorbeeld 16 Lengte bepalen met een geschetst (v,t) -diagram

Een Boeing 737 met lading kan pas loskomen van de startbaan als zijn snelheid 80 m s^{-1} is. De startbaan moet lang genoeg zijn, zodat het vliegtuig deze snelheid kan bereiken. De versnelling van de Boeing is $1,5 \text{ m s}^{-2}$.

Bepaal de minimale lengte van de startbaan met behulp van een (v,t) -diagram.

Uitwerking

De lengte bepaal je in een (v,t) -diagram met de oppervlaktmethode. De grafiek is in het (v,t) -diagram is schuine rechte lijn, omdat de versnelling constant is.

De tijd dat de Boeing versnelt tot 80 m s^{-1} bereken je met:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$1,5 = \frac{80 - 0}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 53 \text{ s}$$

Het duurt 53 s voordat de snelheid 80 m s^{-1} is.

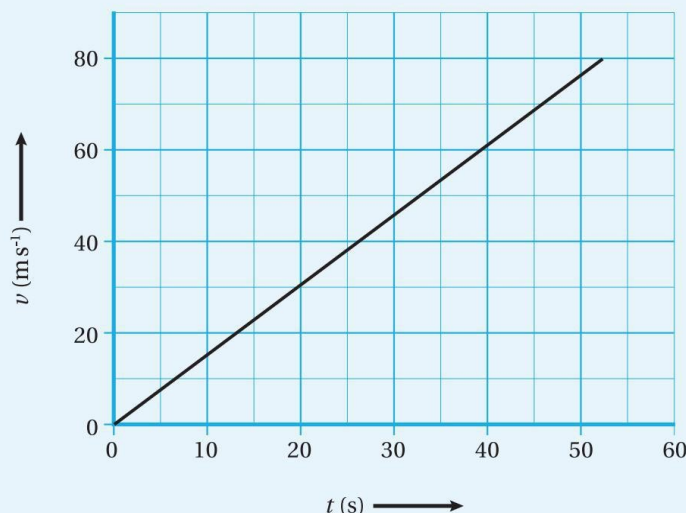
In figuur 2.53 staat het (v,t) -diagram van de start.

De oppervlakte onder de grafiek is:

$$A = \frac{1}{2} \times (53 - 0) \times (80 - 0)$$

$$A = 2,1 \cdot 10^3 \text{ m} = 2,1 \text{ km}$$

De startbaan moet dus minimaal 2,1 km lang zijn.



Figuur 2.53

Voorbeeld 17 Stopafstand bepalen met een geschetst (v,t) -diagram

Gerdien rijdt met een constante snelheid van 24 m s^{-1} in een auto. Plotseling moet zij remmen voor een overstekende hond.

Haar reactietijd is $0,80 \text{ s}$. De remvertraging is $8,0 \text{ m s}^{-2}$.

Bepaal met behulp van een (v,t) -diagram de afstand die de auto van Gerdien aflegt vanaf het moment dat zij de hond ziet totdat de auto stilstaat.

Uitwerking

De afstand bepaal je in een (v,t) -diagram met de oppervlaktmethode. De grafiek bestaat uit een horizontale lijn gedurende $0,80 \text{ s}$ en een schuine lijn voor het afremmen. De tijd dat de auto afremt van 24 m s^{-1} tot 0 m s^{-1} bereken je met:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$-8,0 = \frac{0 - 24}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 3,0 \text{ s}$$

De auto remt tussen $0,8 \text{ s}$ en $3,8 \text{ s}$.

Zie figuur 2.54.

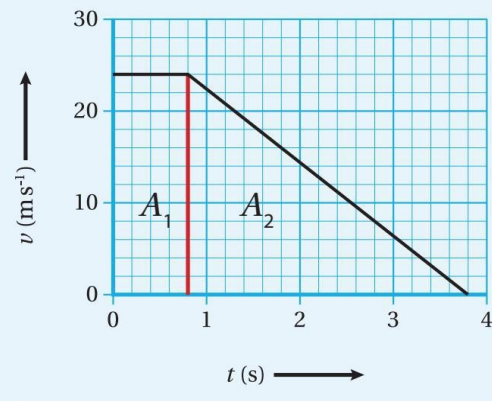
Voor de oppervlakte onder de (v,t) -grafiek tussen $0,0 \text{ s}$ en $3,80 \text{ s}$ geldt:

$$s = A_1 + A_2$$

$$s = 24,0 \times (0,80 - 0) + \frac{1}{2} \times (3,80 - 0,80) \times 24,0$$

$$s = 55,2 \text{ m}$$

Afgerond: $s = 55 \text{ m}$.



Figuur 2.54

Opgaven

- 26 Voorbeelden 16 en 17 kun je ook uitwerken met een berekening. Je berekent dan eerst de gemiddelde snelheid tijdens de eenparig versnelde of vertraagde beweging. Een Boeing 737 met een bepaalde lading kan pas loskomen van de startbaan als zijn snelheid 80 m s^{-1} is. De startbaan moet lang genoeg zijn, zodat het vliegtuig deze snelheid kan bereiken. De versnelling van de Boeing is $1,5 \text{ m s}^{-2}$.

a Bereken de minimale lengte van de startbaan.

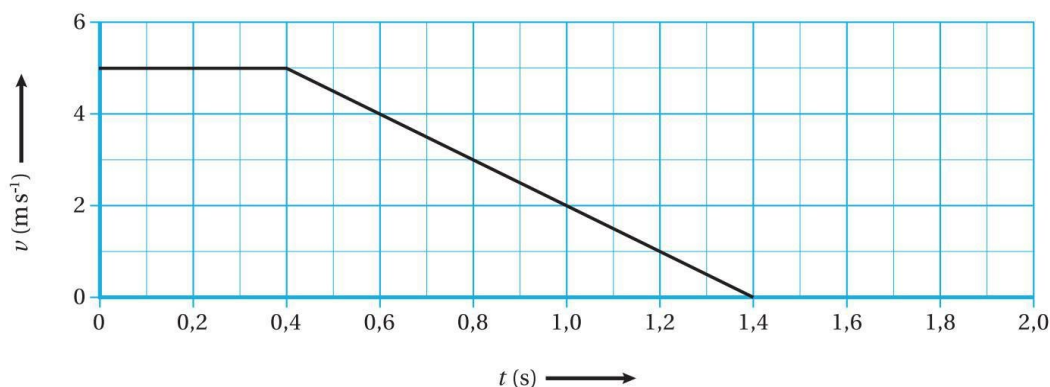
Gerdien rijdt met een constante snelheid van 24 m s^{-1} in een auto. Plotseling moet zij remmen voor een overstekende hond.

Haar reactietijd is $0,80 \text{ s}$. De remvertraging is $8,0 \text{ m s}^{-2}$.

b Bereken de afstand die de auto van Gerdien aflegt vanaf het moment dat zij de hond ziet totdat de auto stilstaat.

- **hulpblad** 27 Tijdens het onderdeel afdaling op de Olympische Winterspelen komen skiërs met een snelheid van 120 km h^{-1} een helling af. Onderaan de helling is een horizontaal stuk waar de skiërs tot stilstand komen. Eerst remt een skiër in $6,0 \text{ s}$ af tot 60 km h^{-1} .
- Toon aan dat de skiër daarbij $1,5 \cdot 10^2 \text{ m}$ aflegt.
Vervolgens remt de skiër krachtig met een vertraging van $5,3 \text{ m s}^{-2}$.
 - Bereken de totale lengte van het horizontale deel dat de skiër heeft afgelegd.
- 28 Een Cooper mini legt 183 m af als hij optrekt van 80 km h^{-1} naar 120 km h^{-1} . De auto trekt eenparig versneld op.
- Bereken de versnelling tijdens het optrekken.
Het optrekken van 80 km h^{-1} naar 100 km h^{-1} noem je periode 1 en het optrekken van 100 km h^{-1} naar 120 km h^{-1} noem je periode 2.
 - Leg met behulp van een schets uit of de afstand die de Cooper mini aflegt tijdens periode 1 groter is dan, kleiner is dan of even groot is als tijdens periode 2.

- **hulpblad** 29 Als iemand alcohol gedronken heeft, is zijn reactietijd een stuk groter dan wanneer hij nuchter is. Om het effect van de reactietijd op de stopafstand te meten, doen Claire en Halima een experiment. Claire rijdt met een constante snelheid. Wanneer Halima 'stop' roept, remt ze zo snel mogelijk. Van de meting maken ze een (v, t) -diagram. Zie figuur 2.55. Halima roept 'stop' op $t = 0,0 \text{ s}$.
- Bepaal de snelheid van Claire voor het remmen in km h^{-1} .
 - Bepaal de reactietijd van Claire.
 - Bepaal de stopafstand van Claire.
- Om het effect van alcohol op de reactietijd te simuleren, herhalen Claire en Halima het experiment. Deze keer remt Claire pas na $0,8 \text{ s}$.
- Teken in figuur 2.55 hoe de snelheid van Claire verloopt bij dit experiment.
 - Bepaal opnieuw de stopafstand van Claire.
 - Leg uit dat de reactietijd de remweg niet beïnvloedt, maar wel de stopafstand.



Figuur 2.55

- **hulpblad** 30 De kat Milou valt van een balkon af. Milou maakt een vrije val die $1,27 \text{ s}$ duurt.
- Laat zien dat Milou de grond raakt met een snelheid van $12,5 \text{ m s}^{-1}$.
 - Schets een (v, t) -diagram van de val.
 - Bepaal met dit diagram vanaf welke hoogte Milou viel.

- **hulpblad** 31 De remweg hangt af van de remvertraging en de snelheid op het moment van remmen. Vrachtwagens mogen niet te hard remmen omdat dan het risico op een klapband te groot is. Voor het verband tussen remweg, de snelheid en de remvertraging geldt $s = -\frac{v^2}{2a}$.

Dit verband kun je afleiden met behulp van drie formules:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{eind}} + v_{\text{begin}}}{2} \quad s = v_{\text{gem}} \cdot t$$

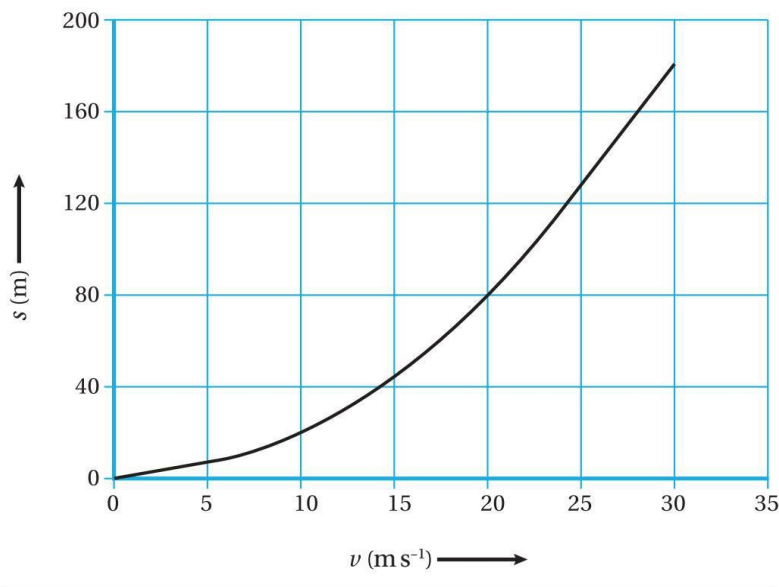
- a Laat dat zien.

In figuur 2.56 zie je het verband tussen de remweg en de snelheid van een vrachtwagen.

- b Bepaal de remvertraging van de vrachtwagen.

Deze vrachtwagen rijdt met een snelheid van 90 km h^{-1} over de snelweg. Plotseling steekt op 150 m voor de vrachtwagen een ree de weg over.

- c Bereken de maximale reactietijd van de chauffeur waarbij hij de ree net niet aanrijdt.



Figuur 2.56

- **hulpblad** 32 Een skydiver springt van een hoge berg en bereikt na 12 s een constante snelheid van 48 m s^{-1} . De afstand die de skydiver heeft afgelegd voordat de maximale snelheid is bereikt, kun je schatten met behulp van een (v,t) -diagram.

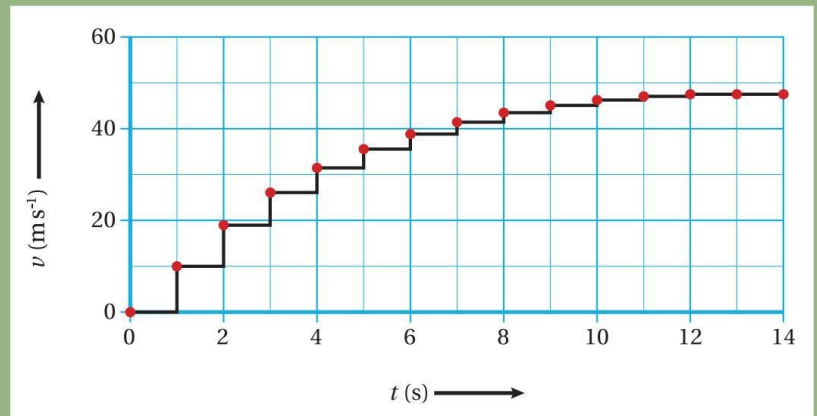
Maak daarbij de volgende opdrachten.

- Leg uit dat de steilheid van de grafieklijn bij $t = 0 \text{ s}$ gelijk is aan $9,8 \text{ m s}^{-2}$.
- Schets een (v,t) -diagram van de sprong.
- Bepaal met dit diagram de afstand met behulp van de oppervlaktmethode.



Oefen met hoofdstuk 2

Als een voorwerp valt en er is luchtweerstand, gaat een versnelde beweging uiteindelijk over in een eenparige beweging. Je kunt zo'n ingewikkelde beweging benaderen met een serie eenvoudige berekeningen. Hoe werkt dat?



Figuur 2.57

2.6 Modelleren van bewegingen

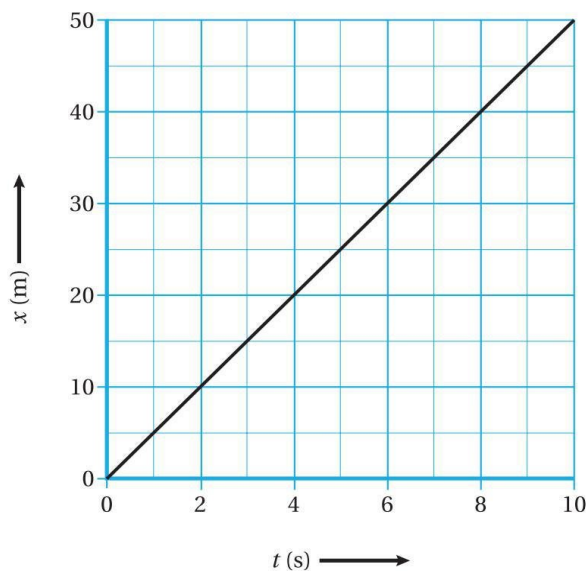
Numerieke rekenmethode

Het is lastig om een beweging waarbij de snelheid voortdurend verandert eenvoudig te beschrijven. De **numerieke rekenmethode** biedt uitkomst. Deze methode verdeelt de beweging in een groot aantal tijdstappen. In figuur 2.57 is die tijdstap 1,0 s. In elke **tijdstap** gebruik je eenvoudige formules. Bij het laten vallen van een bal zijn dat de formules van de eenparige beweging. Dat betekent dat je de snelheid in elke tijdstap constant houdt. In werkelijkheid neemt de snelheid natuurlijk toe, maar als je de tijdstap niet te groot neemt, is dat een goede benadering. Gebruik je de numerieke rekenmethode, dan benader je de werkelijkheid met een **numeriek model**. Hoe dat werkt, zie je aan het model van een eenparige beweging.

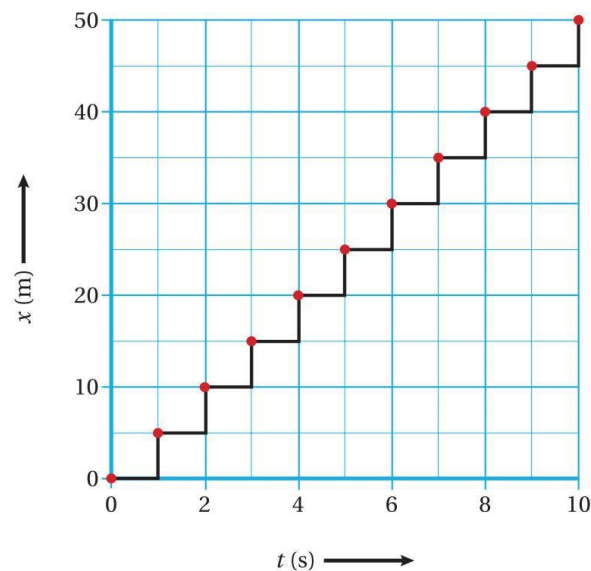
Model van een eenparige beweging

Je fietst met een constante snelheid van $18 \text{ km h}^{-1} = 5,0 \text{ m s}^{-1}$. Als je wilt uitrekenen hoe groot de verplaatsing is na tien seconden, gebruik je de formule $\Delta x = v \cdot \Delta t$. Na tien seconden is de verplaatsing $5 \times 10 = 50 \text{ m}$. In figuur 2.58 staat het (x, t) -diagram van deze beweging. Je ziet dat de plaats geleidelijk toeneemt.

Bij de numerieke rekenmethode verdeel je de tijdsduur in tijdstappen van bijvoorbeeld 1,0 s. Deze 1,0 s heet de **stapgrootte**. Op $t = 0 \text{ s}$ sta je nog op $x = 0 \text{ m}$, weergegeven door de rode stip in figuur 2.59. Tijdens het verstrijken van 1,0 s neemt Δx toe met 5,0 m. Toch verandert bij de numerieke rekenmethode de plaats x binnen een tijdstap niet. Pas aan het eind van de tijdstap tel je Δx tijdens die tijdstap op bij de plaats x aan het begin van die tijdstap. De plaats springt dan omhoog. De plaats aan het eind van de tijdstap is dan gelijk aan de plaats bij het begin van de volgende tijdstap. Dit proces herhaal je tien keer. Zie figuur 2.59.



Figuur 2.58



Figuur 2.59

De rode punten in figuur 2.59 liggen op een rechte lijn. Toch mag je die lijn niet tekenen, omdat de plaats binnen een tijdstap volgens deze rekenmethode dezelfde waarde houdt. Wil je de plaats op bijvoorbeeld 4,5 s weten, dan verklein je de stapgrootte tot 0,5 s. Dan komt de plaats bij het tijdstip 4,5 s voor in het diagram.

Hoe kleiner de stapgrootte, des te meer berekeningen moet je maken. Daarom gebruik je een computer. Er bestaan allerlei computerprogramma's waarmee je numerieke berekeningen kunt uitvoeren. In dit boek wordt het onderdeel Modelleren uit het programma Coach 7 gebruikt. Je kunt modelleren op twee manieren beschrijven: met behulp van een **tekstmodel** of met een **grafisch model**.

Tekstmodel

In een tekstmodel zijn de instructies in tekstvorm beschreven. Een tekstmodel bestaat uit twee kolommen: een kolom met **modelregels** en een kolom met **startwaarden**. Zie tabel 2.1.

Modelregels	Startwaarden (SI)
$dx = v \cdot dt$	$dt = 1,0$
$x = x + dx$	$t = 0$
$t = t + dt$	$v = 5,0$
	$x = 0$

Tabel 2.1

Je ziet dat de grootheden in een tekstmodel niet cursief worden weergegeven. In dit model hebben de grootheden de volgende betekenis.

- **t** is de tijd;
- **dt** is de stapgrootte;
- **v** is de snelheid;
- **x** is de plaats;
- **dx** is de verplaatsing tijdens de tijdstap **dt**.

Modelregels

Het tekstmodel in tabel 2.1 is het model van een eenparige beweging met een snelheid van $5,0 \text{ m s}^{-1}$ en een stapgrootte van $1,0 \text{ s}$. De modelregels moet je als volgt lezen.

$$dx = v \cdot dt$$

In deze regel wordt de verplaatsing berekend door de snelheid te vermenigvuldigen met de stapgrootte **dt**. Meestal wordt **dt** zo klein gekozen dat gedurende een tijdstap een grootheid nauwelijks verandert. In een tijdstap beschouw je de grootheid dan als een constante.

Je ziet dat deze modelregel is afgeleid van $v = \frac{dx}{dt}$.

$$x = x + dx$$

Dit lijkt op het eerste gezicht wat vreemd. Je moet '=' echter lezen als 'wordt gelijk aan'. Er staat dus: de nieuwe plaats **x** wordt gelijk aan de oude plaats **x** plus de verplaatsing **dx**.

$$t = t + dt$$

Dit geeft aan dat de tijd één stapgrootte **dt** verder moet springen.

Er staat dus: de nieuwe tijd **t** wordt gelijk aan de oude tijd **t** plus stapgrootte **dt**.

Startwaarden

In de kolom met startwaarden wordt de situatie op $t = 0 \text{ s}$ vastgelegd. De grootheden vermeld je in de gebruikelijke eenheden van het SI, zoals kg, m en s. Wil je toch een andere eenheid gebruiken, dan schrijf je in het model achter het getal een ' en daarna die eenheid.

Een computer vat de rest van de regel na een apostrof (') op als commentaar. Daar doet de computer niets mee.

Wil je tekst toevoegen, dan laat je die ook vooraf gaan door '. Dat betekent dus ook dat de computer niet weet in welke eenheden jij rekt. Druk je de tijd bijvoorbeeld uit in minuten en de afstand in kilometers, dan moet jij bedenken dat de snelheid wordt berekend in km min^{-1} .

De startwaarden moet je als volgt lezen.

dt = 1,0	De stapgrootte is $1,0 \text{ s}$
t = 0	De tijd loopt vanaf $t = 0 \text{ s}$.
v = 5,0	Op $t = 0 \text{ s}$ is de snelheid $5,0 \text{ m s}^{-1}$.
x = 0	Op $t = 0 \text{ s}$ is de plaats 0 m .

Uitvoering van het programma

De computer begint met het ‘inlezen’ van de startwaarden van het model. Daarmee zijn de plaats en de snelheid op $t = 0$ s bekend. Dan begint de uitvoering van het model met de berekening van dx met behulp van de eerste modelregel $dx = v \cdot dt$. Zie cyclus 1 van tabel 2.2.

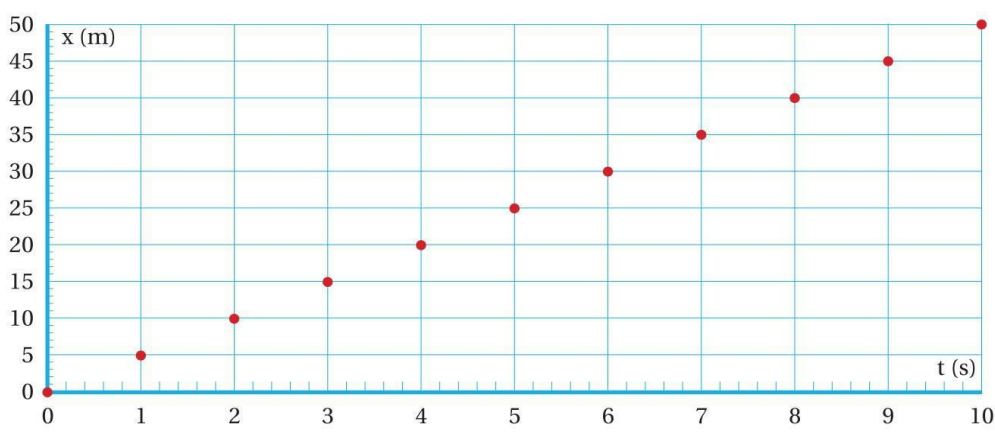
Vervolgens gaat de computer naar de volgende regel. Voor dx wordt nu de waarde gebruikt die in de eerste modelregel is berekend en de nieuwe waarde van x wordt berekend. In de derde modelregel wordt ten slotte de nieuwe tijd berekend.

Na deze bewerking begint de computer weer van voren af aan bij modelregel 1 en wordt weer dx berekend. Zie cyclus 2 in tabel 2.2. Vervolgens wordt dx opgeteld bij de waarde van $x = 5,0$ m die in de eerste cyclus is berekend. Vervolgens wordt in regel 3 weer de nieuwe tijd berekend. Enzovoorts. Een proces waarbij telkens dezelfde cyclus wordt doorlopen, noem je een **iteratief proces**.

Cyclus	Modelregels	Berekening	Uitkomst
1	$dx = v \cdot dt$ $x = x + dx$ $t = t + dt$	$dx = 5,0 \times 1,0 = 5,0$ m $x = 0 + 5,0 = 5,0$ m $t = 0 + 1,0 = 1,0$ s	$x = 5,0$ m $t = 1,0$ s
2	$dx = v \cdot dt$ $x = x + dx$ $t = t + dt$	$dx = 5,0 \times 1,0 = 5,0$ m $x = 5,0 + 5,0 = 10,0$ m $t = 1,0 + 1,0 = 2,0$ s	$x = 10,0$ m $t = 2,0$ s
3	$dx = v \cdot dt$ $x = x + dx$ $t = t + dt$	$dx = 5,0 \times 1,0 = 5,0$ m $x = 10,0 + 5,0 = 15,0$ m $t = 2,0 + 1,0 = 3,0$ s	$x = 15,0$ m $t = 3,0$ s

Tabel 2.2

In dit model krijgen de grootheden plaats x en tijd t bij elke cyclus een nieuwe waarde. Zie de kolom ‘Uitkomst’. Deze nieuwe waarden worden dan gebruikt in de eerstvolgende rekencyclus. De computer blijft doorrekenen tot hij wordt onderbroken of tot een (van tevoren bepaald) aantal cycli is doorgerekend. In figuur 2.60 zie je het resultaat van de berekening voor de eerste tien seconden van de fietstocht.



Figuur 2.60

Grafisch model

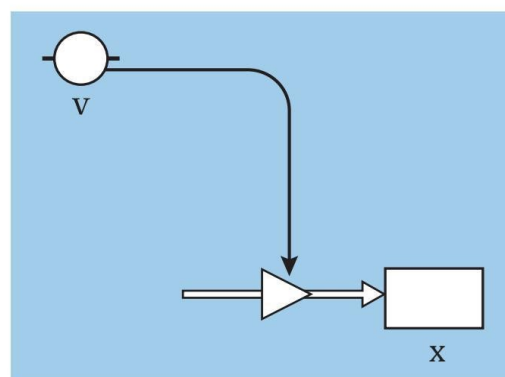
Een grafisch model is een numerieke rekenmethode waarbij gebruik wordt gemaakt van grafische symbolen. De grafische symbolen die je bij natuurkunde gebruikt in Coach 7 staan in figuur 2.61.

	Toestandsvariabele is voor een grootte die in de tijd verandert.
	Stroomvariabele berekent in een bepaalde stapgrootte dt de verandering van een toestandsvariabele waaraan deze is gekoppeld.
	Hulpvariabele is voor een grootte die wordt berekend met behulp van een formule.
	Constante is voor een grootte waarvan de waarde tijdens het proces constant is.
	Relatiepijl koppelt grootheden aan elkaar. De grootte aan het eind van de pijl hangt af van de grootte waarvandaan deze pijl is vertrokken.
	Onafhankelijke variabele is de grootte die de verandering van de toestandsvariabele bepaalt. Bij modelleren bij natuurkunde gaat het om de tijd.

Figuur 2.61

In het grafisch **model van de eenparige beweging** is de snelheid een constante en de plaats een toestandsvariabele. De plaats wordt berekend met de snelheid. Dus er loopt een relatiepijl van de snelheid naar de stroomvariabele van de plaats.

In figuur 2.62 zie je een grafisch model van de eenparige beweging waarvan het tekstmodel in tabel 2.1 staat.



Figuur 2.62

De relatiepijl van **v** met de stroomvariabele zorgt ervoor dat de snelheid **v** wordt vermenigvuldigd met de stapgrootte **dt** en bij de plaats **x** wordt opgeteld, in tekstvorm: $x = x + v \cdot dt$.

Dit is een verkorte schrijfwijze voor $x = x + dx$ met $dx = v \cdot dt$.

Vanaf nu wordt deze verkorte schrijfwijze ook gebruikt in een tekstmodel.

In het grafisch model vermeld je de startwaarden op het moment dat je een grootte gaat definiëren. In figuur 2.63 zie je de eigenschappen van de toestandsvariabele plaats.

Je geeft de grootte een naam, een eenheid en een (begin)waarde.

Voor de naam en de eenheid kun je een symbool gebruiken maar ook een (deel van een) woord.

Bij het kopje 'Beschrijving' kun je een omschrijving van de grootte geven.

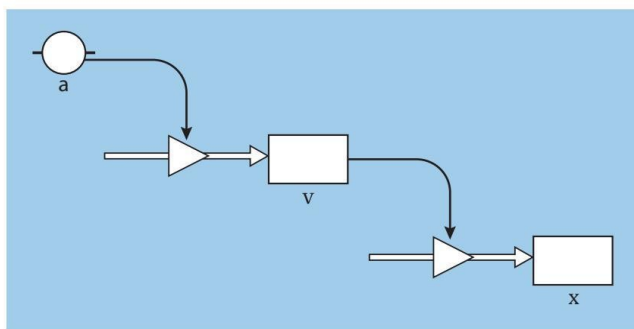
Figuur 2.63

Model van een eenparig versnelde beweging

Bij een eenparig versnelde beweging neemt de snelheid voortdurend toe. Het **model van een eenparig versnelde beweging** ontwerp je op basis van het model van de eenparige beweging.

De snelheid in een eenparig versnelde beweging is geen constante meer, maar een toestandsvariabele. Zie figuur 2.64. De verandering van de snelheid hangt af van de versnelling **a**, die wel een constante is. Er is dus een relatiepijl van de versnelling met de stroomvariabele van de snelheid.

Het tekstmodel zie je in tabel 2.3.



Figuur 2.64

Modelregels	Startwaarden (SI)
$v = v + a \cdot dt$	
$x = x + v \cdot dt$	
$t = t + dt$	

Tabel 2.3

In de kolom van de startwaarden vul je ook een waarde voor de versnelling in. Startwaarden kunnen positief of negatief zijn. Dat hangt af van de richting die je positief of negatief noemt.

Voorbeeld 18 Startwaarden bij model vrije val

Een kogel valt eenparig versneld van 5,0 m naar beneden. De wrijvingskrachten worden hier verwaarloosd. Neem voor de stapgrootte 0,2 s.

Geef de startwaarden van het model. Leg je antwoord uit.

Uitwerking

Zie tabel 2.4.

Gebruik je voor de hoogte 5,0 m, dan is daarmee de richting omhoog als positieve richting vastgelegd. De versnelling is de valversnelling met de waarde $9,81 \text{ m s}^{-2}$. Omdat de kogel naar beneden gaat onder invloed van de zwaartekracht, is de richting van de versnelling negatief. De startwaarde is dus $a = -9,81$.

Startwaarden (SI)

$\Delta t = 0,2$
 $t = 0$
 $a = -9,81$
 $v = 0$
 $x = 5,0$

Tabel 2.4

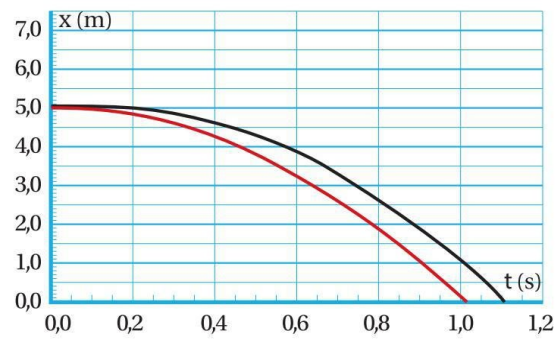
Opmerking

Bij een valbeweging neemt de hoogte steeds af. In het tekstmodel staan in de vergelijkingen alleen maar plustekens. De hoogte wordt dan kleiner als de snelheid negatief is. De startwaarde van de snelheid is 0 m s^{-1} . Voor de snelheid geldt:

$v = v + a \cdot \Delta t$. De snelheid wordt negatief omdat a negatief is.

Stapgrootte

Variabelen in een model, zoals de plaats of de snelheid, geef je overzichtelijk weer in een diagram. In figuur 2.65 is de zwarte lijn de (hoogte, tijd)-grafiek volgens het model uit het voorbeeld. De kogel bereikt dan na 1,1 s de grond. Gebruik je een stapgrootte van 0,01 s, dan geeft de rode lijn het resultaat weer. Deze grafiek komt overeen met de werkelijkheid.



Figuur 2.65

Hoe kleiner de stapgrootte, des te beter komt het resultaat van een model overeen met de werkelijkheid. Een kleinere stapgrootte vraagt wel meer rekentijd en daardoor een krachtige computer met grote **rekencapaciteit**.

Model starten en stoppen

Bij de modelinstelling van het programma voer je de startwaarde van de tijd in. Zie figuur 2.66.

Er zijn twee manieren om het programma te stoppen.

- Je voert een tijdsduur in.
- Je vult een stopconditie in.

Je wilt dat het programma stopt met rekenen op het moment dat de hoogte nul is. Om dat te bereiken vul je als stopconditie in: $x \leq 0$. Het programma stopt dan als x kleiner of gelijk is aan 0 m.

In een tekstmodel is de modelregel om de tijd te stoppen: **Als $x \leq 0$ dan stop eindals**. Je mag niet $x = 0$ invoeren. Dan is de kans groot dat het programma doorloopt, omdat x na een cyclus niet exact 0 wordt maar iets kleiner dan 0.

Figuur 2.66

Voorbeeld 19 Stopconditie bij model afremmen

Een auto remt af voor een rood verkeerslicht. Je maakt een model van deze beweging. De resultaten van de berekening laat je weergeven in een (x,t) -diagram. Om te voorkomen dat de grafieklijn in het (x,t) -diagram doorloopt nadat de auto is gestopt, neem je een stopconditie op bij de modelinstelling. Geef aan welke stopconditie je invoert.

Uitwerking

De bedoeling is dat de grafieklijn stopt als de snelheid nul is geworden.

De stopconditie is dan: $v \leq 0$.

In een tekstmodel is de stopconditie van de auto: **Als $v \leq 0$ dan stop eindals**

Opgaven

- **tekenblad** 33 Je zet duizend euro op een spaarrekening met een rente van 5,0%. De rente wordt aan het eind van elk jaar bijgeschreven op je spaarrekening. In tabel 2.5 is dit weergegeven voor het eerste jaar.
- a Bereken met behulp van tabel 2.5 het bedrag dat na vier jaar op je spaarrekening staat.

Tijd aan het begin van de tijdstap (jaar)	Tijd aan het eind van de tijdstap (jaar)	Bedrag aan het begin van de tijdstap (euro)	Toename bedrag (euro)	Bedrag aan het eind van de tijdstap (euro)
0,0	1,0	1000	50	1050
1,0				
2,0				
3,0				

Tabel 2.5

In tabel 2.6 staan de modelregels voor een tekstmodel van de spaarrekening.

- b Noteer de startwaarden met de bijbehorende eenheden.

Aan het begin van elk jaar zet je honderd euro extra op je spaarrekening. Om het model van de spaarrekening aan te passen, moet één modelregel worden aangepast.

- c Noteer de aangepaste modelregel.

Regel	Modelregels	Startwaarden
1	$db = r \cdot b$	
2	$b = b + db$	
3	$t = t + dt$	

Tabel 2.6

- 34 Je stapt op de fiets en gaat steeds sneller fietsen. Je snelheid neemt elke seconde met $0,5 \text{ m s}^{-1}$ toe. In tabel 2.7 staan de modelregels.

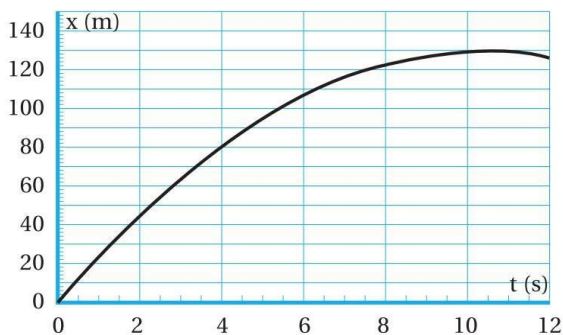
- a Noteer de startwaarden van $\mathbf{x}$, $\mathbf{v}$ en $\mathbf{a}$.
b Van welke formules is $\mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{dt}$ de verkorte schrijfwijze?

Modelregels	Startwaarden (SI)
$\mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{dt}$	
$\mathbf{x} = \mathbf{x} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{dt}$	
$\mathbf{t} = \mathbf{t} + \mathbf{dt}$	

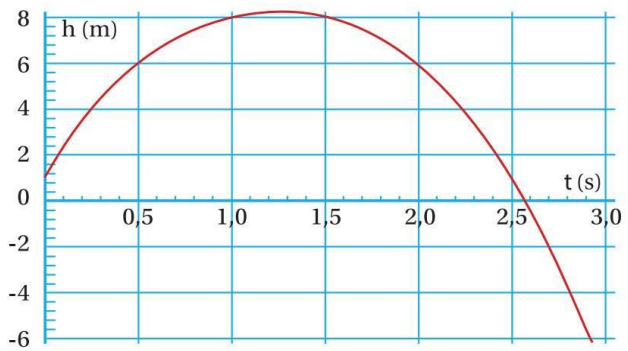
Tabel 2.7

- 35 De vrije val is een eenparig versnelde beweging. Je kunt dus het tekstmodel in tabel 2.7 als basismodel gebruiken. In plaats van een (x,t) -diagram wil je een (h,t) -diagram maken. Hierbij stelt h de hoogte boven de grond voor. Als het voorwerp de grond raakt, stopt het model met rekenen. Ontwerp een tekstmodel met startwaarden waarmee je met Coach een (h,t) -diagram tekent. Neem als valhoogte $h = 1600 \text{ m}$.

- 36 Een trein rijdt met een constante snelheid. Vanaf $t = 0 \text{ s}$ remt de trein af met een constante vertraging. Het model van de remmende trein is gelijk aan het model in tabel 2.7. In figuur 2.67 zie je het (x,t) -diagram dat je met behulp van Coach 7 kunt maken. Het diagram heeft een maximum bij $t = 10,5 \text{ s}$.
a Leg uit waarom het (x,t) -diagram een maximum heeft.
b Bepaal de startwaarden van $\mathbf{x}$, $\mathbf{v}$, en $\mathbf{a}$.



Figuur 2.67



Figuur 2.68

► hulpblad

- 37 Xané gooit een bal verticaal omhoog met een snelheid van 40 km h^{-1} en maakt een model van deze beweging. Zij gebruikt het model van tabel 2.7. Xané laat de bal los op 120 cm boven de grond. De wrijving mag je in deze opgave verwaarlozen.
a Geef de startwaarden van $\mathbf{x}$, $\mathbf{v}$ en $\mathbf{a}$.
Xané heeft een (h,t) -diagram door de computer laten tekenen. Zie figuur 2.68.
b Controleer met een berekening van de maximale hoogte of Xané niet een te grote tijdstap heeft gebruikt.
Xané voert een stopconditie in om het model te laten stoppen op het hoogste punt.
c Geef deze stopconditie.

2.7 Afsluiting

Samenvatting

In dit hoofdstuk heb je kennisgemaakt met rechte bewegingen.

Een beweging leg je vast met een video-opname, een stroboscopische foto of het signaal van een ultrasone plaatssensor. Hiervan maakt een computer een (x,t) -diagram en/of een (v,t) -diagram. Bij een video-opname en een stroboscopische foto moeten dan twee dingen bekend zijn:

- de werkelijke afmeting van een voorwerp op een beeld;
- de tijd tussen twee beelden.

Met een lichtpoortje aangesloten op een timer bepaal je de (gemiddelde) snelheid van een bewegend voorwerp.

Een beweging met een constante snelheid heet een eenparige beweging.

Als de snelheid gelijkmatig toeneemt, heet de beweging een eenparig versnelde beweging. Bij een eenparig vertraagde beweging neemt de snelheid gelijkmatig af.

Een vrije val is een bijzondere eenparig versnelde beweging. De versnelling van zo'n beweging heeft een vaste waarde, die je aangeeft met g . Je hebt te maken met een vrije val als de luchtweerstand verwaarloosd mag worden.

Bewegingen herken je aan het (x,t) -diagram en/of het (v,t) -diagram.

- Bij een eenparige beweging is de (x,t) -grafiek een rechte schuine lijn.
De (v,t) -grafiek is dan een rechte horizontale lijn.
- Bij een eenparig versnelde beweging is de (v,t) -grafiek een rechte schuine lijn.
De (x,t) -grafiek is dan een deel van een parabool.

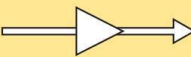
Met behulp van een (x,t) -diagram bepaal je:

- de plaats op een tijdstip door af te lezen;
- de verplaatsing in een interval door af te lezen;
- de gemiddelde snelheid in een interval met de snijlijnmethode;
- de snelheid op een tijdstip met de raaklijnmethode.

Met behulp van een (v,t) -diagram bepaal je:

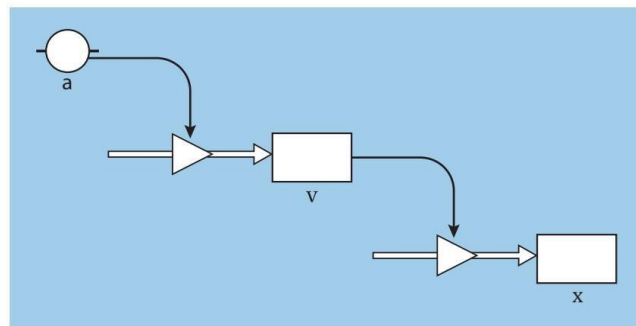
- de snelheid op een tijdstip door af te lezen;
- de snelheidsverandering in een interval door af te lezen;
- de verplaatsing in een interval met de oppervlaktemethode;
- de gemiddelde snelheid in een interval met de oppervlaktemethode;
- de gemiddelde versnelling in een interval met de snijlijnmethode;
- de versnelling op een tijdstip met de raaklijnmethode.

In een numeriek model bouw je elke beweging op uit stukjes eenparige beweging. Je kunt op twee manieren modelleren: met behulp van een tekstmodel of met een grafisch model. De grafische symbolen die je bij natuurkunde gebruikt in Coach 7 staan hieronder. Daarna staan de modellen voor de eenparig versnelde beweging.

	Toestandsvariabele is voor een grootte die in de tijd verandert.
	Stroomvariabele berekent in een bepaalde tijdstap dt de verandering van een toestandsvariabele waaraan deze is gekoppeld.
	Hulpvariabele is voor een grootte die wordt berekend met behulp van een formule.
	Constante is voor een grootte waarvan de waarde tijdens het proces constant is.
	Relatiepijl koppelt grootheden aan elkaar. De grootte aan het eind van de pijl hangt af van de grootte waarvandaan deze pijl is vertrokken.
	Onafhankelijke variabele is de grootte die de verandering van de toestandsvariabele bepaalt. Bij modelleren bij natuurkunde gaat het om de tijd.

$v = v + a \cdot dt$
 $x = x + v \cdot dt$
 $t = t + dt$
 Als ... dan stop eindals

$dt =$
 $t =$
 $a =$
 $v =$
 $x =$



Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk besproken zijn, staan hieronder bij elkaar.

verplaatsing	$s = \Delta x = x_{\text{eind}} - x_{\text{begin}}$
gemiddelde snelheid	$v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
gemiddelde snelheid (grafisch)	$v_{\text{gem}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{snijlijn}}$
snelheid op een tijdstip (grafisch)	$v = \frac{dx}{dt} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$
verplaatsing bij eenparige beweging	$s = v \cdot t$
verplaatsing bij willekeurige beweging	$s = v_{\text{gem}} \cdot t$
gemiddelde snelheid bij eenparige versnelde beweging	$v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{eind}} + v_{\text{begin}}}{2}$
gemiddelde versnelling	$a_{\text{gem}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
gemiddelde versnelling (grafisch)	$a_{\text{gem}} = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right)_{\text{snijlijn}}$
versnelling op een tijdstip (grafisch)	$a = \frac{dv}{dt} = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$

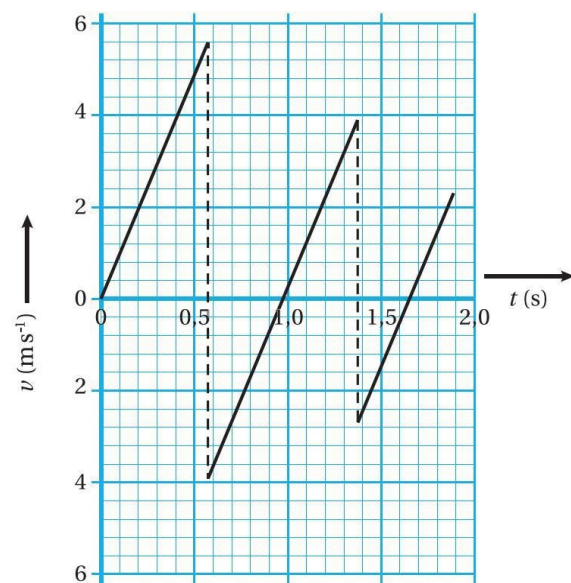
Een deel van de formules kun je terugvinden in BINAS tabel 35A1.

In BINAS tabel 30B en 31 vind je de valversnelling (gravitatieversnelling) op de aarde en op andere hemellichamen.

Opgaven

hulpblad

- 38 Milan bestudeert een stuiterbal. Hij maakt met behulp van een videometing een (v, t) -diagram van de beweging. Zie figuur 2.69. De snelheid is positief als de bal naar beneden beweegt, en negatief als de bal naar boven beweegt.
- Toon aan dat Milan de stuiterbal van een hoogte van 1,6 m liet vallen.
 - Leg uit waarom de snelheid na $t = 0,58$ s negatief wordt.
 - Bepaal uit het diagram hoeveel keer Milan de bal heeft laten stuiteren, voordat hij hem ving.



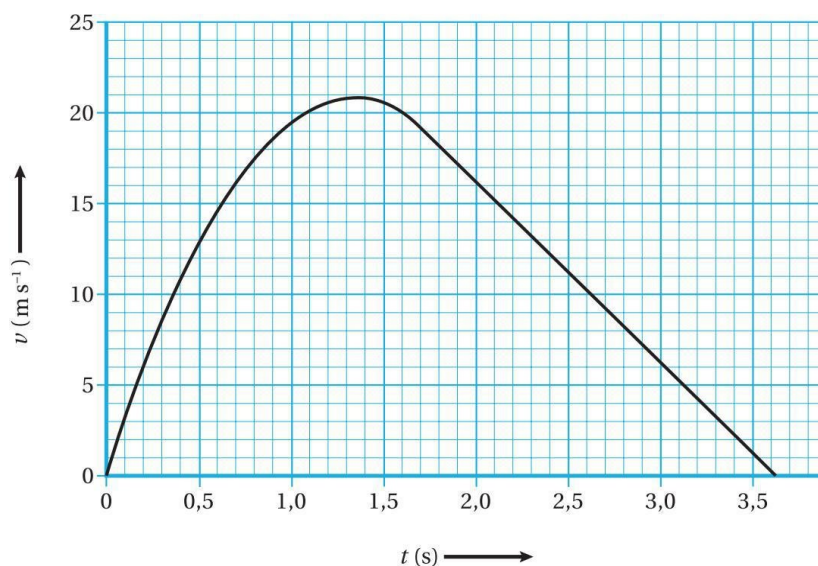
Figuur 2.69

- d Leg uit hoe uit het diagram blijkt dat de versnelling tijdens het stijgen en dalen gelijk is.
- e Bepaal de grootte van de versnelling.
- Milan concludeert dat de maximale snelheid die de bal bereikt omgekeerd evenredig is met het aantal keer dat de bal stuitert.
- f Leg uit of Milan gelijk heeft.

- **hulpblad** 39 Space Shot is een spectaculaire attractie in het pretpark Walibi Holland. Zie figuur 2.70. Hierin kan een groep mensen zich laten 'lanceren'. In een reclamefolder staat: 'Een sensationele lancering met een snelheid van 85 kilometer per uur, 60 meter omhoog. Een rit valt te vergelijken met een lancering van de Space Shuttle, waarbij je de spanning kan voelen die de astronauten ervaren als zij vertrekken van Cape Canaveral. Je ondergaat een versnelling van $4g$!' Esther wil een aantal gegevens uit deze reclamefolder controleren. Ze maakt een (v, t) -grafiek van de beweging tot aan het hoogste punt. Zie figuur 2.71. Bepaal of de onderstaande beweringen uit de folder overeenkomen met haar metingen.
- a De maximale snelheid is 85 km h^{-1} .
- b Tijdens de lancering ga je 60 m omhoog.
- c De versnelling tijdens de lancering is $4g$.



Figuur 2.70



Figuur 2.71

Checklist voor begrippen en leerdoelen

Hierna vind je een overzicht van de begrippen en leerdoelen per paragraaf. Kruis de leerdoelen aan waarvan jij vindt dat je ze nu beheerst. Bij de leerdoelen die je nog niet helemaal beheerst noteer je de acties die je gaat ondernemen om het leerdoel alsnog te kunnen behalen.

Paragraaf 1 Onderzoek naar bewegingen

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: plaats, (x,t) -diagram, verplaatsing, afgelegde weg, videometen, spoor, stroboscopische foto, stroboscoop, ultrasoon geluid, ultrasone plaatssensor, lichtpoort	☐	
uit een video-opname, een stroboscopische foto of het signaal van een ultrasone plaatssensor – de plaats van een bewegend voorwerp op een tijdstip bepalen – de verplaatsing van het voorwerp tussen twee tijdstippen bepalen – de beweging van het voorwerp in een (x,t) -diagram weergeven	☐	
de (gemiddelde) snelheid van een bewegend voorwerp bepalen met behulp van een op een timer aangesloten lichtpoortje	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de verplaatsing: $s = \Delta x = x_{\text{eind}} - x_{\text{begin}}$	☐	

Paragraaf 2 Eenparige rechtlijnige beweging

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: gemiddelde snelheid, constante snelheid, (v,t) -diagram, eenparige (rechtlijnige) beweging, steilheid, oppervlaktmethode	☐	
het (x,t) - en (v,t) -diagram tekenen bij een eenparige rechtlijnige beweging	☐	
uit een (x,t) -diagram de snelheid bepalen uit de steilheid van de grafieklijn	☐	
uit een (v,t) -diagram de verplaatsing tussen twee tijdstippen bepalen uit het oppervlak onder de grafieklijn tussen die twee tijdstippen	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de gemiddelde snelheid en de verplaatsing bij een eenparige beweging: $v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ en $s = v \cdot t$	☐	

Paragraaf 3 Eenparig versnelde beweging

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: versnelde beweging, eenparig versnelde beweging, versnelling, vrije val, valversnelling (of gravitatieversnelling), vertraagde beweging, vertraging, snelheid op een tijdstip, raaklijnmethode, snijlijnmethode	○	
het (x,t) - en (v,t) -diagram tekenen bij een eenparig versnelde beweging	○	
uit een (v,t) -diagram de versnelling bepalen uit de steilheid van de grafieklijn	○	
uit een (x,t) -diagram de snelheid op een tijdstip bepalen uit de steilheid van de raaklijn aan de grafieklijn: $v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$	○	
uit een (x,t) -diagram de gemiddelde snelheid tussen twee tijdstippen bepalen uit de steilheid van de snijlijn door twee punten op de grafieklijn: $v_{\text{gem}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{snijlijn}}$	○	
de verplaatsing tussen twee tijdstippen berekenen – uit het oppervlak onder de grafieklijn in het (v,t) -diagram tussen die twee tijdstippen – met de gemiddelde snelheid	○	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de gemiddelde versnelling, de gemiddelde snelheid en de verplaatsing bij een eenparig versnelde beweging: $a_{\text{gem}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, $v_{\text{gem}} = \frac{v_{\text{eind}} + v_{\text{begin}}}{2}$ en $s = v_{\text{gem}} \cdot t$	○	

Paragraaf 4 Beweging in het algemeen

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: willekeurige beweging, versnelling op een tijdstip, differentiëren (of afgeleide bepalen), gemiddelde versnelling	○	
uit het (x,t) -diagram van een willekeurige beweging – de snelheid op een tijdstip bepalen met de raaklijnmethode: $v = \frac{dx}{dt} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$ – de gemiddelde snelheid tussen twee tijdstippen bepalen met de snijlijnmethode: $v_{\text{gem}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{snijlijn}}$	○	

uit het (v,t) -diagram van een willekeurige beweging – een schatting maken van de gemiddelde snelheid tussen twee tijdstippen – de verplaatsing tussen twee tijdstippen bepalen met de oppervlaktmethode – de versnelling op een tijdstip bepalen met de raaklijnmethode: $a = \frac{dv}{dt} = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}}$ – de gemiddelde versnelling tussen twee tijdstippen bepalen met de snijlijnmethode: $a_{\text{gem}} = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{\text{snijlijn}}$	○	
--	---	--

Paragraaf 5 Gebruik van formules en diagrammen

Ik kan		Acties
bewegingen analyseren met formules en met diagrammen	○	

Paragraaf 6 Modelleren van bewegingen

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: numerieke rekenmethode, tijdstap, numeriek model, stapgrootte, tekstmodel, modelregel, startwaarde, iteratief proces, grafisch model, toestandsvariabele, stroomvariabele, hulpvariabele, constante, relatiepijl, onafhankelijke variabele, rekencapaciteit	○	
uitleggen hoe een numeriek model in een iteratief proces de plaats en snelheid van een beweging als functie van de tijd berekent	○	
een numeriek model in de vorm van een tekstmodel en een grafisch model maken van een eenparige en een eenparig versnelde beweging, inclusief startwaarden en eventuele stopconditie	○	

3

Krachten in evenwicht



Deze bergbeklimster bedwingt een rots. Soms hangt haar hele gewicht aan haar vingertoppen. De grote krachten vergen het uiterste van de klimster en haar materiaal.

In dit hoofdstuk lees je over eigenschappen van krachten. Ook wordt duidelijk wat het resultaat is van een combinatie van krachten. Tot slot bekijk je hoe je krachten kunt opnemen in een numeriek model voor een beweging.

Het meisje staat op een plank
boven een sloot. Dankzij de plank
valt ze er niet in. Op het meisje
werken verschillende krachten.
Welke krachten zijn dat?



Figuur 3.1

3.1 Krachten en hun eigenschappen

Eigenschappen van krachten



Start

Maak de startvragen

In figuur 3.1 zie je een meisje op een plank staan. De plank is doorgebogen doordat het meisje kracht uitoefent op de plank. Dit komt doordat ze omlaag wordt getrokken door de aantrekkingskracht van de aarde. Toch valt ze niet in het water, want de plank oefent ook een kracht uit op haar.

Op het meisje werken dus twee krachten:

- 1 De aantrekkingskracht van de aarde trekt haar omlaag.
- 2 De kracht van de plank duwt haar omhoog.

Een **kracht** wordt uitgeoefend door een voorwerp op een ander voorwerp. Bij de aantrekkingskracht van de aarde zijn de voorwerpen de aarde en het meisje. Bij de kracht van de plank zijn het de plank en het meisje. Krachten kun je niet zien. Het gevolg van een kracht is vaak wel zichtbaar, bijvoorbeeld het doorbuigen van de plank.

Kracht is een grootte. Dat betekent dat je de grootte van een kracht kunt meten. Op school gebruik je daarvoor vaak een **veerunster**. Dat is een krachtmeter met een veer. Zie figuur 3.2.

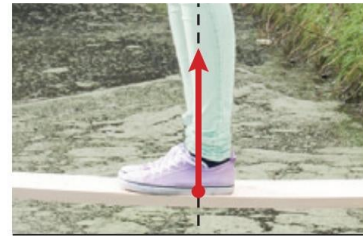
Een kracht geef je aan met de letter F .

De eenheid van kracht is newton met symbool N.



Figuur 3.2

In figuur 3.3 is de kracht die de plank uitoefent op het meisje aangegeven met een pijl. Aan die pijl kun je drie dingen zien: de lengte, de richting en de plaats waar de pijl begint.



Figuur 3.3

De lengte van de pijl geeft de grootte van de kracht aan. Hoe langer de pijl, des te groter is de kracht. Bij het tekenen kies je hoeveel newton je weergeeft met 1 cm.

Dit heet de **krachtenschaal**. Met behulp van die schaal en de lengte van een pijl bepaal je de grootte van de kracht.

Voorbeeld 1 Rekenen met de krachtenschaal

In figuur 3.3 is de krachtenschaal $1 \text{ cm} \triangleq 4,0 \cdot 10^2 \text{ N}$.

Bepaal de grootte van de kracht.

Uitwerking

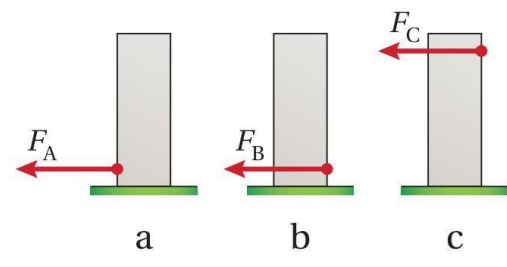
De lengte van de pijl in figuur 3.3 is 1,5 cm. Dus de kracht die de plank uitoefent op het meisje is gelijk aan $1,5 \times 4,0 \cdot 10^2 = 6,0 \cdot 10^2 \text{ N}$.

De pijl in figuur 3.3 geeft ook aan in welke richting de kracht werkt. Als je tegen een deur duwt, gebeurt er iets anders dan wanneer je aan de deur trekt. De richting van de kracht is dus van invloed op het gevolg ervan. Een grootheid die behalve een grootte ook een richting heeft, noem je een **vector**. Met een pijltje boven de letter laat je zien dat kracht een vector is: $\vec{F}$.

Behalve de grootte en de richting geeft de pijl de plaats aan waar de kracht op het voorwerp werkt. Deze plaats noem je het **aangrijpingspunt**. De pijl begint in het aangrijpingspunt.

In figuur 3.3 is een streeplijn door de pijl getekend. Dit is de **werklijn** van de kracht. Om het gevolg van een kracht te beredeneren, mag je in een tekening een kracht verschuiven. Dit mag alleen als de beweging van het voorwerp rechtlijnig is. Je moet de grootte en de richting van de kracht wel gelijk houden bij het verschuiven.

Verschuif je een kracht langs zijn werklijn dan verandert het gevolg van de kracht niet. Als in figuur 3.4a het blok over de vloer schuift door kracht F_A , dan gebeurt dat ook door kracht F_B in figuur 3.4b. Verschuif je een kracht evenwijdig aan zijn werklijn, dan kan het gevolg wel veranderen. Als je bovenaan een blok een kracht uitoefent, is de kans groot dat je het blok omduwt in plaats van verschuift. Zie figuur 3.4c. Wordt het blok niet omgeduwd, dan is het gevolg van de kracht hetzelfde als in figuur 3.4a en 3.4b.



Figuur 3.4

Zwaartekracht

De aarde oefent kracht uit op ieder voorwerp dat zich op aarde of in de buurt van de aarde bevindt. Deze kracht heet **zwaartekracht**. De zwaartekracht is recht evenredig met de massa van het voorwerp. De evenredigheidsconstante heet de **valversnelling** of de **gravitatieversnelling** g .

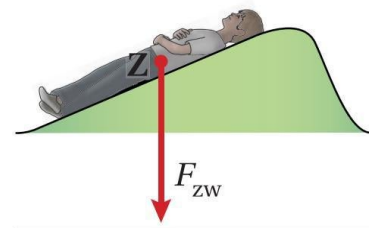
De grootte van de zwaartekracht bereken je met:

$$F_{zw} = m \cdot g$$

- F_{zw} is de zwaartekracht in N.
- m is de massa van het voorwerp in kg.
- g is de valversnelling in m s^{-2} .

Gegevens over de waarde van g vind je in BINAS tabellen 7, 30B en 31. Uit tabel 30B volgt dat de afgeronde waarde van g in de buurt van de aarde gelijk is aan $9,8 \text{ m s}^{-2}$. Bevindt een voorwerp zich op grote afstand van de aarde, dan geldt de formule $F_{zw} = m \cdot g$ wel, maar de waarde van g is dan veel kleiner dan $9,8 \text{ m s}^{-2}$. In hoofdstuk 7 lees je hoe de waarde van g afhangt van de afstand tussen een voorwerp en de aarde.

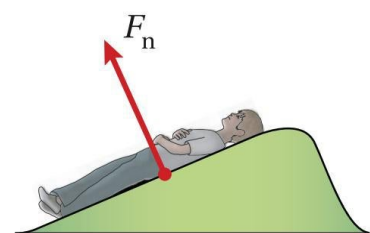
De zwaartekracht is naar het middelpunt van de aarde gericht. Op ieder deeltje van een voorwerp werkt de zwaartekracht. De zwaartekracht op het hele voorwerp is de som van al die krachten. Het aangrijpingspunt van die zwaartekracht op het voorwerp noem je het **zwaartepunt** van het voorwerp. Dit geef je aan met de letter Z . In figuur 3.5 zie je een jongen op een heuvel liggen. Punt Z is zijn zwaartepunt. De pijl geeft de zwaartekracht aan die op de jongen werkt.



Figuur 3.5

Normaalkracht

De plank ondersteunt het meisje van figuur 3.1. De kracht die een ondersteunend vlak uitoefent op een voorwerp, noem je de **normaalkracht** F_n . In figuur 3.6 is de normaalkracht op de liggende jongen getekend.



Figuur 3.6

De richting van de normaalkracht is altijd loodrecht op het ondersteunend vlak. Het aangrijpingspunt is de plaats waar het ondersteunend vlak het voorwerp raakt. Is die plaats geen punt maar een vlak, dan teken je het aangrijpingspunt van de normaalkracht in het midden van het contactoppervlak. De grootte van de normaalkracht hangt af van de situatie. Ligt een voorwerp op een horizontaal vlak, dan is de normaalkracht gelijk aan de zwaartekracht. In figuur 3.6 ligt de jongen op een helling, waardoor de normaalkracht kleiner is dan de zwaartekracht.

Spankracht

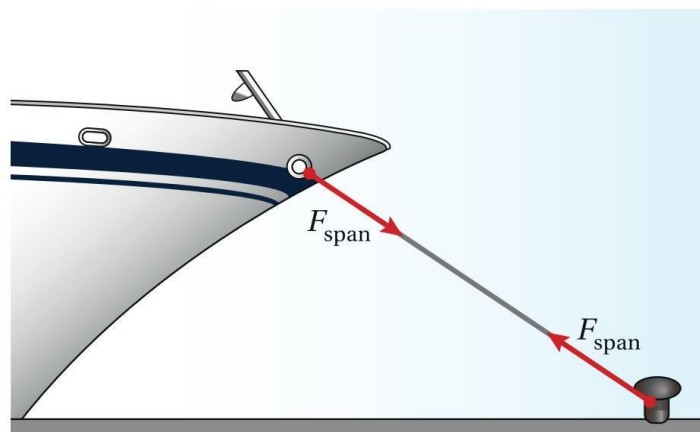
Schepen liggen met dikke touwen aan de kade vast. Zie figuur 3.7. De touwen houden het schip op zijn plaats. Dat gebeurt echter alleen als de touwen gespannen zijn.

Een gespannen touw oefent **spankracht** F_{span} uit op het voorwerp waar het aan vastzit. Die plaats is ook het aangrijpingspunt van de spankracht. In figuur 3.8 zijn twee spankrachten getekend, omdat het touw kracht uitoefent op het schip én op de kade. Je ziet dat de spankracht is gericht van het ene aangrijpingspunt naar het andere aangrijpingspunt.

De grootte van de spankracht is afhankelijk van hoe hard aan het touw wordt getrokken. Hoe harder je trekt aan een touw, des te strakker wordt het touw gespannen, des te groter is de spankracht in het touw.



Figuur 3.7



Figuur 3.8

Veerkraft

In een balpen zit een veer die ervoor zorgt dat je de stift naar binnen en naar buiten kunt bewegen. Met een ingedrukte veer kun je de stift van de pen wegschieten. Hoe verder je de veer indrukt, des te groter is de veerkracht, en des te verder schiet de stift weg.

Een veer oefent kracht uit als hij wordt vervormd. De **veerkracht** is recht evenredig met de **uitrekking**, dat is de afstand waarover de veer vervormt. Dat geldt zowel bij het induwen als het uitrekken van de veer. De evenredigheidsconstante is de **veerconstante** van de veer.

De grootte van de veerkracht bereken je met:

$$F_{\text{veer}} = C \cdot u$$

- F_{veer} is de veerkracht in N.
- C is de veerconstante in N m^{-1} .
- u is de uitrekking in m.

De veerconstante hangt af van het type veer. Bij een **stugge** veer moet je een grote kracht uitoefenen om de veer een beetje in te duwen of uit te rekken. Zo'n veer heeft een grote veerconstante. Een **slappe** veer heeft juist een kleine veerconstante.

Voorbeeld 2 Rekenen en redeneren met veerkracht

Arjan hangt een blokje aan veerunster A.

De veer rekt daardoor 6,5 cm uit. De veerunster wijst 1,9 N aan.

a Bereken de veerconstante van de veer.

Daarna hangt Arjan het blokje aan veerunster B, waarin een slappere veer zit.

b Beredeneer of de uitrekking van de veer in veerunster B groter of kleiner is dan die in veerunster A.

Uitwerking

a $F_{\text{veer}} = C \cdot u$

$$F_{\text{veer}} = 1,9 \text{ N}$$

$$u = 6,5 \text{ cm} = 6,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$1,9 = C \times 6,5 \cdot 10^{-2}$$

$$C = 29,2 \text{ N m}^{-1}$$

Afgerond: 29 N m^{-1} .

b Een slappere veer heeft een kleinere veerconstante C . Gebruik je in

$F_{\text{veer}} = C \cdot u$ dezelfde waarde voor F_{veer} en een kleinere waarde voor C , dan is de uitrekking u groter.

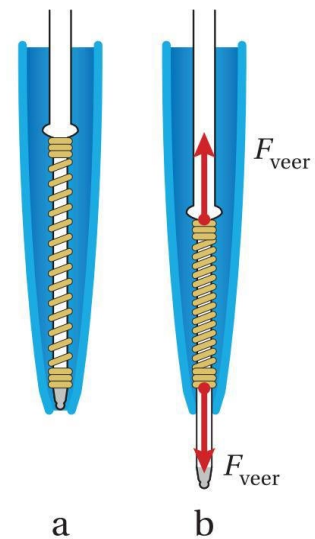
De richting van de veerkracht is tegengesteld aan de richting van de vervorming.

Als je een veer uitrekt, werkt op elk uiteinde een veerkracht richting het midden van de veer. En als je de veer indrukt, is de veerkracht naar buiten gericht. Het aangrijpingspunt is de plaats waar de veer en het voorwerp elkaar raken.

In figuur 3.9 zie je een gedeelte van een pen met daarin een veer en een stift. In figuur 3.9b is de veer ingedrukt. De veer oefent nu twee krachten uit: een omhoog gerichte kracht op de stift en een omlaag gerichte kracht op het omhulsel. De veer is ingedrukt, dus wijzen de veerkrachten van elkaar af.

Ook bij het doorbuigen van de plank in figuur 3.1 spreek je van veerkracht. Hoe groter de massa van het meisje is, des te meer buigt de plank door. De normaalkracht op het meisje is dus de veerkracht van de plank op het meisje.

Sta je op de grond, dan is de aarde een klein beetje ingedrukt. Ook dan is de normaalkracht dus een soort veerkracht.



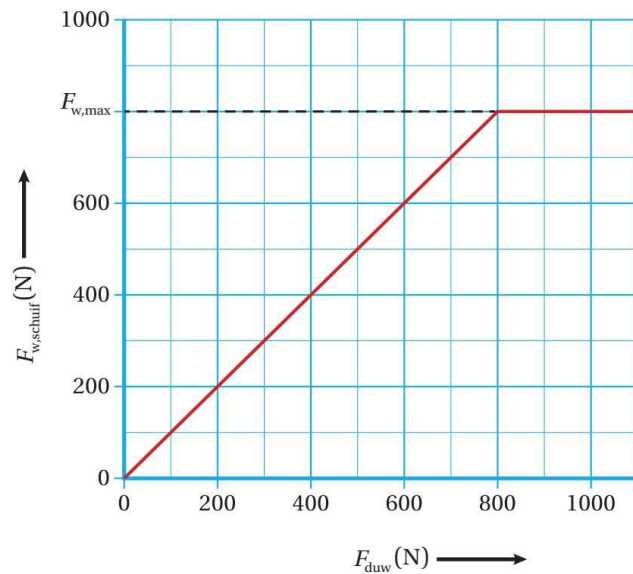
Figuur 3.9

Schuifwrijvingskracht

Voorwerpen die bewegen of waarop een kracht wordt uitgeoefend om ze in beweging te brengen, ondervinden meestal een tegenwerkende kracht. Als voorwerpen met hun contactoppervlakken langs elkaar bewegen, is er **schuifwrijvingskracht** $F_{\text{w,schuif}}$.

De richting van de schuifwrijvingskracht is altijd tegengesteld aan de bewegingsrichting van het voorwerp. Het aangrijpingspunt is de plaats waar de twee voorwerpen elkaar raken, of het midden van het contactoppervlak.

Als je een kast wilt verschuiven, merk je dat je met een bepaalde kracht moet duwen voordat de kast begint te bewegen. Figuur 3.10 laat het verloop van de grootte van de schuifwrijvingskracht zien bij toenemende duwkracht. Zolang de kast niet beweegt, is de schuifwrijvingskracht even groot als de duwkracht. Is de kast eenmaal in beweging, dan is de schuifwrijvingskracht constant en maximaal. Uit figuur 3.10 volgt dat de kast gaat bewegen als de duwkracht groter is dan 800 N.



Figuur 3.10

Blijkbaar is er een maximale schuifwrijvingskracht. Deze maximale waarde hangt af van de ruwheid van de contactoppervlakken en van de kracht waarmee het voorwerp tegen de ondergrond wordt geduwd. Een kast schuift gemakkelijker over een gladde vloer dan over vloerbedekking, en een lichte kast verschuif je gemakkelijker dan een zware kast.

Voor de maximale schuifwrijvingskracht geldt:

$$F_{\text{w,schuif,max}} = f \cdot F_{\text{n}}$$

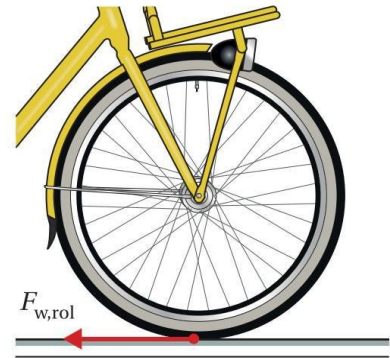
- $F_{\text{w,schuif,max}}$ is de maximale schuifwrijvingskracht in N.
- f is de wrijvingscoëfficiënt.
- F_{n} is de normaalkracht in N.

Zoals je ziet heeft de **wrijvingscoëfficiënt** geen eenheid. De reden is dat links en rechts van het =-teken dezelfde grootte staat.

Dansers dragen vaak schoenen met een leren zool. De wrijvingscoëfficiënt tussen leer en hout is 0,35. Dat betekent dat een schoen met een leren contactoppervlak over hout schuift als de horizontale kracht op die schoen groter is dan 35% van de normaalkracht. Draagt de danser een schoen met rubberen zool, dan schuift dat minder gemakkelijk. De wrijvingscoëfficiënt tussen een rubberen zool en hout is veel groter dan 0,35.

Rolweerstandskracht

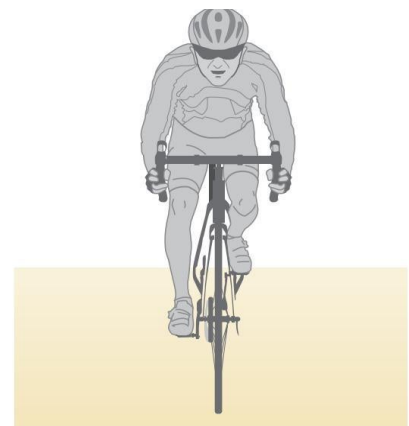
Ook op rollende voorwerpen werkt een tegenwerkende kracht: de **rolweerstandskracht** $F_{w,rol}$. In figuur 3.11 zie je de rolweerstandskracht op het voorwiel van een fiets die naar rechts beweegt. De grootte van de rolweerstandskracht hangt af van de kracht waarmee het rollende voorwerp tegen de ondergrond wordt geduwd en van de vervormbaarheid van de contactoppervlakken. Fietsen gaat gemakkelijker met harde banden dan met zachte. En over hard asfalt fiets je gemakkelijker dan door mul zand.



Figuur 3.11

Luchtweerstandskracht

Een voorwerp dat door de lucht beweegt, ondervindt **luchtweerstandskracht** $F_{w,lucht}$. Ook dit is een tegenwerkende kracht. Als je met grote snelheid fietst, voel je meer tegenwind dan als je langzaam fietst. Door je voorover te buigen zorg je voor een betere **stroomlijn** én een kleiner **frontaal oppervlak**. Hierdoor heb je minder last van tegenwind. Bij de wielrenner in figuur 3.12 is de grootte van het frontale oppervlak gelijk aan de oppervlakte die je ziet als je van voren naar de wielrenner kijkt.



Figuur 3.12

De luchtweerstandskracht hangt af van je snelheid oftewel van de hoeveelheid lucht die per tijdseenheid tegen je aan botst. Die hoeveelheid lucht is op zijn beurt afhankelijk van de dichtheid van de lucht. Wanneer wielrenners een poging doen om het werelduurrecord te verbeteren, doen zij dat op een wielervedbaan op grote hoogte, bijvoorbeeld die in Mexico-Stad. Daar is de dichtheid van de lucht kleiner dan op zeeniveau. Voor de luchtweerstandskracht geldt:

$$F_{w,lucht} = \frac{1}{2} \rho \cdot C_w \cdot A \cdot v^2$$

- $F_{w,lucht}$ is de luchtweerstandskracht in N.
- ρ is de dichtheid van de lucht in kg m^{-3} .
- C_w is de luchtweerstandscoefficiënt.
- A is de frontale oppervlakte in m^2 .
- v is de snelheid in m s^{-1} .

De **luchtweerstandscoefficiënt** is een maat voor de stroomlijn. Hoe kleiner de luchtweerstandscoefficiënt, des te beter is de stroomlijn. Zie BINAS tabel 28A. Hoe beter de stroomlijn, hoe gemakkelijker de lucht langs een voorwerp stroomt. Evenals de rolweerstandscoefficiënt heeft de luchtweerstandscoefficiënt geen eenheid. In opgave 1 leid je dat af.

Opgaven

- 1 Een wielrenner bereikt een grotere maximale snelheid als de rolweerstandskracht en de luchtweerstandskracht zo klein mogelijk zijn. Een mecanicien zorgt ervoor dat de fiets van een wielrenner in perfecte staat is.

- a Noem twee manieren waarop de mecanicien de rolweerstandskracht van de fiets zo klein mogelijk kan maken.

Voor de luchtweerstandskracht geldt $F_{w,lucht} = \frac{1}{2} \rho \cdot C_w \cdot A \cdot v^2$.

- b Toon met behulp van deze formule aan dat C_w geen eenheid heeft.

Een wielrenner levert een bepaalde fietskracht tijdens een onderzoek naar de juiste houding op de fiets. Als hij in een gebogen houding gaat zitten, heeft dit uiteindelijk invloed op drie grootheden in de formule voor de luchtweerstandskracht.

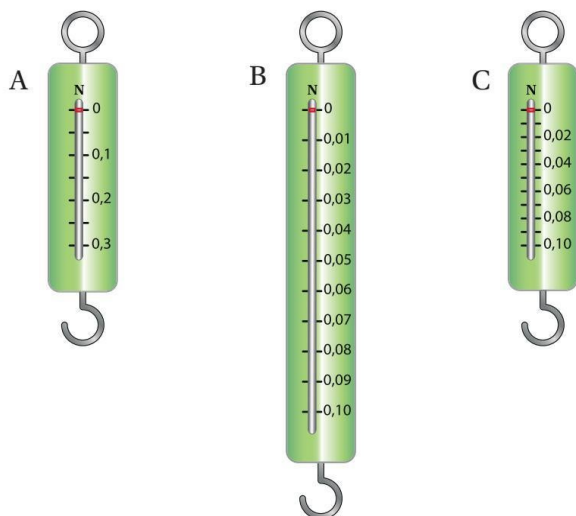
- c Leg dit uit.

- **tekenblad** 2 Een blokje met een massa van 142 gram hangt aan een veer. Zie figuur 3.13. De veer is 11,3 cm uitgerekt. Op het blokje werken de veerkracht en de zwaartekracht. Deze twee krachten zijn aan elkaar gelijk.
- a Teken in figuur 3.13 de krachten die op het blokje werken.
- b Bereken de veerconstante van de veer. Geef je antwoord in N m^{-1} .



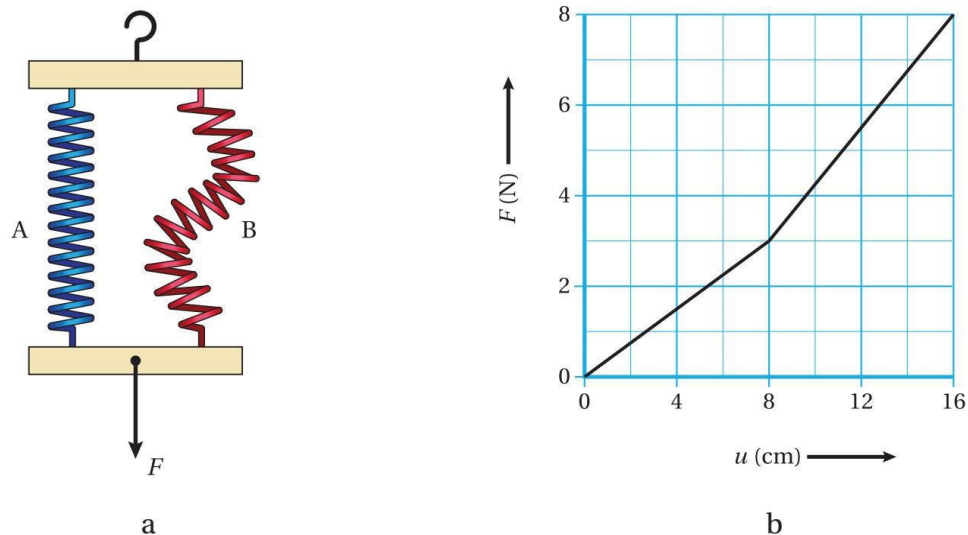
Figuur 3.13

- **hulpblad** 3 In figuur 3.14 zie je drie veerunsters. Zet de veerunsters op volgorde van oplopende veerconstante.



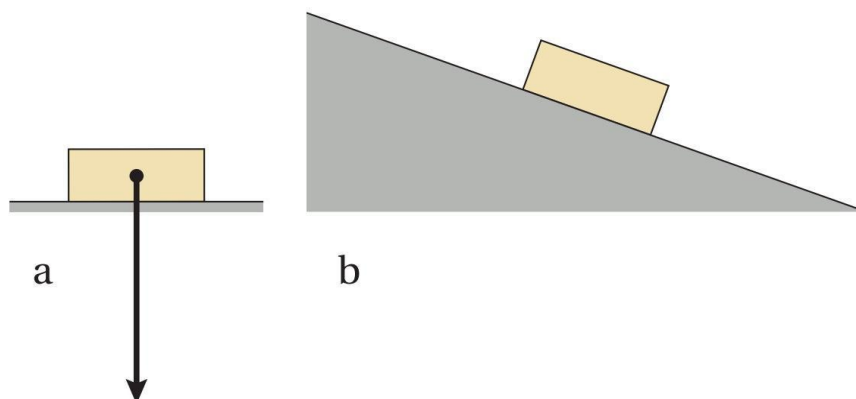
Figuur 3.14

- 4 In figuur 3.15a zie je twee veren naast elkaar hangen. De veren zijn van ongelijke lengte. Veer B is 8,0 cm langer dan veer A. Van dit systeem is een (F, u) -diagram gemaakt. Zie figuur 3.15b. De uitrekking u is de uitrekking van veer A. Neem aan dat je de duwkracht van veer B op het plankje kunt verwaarlozen.
- Leg uit waardoor de grafiek steiler loopt vanaf $u = 8,0$ cm.
 - Toon aan dat de veerconstante van veer A gelijk is aan 38 N m^{-1} .
 - Bepaal de veerconstante van veer B.



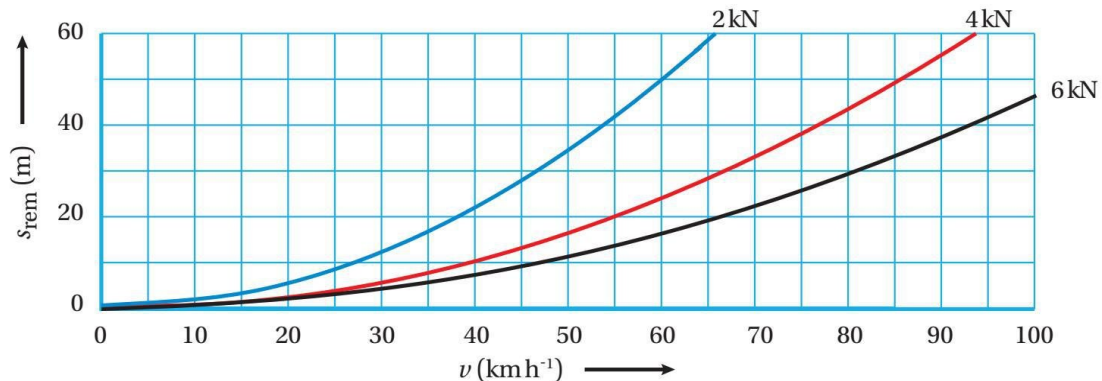
Figuur 3.15

- **tekenblad** 5 In figuur 3.16a ligt een blok op een tafel. De pijl van de zwaartekracht is 2,4 cm lang. De krachtschaal is $1 \text{ cm} \triangleq 500 \text{ N}$.
- Bereken de massa van het blok.
 - Teken in figuur 3.16a de normaalkracht op het blok.
- In figuur 3.16b ligt het blok op een helling.
- Teken in figuur 3.16b de zwaartekracht en de normaalkracht op het blok. Laat in de tekening zien of een kracht groter dan, kleiner dan of gelijk is aan die in figuur 3.16a.
- Op het blok in figuur 3.16b werkt nog een kracht.
- Teken deze kracht. Zet bij de pijl het symbool van de kracht. Je hoeft alleen maar te letten op het aangrijpingspunt en de richting van deze kracht.



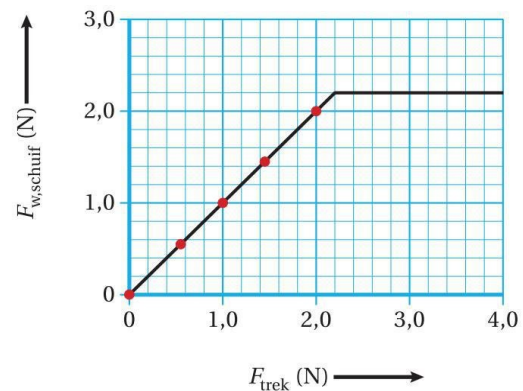
Figuur 3.16

- 6 Bij een noodstop is de remkracht maximaal en blokkeren de remmen. De rolweerstandskracht is dan 0 N en op de wielen werkt de schuifweerstandskracht. In figuur 3.17 is de remafstand uitgezet tegen de snelheid bij verschillende omstandigheden. Een automobilist maakt een noodstop op een droog wegdek. De remkracht is dan 6,0 kN en de remweg 30 m. De massa van de auto is $7,2 \cdot 10^3$ kg.
- a Toon aan dat bij een droog wegdek de schuifwrijvingscoëfficiënt 0,85 is. Bij hevige regen blijkt de schuifwrijvingscoëfficiënt 33% lager te zijn dan bij een droog wegdek. Je rijdt dan met een kleinere snelheid, zodat de remweg bij een noodstop nog steeds 30 m is.
- b Bepaal de snelheid waarmee de automobilist dan rijdt.



Figuur 3.17

- 7 Mylo heeft een blokje en een plaat die beide gemaakt zijn van plexiglas. De massa van het blokje is 250 g en de massa van de plaat is 2,0 kg. Hij onderzoekt hoe de schuifwrijvingskracht van het blokje op de plaat afhangt van de trekkracht. Hij doet twee proeven. De resultaten van proef 1 zijn verwerkt in het diagram van figuur 3.18.
- a Beschrijf hoe Mylo aan de meetpunten in het diagram is gekomen. Beantwoord daartoe de volgende vragen:
- Beschrijf hoe Mylo de proef heeft uitgevoerd.
 - Geef aan waardoor de meting van een trekkracht een punt in het diagram oplevert.



Figuur 3.18

Uit figuur 3.18 volgt dat de maximale schuifwrijvingskracht gelijk is aan 2,2 N.

- b Leg uit hoe Mylo de maximale schuifwrijvingskracht proefondervindelijk heeft vastgesteld.
- c Bepaal de schuifwrijvingscoëfficiënt tussen plexiglas en plexiglas.

Voor proef 2 kantelt Mylo het blokje. Hierdoor verandert alleen de oppervlakte van de onderkant van het blokje. Deze oppervlakte is de helft van die bij proef 1.

Vervolgens voert Mylo proef 2 uit op dezelfde manier als proef 1.

- d Leg uit of de meetresultaten bij proef 2 hetzelfde zijn als bij proef 1.

Twee honden worden samen uitgelaten, maar ze willen niet precies dezelfde kant op. Elke hond oefent kracht uit op de hand van het meisje. Hoe bepaal je de kracht die de honden samen uitoefenen?



Figuur 3.19

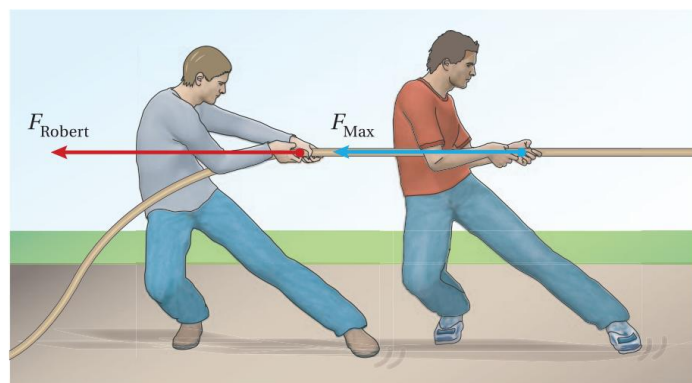
3.2 Krachten samenstellen

Resulterende kracht

In figuur 3.19 oefent elke hond een kracht uit op de hand van het meisje. Je mag die twee krachten vervangen door één kracht: de **resulterende kracht** F_{res} . Het vervangen van twee krachten door één kracht noem je het **samenstellen van krachten**. Wil je krachten samenstellen, dan kijk je eerst of de werklijnen van die krachten samenvallen of dat ze een hoek met elkaar maken.

Krachten samenstellen als de werklijnen samenvallen

In figuur 3.20 zie je twee touwtrekkers, Robert en Max. Beiden oefenen kracht uit op het touw. Robert trekt met een kracht van 650 N en Max trekt met 640 N. De krachten hebben niet hetzelfde aangrijpingspunt, maar werken wel in dezelfde richting en langs dezelfde werklijn.



Figuur 3.20

Bij het bepalen van de resulterende kracht houd je rekening met de richting waarin een kracht werkt. Wiskundig geef je dit weer met $\vec{F}_{\text{res}} = \sum_i \vec{F}_i$.

$\sum$ is het sommatieteken. De letter i staat voor index. Daarmee wordt de naam van elke kracht bedoeld. $\sum_i \vec{F}_i$ betekent dat je alle krachten bij elkaar optelt en dat je rekening houdt met de richting waarin een kracht werkt.

Je mag zelf kiezen welke richting je de positieve richting noemt. Meestal is dit de richting van de grootste kracht.

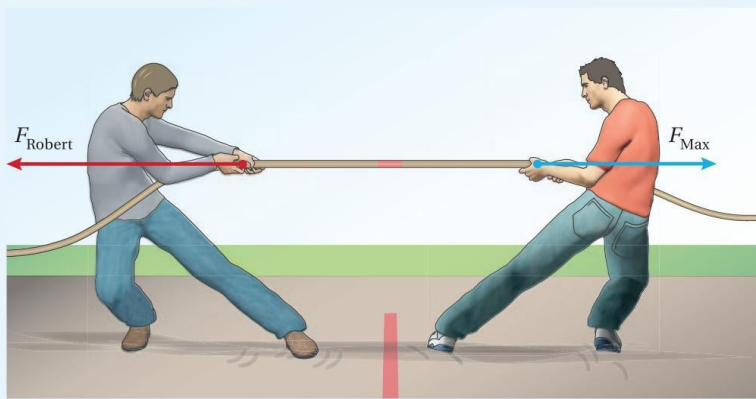
Voorbeeld 3 Samenstellen van krachten als de werklijnen samenvallen

In figuur 3.20 trekt Robert met een kracht van 650 N en Max met een kracht van 640 N.

- Bereken de resulterende kracht.
- Beschrijf de richting van de resulterende kracht.

In figuur 3.21 trekken Robert en Max weer met dezelfde krachten aan het touw, maar nu in tegengestelde richting.

- Bereken de resulterende kracht.
- Beschrijf de richting van de resulterende kracht.



Figuur 3.21

Uitwerking

- Voor de resulterende kracht op het touw in figuur 3.20 geldt:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{\text{Robert}} + \vec{F}_{\text{Max}}$$

$$F_{\text{res}} = F_{\text{Robert}} + F_{\text{Max}}$$

$$F_{\text{res}} = 650 + 640 = 1290 \text{ N}$$

- De richting van de resulterende kracht is naar links.
- Voor de resulterende kracht op het touw in figuur 3.21 geldt:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{\text{Robert}} + \vec{F}_{\text{Max}}$$

$$F_{\text{res}} = F_{\text{Robert}} - F_{\text{Max}}$$

$$F_{\text{res}} = 650 - 640 = 10 \text{ N}$$

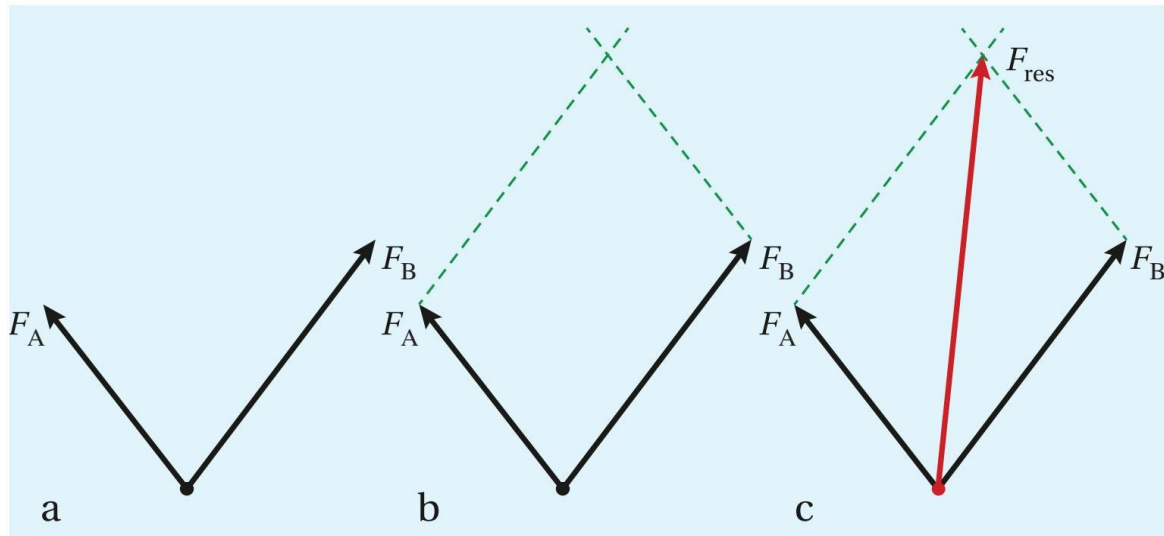
- Robert trekt harder dan Max. Dus is de richting van de resulterende kracht naar links.

Als de werklijnen evenwijdig lopen, bepaal je de resulterende kracht ook op deze manier. Je mag de krachten dan verschuiven totdat de werklijnen samenvallen. Krachten in dezelfde richting tel je bij elkaar op. Krachten in tegengestelde richting trek je van elkaar af.

Krachten samenstellen als de werklijnen een hoek maken

In figuur 3.19 trekken de honden in dezelfde richting: de werklijnen maken een hoek. Je mag de krachten dan niet zomaar bij elkaar optellen om de resulterende kracht te berekenen. Weet je de grootte van de krachten en de hoek tussen de werklijnen, dan construeer je de resulterende kracht als volgt:

- Teken de krachten op schaal. Zie figuur 3.22a.
- Teken door de pijlpunt van F_B een streeplijn evenwijdig aan F_A . Zie figuur 3.22b.
- Teken door de pijlpunt van F_A een streeplijn evenwijdig aan F_B .
- Teken de pijl van de resulterende kracht vanuit het aangrijpingspunt naar het snijpunt van de twee streeplijnen. Zie figuur 3.22c.



Figuur 3.22

De twee pijlen van F_A en F_B vormen samen met de streeplijnen een parallellogram. Zie figuur 3.22b. Deze methode voor het samenstellen van de resulterende kracht heet daarom de **parallellogrammethode**. De grootte en de richting van de resulterende kracht bepaal je met behulp van de figuur.

Voorbeeld 4 Resulterende kracht bepalen als de werklijnen een hoek maken

Hond Asia trekt met een kracht F_A van 38 N. Hond Bo trekt met een kracht F_B van 51 N. Deze krachten zijn in figuur 3.22 op schaal getekend.

- Toon aan dat figuur 3.22 is getekend met krachtenschaal $1 \text{ cm} \triangleq 15 \text{ N}$.
- Bepaal de grootte van de resulterende kracht.
- Bepaal de hoek die F_{res} maakt met F_A .

Uitwerking

- De lengte van pijl $F_B = 3,4 \text{ cm}$ en de kracht is 51 N.
Dus 1 cm komt overeen met $\frac{51}{3,4} = 15 \text{ N}$ oftewel $1 \text{ cm} \triangleq 15 \text{ N}$.
- In figuur 3.22c is de pijl van de resulterende kracht $4,7 \text{ cm}$ lang.
De kracht F_{res} is dan $4,7 \times 15 = 71 \text{ N}$.
- De hoek meet je in figuur 3.22c. De hoek tussen F_{res} en F_A is 44° .

Opmerkingen

- 1 De parallellogrammethode pas je toe op krachten die hetzelfde aangrijpingspunt hebben. Is dat niet het geval, dan verschuif je eerst een van de twee krachten langs of evenwijdig aan zijn werklijn totdat de aangrijpingspunten wel samenvallen.
- 2 De resulterende kracht van drie krachten bepaal je in stappen. Eerst construeer je de resulterende kracht van de krachten F_1 en F_2 . Deze resulterende kracht noem je $F_{\text{res},12}$. Vervolgens construeer je de resulterende kracht van $F_{\text{res},12}$ en de derde kracht. Dit komt in opgave 11 aan bod.

Krachten berekenen als de werklijnen loodrecht op elkaar staan

In figuur 3.23 staan twee krachten loodrecht op elkaar. Het parallellogram is nu een rechthoek. In dat geval kun je de grootte van de resulterende kracht berekenen met de stelling van Pythagoras. De schuine zijde van driehoek ABC in figuur 3.23 stelt de resulterende kracht voor. De hoek bereken je met een goniometrische formule.

Voorbeeld 5 Resulterende kracht berekenen als de werklijnen loodrecht op elkaar staan

De krachten F_1 en F_2 in figuur 3.23 zijn 39 N en 54 N.

- a Bereken de resulterende kracht.
- b Bereken de richting van de resulterende kracht ten opzichte van de horizontaal.

Uitwerking

- a Zijde BC is even lang als zijde AD, dus geldt voor de resulterende kracht:

$$F_{\text{res}}^2 = F_1^2 + F_2^2$$

$$F_{\text{res}}^2 = 39^2 + 54^2$$

$$F_{\text{res}} = 66,6 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } F_{\text{res}} = 67 \text{ N.}$$

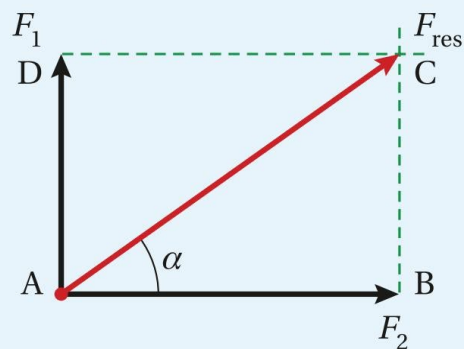
- b De richting van de resulterende kracht bereken je met de cosinus, sinus of tangens. Zo geldt in figuur 3.23 voor de tangens van hoek α :

$$\tan(\alpha) = \frac{F_1}{F_2}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{39}{54} = 0,722$$

$$\alpha = 35,8^\circ$$

$$\text{Afgerond: } \alpha = 36^\circ.$$



Figuur 3.23

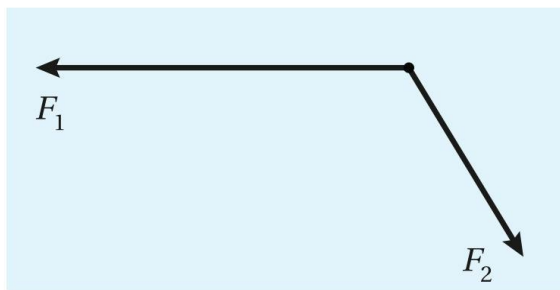
Opmerking

Als twee krachten loodrecht op elkaar staan, hoef je geen tekening op schaal te maken. Je maakt dan alleen een schets om een goed beeld te krijgen van de situatie.

Opgaven

- 8 Donald laat zijn honden Pluto en Loebas uit. Hij houdt de riemen in één hand. Pluto oefent een kracht van 50 N uit, Loebas een kracht van 80 N.
- Bereken de resulterende kracht die de honden op Donald uitoefenen als:
 - Pluto en Loebas dezelfde richting op willen;
 - Pluto en Loebas in tegengestelde richtingen willen.
 - Bereken de resulterende kracht die de honden op Donald uitoefenen als de hoek tussen de riemen 90° is.
In de situatie van vraag b kun je de richting van de resulterende kracht berekenen met een goniometrische formule.
 - Bereken de hoek tussen de resulterende kracht en de kracht in de riem van Loebas.

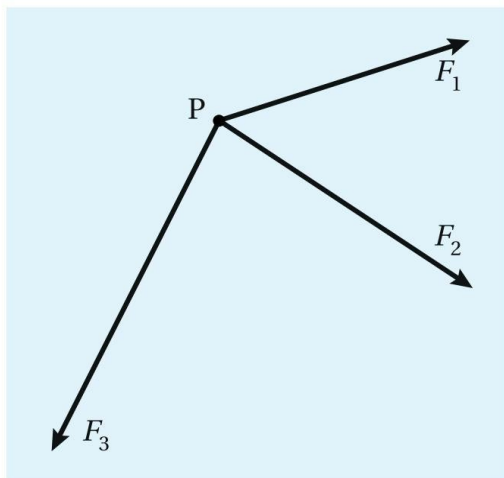
- **tekenblad** 9 In figuur 3.24 zijn de krachten F_1 en F_2 op schaal getekend. Kracht $F_1 = 35$ N.
- Bepaal de resulterende kracht.
 - Bepaal de hoek tussen F_1 en de resulterende kracht.



Figuur 3.24

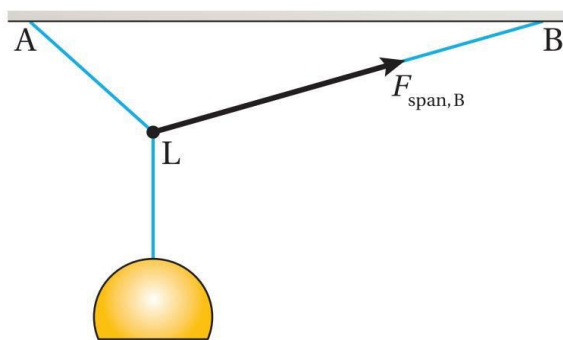
- 10 Mickey laat Rakker en Lady uit. Hij houdt de riemen in één hand. Rakker trekt met een kracht van 44 N en Lady met een kracht van 66 N. De hoek tussen de riemen is 55° . De kracht van Rakker kun je tekenen met een pijl van 4,0 cm.
- Teken de twee krachten op schaal.
 - Bepaal door middel van constructie de resulterende kracht.
De honden lopen vervolgens een andere kant op. De hoek tussen de riemen wordt 125° . De kracht van Rakker blijft 44 N en de kracht van Lady blijft 66 N.
 - Leg uit of de resulterende kracht nu groter of kleiner is dan bij vraag b. Maak hierbij gebruik van een schets.

- **tekenblad** 11 In figuur 3.25 zijn drie krachten getekend. De grootte van F_1 is 35 N.
- Bepaal de grootte van de resulterende kracht.
 - Bepaal de hoek tussen F_{res} en F_3 .



Figuur 3.25

- **hulpblad** 12 Een lamp hangt met twee draden aan een plafond. Zie figuur 3.26. De spankracht in draad LB is 25 N. De figuur is op schaal getekend. De resulterende kracht van de spankracht in draad LA en draad LB ligt op de werklijn van de zwaartekracht van de lamp.
- **tekenblad** Bepaal de resulterende kracht van deze twee spankrachten.



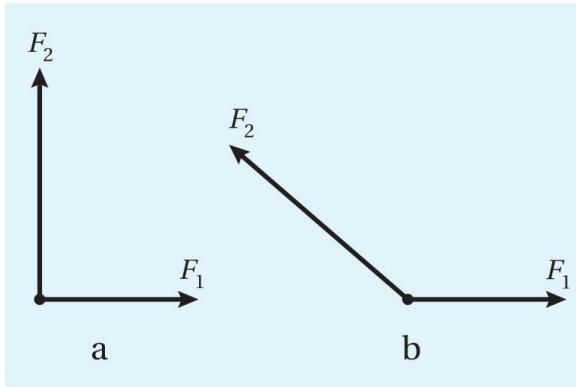
Figuur 3.26

- **tekenblad** 13 In figuur 3.27 hangt een bord aan twee touwen. De spankracht in elk touw is 1,6 N. Bepaal de resulterende spankracht op het bord.



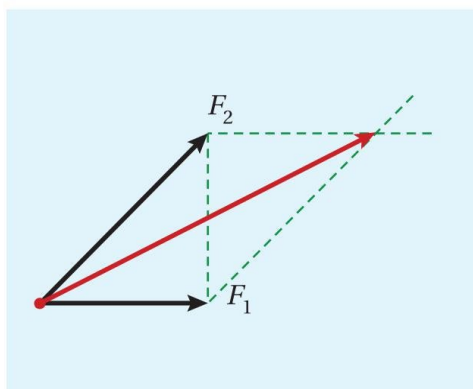
Figuur 3.27

- **tekenblad** 14 In figuur 3.28 zie je twee situaties met de krachten $F_1 = 30\text{ N}$ en $F_2 = 40\text{ N}$.
 Figuur 3.28 is niet op schaal. In deze figuur is de hoek tussen F_1 en F_2 gelijk aan 90° .
 a Bereken de resulterende kracht in figuur 3.28a. Schets daarvoor eerst de resulterende kracht in figuur 3.28a.
 In figuur 3.28b is de hoek tussen de resulterende kracht en F_1 gelijk aan 90° .
 b Bereken de resulterende kracht in figuur 3.28b. Schets daarvoor eerst de resulterende kracht in figuur 3.28b.



Figuur 3.28

- 15 In figuur 3.29 is een derde situatie van de twee krachten getekend. Met behulp van de parallellogrammethode is de resulterende kracht in de figuur getekend. De verbindingslijn van F_1 met F_2 is ook een diagonaal in het parallellogram. Deze lijn maakt een hoek van 90° met F_1 .
 a Bereken de grootte van de resulterende kracht in figuur 3.29.
 Hint: In een parallellogram delen de diagonalen elkaar doormidden.
 In de situatie van figuur 3.29 kun je de richting van de resulterende kracht met een goniometrische formule berekenen.
 b Bereken de hoek tussen de resulterende kracht en F_1 .



Figuur 3.29

De skiër beweegt langs de helling naar beneden door de zwaartekracht. Hoe steiler de helling, des te sneller gaat hij naar beneden. Waardoor is het effect van de zwaartekracht groter als de helling steiler is?



Figuur 3.30

3.3 Krachten ontbinden

Componenten van een kracht

Een skiër beweegt evenwijdig aan een helling naar beneden. De zwaartekracht op de skiër werkt in een andere richting, namelijk naar het middelpunt van de aarde. Toch gaat de skiër dankzij de zwaartekracht steeds sneller naar beneden. De zwaartekracht heeft dus een gevolg in de bewegingsrichting van de skiër.

Je kunt de zwaartekracht op de skiër vervangen door twee krachten waarvan de ene kracht een gevolg heeft in de bewegingsrichting en de andere niet. Je ontbindt dus de zwaartekracht in twee **componenten**: één langs de helling en één loodrecht op de helling. Het vervangen van een kracht door twee krachten heet het **ontbinden van een kracht**.

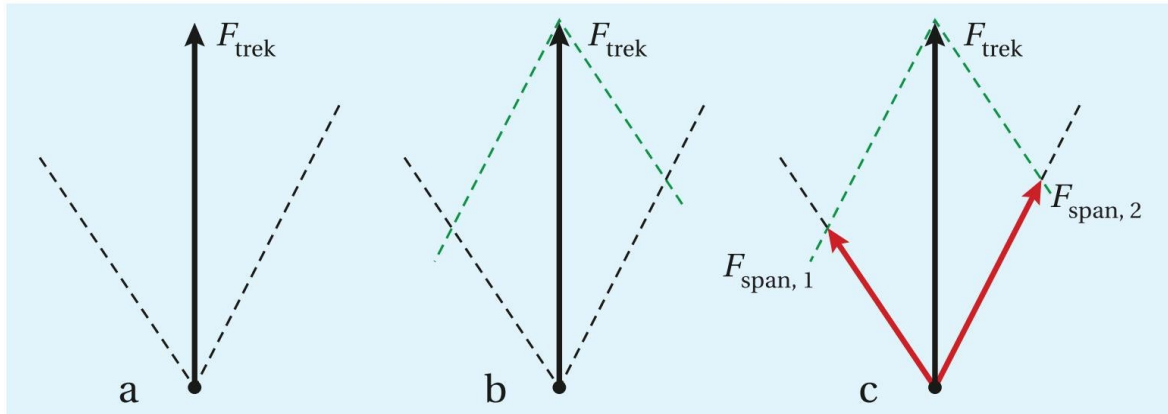
Kracht ontbinden met de omgekeerde parallelogrammethode

In figuur 3.19 trekken de twee honden aan hun riemen. In elke riem werkt een eigen spankracht. De twee spankrachten samen zorgen voor de resulterende trekkracht op het meisje.

Als je de resulterende kracht weet, en de richtingen waarin de honden trekken, dan construeer je de krachten in die riemen met de **omgekeerde parallelogrammethode**. De kracht F_{trek} is de resulterende kracht van de twee spankrachten.

Je construeert de twee spankrachten in de riemen als volgt:

- Teken de trekkracht en de werklijnen van de spankrachten. Zie figuur 3.31a.
- Teken door de pijlpunt van de trekkracht twee streeplijnen, evenwijdig aan de werklijnen van de twee spankrachten. Zie figuur 3.31b.
- Teken vanuit het aangrijpingspunt twee pijlen over de werklijnen tot aan de snijpunten met de streeplijn, zoals in figuur 3.31c.



Figuur 3.31

Kracht ontbinden in twee loodrechte componenten

In figuur 3.32 trekt een man met een touw een vrachtwagen voort. Het touw maakt een hoek met de richting waarin de man beweegt. Je ontbindt zijn trekkracht in twee componenten: een horizontale en een verticale component. Zie figuur 3.33. Alleen de component in horizontale richting zorgt ervoor dat de vrachtwagen vooruit gaat bewegen. De hoek tussen de componenten van de trekkracht is 90° . Je kunt in dat geval de grootte van de componenten van de trekkracht berekenen.



Figuur 3.32

Voorbeeld 6 Loodrechte componenten van een kracht berekenen

De man in figuur 3.32 trekt met een trekkracht F_{trek} van $1,3 \cdot 10^3$ N aan het touw. De hoek die het touw maakt met de horizontaal is 20° . In figuur 3.33 is de trekkracht ontbonden in een kracht evenwijdig aan de horizontaal en in een kracht loodrecht daarop.

- Bereken de grootte van $F_{\text{trek}, //}$.
- Bereken de grootte van $F_{\text{trek}, \perp}$.

Uitwerking

Uit figuur 3.33 volgt:

$$\cos(\alpha) = \frac{F_{\text{trek},//}}{F_{\text{trek}}}$$

$$\cos(20^\circ) = \frac{F_{\text{trek},//}}{1,3 \cdot 10^3}$$

$$F_{\text{trek},//} = 1,22 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Afgerond: $F_{\text{trek},//} = 1,2 \cdot 10^3 \text{ N}$.

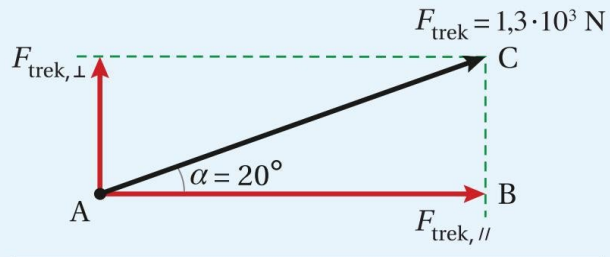
Omdat pijl $F_{\text{trek},\perp}$ even lang is als zijde BC, geldt:

$$\sin(\alpha) = \frac{F_{\text{trek},\perp}}{F_{\text{trek}}}$$

$$\sin(20^\circ) = \frac{F_{\text{trek},\perp}}{1,3 \cdot 10^3}$$

$$F_{\text{trek},\perp} = 4,44 \cdot 10^2 \text{ N}$$

Afgerond: $F_{\text{trek},\perp} = 4,4 \cdot 10^2 \text{ N}$.



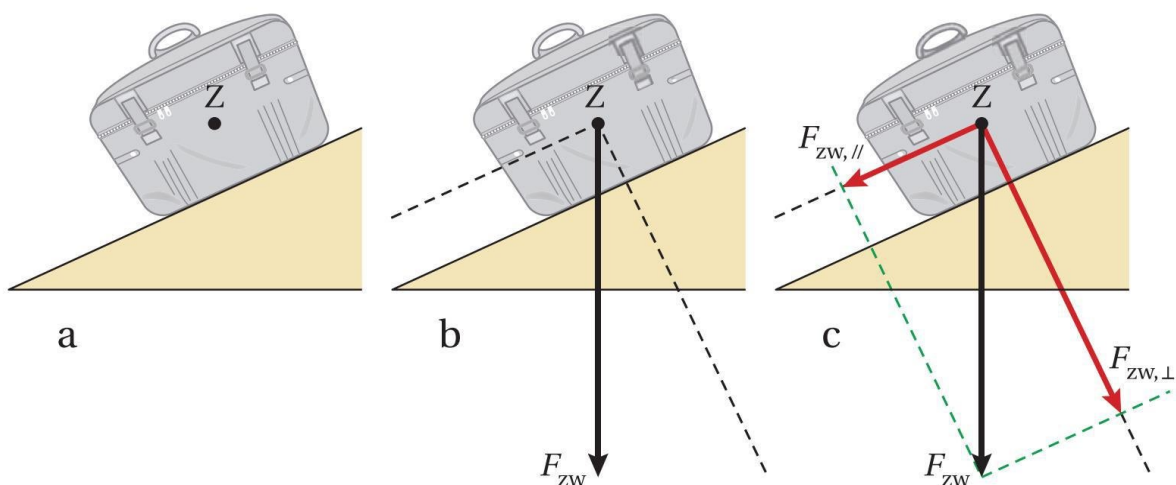
Figuur 3.33

Ontbinden van de zwaartekracht op een helling

Een koffer staat op een helling. Zie figuur 3.34a. Punt Z is het zwaartepunt.

In figuur 3.34b is een pijl voor de zwaartekracht getekend. Op de koffer werkt ook de schuifwrijvingskracht. De koffer glijdt niet naar beneden als de maximale schuifwrijvingskracht groter is dan het gevolg van de zwaartekracht evenwijdig aan de helling. Om dit gevolg te bepalen, ontbind je de zwaartekracht in twee componenten die loodrecht op elkaar staan. De eerste component $F_{\text{zw},//}$ teken je evenwijdig aan de helling. De tweede component $F_{\text{zw},\perp}$ staat daar loodrecht op:

- Teken vanuit Z de werklijnen van de twee componenten: evenwijdig aan de helling en loodrecht op de helling. Zie figuur 3.34b.
- Teken vanuit de pijlpunt van de zwaartekracht streeplijnen evenwijdig aan iedere werklijn. Zie figuur 3.34c.
- Teken vanuit het aangrijpingspunt Z pijlen over de werklijnen tot aan de snijpunten. Zie figuur 3.34c.



Figuur 3.34

De lengte van de pijl van de zwaartekracht mag je zelf bepalen. Als je zelf de lengte van een pijl mag kiezen, maak de pijl dan minstens enkele centimeters lang. Dan is de tekening overzichtelijk en kun je nauwkeurig meten.

De grootte van de componenten bepaal je met behulp van de krachtschaal.

Is een tekening op schaal gegeven, dan volgt de krachtschaal uit de massa van het voorwerp en de lengte van de pijl voor de zwaartekracht.

Voorbeeld 7 Bepalen van een component van de zwaartekracht op een helling

De massa van de koffer in figuur 3.34 is 15,9 kg. De maximale schuifwrijvingskracht op de koffer is 70 N.

- Toon aan dat in de krachtschaal $1 \text{ cm} \triangleq 40 \text{ N}$.
- Toon aan dat de koffer niet naar beneden glijdt.

Uitwerking

- $F_{\text{zw}} = m \cdot g$ met $m = 15,9 \text{ kg}$ en $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$.

$$F_{\text{zw}} = 15,9 \times 9,81 = 156 \text{ N}.$$

De lengte van de pijl van de zwaartekracht in figuur 3.34b is 3,9 cm.

Hieruit volgt $\frac{156}{3,9} = 40 \text{ N cm}^{-1}$. Dus geldt voor de krachtschaal $1 \text{ cm} \triangleq 40 \text{ N}$.

- De pijl $F_{\text{zw},//}$ heeft een lengte van 1,6 cm.

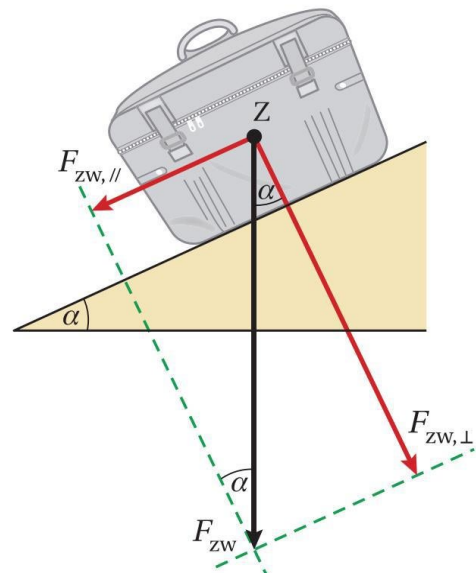
$$\text{Hieruit volgt } F_{\text{zw},//} = 1,6 \times 40 = 64 \text{ N}.$$

Dit is kleiner dan de maximale schuifwrijvingskracht. De koffer glijdt dus niet naar beneden.

Berekenen van de componenten van de zwaartekracht op een helling

Als je de hellingshoek en de massa weet, kun je de componenten van de zwaartekracht op een helling ook berekenen. Dat is mogelijk doordat je in figuur 3.34c twee hoeken kunt aanwijzen die gelijk zijn aan de hellingshoek. Zie figuur 3.35a.

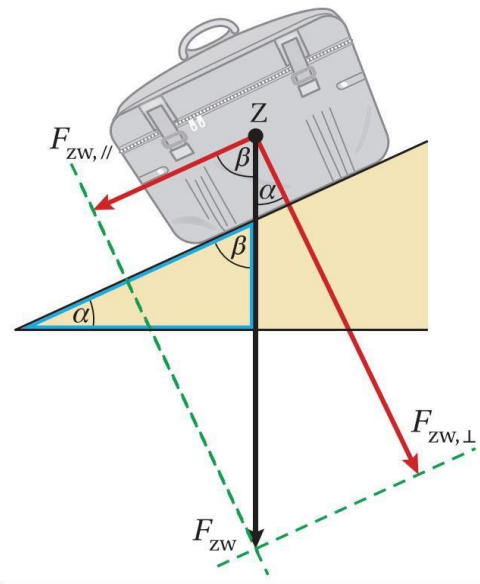
Als hellingshoek α een scherpe hoek is, zijn de scherpe hoeken in het parallellogram gelijk aan de hellingshoek. De hoek ingesloten tussen F_{zw} en $F_{\text{zw},\perp}$ is gelijk aan de hoek ingesloten tussen F_{zw} en de streeplijn links omdat deze hoeken Z-hoeken vormen in het parallellogram.



Figuur 3.35a

Je kunt in drie stappen bewijzen dat hellingshoek α gelijk is aan de hoek ingesloten tussen F_{zw} en $F_{zw,\perp}$. Zie figuur 3.35b.

- 1 De blauwe driehoek is rechthoekig omdat F_{zw} loodrecht staat op de horizontaal. Dus $\alpha + \beta = 90^\circ$.
- 2 $F_{zw,\parallel}$ en de helling vormen F-hoeken met F_{zw} . De ingesloten hoeken zijn aan elkaar gelijk en aangegeven met β .
- 3 $F_{zw,\parallel}$ en $F_{zw,\perp}$ vormen bij punt Z een rechte hoek. Dus de twee hoeken bij punt Z zijn samen ook 90° .
Als de ene hoek gelijk is aan β ,
dan is de andere gelijk aan α .



Figuur 3.35b

Voorbeeld 8 Componenten van de zwaartekracht op een helling berekenen

De massa van de koffer in figuur 3.35b is 15,9 kg. De hellingshoek is 25° .

- a Bereken de grootte van $F_{zw,\parallel}$.
- b Bereken de grootte van $F_{zw,\perp}$.

Uitwerking

- a Voor de component $F_{zw,\parallel}$ geldt:

$$\sin(\alpha) = \frac{F_{zw,\parallel}}{F_{zw}} \quad \text{met } F_{zw} = 156 \text{ N}$$

$$\sin(25^\circ) = \frac{F_{zw,\parallel}}{156}$$

$$F_{zw,\parallel} = 65,9 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } F_{zw,\parallel} = 66 \text{ N.}$$

- b Voor de component $F_{zw,\perp}$ geldt:

$$\cos(\alpha) = \frac{F_{zw,\perp}}{F_{zw}} \quad \text{met } F_{zw} = 156 \text{ N}$$

$$\cos(25^\circ) = \frac{F_{zw,\perp}}{156}$$

$$F_{zw,\perp} = 141 \text{ N}$$

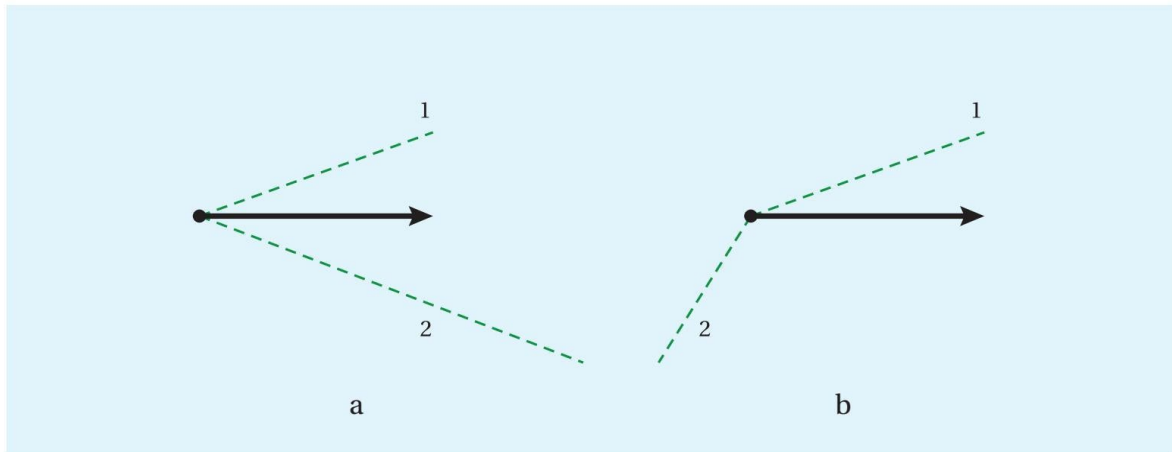
$$\text{Afgerond: } F_{zw,\perp} = 1,4 \cdot 10^2 \text{ N.}$$

In opgaven kan de ene keer 'bepaal' en de andere keer 'bereken' staan. Die woorden geven de richting van een oplossing aan. Zie ook paragraaf 1.7 Examenbepalingen.

- Staat in de opgave 'bepaal', dan maak je een tekening op schaal zoals in figuur 3.34. Je kunt dan de grootte van de componenten bepalen als je de massa en de krachtschaal weet.
- Staat er in de opgave 'bereken', dan hoeft je de krachten niet op schaal te tekenen. Je hebt dan voldoende aan een schets. Om de krachten te berekenen, moet je dan behalve de massa ook de hellingshoek weten. Dan kun je met behulp van goniometrische formules de componenten berekenen.

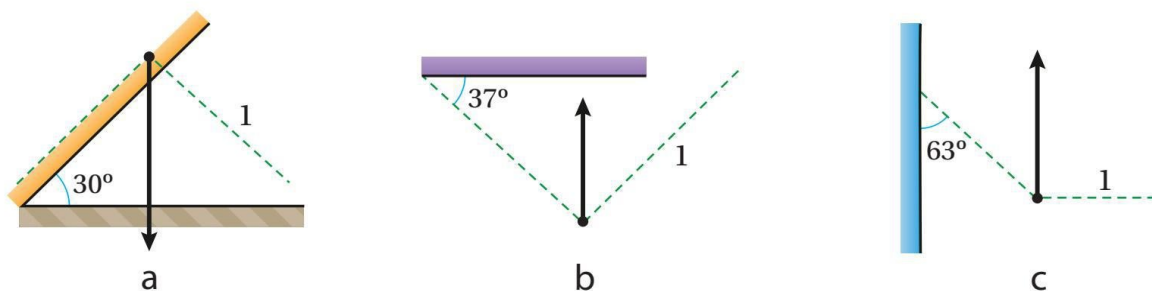
Opgaven

- **tekenblad** 16 In figuur 3.36 zijn de werklijnen van de componenten van een kracht getekend. De tekening is op schaal. De gegeven kracht is gelijk aan $1,0 \cdot 10^3 \text{ N}$. Bepaal voor beide figuren de component langs werklijn 1.



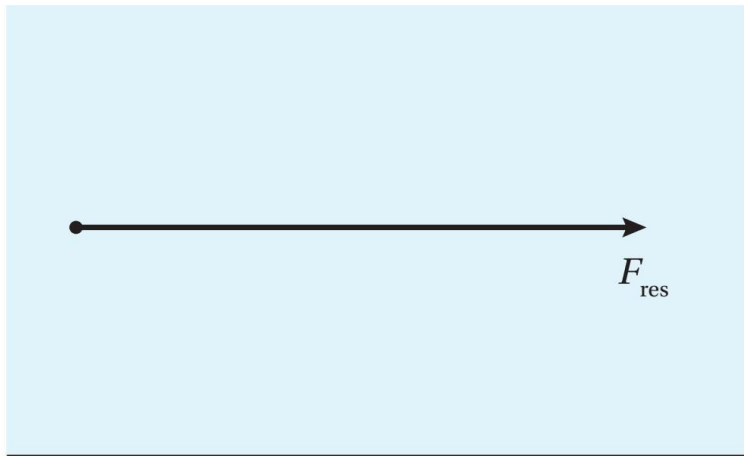
Figuur 3.36

- **tekenblad** 17 In figuur 3.37 staan drie schetsen van situaties. De getekende kracht is 40 N. Deze kracht wordt ontbonden in twee krachten waarvan de werklijnen getekend zijn.
- Schets in onderstaande figuren de componenten van de gegeven kracht in de richting van de werklijnen.
 - Bereken van iedere figuur de grootte van de component langs werklijn 1.



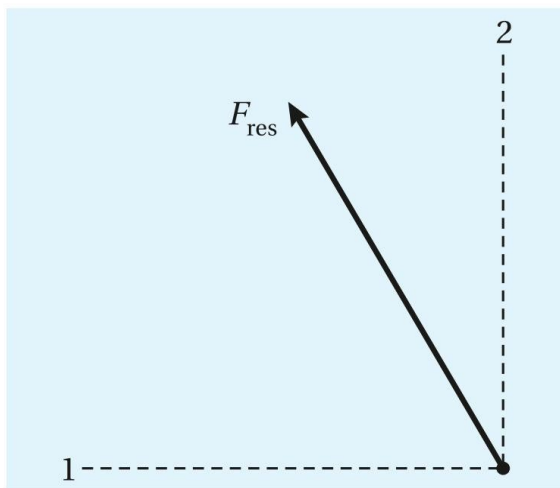
Figuur 3.37

- **tekenblad** 18 Karel laat twee honden uit, Balto en Togo. De honden oefenen een resulterende kracht van 120 N uit op Karel. Zie figuur 3.38. De riem van Balto maakt een hoek van 25° naar links met de resulterende kracht. De riem van Togo maakt een hoek van 40° naar rechts met de resulterende kracht.
- Teken in figuur 3.38 de werklijnen van de spankrachten.
 - Construeer de spankrachten.
 - Bepaal in elke riem de spankracht.

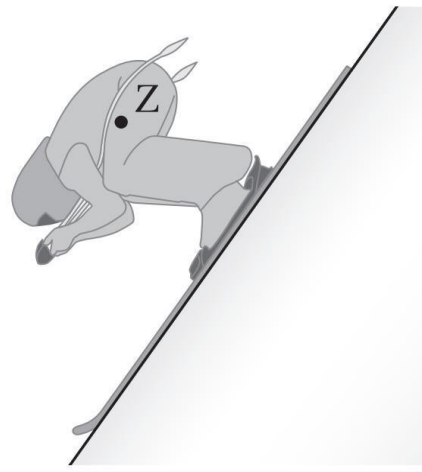


Figuur 3.38

- **tekenblad** 19 In figuur 3.39 zijn de werklijnen van de componenten van F_{res} getekend. De werklijnen staan loodrecht op elkaar. $F_{\text{res}} = 92 \text{ N}$.
- Toon aan dat F_2 gelijk is aan 80 N .
 - Bereken de hoek tussen F_2 en F_{res} .



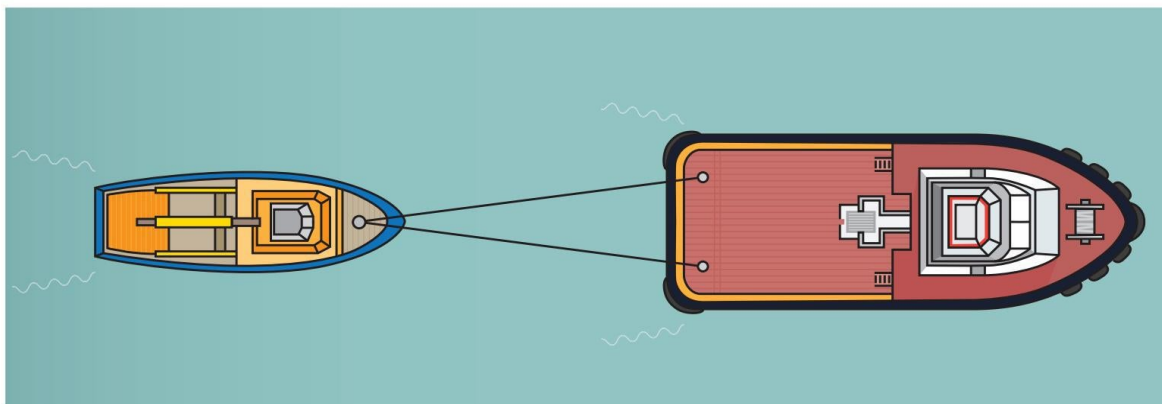
Figuur 3.39



Figuur 3.40

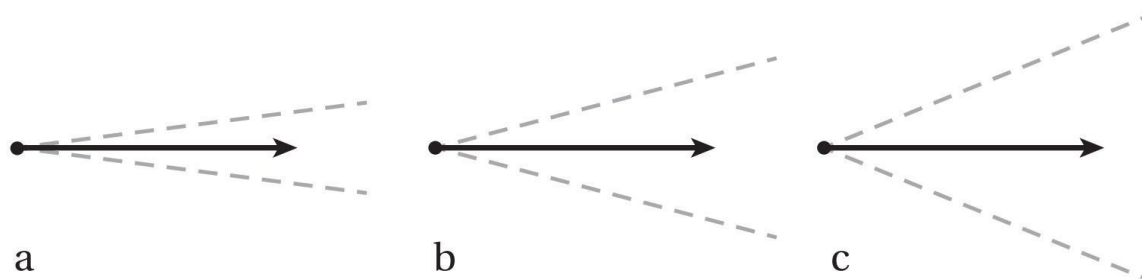
- **tekenblad** 20 De steilste skipiste in de Alpen is de Langer Zug in Oostenrijk met een hellingshoek van 55° . Harry Egger heeft op deze helling een snelheid van 248 km h^{-1} gehaald. Figuur 3.40 is een tekening op schaal. Z is het zwaartepunt van de skiër. Egger heeft een massa van 105 kg .
- Bepaal de grootte van de componenten.
 - Bereken hoeveel procent de component langs de helling afneemt als de hoek van 55° naar 20° verandert.

- **tekenblad** 21 Een zeilboot wordt gesleept door een motorboot. Het sleeptouw is op twee punten aan de motorboot vastgemaakt, zoals je ziet in figuur 3.41. In figuur 3.42a is deze situatie op schaal getekend. De pijl stelt de sleepkracht op de zeilboot voor. De streeplijnen zijn de werklijnen van de spankrachten in het sleeptouw.



Figuur 3.41

- Construeer in figuur 3.42a de spankrachten in het sleeptouw. Door het sleeptouw langer of korter te maken, verandert de hoek tussen de werklijnen van de spankrachten. Blijft de trekkracht hetzelfde, dan veranderen de spankrachten in het sleeptouw.
- Construeer in de figuren 3.42b en 3.42c de spankrachten in het sleeptouw.
- Beschrijf het verband tussen de grootte van de spankrachten en de hoek tussen de spankrachten.
- Is het sleeptouw in figuur 3.42c langer of korter dan in figuur 3.42a? Licht je antwoord toe.



Figuur 3.42

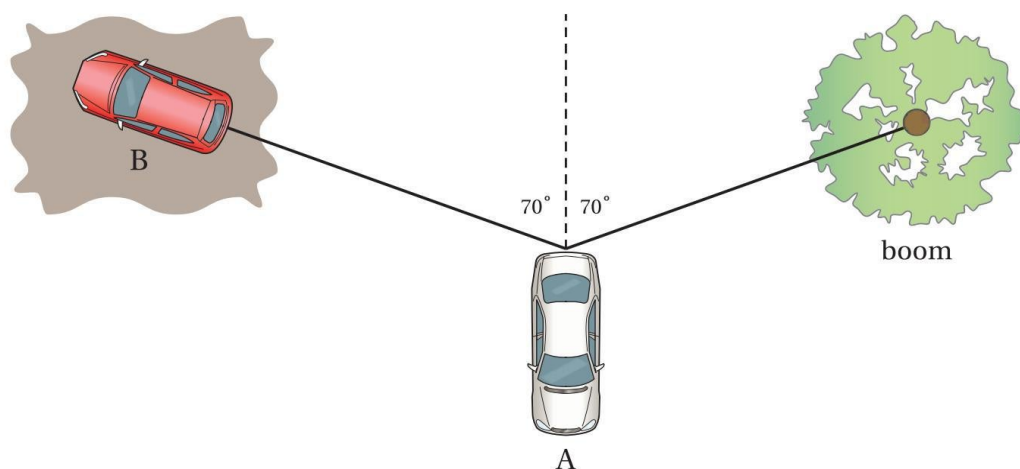
- **tekenblad** 22 Een auto die vastzit in de modder, kun je lostrekken met behulp van een andere auto. Als er een boom in de buurt staat, kun je die benutten om de auto gemakkelijker los te trekken. Die situatie zie je in figuur 3.43. Zolang auto B nog niet begint te bewegen, zijn de spankrachten in elk van de twee touwdelen gelijk aan de trekkraft F_B op auto B. De resulterende kracht is gelijk aan de trekkraft F_A die auto A uitoefent.

Er geldt dan: $\frac{1}{2} \frac{F_A}{F_B} = \cos(70^\circ)$.

- a Toon dit aan met behulp van figuur 3.43.

Als auto B door het trekken een stuk naar rechts is opgeschoven, maar nog steeds vastzit in de modder, werkt deze methode niet meer zo goed als in het begin.

- b Leg met behulp van de formule uit waardoor de methode dan minder goed werkt.



Figuur 3.43

De schommel met het kind wordt op zijn plaats gehouden door de grote zus. Welke krachten werken er op de schommel? Hoe groot is de kracht die de zus daarvoor uitoefent?



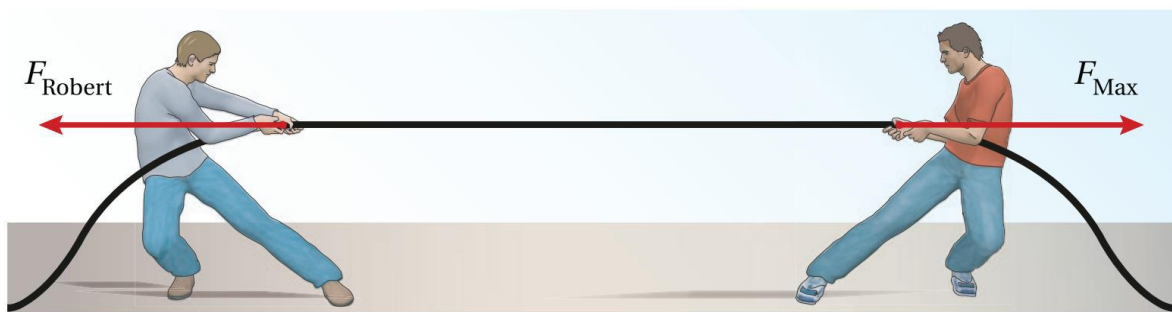
Figuur 3.44

3.4 Krachten in evenwicht

Twee krachten in evenwicht

Als Robert en Max even hard trekken aan het touw van figuur 3.45, komt het touw niet in beweging. De kracht die Robert op het touw uitoefent is dan even groot als de kracht die Max op het touw uitoefent.

Aan de krachtpijlen zie je dat de twee krachten even groot zijn en tegengesteld gericht. De twee krachten heffen elkaar op, want de som van de krachten is 0 N. Als de resulterende kracht 0 N is, is er een **evenwicht van krachten**. Ook drie krachten waarvan de werklijnen een hoek maken met elkaar, kunnen elkaar opheffen.



Figuur 3.45

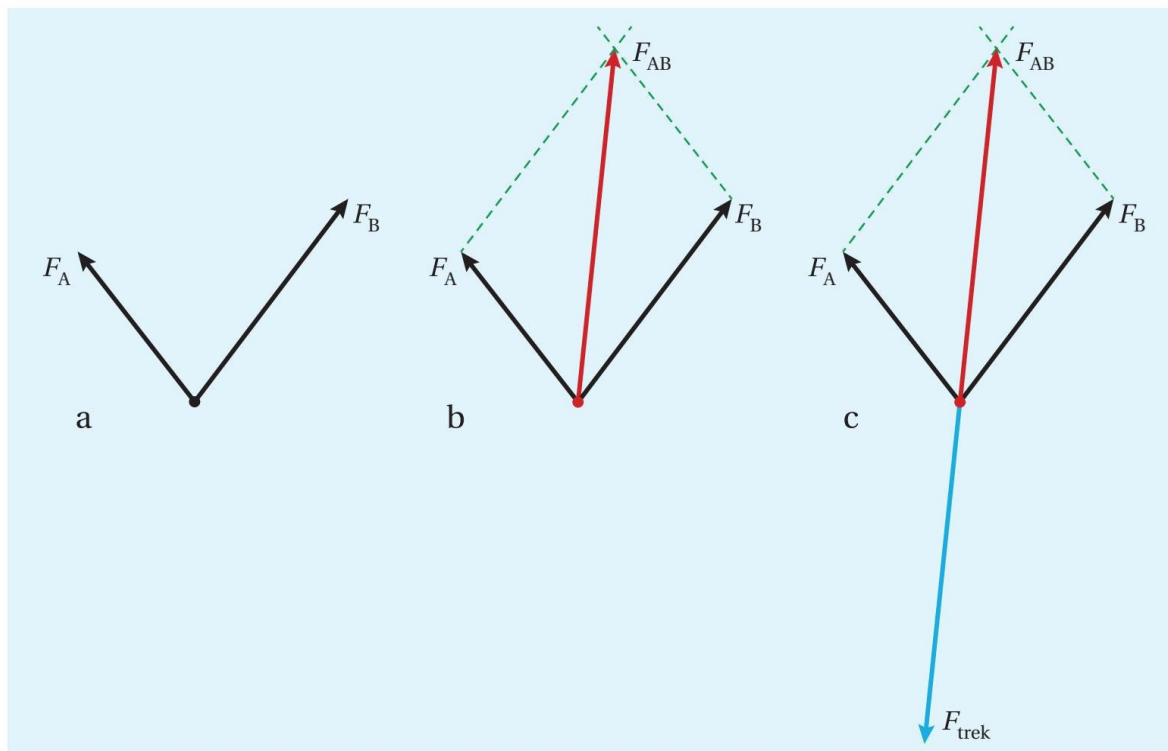
Drie-krachtenevenwicht met twee bekende krachten

In figuur 3.19 trekken twee honden in verschillende richtingen aan de riemen. Zij oefenen daarbij kracht uit op het knooppunt van de riemen. Het meisje dat de honden uitlaat, oefent ook kracht uit op dat knooppunt. Met haar trekkraft houdt ze de krachten in evenwicht.

De grootte en richting van die trekkracht F_{trek} kun je bepalen als de grootte en de richting van de krachten die de honden uitoefenen bekend zijn. Je gebruikt daarvoor een krachten-tekening.

De werkwijze is als volgt:

- Maak een tekening op schaal van de twee bekende krachten F_A en F_B .
Zie figuur 3.46a.
- Construeer de resulterende kracht van F_A en F_B . Dat is gedaan in figuur 3.46b.
- Teken de derde kracht F_{trek} . De derde kracht zorgt voor evenwicht. Hij moet de resulterende kracht F_{AB} dus opheffen. De pijl is daarom net zo lang als die van de resulterende kracht, maar hij wijst in tegengestelde richting.
In figuur 3.46c is deze kracht met een blauwe pijl aangegeven.



Figuur 3.46

In figuur 3.46c gaan de werklijnen van de drie krachten door één punt. Dit geldt altijd bij een evenwicht van drie krachten waarbij de werklijnen een hoek maken met elkaar. Er geldt dus:

Als drie krachten in evenwicht zijn,

- is de resulterende kracht 0 N;
- gaan de werklijnen door een punt.

Je kunt de derde kracht F_{trek} ook als volgt construeren:

- Maak een tekening op schaal van de twee bekende krachten F_A en F_B , zoals in figuur 3.46a.
- Teken in tegengestelde richting pijlen met dezelfde lengte als die van F_A en F_B .
- Construeer vervolgens de resultante van deze pijlen. Dit is dan de resulterende kracht F_{trek} .

Drie-krachtenevenwicht met een bekende kracht: de bergbeklimster

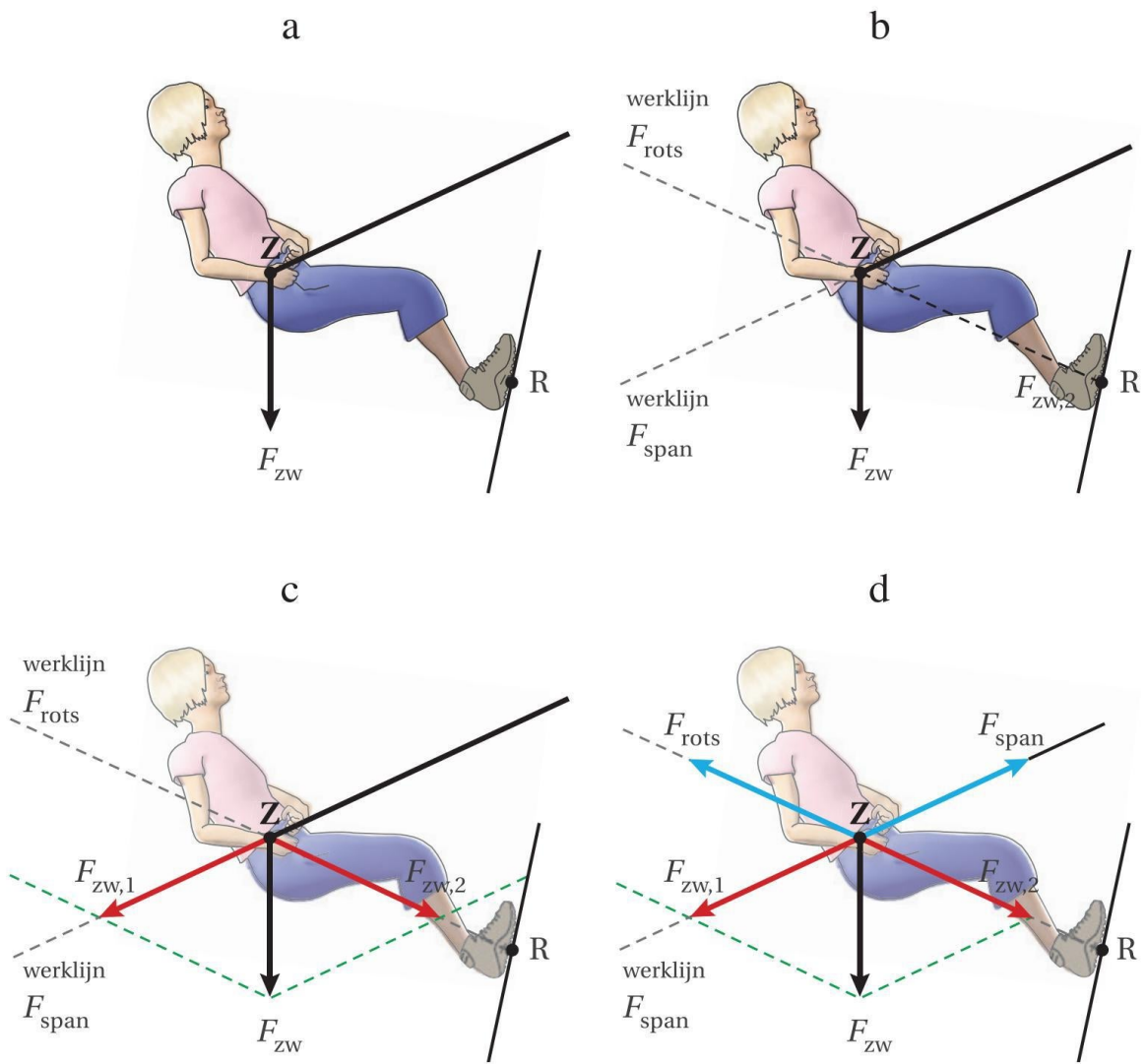
In figuur 3.47a zie je een bergbeklimster. Zij hangt aan een touw en staat met haar voeten tegen een rotswand. Op de klimster werken drie krachten:

- 1 de zwaartekracht F_{zw} waarvan de grootte en richting bekend zijn;
- 2 de spankracht van het touw F_{span} waarvan de richting bekend is;
- 3 de kracht die de rots uitoefent F_{rots} met R als aangrijpingspunt.

De klimster beweegt niet, dus de drie krachten die op haar werken zijn in evenwicht. Hun werklijnen gaan dus door één punt. In figuur 3.47a is dat punt Z. F_{rots} is gericht op het zwaartepunt Z van de klimster.

De twee onbekende krachten F_{span} en F_{rots} bepaal je als volgt:

- Teken de twee werklijnen van F_{span} en F_{rots} . De werklijn van F_{span} gaat door Z in het verlengde van het touw. De werklijn van F_{rots} gaat door R en Z. Zie figuur 3.47b.
- Ontbind F_{zw} in twee componenten. Gebruik hiervoor de werklijnen van F_{span} en F_{rots} . Zie figuur 3.47c.
- Teken vanuit Z de krachtenpijlen van F_{span} en F_{rots} tegengesteld aan en even groot als de componenten van de zwaartekracht. Zie figuur 3.47d.



Figuur 3.47

De spankracht F_{span} is even groot als de component $F_{\text{zw},1}$ van de zwaartekracht, maar werkt in tegengestelde richting. Die twee krachten zijn dus in evenwicht. Dit geldt ook voor de kracht F_{rots} en de component $F_{\text{zw},2}$.

De kracht F_{rots} in figuur 3.47d is getekend met het aangrijpingspunt in Z.

In werkelijkheid grijpt F_{rots} echter aan in punt R. In de tekening is die kracht dus verschoven langs zijn werklijn.

Drie-krachtenevenwicht met een bekende kracht: de schommel

► practicum Krachten in evenwicht

In figuur 3.44 werken drie krachten op het plankje van de schommel:

- 1 de zwaartekracht, waarvan de grootte bekend is,
- 2 de spankracht van het ophangtouw,
- 3 de trekkracht van de grote zus.

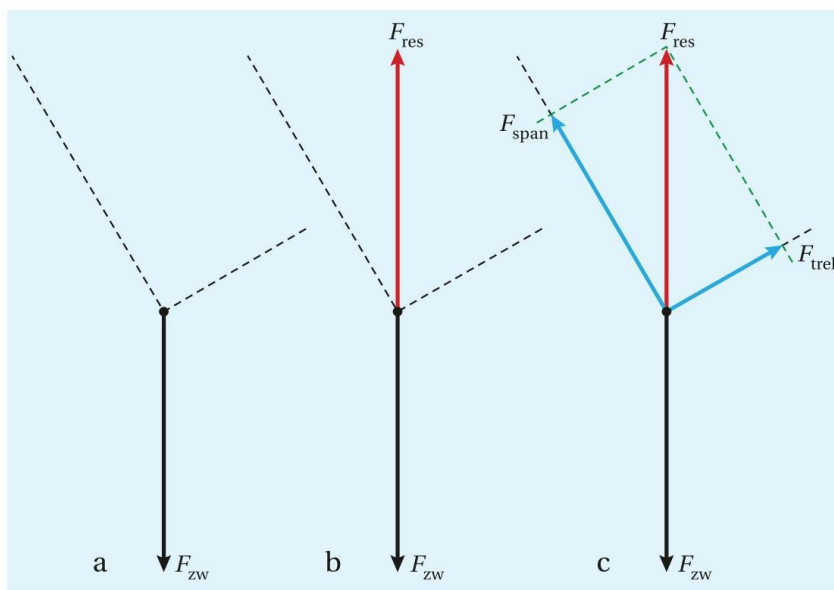
De schommel beweegt niet, dus deze krachten zijn in evenwicht.

De twee onbekende krachten, de trekkracht en de spankracht, kun je bepalen op een vergelijkbare manier als in figuur 3.47. Maar er is ook een andere methode.

Je bepaalt dan eerst de resulterende kracht van de twee onbekende krachten.

Daarna ontbind je deze resulterende kracht in twee componenten op de werklijnen van de onbekende krachten. Dit gaat als volgt:

- Teken de werklijnen van de spankracht en de trekkracht. De werklijn van de spankracht valt samen met de richting van het touw. De werklijn van de trekkracht is in figuur 3.48a gegeven.
- Teken de kracht die de zwaartekracht opheft. De pijl van die kracht is tegengesteld aan en even lang als de pijl van de zwaartekracht. Zie figuur 3.48b. Dit is de resulterende kracht van de trekkracht en de spankracht.
- Ontbind de resulterende kracht in twee componenten. De ene component is de trekkracht en de andere component is de spankracht. Zie figuur 3.48c.



Figuur 3.48

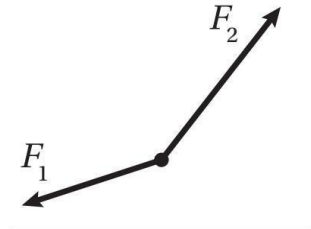
Bij de methode ‘bergbeklimster’ ontbind je eerst de zwaartekracht en vervolgens teken je de twee onbekende krachten.

Bij de methode ‘schoffel’ teken je eerst de resulterende kracht van de twee onbekende krachten en daarna ga je die resulterende kracht ontbinden.

Welke methode je kiest, maakt voor het resultaat niet uit. Denk eraan dat elke methode begint met het tekenen van de werklijnen van de twee onbekende krachten.

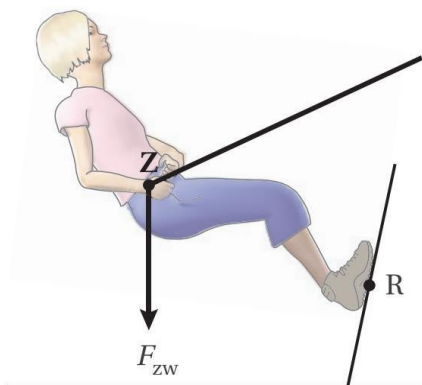
Opgaven

- **tekenblad** 23 In figuur 3.49 zijn twee krachten op schaal getekend. F_2 is gelijk aan 5,0 N. De twee krachten zijn in evenwicht met een derde kracht.
- Construeer in figuur 3.49 de derde kracht.
 - Bepaal de grootte van de derde kracht.

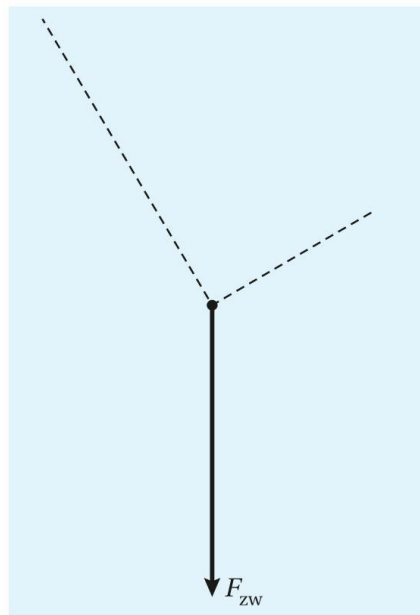


Figuur 3.49

- **tekenblad** 24 Het voorbeeld van de bergbeklimster kun je ook oplossen met de methode die beschreven is bij de schoffel.
- Construeer in figuur 3.50 F_{kabel} en F_{rots} met de methode ‘schoffel’. Ook het voorbeeld met de schoffel kun je op een tweede manier oplossen. Je gebruikt dan de methode die beschreven is bij de bergbeklimster.
 - Construeer in figuur 3.51 F_{trek} en F_{span} met de methode ‘bergbeklimster’.

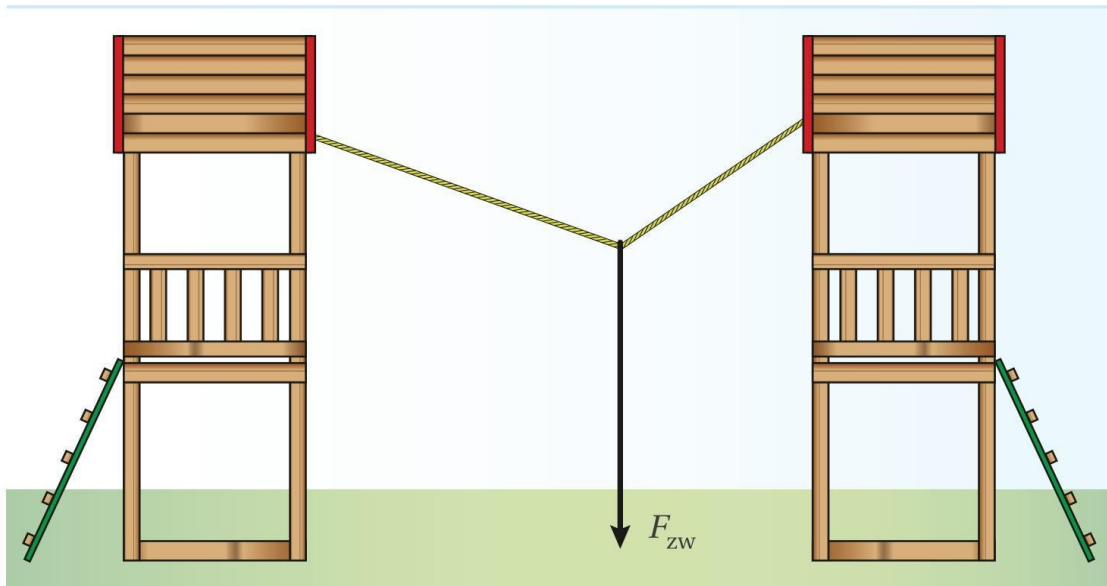


Figuur 3.50



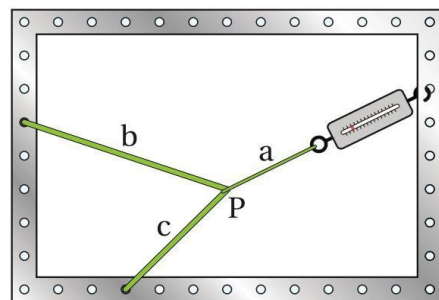
Figuur 3.51

- **tekenblad** 25 Paulien klimt via een touw van de ene toren naar de andere toren. Op een gegeven moment hangt ze stil. Haar massa is 50,5 kg. Figuur 3.52 toont de situatie. De pijl voor de zwaartekracht is getekend. De resulterende kracht op Paulien is 0 N.
- Toon aan dat voor de krachtschaal geldt: $1 \text{ cm} \triangleq 1,5 \cdot 10^2 \text{ N}$.
 - Bepaal door een constructie in figuur 3.52 de grootte van de spankracht links en de grootte van de spankracht rechts in het touw.



Figuur 3.52

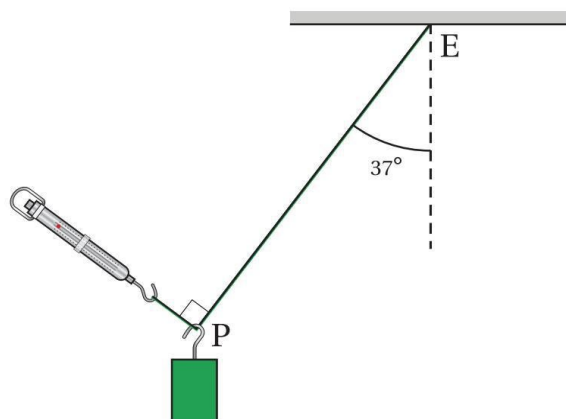
- **tekenblad** 26 Arja spant in een draadraam drie touwtjes. Zie figuur 3.53. De krachtmeter geeft de spankracht in touwtje a aan. Die kracht is 4,2 N. De krachten op knooppunt P zijn in evenwicht.
- Teken in figuur 3.53 de spankracht in touwtje a met een pijl van 4,2 cm.
 - Construeer de spankrachten in de touwtjes b en c.
 - Bepaal de spankrachten in de touwtjes b en c. Geef je antwoorden in twee significante cijfers.



Figuur 3.53

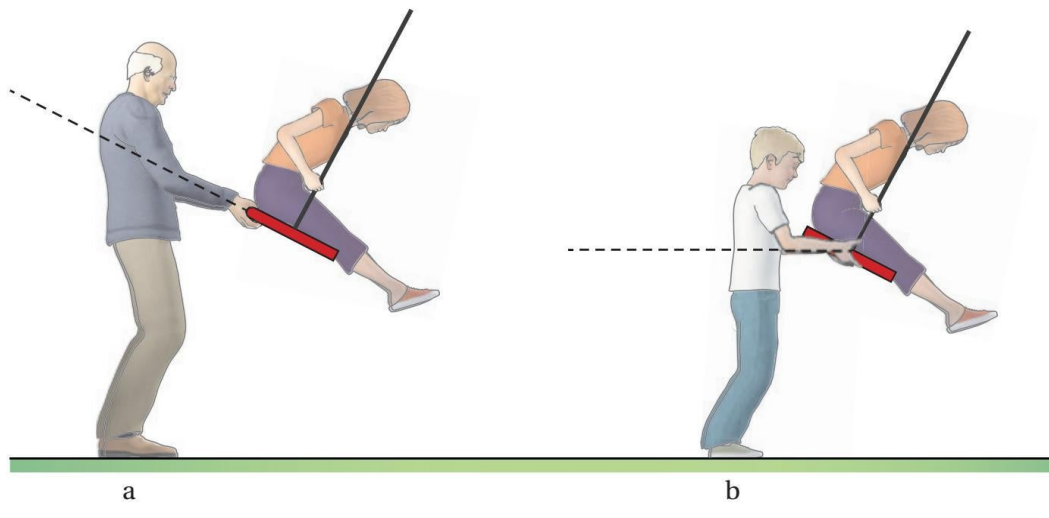
- 27 Karlijn, Catootje en Jeroen trekken met zijn drieën aan een pop. Hun krachten zijn in evenwicht. De hoek tussen de krachten van Karlijn en Catootje is 90° . De kracht van Karlijn is 97 N groot. Catootje trekt met een kracht van 58 N.
- Maak een schets van de situatie.
 - Bereken de grootte van de kracht van Jeroen.
 - Bereken de hoek tussen de kracht van Jeroen en de kracht van Karlijn.

- **tekenblad** 28 De krachtmeter in figuur 3.54 wijst 15 N aan. De veerkracht maakt een hoek van 90° met de spankracht. Op het knooppunt werken drie krachten: de veerkracht, de spankracht en zwaartekracht. Voer de volgende opdrachten uit:
- Maak in figuur 3.54 een schets waarin de drie krachten in evenwicht zijn.
 - Bereken de massa van het blokje.



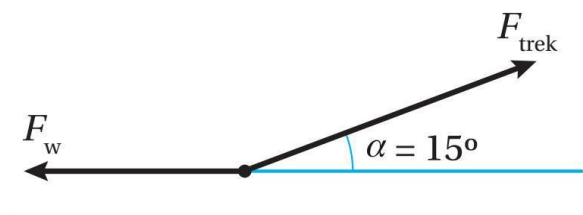
Figuur 3.54

- **tekenblad** 29 In figuur 3.55 zie je twee keer een schommel met daarop een kind. In figuur 3.55a trekt opa de schommel uit het midden. In figuur 3.55b trekt Fynn de schommel uit het midden. In beide figuren is de werklijn van de trekkracht aangegeven. Opa en Fynn trekken de schommel even ver opzij. Laat met behulp van een constructie zien wie de grootste trekkracht uitoefent.



Figuur 3.55

- **tekenblad** 30 Kevin trekt met een touw aan een vrachtwagen. Het touw maakt een hoek van 15° met het horizontale vlak. Zie figuur 3.56. De massa van de vrachtwagen is $5,5 \cdot 10^3$ kg. De trekkracht F_{trek} op de vrachtwagen is 2,0 kN.



Figuur 3.56

- a Toon met een berekening aan dat de tegenwerkende kracht F_w gelijk is aan 1,9 kN. De tegenwerkende kracht is de som van de luchtweerstandskracht en de rolweerstandskracht. De rolweerstandskracht is afhankelijk van de normaalkracht.
- b Leg uit of de rolweerstandskracht groter wordt, kleiner wordt of gelijk blijft als de hoek tussen de trekkracht en het horizontale vlak groter wordt.
- 31 Een koffer met een massa van 22,4 kg staat op een helling. De helling maakt een hoek van 25° met de horizontaal. Op de koffer werken drie krachten: de zwaartekracht, de normaalkracht en de schuifwrijvingskracht. De drie krachten zijn in evenwicht.
- a Maak een schets van de situatie.
- b Bereken de grootte van de normaalkracht.
- c Bereken de grootte van de schuifwrijvingskracht.



Oefen met 3.1 t/m 3.4

De speedboot heeft een motor om vooruit te komen. De motor zorgt voor een voorwaartse kracht op de boot. Het water remt de boot af en zorgt voor een tegenwerkende kracht. Wanneer is de snelheid van de boot constant?



Figuur 3.57

3.5 De eerste wet van Newton

Gevolg van krachten

Op een voorwerp werken vaak meerdere krachten. Het gevolg van deze krachten samen bepaal je met de resulterende kracht F_{res} .

Een voorwerp waarop een of meerdere krachten werken, kan:

- vervormen
Als je in een stuk kneedgum knijpt of aan een spiraalveer trekt, verandert de vorm van het voorwerp.
- op zijn plaats blijven
Op een schilderij dat aan de muur hangt, oefenen de spijker en de aarde kracht uit. Het effect is dat het schilderij op zijn plaats blijft.
- met constante snelheid voortbewegen of van snelheid veranderen
Rijd je op een fiets, dan zorg jij voor een voorwaartse kracht. Tegelijkertijd werken er weerstandskrachten op jou en de fiets. Het effect is dat de snelheid toeneemt, afneemt of gelijk blijft.
- van richting veranderen
Komt er plotseling een windvlaag, dan kan de richting waarin je fietst veranderen, terwijl je met dezelfde snelheid blijft fietsen.

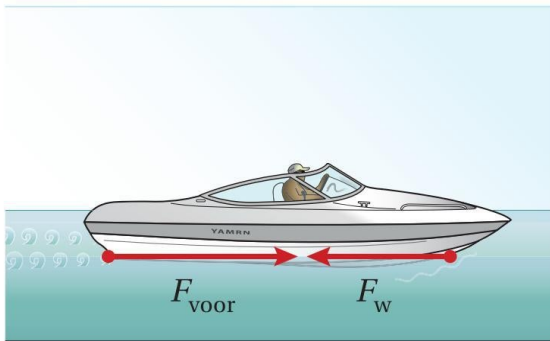
Eerste wet van Newton

Figuur 3.58 is een tekening van een varende motorboot. Op de boot werken niet alleen krachten in horizontale richting, maar ook in verticale richting. In verticale richting verplaatst de boot zich nauwelijks. De krachten in verticale richting zijn dan met elkaar in evenwicht. De krachten in horizontale richting bepalen wat er met de snelheid van de boot gebeurt.

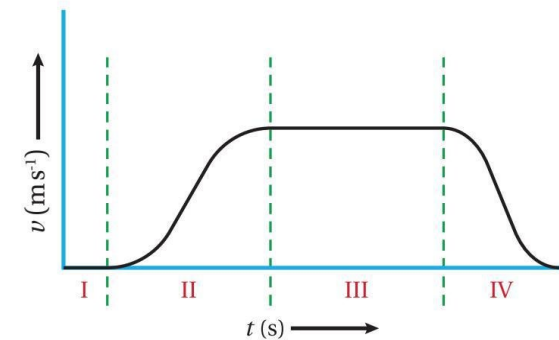
In figuur 3.58 zijn de twee horizontale krachten getekend: de voorwaartse kracht F_{voor} van de motor en de wrijvingskracht F_{w} van het water. Samen geven ze een resulterende kracht in horizontale richting:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{\text{voor}} + \vec{F}_{\text{w}}$$

$$F_{\text{res}} = F_{\text{voor}} - F_{\text{w}}$$



Figuur 3.58



Figuur 3.59

In figuur 3.59 zie je het (v, t) -diagram van de boot, terwijl deze in een rechte lijn vaart. Er zijn vier tijdsintervallen aangegeven. Bij elk interval kun je iets zeggen over de beweging van de boot en de resulterende kracht in horizontale richting.

- | | |
|--------------|---|
| Interval I | De boot is in rust. De voorwaartse kracht en de wrijvingskracht zijn beide 0 N, dus de resulterende kracht in de horizontale richting is 0 N. De grootte én richting van de snelheid veranderen dan niet. |
| Interval II | De snelheid van de boot neemt toe. De boot versnelt. Deze versnelling wordt veroorzaakt door een resulterende kracht in de richting van de beweging. |
| Interval III | De boot vaart met constante snelheid. De snelheid verandert niet van grootte én niet van richting. Ook nu geldt $F_{\text{res}} = 0$ N. De voorwaartse kracht is dan even groot als de wrijvingskracht. |
| Interval IV | De snelheid van de boot neemt af. De boot vertraagt. De vertraging wordt veroorzaakt door een resulterende kracht tegengesteld aan de bewegingsrichting. |

De situaties in de intervallen I en III zijn voorbeelden van de [eerste wet van Newton](#). Deze wet kun je op twee manieren formuleren:

- Als op een voorwerp geen resulterende kracht werkt, beweegt het voorwerp eenparig rechtlijnig of het voorwerp beweegt niet.
- Als een voorwerp met constante snelheid langs een rechte lijn beweegt of in rust is, is de resulterende kracht op dat voorwerp gelijk aan 0 N.

Als de boot in rust is of met constante snelheid vaart, geldt in horizontale richting:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{\text{voor}} + \vec{F}_{\text{w}} = 0 \text{ N}$$

$$F_{\text{voor}} - F_{\text{w}} = 0 \text{ N}$$

$$F_{\text{voor}} = F_{\text{w}}$$

In de intervallen II en IV verandert de snelheid. Uit de eerste wet van Newton volgt dat de resulterende kracht dan ongelijk is aan nul.

De eerste wet van Newton in de praktijk

Krachten bij een constante snelheid op een horizontale weg

Een bouwvakker verplaatst stenen met een kruiwagen. Zie figuur 3.60. Op de kruiwagen met stenen werken de zwaartekracht, de normaalkracht, de duwkracht en de rolweerstandskracht. Omdat de snelheid klein is, kun je de luchtweerstandskracht verwaarlozen. Beweegt de kruiwagen met stenen op horizontaal terrein, dan is de normaalkracht gelijk aan de zwaartekracht.



Figuur 3.60

In de bewegingsrichting geldt dus: $\vec{F}_{\text{res}} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{\text{duw}} + \vec{F}_{\text{w,rol}}$.

Beweegt de kruiwagen met constante snelheid, dan is de resulterende kracht 0 N.

Voorbeeld 9 Krachten bij een constante snelheid op een horizontale weg

De bouwvakker beweegt de kruiwagen op horizontaal terrein met constante snelheid door mul zand. Daarbij is de rolweerstandskracht gelijk aan 60 N. Bereken de duwkracht van de bouwvakker.

Uitwerking

Je neemt de kracht in de bewegingsrichting positief. Omdat de kruiwagen met constante snelheid beweegt, geldt volgens de eerste wet van Newton:

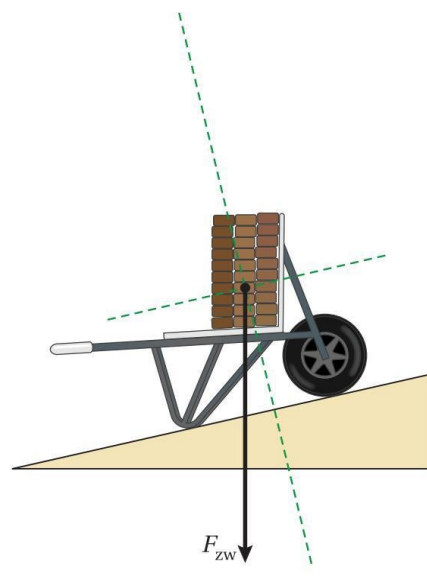
$$\vec{F}_{\text{res}} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{\text{duw}} + \vec{F}_{\text{w,rol}} = 0 \text{ N}$$

$$F_{\text{duw}} - F_{\text{w,rol}} = 0 \text{ N met } F_{\text{w,rol}} = 60 \text{ N}$$

$$F_{\text{duw}} = 60 \text{ N}$$

Krachten bij rust op een helling

In figuur 3.61 staat de kruiwagen stil op een helling. Op de kruiwagen met stenen werkt de zwaartekracht in verticale richting naar beneden. Bovendien werken op het wiel en op elke poot een normaalkracht loodrecht op de helling omhoog én een wrijvingskracht langs de helling omhoog. Omdat de normaalkrachten in dezelfde richting werken, stel je die samen tot één normaalkracht F_n . Ook de wrijvingskrachten mag je samenvoegen tot één kracht F_w . Voor het overzicht laat je die krachten aangrijpen in het zwaartepunt. Omdat de grootte van F_n en F_w niet bekend zijn, kun je in punt Z alleen de werklijnen van deze krachten tekenen.



Figuur 3.61

Op de kruiwagen werken nu drie krachten: F_{zw} , F_n en F_w . De kruiwagen is in rust, dus volgens de eerste wet van Newton is de resulterende kracht 0 N. De situatie in figuur 3.61 is een drie-krachtenevenwicht met als bekende kracht F_{zw} . Om de grootte van de normaalkracht en de wrijvingskracht te bepalen, ga je als volgt te werk:

- Ontbind de zwaartekracht in twee componenten: een in de richting van de werklijn van F_w en een in de richting van de werklijn van F_n .
- Teken de pijlen voor F_w en F_n met dezelfde lengte als de componenten van de zwaartekracht, maar in tegengestelde richting. Zie figuur 3.62.

Als figuur 3.62 op schaal is, kun je de grootte van F_w en F_n bepalen met behulp van de lengte van een pijl en de krachtschaal. Omdat de componenten van de zwaartekracht loodrecht op elkaar staan, kun je F_w en F_n ook berekenen.

Voorbeeld 10 Krachten bij rust op een helling

De kruiwagen met stenen in figuur 3.62 heeft een massa van 155 kg. De hellingshoek is 13° .

- Bereken de normaalkracht.
- Bereken de wrijvingskracht.

Uitwerking

- In de richting loodrecht op de helling geldt:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_n + \vec{F}_{zw,\perp} = 0 \text{ N}$$

$$F_n - F_{zw,\perp} = 0 \text{ N}$$

$$F_n = F_{zw,\perp}$$

$$F_{zw} = m \cdot g = 155 \times 9,81 = 1,52 \cdot 10^3 \text{ N.}$$

F_{zw} en $F_{zw,\perp}$ vormen de zijden van een rechthoekige driehoek. De hoek tussen F_{zw} en $F_{zw,\perp}$ is gelijk aan de hellingshoek en dus gelijk aan 13° . Er geldt:

$$\cos(13^\circ) = \frac{F_{zw,\perp}}{F_{zw}}$$

$$F_n = F_{zw,\perp} = F_{zw} \cdot \cos(13^\circ)$$

$$F_n = 1,52 \cdot 10^3 \times \cos(13^\circ)$$

$$F_n = 1,48 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } F_n = 1,5 \cdot 10^3 \text{ N.}$$

- Op dezelfde manier leid je af dat in de richting langs de helling geldt:

$$F_w = F_{zw,\parallel}$$

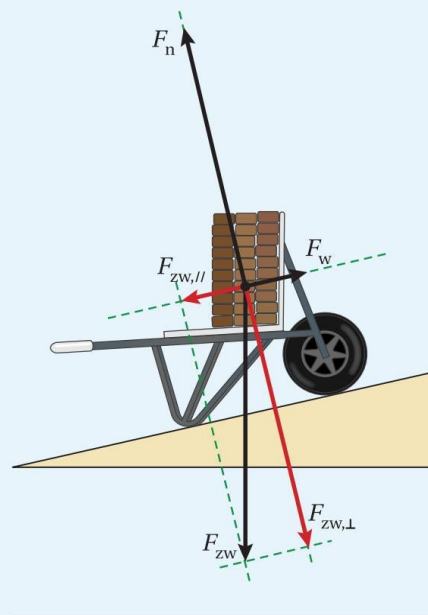
$$\sin(13^\circ) = \frac{F_{zw,\parallel}}{F_{zw}}$$

$$F_w = F_{zw,\parallel} = F_{zw} \cdot \sin(13^\circ)$$

$$F_w = 1,52 \cdot 10^3 \times \sin(13^\circ)$$

$$F_w = 342 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } F_w = 3,4 \cdot 10^2 \text{ N.}$$



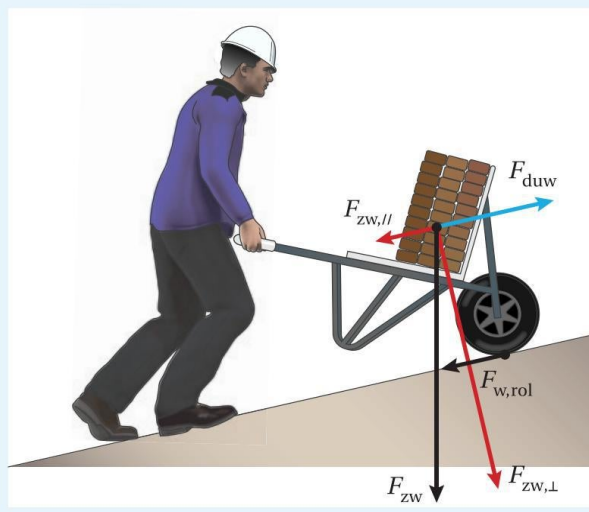
Figuur 3.62

Krachten bij een constante snelheid op een helling

Na de lunchpauze duwt de bouwvakker de kruitwagen met een constante snelheid langs de helling omhoog. Op de kruitwagen werken nu de normaalkracht, de zwaartekracht, de rolweerstandskracht en de duwkracht van de bouwvakker. De duwkracht van de bouwvakker werkt evenwijdig aan de helling omhoog. Om de duwkracht van de bouwvakker te berekenen, kijk je alleen naar de krachten evenwijdig aan de helling. Die krachten zijn de rolweerstandskracht, de component van de zwaartekracht langs de helling en de duwkracht van de bouwvakker.

Voorbeeld 11 Krachten bij een constante snelheid op een helling

De bouwvakker duwt de kruitwagen met constante snelheid langs de helling omhoog. De rolweerstand is in deze situatie 43 N. Bereken de grootte van de duwkracht van de bouwvakker evenwijdig aan de helling.



Figuur 3.63

Uitwerking

Om overzicht over de situatie te krijgen, geef je in een tekening eerst de richting van die krachten aan. In figuur 3.63 zijn de krachten, niet op schaal, getekend. De kruitwagen gaat omhoog, dus de richting van de rolweerstandskracht is langs de helling omlaag.

De snelheid is constant, dus de resulterende kracht op de kruitwagen is 0 N.

Er geldt:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_{\text{duw}} + \vec{F}_{\text{zw},||} + \vec{F}_{\text{w,rol}} = 0 \text{ N}$$

$$F_{\text{duw}} - F_{\text{zw},||} - F_{\text{w,rol}} = 0 \text{ N}$$

$$F_{\text{duw}} = F_{\text{zw},||} + F_{\text{w,rol}}$$

Uit voorbeeld 10 bleek dat de component $F_{\text{zw},||}$ niet afgerond gelijk is aan 342 N.

De duwkracht van de man is dus gelijk aan:

$$F_{\text{duw}} = 342 + 43 = 385 \text{ N}$$

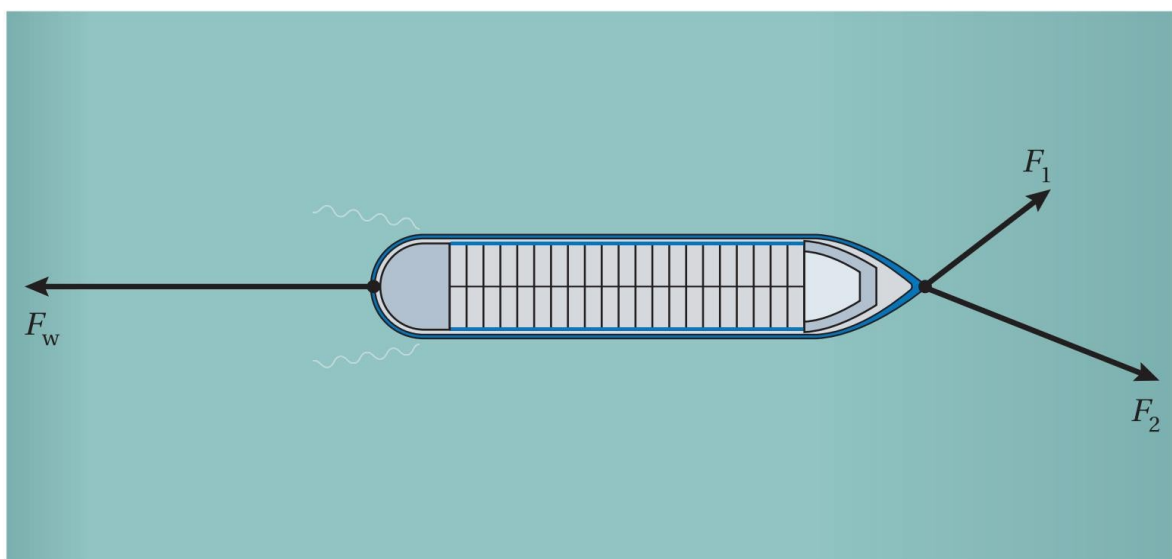
$$\text{Afgerond: } F_{\text{duw}} = 3,9 \cdot 10^2 \text{ N.}$$

Opgaven

32 Hierna is een aantal situaties beschreven.

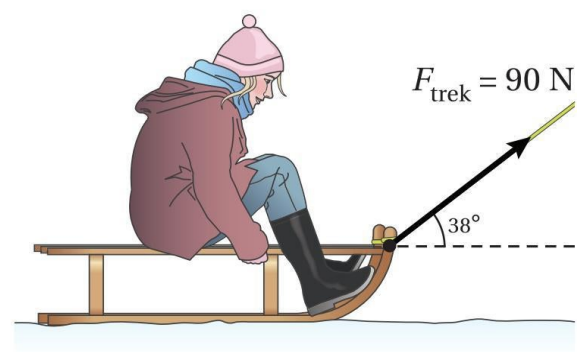
- a Schrijf van iedere situatie op wat het gevolg van de krachtwerking is.
- b Leg bij iedere situatie uit of de eerste wet van Newton van toepassing is.
 - I Een fietser rijdt zonder te trappen een heuvel op.
 - II Peter houdt een glas boven de grond.
 - III Peter laat het glas los.
 - IV Het glas valt op de grond in stukken.
 - V Een speelgoedtrein rijdt met constante snelheid door een bocht.

- **tekenblad** 33 Twee sleepboten trekken een vrachtschip de haven binnen. In figuur 3.64 zijn de krachten van de sleepboten en de wrijvingskracht op schaal getekend. Bepaal met een constructie of het vrachtschip eenparig rechtlijnig beweegt.



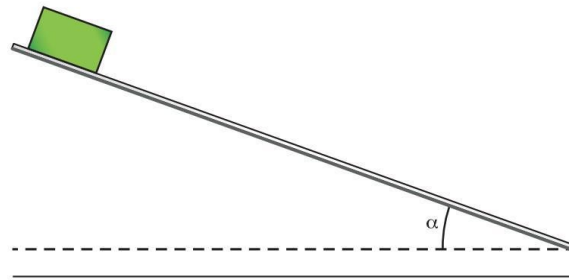
Figuur 3.64

- **hulpblad** 34 Jonas trekt aan een slee van 4,5 kg met daarop zijn zusje van 35,2 kg. Het touw maakt een hoek van $38,0^\circ$ met de horizontale as. In figuur 3.65 zie je een schets van de situatie. De schuifwrijvingscoëfficiënt is 0,32.
- a Toon door een berekening aan dat de normaalkracht gelijk is aan $3,34 \cdot 10^2$ N.
 - b Beweegt de slee met een constante snelheid? Licht je antwoord toe met een berekening.



Figuur 3.65

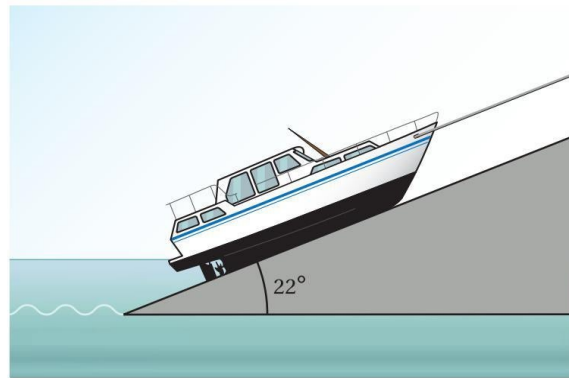
- 35 Een blokje van 125 gram ligt op een plank. Zie figuur 3.66. Als hoek α groter is dan 25° , glijdt het blokje naar beneden. Jos concludeert daaruit dat bij $\alpha = 25^\circ$ de maximale waarde van de schuifwrijvingskracht gelijk is aan de component van de zwaartekracht langs de helling.



Figuur 3.66

- Leg uit dat dit klopt.
 - Bereken de schuifwrijvingscoëfficiënt.
- Jos onderzoekt of de maximale schuifwrijvingskracht bij een hoek van 15° kleiner of groter is dan bij een hoek van 25° . Bij een hoek van 15° trekt hij met een krachtmeter aan het blokje. Hij houdt de krachtmeter evenwijdig aan het hellend vlak. Als het blokje met een constante snelheid beweegt, leest hij de krachtmeter af.
- Is de kracht die Jos afleest groter dan, kleiner dan of gelijk aan de maximale schuifwrijvingskracht bij 25° ? Licht je antwoord toe.

- **tekenblad** 36 In figuur 3.67 wordt een boot via een helling uit het water getrokken. De massa van de boot is $5,5 \cdot 10^3$ kg. De boot beweegt met constante snelheid langs de helling omhoog. De schuifwrijvingskracht die de helling uitoefent, bedraagt 6,2 kN.



Figuur 3.67

- Toon aan dat de spankracht in de kabel gelijk is aan 26 kN.
- Je laat de boot de volgende dag weer met een constante snelheid naar beneden glijden.

- Leg uit of de spankracht in de kabel kleiner dan, groter dan of even groot is als 26 kN.
- **hulpblad** 37 Tijdens een parachutesprong werken de zwaartekracht en de luchtweerstandskracht. Je begint met een vrije val. Na korte tijd val je met een constante snelheid naar de aarde. Je massa mét parachute bedraagt 75 kg.
- Bepaal de grootte en de richting van de krachten op het moment dat je snelheid constant is.
- Als de parachute opengaat, wordt de luchtweerstandskracht ineens veel groter en rem je sterk af.
- Leg uit dat direct na het openen van de parachute niet meer voldaan wordt aan de eerste wet van Newton.
- Na korte tijd krijg je weer een constante snelheid. De luchtweerstand bij de val met ongeopende parachute noem je $F_{w,dicht}$. De luchtweerstand bij de val met geopende parachute noem je $F_{w,open}$.
- Leg uit of $F_{w,open}$ groter dan, kleiner dan of gelijk is aan $F_{w,dicht}$. Geef een toelichting op je antwoord.

Bovenaan de glijbaan beweegt de jongen langzaam; onderaan heeft hij een grotere snelheid. Op de jongen werkt een aantal krachten. Welk verband bestaat er tussen die krachten en de verandering van de snelheid?



Figuur 3.68

3.6 De tweede wet van Newton

Snelheidsverandering als gevolg van resulterende kracht

In figuur 3.69 zie je nogmaals het (v, t) -diagram van de boot uit paragraaf 3.5. De tijdsintervallen I en III zijn in paragraaf 3.5 behandeld. Als de resulterende kracht 0 N is, verandert de snelheid niet.

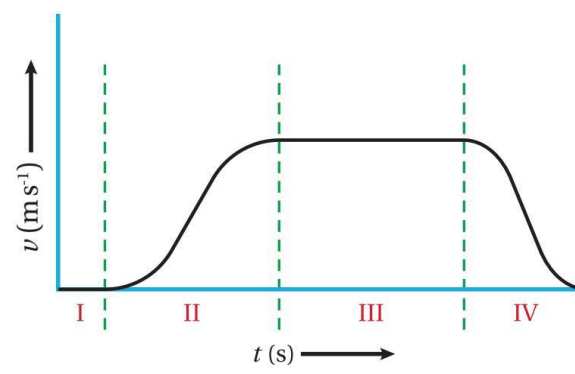
In de tijdsintervallen II en IV verandert de snelheid van de boot wel.

De resulterende kracht op de boot is dan niet gelijk aan 0 N.

De snelheid in tijdsinterval II neemt toe.

De richting van de resulterende kracht is

dan dezelfde als de richting waarin de boot beweegt. In tijdsinterval IV neemt de snelheid van de boot af. De richting van de resulterende kracht is dan tegengesteld aan de bewegingsrichting van de boot.



Figuur 3.69

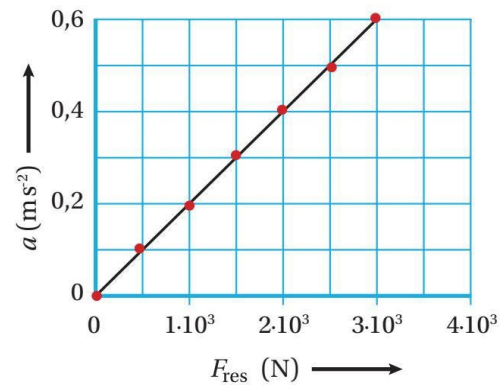
Versnelling tussen resulterende kracht en versnelling

► **applet**
Tweede wet
van Newton

De snelheidsverandering per seconde noem je de versnelling. De versnellingen in periode II en IV zijn niet constant. Dit kun je zien door de raaklijn aan de grafieklijn in het (v, t) -diagram van figuur 3.69 te tekenen.

Aan het begin van periode II neemt de versnelling toe. In het midden van periode II is de grafiek een rechte lijn. Dan is de versnelling constant. Aan het eind neemt de versnelling af tot nul. De snelheid is daarna constant.

In figuur 3.70 zie je het verband tussen de versnelling en de resulterende kracht op de boot aan het begin van interval II. Hetzelfde verband volgt uit de proeven op de luchtkussenbaan in de applet: als de versnelling twee keer zo groot is, is de resulterende kracht ook twee keer zo groot. Het verband tussen de resulterende kracht en de versnelling is dus recht evenredig.



Figuur 3.70

Verband tussen resulterende kracht en massa

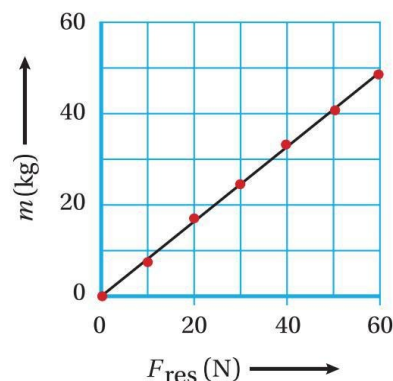
In figuur 3.71 zie je een auto en een winkelwagentje. Je krijgt het winkelwagentje gemakkelijk in beweging. Om de auto dezelfde versnelling te geven als het winkelwagentje moet je een veel grotere kracht uitoefenen. Dit komt doordat de auto een grotere massa heeft dan het winkelwagentje.

Het diagram van figuur 3.72 geeft het verband tussen de massa van een voorwerp en de resulterende kracht op dat voorwerp, als je de versnelling constant houdt.

Hetzelfde verband volgt weer uit de applet: ook het verband tussen de resulterende kracht en de massa is dus recht evenredig.



Figuur 3.71



Figuur 3.72

De tweede wet van Newton

Er is een verband tussen de resulterende kracht op een voorwerp, de massa van dat voorwerp en de versnelling die dat voorwerp ondervindt. Dit verband wordt weergegeven in de **tweede wet van Newton**:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \sum_i \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}$$

- $\vec{F}_{\text{res}}$ is de resulterende kracht in N.
- m is de massa in kg.
- $\vec{a}$ is de versnelling in m/s^2 .

De versnelling is, evenals kracht, een vector met dezelfde richting als de resulterende kracht. Ga je sneller bewegen, dan wijzen de versnelling en de resulterende kracht in dezelfde richting als de snelheid. Neemt je snelheid af, dan wijzen de versnelling en de resulterende kracht juist in tegengestelde richting van de snelheid.

Traagheid

Oefen je op het winkelwagentje en de auto dezelfde kracht uit, dan krijgt het winkelwagentje eerder een snelheid van 10 m s^{-1} dan de auto. Dit komt doordat de massa van het winkelwagentje veel kleiner is dan de massa van de auto. Je zegt ook wel: 'massa is traag.' Dat betekent: hoe groter de massa van een voorwerp is, des te moeilijker is het op gang te brengen en af te remmen.

Het is alsof het voorwerp zich verzet tegen een snelheidsverandering. De eerste wet van Newton kun je daarom ook als volgt formuleren. Een voorwerp heeft de neiging de toestand van rust, of de toestand van eenparig bewegen, te handhaven. Deze eigenschap heet de **traagheid** van het voorwerp.

De tweede wet van newton in de praktijk

Krachten bij een versnelde beweging op een horizontale weg

Als je fietst, werken op jou en je fiets in de horizontale richting de trapkracht, de rolweerstandskracht en de luchtweerstandskracht. Voor de resulterende kracht geldt:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{\text{trap}} + \vec{F}_{\text{w,rol}} + \vec{F}_{\text{w,lucht}}$$

$$F_{\text{res}} = F_{\text{trap}} - F_{\text{w,rol}} - F_{\text{w,lucht}}$$

Fiets je met constante snelheid, dan geldt $F_{\text{res}} = 0 \text{ N}$.

Ga je versnellen, dan geldt $F_{\text{res}} = m \cdot a$.

Tijdens het versnellen is de luchtweerstandskracht niet constant. Deze is namelijk afhankelijk van de snelheid.

Bereken je de versnelling met $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, dan bereken je dus een gemiddelde resulterende kracht.

Voorbeeld 12 Krachten bij een versnelde beweging op een horizontale weg

Els stapt op haar fiets en begint te trappen. Na 10 s is haar snelheid 17 km h^{-1} .

Els en haar fiets hebben samen een massa van 65 kg.

a Toon aan dat in die 10 s de gemiddelde resulterende kracht 31 N is.

De gemiddelde trapkracht is 45 N en de rolweerstandskracht is 5 N.

b Bereken de gemiddelde luchtweerstandskracht.

Uitwerking

- a Voor de resulterende kracht geldt: $F_{\text{res}} = m \cdot a$ met $m = 65 \text{ kg}$.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ met } \Delta v = v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}}.$$

De beginsnelheid is 0 m s^{-1} .

$$\text{De eindsnelheid is } 17 \text{ km h}^{-1} = \frac{17}{3,6} = 4,72 \text{ m s}^{-1}.$$

$$\text{De versnelling is dan } a = \frac{4,72 - 0,00}{10} = 0,472 \text{ m s}^{-2}.$$

$$\text{De resulterende kracht is dan } F_{\text{res}} = 65 \times 0,472 = 30,68 \text{ N}.$$

$$\text{Afgerond: } F_{\text{res}} = 31 \text{ N}.$$

- b Voor de resulterende kracht geldt:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{\text{trap}} + \vec{F}_{\text{w,rol}} + \vec{F}_{\text{w,lucht}} \text{ met } F_{\text{res}} = 31 \text{ N}.$$

$$31 = F_{\text{trap}} - F_{\text{w,rol}} - F_{\text{w,lucht}}$$

$$31 = 45 - 5 - F_{\text{w,lucht}}$$

$$F_{\text{w,lucht}} = 9 \text{ N}$$

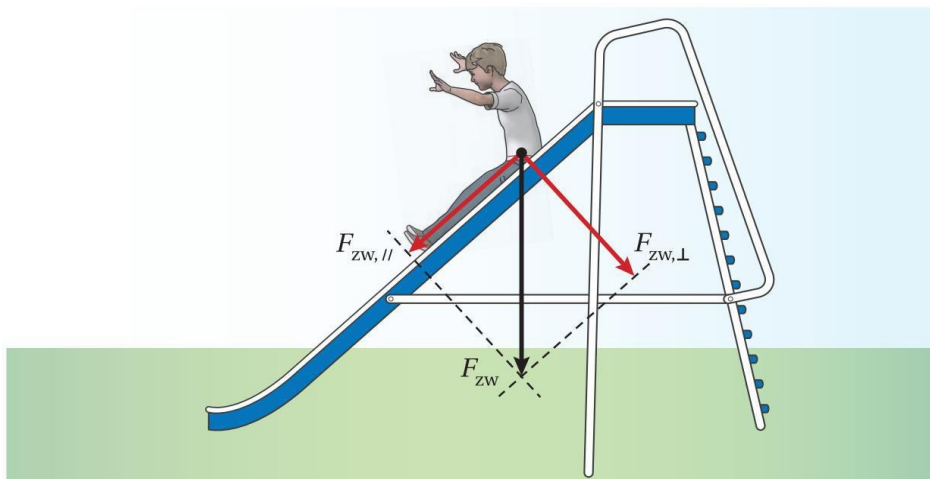
Krachten bij een versnelde beweging op een helling

Figuur 3.73 is een tekening van Jelte op de glijbaan. Op Jelte werkt een aantal krachten. De aarde oefent zwaartekracht uit en de glijbaan normaalkracht. De normaalkracht op Jelte staat loodrecht op de glijbaan. De glijbaan oefent ook schuifwrijvingskracht uit op Jelte. Jelte glijdt langs de glijbaan omlaag. De schuifwrijvingskracht werkt dan evenwijdig aan de glijbaan omhoog.

In figuur 3.73 is de zwaartekracht getekend en ontbonden in zijn componenten. De beweging van Jelte wordt veroorzaakt door de resulterende kracht evenwijdig aan de glijbaan. Deze resulterende kracht wordt gevormd door de component van de zwaartekracht evenwijdig aan de glijbaan en de schuifwrijvingskracht. Door de lage snelheid mag je de luchtweerstandskracht verwaarlozen. Er geldt:

$$F_{\text{res}} = F_{\text{zw,||}} - F_{\text{w,schuif}}.$$

Weet je de massa, de versnelling en de hoek die de glijbaan maakt met het horizontale vlak, dan kun je niet alleen de resulterende kracht berekenen, maar ook de schuifwrijvingskracht.



Figuur 3.73

Voorbeeld 13 Krachten bij een versnelde beweging op een helling

Jelte heeft een massa van 37 kg en krijgt een versnelling van $4,3 \text{ m s}^{-2}$.

De hellingshoek is 42° .

Bereken de schuifwrijvingskracht op Jelte.

Uitwerking

Voor de resulterende kracht op Jelte geldt:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{\text{zw},//} + \vec{F}_{\text{w,schuif}}$$

$$F_{\text{res}} = F_{\text{zw},//} - F_{\text{w,schuif}}$$

$$F_{\text{res}} = m \cdot a = 37 \times 4,3 = 159 \text{ N.}$$

Voor de component evenwijdig aan de glijbaan geldt:

$$\sin(42^\circ) = \frac{F_{\text{zw},//}}{F_{\text{zw}}} \quad \text{met } F_{\text{zw}} = m \cdot g = 37 \times 9,81 = 363 \text{ N}$$

$$\sin(42^\circ) = \frac{F_{\text{zw},//}}{363}$$

De component $F_{\text{zw},//}$ is dan 243 N.

$$F_{\text{res}} = F_{\text{zw},//} - F_{\text{w,schuif}}$$

$$159 = 243 - F_{\text{w,schuif}}$$

$$F_{\text{w,schuif}} = 84 \text{ N}$$

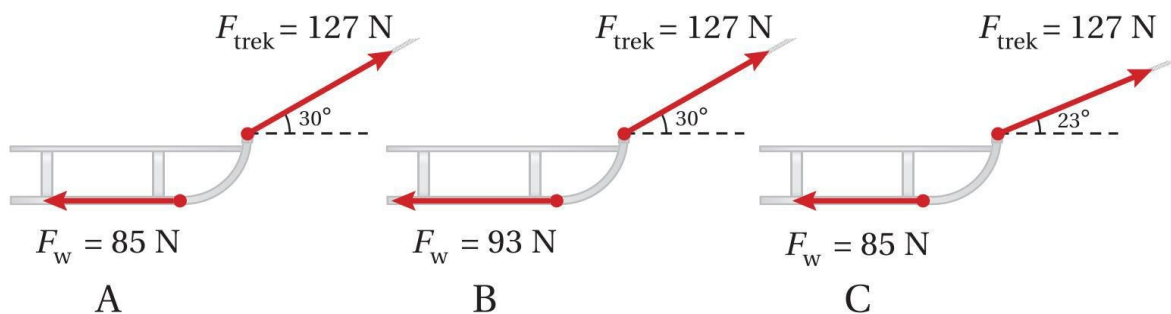
Afgerond: $8 \cdot 10^1 \text{ N}$.

De uitkomst moet in één significant cijfer, omdat 159 en 243 in twee significante cijfers zijn. Bij de berekening van het verschil raak je één significant cijfer kwijt.

Opgaven

- 38 De motor van een motorboot zorgt voor een voorwaartse kracht van 6,01 kN. De wrijvingskracht op de boot bedraagt 658 N. De massa van de boot is 1031 kg. Bereken de versnelling van de boot.

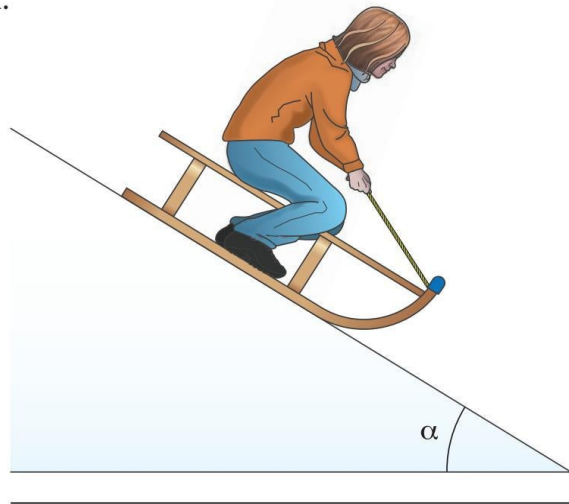
- **hulpblad** 39 In figuur 3.74 zie je drie keer hetzelfde sleetje met een trekkkracht. In alle tekeningen zijn de wrijvingskracht, de trekkkracht en de steilheid van het touw aangegeven. Zet de sleetjes in volgorde van toenemende versnelling. Licht, zonder te berekenen, je antwoord toe.



Figuur 3.74

- **tekenblad** 40 Margreet glijdt op haar slee een helling af. Ze heeft een versnelling van $3,0 \text{ m s}^{-2}$. Zie figuur 3.75. De massa van Margreet en haar slee samen is 41 kg .

- Toon met een constructie aan dat de component van de zwaartekracht evenwijdig aan de helling gelijk is aan $2,1 \cdot 10^2 \text{ N}$.
- Bereken de hellingshoek α .
- Bereken de tegenwerkende kracht die Margreet met haar slee ondervindt.



Figuur 3.75

- 41 Door $4,0 \text{ s}$ lang te remmen neemt de snelheid van een auto gelijkmatig af van 86 km h^{-1} naar 50 km h^{-1} . De totale massa van de auto met inzittende en bagage is $1,2 \cdot 10^3 \text{ kg}$. Bereken de resulterende kracht op de auto tijdens het remmen.

- **hulpblad** 42 Shaya en Michael gaan een toertocht maken in een heteluchtballon. Een heteluchtballon is een grote ballon gevuld met lucht met daaronder een mand. In die mand staan Shaya en Michael. Het volume van de ballon is 2700 m^3 . Vlak voor het opstijgen verwarmt Shaya de lucht in de ballon met een grote gasbrander. Hierdoor zet de lucht uit en ontsnapt gedeeltelijk uit de ballon. Voor de omhooggerichte kracht op de ballon geldt:

$$F_{\text{op}} = (\rho_1 - \rho_2) \cdot V_{\text{ballon}} \cdot g$$

- F_{op} is de omhooggerichte kracht in N.
- ρ_1 is de dichtheid van de lucht buiten de ballon in kg m^{-3} .
- ρ_2 is de dichtheid van de lucht in de ballon in kg m^{-3} .
- V_{ballon} is het volume van de ballon in m^3 .
- g is de valversnelling in m s^{-2} .

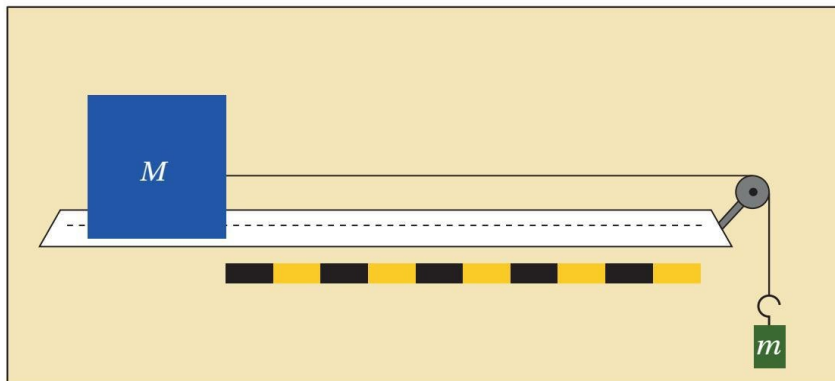
- Leg uit dat de omhooggerichte kracht groter wordt als Shaya de brander aanzet. Tijdens het opstijgen werken er drie krachten in verticale richting: de zwaartekracht, de omhooggerichte kracht en de luchtweerstandskracht.

Tijdens het opstijgen zijn F_{op} en F_{zw} constant en geldt $F_{\text{op}} - F_{\text{zw}} = 350 \text{ N}$.

Na 25 m is de luchtweerstandskracht gelijk aan 350 N .

- Schets het verloop van de luchtweerstandskracht als functie van de hoogte van 0 tot 50 m . Licht je antwoord toe.
- Leg uit of de verticale snelheid na 30 m toeneemt, afneemt, gelijk blijft of gelijk is aan 0 m s^{-1} .

- 43 Figuur 3.76 is een figuur vergelijkbaar met die in de applet. Blok M bevindt zich op een luchtkussenbaan. Dit is een baan met gaatjes waardoor lucht stroomt, zodat het blok zonder weerstand over de baan kan bewegen. Blok M wordt versneld door een blok m met een massa van $10,0\text{ g}$. Blok M heeft een massa van 200 g .
- Toon aan dat de kracht die de blokken versnelt $9,81 \cdot 10^{-2}\text{ N}$ is.
 - Bereken de versnelling die blok M krijgt.
- De spankracht in het touw is voor en na de katrol dezelfde.
- Leg uit of de spankracht in touw tijdens het versnellen groter dan, kleiner dan of even groot is als $9,81 \cdot 10^{-2}\text{ N}$.

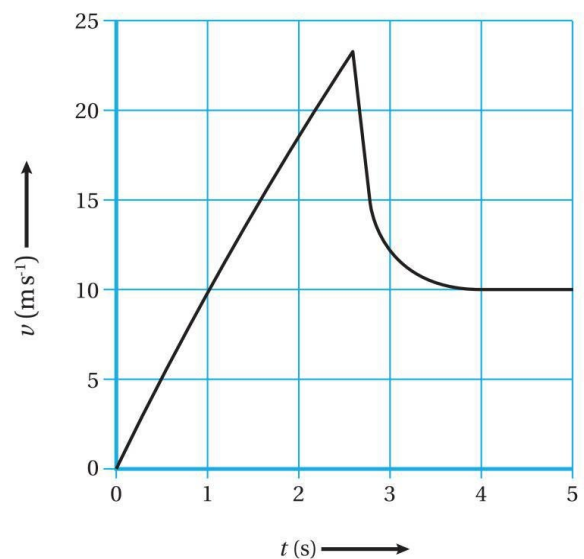


Figuur 3.76

- **tekenblad** 44 Figuur 3.77 is een foto van een basejumper. Hij springt vanaf een hoog gebouw. In figuur 3.78 staat het (v, t) -diagram van de sprong. Vlak voor het moment dat hij zijn parachute opent, is de luchtweerstandskracht kleiner dan de zwaartekracht.
- Leg uit hoe dit uit het diagram blijkt.
 - Toon aan dat de versnelling op $t = 3,0\text{ s}$ gelijk is aan $-6,1\text{ m s}^{-2}$.
- De massa van de basejumper inclusief zijn parachute is 82 kg .
- Bereken de luchtweerstandskracht op $t = 3,0\text{ s}$.
- De parachute die de basejumper gebruikt, is rechthoekig en is $3,5\text{ m}$ lang en $4,5\text{ m}$ breed.
- Bereken de luchtweerstandscoefficiënt als de parachute helemaal ontvouwd is.



Figuur 3.77



Figuur 3.78

Op de foto zie je twee vrouwen in een kopduel tijdens een voetbalwedstrijd. Krijgt de voetbalster de bal tegen haar hoofd of kopt zij de bal? Wat kun je zeggen over de kracht die het hoofd op de bal uitoefent en de kracht die de bal op het hoofd uitoefent?



Figuur 3.79

3.7 De derde wet van Newton

Krachten in paren

Wanneer een voetbalster een bal kopt, oefent zij met haar hoofd een kracht uit op de bal. Tegelijkertijd voelt zij dat de bal tegen haar hoofd slaat. De bal oefent dus ook een kracht uit op het hoofd van de voetbalster. Er is dan sprake van **wisselwerking** tussen twee krachten.

Wisselwerking kun je onderzoeken met twee krachtmeters. Je haakt de meters aan elkaar en trekt ze vervolgens een eindje uit elkaar. Zie figuur 3.80. Je ziet dat beide krachtmeters steeds een gelijke kracht aangeven, zelfs als je een grote en een wat kleinere krachtmeter gebruikt. Blijkbaar oefent krachtmeter A een kracht uit op krachtmeter B die even groot is als de kracht die krachtmeter B uitoefent op krachtmeter A. Bovendien geldt dat de richtingen van beide krachten tegengesteld zijn.



Figuur 3.80

Bij een kopbal is de kracht die de voetbalster op de bal uitoefent even groot als de kracht die de bal op het hoofd van de voetbalster uitoefent. Ze zijn alleen tegengesteld gericht.

Deze situatie is weergegeven in figuur 3.81. Omdat de twee krachten even groot zijn en een tegengestelde richting hebben, zou je kunnen denken dat ze elkaar opheffen. Maar dat is in figuur 3.81 niet het geval. Dat komt omdat de twee krachten op verschillende voorwerpen werken.



Figuur 3.81

Krachten komen altijd in paren voor. Dat is de **derde wet van Newton**: oefent een voorwerp A een kracht uit op voorwerp B, dan oefent B gelijktijdig een even grote, maar tegengesteld gerichte kracht uit op A.

In formulevorm is de derde wet van Newton:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

- $\vec{F}_{AB}$ is de kracht die A uitoefent op B.
- $\vec{F}_{BA}$ is de kracht die B uitoefent op A.

Er staat een minteken voor $\vec{F}_{BA}$ om aan te geven dat de krachten tegengesteld zijn gericht. $\vec{F}_{AB}$ wordt vaak de actiekracht genoemd en $\vec{F}_{BA}$ de reactiekracht. De woorden actie en reactie zijn eigenlijk ongelukkig gekozen. Ze geven misschien de indruk dat de reactiekracht het gevolg is van de actiekracht. Maar dat klopt niet: beide krachten zijn er tegelijkertijd.

Volgens de derde wet van Newton komt een kracht dus nooit alleen voor, maar altijd als een paar. Altijd hoort bij een kracht op het ene voorwerp een even grote, tegengestelde kracht op een ander voorwerp.

Voorbeeld 14 De derde wet van Newton waarnemen

Je drukt met je duim op de punt van een potlood. Je oefent dus een kracht uit op het potlood. Noem twee waarnemingen waardoor je weet dat het potlood tegelijkertijd een kracht op je duim uitoefent.

Uitwerking

Je voelt dat de potloodpunt ook tegen je duim drukt.

Je ziet dat de huid van je duim wordt vervormd door de punt van het potlood.

Voorbeeld 15 Actiekracht = –reactiekracht

De aarde oefent op elk voorwerp een aantrekkende kracht uit: de zwaartekracht. Laat je een baksteen los, dan krijgt de baksteen een versnelling en valt richting de aarde. Volgens de derde wet van Newton trekt de baksteen ook aan de aarde.

- a Wat kun je zeggen over de grootte en de richting van de aantrekkingskracht die de baksteen op de aarde uitoefent?

Door de aantrekkingskracht van de baksteen op de aarde krijgt de aarde een versnelling richting de baksteen. Je merkt niets van de beweging van de aarde richting de baksteen. Ook niet als je er in de ruimte naar kijkt.

- b Leg uit waardoor je niets merkt van de beweging van de aarde richting de baksteen.

Uitwerking

- a De aantrekkingskracht van de baksteen op de aarde is even groot als de zwaartekracht op de baksteen en tegengesteld gericht aan de richting van de zwaartekracht.
- b De massa van de aarde is veel groter dan de massa van de baksteen. Als de aantrekkingskrachten gelijk zijn, is de versnelling van de aarde dus veel kleiner dan de versnelling van de baksteen.

Bewegen volgens de derde wet van Newton

Lopen kun je begrijpen met de derde wet van Newton. Met je achterste voet zet je je af tegen de vloer. Je oefent daarbij op de vloer een kracht uit die naar achteren is gericht. Zie figuur 3.82. Tegelijkertijd oefent de vloer op je voet een even grote kracht uit die naar voren is gericht. Die kracht is de schuifwrijvingskracht. Zonder deze kracht kun je niet lopen. Op glad ijs kom je moeilijk vooruit doordat de schuifwrijvingskracht zeer klein is. Daardoor is de versnelling in de bewegingsrichting zeer klein.



Figuur 3.82

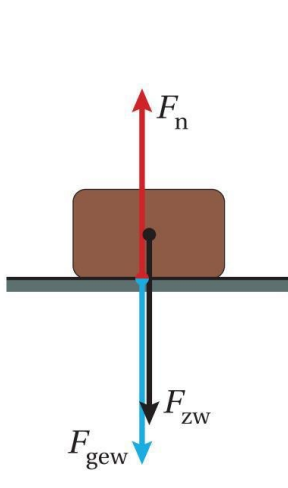
Gewicht, massa en zwaartekracht

De woorden 'gewicht' en 'massa' worden vaak door elkaar gebruikt. Natuurkundig zijn het echter twee verschillende begrippen. Een voorwerp heeft massa vanwege alle atomen waaruit het is opgebouwd. Vervoer je een baksteen van de aarde naar de maan, dan bestaat de baksteen nog steeds uit evenveel atomen. De massa van de baksteen is dus op de maan gelijk aan de massa op de aarde.

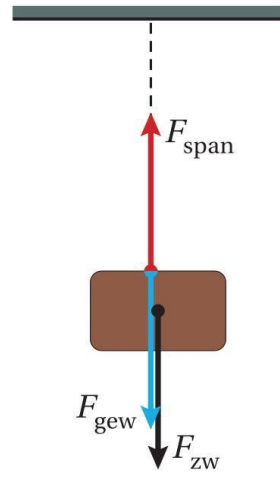
Ligt een baksteen op tafel, dan werken er twee krachten op: de zwaartekracht en de normaalkracht. Omdat de baksteen stil ligt, zijn deze krachten aan elkaar gelijk en tegengesteld gericht. De zwaartekracht en de normaalkracht zijn geen krachtenpaar, want ze werken op hetzelfde voorwerp. Volgens de derde wet van Newton is er dus nog een kracht die een krachtenpaar vormt met de normaalkracht. Deze kracht noem je het **gewicht** F_{gew} .

Gewicht is dus een kracht met als eenheid newton. Het gewicht is de kracht die de baksteen op de tafel uitoefent. De normaalkracht is de kracht die de tafel op de baksteen uitoefent. Deze kracht is gelijk aan de normaalkracht, maar tegengesteld gericht. In figuur 3.83 zijn de drie krachten getekend.

De kracht die met de zwaartekracht een krachtenpaar vormt, is niet getekend. Dat is dus de kracht die de baksteen uitoefent op de aarde. Deze kracht heeft zijn aangrijpingspunt in het midden van de aarde en is naar de baksteen toe gericht.



Figuur 3.83



Figuur 3.84

Hangt een baksteen aan een touw, dan vormen het gewicht en de spankracht een krachtenpaar. Omdat het gewicht een krachtenpaar vormt met de spankracht, zijn de spankracht en het gewicht aan elkaar gelijk. Zie figuur 3.84. Op de baksteen werken de spankracht en zwaartekracht. Omdat de baksteen stil hangt, zijn volgens de eerste wet van Newton ook de spankracht en de zwaartekracht aan elkaar gelijk.

Voorbeeld 16 Gewicht, massa en zwaartekracht op de aarde en op de maan

Op de aarde en op de maan ligt een baksteen van 2,8 kg. De gravitatieversnelling op aarde is gelijk aan $9,81 \text{ m s}^{-2}$. Op de maan is de gravitatieversnelling gelijk aan $1,63 \text{ m s}^{-2}$. Je vergelijkt de massa, de normaalkracht en het gewicht van de baksteen op aarde met die op de maan. Zie tabel 3.1.

massa op de maan	(1)	massa op de aarde
normaalkracht op de maan	(2)	normaalkracht op de aarde
gewicht op de maan	(3)	gewicht op de aarde

Tabel 3.1

- Noteer op de plaatsen (1), (2) en (3) de juiste formulering. Kies hierbij uit: groter dan, kleiner dan of gelijk aan.
- Geef een toelichting bij keuze (1).
- Geef een toelichting bij keuze (2).
- Geef een toelichting bij keuze (3).

Uitwerking

- a (1) gelijk aan
(2) kleiner dan
(3) kleiner dan
- b De massa hangt samen met het aantal atomen. Het aantal atomen verandert niet als je met de baksteen van de aarde naar de maan gaat.
- c De baksteen is in rust. De normaalkracht is dan gelijk aan de zwaartekracht. De zwaartekracht bereken je met $F_{zw} = m \cdot g$. De gravitatieversnelling is op de maan kleiner dan op de aarde, dus is de zwaartekracht op de maan ook kleiner dan op de aarde.
- d Als de normaalkracht op de maan kleiner is dan op de aarde, dan is het gewicht van de baksteen op de maan ook kleiner dan op de aarde. Dat komt doordat de normaalkracht en het gewicht een krachtenpaar vormen.

Gewichtloosheid

Als je in een lift op een weegschaal staat, werken twee krachten op je: de normaalkracht van de weegschaal en de zwaartekracht. Staat de lift stil, dan zijn deze twee krachten volgens de eerste wet van Newton aan elkaar gelijk. Volgens de derde wet van Newton is je gewicht gelijk aan de normaalkracht. In deze situatie is je gewicht dus gelijk aan de zwaartekracht. Als je op een weegschaal staat, dan oefen je een kracht uit op de weegschaal. Dit is de kracht F_{gew} . De schaalverdeling is zo dat een massa in kg wordt weergegeven.

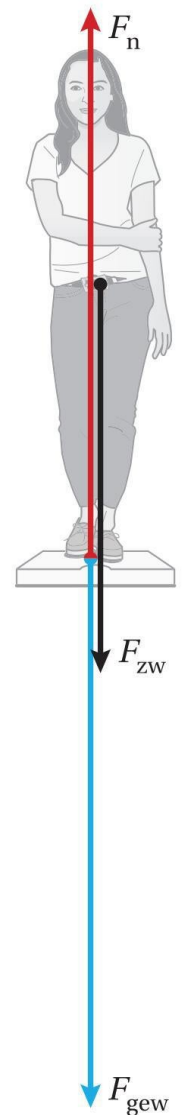
Zodra de lift versneld naar boven beweegt, ondervind je een resulterende kracht:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_n + \vec{F}_{zw} = F_n - F_{zw}.$$

Volgens de tweede wet van Newton is de normaalkracht dan groter dan de zwaartekracht. Zie figuur 3.85. Omdat je gewicht volgens de derde wet van Newton gelijk is aan de normaalkracht, geeft de weegschaal een groter gewicht aan dan de zwaartekracht.

Als je in een lift staat die 'optrekt' naar boven, voel je je 'zwaarder worden'. Dat voel je aan je benen. Als de lift boven aankomt en afremt, is de normaalkracht kleiner dan de zwaartekracht. De weegschaal geeft dan een kleiner gewicht aan. Dit effect voel je ook in de lift.

Als de kabel breekt waaraan de lift hangt, valt de lift met de valversnelling naar beneden. Dan werkt op jou een resulterende kracht die zorgt voor de valversnelling. Dat is dus de zwaartekracht. Er werkt geen normaalkracht meer op je en de weegschaal geeft geen gewicht aan. Je bent dan **gewichtloos**.



Figuur 3.85

Voorbeeld 17 Verandering van gewicht in een lift

Meryem hangt in een lift een veerunster op met daaraan een blok. De lift staat stil. Ze leest op de veerunster 1,47 N af.

- Toon aan dat de massa van het blok gelijk is aan 0,150 kg. De lift gaat versneld bewegen. De veerunster wijst 1,66 N aan.
- Bereken de versnelling waarmee de lift beweegt.
- Leg uit of de lift versneld naar boven of naar beneden beweegt.

Uitwerking

- Op het blok werken twee krachten: de zwaartekracht F_{zw} en de veerkracht F_{veer} . Als de lift stil hangt, geldt:

$$\vec{F}_{res} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{veer} + \vec{F}_{zw} = 0 \text{ N}$$

$$F_{veer} - F_{zw} = 0 \text{ N}$$

$$F_{veer} = F_{zw}$$

$$F_{zw} = m \cdot g \text{ met } F_{zw} = 1,47 \text{ N en } g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

$$1,47 = m \times 9,81$$

$$m = 0,150 \text{ kg}$$

- $\vec{F}_{res} = m \cdot \vec{a} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{veer} + \vec{F}_{zw}$

$$F_{res} = m \cdot a = F_{veer} - F_{zw}$$

$$0,150 \cdot a = 1,66 - 1,47$$

$$a = 1,26 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{Afgerond: } a = 1,3 \text{ m s}^{-2}.$$

- De veerkracht is groter dan de zwaartekracht. De resulterende kracht wijst dus naar boven. Dat betekent dat de lift versneld naar boven beweegt.

Opmerking

De significantie in dit voorbeeld is twee cijfers, omdat het verschil in twee krachten een getal in twee significante cijfers oplevert.

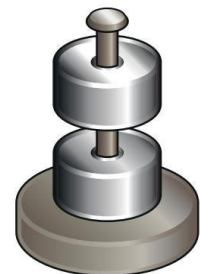
Opgaven

- 45 In figuur 3.86 zie je twee magneten. De bovenste magneet 'zweeft' los van de onderste magneet. Dat komt doordat de twee magneten een afstotende magnetische kracht op elkaar uitoefenen. Op de bovenste magneet werkt daarnaast nog een kracht.

- Welke kracht is dat?
- Wat kun je zeggen over de groottes van de twee krachten op de bovenste magneet? Licht je antwoord toe.

De normaalkracht op de onderste magneet is gelijk aan het gewicht dat het bovenliggende voorwerp op het ondersteunende vlak uitoefent.

- Leg uit waardoor deze groter is dan de zwaartekracht op de onderste magneet. Op de onderste magneet werken drie krachten. De krachten zijn in evenwicht.
- Geef met een formule het verband tussen deze drie krachten weer.



Figuur 3.86

46 Je houdt een baksteen met een massa van 1,7 kg vast.

a Bereken het gewicht van de baksteen.

Vervolgens geef je de baksteen een versnelling van $5,0 \text{ m s}^{-2}$ recht omhoog.

b Bereken de kracht van je hand op de baksteen tijdens het omhooggooien.

c Bereken het gewicht van de baksteen tijdens het omhooggooien.

De baksteen verlaat de hand en gaat omhoog en omlaag.

d Verandert het gewicht van de baksteen tijdens de beweging omhoog en omlaag?

Tijdens de val op de grond neemt de snelheid van de baksteen af.

e Is de kracht die de grond dan op de baksteen uitoefent groter dan, kleiner dan of gelijk aan de zwaartekracht op de baksteen? Licht je antwoord toe.

► **tekenblad** 47 Inez staat in een lift. Haar massa bedraagt 53 kg. In figuur 3.87 is van de beweging van de lift een (v, t) -diagram gemaakt.

a Noem drie intervallen

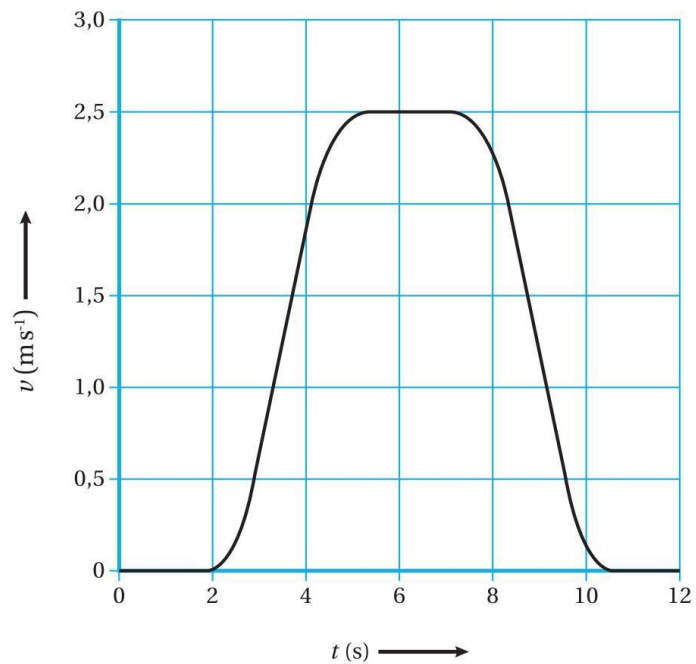
$$\text{waarop } \vec{F}_{\text{gew, Inez}} = \vec{F}_{\text{zw, Inez}}.$$

Er zijn twee tijdstippen waarop de lift met een snelheid van $1,0 \text{ m s}^{-1}$ omhoog gaat.

b Toon aan dat op het eerste tijdstip $a = 1,3 \text{ m s}^{-2}$.

c Bereken het gewicht van Inez op het eerste tijdstip.

d Is het gewicht op het tweede tijdstip groter dan, kleiner dan of gelijk aan haar gewicht op eerste tijdstip? Licht je antwoord toe.



Figuur 3.87

► **tekenblad** 48 Jurgen heeft een massa van 90 kg en zit in zijn auto. Zie figuur 3.88. In deze figuur geeft de dikke stip het aangrijpingspunt weer van de normaalkracht op Jurgen.

a Construeer de normaalkracht die de zitting van de autostoel uitoefent op Jurgen als de auto stilstaat. Neem als schaal $1 \text{ cm} \triangleq 200 \text{ N}$.

Jurgen geeft vol gas en wordt daardoor tegen de stoelleuning gedrukt. Hij versnelt eenparig van 0 tot 100 km h^{-1} in 6,6 s.

b Toon aan dat de horizontale kracht die de stoelleuning op Jurgen uitoefent $3,8 \cdot 10^2 \text{ N}$ is.

c Bepaal de totale kracht die de autostoel op Jurgen uitoefent tijdens het optrekken.



Figuur 3.88

Later rijdt Jurgen met een constante snelheid op de snelweg.

- d Leg aan de hand van de wetten van Newton uit dat dan de rolweerstandskracht en de luchtweerstandskracht samen gelijk zijn aan de schuifwrijvingskracht van de banden op de weg.

► **tekenblad** 49 Figuur 3.89 is het (v, t) -diagram van de start van een sprinter. Tijdens de start zet de sprinter zich af tegen het startblok. De massa van de sprinter is 53 kg.

► **hulpblad**

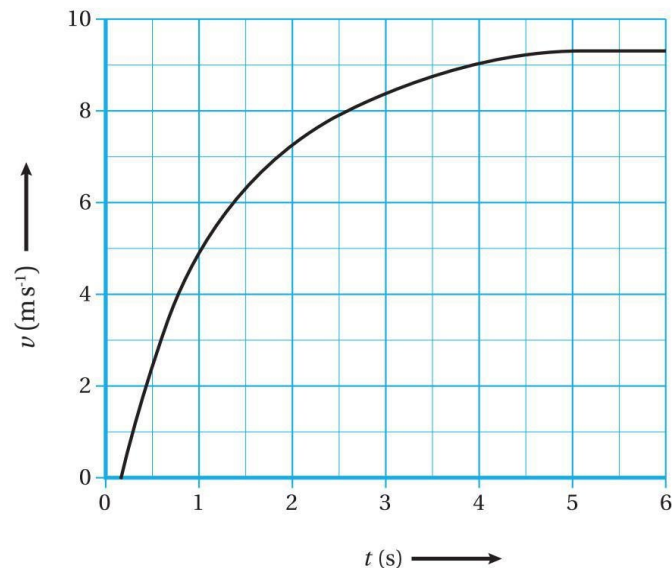
- a Bepaal de maximale kracht die het startblok op de sprinter uitoefent.

Vanaf $t = 5,0$ s is de snelheid van het lichaam van de sprinter constant. De snelheid van zijn benen is echter niet constant.

- b Leg aan de hand van de wetten van Newton uit dat de tegenwerkende krachten op de sprinter vanaf $t = 5,0$ s kleiner zijn dan de schuifwrijvingskracht van de schoenen op de baan.

Sporters met kunstbenen zijn in staat om concurrerende tijden neer te zetten. Yuna denkt dat sprinters met kunstbenen minder kracht moeten leveren dan 'gewone' sprinters om dezelfde versnelling te krijgen.

- c Leg uit dat Yuna gelijk heeft.



Figuur 3.89

Een skydiver speelt met de luchtweerstand: door zich groter en kleiner te maken, ondervindt hij veel of juist weinig luchtweerstand. Zo beweegt hij ten opzichte van de andere springers. Hoe kan een model de valbeweging van een skydiver voorspellen?



Figuur 3.90

3.8 Een beweging modelleren met krachten

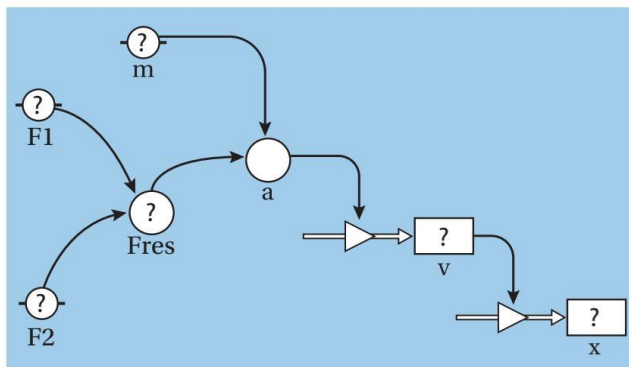
Algemeen bewegingsmodel

In paragraaf 2.6 zijn het tekstmodel en het grafisch model van een eenparige en een eenparig versnelde beweging besproken. Een versnelling wordt veroorzaakt door een of meer krachten. In deze paragraaf lees je hoe je een model uitbreidt tot een **algemeen bewegingsmodel** waarin krachten zijn opgenomen.

Een voorwerp waarop een of meer krachten werken ondervindt een resulterende kracht. De resulterende kracht en de massa bepalen volgens de tweede van Newton hoe groot de versnelling van het voorwerp is.

$$\text{Er geldt } a = \frac{F_{\text{res}}}{m}.$$

In figuur 3.91 zie je een algemeen bewegingsmodel waarbij de resulterende kracht wordt berekend uit twee krachten. In tabel 3.2 staat het bijbehorende tekstmodel.



Figuur 3.91

Modelregels	Startwaarden (SI)
Fres =	F1 =
$a = F_{\text{res}} / m$	F2 =
$v = v + a \cdot dt$	m =
$x = x + v \cdot dt$	v =
$t = t + dt$	x =
Als...dan...	t =
stop eindals	dt =

Tabel 3.2

Aan het grafisch symbool bij massa zie je dat de massa een constante is. Het grafisch symbool bij resulterende kracht is een hulpvariabele. De resulterende kracht stel je namelijk samen uit twee andere krachten. De krachten heten nu nog F_1 en F_2 en zijn volgens het model in figuur 3.91 constanten. Omdat je de versnelling berekent, is dit geen constante meer, maar ook een hulpvariabele.

Je ziet op zes plaatsen een vraagteken. Die vraagtekens geven aan dat daar informatie ontbreekt: de definitie is onvolledig. Bij de constante en de toestandsvaariabele moet je als definitie de startwaarde invoeren. Bij een hulpvariabele zoals resulterende kracht bestaat de definitie meestal uit een formule. In het symbool bij versnelling staat geen vraagteken, want daar is de formule $a = F_{res}/m$ al ingevuld.

Voorbeeld 18 Startwaarden in een algemeen bewegingsmodel

Een auto heeft een massa van 800 kg. Tijdens het optrekken is de gemiddelde motorkracht gelijk aan $1,9 \cdot 10^3$ N en de rolweerstandskracht is $3 \cdot 10^2$ N. De luchtweerstandskracht is in deze situatie verwaarloosbaar. Gebruik je het algemene bewegingsmodel van figuur 3.91, dan ontbreekt dus op zes plaatsen informatie. Geef deze informatie.

Uitwerking

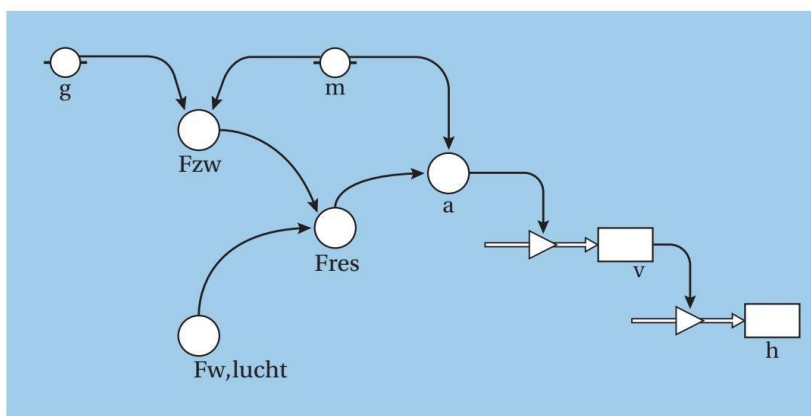
Zie tabel 3.3

x	v	m	F1	F2	Fres
0	0	800	$1,9 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^2$	$F_1 - F_2$

Tabel 3.3

Aanpassen van een algemeen bewegingsmodel

Een kogeltje valt van een hoogte h . Op het kogeltje werken twee krachten: de zwaartekracht en de luchtweerstandskracht. In het model neem je aan dat de luchtweerstandskracht een constante waarde heeft. Met enkele aanpassingen van het algemene model in figuur 3.91 ontstaat een model waarmee je de valbeweging van het kogeltje modelleert. Zie figuur 3.92. In tabel 3.4 staan de modelregels van het tekstmodel.



Figuur 3.92

Modelregels

$F_{zw} = m \cdot g$
$F_{res} = F_{zw} - F_{w,lucht}$
$a = F_{res} / m$
$v = v + a \cdot dt$
$h = h + v \cdot dt$
$t = t + dt$
Als...dan...stop eindals

Tabel 3.4

Vergelijk je het grafisch model in figuur 3.92 met dat in figuur 3.91 dan zie je dat de constante F_1 is veranderd in F_{zw} en F_2 in $F_{w,lucht}$. Heb je al een formule voor F_{res} gedefinieerd, dan hoef je die niet aan te passen, dat gaat automatisch. Het model berekent de zwaartekracht met behulp van de massa en de valversnelling. Daarom is in het model van figuur 3.92 de F_{zw} veranderd in een hulpvariabele en is g als constante toegevoegd. Daarna zijn g en m met een relatiepijl verbonden met F_{zw} . Tot slot is x veranderd in h , omdat de val een verticale beweging is.

De luchtweerstandskracht is in de praktijk geen constante doordat hij onder andere afhankelijk is van de snelheid. Er geldt $F_{w,lucht} = \frac{1}{2} \rho \cdot C_w \cdot A \cdot v^2$. Als je hiermee rekening wilt houden moet je de modellen aanpassen.

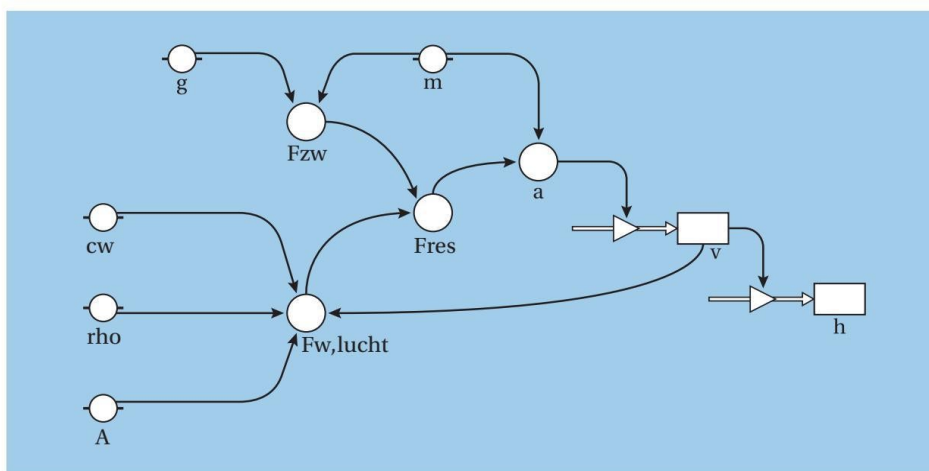
Voorbeeld 19 Aanpassen van het algemene bewegingsmodel

Een skydiver maakt een sprong waarbij zijn frontale oppervlakte hetzelfde blijft. Met enkele aanpassingen van figuur 3.92 en tabel 3.4 ontstaat een model waarmee je de beweging van de skydiver modelleert.

- Geef de aanpassing van het grafische model.
- Geef de modelregel die je aan het tekstmodel moet toevoegen.
- Noem de startwaarden die je moet definiëren.

Uitwerking

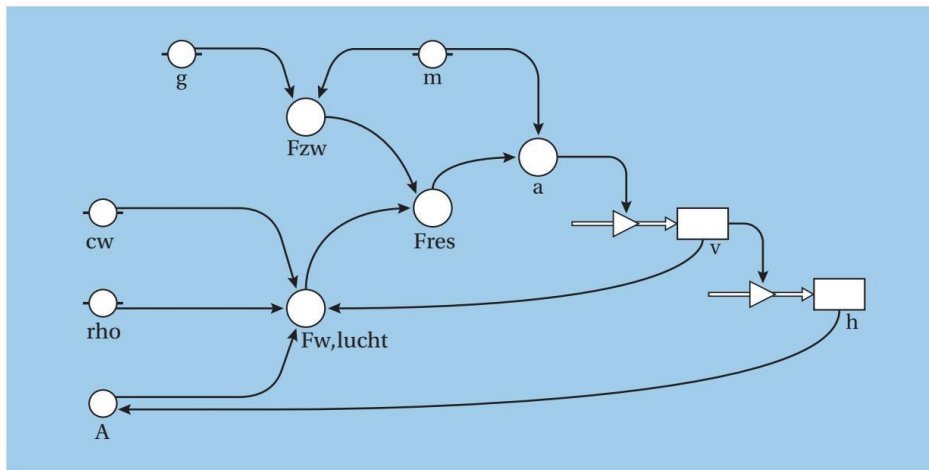
- Zie figuur 3.93. Voor de luchtweerstandskracht geldt: $F_{w,lucht} = \frac{1}{2} \rho \cdot C_w \cdot A \cdot v^2$. Je voegt dus drie constanten toe: de luchtweerstandscoefficiënt, de luchtdichtheid en de frontale oppervlakte. Deze drie constanten verbind je met een relatiepijl aan de luchtweerstandskracht. De luchtweerstandskracht verander je in een hulpvariabele. Ten slotte is er nog een relatiepijl nodig van de snelheid naar de luchtweerstandskracht, omdat deze afhankelijk is van de snelheid.
- Als eerste regel van het tekstmodel voeg je toe:
 $F_{w,lucht} = 0,5 \cdot \rho \cdot c_w \cdot A \cdot v^2$
- Dat zijn er negen: g ; c_w ; ρ ; A ; m ; v ; h ; t en dt .



Figuur 3.93

Conditie in een hulpvariabele opnemen

Tijdens een val kunnen skydivers hun frontale oppervlakte vergroten door op een bepaalde hoogte hun armen uit te steken. De frontale oppervlakte krijgt dan een grotere waarde. Neem je dat mee in een model, dan moet je in het model een **conditie** toevoegen die de voorwaarden van de verandering beschrijft. De frontale oppervlakte verandert dan in een hulpvariabele. Het is nu geen constante meer, de waarde verandert immers op een bepaalde hoogte. Daarom voeg je een relatiepijl toe van de hoogte naar de frontale oppervlakte. Zie figuur 3.94.



Figuur 3.94

In figuur 3.95 is de conditie 'armen uitsteken' beschreven. Je leest de conditie als volgt: als de hoogte groter is dan 3000 m, dan is de frontale oppervlakte gelijk aan $0,9 \text{ m}^2$, anders is de frontale oppervlakte gelijk aan $1,1 \text{ m}^2$. In een tekstmodel staat dan **Als** $h > 3000$ **dan** $A = 0,9$ **anders** $A = 1,1$ **eindals**.

Definitie	
☒ Formule	☐ Gegevens
☒ Conditie gebruiken	
Als	h > 3000
Dan A =	0,9
Anders A =	1,1
Definiëren...	

Figuur 3.95

Opgaven

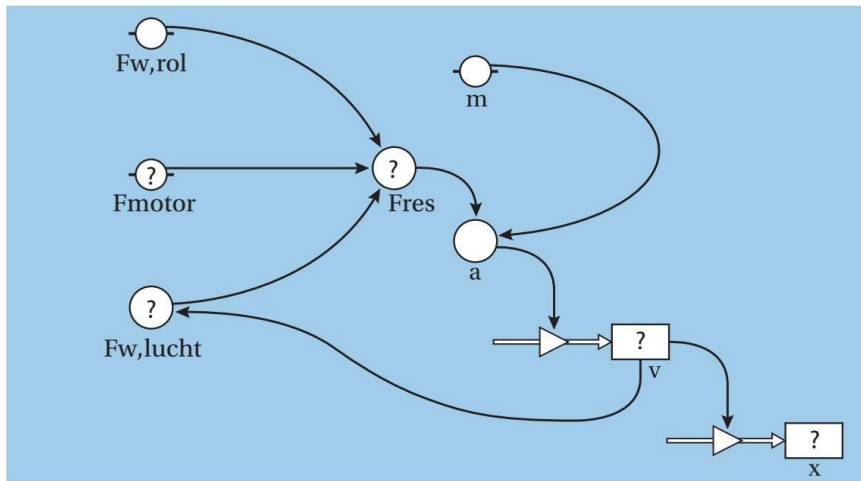
- **tekenblad** 50 In figuur 3.96 is de eerste regel van de conditie 'armen uitsteken' gewijzigd in vergelijking met figuur 3.95: het 'groter dan'-teken is veranderd in een 'kleiner dan'-teken. Noteer in figuur 3.96 de ontbrekende informatie.

Als	h < 3000
Dan A =	
Anders A =	

Figuur 3.96

- **tekenblad** 51 Gebruik in Coach het model *auto* bij het beantwoorden van deze opgave. Een auto rijdt met een snelheid van 60 km h^{-1} op de invoegstrook van een snelweg. De bestuurder trapt op het gaspedaal, waardoor de motor van de auto een constante kracht van $2,3 \text{ kN}$ levert. Voor de luchtweerstandskracht geldt $F_{w,lucht} = 0,90 \cdot v^2$.

Van deze situatie is een model gemaakt. Het grafisch model zie je in figuur 3.97.



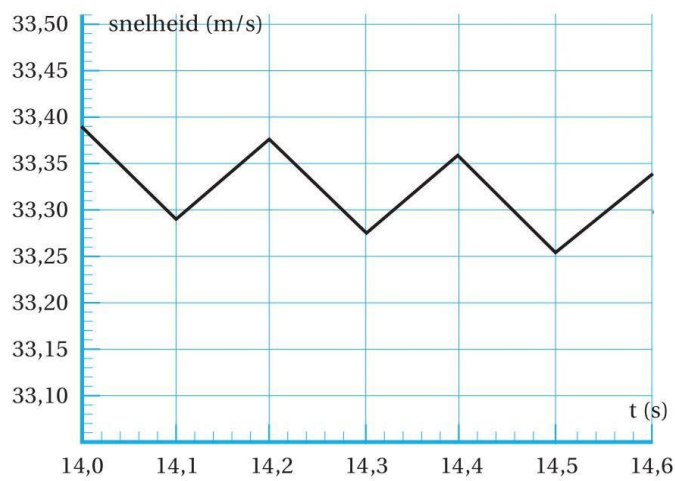
Figuur 3.97

In het grafisch model staan vijf vraagtekens.

- Maak in Coach het model af. Volgens dit model krijgt de auto een snelheid van 170 km h^{-1} . Dat is te hoog. Als de snelheid groter is dan 120 km h^{-1} , geef je geen gas meer en is de motorkracht 0 N .
- Pas in Coach het model hierop aan.

Figuur 3.98 is je een deel van een (v,t) -diagram van het aangepaste model. Als je in het model de tijdstap twee keer zo klein maakt, verandert het (v,t) -diagram. Dit onderzoek je in Coach.

- Schets in figuur 3.98 het (v,t) -diagram bij een twee keer zo kleine tijdstap.



Figuur 3.98

- De luchtdichtheid is op grote hoogte kleiner dan aan het aardoppervlak. Hiermee wordt geen rekening gehouden in het model voor de skydive in figuur 3.94.

- Hoe zie je in figuur 3.94 dat de luchtdichtheid niet verandert in het model?

In tabel 3.5 staan de startwaarden van het tekstmodel van de skydiver. Sommige skydivers vallen met hun lichaam verticaal, andere horizontaal.

- Bepaal of de skydiver verticaal of horizontaal valt. Dit model houdt geen rekening met de parachute.
- Noem de twee startwaarden die veranderen tijdens het openen van de parachute.

Startwaarden (SI)

$m = 90$
$g = 9,81$
$\rho = 1,293$
$c_w = 0,8$
$A = 0,7$
$v = 0$
$h = 4500$
$t = 0$
$dt = 0,01$
Als...dan...stop eindals

Tabel 3.5

- 53 Gebruik in Coach het model *birdman* bij het beantwoorden van deze opgave.

Skydivers met een birdmanpak proberen zo lang mogelijk in de lucht te blijven. In figuur 3.99 zie je een skydiver in een birdmanpak.

De frontale oppervlakte van de skydiver is $1,3 \text{ m}^2$.

De laagst gemeten eindsnelheid bij het springen met een birdmanpak is $64,8 \text{ km h}^{-1}$. De luchtweerstandscoefficiënt C_w van een birdmanpak is hoger dan die in het model.

Je kunt de grootte van de C_w bepalen door in het model telkens een andere waarde in te vullen. De waarde waarbij de snelheid het dichtst bij de eindsnelheid komt, is de correcte. De massa van de skydiver is gelijk aan 72 kg .

- a Bepaal met behulp van het model in Coach C_w van het birdmanpak in twee significante cijfers.

Je kunt de C_w ook berekenen met de gegevens in de opgave. Als de snelheid van de skydiver constant is, geldt $m \cdot g = \frac{1}{2} \rho \cdot C_w \cdot A \cdot v^2$.

- b Leg uit waarom je dan deze formule mag gebruiken.



Figuur 3.99

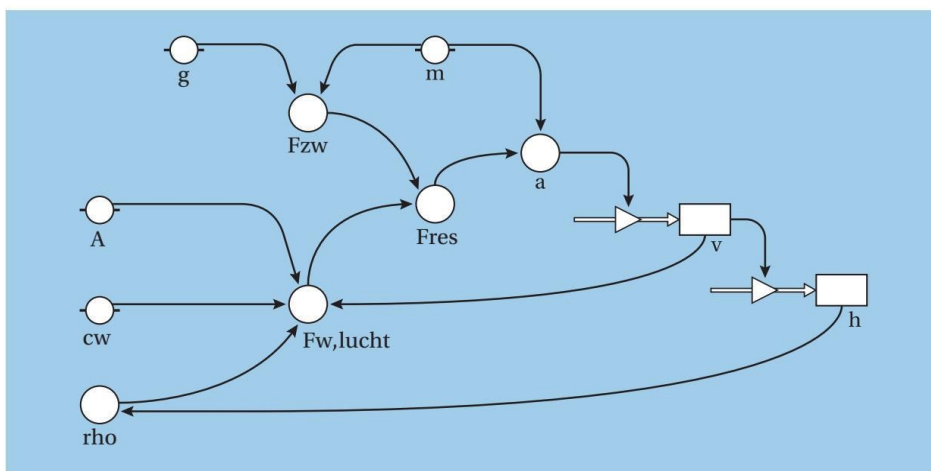
- 54 Gebruik in Coach het model *baumgartner* bij het beantwoorden van deze opgave.

Door vanaf een hoogte van 39 km te springen, lukte het Felix Baumgartner om sneller te vallen dan de geluidssnelheid. De dichtheid van de lucht is op grotere hoogte lager dan die op zeeniveau. Het huidige model houdt hier nog geen rekening mee. Het verband tussen de dichtheid van de lucht en de hoogte is:

$$\rho_{\text{lucht}} = 1,293 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{h}{5500}}$$

- ρ_{lucht} is de dichtheid van de lucht in kg m^{-3} .
- h is de hoogte in m .

In het model moet je drie dingen aanpassen: de constante luchtdichtheid veranderen in een hulpvariabele, de hoogte met een pijl verbinden met de luchtdichtheid en de formule invoeren in de hulpvariabele. Zie figuur 3.100.



Figuur 3.100

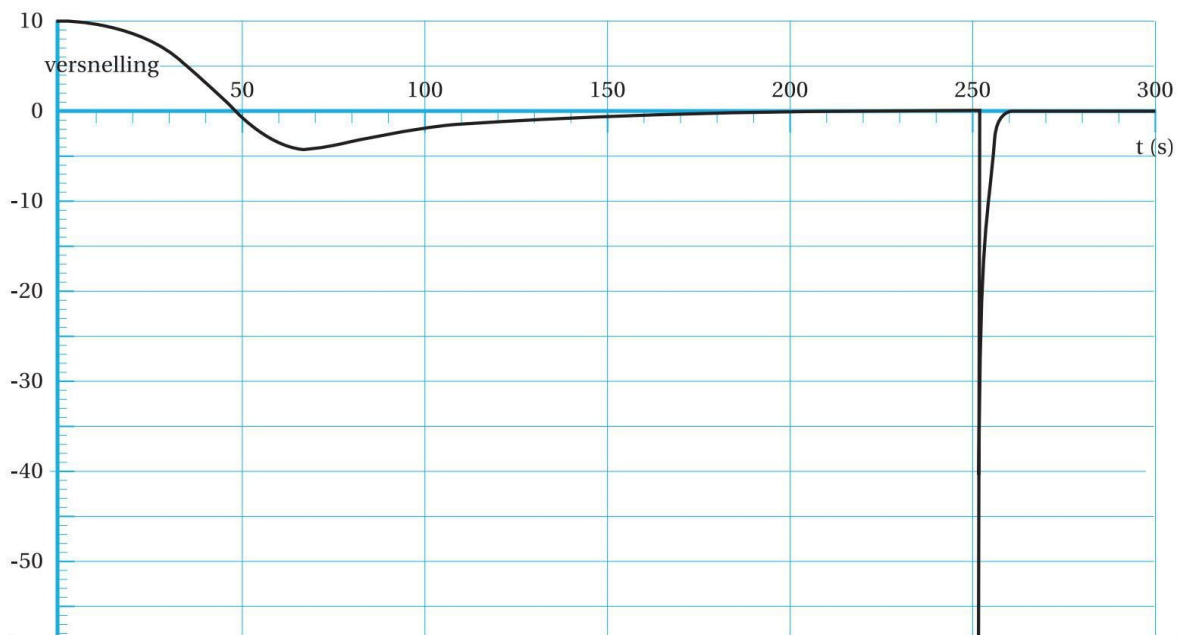
a Maak in Coach in het model de luchtdichtheid afhankelijk van de hoogte. Met het model kun je de maximale snelheid van Baumgartner bepalen. Je moet dan de volgende gegevens in het model verwerken:

- De sprong begint op 39 km hoogte.
- De massa van Baumgartner met zijn bepakking is 120 kg.
- De luchtweerstandscoefficiënt is 0,80.
- De frontale oppervlakte is $0,75 \text{ m}^2$.

b Wat is volgens het model de maximale snelheid die Baumgartner zal bereiken? Om veilig te landen, opent Baumgartner zijn parachute op een hoogte van 1,5 km. De luchtweerstandscoefficiënt is dan 0,90 en zijn frontale oppervlakte is $4,8 \text{ m}^2$. Deze condities zijn nog niet aan het model toegevoegd.

c Pas in Coach het model hierop aan.

Met dit model laat je Coach het (a, t) -diagram van figuur 3.101 tekenen.



Figuur 3.101

d Geef in figuur 3.101 de volgende tijdstippen aan en licht je antwoorden toe:

- tijdstip waarop de maximale snelheid wordt bereikt;
- tijdstip waarop de luchtweerstandskracht het grootst is;
- tijdstip waarop de parachute wordt geopend;
- tijdstip waarop de daalsnelheid een constante waarde heeft bereikt.

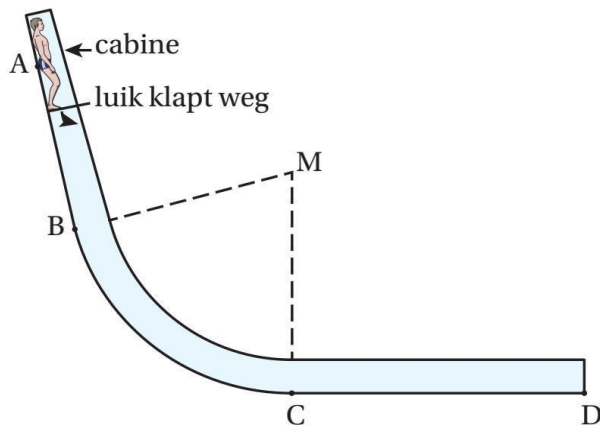
De maximale kracht die Baumgartner ondervindt tijdens het openen van de parachute, is volgens het model zeer groot.

e Beschrijf hoe je met het model de maximale kracht kunt bepalen.

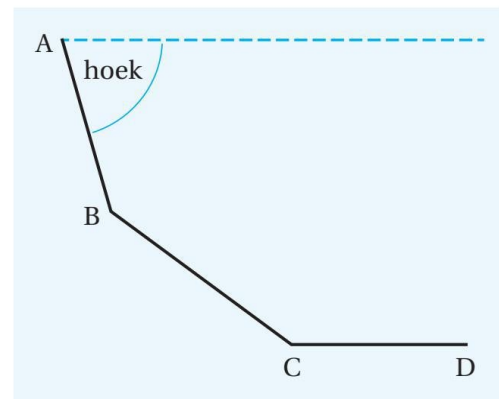
De maximale kracht die uit het model volgt, is veel groter dan in werkelijkheid.

f Leg uit waardoor de maximale kracht volgens het model veel groter is dan in werkelijkheid.

55 In het Tikibad in Wassenaar staat de attractie X-stream. In figuur 3.102 zijn de voornaamste onderdelen van de X-stream in een schematische tekening aangegeven.



Figuur 3.102

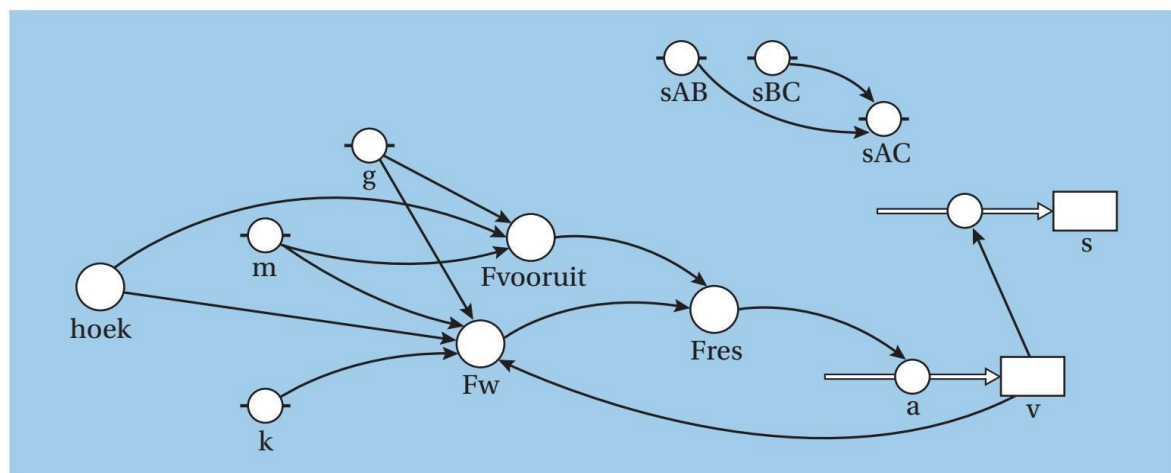


Figuur 3.103

De X-stream werkt als volgt.

Een persoon staat in een cabine op een luik. Het luik klapt weg en de persoon valt naar beneden door een buis die via een bocht in een horizontaal stuk eindigt. De positie van de persoon in de cabine is aangegeven met de letter A. Het begin van het gebogen stuk is aangegeven met de letter B. Bij punt C begint het horizontale stuk. In de opgave wordt de luchtweerstandskracht verwaarloosd. Tijdens de beweging in de buis komt de persoon niet los van de buis. Dus ondervindt hij een schuifwrijvingskracht. Deze kan verminderd worden door meer water van bovenaf in de buis te laten stromen.

De snelheid waarmee de persoon in punt C aankomt, hangt onder andere af van de schuifwrijvingskracht en de steilheid van de stukken AB en BC. Om de invloed hiervan te onderzoeken wordt een sterk vereenvoudigd model gemaakt, waarbij de baan wordt verdeeld in drie rechte gedeelten. De steilheid hangt af van de hoek met de horizontaal. Zie figuur 3.103. In figuur 3.104 en tabel 3.6 staat het model.



Figuur 3.104

Modelregels	Startwaarden (SI)
$s_{AC} = s_{AB} + s_{BC}$	hoek = 1,3
als $s_{AC} > s > s_{AB}$ dan hoek = 1,3/2 eindals	$s_{AB} = 2,00$
als $s > s_{AC}$ dan hoek = 0 eindals	$s_{BC} = 7,00$
$F_{vooruit} = \dots\dots\dots$	$s = 0$
$F_w = k \cdot m \cdot g \cdot \cos(\text{hoek})$	$v = 0$
$F_{res} = F_{vooruit} - F_w$	$t = 0$
$a = F_{res}/m$	$dt = 0,001$
$v = v + a \cdot dt$	$m = 70$
$s = s + v \cdot dt$	$g = 9,81$
$t = t + dt$	$k = 0,21$
als $t > 2,5$ dan stop eindals	

Tabel 3.6

In het model geldt:

- s is de afgelegde weg langs een deel van de buis,
- de startwaarde van de hoek van buisdeel s_{AB} is 1,3 rad. Dit is gelijk aan 75° .

In het model ontbreekt de formule voor $F_{vooruit}$.

a Leid met behulp van de figuren 3.102 en 3.103 de formule voor $F_{vooruit}$ af. Wijzig je de waarde voor k dan betekent dat er meer of minder water door de buis stroomt.

b Leg uit of een grotere waarde van k betekent dat 'er meer water door de buis stroomt' of dat 'er minder water door de buis stroomt'.

Een belangrijke eis voor de X-stream is dat de persoon op het horizontale stuk (van buisdeel CD) op tijd tot stilstand komt. Dit kan door er voor te zorgen dat in buisdeel CD een diepe laag water staat. De persoon remt dan door dit water. De remkracht kan vergroot worden door het water dieper te maken.

Neem aan dat de extra remkracht evenredig is met het kwadraat van de snelheid.

Neem voor de evenredigheidsconstante voor de extra remkracht de waarde 17.

Houd je rekening met de extra remkracht dan moet je het model uitbreiden.

c Breid het tekstmodel uit door de volgende opdrachten uit te voeren:

- Voeg een modelregel toe.
- Pas een modelregel aan.
- Voeg een startwaarde toe.
- Voeg twee condities toe.

3.9 Afsluiting

Samenvatting

In dit hoofdstuk heb je kennisgemaakt met een aantal krachten. Iedere kracht heeft een grootte, een richting, een aangrijpingspunt en een werklijn. Je mag een kracht langs zijn werklijn verschuiven. Het gevolg van de kracht blijft dan hetzelfde. Een voorwerp waarop een of meerdere krachten werken kan vervormen, op zijn plaats blijven, van snelheid veranderen en/of van richting veranderen.

Als er twee of meer krachten werken op hetzelfde voorwerp, kun je alle krachten samenstellen tot één resulterende kracht. De resulterende kracht heeft hetzelfde gevolg als de afzonderlijke krachten samen. Maken de werklijnen van twee krachten een hoek met elkaar, dan gebruik je de parallellogrammethode om de resulterende kracht te construeren.

In een tekening op schaal bepaal je de grootte van een kracht met behulp van metingen en de krachtschaal.

Is in de tekening een hoek van 90° te zien, dan kun je de grootte van een kracht ook berekenen. Je maakt dan gebruik van de stelling van Pythagoras, de sinus, de cosinus of de tangens. Om overzicht van de situatie te krijgen is een schets voldoende.

Een kracht ontbind je in twee krachten met de omgekeerde parallellogrammethode. Je moet dan de werklijnen van die twee krachten weten. Als een voorwerp op het punt staat te gaan bewegen of als het beweegt staan die werklijnen loodrecht op elkaar: één in de mogelijke bewegingsrichting en de andere loodrecht erop. Bij ontbinden van de zwaartekracht op een helling is een van de werklijnen evenwijdig aan de helling en de andere staat loodrecht op de helling.

Krachten zijn in evenwicht als de resulterende kracht gelijk is aan 0 N. Bij twee krachten betekent dit dat de krachten even groot zijn en in tegengestelde richting werken. Zijn drie krachten in evenwicht, dan is de resulterende kracht van twee krachten even groot als en tegengesteld gericht aan de derde kracht.

Zijn bij een drie-krachtenevenwicht twee krachten bekend, dan construeer je eerst de resulterende kracht en vervolgens de tegengestelde kracht. Je kunt ook eerst de twee tegengestelde krachten construeren en daarna die twee krachten samenstellen. Is bij een drie-krachtenevenwicht maar één kracht bekend, dan moeten de werklijnen van de andere krachten ook bekend zijn. Je ontbindt dan eerst de bekende kracht in de richting van de werklijnen en vervolgens construeer je de tegengestelde krachten van de componenten. Je kunt ook eerst de tegengestelde kracht construeren en vervolgens die kracht ontbinden in de richting van de werklijnen.

Volgens de eerste wet van Newton werkt er geen resulterende kracht op een voorwerp als dat voorwerp in rust is of met constante snelheid beweegt.

De tweede wet van Newton geeft het verband tussen de resulterende kracht op een voorwerp, de massa van het voorwerp en de versnelling van dat voorwerp.

De derde wet van Newton geeft aan dat elke kracht behoort tot een krachtenpaar. Beide krachten werken op verschillende voorwerpen en zijn even groot, maar de richting is tegengesteld.

Het gewicht van een voorwerp is de kracht van dat voorwerp op een ondersteunend vlak of de kracht van dat voorwerp op een touw of veer. Werkt op een voorwerp alleen de zwaartekracht, dan is het voorwerp gewichtloos.

Een modellerprogramma kan de invloed van krachten op een beweging doorrekenen. Het programma berekent eerst de resulterende kracht op een voorwerp. Vervolgens berekent het met de tweede wet van Newton de versnelling.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk besproken zijn, staan hieronder bij elkaar.

zwaartekracht	$F_{zw} = m \cdot g$
veerkracht	$F_{veer} = C \cdot u$
maximale schuifwrijvingskracht	$F_{w,schuif,max} = f \cdot F_n$
luchtweerstandskracht	$F_{w,lucht} = \frac{1}{2} \rho \cdot C_w \cdot A \cdot v^2$
eerste wet van Newton	$\vec{F}_{res} = 0$
tweede wet van Newton	$\vec{F}_{res} = \sum_i \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}$
derde wet van Newton	$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

De formules kun je terugvinden in BINAS in tabel 35A3.

In BINAS tabellen 7 en 30B vind je gegevens over de valversnelling op aarde.

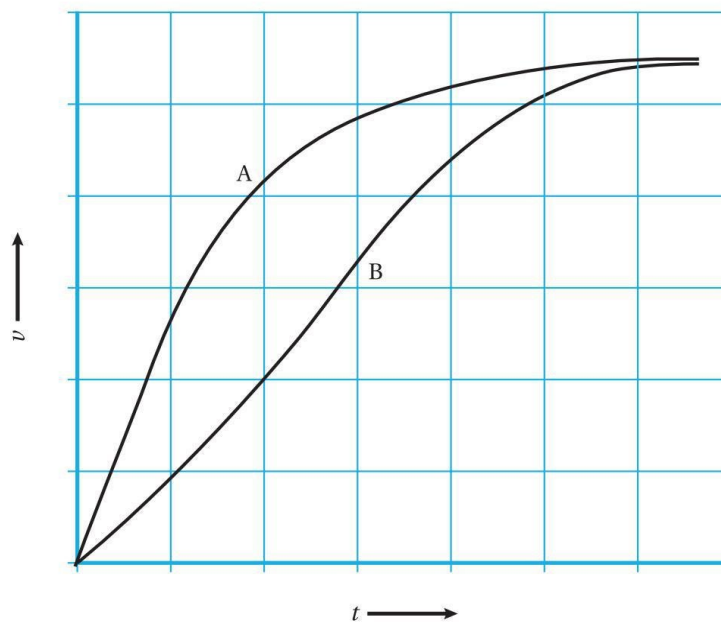
In BINAS tabel 31 staan gegevens over de gravitatieversnelling op andere planeten.

Opgaven

- **tekenblad** 56 Een hijskraan tilt een ijzeren balk op. Zie figuur 3.105. De balk hangt aan een kabel die door een elektromotor omhoog wordt getrokken. Als de spankracht in de kabel te groot is, kan de kabel breken. In de eerste fase van het hijsen verandert de snelheid. In figuur 3.106 staan de (v, t) -grafieken van twee manieren van hijsen.
- a Leg uit welke manier je moet toepassen om te voorkomen dat de kabel breekt.



Figuur 3.105



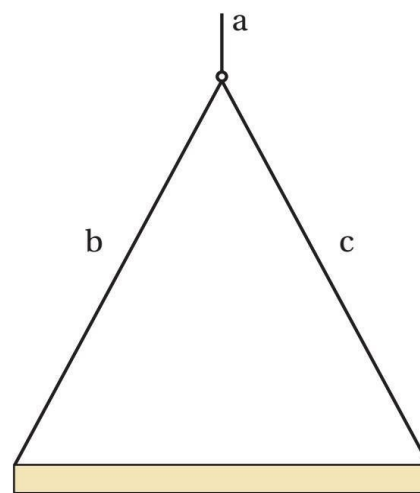
Figuur 3.106

Op een gegeven moment is de versnelling van de balk gelijk aan $1,8 \text{ m s}^{-2}$. De massa van de balk bedraagt 420 kg .

- b Bereken de grootte van de spankracht in de hijskabel op dat moment.

Later hangt de balk stil aan twee kabels. Zie figuur 3.107.

- c Bepaal door middel van een constructie de spankracht in kabel c.

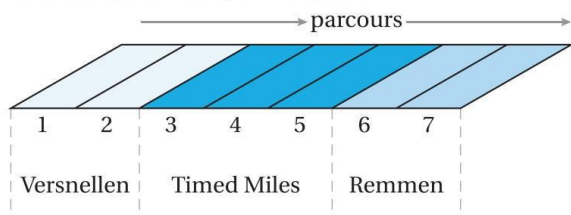


Figuur 3.107

► **tekenblad** 57 Lees het volgende artikel.

► **hulpblad**

De 'Buckeye Bullet' is met bijna 500 km h^{-1} houder van het snelheidsrecord voor elektrische auto's. De wagen is gebouwd door studenten van de universiteit van Ohio (VS) en heeft een massa van 1740 kg . De recordrace werd gereden op een zoutvlakte in de staat Utah. Daar is een speciaal parcours uitgezet om snelheidsrecords te vestigen. Dit parcours is 7 mijl lang. Het eerste stuk (Versnellen) is om op te trekken. Op het tweede stuk (Timed Miles) wordt gemeten en het laatste stuk (Remmen) is om af te remmen. 1 mijl komt overeen met $1609,344 \text{ meter}$.



Figuur 3.108

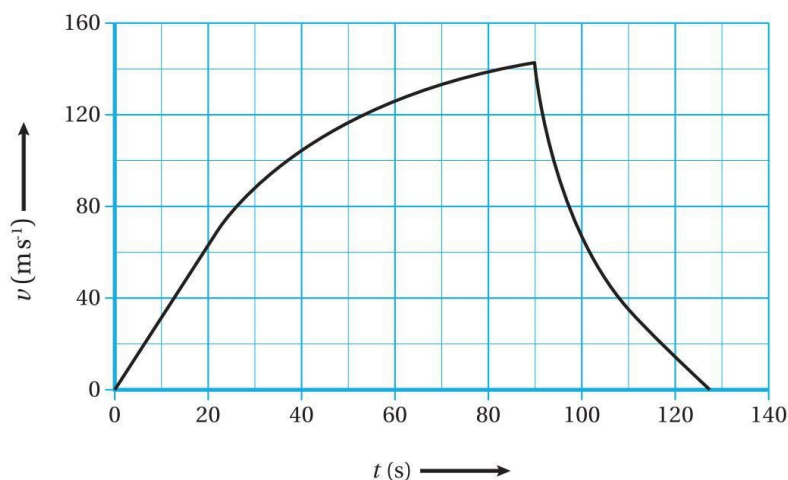


Figuur 3.109

Op de zoutvlakte hebben de banden minder grip dan op een gewone weg. Bij te fel optrekken kunnen de wielen daardoor slippen en mislukt de recordpoging. Voor auto's als de Buckeye Bullet geldt op de zoutvlakte de vuistregel: 'de voortstuwende kracht die de motoren via de wielen op de zoutvlakte kunnen uitoefenen, is maximaal $\frac{1}{3}$ van het gewicht van de auto'.

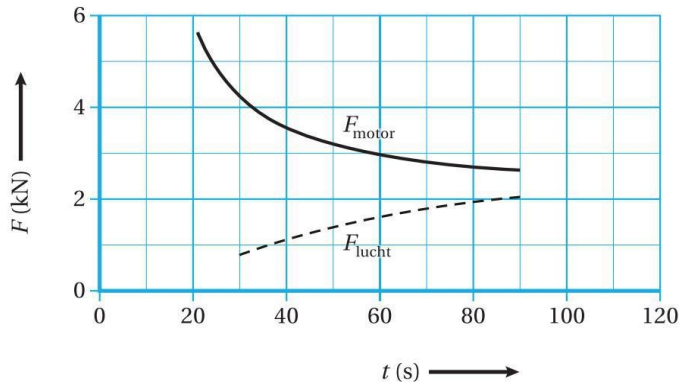
Het verloop van de recordrace is vastgelegd met behulp van sensoren en een computer in de auto. Figuur 3.110 toont het (v, t) -diagram.

a Ga na of de vuistregel bij deze recordpoging geldt.



Figuur 3.110

In figuur 3.111 staat het verloop van de motorkracht tegen de tijd weergegeven. Ook zie je het verloop van de luchtweerstandskracht F_{lucht} . De rolweerstand van de auto mag worden verwaarloosd. Het parcours op de zoutvlakte is voor de Buckeye Bullet te kort om zijn (theoretische) maximumsnelheid te bereiken. Op het tijdstip $t = 90$ s is de Buckeye Bullet immers nog steeds aan het versnellen. De formule voor luchtweerstandskracht kun je vereenvoudigen tot $F_{\text{lucht}} = k \cdot v^2$. Hierin is k een constante.



Figuur 3.111

- b Toon aan met behulp van de figuren 3.110 en 3.111 dat k gelijk is aan 0,10.
- c Bepaal de (theoretische) maximale snelheid van de Buckeye Bullet. Tijdens het remmen wordt de bestuurder door zijn gordels tegengehouden. De bestuurder heeft een massa van 65 kg.
- d Bepaal de maximale kracht waarmee de gordels de bestuurder tegengehouden.
- e Bepaal de remafstand van de Buckeye Bullet.



Maak de zelftoetsen

Checklist voor begrippen en leerdoelen

Hierna vind je een overzicht van de begrippen en leerdoelen per paragraaf. Kruis de leerdoelen aan waarvan jij vindt dat je ze nu beheerst. Bij de leerdoelen die je nog niet helemaal beheerst noteer je de acties die je gaat ondernemen om het leerdoel alsnog te kunnen behalen.

Paragraaf 1 Krachten en hun eigenschappen

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: kracht, veerunster, krachtschaal, vector, aangrijpingspunt, werklijn, zwaartekracht, valversnelling (of gravitatieversnelling), zwaartepunt, normaalkracht, spankracht, veerkracht, uitrekking, veerconstante, schuifwrijvingskracht, wrijvingscoëfficiënt, rolweerstandskracht, luchtweerstandskracht, stroomlijn, frontaal oppervlak, luchtweerstandscoefficiënt	○	
de vier algemene eigenschappen van een kracht benoemen	○	
met de krachtschaal bepalen hoe groot een in een tekening of foto weergegeven kracht is	○	
de krachten op een voorwerp in een tekening of foto weergeven, rekening houdend met de krachtschaal	○	
uitleggen wanneer het gevolg van een kracht wel en niet verandert bij de verschuiving van de kracht	○	
beschrijven van welke factoren de rolweerstandskracht afhangt	○	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de zwaartekracht, veerkracht, maximale schuifwrijvingskracht en luchtweerstandskracht: $F_{zw} = m \cdot g$ $F_{veer} = C \cdot u$ $F_{w,schuif,max} = f \cdot F_n$ $F_{w,lucht} = \frac{1}{2} \rho \cdot C_w \cdot A \cdot v^2$	○	

Paragraaf 2 Krachten samenstellen

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: resulterende kracht, samenstellen van krachten, parallellogrammethode	☐	
de resulterende kracht bepalen bij twee (of meer) krachten met dezelfde werklijn, rekening houdend met de richtingen van deze krachten	☐	
de resulterende kracht construeren met de parallellogrammethode bij twee (of meer) krachten met verschillende werklijnen	☐	
bij twee onderling loodrechte krachten de grootte en richting van de resulterende kracht berekenen met de stelling van Pythagoras en/of goniometrische formules	☐	

Paragraaf 3 Krachten ontbinden

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: ontbinden van een kracht, componenten, omgekeerde parallellogrammethode	☐	
de componenten van een kracht in twee verschillende richtingen construeren met de omgekeerde parallellogrammethode	☐	
de grootte van de krachtcomponenten in twee onderling loodrechte richtingen berekenen met de stelling van Pythagoras en/of goniometrische formules	☐	

Paragraaf 4 Krachten in evenwicht

Ik kan		Acties
het volgende begrip beschrijven en toepassen: evenwicht van krachten	☐	
in situaties met evenwicht van drie krachten bij twee gegeven krachten de derde kracht construeren	☐	
in situaties met evenwicht van drie krachten bij één gegeven kracht de andere twee krachten construeren als de werklijnen van deze twee krachten bekend zijn	☐	

Paragraaf 5 De eerste wet van Newton

Ik kan		Acties
het volgende begrip beschrijven en toepassen: eerste wet van Newton	☐	
de mogelijke effecten van een (resulterende) kracht op een voorwerp benoemen	☐	
uit de verandering van de snelheid afleiden welke richting de (resulterende) kracht op een voorwerp heeft	☐	
berekeningen maken en redeneren met krachten in situaties waarin de resulterende kracht nul is (dus: $\vec{F}_{\text{res}} = 0$) als een voorwerp - in rust is - met een constante snelheid beweegt op een horizontale weg of een helling	☐	

Paragraaf 6 De tweede wet van Newton

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: tweede wet van Newton, traagheid	☐	
berekeningen maken en redeneren met krachten in situaties waarin de resulterende kracht niet nul is (dus: $\vec{F}_{\text{res}} \neq 0$) als een voorwerp - versneld beweegt op een horizontale weg of een helling - vertraagd beweegt op een horizontale weg of een helling	☐	
berekeningen maken en redeneren met de tweede wet van Newton: $\vec{F}_{\text{res}} = \sum_i \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}$	☐	

Paragraaf 7 De derde wet van Newton

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: wisselwerking, derde wet van Newton, gewicht, gewichtloos	☐	
de grootte en richting beschrijven van de krachten die twee voorwerpen bij een wisselwerking op elkaar uitoefenen	☐	

uitleggen wat het verschil is tussen gewicht, massa en zwaartekracht	☐	
uitleggen wanneer een voorwerp gewichtloos is	☐	
berekeningen maken en redeneren met de derde wet van Newton: $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$	☐	

Paragraaf 8 Een beweging modelleren met krachten

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: algemeen bewegingsmodel, conditie	☐	
een numeriek model in de vorm van een tekstmodel en een grafisch model maken van een beweging onder invloed van (constante en/of variabele) krachten, inclusief startwaarden en eventuele conditie die de voorwaarde van een verandering beschrijft	☐	

4

Eigenschappen van stoffen en materialen



Bij het ontwerpen van een auto zorg je er niet alleen voor dat het model er goed uitziet, maar ook dat de auto veilig is. Daarvoor kiest een ontwerper materialen met de juiste chemische en fysische eigenschappen. In dit hoofdstuk lees je over thermische en mechanische eigenschappen.

Je stopt één vinger in een glas met koud water en één vinger in een glas met warm water. Stop je daarna beide vingers in het glas met water van 20 °C, dan voel je met de ene vinger koud water en met de andere warm water. Wat is koud en warm en wat heeft dat te maken met temperatuur?



Figuur 4.1

4.1 Het molecuulmodel

Chemische en fysische eigenschappen



Start

Maak de startvragen

Een sportwagen is samengesteld uit materialen waarover goed is nagedacht. De leren bekleding is nauwelijks brandbaar. De basis van een auto bestaat uit een stalen constructie. Deze voorkomt dat de auto in elkaar schrompelt bij een botsing. De lak beschermt tegen roesten. Bij de keuze van al deze materialen kijkt de ontwerper naar de eigenschappen van een materiaal. Bij een auto zijn dat chemische en fysische eigenschappen.

Chemische eigenschappen hangen samen met processen waarbij nieuwe stoffen ontstaan. Denk hierbij aan verbranden, roesten, reacties met zuren en basen. Ook de giftigheid van een stof is een chemische eigenschap.

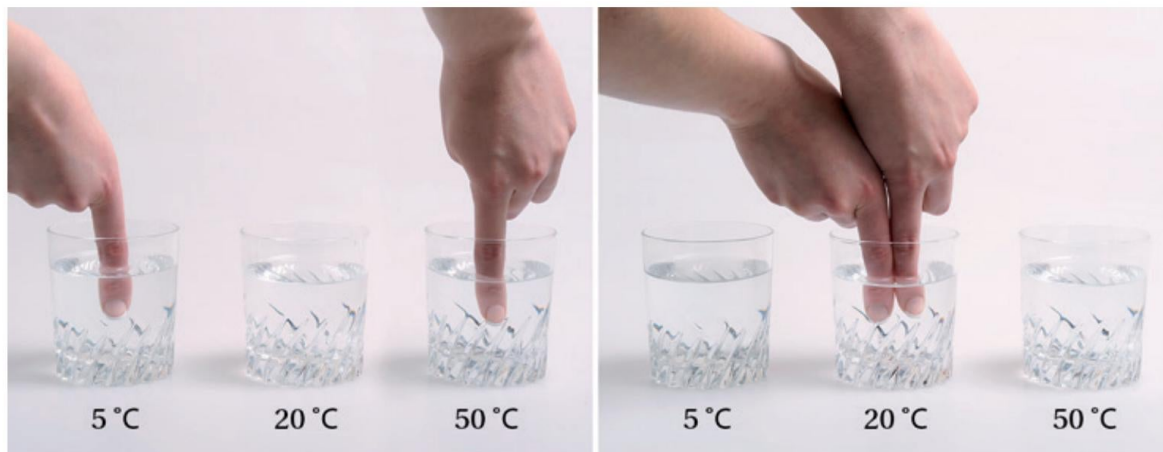
Fysische eigenschappen gaan over processen waarbij materialen wel veranderen, maar geen nieuwe stoffen ontstaan. Denk aan smelten van ijs. Ijs en water bestaan namelijk uit dezelfde moleculen. De **thermische en mechanische eigenschappen** die in dit hoofdstuk aan bod komen, zijn fysische eigenschappen.

Temperatuur en warmte

Op een warme dag vul je een glas met water uit de kraan. Het water is lauw, rond de 20 °C. Uit het vriesvak van de koelkast haal je ijsblokjes van –18 °C, die je in het glas met water doet. Het water koelt hierdoor af tot 0 °C, terwijl de ijsblokjes tot dezelfde temperatuur opwarmen.

Het water en de ijsblokjes wisselen energie uit. Die uitgewisselde energie noem je **warmte**. Het symbool van warmte is Q met als eenheid J (joule).

Je kunt voorspellen hoe warmte zich verplaatst door de **temperatuur** van het water en het ijs met elkaar te vergelijken. Het water verliest warmte, terwijl het ijs warmte opneemt. Warmte verplaatst zich spontaan van plaatsen met een hoge temperatuur naar plaatsen met een lage temperatuur. Het is wel mogelijk om warmte van lage temperatuur naar hoge temperatuur te verplaatsen, maar daarvoor is een apparaat nodig, zoals een koelkast.



Figuur 4.2

Als je zegt: 'Het is warm', bedoel je dat de temperatuur hoog is. Maar je zintuigen kunnen de temperatuur niet nauwkeurig waarnemen. In figuur 4.2 verschilt de temperatuur voor de vingers. Stop je de koude vinger in het glas met lauwwarm water, dan stroomt energie van het water naar de vinger. Hierdoor voelt het lauwwarme water warm aan. Maar doe je hetzelfde met de warme vinger, dan voelt het lauwwarme water koud.

Molecuulmodel

Ijs en water zijn verschillende verschijningsvormen van dezelfde stof.

Natuurkundigen verklaren de eigenschappen van stoffen met het **molecuulmodel**.

Het molecuulmodel bestaat uit een aantal ideeën:

- Stoffen bestaan uit kleine deeltjes, de **moleculen**.
- Tussen de moleculen zit ruimte.
- In een stof bewegen de moleculen voortdurend.
- Moleculen trekken elkaar aan.

Om stoffen te verwarmen moet je energie toevoeren. Daardoor neemt de energie in de stof toe. Je kunt deze energie verdelen in twee soorten.

- De bewegende moleculen hebben **bewegingsenergie** of **kinetische energie**.
Hoe groter de snelheid van een molecuul, des te groter is de kinetische energie van het molecuul. De gemiddelde kinetische energie van de moleculen van een stof is een maat voor de **temperatuur** van de stof.
- De meeste stoffen zetten uit als je ze verwarmt. Het kost dus energie om de afstand tussen de moleculen te vergroten. Deze energie heet **potentiële energie**.

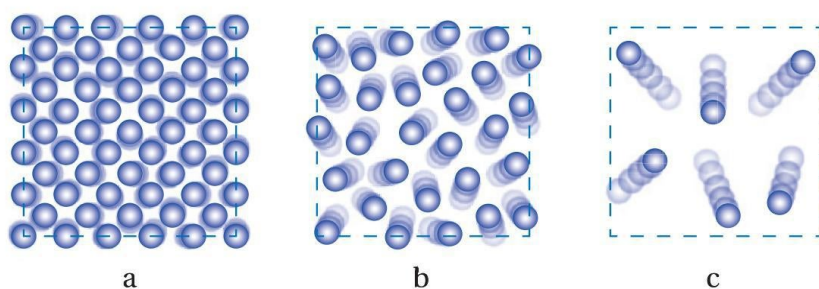
De som van de kinetische energie en de potentiële energie noem je de **inwendige energie** van een stof. Als je een stof verwarmt gaat een deel van de toegevoerde energie naar verhoging van de gemiddelde kinetische energie. De temperatuur van de stof neemt daardoor toe. Het andere deel gaat naar de potentiële energie. Het volume van de stof neemt daardoor toe.

Fasen van een stof

Een stof kan voorkomen in drie fasen: de vaste fase, de vloeibare fase en de gasvormige fase. Bij water is ijs de vaste fase, water de vloeibare fase en waterdamp de gasvormige fase.

In de **vaste fase** van een stof zitten de moleculen dicht op elkaar. De ruimte om te bewegen is klein, waardoor de moleculen min of meer op hun plaats blijven. Omdat de moleculen dicht bij elkaar zitten zijn de aantrekkende krachten erg groot. Door deze grote krachten behoudt de stof een eigen vorm.

In figuur 4.3a zie je hoe je de verdeling en de beweging van de moleculen in een vaste stof kunt voorstellen.



Figuur 4.3

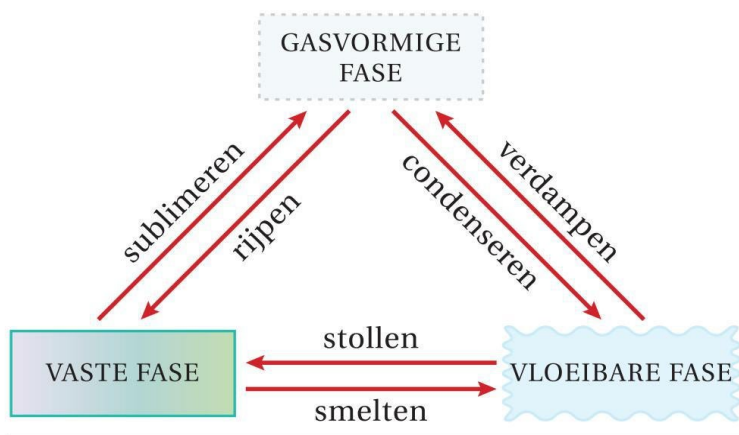
Als je de stof verwarmt, neemt de beweging van de moleculen toe. Daarbij duwen ze elkaar weg, zodat er meer ruimte ontstaat. De stof zet uit. Als er zoveel ruimte ontstaat dat de moleculen elkaar kunnen passeren, zijn de moleculen niet meer aan een vaste plaats gebonden. De stof is nu in de **vloeibare fase**. Een vloeistof heeft geen eigen vorm. Door de grotere afstand tussen de moleculen oefenen ze kleinere krachten op elkaar uit dan in de vaste fase. Toch blijft een vloeistof nog wel bij elkaar. Een druppel water blijft bijvoorbeeld als één geheel op een tafelblad liggen. In figuur 4.3b zie je hoe je de beweging van moleculen in de vloeibare fase kunt voorstellen.

Als de moleculen nog sneller gaan bewegen, wordt de gemiddelde afstand tussen de moleculen nog groter. De aantrekkende krachten worden dan te klein om de stof bij elkaar te houden. De stof is dan in de **gasvormige fase**. De moleculen hebben een grote bewegingsvrijheid. Het gas zal zich daardoor over de beschikbare ruimte verdelen. Als je bijvoorbeeld in de keuken een appeltaart aan het bakken bent, ruik je de geur van appeltaart even later in de hele keuken. In figuur 4.3c zie je hoe je de verdeling en beweging van moleculen in de gasvormige fase voor kunt stellen.

Faseovergangen

Of een stof vast, vloeibaar of gasvormig is, hangt onder andere af van de temperatuur en de druk. Een gas wordt vloeibaar als je het afkoelt, maar ook als je het gas sterk samenperst.

Een stof kan van de ene fase naar de andere overgaan. Dit heet een faseovergang. Iedere **faseovergang** heeft een eigen naam. Die namen moet je kennen. In figuur 4.4 zijn de fasen en faseovergangen schematisch weergegeven. Bij water mag je **bevriezen** en **ontdooien** gebruiken in plaats van stollen en smelten.



Figuur 4.4

Je ziet in figuur 4.4 dat bij **sublimeren** stoffen direct van de vaste fase overgaan naar de gasvormige fase. Een voorbeeld daarvan is een stuk zeep dat lekker ruikt. Er staat geen laagje vloeistof op de zeep. Toch bewijst de geur in je neus dat er een gas is vrijgekomen.

De vaste stof is overgegaan in een gas zonder eerst vloeibaar te worden.

Tijdens een vorstperiode gaat waterdamp direct over in ijs. Zie figuur 4.5. Er ontstaan geen waterdruppels aan de bomen, maar ijskristallen. Die uit waterdamp gevormde ijskristallen noem je rijp. De directe overgang van de gasvormige fase naar de vaste fase noem je **rijpen**.



Figuur 4.5

Bij elke temperatuur vindt aan het oppervlak van een vloeistof verdamping plaats. Als een vloeistof kookt, gaat de vloeistof overal over in de gasfase. In de gehele vloeistof ontstaan dan bellen met gas.

Voorbeeld 1 Verdampen van een vloeistof

Bij verdamping aan het oppervlak overwint een molecuul de aantrekkende kracht van de andere moleculen in de vloeistof.

Noem twee manieren om een vloeistof sneller te laten verdampen. Licht je antwoord toe met het molecuulmodel.

Uitwerking

Een molecuul kan de aantrekkende kracht overwinnen als zijn snelheid groot genoeg is. Door de temperatuur te verhogen vergroot je de gemiddelde snelheid van de moleculen. Dan ontstaan er meer moleculen met voldoende snelheid om te kunnen ontsnappen.

Als je het oppervlak vergroot, zijn er bij het oppervlak meer moleculen met voldoende snelheid die daardoor kunnen ontsnappen. (Moleculen in diepere lagen botsen tegen andere moleculen waardoor ze het oppervlak niet kunnen bereiken.)

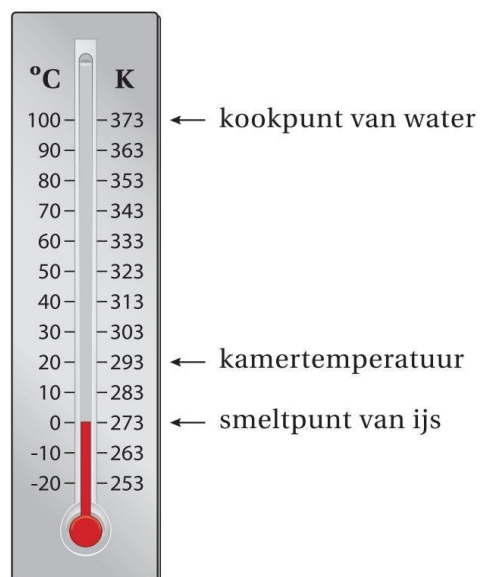
Temperatuurschaal

Als de kinetische energie van de moleculen van een stof afneemt, daalt de temperatuur van de stof. Is de kinetische energie nul, dan bewegen de moleculen niet meer. De temperatuur kan dan niet verder dalen. Alle moleculen staan stil bij een temperatuur van $-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$. Deze temperatuur heet het **absolute nulpunt**. Een lagere temperatuur dan het absolute nulpunt is niet mogelijk.

Temperatuur meet je met een thermometer. Als eenheid gebruik je meestal graden Celsius met symbool $^{\circ}\text{C}$. De schaalverdeling van een thermometer in graden Celsius is afgeleid van het smeltpunt ($0\text{ }^{\circ}\text{C}$) en het kookpunt ($100\text{ }^{\circ}\text{C}$) van water.

Een andere temperatuurschaal begint bij het absolute nulpunt en heet de **absolute temperatuurschaal**. De eenheid van deze schaal is kelvin met symbool K. Een temperatuurstijging van 1 K (één kelvin) komt overeen met een temperatuurstijging van $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ (één graad Celsius).

Zie figuur 4.6.



Figuur 4.6

Let op: Je spreekt van graden Celsius, maar bij kelvin ontbreekt het woord graden. Ook het gradensymbool ° gebruik je niet bij kelvin.

Voor het verband tussen de temperatuur in graden Celsius en de temperatuur in kelvin geldt:

$$T_{\text{Celsius}} = T_{\text{kelvin}} - 273,15 \text{ en } \Delta T_{\text{Celsius}} = \Delta T_{\text{kelvin}}$$

- T_{Celsius} is de temperatuur in graden Celsius.
- T_{kelvin} is de temperatuur in K.
- $\Delta T_{\text{Celsius}}$ is het temperatuurverschil in °C.
- ΔT_{kelvin} is het temperatuurverschil in K.

De waarden 0 °C en 273,15 K vind je in BINAS tabel 7 bij smeltpunt van ijs. De eigenschappen van een stof hangen af van de temperatuur en/of druk. Daarom staat in BINAS tabel 8 tot en met 12 de temperatuur vermeld bij eigenschappen als dichtheid, soortelijke warmte en warmtegeleidingscoëfficiënt. Bij smelt- en kookpunt zie je dat die zijn bepaald bij de standaarddruk p_0 . In BINAS tabel 7 vind je de waarde ervan.

Voorbeeld 2 Redeneren met dichtheid en temperatuur

In BINAS tabel 11 staat bij dichtheid $T = 293 \text{ K}$.

a Reken deze temperatuur om naar °C.

Je verwarmt een bekersglas met 1,0 L water. Neem aan dat er geen water verdampt.

Leg uit of de volgende grootheden toenemen, afnemen of gelijk blijven:

- b de massa van het water
- c het volume van het water
- d de dichtheid van het water

Uitwerking

a $T_{\text{Celsius}} = T_{\text{kelvin}} - 273,15$

$$T_{\text{Celsius}} = 293 - 273,15 = 19,85 \text{ °C}$$

b Als er geen water verdampt, blijft het aantal moleculen hetzelfde.

De massa blijft dus gelijk.

c Als de temperatuur stijgt, zet het water uit. Het volume neemt dus toe.

d Voor de dichtheid geldt $\rho = \frac{m}{V}$.

Als het volume toeneemt en de massa blijft gelijk, dan neemt de dichtheid af.

Opgaven

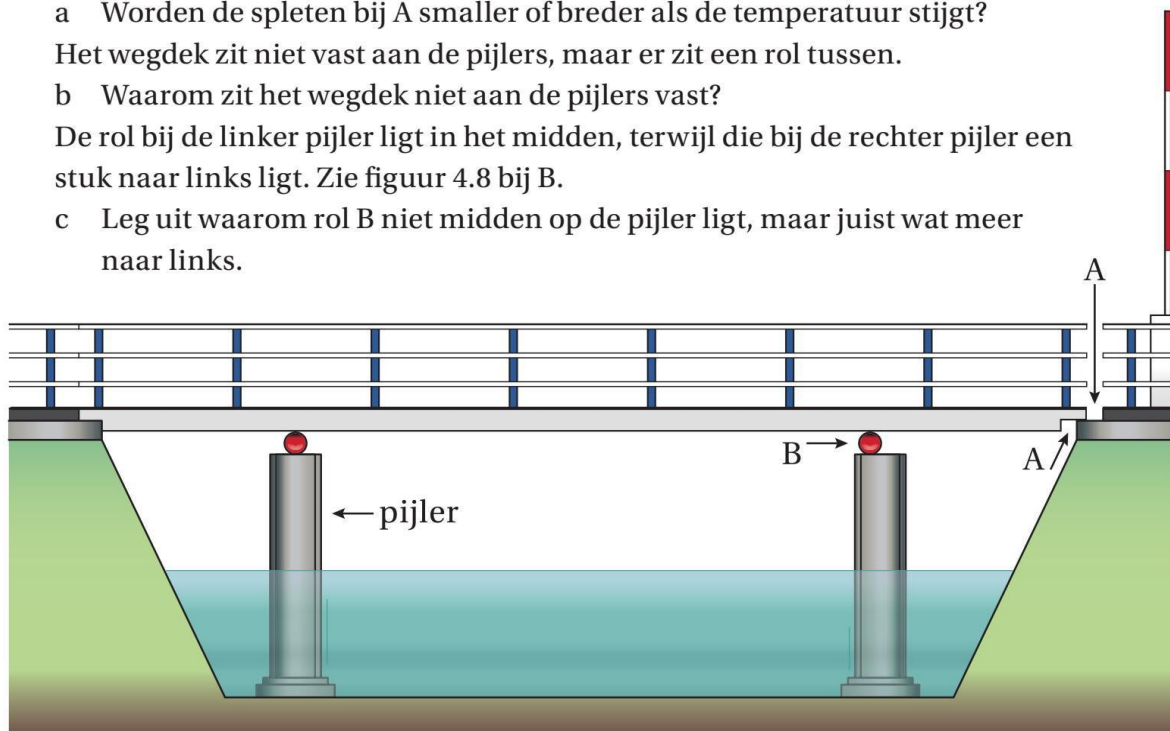
- 1 In een kamer hangt een alcoholthermometer die de temperatuur van de lucht in de kamer meet. Ramen en deuren zijn dicht. Overdag geeft de thermometer $21\text{ }^{\circ}\text{C}$ aan en in de nacht erna $10\text{ }^{\circ}\text{C}$.
Vergelijk beide situaties met elkaar en geef aan of de volgende uitspraken natuurkundig gezien goed of fout zijn. Verbeter de foute uitspraken zodat ze natuurkundig gezien wel kloppen.
 - a Er is kou de kamer binnengekomen.
 - b De moleculen in de lucht bewegen overdag langzamer dan 's nachts.
 - c De gemiddelde ruimte tussen de alcoholmoleculen is 's nachts kleiner dan overdag.
 - d De thermometer heeft warmte afgestaan.
 - e De gemiddelde afstand tussen de moleculen in de lucht is 's nachts kleiner dan overdag.
- 2 Reken de volgende temperaturen om.
 - a $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ = K
 - b $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$ = K
 - c 4 K = $^{\circ}\text{C}$
 - d 293 K = $^{\circ}\text{C}$
- 3 Leonie doet na de gymles wat deodorant op.
Leg met het molecuulmodel uit dat je na een tijdje de deodorant ook ruikt.
- 4 In een vriezer ontstaat na verloop van tijd een laag 'ijs'. Zie figuur 4.7.
 - a Geef een verklaring voor het ontstaan van 'ijs'.
 - b Noem twee manieren om de snelheid van ijsvorming te verlagen.



Figuur 4.7

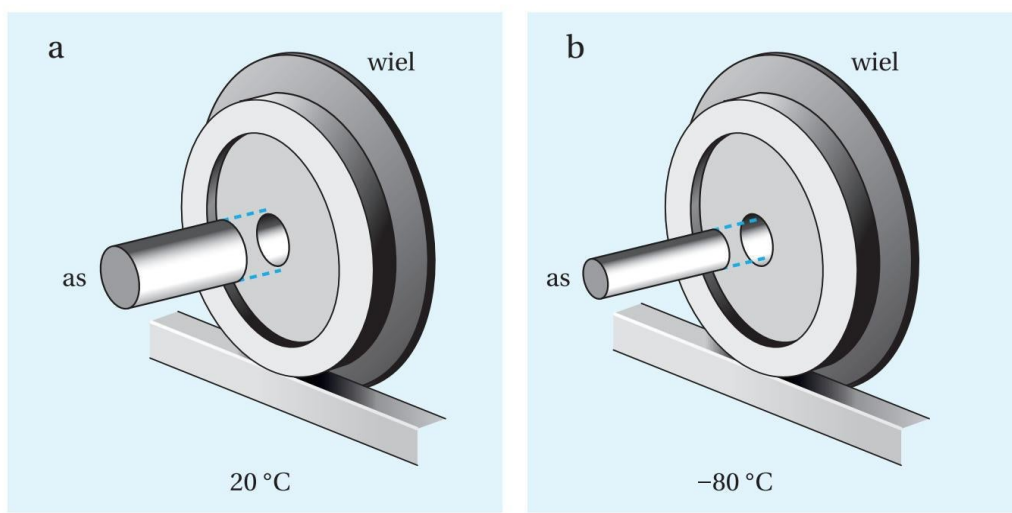
- 5 De temperatuur van een stof daalt van $63\text{ }^{\circ}\text{C}$ naar $-80\text{ }^{\circ}\text{C}$.
 - a Leg uit wat er gebeurt met de gemiddelde kinetische energie van de stof.
 - b Bereken het temperatuurverschil in graden Celsius.
 - c Laat met een berekening zien dat het temperatuurverschil in kelvin dezelfde waarde oplevert.Een temperatuur van -80 K is niet mogelijk.
 - d Leg dit uit met het molecuulmodel.

- 6 Bij bruggen en bij viaducten over autowegen zie je vaak spleten en rollen zoals in figuur 4.8 bij A en B.
- Worden de spleten bij A smaller of breder als de temperatuur stijgt?
Het wegdek zit niet vast aan de pijlers, maar er zit een rol tussen.
 - Waarom zit het wegdek niet aan de pijlers vast?
De rol bij de linker pijler ligt in het midden, terwijl die bij de rechter pijler een stuk naar links ligt. Zie figuur 4.8 bij B.
 - Leg uit waarom rol B niet midden op de pijler ligt, maar juist wat meer naar links.



Figuur 4.8

- 7 Met krimpverbindingen kun je een as en een wiel stevig met elkaar verbinden. Bij kamertemperatuur past de as niet in het gat van het wiel. Zie figuur 4.9a. Koel je de as af tot een temperatuur van $-80\text{ }^{\circ}\text{C}$, dan past de as wel in het gat. Zie figuur 4.9b. Is de as weer op kamertemperatuur, dan zit hij stevig vast in het wiel. In figuur 4.9b is de as smaller dan in figuur 4.9a. Voor de duidelijkheid is dit sterk overdreven weergegeven.
- Leg uit waarom de as bij een temperatuur van $-80\text{ }^{\circ}\text{C}$ dunner is dan bij kamertemperatuur.
 - Waarom kun je deze methode niet op elke plaats in de wereld toepassen?



Figuur 4.9

8 De vaste fase van water heet ijs, de gasvormige fase heet waterdamp.

a Bereken met behulp van de dichtheid het volume van:

- 1,000 kg ijs van 269 K;
- 1,000 kg vloeibaar water van 293 K;
- 1,000 kg waterdamp van 373 K.

Als je water verwarmt, stijgt de temperatuur van het water tot 100 °C.

Blijf je verwarmen, dan gaat vloeibaar water over in waterdamp van 100 °C.

De bewegingsenergie van de moleculen blijft dan hetzelfde.

b Waarvoor wordt de warmte dan gebruikt?

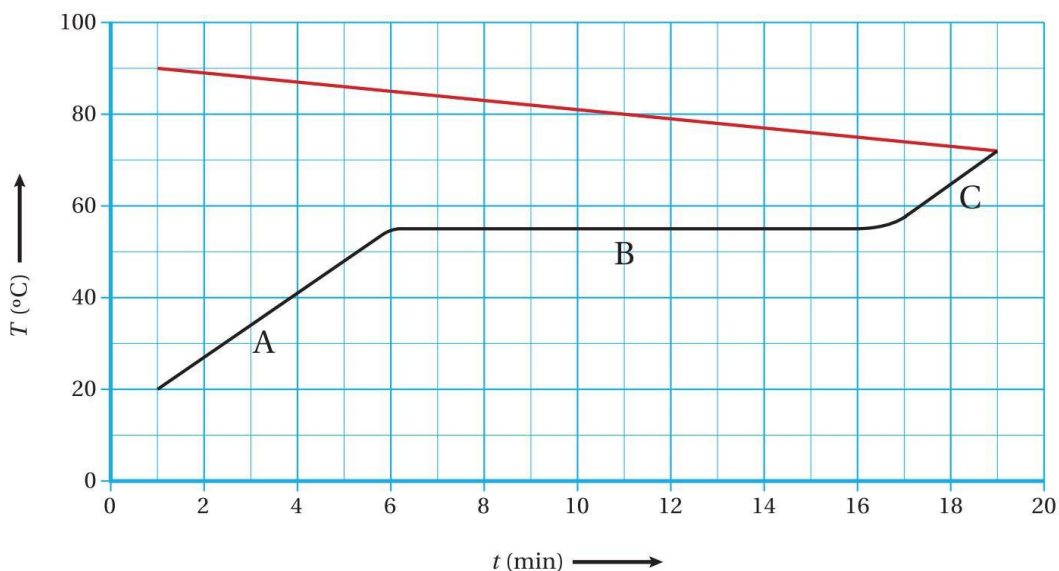
De krachten tussen de moleculen zijn in waterdamp veel kleiner dan in water of ijs.

c Noem een reden waarom de krachten tussen moleculen in waterdamp niet 0 N kunnen zijn.

9 In een pan zit gesmolten kaarsvet van 90 °C. Zappa voegt daar vast kaarsvet met een temperatuur van 20 °C aan toe.

a Blijft dit kaarsvet drijven of gaat het zinken? Licht je antwoord toe.

Het vloeibare kaarsvet zorgt ervoor dat het vaste kaarsvet smelt. In figuur 4.10 zie je het (temperatuur, tijd)-diagram. De zwarte grafiek bestaat uit de trajecten A, B en C.



Figuur 4.10

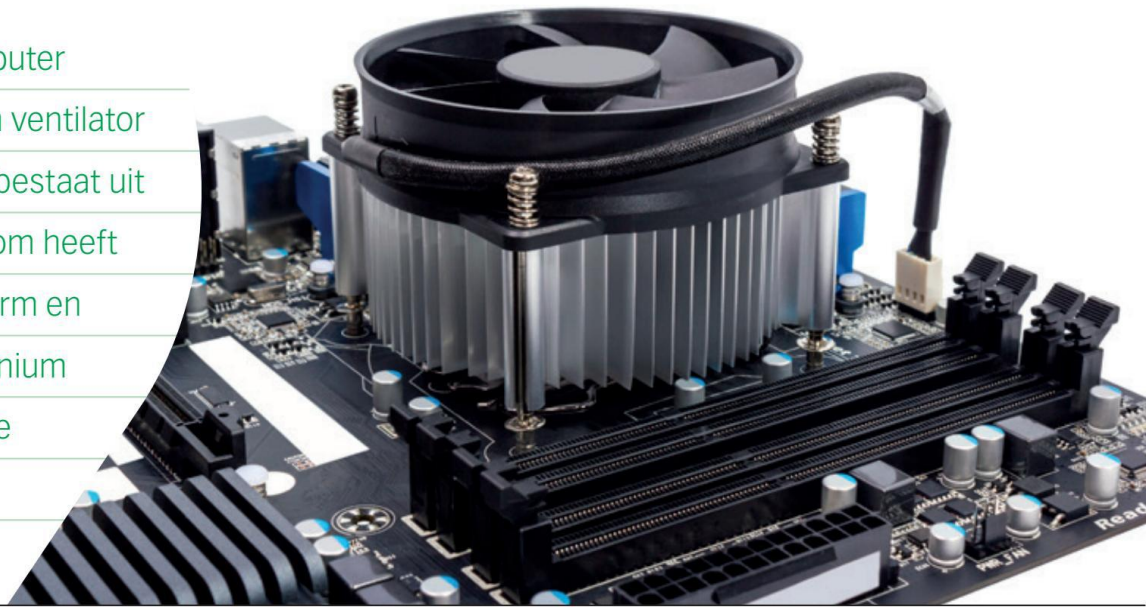
b Leg voor elk traject uit of de kinetische energie van de moleculen toeneemt, afneemt of gelijk blijft.

c Leg voor elk traject uit of de potentiële energie van de moleculen toeneemt, afneemt of gelijk blijft.

d Leg uit wat er in elk traject gebeurt met de inwendige energie van de stof.

e Leg uit of de temperatuur van het kaarsvet na 19 minuten toeneemt, afneemt of gelijk blijft.

De koeling van een computer wordt verzorgd door een ventilator en een koelement dat bestaat uit een aantal ribben. Waarom heeft het koelement deze vorm en waarom is het van aluminium gemaakt? Waarvoor is de ventilator nodig?



Figuur 4.11

4.2 Transport van warmte

Warmtetransport

Warmte verplaatst zich van stoffen met een hoge temperatuur naar stoffen met een lage temperatuur. Dit heet **warmtetransport**. Hoe groter het temperatuurverschil, des te groter is het warmtetransport. Er zijn drie vormen van warmtetransport: warmtegeleiding, warmtestroming en warmtestraling.

Warmtegeleiding

Als je met een houten lepel in een pan met hete soep roert, kun je de lepel met blote handen vasthouden. Gebruik je een metalen lepel, dan heb je een keukenhandschoen nodig. Zie figuur 4.12. Warmte verplaatst zich dus beter door metaal dan door hout. Metaal is een goede **warmtegeleider** en hout een slechte. Een slechte warmtegeleider noem je een **isolator**.



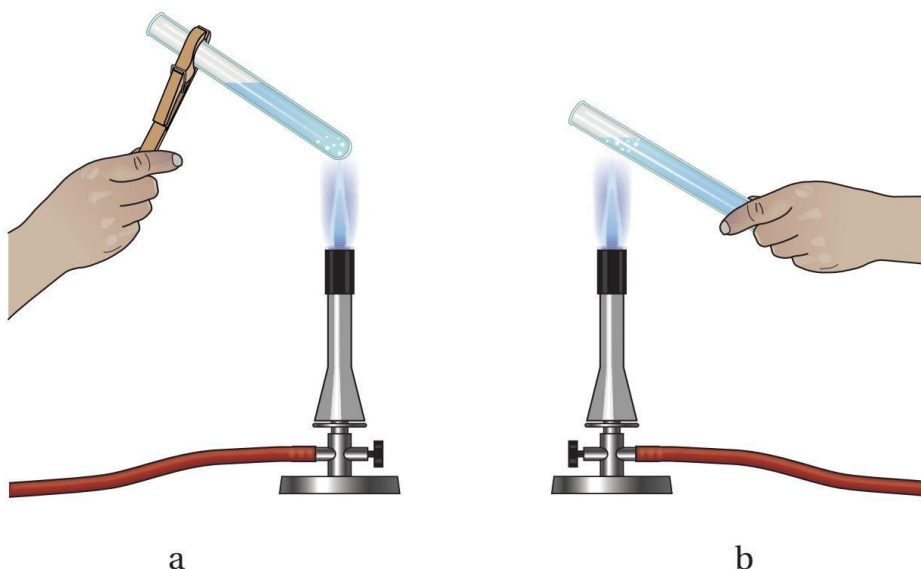
Figuur 4.12

Je kunt **warmtegeleiding** als volgt verklaren. Het uiteinde van de lepel neemt warmte op van de soep. De moleculen in het uiteinde gaan hierdoor sneller bewegen. Omdat de moleculen door botsingen grote krachten uitoefenen op de moleculen ernaast, gaan deze moleculen ook sneller bewegen. Op deze manier wordt kinetische energie doorgegeven en stijgt de temperatuur op die plaats. Dit proces herhaalt zich steeds verderop in de lepel. Uiteindelijk krijgt zo ook de andere kant van de lepel een hogere temperatuur.

Niet alle vaste stoffen zijn goede warmtegeleiders. Vaste stoffen die elektriciteit goed geleiden, zijn ook goede warmtegeleiders. Een maat voor de warmtegeleiding is de **thermische geleidbaarheid**. Een andere naam ervoor is de **warmtegeleidingscoëfficiënt**. In BINAS tabel 8 tot en met 12 vind je de warmtegeleidingscoëfficiënt voor stoffen. Hoe groter de waarde, des te beter is de warmtegeleiding. Je ziet daar dat de meeste vloeistoffen en alle gassen slechte warmtegeleiders zijn. Dit komt doordat bij vloeistoffen en gassen de ruimte tussen de moleculen groter is dan bij vaste stoffen. De warmte kan dan niet goed worden doorgegeven.

Warmtestroming

Als je een reageerbuis met water aan de onderkant verwarmt, krijgt de bovenkant van de reageerbuis na een tijdje ook een hogere temperatuur. Je gebruikt daarom een houten knijper om de reageerbuis vast te houden. Zie figuur 4.13a. Verwarm je de bovenkant van de reageerbuis, dan kun je de reageerbuis gewoon met je hand blijven vasthouden. Zie figuur 4.13b.



Figuur 4.13

In figuur 4.13a is er wel warmtetransport van de vlam naar de bovenkant van de reageerbuis, maar nauwelijks door warmtegeleiding. Anders had je bij figuur 4.13b ook een houten knijper moeten gebruiken. Zowel water als glas zijn slechte warmtegeleiders. Het warmtetransport in figuur 4.13a noem je **warmtestroming**.

Warmtestroming kun je als volgt verklaren. Het water onder in de reageerbuis neemt energie op en zet uit. Hierdoor is de dichtheid van het warme water kleiner dan de dichtheid van het koude water erboven. Het warme water stijgt op en wordt vervangen door koud water. Door het stromen van het water wordt alle vloeistof verwarmd. Het warme water geeft ook warmte af aan het glas van de reageerbuis. Hoewel glas een slechte geleider is, wordt het uiteindelijk toch te warm om met de hand vast te houden.

In figuur 4.13b zit het warme water al bovenin. Er is dan geen warmtestroming mogelijk. Het water onderin blijft dus koud.

Warmtestraling

De terrasverwarmer in figuur 4.14 verwarmt de lucht. De opgewarmde lucht gaat omhoog. Er is dus geen warmtestroming die jou kan bereiken. Er is ook geen warmtegeleiding, omdat lucht de warmte slecht geleidt. Toch krijg je het warm met een terrasverwarmer in de buurt. Deze vorm van warmtetransport noem je **warmtestraling**.



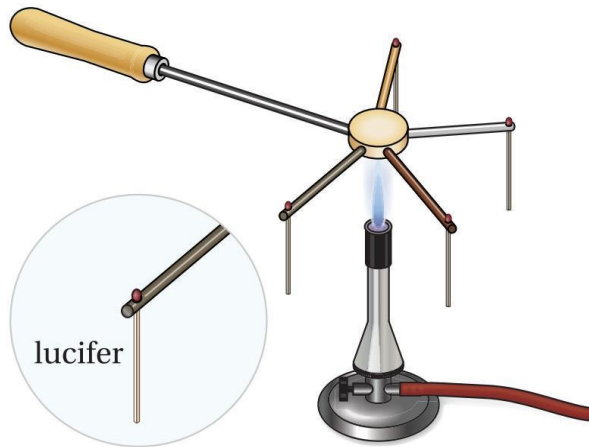
Figuur 4.14

Ook de warmte van de zon wordt overgedragen via straling. Tussen de zon en de aarde zit geen stof, zodat geen warmtetransport kan plaatsvinden door geleiding of stroming. Bij warmtetransport door straling is geen tussenstof nodig.

Wanneer straling op een voorwerp valt, wordt warmte overgedragen op het voorwerp. Daardoor stijgt het voorwerp in temperatuur. Donkergekleurde voorwerpen absorberen meer warmte uit straling dan lichtgekleurde voorwerpen. Glimmende voorwerpen weerkaatsen warmtestraling zoals een spiegel licht weerkaatst. Daarom zit aan de bovenzijde van de terrasverwarmer een zilverkleurige metalen kap. De straling die naar boven gaat, wordt door de kap weerkaatst naar de mensen op het terras.

Warmtestroom

In de houder van figuur 4.15 zitten vier verschillende metalen: aluminium, koper, messing en ijzer. In het uiteinde van elk metaal zit een lucifer. Verwarm je het midden van de houder, dan ontvlammen de lucifers niet tegelijkertijd. Hieruit kun je concluderen dat niet iedere stof de warmte even snel doorgeeft.



Figuur 4.15

De **warmtestroom** in een staaf is de hoeveelheid warmte die per tijdseenheid door een dwarsdoorsnede van de staaf gaat. Een **dwarsdoorsnede** is het oppervlak dat je ziet als je een voorwerp doormidden snijdt. Bij een ronde staaf is de dwarsdoorsnede een cirkel. De warmtestroom heeft symbool P .

De eenheid ervan is joule per seconde (J s^{-1}). De eenheid J s^{-1} heeft een eigen naam gekregen: watt, met symbool W. Voor de warmtestroom P geldt:

$$P = \frac{Q}{t}$$

- P is de warmtestroom in W (of J s^{-1}).
- Q is de hoeveelheid verplaatste warmte in J.
- t is de verstreken tijd in s.

Thermische geleidbaarheid of warmtegeleidingscoëfficiënt

In een strenge winter zijn de kosten voor energie veel hoger dan in een zachte winter. Dat komt doordat bij een groter temperatuurverschil de warmtestroom ook groter is. De warmte in een huis gaat onder andere via het glas van de ramen en de steen van de muren naar buiten. Door twee vierkante meter glas gaat twee keer zoveel warmte naar buiten als door één vierkante meter glas. Ook de dikte speelt een rol. Dikke muren laten minder gemakkelijk warmte door dan dunne.

De **thermische geleidbaarheid** of **warmtegeleidingscoëfficiënt** is een eigenschap van een materiaal. Het is de warmtestroom door een laag materiaal met een dwarsdoorsnede van 1 m^2 en een dikte van 1 m . Het symbool is λ en de eenheid $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$.

Voor de warmtestroom door een materiaal geldt de formule:

$$P = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{d}$$

- P is de warmtestroom in W.
- λ is de thermische geleidbaarheid van het materiaal in $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$.
- A is de oppervlakte van de dwarsdoorsnede van het materiaal in m^2 .
- ΔT is het temperatuurverschil tussen beide zijden van het materiaal in K.
- d is de dikte van het materiaal in m.

De warmtegeleidingscoëfficiënt vind je in BINAS tabel 8 tot en met 12.

Voorbeeld 3 Berekening maken met warmtestroom

De ruit in een raam op een zolderkamer is gemaakt van gewoon glas.
De dikte van het glas is 3,0 mm. De ruit is 1,20 m hoog en 80 cm breed.
Binnen is het 12,4 °C en buiten −4,2 °C.
Bereken de warmtestroom door het glas van het raam.

Uitwerking

$$P = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{d}$$

$$\lambda = 0,93 \text{ W m}^{-1} \text{K}^{-1} \quad \text{Zie BINAS tabel 10A.}$$

$$A = \ell \cdot b = 1,20 \times 0,80 = 0,96 \text{ m}^2$$

$$\Delta T_{\text{kelvin}} = \Delta T_{\text{Celsius}}$$

$$\Delta T_{\text{kelvin}} = 12,4 + 4,2 = 16,6 \text{ K}$$

$$d = 3,0 \text{ mm} = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$P = 0,93 \times 0,96 \times \frac{16,6}{3,0 \cdot 10^{-3}}$$

$$P = 4,94 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$\text{Afgerond: } P = 4,9 \cdot 10^3 \text{ W.}$$

Opgaven

10 Onder een dekbed blijf je lekker warm.

- a Leg uit waardoor je onder een dekbed warm blijft. Bespreek daarbij elke vorm van warmtetransport.

In een donzen dekbed zitten veel veertjes. Het dekbed is met stiksels in compartimenten verdeeld.

Zie figuur 4.16.

- b Leg uit waardoor dit dekbed je beter warm houdt dan een dekbed zonder compartimenten.



Figuur 4.16

- 11 Verwarm je de onderkant van een reageerbuis met water, dan vindt warmtetransport plaats door geleiding, stroming en straling. Zie figuur 4.13.

Vul aan:

- a In het water is er warmtetransport door
- b In het glas is er warmtetransport door
- c In de lucht is er warmtetransport door en

- 12 In figuur 4.11 is een koelelement van aluminium afgebeeld met veel koelribben.
- a Waarom is gekozen voor deze vorm en niet voor een blok massief aluminium?
 - b Waarom is voor aluminium gekozen en niet bijvoorbeeld voor ijzer?
- In de computer zit een ventilator die de warme lucht bij de koelribben wegblaast.
- c Waarom is de koeling beter als de warme lucht wordt weggeblazen?

- 13 In je lichaam vinden allerlei processen plaats waarbij warmte ontstaat. Met die warmte houd je je lichaamstemperatuur op ongeveer 37 °C. Als het buiten 26 °C is, laat de huid per seconde 110 J aan warmte door. Je huid heeft een oppervlakte van 1,8 m² en de dikte is 5,0 mm.
- a Bereken de thermische geleidbaarheid van je huid.
 - b Leg uit of je huid een goede warmtegeleider is vergeleken met metalen.
- Ga je bij 26 °C hardlopen, dan ontstaat er meer warmte in je lichaam. Je voert die extra warmte af door te zweten. Het zweet verdampt.
- c Leg met behulp van het molecuulmodel uit dat je door te zweten warmte afvoert uit je lichaam.

► **hulpblad**

- 14 De thermische weerstand R_{therm} is een maat voor de warmtegeleiding van een voorwerp. De thermische weerstand wordt bepaald door de dikte van het materiaal, de oppervlakte van het materiaal en de thermische geleidbaarheid. In formule:

$$R_{\text{therm}} = \frac{d}{\lambda \cdot A}$$

- a Leid de eenheid van R_{therm} af.

Het verband tussen de warmtestroom P en de thermische weerstand is:

$$P = \frac{\Delta T}{R_{\text{therm}}}$$

- b Leid deze formule af.

Als je verschillende materialen tegen elkaar legt, mag je de thermische weerstanden bij elkaar optellen.

De ruit van het zolderraam in voorbeeld 2 wordt vervangen door dubbelglas gemaakt van gewoon glas. De dikte van de twee glasplaten is samen 6,0 mm en de ruimte ertussen is 12 mm. In die ruimte bevindt zich lucht. Binnen is het 12,4 °C, buiten -4,2 °C.

- c Toon aan dat de warmtestroom door het dubbelglas 31 W is.

De warmtestroom door het raam met enkel glas is 4,9·10³ W. Met dubbelglas hoeft je minder Gronings aardgas te verbranden dan met enkel glas.

De verbrandingswarmte van Gronings aardgas vind je in BINAS tabel 28B.

- d Bereken hoeveel m³ Gronings aardgas je per uur minder hoeft te verbranden om de temperatuur op zolder op 12,4 °C te houden.

- **hulpblad** 15 De warmtestroom bij een temperatuurverschil van $1,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ door een raam van $1,0\text{ m}^2$ wordt de U -waarde genoemd. Bij een raam met enkel glas geldt $U = 5,7\text{ W m}^{-2}\text{ K}^{-1}$. Een woonkamer in het midden van een flatgebouw heeft aan de voorzijde en de achterzijde muren met daarin een groot raam. In elk raam zitten twee ruiten van enkel glas van $1,5\text{ m}$ hoog en $2,0\text{ m}$ breed. De temperatuur in de kamer is $20,0\text{ }^{\circ}\text{C}$. De buitentemperatuur is $7,0\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- a Toon aan dat de totale warmtestroom door de ramen aan de voorkant en achterkant samen $8,9 \cdot 10^2\text{ W}$ is.
- In de ramen zitten ruiten van gewoon glas van $4,0\text{ mm}$ dik. Als de warmtestroom door de ruiten $8,9 \cdot 10^2\text{ W}$ is, is het temperatuurverschil tussen binnen- en buitenkant van het glas maar $0,32\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- b Toon dit aan.
- Een ruit van enkel glas isoleert dus te weinig om de warmtestroom te verklaren. Het verschil wordt veroorzaakt doordat zowel aan de binnen- als aan de buitenkant van het glas een laag stilstaande lucht aanwezig is. Ook door deze luchtlagen is de warmtestroom $8,9 \cdot 10^2\text{ W}$.
- c Leg dit uit.
- d Bereken de totale dikte van de luchtlagen aan de binnen- en buitenkant van de ruit.

Op een zomerse dag kan zand erg heet worden. Op blote voeten loop je dan liever op een houten vlonder dan op het zand. Waarom krijgt het zand een hogere temperatuur dan het hout?



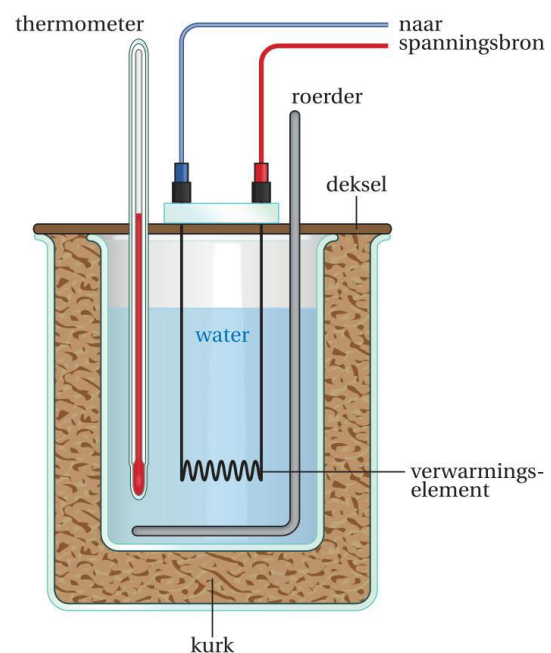
Figuur 4.17

4.3 Soortelijke warmte

Joulemeter

Met een joulemeter kun je meten hoeveel warmte een vloeistof of een voorwerp heeft opgenomen. Figuur 4.18 is een doorsnede van een **joulemeter**.

De joulemeter bestaat uit twee bakjes die in elkaar passen. Tussen de bakjes zit kurk als isolator. De bakjes zijn afgedekt met een kunststof deksel. Daarin zijn openingen gemaakt voor een thermometer, een roerder en een verwarmingselement. Door de bouw van de joulemeter is er vrijwel geen warmte-uitwisseling met de omgeving.



Figuur 4.18

► **practicum**
Soortelijke
warmte

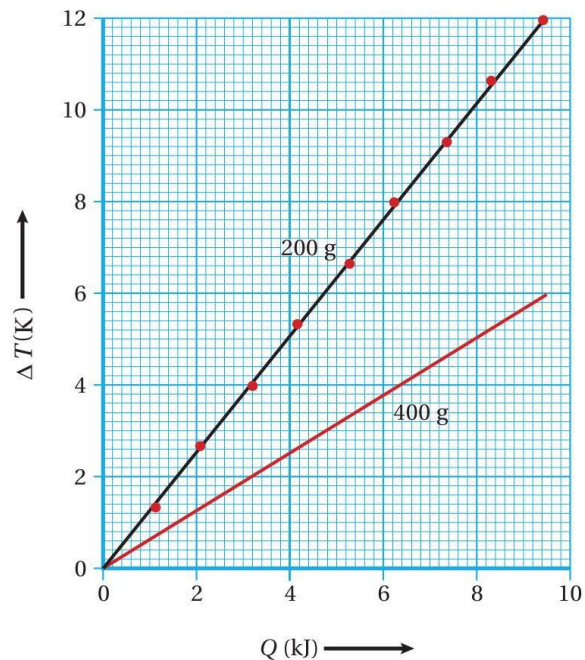
Soortelijke warmte

Je vult een joulemeter met 200 g vloeistof. Daarna verwarm je de vloeistof met het verwarmingselement. Als je de warmte die het bakje opneemt verwaarloost, wordt de toegevoerde warmte volledig door de vloeistof opgenomen. De vloeistof stijgt dan in temperatuur. In figuur 4.19 zie je het diagram van de opgenomen warmte tegen de temperatuurstijging.

In het diagram zie je een rechte lijn door de oorsprong. Dus er is een recht evenredig verband tussen de temperatuurstijging en de opgenomen warmte.

Voer je de proef uit met 400 g vloeistof, dan blijkt dat je twee keer zoveel warmte nodig hebt om dezelfde temperatuurstijging te bereiken. De hoeveelheid opgenomen warmte is dus recht evenredig met de temperatuurstijging en de massa.

De evenredigheidsconstante heet de **soortelijke warmte**. De soortelijke warmte van een stof is de hoeveelheid warmte die nodig is om één kilogram van die stof één kelvin in temperatuur te laten stijgen. Er geldt:



Figuur 4.19

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

- Q is de warmte in J.
- c is de soortelijke warmte in $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$.
- m is de massa in kg.
- ΔT is de temperatuurstijging in K.

Een temperatuurstijging van 1 K is gelijk aan een temperatuurstijging van 1 °C. Het maakt dus niet uit of je werkt in kelvin of in graden Celsius. In BINAS tabel 8 tot en met 12 vind je de soortelijke warmte van een groot aantal stoffen.

Voorbeeld 4 Berekening maken met soortelijke warmte

Piet wil friet bakken. Hij verwarmt 250 g olijfolie van 18 °C tot 180 °C. Bereken hoeveel warmte de olie heeft opgenomen.

Uitwerking

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

$$m = 250 \text{ g} = 0,250 \text{ kg}$$

$$c = 1,65 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{K}^{-1} \quad \text{Zie BINAS tabel 11.}$$

$$\Delta T = 180 - 18 = 162 \text{ K}$$

$$Q = 1,65 \cdot 10^3 \times 0,250 \times 162$$

$$Q = 6,682 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$\text{Afgerond: } Q = 6,68 \cdot 10^4 \text{ J.}$$

Smeltwarmte en verdampingswarmte

De soortelijke warmte van een stof geeft het verband tussen toegevoerde warmte en temperatuurstijging. Maar door warmte toe te voeren kan een stof ook van fase veranderen.

Als je water verwarmt, stijgt de temperatuur tot 100 °C. Dan kookt het water en zie je overal in de vloeistof belletjes gevuld met waterdamp ontstaan. Je moet warmte blijven toevoeren om het koken door te laten gaan. De temperatuur van het water verandert echter niet tijdens het koken. Dus de kinetische energie van de moleculen verandert niet.

Bij de overgang van vloeibaar water naar gasvormig water wordt de ruimte tussen de moleculen wel groter en daardoor neemt de potentiële energie toe. De warmte die je toevoert tijdens het koken wordt dus omgezet in potentiële energie.

De energie die nodig is om 1 kg vloeistof bij het kookpunt om te zetten in 1 kg gas heet de **verdampingswarmte**. Als het gas weer condenseert tot een vloeistof komt deze warmte weer vrij.

Ook bij andere faseovergangen blijft de temperatuur constant, ook al wordt er warmte toegevoerd. De **smeltwarmte** is de energie die nodig is om 1 kg vaste stof om te zetten in 1 kg vloeistof. Stelt de vloeistof tot een vaste stof, dan komt deze warmte weer vrij. Er geldt:

$$r_s = \frac{Q_s}{m} \quad \text{en} \quad r_v = \frac{Q_v}{m}$$

- r_s is de smeltwarmte in J kg^{-1} .
- Q_s is de hoeveelheid warmte in J.
- m is de massa in kg.
- r_v is de verdampingswarmte in J kg^{-1} .
- Q_v is de hoeveelheid warmte in J.

In BINAS tabel 11 vind je voor stoffen die bij kamertemperatuur een vloeistof zijn zowel de smeltwarmte als de verdampingswarmte.

Opgaven

16 De zon verwarmt zand en hout.

a Welke vorm van warmtetransport vindt plaats in het zand en het hout?

Het zand krijgt een hogere temperatuur dan het hout.

b Leg uit waardoor.

► **hulpblad**

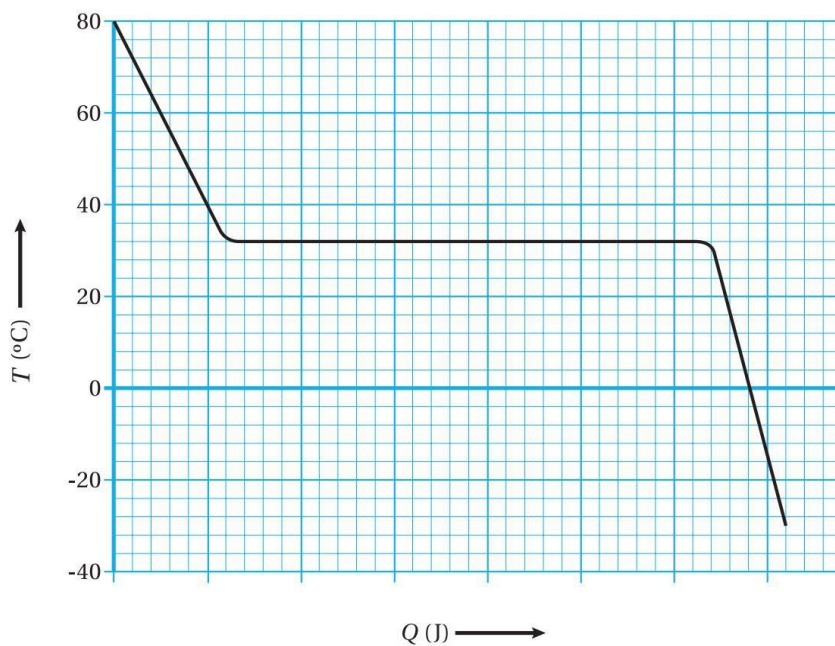
17 Een asfaltweg wordt verwarmd door de straling van de zon. Per seconde valt op een vierkante meter asfalt zonnestraling met een energie van $6,0 \cdot 10^2 \text{ J}$. De zonne-energie wordt gelijkmatig opgenomen door een laag asfalt van 15 cm dik.

Bereken de temperatuurstijging van het asfalt per uur als er geen warmte aan de omgeving wordt afgestaan.

- 18 Bij het ventileren van een huiskamer vervang je de lucht in de kamer door lucht van buiten. Hierdoor daalt de temperatuur in de kamer van $21,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ naar $16,0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Om de kamer weer op te warmen, gebruik je een verwarming die werkt op aardgas. Bij de verbranding van aardgas komt warmte vrij. De kamer is $8,20$ bij $3,60$ bij $2,60$ m.
- Toon aan dat $5,0 \cdot 10^5$ J aan warmte nodig is om de lucht in de huiskamer tot $21,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ op te warmen.
 - Bereken hoeveel m^3 Gronings aardgas er minstens nodig is om de lucht in de huiskamer tot $21,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ op te warmen.
- In werkelijkheid is meer gas nodig is dan je bij vraag b hebt berekend.
- Noem hiervoor twee oorzaken.

► hulpblad

- 19 Auto's met een koude motor starten moeilijker dan auto's met een warme motor. Om de koude start van een auto te verbeteren, experimenteren fabrikanten met het opslaan van warmte. De afgegeven warmte tijdens een autorit wordt voor een deel opgeslagen in natriumsulfaat, ook wel glauberzout genoemd. Als de auto lange tijd stilstaat, zal deze nu minder koud zijn als je de motor weer wilt starten. Tijdens een koude nacht in Scandinavië koelt 10 kg glauberzout af van $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ tot $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$. In figuur 4.20 is de temperatuur van het glauberzout uitgezet tegen de afgegeven warmte. De soortelijke warmte van het glauberzout in de vloeistoffase is $1,2\text{ kJ kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$.



Figuur 4.20

De grafiek bestaat uit drie delen: het afkoelen van de vloeistof, het stollen en het afkoelen van de vaste stof.

- Bij welk van deze processen wordt de meeste warmte afgegeven?
Licht je antwoord toe.
- Bereken de hoeveelheid warmte die het glauberzout afgeeft tot het gaat stollen.
- Bepaal de soortelijke warmte van het glauberzout in de vaste fase.
- Leg uit of dit gebruik van glauberzout een bijdrage is aan energiebesparing.

- 20 Buitensporters gebruiken het liefst lichte spullen om mee te koken, zoals pannetjes van aluminium. Bij het koken neemt ook de pan zelf warmte op. De hoge soortelijke warmte van aluminium lijkt dan een nadeel te zijn.
Een kampeerder heeft een aluminium pan van 250 g.
a Bereken de warmte die nodig is om deze pan op te warmen van 20 °C naar 100 °C. Een andere pan met dezelfde afmetingen is gemaakt van ijzer. De massa van de ijzeren pan is ongeveer 730 g.
b Toon dit aan.
Voor het opwarmen van deze ijzeren pan van 20 °C naar 100 °C is meer energie nodig dan voor de aluminium pan van vraag a.
c Laat dit zien.
- 21 Helma doet in een glas 200 mL kraanwater van 16 °C. Ze vindt de temperatuur echter te hoog. Uit de vriezer haalt ze ijsklontjes van –18 °C. Deze ijsklontjes hebben de vorm van een kubus met een ribbe van 2,5 cm.
a Toon aan dat er 5,4 kJ aan warmte nodig is om één klontje te laten smelten. Ze doet één klontje in het glas water.
b Toon aan dat één klontje volledig smelt.
Helma doet nog twee klontjes in het glas.
c Bereken de eindtemperatuur van het water met de ijsklontjes.
- **hulpblad** 22 Bij een faseverandering wordt veel energie opgeslagen of vrijgelaten, zonder dat de temperatuur verandert. Om dat te onderzoeken meng je 100 g ijs met 400 g zout water. Beide stoffen hebben een temperatuur van 0 °C. Zout water heeft een smeltpunt lager dan 0 °C. Verwaarloos de warmte-uitwisseling met de omgeving.
a Leg uit dat de temperatuur van dit mengsel daalt als het ijs smelt. Neem aan dat het ijs helemaal smelt en het zout water niet bevriest. De vloeistof heeft een soortelijke warmte van $4,0 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.
b Bereken de eindtemperatuur van het mengsel.
- 23 Naomi en Hannah drinken nog iets voor ze gaan slapen. Naomi krijgt een beker thee, Hannah drinkt melk. De bekertjes zijn precies hetzelfde en even vol. De temperatuur van beide vloeistoffen is 80 °C, en dat is te warm om te drinken. Daarom laten ze bekertjes nog even afkoelen.
Beredeneer met behulp van gegevens uit BINAS welke vloeistof het snelst afkoelt. Gebruik voor de thee de gegevens van water.



Oefen met 4.1 t/m 4.3

Als je een fietsband oppompt, wordt de band harder. De druk in de band wordt groter. Dat gebeurt ook als je de fiets in de zon laat staan. Hoe is dat te verklaren?

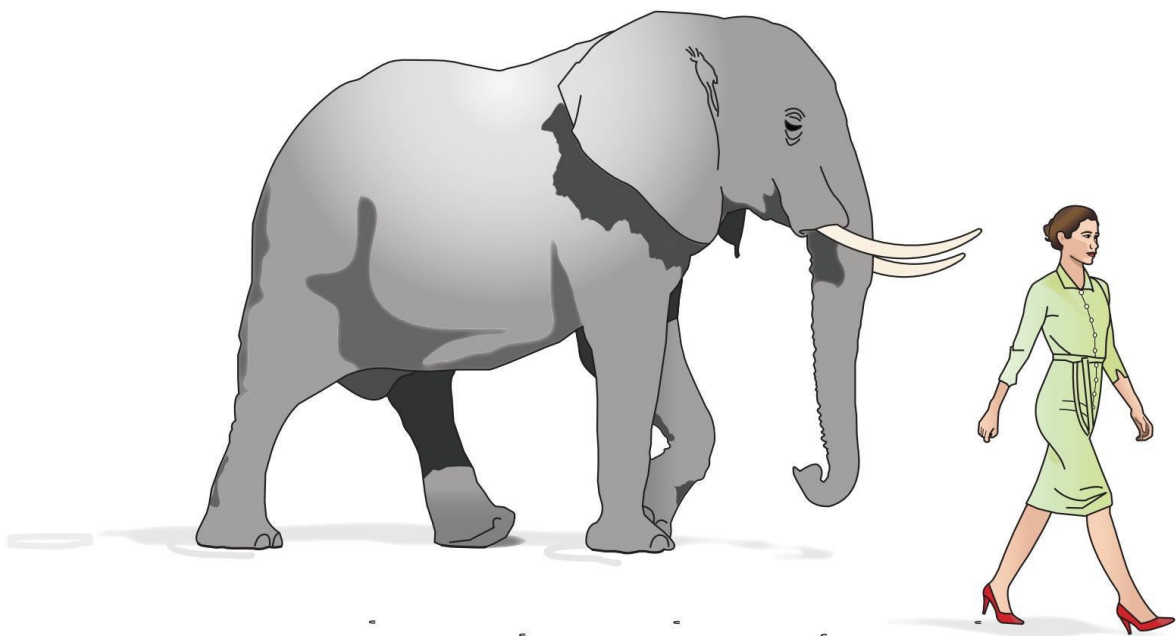


Figuur 4.21

4.4 Algemene gaswet

Kracht en druk

Een vrouw op naaldhakken kan meer schade aan een parketvloer toebrengen dan een olifant. Haar gewicht, de kracht die zij op de vloer uitoefent, werkt op een klein oppervlak. Hierdoor oefent zij een grotere kracht uit per oppervlakte-eenheid dan de olifant.



Figuur 4.22

De kracht per oppervlakte-eenheid noem je **druk**. Voor de druk geldt:

$$p = \frac{F}{A}$$

- p is de druk in pascal.
- F is de kracht in newton.
- A is de oppervlakte in vierkante meter.

Uit de formule volgt dat je in plaats van pascal ook newton per vierkante meter als eenheid van druk kunt gebruiken: $\text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{N m}^{-2}$.

De luchtdruk op zeeniveau schommelt tussen $0,95 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ en $1,05 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Je komt daarom nog vaak de eenheid **bar** tegen. Er geldt: $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$.

In de weerkunde druk je luchtdruk uit in **millibar** of **hectopascal**:

$1 \text{ mbar} = 1 \text{ millibar} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ bar} = 1 \cdot 10^{-3} \times 10^5 \text{ Pa} = 1 \cdot 10^2 \text{ Pa} = 1 \text{ hectopascal} = 1 \text{ hPa}$.

Druk van een gas

► **applet**
Algemene
gaswet

Als een gas zich in een afgesloten vat bevindt, botsen de moleculen niet alleen tegen elkaar, maar ook tegen alle wanden van het vat. Die botsingen blijven doorgaan. Het effect ervan komt overeen met het uitoefenen van een constante kracht op ieder stukje van de wand. Daardoor oefent het gas op alle wanden van een vat een even grote druk uit.

Diezelfde druk heerst ook in het vat zelf. Hangt in het vat een stukje papier, dan botsen ook daar per oppervlakte-eenheid evenveel moleculen tegenaan als tegen de wand. Dus in een afgesloten ruimte is de druk van een gas overal even groot.

Als je een fietsband oppompt, komt er steeds meer lucht in de band. Het aantal moleculen in de band neemt toe en daarmee ook het aantal botsingen met de wand. De druk neemt dus toe en dat voel je als je in de band knijpt.

Heeft je fiets in de felle zon gestaan, dan voel je dat de banden harder zijn dan wanneer de fiets in de schaduw heeft gestaan. De druk in de band stijgt bij een hogere temperatuur doordat de snelheid van de moleculen toeneemt. De moleculen botsen dan vaker en met een grotere snelheid tegen de wand.

Wanneer je een ballon samenperst, gaat dat steeds moeilijker naarmate de ballon kleiner wordt. Ook dat heeft met de druk van het gas te maken: als je het volume van een afgesloten ruimte kleiner maakt, botst hetzelfde aantal moleculen tegen een kleinere oppervlakte. En daardoor stijgt de druk.

Er is dus een verband tussen druk, volume, temperatuur en hoeveelheid gas. Dit verband heet de **algemene gaswet**.

Er geldt:

$$\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R$$

- p is de druk in Pa.
- V is het volume in m^3 .
- T is de temperatuur in K.
- n is de hoeveelheid gas in mol.
- R is de gasconstante in $\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$.

De **gasconstante** R heeft voor alle gassen dezelfde waarde. De waarde van R staat in BINAS tabel 7 en is $8,3145 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$.

Voorbeeld 5 Berekening maken met de algemene gaswet

Bij verbranding van een volle tank benzine komt $1,9 \cdot 10^3 \text{ mol CO}_2$ vrij. Dit CO_2 wordt opgenomen in de atmosfeer, bij standaarddruk en een temperatuur van 15°C . Bereken het volume dat het CO_2 inneemt onder deze omstandigheden.

Uitwerking

$$\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R \text{ met } n = 1,9 \cdot 10^3 \text{ mol en } R = 8,3145 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$$

$$p = p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \quad (\text{zie BINAS tabel 7A})$$

$$T_{\text{Celsius}} = T_{\text{kelvin}} - 273,15 \text{ met } T_{\text{Celsius}} = 15^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{kelvin}} = 288,15 \text{ K}$$

$$\frac{1,013 \cdot 10^5 \cdot V}{288,15} = 1,9 \cdot 10^3 \times 8,3145$$

$$V = 44,9 \text{ m}^3$$

Afgerond: 45 m^3 .

Ideaal en reëel gas

De algemene gaswet mag je alleen gebruiken bij een gas waarbij het volume van de moleculen te verwaarlozen is ten opzichte van het volume van de ruimte waarin het gas zich bevindt. De ruimte tussen de moleculen is dan zo groot dat de krachten tussen de moleculen onderling niet merkbaar zijn. Zo'n gas noem je een **ideaal gas**. Het maakt dan ook niet uit welk gas in de ruimte aanwezig is. Eenzelfde aantal moleculen van een gas veroorzaakt onder dezelfde omstandigheden eenzelfde druk. Gedraagt een gas zich niet meer als een ideaal gas, dan spreek je van een **reëel gas**. Dit is het geval bij gassen onder hoge druk.

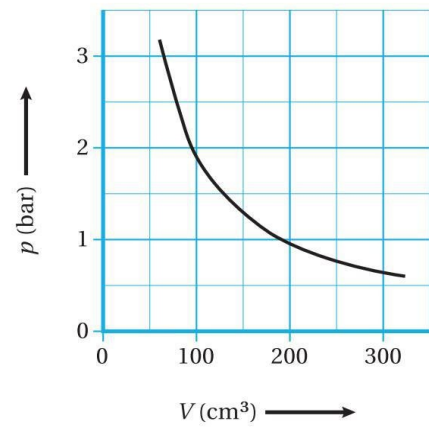
Verband tussen druk en volume van een gas

Als je het volume van een afgesloten hoeveelheid gas verkleint, dan neemt de druk van het gas toe. Blijven de temperatuur en het aantal moleculen gelijk, dan zijn in de algemene gaswet alleen p en V variabelen.

De algemene gaswet kun je dan vereenvoudigen tot:

$$p \cdot V = \text{constant}$$

De druk van een gas is dus omgekeerd evenredig met het volume van een gas. Zet je de druk tegen het volume uit in een (p,V) -diagram, dan is de grafieklijn een kromme. Zie figuur 4.23.



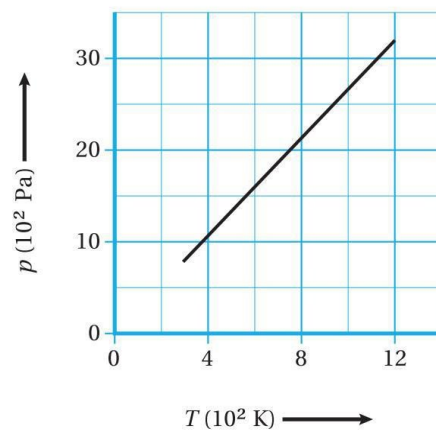
Figuur 4.23

Verband tussen druk en temperatuur van een gas

Als je de temperatuur van een afgesloten hoeveelheid gas verhoogt, neemt de druk van het gas toe. Veranderen het volume van het gas en het aantal moleculen niet, dan volgt uit de algemene gaswet dat de druk recht evenredig is met de absolute temperatuur:

$$p = \text{constante} \cdot T$$

Zet je de druk uit tegen de temperatuur in een (p,T) -diagram, dan is de grafieklijn een rechte lijn die door het punt $(0; 0)$ loopt. Zie figuur 4.24. Met welk soort gas je de proef ook uitvoert, steeds zal de grafieklijn door $(0; 0)$ gaan.



Figuur 4.24

Kringproces

Als je de **toestand van een gas** weet, zijn de waarden van p , V , T en n bekend. Je kunt de temperatuur, de druk, het volume en/of de hoeveelheid gas veranderen. Zo'n toestandsverandering noem je een proces. Is na een aantal processen de eindtoestand weer gelijk aan de begintoestand, dan noem je dat een **kringproces**. Omdat de gasconstante niet verandert, gebruik je bij de berekening aan een toestandsverandering de algemene gaswet in de volgende vorm:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1 \cdot n_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2 \cdot n_2}$$

Als je de wet in deze vorm gebruikt, moet je de temperatuur uitdrukken in kelvin. De keuze van de andere eenheden is vrij, als je maar dezelfde eenheid voor een grootte gebruikt. Verandert tijdens een proces een grootte niet, dan wordt de vergelijking eenvoudiger omdat die grootte dan wegvalt.

Bij rekenen aan een kringproces gebruik je een tabel met een kolom voor elke toestand en een rij voor elke grootte die verandert. De grafiek van een kringproces is een lijn die begint en eindigt in hetzelfde punt.

Voorbeeld 6 Berekeningen en diagrammen bij een kringproces

Een hoeveelheid ideaal gas bevindt zich in een vat, afgesloten door een zuiger. Het gas heeft een volume van 20 dm^3 , een temperatuur van 300 K en een druk van $1,0 \text{ bar}$. Dit is toestand 1 van het gas.

Terwijl de zuiger vrij beweegbaar is, verwarm je het gas tot 750 K . Dit is toestand 2. Vervolgens pers je bij constante temperatuur het volume samen tot 20 dm^3 .

Ten slotte koel je het gas af bij constant volume tot het weer in toestand 1 is.

De gegevens die je uit de opgave kunt halen staan in tabel 4.2.

Toestand	1	2	3
$p \text{ (bar)}$	1,0	1,0	
$V \text{ (dm}^3\text{)}$	20		20
$T \text{ (K)}$	300	750	750

Tabel 4.2

- Leg uit waarom er in tabel 4.2 geen rij is voor de hoeveelheid gas. De vetgedrukte getallen krijg je door de tekst goed te interpreteren.
- Leg uit waarom $p_2 = 1,0 \text{ bar}$ en $T_3 = 750 \text{ K}$.
- Toon aan dat het volume in toestand 2 gelijk is aan 50 dm^3 .
- Toon aan dat de druk in toestand 3 gelijk is aan $2,5 \text{ bar}$.
- Teken een (p,V) -diagram van dit kringproces.
- Teken een (p,T) -diagram van dit kringproces.

Uitwerking

- a Het vat is afgesloten door een zuiger. Tijdens het kringproces neemt de hoeveelheid gas niet toe of af. De hoeveelheid gas verandert dus niet.
- b Van toestand 1 naar toestand 2 is de zuiger vrij beweegbaar. Omdat de druk van de buitenlucht niet verandert, verandert de druk in het vat niet:
 $p_1 = p_2 = 1,0 \text{ bar}$. Het samenpersen vindt plaats bij constante temperatuur:
 $T_2 = T_3 = 750 \text{ K}$.
- c Vergelijk je toestand 1 met toestand 2, dan veranderen n en p niet.
 Dus:

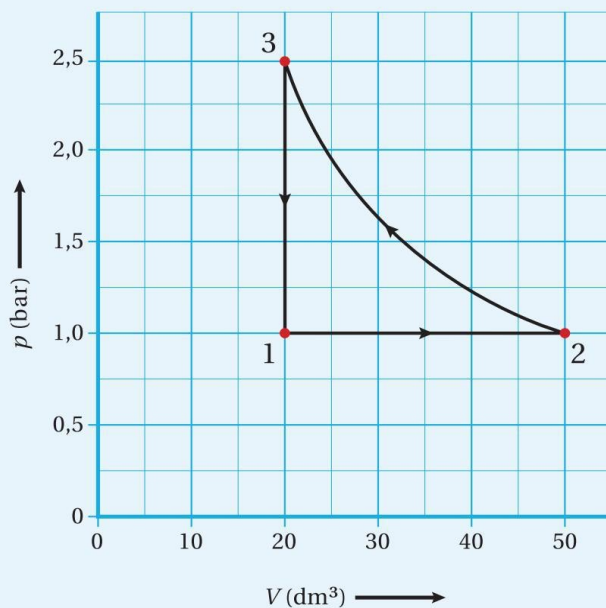
$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$
 Na invullen van de bekende waarden in tabel 4.2 ontstaat $\frac{20}{300} = \frac{V_2}{750}$
 Hieruit volgt $V_2 = 50 \text{ dm}^3$.
- d Vergelijk je toestand 1 met toestand 3, dan veranderen n en V niet:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_3}{T_3}$$
 Na invullen van de bekende waarden in tabel 4.2 bereken je $p_3 = 2,5 \text{ bar}$.
 Je kunt ook toestand 2 met toestand 3 vergelijken. Dan maak je gebruik van de vergelijking $p_2 \cdot V_2 = p_3 \cdot V_3$ en ook daarmee bereken je $p_3 = 2,5 \text{ bar}$.
- e Je weet nu van elke toestand de druk, het volume en de temperatuur.
 Zie tabel 4.3.

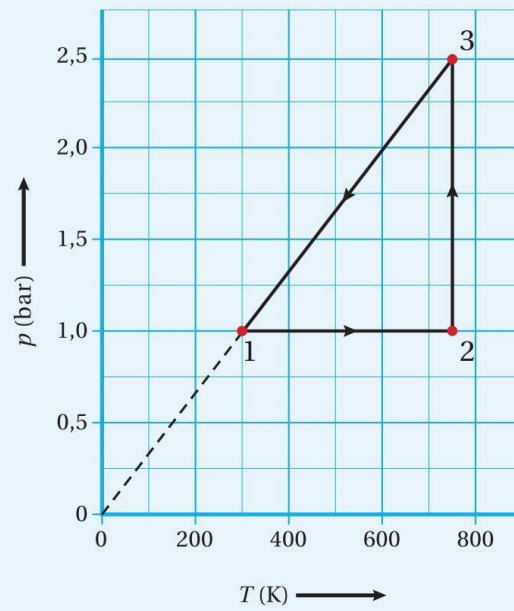
Toestand	1	2	3
$p \text{ (bar)}$	1,0	1,0	2,5
$V \text{ (dm}^3\text{)}$	20	50	20
$T \text{ (K)}$	300	750	750

Tabel 4.3

De drie toestanden van tabel 4.3 leveren drie punten op in het (p,V) -diagram. Zie figuur 4.25. De grafieklijn van toestand 2 naar toestand 3 is een kromme lijn, die het omgekeerd evenredige verband tussen p en V weergeeft. De andere lijnen in een (p,V) -diagram zijn uiteraard recht omdat dan de waarde van p of V niet verandert.

**Figuur 4.25**

- f De drie toestanden van tabel 4.3 leveren drie punten op in het (p,T) -diagram. Zie figuur 4.26. Bij (p,T) -diagrammen zijn alle lijnen recht. De lijn die het recht evenredige verband tussen p en T weergeeft gaat door het punt $(0; 0)$.



Figuur 4.26

Opgaven

- 24 In tabel 4.4 zie je voor een aantal plekken op aarde de druk p , temperatuur T en volume V voor een bepaalde hoeveelheid lucht n . Bereken telkens het ontbrekende gegeven.

Locatie	p (10^3 hPa)	V (m^3)	T (K)	n (mol)
De Bilt (Nederland)		1,00	283	43,0
Death Valley (USA)	1,03		330	43,0
Vostok station (Antarctica)	0,625	1,05		43,0
Top Mt. Everest (Nepal)	0,337	1,00	243	

Tabel 4.4

- 25 In BINAS tabel 12 vind je de dichtheid van lucht en de druk en temperatuur waarbij die dichtheid is bepaald.
- Toon met deze gegevens, en de algemene gaswet aan dat 1,00 mol lucht een massa heeft van 29,0 g.
Verkeersvliegtuigen vliegen op zo'n 11 km hoogte. Op die hoogte is de druk buiten het vliegtuig 0,26 bar, en de temperatuur -55°C .
 - Bereken de dichtheid van lucht bij deze omstandigheden.
Het percentage zuurstof op 11 km hoogte is dezelfde als op de grond. Toch kun je op de hoogte van 11 km niet goed ademen. Mocht de druk wegvallen in de cabine dan komen er zuurstofmaskers uit het plafond.
 - Leg uit waarom je een zuurstofmasker nodig hebt als de druk wegvalt.

26 Lees onderstaand artikel.

Gasmeter is niet zuiver, maar dat mag van de wet

Nederlandse huishoudens worden al jarenlang bedrogen door hun gasleveranciers. Ieder jaar betalen we honderden miljoenen euro's te veel voor onze energie. Onnauwkeurige gasmeters geven een verbruik dat hoger ligt dan er daadwerkelijk wordt geleverd.



Uit onderzoek blijkt dat de aloude 'balgenmeter' in veel gevallen een afwijking van ten minste 5% heeft. De apparaten meten het geleverde volume gas, terwijl dat volume door de warmte in huis toeneemt. Deze meter telt alleen de kubieke meters en niet het aantal moleculen dat in een kuub zit. **Aangezien gasmoleculen de eigenschap hebben uit te zetten bij hogere temperaturen**, krijgt een consument bij hoge temperatuur minder moleculen binnen voor hetzelfde geld. Een gasmeter is volgens de wet afgesteld op een temperatuur van 7 °C. Als het bij de gasmeter warmer is dan 7 °C dan betaalt de consument te veel.

Uit: de Volkskrant, april 2007

Het vetgedrukte zinsdeel is natuurkundig onjuist.

- a Leg uit wat er in dit deel van de zin natuurkundig onjuist is en formuleer een goed alternatief.

De rest van de zin: '... krijgt een consument bij hoge temperatuur minder moleculen binnen voor hetzelfde geld.', is wel juist.

- b Leg met behulp van de algemene gaswet uit dat dit deel van de zin juist is. Neem aan dat een gemiddeld huishouden per jaar 2000 m³ aardgas verbruikt bij een gemiddelde temperatuur van 7,0 °C. De gasdruk in de leiding is steeds gelijk en onafhankelijk van de temperatuur.

- c Bereken het gasvolume dat een gemiddeld huishouden verbruikt als de temperatuur van de gasmeter constant 15 °C is.

- **hulpblad** 27 Een airbag is een opgevouwen zak die in het stuur van een auto is gemonteerd. Bij een botsing vult de airbag zich zeer snel met stikstofgas. Hierdoor wordt de bestuurder door een soort ballon opgevangen. Zie figuur 4.27. Dit stikstof wordt gevormd bij een chemische reactie. De snelheid waarmee de airbag zich vult met stikstof moet heel groot zijn, omdat de tijd tussen de botsing en de landing van de bestuurder op het stuur heel klein is.



Figuur 4.27

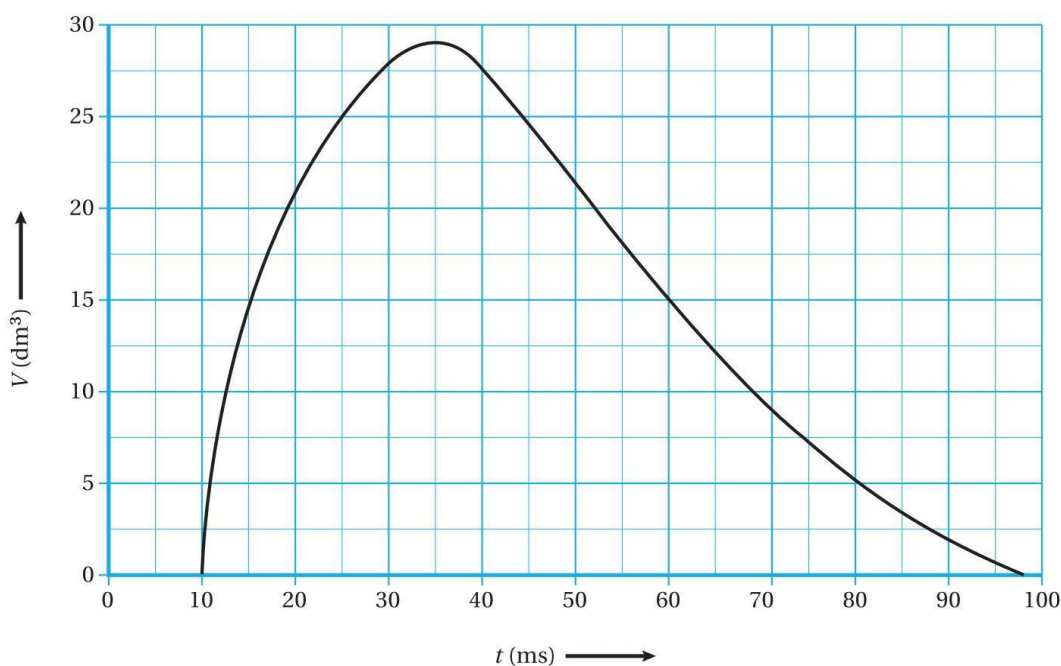
De reactie waarbij stikstof wordt gevormd, begint 10 ms na de botsing. Als de reactie is afgelopen, is de airbag maximaal gevuld. Daarna loopt de airbag weer leeg.

In figuur 4.28 is het volume van het gas in de airbag uitgezet tegen de tijd.

De airbag wordt opgeblazen tot een druk van 1,3 bar bij een temperatuur van 15 °C.

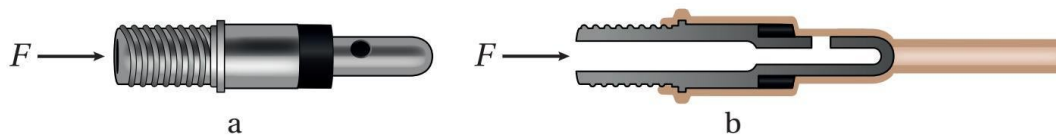
De massa van 1 mol stikstof is 28 g.

Bepaal de gemiddelde snelheid waarmee de stikstof moet ontstaan om de ballon in korte tijd de juiste druk te geven. Druk de snelheid uit in gram stikstof per seconde.



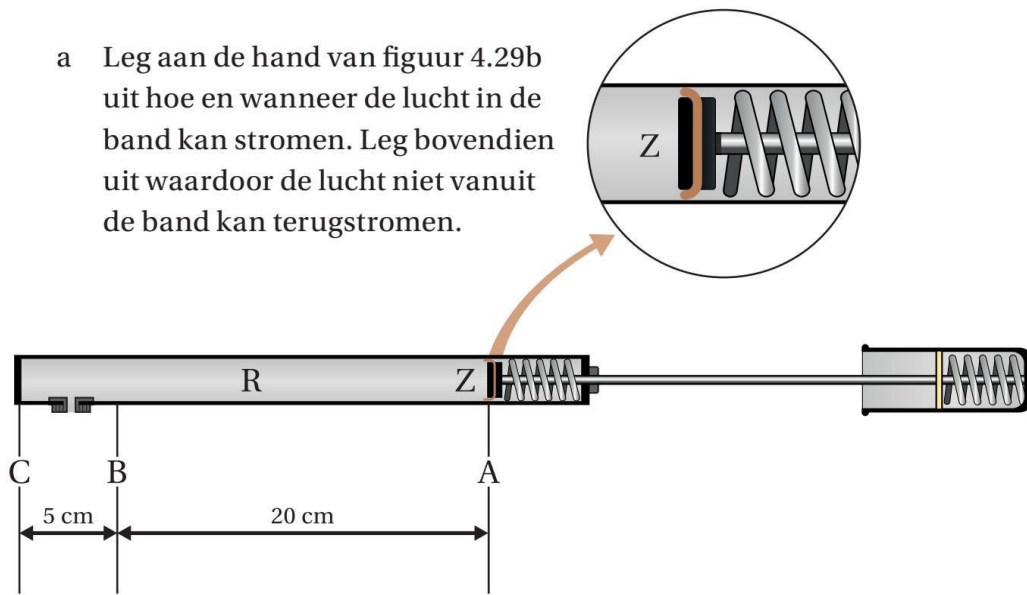
Figuur 4.28

- 28 Figuur 4.29a is een afbeelding van een oud model fietsventiel waarvan het ventielslangetje is verwijderd. Figuur 4.29b toont een doorsnede van het ventiel, maar nu met het rubberen ventielslangetje. De fietspomp sluit je bij opening F aan.



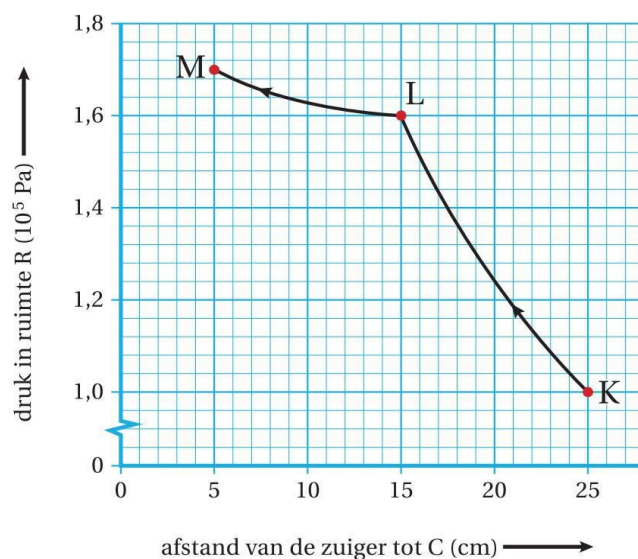
Figuur 4.29

- a Leg aan de hand van figuur 4.29b uit hoe en wanneer de lucht in de band kan stromen. Leg bovendien uit waardoor de lucht niet vanuit de band kan terugstromen.



Figuur 4.30

In figuur 4.30 is een handpompje getekend. De zuiger Z , een leertje dat met wat vet is ingesmeerd, kan slechts tussen A en B bewegen. Als Z van A naar B beweegt, kan er uit ruimte R geen lucht langs Z ontsnappen. Beweegt Z van B naar A , dan zal er wél lucht langs Z in R komen. De druk in R kan hierdoor wel groter, maar nooit kleiner worden dan de druk van de buitenlucht. De buitendruk bedraagt 1,00 bar. Met deze fietspomp wordt een band opgepompt. Neem aan dat tijdens het oppompen geen lucht weglekt en dat temperatuurveranderingen te verwaarlozen zijn. In de band zit al lucht met een druk van 1,20 bar.

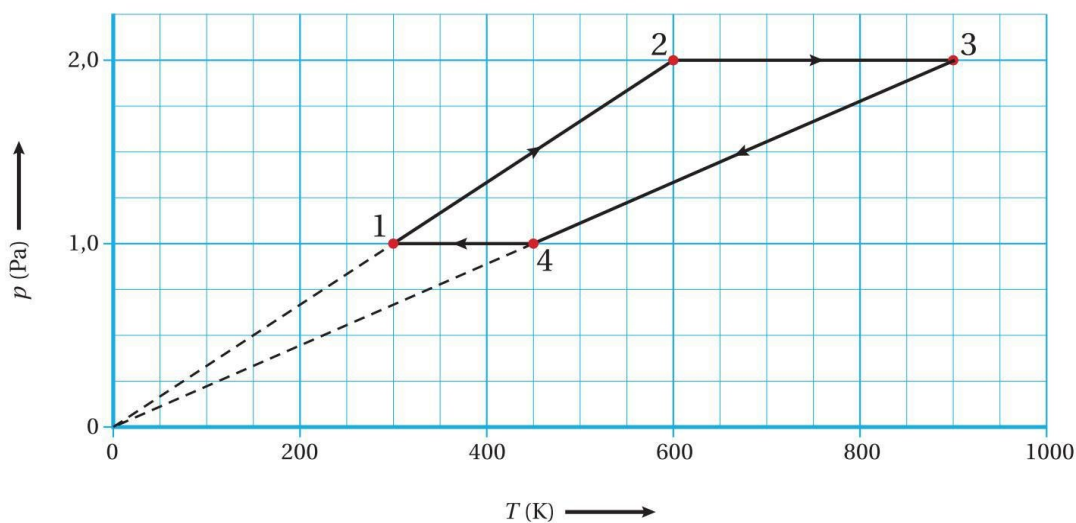


Figuur 4.31

De lucht uit ruimte R kan pas, via het ventiel, in de band komen als de druk in R 0,40 bar groter is dan de druk in de band. Het ventiel is dan 'open'. In figuur 4.31 is het verloop getekend van de druk in ruimte R van de pomp als functie van de afstand van de zuiger tot punt C. De zuiger beweegt hierbij voor de eerste keer van A naar B. Zie figuur 4.30.

- Maak aan de hand van figuur 4.31 duidelijk dat bij het opengaan van het ventiel de zuiger zich op 15,0 cm van C bevindt.
- Bepaal hoe groot de druk in de band is als de zuiger zich in positie B bevindt.
- Leg uit dat grafiekdeel KL sneller stijgt dan grafiekdeel LM.

- 29 Een hoeveelheid ideaal gas bevindt zich in een vat, afgesloten door een zuiger. Dit gas laat je een kringproces doorlopen. In figuur 4.32 zijn de toestanden 1, 2, 3 en 4 van het gas weergegeven. Ook de richting van een toestandsverandering is aangegeven. In toestand 1 heeft het gas een volume van 40 dm^3 .



Figuur 4.32

- Leg uit dat tijdens de toestandsveranderingen van 1 naar 2 en van 3 naar 4 het volume van het gas niet verandert.
- Toon aan dat het volume van het gas in toestand 3 gelijk is aan 60 dm^3 .
- Schets een (p,V) -diagram van dit kringproces.
- Schets een (V,T) -diagram van dit kringproces.

- **hulpblad** 30 Een injectiespuit is met een slang verbonden aan een drukmeter. Zie figuur 4.33. Op de wand van de spuit is een schaalverdeling aangebracht. Hierop lees je het volume van de lucht af die zich onder het zuigertje bevindt. In de slang en in de lucht bevindt zich eveneens lucht. Deze lucht heeft een constant volume dat onbekend is. Bij $15,0 \text{ cm}^3$ op de schaalverdeling wijst de drukmeter $1,00 \text{ bar}$ aan; het zuigertje staat dan in de hoogste stand. Bij $8,0 \text{ cm}^3$ op de schaalverdeling wijst de drukmeter $1,50 \text{ bar}$ aan. Neem aan dat het zuigertje zonder wrijving kan bewegen.
- Bereken het volume van de lucht die zich in de slang en de drukmeter bevindt.



Figuur 4.33

- **hulpblad** 31 Op Sicilië wordt gedurende de zomer enkele malen een reusachtige weerballon opgelaten voor metingen in de hoogste luchtlagen, de stratosfeer. In de ballon wordt een bepaalde hoeveelheid helium gepompt. De ballon ziet er dan uit als een gigantische, niet goed gevulde plastic zak. Zie figuur 4.34.
- Het heliumgas komt uit cilinders die elk een volume van 75 dm^3 hebben. De begindruk in deze cilinders is $2,1 \cdot 10^7 \text{ Pa}$ en de temperatuur is 25°C . Nadat de ballon is losgelaten, stijgt hij op tot een hoogte van 38 km . Op deze hoogte is de ballon, vanwege de lage luchtdruk, volledig opgezwollen tot een bol met een volume van $8,0 \cdot 10^5 \text{ m}^3$. De druk in de ballon is dan afgenomen tot 500 Pa bij een omgevingstemperatuur van -43°C .



Figuur 4.34

- Leg uit dat de druk in de ballon is afgenomen, ondanks het feit dat hij nu volledig is opgezwollen.
- Bereken hoeveel cilinders met helium nodig zijn voor het vullen van de ballon. Verwaarloos hierbij het helium dat in de cilinders achterblijft.

Het wegdek van de Syrenybrug in Polen is opgehangen aan een aantal kabels. Deze kabels moeten erg sterk zijn om het gewicht van het wegdek en het verkeer te kunnen dragen. Wat gebeurt er met een kabel als er een kracht op werkt?

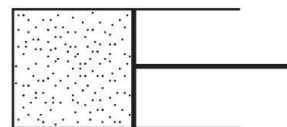


Figuur 4.35

4.5 Uitzetten en uitrekken

Afstand tussen moleculen

In figuur 4.36 zie je een hoeveelheid gas in een vat met een vrij beweegbare zuiger. De afstand tussen de moleculen van het gas hangt af van het aantal moleculen en het volume. Verandert het volume, dan verandert de afstand tussen de moleculen.



Figuur 4.36

Uit de algemene gaswet volgt dat er twee grootheden zijn die het volume van een hoeveelheid gas bepalen:

- **Temperatuur.**
Als je de temperatuur verhoogt en de druk en de hoeveelheid gas blijven constant, dan neemt het volume toe. Omdat het aantal moleculen hetzelfde blijft, neemt dus de afstand tussen de moleculen toe.
- **Druk.**
Als je de druk verhoogt en de temperatuur en de hoeveelheid gas blijven constant, dan neemt het volume af. En dus neemt de afstand tussen de moleculen af. De druk op het gas verhoog je door kracht uit te oefenen op de zuiger.

De afstand tussen de moleculen van een gas verandert dus als je de temperatuur verandert of als je een kracht uitoefent op het gas. Ook het volume van vloeistoffen en vaste stoffen verandert als de temperatuur verandert of als je krachten uitoefent op de stoffen.

Lineaire uitzettingscoëfficiënt

Als je een metalen staaf verwarmt, zet deze uit: de lengte van de staaf neemt toe.

Bij een lange staaf is de lengtetoeename groter dan bij een korte. Is de temperatuurstijging groter, dan is de lengtetoeename ook groter.

De **lineaire uitzettingscoëfficiënt** α is de lengtetoeename per meter per kelvin.

Er geldt:

$$\ell = \ell_0 (1 + \alpha) \cdot \Delta T$$

- ℓ is de nieuwe lengte van de staaf in m.
- ℓ_0 is de oorspronkelijke lengte van de staaf in m.
- α is de lineaire uitzettingscoëfficiënt van de stof in K^{-1} .
- ΔT is de temperatuurstijging van de staaf in K.

De formule vind je in BINAS tabel 35C1. In BINAS tabellen 8, 9 en 10 vind je de lineaire uitzettingscoëfficiënt van een aantal vaste stoffen. Voor de lineaire uitzettingscoëfficiënt geldt dan: $\alpha = \frac{\Delta \ell}{\ell_0 \cdot \Delta T}$.

Kubieke uitzettingscoëfficiënt

Elke stof zet in drie richtingen uit, daardoor wordt het volume groter. Voor het nieuwe volume van een stof geldt:

$$V = V_0 (1 + \gamma) \cdot \Delta T$$

- V is het nieuwe volume van de stof in m^3 .
- V_0 is het oorspronkelijke volume van de stof in m^3 .
- γ is de kubieke uitzettingscoëfficiënt van de stof in K^{-1} .
- ΔT is de temperatuurstijging van het voorwerp in K.

De formule vind je weer in BINAS tabel 35C1. In BINAS tabel 11 vind je alleen van een aantal vloeistoffen de **kubieke uitzettingscoëfficiënt**. Voor de kubieke uitzettingscoëfficiënt geldt dan: $\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta T}$.

Voor vaste stoffen vind je alleen een lineaire uitzettingscoëfficiënt in BINAS.

Voor vaste stoffen geldt namelijk: $\gamma = 3\alpha$.

De kubieke uitzettingscoëfficiënt van een gas hangt alleen maar af van de temperatuur. Voor gassen geldt: $\gamma = \frac{1}{T}$.

Opmerking

De formules voor de kubieke uitzettingscoëfficiënt van vaste stoffen en gassen leid je af in opgave 33.

Rek en spanning

Als je met meer mensen tegelijk in een lift stapt, merk je soms dat de lift een klein stukje naar beneden zakt. Dit komt doordat de lange kabels waaraan de liftkooi hangt, uitrekken. Als je aan een korte kabel trekt, rekt deze ook uit. Die uitrekking is echter veel kleiner en niet zichtbaar. De grootte van de uitrekking is dus afhankelijk van de lengte van de draad. Om de uitrekking van kabels met verschillende lengte goed te kunnen vergelijken, kijk je naar de uitrekking per meter. Die heet de **rek** met het symbool ε .

Voor de rek ε geldt:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell_0}$$

- ε is de rek.
- $\Delta \ell$ is de uitrekking in m.
- ℓ_0 is de oorspronkelijke lengte van de draad in m.

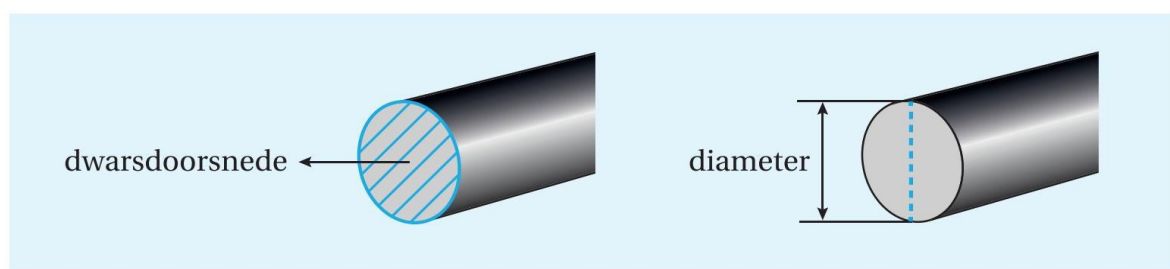
De rek heeft geen eenheid omdat de teller en de noemer in dezelfde eenheid worden uitgedrukt. Je kunt de rek ook aangeven in procenten.

In figuur 4.37 zie je een gevlochten touw. Dit touw bestaat uit heel veel dunne touwtjes. Hang je een zwaar blok aan één zo'n dun touwtje, dan zal dit touwtje breken. Hang je hetzelfde blok aan een dik touw, dan wordt de massa van het blok verdeeld over alle dunne touwtjes. Aan elk dun touwtje hangt dan maar een kleine massa. Aan honderd touwtjes kun je een honderd keer zo grote massa hangen dan aan één touwtje voordat het breekt. De oppervlakte van de dwarsdoorsnede van zo'n touw is ook honderd keer zo groot. Of een touw breekt hangt dus ook af van de dwarsdoorsnede van een touw.



Figuur 4.37

In figuur 4.38 zijn de **dwarsdoorsnede** en de **diameter** van een rond touw aangegeven. De oppervlakte van de dwarsdoorsnede is dan gelijk aan $A = \frac{1}{4}\pi d^2$ of $A = \pi r^2$.



Figuur 4.38

Om kabels met een verschillende doorsnede goed te kunnen vergelijken, kijk je naar de kracht per m^2 van de doorsnede. Daartoe deel je de kracht door de oppervlakte van de dwarsdoorsnede. Je berekent dan de **spanning** met symbool σ .

Voor de spanning geldt:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

- σ is de spanning in N m^{-2} .
- F is de kracht in N.
- A is de oppervlakte van de dwarsdoorsnede in m^2 .

De eenheid van spanning is newton per vierkante meter. Deze eenheid is gelijk aan de eenheid pascal, met symbool Pa. Dus: $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N m}^{-2}$. Je ziet dat bij dezelfde kracht de spanning in een dunne kabel groter is dan in een dikke kabel. De spanning is meestal een groot getal. Dat komt doordat de doorsnede van een kabel veel kleiner is dan een vierkante meter.

Voorbeeld 7 Berekening maken met rek en spanning

Sabine hangt een blokje van 50 g aan een elastiek met een lengte van 10,0 cm. Hierdoor rekt het elastiek uit tot 13,3 cm. Het elastiek heeft een dwarsdoorsnede van $2,0 \text{ mm}^2$.

- a Bereken de rek uitgedrukt in procenten.
- b Bereken de spanning in het elastiek.

Uitwerking

a $\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell_0}$ met $\ell_0 = 10,0 \text{ cm}$

De uitrekking $\Delta \ell = 13,3 - 10,0 = 3,3 \text{ cm}$.

$$\varepsilon = \frac{3,3}{10,0} = 0,33$$

Dit is 33%.

b $\sigma = \frac{F}{A}$

De kracht F op het elastiek is gelijk aan de zwaartekracht F_{zw} op het blokje.

$$F_{\text{zw}} = m \cdot g \text{ met } m = 50 \text{ g} = 0,050 \text{ kg en } g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

$$F = F_{\text{zw}} = m \cdot g = 0,050 \times 9,81 = 0,49 \text{ N}$$

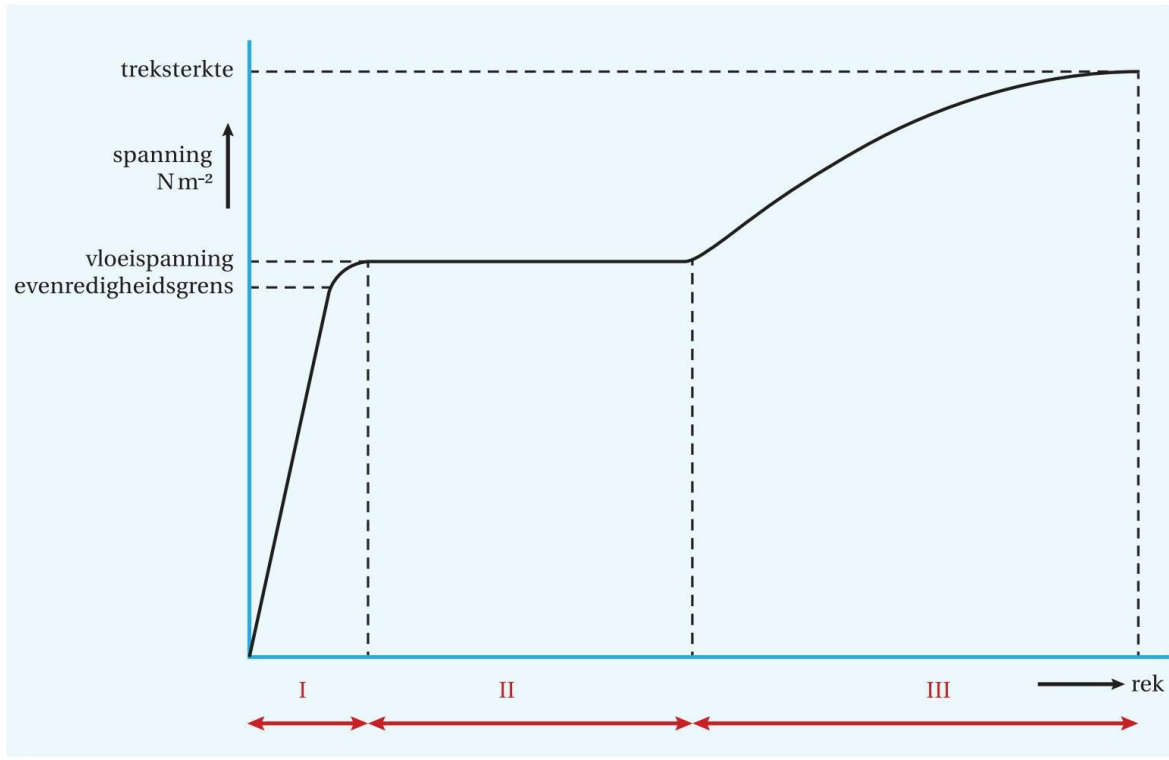
De doorsnede A van het elastiek is $2,0 \text{ mm}^2 = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$.

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{0,49}{2,0 \cdot 10^{-6}} = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Je mag dit ook schrijven als 0,25 MPa.

Het (spanning, rek)-diagram

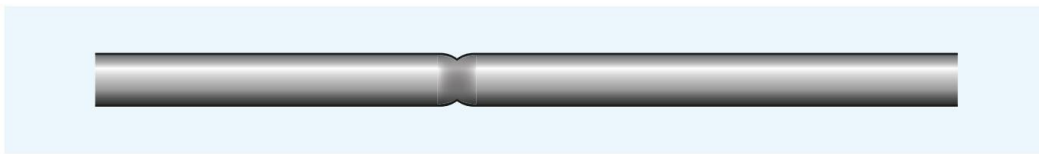
Met een trekproef bepaal je hoe materiaal zich gedraagt als het uitrekt. Zo'n trekproef gaat als volgt. Op de uiteinden van een staaf oefen je een steeds grotere kracht uit. Bij elke kracht meet je de uitrekking van de staaf. Van de meetgegevens maak je een **(spanning, rek)-diagram**. In figuur 4.39 staat een voorbeeld van zo'n diagram.



Figuur 4.39

In figuur 4.39 kun je drie gebieden onderscheiden:

- In gebied I is de vervorming van het materiaal niet blijvend. Als de spanning in de staaf verdwijnt, krijgt de staaf weer de oorspronkelijke lengte. Dit noem je **elastische vervorming**.
- In gebied II wordt de rek van het materiaal veel groter, terwijl de spanning nauwelijks toeneemt. Als de spanning verdwijnt, krijgt de staaf niet meer de oorspronkelijke lengte. Dit heet **plastische vervorming**.
- In gebied III wordt de spanning maximaal. Deze maximale spanning noem je de **treksterkte**. Ga je door met trekken, dan wordt de staaf op één plaats veel dunner. Zie figuur 4.40. Dit verschijnsel noem je **insnoering**. Als je verder trekt, wordt deze insnoering steeds dieper, totdat de draad breekt.



Figuur 4.40

In gebied I is de grafiek in het begin een rechte lijn door de oorsprong. Ver van de oorsprong loopt de lijn krom. De spanning waarbij de lijn overgaat van recht in krom noem je de **evenredigheidsgrens**.

Is de grafiek een rechte lijn door de oorsprong, dan is het verband tussen spanning en rek recht evenredig. De evenredigheidsconstante heet de **elasticiteitsmodulus** met symbool E .

Voor de elasticiteitsmodulus geldt:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

- E is de elasticiteitsmodulus in $\text{Pa} = \text{N m}^{-2}$.
- σ is de spanning in $\text{Pa} = \text{N m}^{-2}$.
- ε is de rek.

De elasticiteitsmodulus is een eigenschap van het materiaal. In BINAS tabellen 8, 9 en 10 vind je de elasticiteitsmodulus van een aantal stoffen. Een grote elasticiteitsmodulus wil zeggen dat een grote spanning nodig is om het materiaal een beetje uit te rekken. De elasticiteitsmodulus van een materiaal kun je vergelijken met de veerconstante van een veer.

In gebied II rekt het materiaal sterk uit terwijl de spanning niet waarneembaar toeneemt. Dit verschijnsel wordt het **vloeien** van het materiaal genoemd. De spanning waarbij dit gebeurt noem je de **vloeispanning**.

In gebied III bereikt het materiaal de maximale spanning, de treksterkte. Bij een grotere spanning gaat het materiaal breken.

Voorbeeld 8 Berekening maken met treksterkte

In voorbeeld 7 zijn de rek en spanning berekend als je aan het elastiek een massa van 50 g hangt.

a Bereken de elasticiteitsmodulus.

Heeft het elastiekje een doorsnede van $2,0 \text{ mm}^2$, dan breekt het niet. De treksterkte van rubber is 15 Mpa .

b Bereken de maximale massa die je aan het elastiek kunt hangen voordat het breekt.

Uitwerking

a $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ met $\sigma = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ en $\varepsilon = 0,33$ (en niet 33%)

$$E = \frac{2,5 \cdot 10^5}{0,33} = 7,57 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Afgerond: $7,6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

b De treksterkte is de maximale spanning. Deze wordt bereikt als de maximale (zwaarte)kracht werkt op het elastiek. De maximale massa bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$$\sigma = \frac{F}{A} \text{ met } F = F_{\text{zw}}, \sigma = 15 \text{ Mpa} = 15 \cdot 10^6 \text{ Pa en } A = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$15 \cdot 10^6 = \frac{F_{\text{zw}}}{2,0 \cdot 10^{-6}}$$

Hieruit volgt dat dit elastiek breekt bij een zwaartekracht van 30 N.

$$F_{\text{zw}} = m \cdot g \text{ met } g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

$$30 = m \times 9,81$$

$$m = 3,1 \text{ kg}$$

Het elastiekje breekt als je er 3,1 kg of meer aan hangt.

Elastiekjes zijn gemaakt van rubber. De berekende waarde komt overeen met de gegevens in BINAS tabel 10. De elasticiteitsmodulus van rubber varieert omdat er verschillende soorten rubber bestaan.

Elk materiaal heeft zijn eigen (spanning, rek)-diagram. Materialen waarbij gebied I groot is, noem je elastisch. IJzer en koper zijn voorbeelden van elastische materialen. Bij andere materialen is gebied I juist erg klein. Er treedt bij die materialen vrijwel direct plastische vervorming op. Voorbeelden hiervan zijn kneedgum en kauwgum. Als een materiaal nauwelijks rek vertoont, maar bij een bepaalde belasting vrijwel gelijk breekt, noem je dat een bros materiaal. Steen is daar een voorbeeld van.

Opgaven

- 32 Het viaduct bij Milau in Frankrijk is een van de grootste bruggen ter wereld. De totale lengte van deze brug is 2460 m. De brug is zodanig geconstrueerd dat deze temperatuurschommelingen tussen -35°C en $+45^\circ\text{C}$ aankan. Het maximale verschil in lengte is dan 2,2 m.

Bereken de lineaire uitzettingscoëfficiënt van deze brug.

- **hulpblad** 33 In BINAS vind je alleen de kubieke uitzettingscoëfficiënt van vloeistoffen. Julia wil de formule voor de kubieke uitzettingscoëfficiënt van vaste stoffen $\gamma = 3\alpha$ afleiden. Ze neemt daarvoor een ijzeren kubus met een ribbe van 1,0 m. Ze bepaalt in elke richting de lengte na een temperatuurstijging van 1°C . Hiermee bepaalt ze het nieuwe volume.

a Laat zien dat voor de volumetoename geldt: $\Delta V = (3\alpha + 3\alpha^2 + \alpha^3) \cdot V_0$

b Leg uit waarom je toch mag zeggen dat $\gamma = 3\alpha$.

Voor een gas geldt: $\gamma = \frac{1}{T}$. Dit leid je af met de formule voor de kubieke uitzettingscoëfficiënt van vloeistoffen en de algemene gaswet.

c Laat dat zien.

De temperatuur van een gas en een metaal neemt met 10°C toe. Het volume van het gas is gelijk aan dat van het metaal. De volumetoename van het gas is veel groter dan die van het metaal.

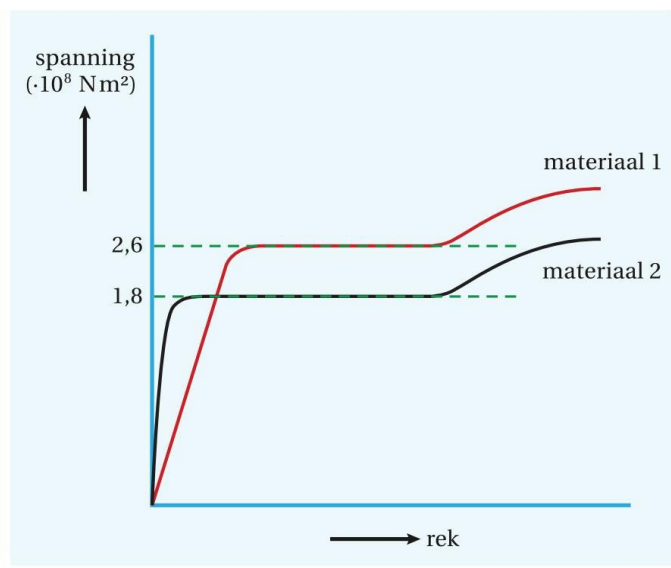
d Bepaal de orde van grootte van de verhouding van de volumetoenames.

e Geef een verklaring voor het grote verschil met behulp van het molecuulmodel.

- 34 Een nylon visdraad heeft een diameter van 1,2 mm. De elasticiteitsmodulus van het nylon is $2,8 \cdot 10^9 \text{ N m}^{-2}$. Een vis trekt met een kracht van 26 N aan een draad van 12 m.
- Toon aan dat de spanning in de draad gelijk is aan $2,3 \cdot 10^7 \text{ N m}^{-2}$.
Door de spanning rekt de visdraad uit.
 - Bereken de uitrekking van de draad.

- 35 In een flat bevindt zich een goederenlift. De lift heeft een massa van 240 kg. De liftkooi mag maximaal 900 kg vervoeren. De kabel van de liftkooi bestaat uit 2000 staaldraadjes. Als de liftkooi zich op de begane grond bevindt, heeft de kabel een lengte van 28 m. Is de lift maximaal beladen, dan is de kabel 0,88 cm langer geworden.
- Toon aan dat de spanning in de liftkabel gelijk is aan $6,3 \cdot 10^7 \text{ N m}^{-2}$.
 - Bereken de diameter van een staaldraadje in mm.

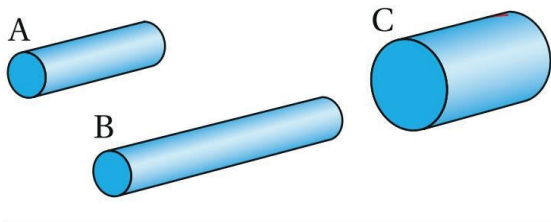
- 36 In het (spanning, rek)-diagram van figuur 4.41 zie je de grafieken van twee materialen.
- Leg uit welk materiaal het meest elastisch is.
Je hebt een draad van materiaal 1. De diameter van de draad is 8,0 mm.
 - Bereken welke massa je aan de draad kunt hangen voordat deze plastisch gaat vervormen. Verwaarloos de massa van de draad zelf.



Figuur 4.41

- 37 Boris en Dirk (beiden 50 kg) willen een touwladder maken voor hun boomhut. In de schuur vinden ze echter geen geschikt touw, maar wel twee elektriciteitsdraden. Deze zijn gemaakt van koper en hebben een doorsnede van $2,5 \text{ mm}^2$. Ze maken een ladder van twee draden van 3,00 meter. Tussen de draden bevestigen zij houten latjes met een totale massa van 10 kg. Daarna hangen ze hun touwladder op. De koperen kabels rekken dan niet merkbaar uit.
- Bereken hoeveel mm de draden van de touwladder uitrekken.
De touwladder is stevig genoeg als Boris naar boven klimt. De jongens vragen zich af of de touwladder breekt als ze tegelijkertijd naar boven klimmen.
 - Laat met een berekening zien of de touwladder in dat geval breekt.

- 38 Tabitha heeft drie draden A, B, C van hetzelfde materiaal. Zie figuur 4.42.
- Draad B is twee keer zo lang maar even dik als draad A.
- Draad C is twee keer zo dik maar even lang als draad A.
- Aan elke draad hangt Tabitha dezelfde massa. De draden rekken daardoor elastisch uit.
- a Zet de draden in volgorde van oplopende uitrekking.
- Draad D is twee keer zo lang en twee keer zo dik als draad A. Beide draden zijn weer van hetzelfde materiaal. Ook hangt er dezelfde massa aan. De uitrekking van draad D is kleiner dan die van draad A.
- b Leg dit uit.



Figuur 4.42

- **hulpblad** 39 Voor elektriciteitskabels moet een goed geleidend materiaal worden gebruikt. Koper geleidt stroom beter dan aluminium en ijzer. Koper is echter te duur voor hoogspanningskabels.

Je vergelijkt twee kabels met dezelfde lengte, één van aluminium en één van ijzer. De massa's van beide kabels zijn gelijk.

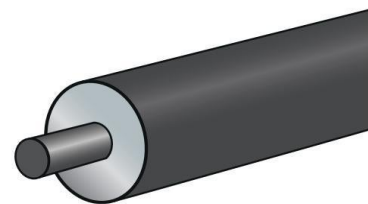
- a Leg uit welke kabel de grootste diameter heeft. Maak hierbij gebruik van de dichtheid.

Door zijn eigen massa hangt een kabel in een boog.

- b Leg uit welke kabel de meeste rek zal vertonen.
- Aluminium is veel minder duur dan koper. Staal is zelfs nog goedkoper. Maar aluminium is een betere geleider dan ijzer en staal. De elektriciteitskabels tussen hoogspanningsmasten bestaan meestal uit een aluminiumkabel met een ijzeren kern erin.

Zie figuur 4.43.

- c Leg uit wat het doel is van de ijzeren kern in de kabel.



Figuur 4.43

Oefenen B

Oefen met hoofdstuk 4

4.6 Afsluiting

Samenvatting

Een stof kan voorkomen in drie fasen: de vaste fase, de vloeibare fase en de gasvormige fase. Iedere stof bestaat uit moleculen. De snelheid van de moleculen, de afstand tussen de moleculen en de aantrekkende krachten tussen de moleculen bepalen de fase van een stof. Bij een faseovergang verandert de fase van een stof.

De temperatuur van een stof geef je weer in graden Celsius of in kelvin. De temperatuur is een maat voor de gemiddelde kinetische energie van de moleculen. Als de moleculen van een stof niet meer bewegen, is het absolute nulpunt bereikt. De temperatuur van de stof is dan 0 K of $-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Moleculen bezitten ook potentiële energie. Wordt de afstand tussen de moleculen groter, dan neemt de potentiële energie toe. De stof zet uit. De mate van uitzetting wordt bepaald door de lineaire of kubieke uitzettingscoëfficiënt van het materiaal. De som van de kinetische en potentiële energie noem je de inwendige energie.

Warmte is een vorm van energie die zich verplaatst van voorwerpen met de hoogste temperatuur naar voorwerpen met de laagste temperatuur. Transport van warmte vindt plaats door geleiding, stroming en/of straling.

De warmtestroom is de hoeveelheid warmte die per seconde door een wand gaat. Die hangt af van de thermische geleidbaarheid, de oppervlakte van de wand en de dikte van de wand. Stoffen met een hoge thermische geleidbaarheid geven de warmte goed door.

Niet iedere stof neemt evenveel warmte op bij dezelfde verandering van temperatuur. De hoeveelheid warmte die één kilogram van een stof opneemt of afstaat bij een temperatuurverandering van één graad Celsius, noem je de soortelijke warmte van de stof. Bij een faseovergang verandert de temperatuur niet. De warmtetoevoer of -afvoer hangt dan samen met de verandering van de afstand tussen de moleculen.

Bij vaste stoffen en vloeistoffen hangt de druk af van de kracht en de grootte van het oppervlak waarop je de kracht uitoefent. Bij gassen wordt druk veroorzaakt door botsingen van moleculen met de wand. In een afgesloten ruimte is de druk van het gas overal even groot. De druk hangt af van het aantal mol gas, de temperatuur en het volume van de ruimte.

Bij een ideaal gas verwaarloos je de grootte van de moleculen en de krachten tussen de moleculen. Dan geldt de algemene gaswet.

Bij mechanische eigenschappen van materialen gebruik je de grootheden spanning en rek. De spanning is de kracht per oppervlakte-eenheid. De rek is de uitrekking per lengte-eenheid. Een (spanning, rek)-diagram geeft aan hoe een materiaal vervormt als de spanning toeneemt. Je spreekt van elastische vervorming wanneer

het materiaal weer zijn oorspronkelijke vorm krijgt als de spanning verdwijnt. De constante verhouding tussen spanning en rek wordt de elasticiteitsmodulus genoemd.

Wordt het materiaal blijvend vervormd, dan spreek je over plastische vervorming. De spanning waarbij plastische vervorming begint op te treden heet de vloeispanning. Vanaf een bepaalde spanning, de treksterkte treedt insnoering op en breekt het materiaal.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk besproken zijn, staan hieronder bij elkaar.

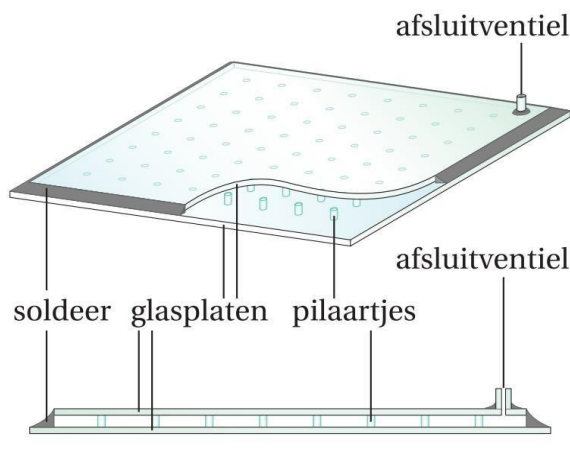
temperatuur	$T_{\text{Celsius}} = T_{\text{kelvin}} - 273,15$ $\Delta T_{\text{Celsius}} = \Delta T_{\text{kelvin}}$
warmtestroom	$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$
thermische geleidbaarheid	$P = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{d}$
soortelijke warmte	$Q = c \cdot m \cdot \Delta t$
smeltwarmte	$r_s = \frac{Q_s}{m}$
verdampingswarmte	$r_v = \frac{Q_v}{m}$
druk	$p = \frac{F}{A}$
algemene gaswet	$\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R$
lineaire uitzettingscoëfficiënt	$\alpha = \frac{\Delta \ell}{\ell_0 \cdot \Delta T}$
uitzetting lengte	$\ell = \ell_0 (1 + \alpha) \cdot \Delta T$
kubieke uitzettingscoëfficiënt	$\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta T}$
uitzetting volume	$V = V_0 (1 + \gamma) \cdot \Delta T$
rek	$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell_0}$
spanning	$\sigma = \frac{F}{A}$
elasticiteitsmodulus	$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$

Een deel van de formules vind je in BINAS in tabellen 35A6 en 35C1, 3 en 4. In tabel 8 tot en met 12 staan de stofeigenschappen van vaste stoffen, vloeistoffen en gassen. In tabel 28B vind je stookwaarden van enkele brandstoffen.

Opgaven

► hulpblad

- 40 Om een karrewiel moet je een ring van roestvrij staal leggen. De uitwendige diameter van het wiel is 1,500 m bij 20 °C. De inwendige diameter van de stalen ring is 1,499 m bij 20 °C. De massa van de ring is 2,4 kg.
- Wil je de stalen ring net om het karrewiel kunnen leggen, dan moet je de ring verwarmen totdat de inwendige diameter van de ring 1,501 m is.
- Toon aan dat je de stalen ring tot boven 153 °C moet verwarmen om deze om het karrewiel te kunnen leggen.
 - Bereken de hoeveelheid warmte die de ring dan heeft opgenomen.
- Na het afkoelen ontstaat in het metaal een spanning.
- Bereken de spanning in het materiaal van de ring als hij weer is afgekoeld tot 20 °C.
- 41 In plaats van ruiten van gewoon dubbelglas worden in woningen ook ruiten van vacuümglas toegepast. Bij gewoon dubbelglas bevindt zich droge lucht tussen de twee glasplaten. De ruit is 12 mm dik. Bij vacuümglas is de ruimte tussen de twee glasplaten vacuüm. Minuscule pilaartjes voorkomen dat de glasplaten tegen elkaar aan gedrukt worden. Zie figuur 4.44.



Figuur 4.44

De ruit is nauwelijks dikker dan 6 mm en isoleert beter dan een ruit van gewoon dubbelglas. De warmtegeleiding via de pilaartjes is verwaarloosbaar.

- Leg uit waardoor vacuümglas beter isoleert dan gewoon dubbelglas.

Een ruit van vacuümglas heeft een oppervlakte van 1,20 m².

Tussen de glasplaten bevinden zich zestig pilaartjes.

Deze pilaartjes vangen samen de totale kracht op die de buitenlucht op de ruit uitoefent. In figuur 4.45 is een gedeeltelijke doorsnede van het vacuümglas met drie pilaartjes getekend. De buitenluchtdruk is 1013 hPa.

- Bereken de kracht die de rechter glasplaat op het pilaartje bij A uitoefent.



Figuur 4.45

Voor warmtestroom P geldt:

$$P = \mu \cdot A \cdot \Delta T$$

- μ is de warmtedoorgangscoefficiënt van de ruit in $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$.
- A is de oppervlakte van de ruit in m^2 .
- ΔT is het temperatuurverschil tussen binnen- en buitenkant van de ruit in K.

De waarde van μ voor een ruit van vacuümglas is $1,4 \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-1}$.

De waarde van μ voor een ruit van dubbelglas is $3,5 \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-1}$.

Op een bepaalde middag is gedurende 4,0 h de buitentemperatuur $3,0^\circ\text{C}$ en de binnentemperatuur 19°C . Het vertrek dat wordt verwarmd, heeft ruiten met een totale oppervlakte van $6,0 \text{ m}^2$. De verwarmingsinstallatie verbrandt Gronings aardgas. Van de energie die hierbij vrijkomt wordt 90% gebruikt om de kamer te verwarmen.

- c Bereken hoeveel kubieke meter (Gronings) aardgas je in die vier uur bespaart bij gebruik van vacuümglas in plaats van gewoon dubbelglas.



Maak de zelftoetsen

Checklist voor begrippen en leerdoelen

Hierna vind je een overzicht van de begrippen en leerdoelen per paragraaf. Kruis de leerdoelen aan waarvan jij vindt dat je ze nu beheerst. Bij de leerdoelen die je nog niet helemaal beheerst noteer je de acties die je gaat ondernemen om het leerdoel alsnog te kunnen behalen.

Paragraaf 1 Het molecuulmodel

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: chemische eigenschappen, fysische eigenschappen, warmte, temperatuur, molecuulmodel, molecuul, bewegingsenergie (of kinetische energie), potentiële energie, inwendige energie, fase, vaste fase, vloeibare fase, gasvormige fase, faseovergang, smelten (of ontdooien), stollen (of bevriezen), verdampen, condenseren, sublimeren, rijpen, absolute nulpunt, absolute temperatuurschaal	☐	
de eigenschappen van de moleculen in het molecuulmodel benoemen	☐	
bij energietoevoer aan een stof de gevolgen beschrijven voor de twee soorten energie van de moleculen, en het effect daarvan op de temperatuur en het volume van de stof	☐	
de drie fasen van een stof benoemen en beschrijven met het molecuulmodel	☐	
uitleggen waardoor de temperatuur niet lager kan zijn dan het absolute nulpunt	☐	
een temperatuur in de eenheid °C omrekenen naar de eenheid K en omgekeerd: $T_{\text{Celsius}} = T_{\text{kelvin}} - 273,15$ $\Delta T_{\text{Celsius}} = \Delta T_{\text{kelvin}}$	☐	

Paragraaf 2 Transport van warmte

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: warmtetransport, warmtegeleiding, warmtegeleider, warmte-isolator, warmtestroming, warmtestraling, warmtestroom, thermische geleidbaarheid (of warmtegeleidingscoëfficiënt)	☐	

de drie vormen van warmtetransport benoemen en uitleggen waardoor deze optreden	☐	
voorbeelden geven van stoffen die warmte goed geleiden en stoffen die warmte slecht geleiden	☐	
voorbeelden geven van stoffen die warmtestraling goed absorberen en stoffen die warmtestraling goed reflecteren	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de warmtestroom door een voorwerp: $P = \frac{Q}{t}$ en $P = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{d}$	☐	

Paragraaf 3 Soortelijke warmte

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: joulemeter, soortelijke warmte, atomaire massa, verdampingswarmte, smeltwarmte	☐	
beschrijven welke verbanden er zijn tussen de atomaire massa, de dichtheid en de soortelijke warmte van metalen	☐	
beschrijven welke gevolgen energietoevoer aan een stof heeft voor de twee soorten energie van de moleculen bij de faseovergangen smelten en verdampen, en wat het effect daarvan is op de temperatuur en het volume van de stof	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de warmte die een stof opneemt of afgeeft: $Q = c \cdot m \cdot \Delta T$	☐	
berekeningen maken met de formules voor smeltwarmte en verdampingswarmte: $r_s = \frac{Q_s}{m}$ en $r_v = \frac{Q_v}{m}$	☐	

Paragraaf 4 Algemene gaswet

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: druk, algemene gaswet, gasconstante, ideaal gas, reëel gas, toestand van een gas, kringproces	☐	
uitleggen waardoor een gas in een afgesloten vat druk uitoefent op de wanden van het vat	☐	
berekeningen maken en redeneren met de algemene gaswet: $\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R$	☐	

uit de algemene gaswet afleiden welk verband er is tussen druk en volume van een hoeveelheid gas in een afgesloten ruimte bij constante temperatuur	☐	
uit de algemene gaswet afleiden welk verband er is tussen druk en temperatuur van een hoeveelheid gas in een afgesloten ruimte bij constant volume	☐	
bij een toestandsverandering van een gas berekeningen maken en redeneren met de algemene gaswet in de vorm $\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1 \cdot n_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2 \cdot n_2}$, en deze toestandsverandering eergeven in een (p,V) - en (p,T) -diagram	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de druk: $p = \frac{F}{A}$	☐	

Paragraaf 5 Uitzetten en uitrekken

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: lineaire uitzettingscoëfficiënt, kubieke uitzettingscoëfficiënt, rek, dwarsdoorsnede, diameter, spanning, (σ, ε) -diagram, elastische vervorming, plastische vervorming, treksterkte, insnoering, evenredigheids-grens, elasticiteitsmodulus, vloeien, vloeispanning	☐	
uitleggen hoe de afstand tussen de moleculen (en dus het volume) van een stof verandert door temperatuurverandering van en krachtoefening op de stof	☐	
uitleggen dat de draagkracht van een touw of kabel afhangt van de oppervlakte van de dwarsdoorsnede	☐	
het (σ, ε) -diagram van een materiaal schetsen, en daarin de evenredigheidsgrens, de vloeispanning en de treksterkte aangeven	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de lengte- en volumeverandering van een stof bij temperatuurverandering: $\alpha = \frac{\Delta \ell}{\ell_0 \cdot \Delta T}$ en $\ell = \ell_0 (1 + \alpha) \cdot \Delta T$, $\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta T}$ en $V = V_0 (1 + \gamma) \cdot \Delta T$	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de rek, de oppervlakte van de dwarsdoorsnede van een kabel, de spanning en de elasticiteitsmodulus: $\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell_0}$, $\sigma = \frac{F}{A}$ en $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$	☐	

5 Elektrische systemen



In huis vind je veel elektrische systemen en schakelingen. De thermostaat van de centrale verwarming is daar een voorbeeld van. Wanneer je de thermostaat in de woonkamer instelt op een hogere temperatuur, gaat op een andere plaats in huis een pomp draaien en gaat de verwarmingsketel water opwarmen. In dit hoofdstuk komen grootheden aan bod die een rol spelen bij elektrische systemen. De belangrijkste zijn spanning, stroomsterkte en weerstand. Met deze grootheden kun je niet alleen antwoord geven op vragen over energiegebruik, maar ook over veiligheid en duurzaamheid.

Iemand met een hartstilstand krijgt met een AED een elektrische schok om het hart weer te laten kloppen. Er loopt dan even een elektrische stroom door het lichaam. Wat is elektrische stroom eigenlijk? En waar komt de benodigde energie vandaan?



Figuur 5.1

5.1 Elektrische stroom en spanning

Apparaten en energie



Start

Maak de startvragen

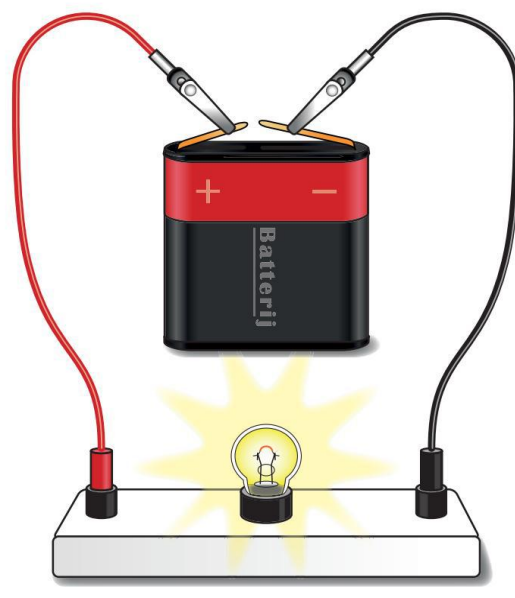
In huis kom je verschillende elektrische apparaten tegen. Lampen geven licht. Een straalkachel en een broodrooster geven warmte af. In een mixer, een boormachine of een wasmachine zit een elektromotor die voor beweging zorgt.

Voor licht, warmte en beweging is **energie** nodig. Om te zorgen dat een apparaat elektrische energie toegevoerd krijgt, neem je het apparaat op in een **stroomkring**, zoals figuur 5.2.

Stroomkringen kunnen erg ingewikkeld zijn, maar elke stroomkring bevat ten minste:

- een spanningsbron,
- een of meerdere draden waardoor stroom kan lopen,
- een apparaat dat de elektrische energie omzet in andere vormen van energie.

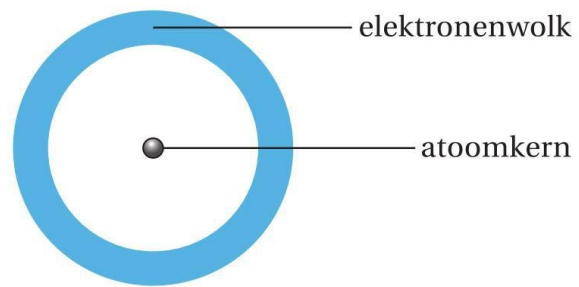
In figuur 5.2 is een eenvoudige stroomkring getekend. Om de werking daarvan te begrijpen, lees je hierna meer over lading en geladen deeltjes.



Figuur 5.2

Lading en materie

Volgens het **atoommodel van Rutherford** bestaat een atoom uit een atoomkern met daaromheen een elektronenwolk. Zie figuur 5.3. Ieder elektron in de elektronenwolk heeft een negatieve lading. De atoomkern heeft een positieve lading. De positieve lading van de atoomkern is even groot als de negatieve lading van alle elektronen in de elektronenwolk samen. De nettolading van het atoom is nul; je noemt een atoom daarom neutraal.



Figuur 5.3

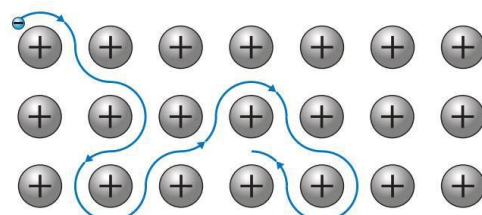
Het symbool voor **lading** is Q . De eenheid is coulomb met symbool C. De lading van één elektron is de kleinste lading die vrij in de natuur voorkomt. Deze hoeveelheid lading noem je de **elementaire lading** of **elementair ladingsquantum**. De elementaire lading e heeft een grootte van $1,602 \cdot 10^{-19}$ C. Een elektron heeft dus een lading van $-e$. Zie BINAS tabel 7.

Een atoom kan elektronen erbij krijgen of elektronen kwijtraken. Het atoom met meer of minder elektronen noem je een **ion**. Raakt een atoom een of meerdere elektronen kwijt, dan ontstaat een positief ion. Komen er elektronen bij, dan krijg je een negatief ion.

Elektrische stroom

In het **model van een metaal** zitten de atomen gerangschikt in een rooster. Van elk atoom zijn één of meerdere elektronen niet meer gebonden in het atoom. Deze **vrije elektronen** zijn zeer klein en bewegen in alle richtingen tussen de metaalionen door.

Figuur 5.4 is een tekening van het model van een metaal. Je ziet dat de beweging van een elektron tussen de ionen willekeurig is. Een metaal is dus opgebouwd uit positieve metaalionen waartussen zich vrije elektronen bevinden.



Figuur 5.4

Onder invloed van de spanningsbron in een stroomkring bewegen meer elektronen van de ene naar de andere kant van de draad dan andersom. De elektronen gaan daarbij van de minpool van de batterij door de draad naar de pluspool van de batterij. Er wordt dan nettolading verplaatst. Dit verplaatsen van lading noem je een **elektrische stroom**.

De sterkte van de stroom geeft aan hoeveel lading per tijdseenheid een dwarsdoorsnede van de draad passeert. Het symbool van **stroomsterkte** is I . De eenheid is ampère met symbool A. Er geldt:

$$I = \frac{Q}{t}$$

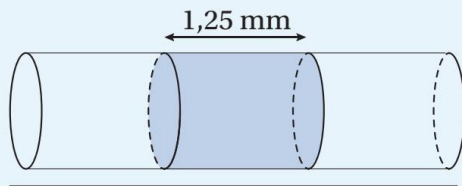
- I is de elektrische stroomsterkte in A.
- Q is de hoeveelheid lading in C, die de dwarsdoorsnede van de draad passeert.
- t is de tijd in s waarin dat gebeurt.

Stroomsterke gaat om de hoeveelheid lading per seconde door een dwarsdoorsnede. In die seconde verplaatst een elektron zich maar over een heel kleine afstand.

Voorbeeld 1 Stroomsterkte en afstand

De aansluitdraad van een wasmachine is gemaakt van koper. In de cilindervormige koperen draad bevinden zich $4,2 \cdot 10^{23}$ koperatomen per meter. Elk koperatoom heeft één vrij elektron. Als de wasmachine is aangesloten op een spanningsbron, bewegen alle elektronen tegelijkertijd dezelfde kant op. Een vrij elektron schuift dan in 4,0 s gemiddeld 1,25 mm op. Alle elektronen die in 4,0 s een dwarsdoorsnede passeren bevinden zich dan in een cilinder van 1,25 mm lengte. Zie figuur 5.5.

Toon aan dat de stroomsterkte in deze situatie gelijk is aan 11 A.



Figuur 5.5

Uitwerking

De hoeveelheid lading die in 4,0 s door de dwarsdoorsnede van het koperdraad gaat, komt overeen met het aantal elektronen in een cilinder met een lengte van 1,25 mm. Zie figuur 5.5.

$$1,25 \text{ mm} = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

In $1,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ koperdraad bevinden zich $1,25 \cdot 10^{-3} \times 2,2 \cdot 10^{23} = 2,75 \cdot 10^{20}$ koperatomen en dus $2,75 \cdot 10^{20}$ vrije elektronen.

De lading van één elektron is $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

$$\text{In } 4,0 \text{ s is } Q = 2,75 \cdot 10^{20} \times 1,602 \cdot 10^{-19} = 44,05 \text{ C.}$$

$$I = \frac{Q}{t}$$

$$I = \frac{44,05}{4,0} = 11,01 \text{ A}$$

Afgerond: 11 A.

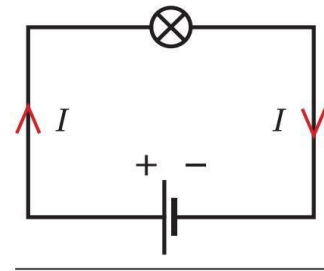
De **richting van de elektrische stroom** is volgens afspraak altijd van de positieve pool van de spanningsbron, door de rest van de stroomkring, naar de negatieve pool. Stroom loopt dus altijd van plus naar min. Die richting is dus tegengesteld aan de richting waarin de elektronen bewegen door de draad.

Een schakeling kun je weergeven in een schema.

Figuur 5.6 toont het schema van figuur 5.2. De batterij en het lampje zijn getekend met hun **elektrotechnische symbolen**. In BINAS tabel 17B vind je nog meer elektrotechnische symbolen.

In figuur 5.6 is de richting van de elektrische stroom aangegeven met een pijl.

Staat op een apparaat bij de aansluitpunten een + en een –, dan moet je het apparaat zo op een spanningsbron aansluiten dat de elektrische stroom in het apparaat van het positieve aansluitpunt naar het negatieve aansluitpunt loopt.



Figuur 5.6

In metaaldraden wordt de stroom veroorzaakt door vrije elektronen. In vloeistoffen zorgen ionen voor de verplaatsing van lading. Een toepassing daarvan is het galvaniseren van een ijzeren hek. Daarbij wordt een laagje zink aangebracht dat het ijzer beschermt tegen roesten. Het hek wordt in een oplossing gelegd die zinkionen bevat en vastgemaakt aan de negatieve pool van de spanningsbron. Als er dan een elektrische stroom door de oplossing loopt, bewegen de zinkionen naar het ijzeren hek en vormen een laagje zink op het hek. In opgave 5 komt deze methode aan bod.

Spanning en energie

Er is een spanningsbron nodig om een stroom te laten lopen. De spanningsbron 'dwingt' de elektronen door de stroomkring en geeft daarbij elektrische energie aan de elektronen. Bij het verplaatsen van de elektronen wordt dus ook de energie verplaatst. Als de stroom door een apparaat gaat, wordt de elektrische energie omgezet in warmte, licht of beweging.

De **spanning** over de aansluitpunten van een spanningsbron is gedefinieerd als de hoeveelheid **elektrische energie** die wordt meegegeven aan een lading van 1 coulomb die de spanningsbron verlaat. In formulevorm schrijf je:

$$U = \frac{\Delta E}{Q}$$

- U is de spanning in V.
- ΔE is de meegegeven elektrische energie in J.
- Q is de lading in C.

Voor de spanning over de aansluitpunten van een apparaat geldt dezelfde formule, maar dan gaat het om de hoeveelheid elektrische energie die door het apparaat wordt omgezet als een lading van 1 coulomb het apparaat passeert.

Voorbeeld 2 Energie-afgifte in een vaatwasser

Een vaatwasser is aangesloten op een spanningsbron van 230 V. De stroomsterkte in de stroomkring is 7,0 A.

Bereken hoeveel elektrisch energie de spanningsbron per seconde afgeeft.

Uitwerking

$$U = \frac{\Delta E}{Q} \text{ met } U = 230 \text{ V}$$

Voor de stroomsterkte geldt $I = \frac{Q}{t}$ met $I = 7,0 \text{ A}$ en $t = 1,0 \text{ s}$.

Hieruit volgt $Q = 7,0 \text{ C}$.

$$230 = \frac{\Delta E}{7,0}$$

$$\Delta E = 1,61 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Afgerond: $\Delta E = 1,6 \cdot 10^3 \text{ J}$.

Dus per seconde wordt $1,6 \cdot 10^3 \text{ J}$ aan elektrische energie omgezet.

Spanningsbronnen

Een batterij zorgt ervoor dat je smartphone werkt. Je hebt rekenmachines die werken op zonnecellen. De accu in een auto zorgt voor starten van de motor, verlichting en nog veel meer.

Een batterij, een zonnecel en een accu zijn voorbeelden van **spanningsbronnen**. In batterijen en accu's vinden chemische reacties plaats die voor de elektrische energie zorgen. Een zonnecel gebruikt de stralingsenergie van de zon.

Deze stralingsenergie wordt voor een deel omgezet in elektrische energie.

In een huis sluit je elektrische apparaten aan op wandcontactdozen, die meestal stopcontacten worden genoemd. Over de aansluitpunten staat de **netspanning** van 230 V. De bron van die spanning is bijvoorbeeld een elektriciteitscentrale. De netspanning is een **wisselspanning**. Dat betekent dat elk aansluitpunt afwisselend positief en negatief is.

Meten van stroomsterkte en spanning

Stroomsterkte meet je met een **stroommeter**. Een andere naam voor stroommeter is ampèremeter. In figuur 5.7a zie je een analoge stroommeter met drie meetbereiken: 5 A, 0,5 A en 0,05 A.

Bij het aansluiten gebruik je de aansluitbus met het --teken en één van de rode aansluitbussen voor het juiste meetbereik. Een meetbereik geeft de maximale waarde aan die je met dat bereik kunt meten.

Je leest af op dezelfde schaal, dus is een meting nauwkeuriger naarmate het bereik kleiner is. Sluit de meter eerst aan op het grootste meetbereik. Aan de meetwaarde zie je dan of je een kleiner bereik kunt gebruiken. Met de stroommeter van figuur 5.7a kun je geen stroomsterktes groter dan 5 A meten. Daarvoor heb je een andere meter nodig met een groter bereik.

Spanning meet je met een **spanningsmeter**, ook wel voltmeter genoemd. In figuur 5.7b zie je een analoge spanningsmeter met drie meetbereiken. Ook bij deze spanningsmeter gebruik je de zwarte aansluitbus en een van de rode aansluitbussen voor het juiste meetbereik.



Figuur 5.7



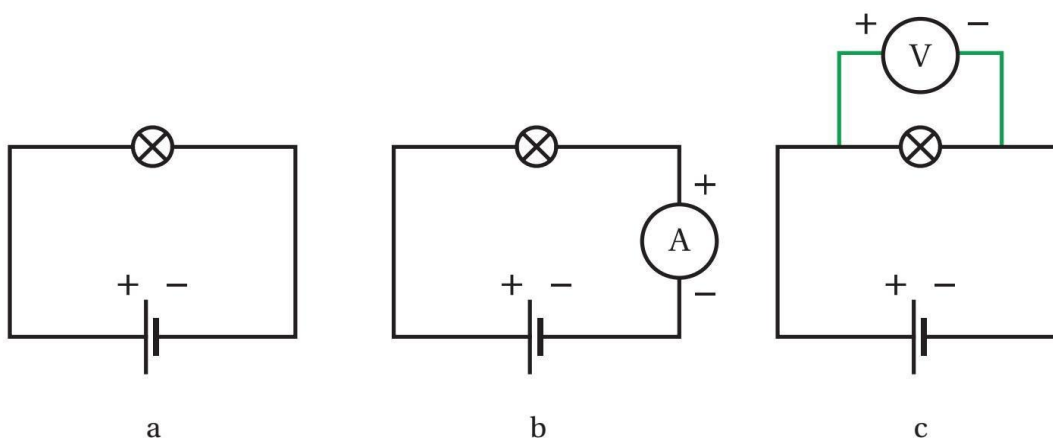
Figuur 5.8

Figuur 5.8 is een foto van een digitale **multimeter**. Met deze multimeter kun je behalve spanning of stroomsterkte ook weerstand meten. Met een draaiknop stel je de grootte en het bereik in. Met een multimeter heb je dus verschillende meters in één.

Je sluit een lampje aan op een spanningsbron. De stroomsterkte door het lampje meet je door een **stroommeter in serie** met het lampje aan te sluiten. Vergelijk figuur 5.9a met figuur 5.9b. Je sluit de stroommeter zo aan dat in de meter de stroom van + naar – loopt.

Vergelijk je + en – bij de meter met de + en – bij de spanningsbron, dan zie je dat de – van de meter is aangesloten op de – van de spanningsbron. De + van de meter is via het lampje aangesloten op de + van de spanningsbron. Je zegt dan dat de meter ‘+op+ en –op–’ is geschakeld. Het doet er niet toe waar je de stroommeter in de schakeling opneemt. Links en rechts van het lampje in figuur 5.9b is de stroomsterkte gelijk.

De spanning over het lampje meet je door de **spanningsmeter parallel** met het lampje aan te sluiten. Vergelijk figuur 5.9a met figuur 5.9c. Ook bij de spanningsmeter sluit je de + aan op de draad die naar de + van de spanningsbron gaat en de – op de draad die naar de – van de spanningsbron gaat.



Figuur 5.9

Opgaven

- 1 Door te sloffen over een tapijt heeft Riemer een lading gekregen van $+3,7 \cdot 10^{-10} \text{ C}$.
 - a Leg uit dat Riemer elektronen is kwijtgeraakt.
 - b Bereken hoeveel elektronen hij is kwijtgeraakt.Als Riemer een deur opendoet, ontladst hij zichzelf via de deurkruk in 12 ns.
 - c Leg uit of de richting van de elektrische stroom van Riemer naar de deurkruk is.
 - d Bereken de gemiddelde stroomsterkte tijdens het ontladen.

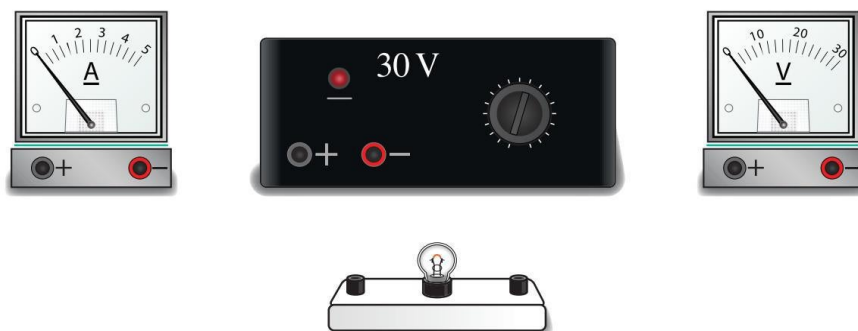
- 2 Een lamp is aangesloten op de netspanning. Als de lamp brandt, wordt in een uur $2,16 \cdot 10^5 \text{ J}$ aan elektrische energie omgezet in licht en warmte.
 - a Toon aan dat er per uur 939 C aan lading wordt verplaatst.
 - b Bereken de stroomsterkte door de lamp.In een koperdraad van 1,0 m bevinden zich $2,0 \cdot 10^{22}$ koperatomen. Elk koperatoom heeft 1 vrij elektron. Als de draad is aangesloten op een spanningsbron schuiven in 1,0 s de vrije elektronen gemiddeld 1,0 mm op.
 - c Bereken de afstand die de vrije elektronen gemiddeld in een uur afleggen in de koperdraad.

- 3 De batterij van een rekenmachine heeft een spanning van 1,5 V. Wanneer de rekenmachine aanstaat gebruikt hij 0,20 mJ per seconde.
 - a Toon aan dat de batterij een stroomsterkte levert van $1,3 \cdot 10^{-4} \text{ A}$.Op de batterij staat een capaciteit van 2400 mAh vermeld. Dat betekent dat de batterij gedurende 1 uur een stroomsterkte kan leveren van 2400 mA, gedurende 2 uur een stroomsterkte van 1200 mA, enzovoort.
 - b Bereken hoelang je de rekenmachine kunt gebruiken.

- 4 Voor een wedstrijd heeft de TU Delft een zonneboot ontworpen. De motor werkt op elektrische energie die wordt verkregen uit batterijen. De batterijen worden opgeladen met behulp van zonnepanelen. In de batterijen kan 3,6 MJ aan energie worden opgeslagen. De batterijen worden in 30 minuten opgeladen bij een spanning van 43,2 V. Bereken de stroomsterkte tijdens het opladen.

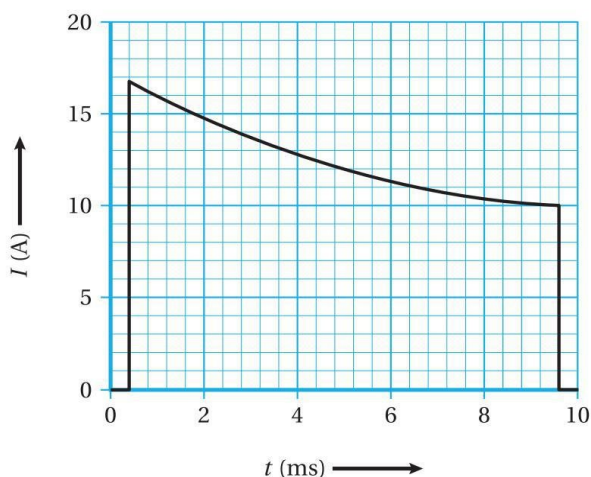
- 5 Om een scooteruitlaat te verchromen, wordt de uitlaat in een vloeistof gelegd met ionen Cr^{3+} . De uitlaat is met de negatieve pool van een spanningsbron verbonden. Tijdens het verchromen neemt Cr^{3+} bij de uitlaat elektronen op, waardoor chroom neerslaat op de uitlaat. Wat er bij de positieve pool gebeurt, is in deze opgave niet van belang. Na 1,5 uur is 1,2 g chroom neergeslagen op de uitlaat. De massa van een chroomatoom is $8,6 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$.
 - a Toon dat $1,4 \cdot 10^{22}$ chroomatomen zijn neergeslagen.
 - b Bereken de stroomsterkte tijdens het verchromen.

- **tekenblad** 6 In figuur 5.10 ontbreken verbindingsdraden.
Teken in figuur 5.10 de verbindingsdraden zodat het lampje brandt en de meters juist zijn aangesloten.



Figuur 5.10

- **tekenblad** 7 Een AED (automatische externe defibrillator) is een apparaat om iemand met een hartstilstand te reanimeren. Zie figuur 5.1. De patiënt krijgt een elektrische schok met als doel dat het hart weer gaat kloppen. Tijdens de schok loopt er even stroom door het hart. In figuur 5.11 zie je het (I, t) -diagram van de schok.
- **hulpblad**
- Toon aan dat de gemiddelde stroomsterkte tijdens de schok 12,4 A is. De schok heeft een energie van 0,13 kJ.
 - Bereken de gemiddelde spanning tussen de elektrodes tijdens de schok.



Figuur 5.11

Er zijn veel materialen die stroom geleiden. Het ene beter dan het andere. Hoe beïnvloeden het materiaal en de afmetingen van de kabel de grootte van de elektrische stroom?



Figuur 5.12

5.2 Weerstand en de wet van Ohm

Geleiders en isolatoren

Je drinkt een blikje frisdrank met een rietje. Met een smal rietje moet je harder zuigen dan met een breed rietje. Dat komt doordat de vloeistof in een smal rietje meer weerstand ondervindt dan in een breed rietje.

Iets vergelijkbaars gebeurt in een stroomdraad. Als over de draad spanning staat, loopt door de draad een elektrische stroom. De elektronen moeten dan tussen de positieve ionen door. Maar dat gaat niet zomaar: de elektronen ondervinden een **elektrische weerstand**. Het symbool van elektrische weerstand is R . De eenheid van weerstand is ohm met symbool Ω .

Als de weerstand van een draad groot is, gaan de elektronen moeilijk door de draad. Draden waardoor lading zich goed kan verplaatsen, noem je **geleiders**. De weerstand van een geleider is klein. Goede geleiders zijn bijvoorbeeld metalen zoals koper, goud en ijzer. Maar ook koolstof in de vorm van grafiet is een goede geleider. Ook een zoutoplossing, zoals het vocht in je lichaam, is een goede geleider. Dit komt doordat ionen in een waterige oplossing vrij kunnen bewegen.

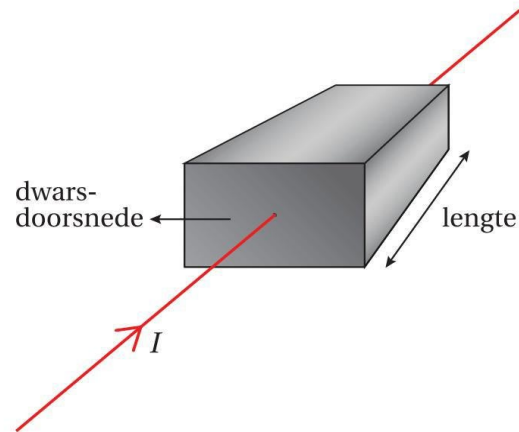
Materialen die slechte geleiders zijn, noem je **isolatoren**. De weerstand van een isolator is hoog. Voorbeelden van isolatoren zijn rubber, plastic, hout en glas.

Weerstand van materiaal

► practicum Weerstand van een draad

Wanneer stroom door een voorwerp loopt, bewegen alle vrije elektronen in het voorwerp. Die bewegende elektronen komen positief geladen ionen tegen, waardoor de snelheid en de richting van de elektronen veranderen. In welke mate dit gebeurt, hangt af van de soort ionen en de spreiding van de ionen over het voorwerp. Het materiaal waarvan een voorwerp is gemaakt, is dus van invloed op de sterkte van de stroom.

Het aantal vrije elektronen in een voorwerp hangt af van de lengte ℓ en de dwarsdoorsnede A . In figuur 5.13 zie je wat met lengte en dwarsdoorsnede wordt bedoeld. De lengte wordt dus gemeten in de richting waarin de stroom loopt. Is de dwarsdoorsnede twee keer zo groot, dan passeren in dezelfde tijd twee keer zoveel elektronen. De weerstand is dan twee keer zo klein. Is het voorwerp twee keer zo lang, dan komen de elektronen twee keer zo veel ionen tegen. De weerstand is dan ook twee keer zo groot.



Figuur 5.13

De weerstand van een voorwerp hangt dus af van het materiaal, de lengte en de dwarsdoorsnede van het voorwerp. De invloed van het materiaal wordt weergegeven door de soortelijke weerstand ρ (Griekse letter rho). De **soortelijke weerstand** van een materiaal is de weerstand van een voorwerp van dat materiaal met een lengte van 1 meter en een dwarsdoorsnede van 1 m^2 . Er geldt:

$$\rho = \frac{R \cdot A}{\ell}$$

- ρ is de soortelijke weerstand in $\Omega \text{ m}$.
- R is de weerstand in Ω .
- ℓ is de lengte in m.
- A is de dwarsdoorsnede in m^2 .

De soortelijke weerstand van materialen vind je in BINAS tabellen 8 tot en met 10. Het symbool ρ kan echter twee betekenissen hebben:

- In $\rho = \frac{R \cdot A}{\ell}$ is ρ het symbool van soortelijke weerstand met eenheid $\Omega \text{ m}$.
- In $\rho = \frac{m}{V}$ is ρ het symbool van dichtheid met eenheid kg m^{-3} .

Daarmee moet je rekening houden als je de waarde van ρ opzoekt in BINAS.

Voorbeeld 3 Rekenen met soortelijke weerstand

Om een stukje hout is geïsoleerd koperdraad gewikkeld. Met een multimeter meet je de weerstand van de draad: $16\ \Omega$. De diameter van de draad is $0,24\text{ mm}$. Bereken de lengte van het koperdraad.

Uitwerking

$$\rho = \frac{R \cdot A}{\ell}$$

De soortgelijke weerstand van ρ van koper is $17 \cdot 10^{-9}\ \Omega\text{ m}$ (zie BINAS tabel 8).

$$R = 16\ \Omega$$

Voor de doorsnede van de draad geldt:

$$A = \frac{1}{4} \pi d^2$$

$$d = 0,24\text{ mm} = 0,24 \cdot 10^{-3}\text{ m}$$

$$A = \frac{1}{4} \pi d^2 = \frac{1}{4} \times \pi \times (0,24 \cdot 10^{-3})^2 = 4,52 \cdot 10^{-8}\text{ m}^2$$

$$17 \cdot 10^{-9} = 16 \times \frac{4,25 \cdot 10^{-8}}{\ell}$$

$$\ell = 42,5\text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } \ell = 43\text{ m.}$$

Wet van Ohm

De stroomsterkte I door een lampje is groter als de spanning U over het lampje groter is. Neem je een ander lampje met een grotere weerstand R en verander je de spanning niet, dan is de stroomsterkte door het lampje kleiner. Dit verband staat bekend als de **wet van Ohm**. Er geldt:

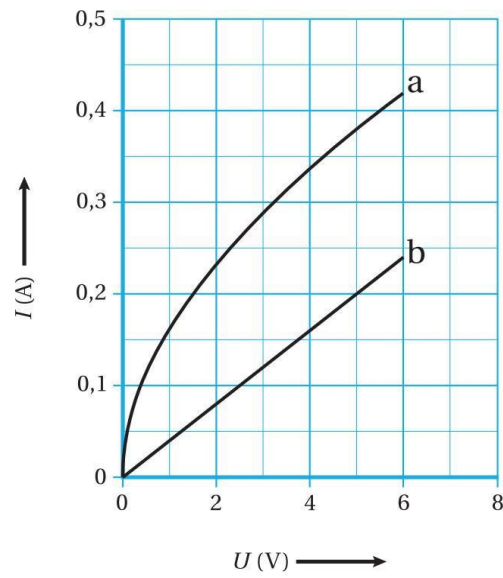
$$U = I \cdot R$$

- U is de spanning in V.
- I is de stroomsterkte in A.
- R is de weerstand in Ω .

In figuur 5.14 is voor twee voorwerpen het verband weergegeven tussen de gemeten stroomsterkte en de aangelegde spanning. Lijn b is een rechte lijn door de oorsprong. Dit betekent dat de weerstand van de gebruikte geleider een vaste waarde heeft. Dergelijke voorwerpen noem je **ohmse weerstanden**.

Lijn a is geen rechte lijn, maar een kromme. Naarmate de spanning toeneemt, neemt de stroomsterkte steeds minder toe. Dit betekent dat de weerstand van voorwerp a geen vaste waarde heeft tijdens de meting.

Door interactie van de vrije elektronen met de ionen van het materiaal wordt een gedeelte van de elektrische energie omgezet in warmte. Daardoor stijgt de temperatuur van het materiaal. De ionen gaan dan harder trillen en hinderen daardoor de vrije elektronen meer. De soortelijke weerstand van het materiaal wordt hierdoor groter als de temperatuur stijgt. Dit verschijnsel treedt vooral op bij metalen. In BINAS tabellen 8 tot en met 10 staat daarom bij de soortelijke weerstand de temperatuur vermeld waarbij de waarde geldt: 293 K.



Figuur 5.14

Voorbeeld 4 Weerstand van een lamp

Grafieklijn a in figuur 5.14 geeft het verband weer tussen de gemeten stroomsterkte door en de aangelegde spanning over een lamp.

De weerstand van de gloeidraad verandert als de spanning toeneemt.

- Neemt de weerstand toe of af als de spanning toeneemt? Licht je antwoord toe met behulp van figuur 5.14.
- Geef een verklaring voor de verandering van de weerstand.

Uitwerking

a $U = I \cdot R$

Bij de spanning $U = 4,0 \text{ V}$ is de stroomsterkte $0,34 \text{ A}$.

$$4,0 = 0,34 \cdot R$$

$$R = 11,7 \, \Omega$$

Bij de spanning $U = 6,0 \text{ V}$ is de stroomsterkte $0,42 \text{ A}$.

$$6,0 = 0,42 \cdot R$$

$$R = 14,2 \, \Omega$$

Dus de weerstand van de lamp neemt toe als de spanning over de lamp toeneemt.

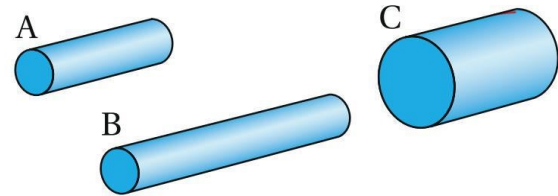
- Als de spanning groter is, brandt de lamp feller en is de temperatuur van de gloeidraad hoger. De soortelijke weerstand van het materiaal is dan groter en daardoor de weerstand ook.

Opgaven

- De weerstand van voorwerp b in figuur 5.14 is constant.
 - Bereken de weerstand van het voorwerp.
 De weerstand van voorwerp a in figuur 5.14 is niet constant.
 - Leg uit of voorwerp a beter of slechter gaat geleiden als de spanning toeneemt.

- 9 In figuur 5.15 zie je drie elektriciteitsdraden. De draden zijn gemaakt van hetzelfde materiaal. De draden A en B zijn even dik en de draden A en C zijn even lang.

Zet de draden in volgorde van toenemende weerstand.



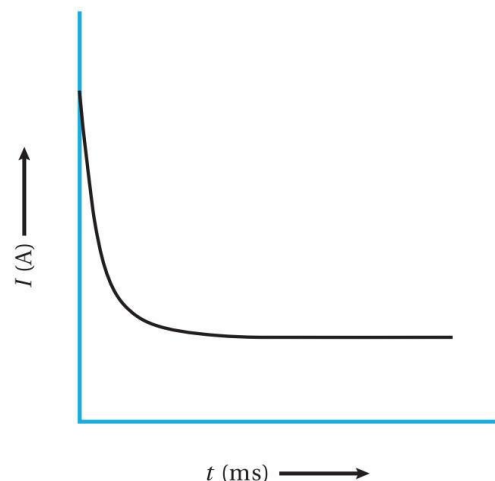
Figuur 5.15

- 10 Een dunne metaaldraad met een lengte van 80 cm heeft een weerstand van $3,0 \Omega$. De draad sluit je aan op een batterij met een spanning van 1,5 V.
- Bereken de stroomsterkte door de draad.
Je knipt nu de metaaldraad precies doormidden en legt de helften tegen elkaar, zodat je een dubbele draad krijgt van 40 cm. De ene kant van de dubbele draad sluit je aan op de ene pool van de batterij van 1,5 V en de andere kant op de andere pool.
 - Bereken de stroomsterkte door de dubbele draad.
- 11 De meeste hoogspanningskabels hangen bovengronds aan masten. Soms ligt zo'n kabel ondergronds. In Rotterdam ligt ondergronds een 3,0 km lange hoogspanningskabel. De kabel heeft een weerstand van $0,072 \Omega$. Hij bestaat uit een bundel koperdraden. Elke koperdraad heeft een cirkelvormige doorsnede met een diameter van 0,80 cm.
- Bereken het aantal koperdraden in de bundel.
Als de koperdraden worden vervangen door aluminiumdraden met dezelfde afmetingen is de weerstand niet meer gelijk aan $0,072 \Omega$.
 - Beredeneer of de weerstand van de aluminiumkabel groter of kleiner is dan de weerstand van de koperkabel.
 - Noem een voordeel en een nadeel van een ondergrondse kabel in vergelijking met een bovengrondse.

- 12 Een gloeidraad van een lampje is gemaakt van wolfraam. De lengte van de gloeidraad is 2,0 m en de diameter is 0,25 mm. Het lampje is niet aangesloten op een spanningsbron.

- Bereken in dit geval de weerstand van de gloeidraad.

Jonas en Monique sluiten vervolgens de gloeilamp aan op een spanningsbron. Zij meten de stroomsterkte door de gloeidraad bij het inschakelen van de spanning. Ze zien een grote stroomsterkte die binnen enkele ms afneemt tot een constante waarde. Zie figuur 5.16.



Figuur 5.16

Volgens Jonas neemt de stroomsterkte af omdat de draad door de hitte sterk uitzet: de diameter van de draad wordt groter. Volgens Monique neemt de stroomsterkte af omdat de soortelijke weerstand van wolfram toeneemt door de stijgende temperatuur van de draad.

b Leg uit wie gelijk kan hebben.

► **tekenblad** 13 Boukje en Elke willen de diameter weten van een gloeidraad in een lampje. Daartoe meten zij de stroomsterkte door het lampje bij een aantal waarden van de spanning. Hun resultaten staan in tabel 5.1. Op internet heeft Boukje gevonden dat de lengte van de gloeidraad 30 cm bedraagt. Ze neemt aan dat de gloeidraad gemaakt is van wolfram.

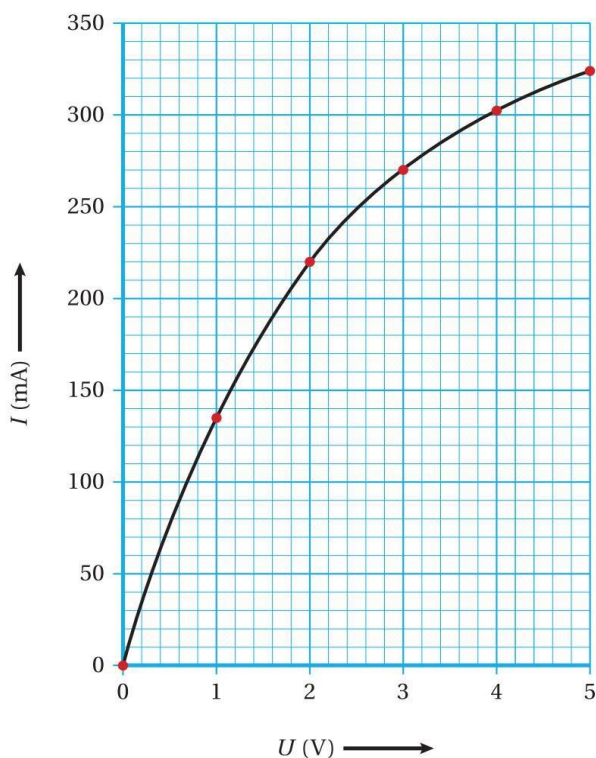
► **hulpblad**

U (V)	I (mA)
0,0	0
1,0	135
2,0	198
3,0	252
4,0	302
5,0	328

Tabel 5.1

a Bereken de diameter van de gloeidraad die volgt uit de tweede meting. Boukje berekent ook bij de andere metingen de diameter van de gloeidraad. Elke maakt met de meetwaarden een diagram. Zie figuur 5.17. Om de weerstand van de draad bij een spanning van 0 V te kunnen bepalen, tekent ze een raaklijn aan de grafiek bij een spanning van 0 V. Elke bepaalt de steilheid van de raaklijn en berekent daarmee de diameter van de gloeidraad.

b Voer de methode van Elke uit.



Figuur 5.17

In beide schakelingen zijn twee dezelfde lampjes aangesloten op eenzelfde batterij. Waarom branden de lampjes in de ene schakeling feller dan in de andere schakeling?



Figuur 5.18

5.3 Serie- en parallelschakelingen

Analyseren van schakelingen

In deze paragraaf bekijk je schakelingen met meerdere onderdelen. Je kunt bij elk onderdeel kijken naar de spanning over dat onderdeel, de stroom door het onderdeel en de weerstand van dat onderdeel. Dat noem je het **analyseren van schakelingen**. Daarbij gebruik je vaak de wet van Ohm.

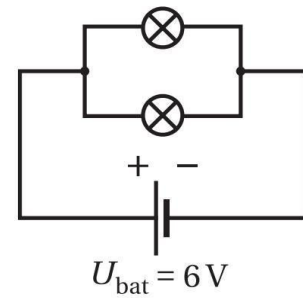
Om de verschillende onderdelen en hun eigenschappen niet door elkaar te halen is het verstandig om de onderdelen te nummeren en het nummer te plaatsen als index bij de bijbehorende spanning, stroomsterkte en weerstand. Bij onderdeel 1 hoort dus spanning U_1 , stroomsterkte I_1 en weerstand R_1 . Bovendien geldt $U_1 = I_1 \cdot R_1$. Op dezelfde manier label je elk onderdeel in de schakeling. In plaats van cijfers kun je natuurlijk ook letters gebruiken.

In figuur 5.19 zie je een aantal componenten waarmee je elektrische schakelingen kunt maken. Behalve een lampje, een batterij en een kleine elektromotor zie je een voorwerp in de vorm van een cilinder. Dit heet een **weerstand**. De waarde ervan is constant en wordt aangegeven door de gekleurde ringen. Verder zie je in deze figuur een diode en een led. De diode en de led worden in paragraaf 5.5 besproken.



Figuur 5.19

Figuur 5.20 toont het schema van de linker schakeling van figuur 5.18. De schakeling bestaat uit drie componenten: twee lampjes en een batterij. Bij het analyseren van de schakeling bereken je de spanning over en de stroomsterkte door elke component. Dit kun je doen door gebruik te maken van de wet van Ohm.



Figuur 5.20

Parallelschakeling

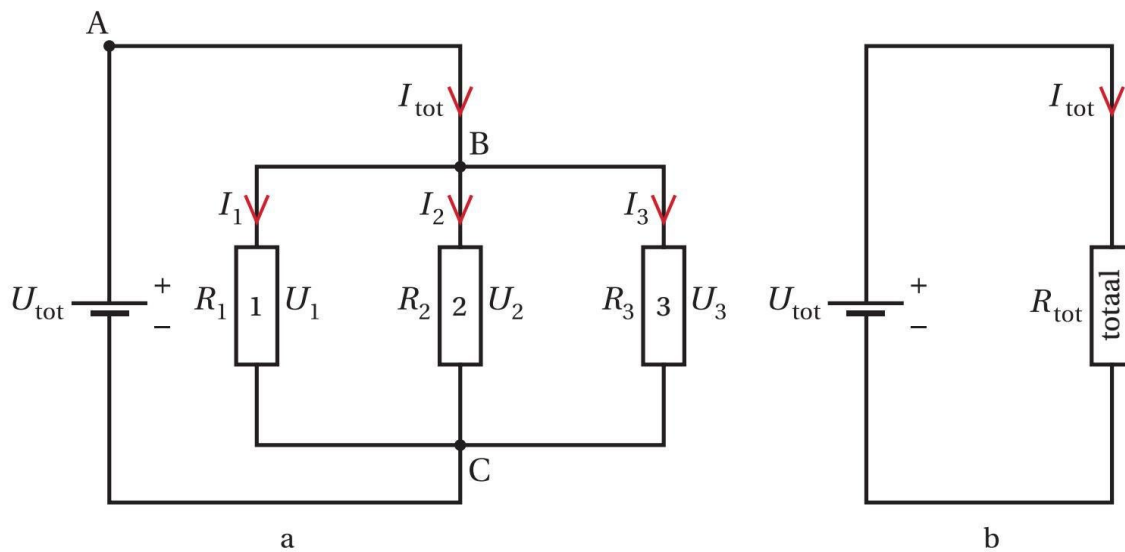
In figuur 5.21a zie je het schema van drie parallel geschakelde weerstanden. Als je de schakeling rondgaat van punt A via punt B naar punt C, dan zie je dat in punt B drie mogelijke paden naar C leiden. Zo'n vertakking is een kenmerk van een **parallelschakeling**. I_1 , I_2 en I_3 noem je **takstromen** of **deelstromen**. De hoeveelheid lading die per tijdseenheid aankomt bij B verdeelt zich over de drie weerstanden. Hierbij geldt:

$$I_{\text{tot}} = I_1 + I_2 + I_3$$

Dit is het eerste kenmerk van een parallelschakeling.

Hoe kleiner een weerstand, des te gemakkelijker stroom door die weerstand gaat.

De grootste stroomsterkte gaat dus door de kleinste weerstand.



Figuur 5.21

Elke weerstand is aangesloten op B en C. Dus in een parallelschakeling is de spanning over elke weerstand gelijk. Dit is een tweede kenmerk van een parallelschakeling. In figuur 5.21 geldt voor de spanningen:

$$U_{\text{tot}} = U_1 = U_2 = U_3$$

Je kunt de drie weerstanden van figuur 5.21a vervangen door één weerstand zonder dat de spanning en de stroomsterkte bij de bron veranderen. Dit zie je in figuur 5.21b. Het verband tussen R_{tot} en de drie weerstanden is het derde kenmerk van een parallelschakeling.

Voor elke weerstand geldt $U = I \cdot R$. Dit kun je schrijven als $I = \frac{U}{R}$.
Pas je deze formule toe op het kenmerk van de stroomsterkte, dan kun je een formule afleiden voor de vervangingsweerstand R_{tot} .

$$I_{\text{tot}} = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\frac{U_{\text{tot}}}{R_{\text{tot}}} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3}$$

Omdat $U_{\text{tot}} = U_1 = U_2 = U_3$ mag je de spanning wegdelven.

$$\frac{1}{R_{\text{tot}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

In tabel 5.2 staan de drie kenmerken van een parallelschakeling bij elkaar.

Parallelschakeling	Formule	Betekenis
spanning	$U_{\text{tot}} = U_1 = U_2 = U_3$	De spanning is over elke weerstand hetzelfde.
stroomsterkte	$I_{\text{tot}} = I_1 + I_2 + I_3$	De totale stroomsterkte is gelijk aan de som van de takstromen. De grootste stroomsterkte gaat door de kleinste weerstand.
weerstand	$\frac{1}{R_{\text{tot}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$	De totale weerstand volgt uit die van de losse weerstanden. De totale weerstand is kleiner dan de kleinste weerstand.

Tabel 5.2

Hoe meer weerstanden parallel op dezelfde spanningsbron zijn geschakeld, des te kleiner is de totale weerstand van de schakeling. Blijft de bronspanning gelijk, dan levert de spanningsbron volgens de wet van Ohm een grotere totale stroomsterkte.

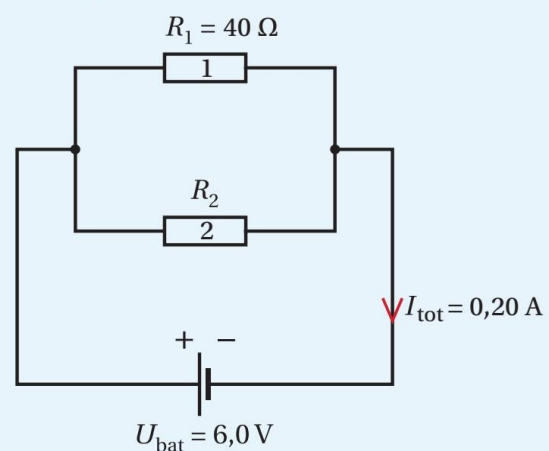
Voorbeeld 5 Rekenen aan een parallelschakeling

Een weerstand 1 met $R_1 = 40 \, \Omega$ is samen met weerstand 2 parallel aangesloten op een batterij met $U_{\text{bat}} = 6,0 \, \text{V}$. Zie figuur 5.22.
De stroomsterkte door de hoofdtak is $0,20 \, \text{A}$.

a Toon aan dat $R_{\text{tot}} = 30 \, \Omega$.

b Bereken R_2 .

De waarde van R_2 kun je ook berekenen met $U_2 = I_2 \cdot R_2$.



Figuur 5.22

c Pas deze manier toe door de volgende opdrachten uit te voeren:

- Bereken I_2 met $I_{\text{tot}} = I_1 + I_2$.
- Bereken R_2 .

Je schakelt een derde weerstand parallel aan weerstand 2.

- d Beredeneer of de stroomsterkte door weerstand 2 toeneemt, afneemt of gelijk blijft.
- e Beredeneer of I_{tot} toeneemt, afneemt of gelijk blijft.

Uitwerking

a $U_{\text{tot}} = I_{\text{tot}} \cdot R_{\text{tot}}$ met $I_{\text{tot}} = 0,20 \text{ A}$ en $U_{\text{tot}} = 6,0 \text{ V}$
 $6,0 = 0,20 \cdot R_{\text{tot}}$
 $R_{\text{tot}} = 30 \Omega$

b In een parallelschakeling geldt

$$\frac{1}{R_{\text{tot}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \text{ met } R_{\text{tot}} = 30 \Omega \text{ en } R_1 = 40 \Omega.$$

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{40} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_2} = 8,33 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Dus } R_2 = 120 \Omega.$$

c De stroomsterkte door weerstand 1 bereken je met de wet van Ohm.

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 \text{ met } R_1 = 40 \Omega$$

In een parallelschakeling is de spanning over een weerstand gelijk aan de totale spanning. Dus $U_1 = U_2 = U_{\text{tot}} = 6,0 \text{ V}$.

$$6,0 = I_1 \times 40$$

$$I_1 = 0,15 \text{ A}$$

In een parallelschakeling geldt: $I_{\text{tot}} = I_1 + I_2$ met $I_{\text{tot}} = 0,20 \text{ A}$ en $I_1 = 0,15 \text{ A}$.

$$0,20 = 0,15 + I_2$$

$$I_2 = 0,05 \text{ A}$$

$$U_2 = I_2 \cdot R_2 \text{ met } U_2 = 6,0 \text{ V}$$

$$6,0 = 0,05 \times R_2$$

$$R_2 = 120 \Omega$$

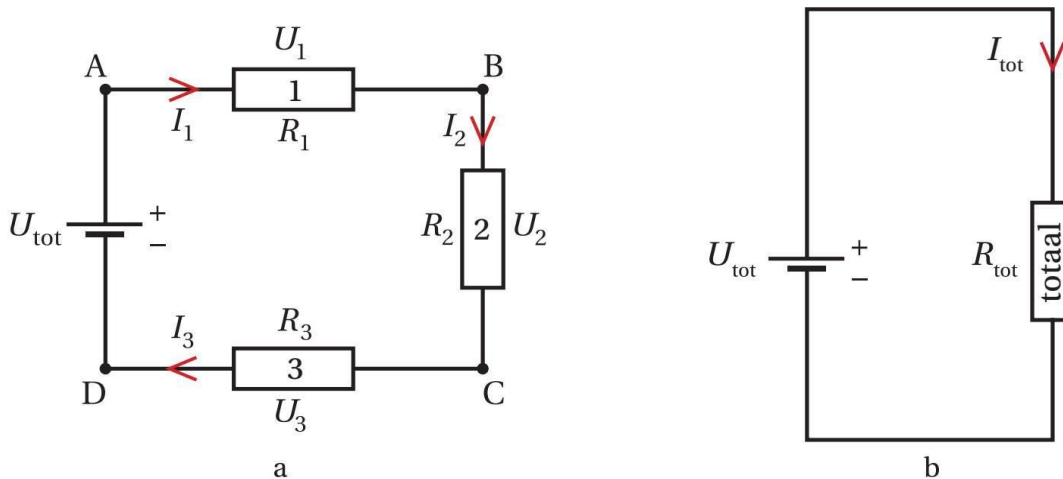
d De spanning U_2 blijft 6,0 V. De waarde van weerstand 2 verandert ook niet. Volgens de wet van Ohm verandert de stroomsterkte door weerstand 2 dan ook niet.

e Als een extra weerstand parallel wordt geschakeld, neemt de totale weerstand af. Blijft de spanning van de batterij gelijk, dan volgt uit $U_{\text{tot}} = I_{\text{tot}} \cdot R_{\text{tot}}$ dat de stroomsterkte toeneemt.

Serieschakeling

In een serieschakeling kom je geen vertakking tegen. Er is één stroomkring waarin alle componenten zijn opgenomen. Dit is het kenmerk van een **serieschakeling**. De stroomsterkte is in een serieschakeling voor elk component hetzelfde.

Voor figuur 5.23 geldt dus: $I_{\text{tot}} = I_1 = I_2 = I_3$



Figuur 5.23

Een elektron in deze serieschakeling krijgt elektrische energie mee van de bron en passeert drie weerstanden. Als het elektron is aangekomen bij de spanningsbron, heeft het geen elektrische energie meer. Die energie is in de drie weerstanden omgezet. De spanning van de spanningsbron U_{tot} wordt in deze serieschakeling verdeeld over drie weerstanden. Er geldt:

$$U_{\text{tot}} = U_1 + U_2 + U_3$$

Voor de spanning over elke weerstand geldt: $U_x = I_{\text{tot}} \cdot R_x$. Zo'n spanning noem je een **deelspanning**. Voor de totale spanning U_{tot} van figuur 5.23a leidt dit tot:

$$U_{\text{tot}} = I_{\text{tot}} \cdot R_1 + I_{\text{tot}} \cdot R_2 + I_{\text{tot}} \cdot R_3$$

$$U_{\text{tot}} = I_{\text{tot}} \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$$

De totale weerstand in een serieschakeling is de som van de weerstanden. Je kunt de weerstanden van figuur 5.23a dus vervangen door één weerstand zonder dat de spanning en stroomsterkte bij de bron veranderen. Dit zie je in figuur 5.23b.

De grootte van de totale weerstand is:

$$R_{\text{tot}} = R_1 + R_2 + R_3$$

In tabel 5.3 staan de drie kenmerken van een serieschakeling bij elkaar.

Serieschakeling	Formule	Betekenis
spanning	$U_{\text{tot}} = U_1 + U_2 + U_3$	De totale spanning is gelijk aan de som van de deelspanningen. De grootste spanning staat over de grootste weerstand.
stroomsterkte	$I_{\text{tot}} = I_1 = I_2 = I_3$	De stroomsterkte is op elke plaats in de schakeling even groot.
weerstand	$R_{\text{tot}} = R_1 + R_2 + R_3$	De totale weerstand is gelijk aan de som van de afzonderlijke weerstanden.

Tabel 5.3

Hoe meer weerstanden in serie op een spanningsbron zijn aangesloten, des te groter is de totale weerstand van de schakeling. Blijft de bronspanning gelijk, dan levert de spanningsbron volgens de wet van Ohm een kleinere stroomsterkte.

Voorbeeld 6 Rekenen aan een serieschakeling

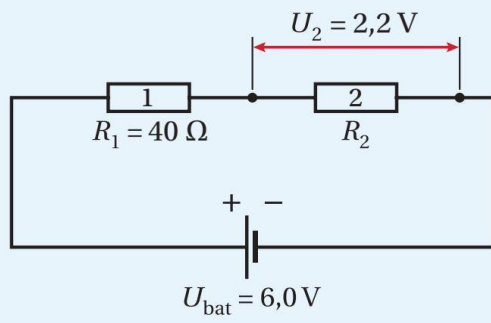
Een weerstand $R_1 = 40 \, \Omega$ is samen met een tweede weerstand in serie aangesloten op een batterij met $U_{\text{bat}} = 6,0 \, \text{V}$. Zie figuur 5.24. De spanning over weerstand 2 is $2,2 \, \text{V}$.

a Toon aan dat de stroomsterkte door weerstand 1 gelijk is aan $95 \, \text{mA}$.

b Bereken R_2 .

Je schakelt een derde weerstand in serie met de andere twee.

c Beredeneer of de stroomsterkte door weerstand 2 toeneemt, afneemt of gelijk blijft.



Figuur 5.24

Uitwerking

a De stroomsterkte door weerstand 1 bereken je met de wet van Ohm toegepast op R_1 .

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 \text{ met } R_1 = 40 \, \Omega$$

Omdat weerstand 1 in serie staat met weerstand 2 geldt:

$$U_{\text{tot}} = U_1 + U_2 \text{ met } U_{\text{tot}} = 6,0 \, \text{V} \text{ en } U_2 = 2,2 \, \text{V}$$

$$6,0 = U_1 + 2,2$$

$$U_1 = 3,8 \, \text{V}$$

$$3,8 = I_1 \cdot 40$$

$$I_1 = 0,095 \, \text{A} = 95 \, \text{mA}$$

b De waarde van R_2 bereken je met de wet van Ohm toegepast op R_2 .

$$U_2 = I_2 \cdot R_2 \text{ met } U_2 = 2,2 \, \text{V}$$

$$I_2 = I_1 = 0,095 \, \text{A} \text{ omdat weerstand 1 in serie staat met weerstand 2.}$$

$$2,2 = 0,095 \cdot R_2$$

$$R_2 = 23,1 \, \Omega$$

$$\text{Afgerond: } R_2 = 23 \, \Omega.$$

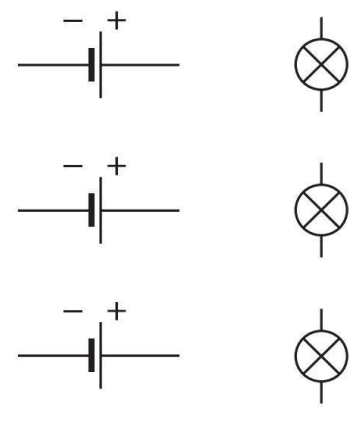
c Door de derde weerstand neemt de totale weerstand van de serieschakeling toe. De spanning blijft gelijk. De totale stroomsterkte neemt dus af. Omdat in een serieschakeling de stroomsterkte overal hetzelfde is, neemt de stroomsterkte door weerstand 2 ook af.

Twee lampjes in een serie- en een parallelschakeling

De lampjes in figuur 5.18 zijn in de linker schakeling parallel geschakeld en in de rechter schakeling in serie geschakeld. De lampjes in de **serieschakeling** branden zwakker dan die in de **parallelschakeling**. De totale weerstand van de lampjes in serie is groter dan de totale weerstand van de parallel geschakelde lampjes. Daardoor is de stroomsterkte die de batterij levert in de rechter schakeling kleiner en wordt er per seconde minder lading en dus minder energie naar die lampjes getransporteerd, waardoor de lampjes minder fel branden.

Opgaven

- **tekenblad** 14 In figuur 5.18 aan het begin van de paragraaf zie je twee lampjes op verschillende manieren geschakeld.
- Teken de bijbehorende schema's.
- In een koplamp van een fiets zijn drie lampjes parallel geschakeld. Elk lampje heeft een spanning van 4,5 V nodig. Daarvoor worden drie batterijen met elk een spanning van 1,5 V gebruikt. In het schema van figuur 5.25 staan de componenten getekend zonder de verbindingsdraden.
- Teken in figuur 5.25 de verbindingsdraden zodat de schakeling op de juiste manier werkt.

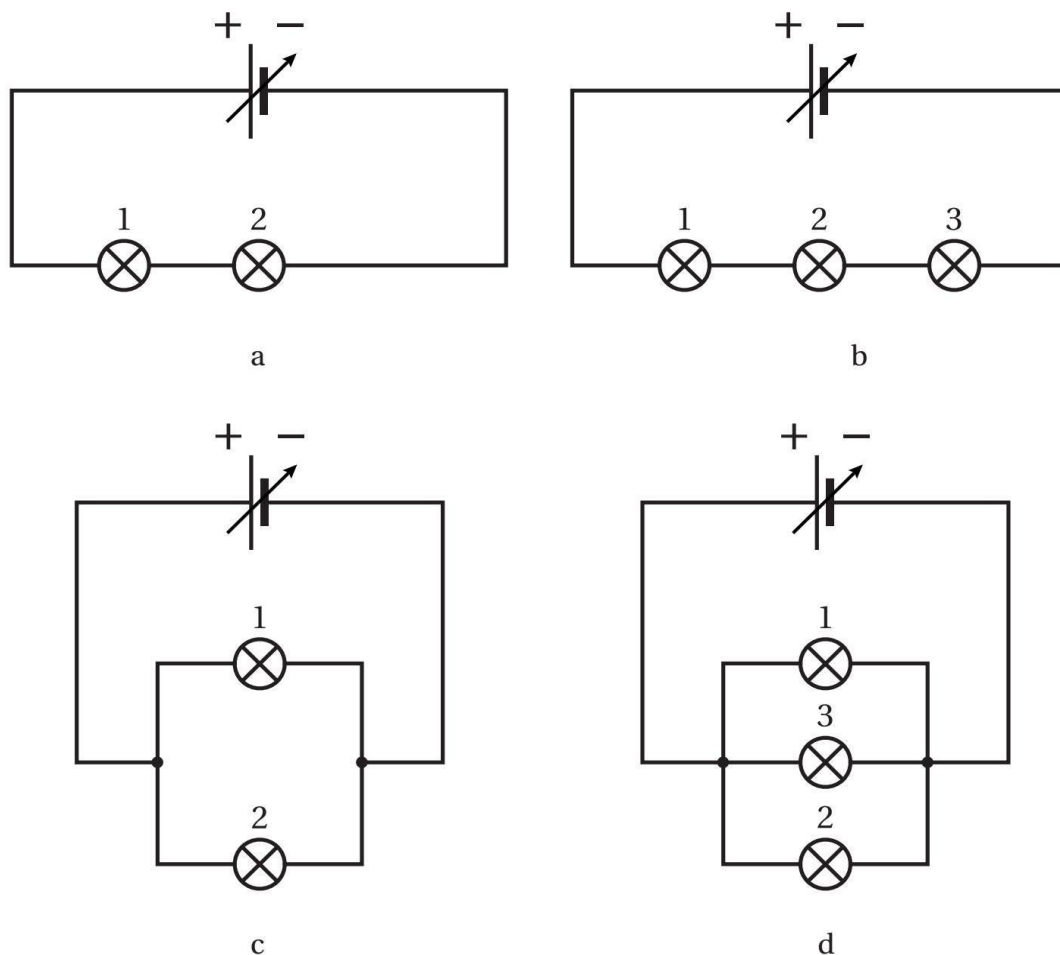


Figuur 5.25

- 15 Je beschikt over drie identieke lampjes. Twee ervan schakel je in serie en sluit je aan op een regelbare spanningsbron. Zie figuur 6.26a.
- De spanning stel je zo in dat de lampjes 'goed branden'. Even later sluit je het derde lampje in serie met de eerste twee aan. Zie figuur 6.26b.
- Beantwoord onderstaande vragen en geef een korte toelichting op je antwoord.
- Verandert de spanning over lampje 1?
 - Verandert de stroomsterkte door lampje 1?
 - Gaat lampje 1 feller of zwakker branden? Of blijft het even fel branden?

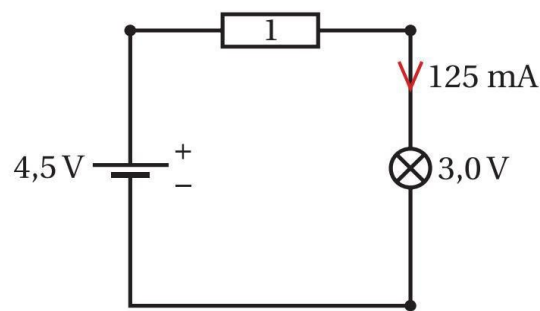
Vervolgens zet je twee lampjes parallel aan elkaar en sluit je ze op de spanningsbron aan. Zie figuur 5.26c. Opnieuw stel je de spanning zo in dat de lampjes 'goed branden'. Even later sluit je het derde lampje parallel met de eerste twee aan. Zie figuur 5.26d.

- Verandert de spanning over lampje 1?
- Verandert de stroomsterkte door lampje 1?
- Gaat lampje 1 feller of zwakker branden? Of blijft het even fel branden?



Figuur 5.26

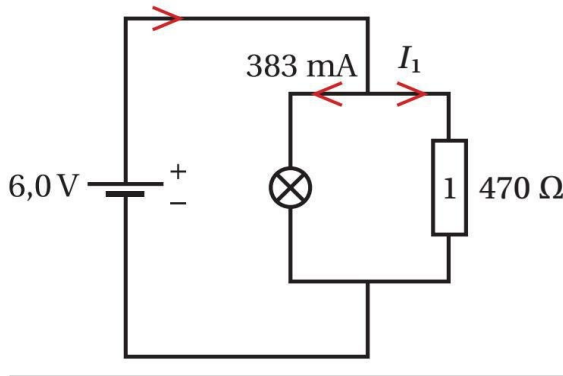
- 16 Mathijs wil een lampje aansluiten op een batterij. De stroomsterkte door het lampje is 125 mA als de spanning over het lampje 3,0 V is. De batterij van Mathijs heeft echter een spanning van 4,5 V. Als Mathijs het lampje direct zou aansluiten op de batterij, gaat het lampje stuk. Daarom gebruikt Mathijs een weerstand in serie met het lampje. Zie figuur 5.27.



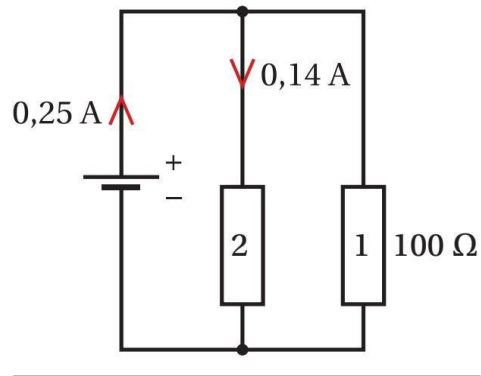
Figuur 5.27

- Toon aan dat de weerstand een waarde van $12\ \Omega$ moet hebben om het lampje toch op de juiste spanning en stroomsterkte te laten branden.
- Bereken de waarde van de totale weerstand. Gebruik daarbij de spanning van de spanningsbron en de totale stroomsterkte.
- Bereken opnieuw de waarde van de totale weerstand, maar gebruik daarbij nu de weerstand van het lampje en de waarde van de weerstand.

- 17 In figuur 5.28 is een lamp parallel geschakeld aan een weerstand van $470\ \Omega$. De stroomsterkte door het lampje is $383\ \text{mA}$ als de spanning over het lampje $6,0\ \text{V}$ is.
- Toon aan dat de weerstand van het lampje gelijk is aan $16\ \Omega$.
 - Toon aan dat de totale stroomsterkte gelijk is aan $396\ \text{mA}$.
 - Bereken de waarde van de totale weerstand. Gebruik daarbij de spanning van de spanningsbron en de totale stroomsterkte.
 - Bereken opnieuw de waarde van de totale weerstand. Gebruik daarbij nu de weerstand van het lampje en de waarde van de weerstand.



Figuur 5.28



Figuur 5.29

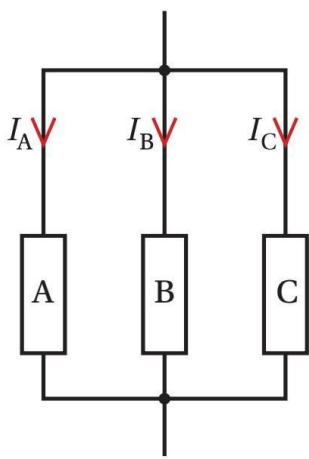
- 18 In figuur 5.29 zie je een parallelschakeling van twee weerstanden. Bereken R_2 .

- **hulpblad** 19 In figuur 5.30 zie je een parallelschakeling van drie weerstanden. De spanning over elke weerstand is U . Voor de waarden van de weerstanden geldt de relatie:

$$R_A = 2R_B = 3R_C$$

Leid met behulp van bovenstaande relatie en de spanning U af dat voor de stroomsterktes door de weerstanden geldt:

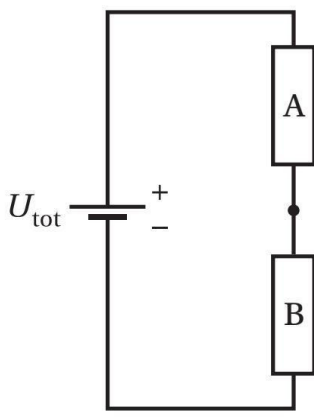
$$I_C = \frac{3}{2}I_B = 3I_A$$



Figuur 5.30

- **hulpblad** 20 In figuur 5.31 zie je een serieschakeling van twee weerstanden A en B aangesloten op een spanningsbron.

- a Leid met behulp van het tweede kenmerk af dat geldt $\frac{U_A}{U_B} = \frac{R_A}{R_B}$.
 $R_A = 12\ \Omega$ en $R_B = 35\ \Omega$ en de bronspanning is 24 V.
 b Bereken de spanning U_A met behulp van de formule van vraag 20a.

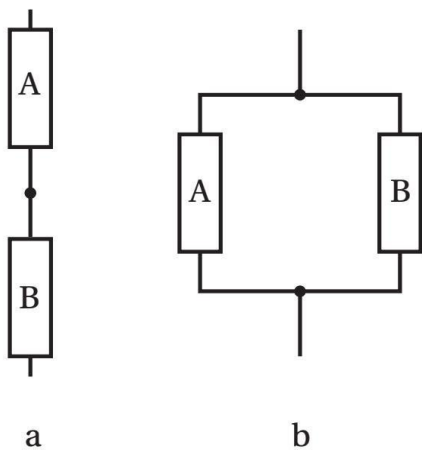


Figuur 5.31

- **hulpblad** 21 In figuur 5.32a zie je een serieschakeling van twee weerstanden A en B.

Je vervangt de twee weerstanden door één weerstand R_{tot} .

- a Leg uit dat R_{tot} groter is dan R_A én groter is dan R_B .



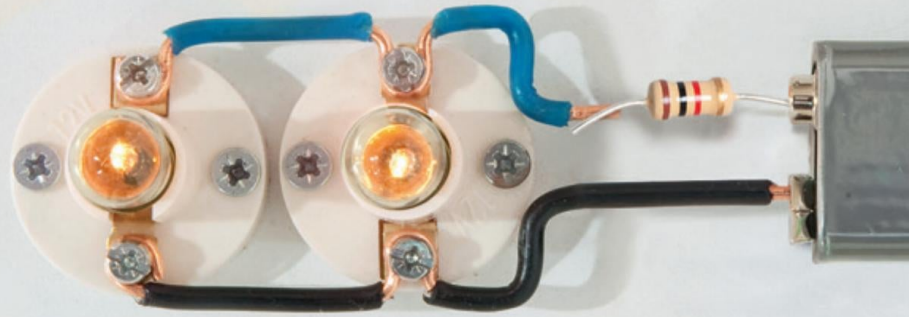
Figuur 5.32

In figuur 5.32b zie je een parallelschakeling van de twee weerstanden A en B.

Je vervangt de twee weerstanden opnieuw door één weerstand R_{tot} .

- b Leg uit dat R_{tot} nu kleiner is dan R_A én kleiner is dan R_B .

Twee lampjes en een weerstand zijn aangesloten op een batterij van 9 V. De spanning over de lampjes mag maximaal 6 V zijn. Hoe zorg je er met de weerstand voor dat de lampjes op de goede spanning branden?

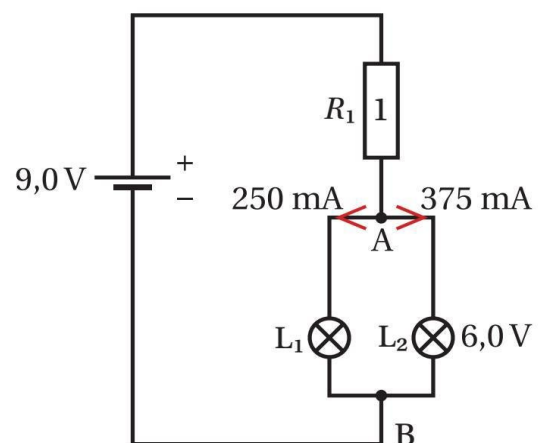


Figuur 5.33

5.4 Gemengde schakelingen

Combinatie van parallel- en serieschakeling

Figuur 5.34 toont het schema van figuur 5.33 met enkele gegevens. Je ziet dat de lampjes parallel geschakeld zijn, want bij punt A is er een vertakking. Weerstand 1 is in serie geschakeld met de twee parallelle lampjes. De schakeling is dus een combinatie van een parallel- en een serieschakeling. Dit heet een **gemengde schakeling**. Bij de analyse van een gemengde schakeling gebruik je de wet van Ohm en de kenmerken van serie- en parallelschakelingen.



Figuur 5.34

Voorbeeld 7 Rekenen aan een gemengde schakeling

Bepaal in figuur 5.34 de waarde van weerstand 1.

Uitwerking

Pas je de wet van Ohm toe op de weerstand, dan geldt: $U_1 = I_1 \cdot R_1$. Je hebt dus I_1 en U_1 nodig om de waarde van R_1 te kunnen berekenen.

De weerstand staat in serie met de twee parallel geschakelde lampjes. De stroomsterkte door de weerstand is daarom gelijk aan de som van de stroomsterkte door de twee lampjes:

$$I_1 = 250 + 375$$

$$I_1 = 625 \text{ mA}$$

De weerstand staat in serie met de twee parallel geschakelde lampjes. De spanning van de batterij is gelijk aan de spanning over de weerstand en de spanning over de punten A en B. Lampje L_2 is verbonden met de punten A en B. Daardoor is de spanning over de punten A en B gelijk aan 6,0 V.

$$9,0 = U_1 + 6,0$$

$$U_1 = 3,0 \text{ V}$$

Ten slotte bereken je met de wet van Ohm de waarde van R_1 .

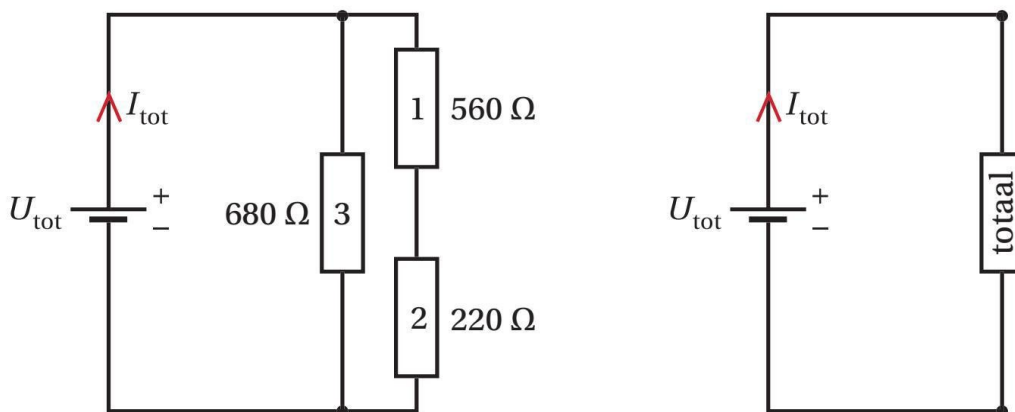
$$U_1 = I_1 \cdot R_1 \text{ met } U_1 = 3,0 \text{ V en } I_1 = 625 \text{ mA} = 625 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$3,0 = 625 \cdot 10^{-3} \cdot R_1$$

$$R_1 = 4,8 \Omega$$

► practicum Schakelingen Weerstand van een gemengde schakeling

Ook in een gemengde schakeling kun je de weerstanden vervangen door één weerstand. In figuur 5.35 zie je een gemengde schakeling van drie weerstanden. De weerstanden 1 en 2 zijn in serie geschakeld. Weerstand 3 is parallel geschakeld aan deze twee weerstanden. De waarde van R_{tot} bereken je in twee stappen. Hierbij maak je gebruik van de kenmerken van de serieschakeling en de parallelschakeling.



Figuur 5.35

Voorbeeld 8 Rekenen aan een gemengde schakeling

De weerstand van R_1 en R_2 samen in figuur 5.35 noem je $R_{1,2}$.

a Bereken $R_{1,2}$.

De weerstand van $R_{1,2}$ en R_3 noem je R_{tot} .

b Bereken R_{tot} .

Uitwerking

a $R_{1,2}$ bereken je met de kenmerken van een serieschakeling.

$$R_{1,2} = R_1 + R_2$$

$$R_{1,2} = 220 + 560$$

$$R_{1,2} = 780 \Omega$$

- b R_{tot} bereken je met de formule voor de vervangingsweerstand van een parallelschakeling.

$$\frac{1}{R_{\text{tot}}} = \frac{1}{R_{1,2}} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_{\text{tot}}} = \frac{1}{780} + \frac{1}{680}$$

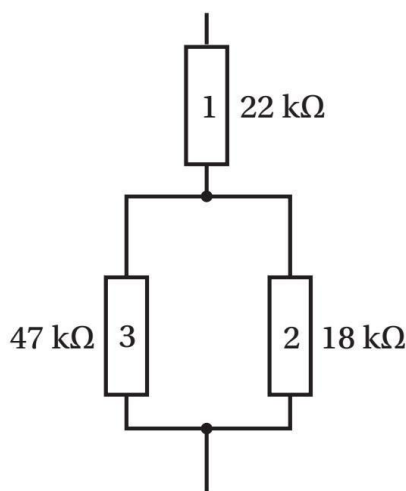
$$R_{\text{tot}} = 363,2 \, \Omega$$

Afgerond: $363 \, \Omega$.

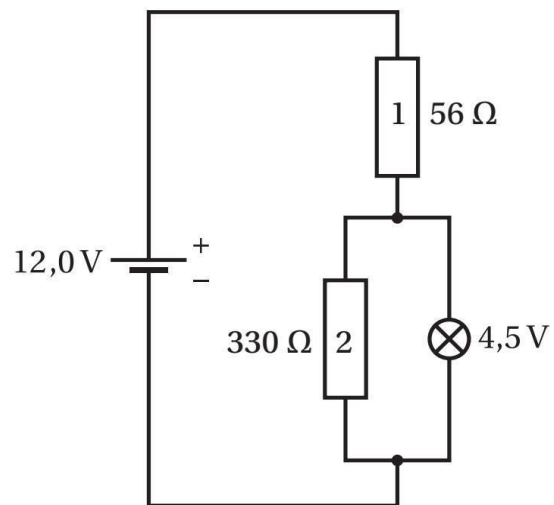
Opgaven

- 22 Figuur 5.36 is een gemengde schakeling van drie weerstanden.

Bereken de totale weerstand R_{tot} van de drie weerstanden.



Figuur 5.36



Figuur 5.37

- 23 Figuur 5.37 is een gemengde schakeling van twee weerstanden en een lampje.

De spanning over het lampje is 4,5 V.

- Toon aan dat de stroomsterkte door weerstand 1 gelijk is aan 0,13 A.
- Bereken de stroomsterkte door het lampje.

- **hulpblad** 24 In figuur 5.38 zie je twee weerstanden in serie geschakeld.

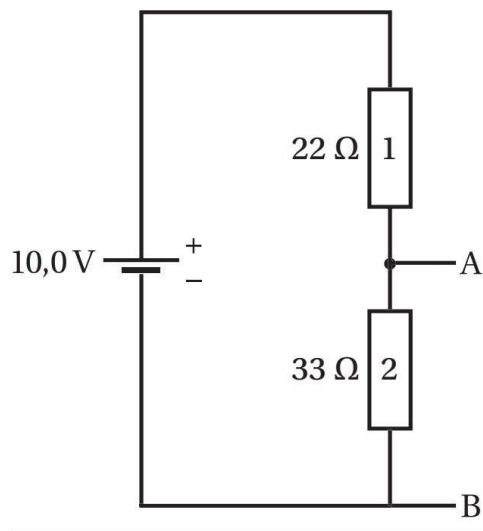
- Toon aan dat de spanning over weerstand 2 gelijk is aan 6,0 V.

Je sluit een lampje aan tussen de punten A en B.

- Leg uit dat door het aansluiten van het lampje de stroomsterkte door weerstand 1 groter wordt.

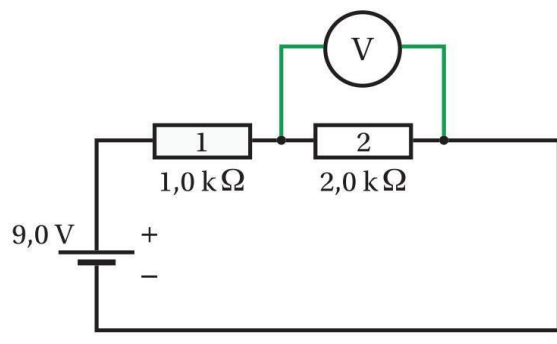
Het lampje heeft een spanning nodig van 6,0 V.

- Leg uit of de spanning over het lampje gelijk is aan 6,0 V, groter is dan 6,0 V of kleiner is dan 6,0 V.



Figuur 5.38

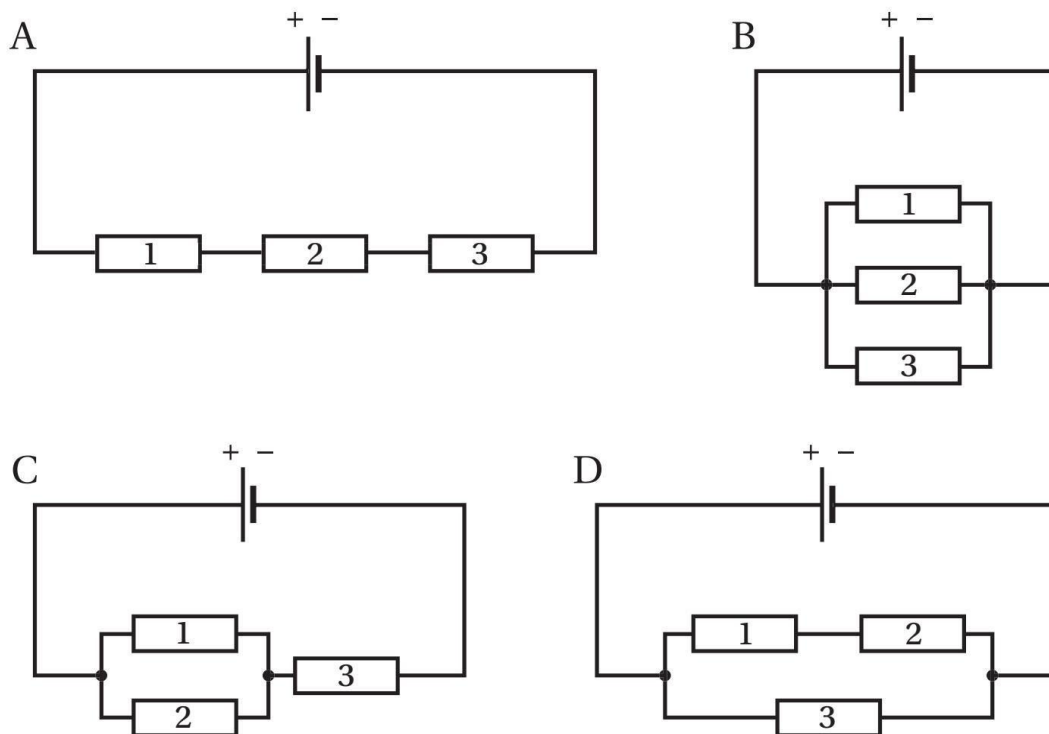
- 25 In figuur 5.39 zie je een serieschakeling van twee weerstanden. Over weerstand 2 is een spanningsmeter aangesloten. De bronspanning is 9,0 V.



Figuur 5.39

- Toon aan dat de spanning over weerstand 2 gelijk is aan 6,0 V.
Een geschikte spanningsmeter heeft een zeer grote weerstand, zodat de stroom door de meter maximaal 1% is van de stroom door weerstand 2. De weerstand van de voltmeter is 6,0 kΩ. De stroomsterkte door weerstand 1 is gelijk aan 3,6 mA.
- Toon aan dat de spanning over weerstand 2 gelijk is aan 5,4 V.
- Toon aan dat de voltmeter in deze situatie niet geschikt is.
De weerstanden van 1,0 kΩ en 2,0 kΩ worden vervangen door weerstanden van 1,0 Ω en 2,0 Ω.
- Leg uit waarom de voltmeter nu wel geschikt is.

- 26 In figuur 5.40 zie je drie weerstanden op vier verschillende manieren geschakeld. Er geldt dat R_1 kleiner is dan R_2 en dat R_2 kleiner is dan R_3 . De totale weerstand van de schakeling is verschillend. Zet de schakelingen in volgorde van oplopende totale weerstand.



Figuur 5.40

- 27 In figuur 5.40 hebben de vier spanningsbronnen dezelfde spanning.
- In welke schakeling loopt door weerstand 2 de grootste stroom? Licht je antwoord toe.
In schakeling A en D wordt weerstand 2 vervangen door een metaaldraad waarvan je de weerstand mag verwaarlozen. In schakeling B en C wordt de weerstand alleen maar weggehaald. Er ontstaan dus schakelingen met alleen de weerstanden 1 en 3. In elke schakeling met twee weerstanden is de stroom uit de batterij niet gelijk aan de stroom in de schakeling met drie weerstanden.
 - Leg voor elke schakeling uit of de stroom uit de batterij groter of kleiner is geworden.

Elektrische schakelingen bestaan niet alleen uit weerstanden en lampjes. Om een thermostaat te laten werken, zijn er meer componenten nodig. Met welke componenten maak je een thermostaat?



Figuur 5.41

5.5 Elektrische componenten

Temperatuurgevoelige weerstand

In een temperatuursensor zit een component die gevoelig is voor temperatuur. De weerstand van zo'n component verandert als de temperatuur stijgt of daalt. Metalen hebben een positieve weerstandstemperatuurcoëfficiënt. De waarde van de weerstand wordt groter als de temperatuur stijgt. Zo'n component heet een **PTC**.



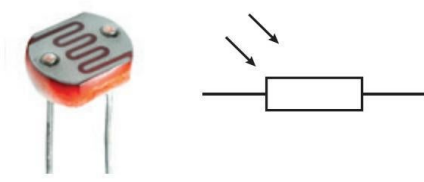
Figuur 5.42

Er bestaan ook weerstanden met een negatieve weerstandstemperatuurcoëfficiënt. De waarde van de weerstand wordt dan kleiner als de temperatuur stijgt. Zo'n component noem je een **NTC**. In figuur 5.42 zie je foto's van een NTC en een PTC. Het symbool van een NTC heeft een minteken en dat van een PTC een plusteken.

Lichtgevoelige weerstand

Een **LDR** is een lichtgevoelige weerstand. LDR is de afkorting van Light Dependent Resistor. De weerstand van een LDR wordt bepaald door de hoeveelheid licht die erop valt. Die weerstand wordt kleiner naarmate de LDR sterker wordt belicht. In figuur 5.43 zie je het symbool van een LDR.

De pijltjes stellen lichtstralen voor. Een lichtsensor is een schakeling met een LDR. Een voorbeeld is een elektronisch oog bij een liftdeur. Ook om straatverlichting automatisch in en uit te schakelen is een lichtsensor nodig.

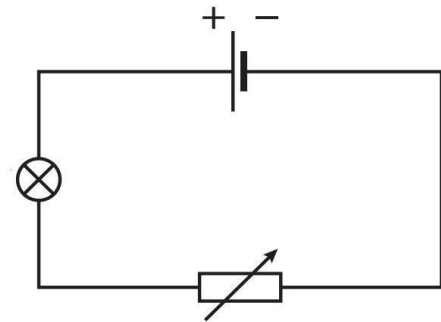


Figuur 5.43

Regelbare weerstand

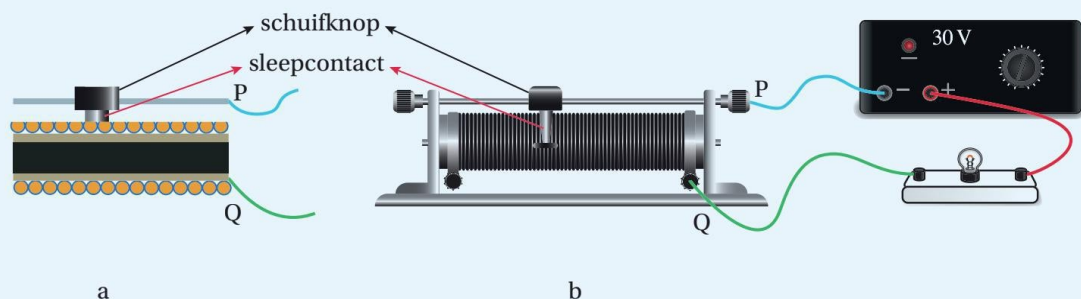
Een elektrische component waarvan je de weerstand kunt veranderen heet een **regelbare weerstand**. Het symbool voor een regelbare weerstand is een weerstand met een pijl erdoor.

In figuur 5.44 zie je dat de regelbare weerstand in serie staat met een lampje. De bronspanning verdeelt zich over het lampje en de regelbare weerstand. Verander je de waarde van de regelbare weerstand, dan verandert de spanning over het lampje. Daarmee verander je de lichtsterkte van de lamp.



Figuur 5.44

Voorbeeld 9 Regelbare weerstand



Figuur 5.45

Daan maakt de schakeling van figuur 5.44. In figuur 5.45a zie je een doorsnede van de regelbare weerstand met de aansluitpunten P en Q. In figuur 5.45b zie je de schakeling die Daan gemaakt heeft. Onder de schuifknop van de regelbare weerstand zit een draad in spiraalvorm. Aan de schuifknop zit een sleepcontact dat contact maakt met een van de windingen van de draad.

Door de schuifknop te verplaatsen regelt Daan het aantal windingen waardoor stroom loopt. In de stroomkring van figuur 5.45b is ook een lampje opgenomen. Daan verplaatst de schuif naar links.

a Leg uit of het lampje feller of minder fel gaat branden.

De spiraal bestaat uit 20 windingen met een omtrek van 5,0 cm. De draad is van constantaan. De variabele weerstand kan worden ingesteld tussen 0 en 7,0 Ω .

b Bereken de diameter van de gebruikte draad, uitgedrukt in mm.

Uitwerking

a Als de schuifknop naar links gaat, neemt het aantal windingen dat wordt opgenomen in de stroomkring toe. Omdat de lengte van de draad in de stroomkring toeneemt, neemt de weerstand van de schuifweerstand toe. Dus neemt de totale weerstand toe. Omdat de spanning van de bron gelijk blijft, neemt de totale stroomsterkte af. Het lampje staat in serie met de schuifweerstand. Dus neemt de stroomsterkte door het lampje ook af. Daardoor gaat het minder fel branden.

$$b \quad \rho = \frac{R \cdot A}{\ell}$$

ρ van constantaan is $0,45 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}$ (zie BINAS tabel 9).

$$R = 7,0 \Omega$$

Voor de lengte van de draad geldt $\ell = 20 \times 5,0 \text{ cm} = 100 \text{ cm} = 1,0 \text{ m}$.

$$0,45 \cdot 10^{-6} = 7,0 \times \frac{A}{1,0}$$

$$A = 6,428 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2$$

$$A = \frac{1}{4} \pi d^2$$

$$d = 2,86 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

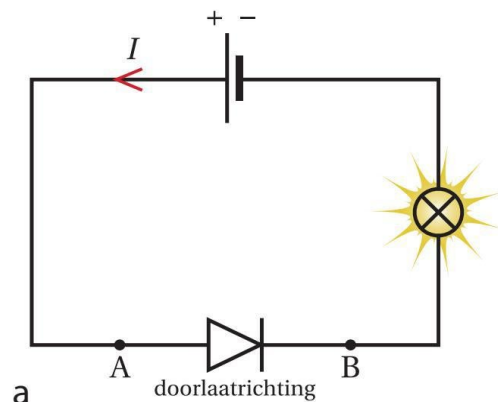
Afgerond: 0,29 mm.

Diode en led

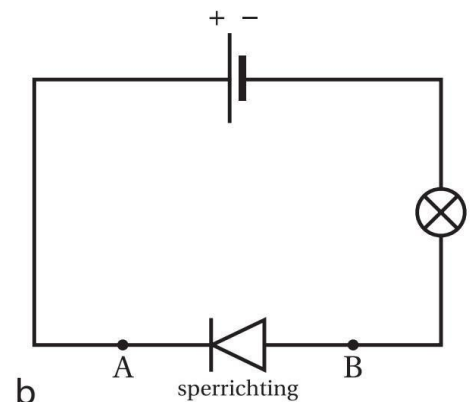
Een diode is een speciale component. De stroom kan er namelijk maar in één richting door. In figuur 5.46 zie je een foto en het symbool voor een **diode**. De stroom kan alleen in de richting van de pijl door de diode. Dit noem je de **doorlaatrichting**. Zie figuur 5.47a. Sluit je de diode omgekeerd aan, dan loopt er geen stroom door de diode en brandt het lampje niet. Zie figuur 5.47b. Dit noem je de **sperrichting**. Dioden kom je tegen in opladers en andere elektronische apparaten. Ze worden onder meer gebruikt om een wisselspanning om te zetten in een gelijkspanning. Bij een wisselspanning is een pool van de wisselspanningsbron afwisselend positief en negatief. De stroom uit een wisselspanningsbron verandert daardoor voortdurend van richting. Bij gelijkspanning loopt de stroom steeds in dezelfde richting.



Figuur 5.46

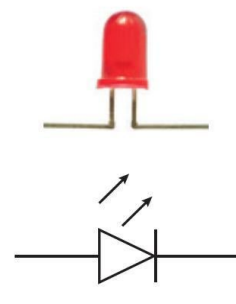


Figuur 5.47



De afkorting **led** staat voor Light Emitting Diode: een diode die licht geeft als er stroom doorheen gaat. In figuur 5.48 staat het symbool voor een led. De pijltjes geven aan dat de diode licht uitstraalt.

Je vindt leds steeds vaker in huis als vervanger van de gloeilamp. Alle kleuren zijn mogelijk. In vergelijking met gloeilampen zijn leds zeer energiezuinig. Voor dezelfde lichtopbrengst gebruikt een gloeilamp veel meer elektrische energie.



Figuur 5.48

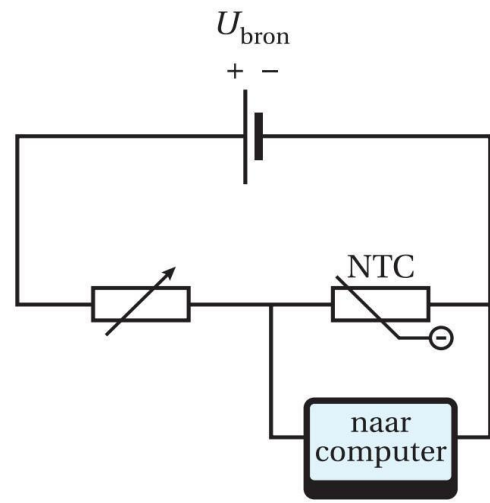
Een eenvoudige thermostaat

In figuur 5.49 zie je een schema van een eenvoudige **thermostaat**. Een NTC is in serie geschakeld met een regelbare weerstand. Bij een serieschakeling staat de grootste spanning over de grootste weerstand. Als de temperatuur daalt, neemt de weerstandswaarde van de NTC toe.

Daardoor stijgt de spanning over de NTC.

Een computer meet de spanning over de NTC en vergelijkt deze met een ingestelde spanning. Als de spanning over de NTC groter wordt dan de ingestelde waarde, gaat er een signaal naar de verwarmingsketel en naar de pomp van de verwarming.

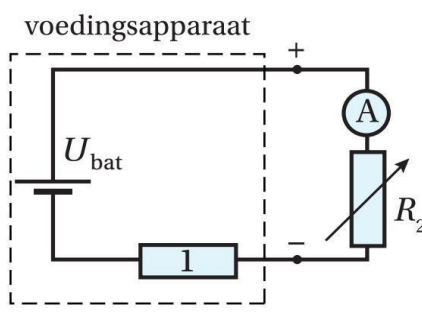
Als je de thermostaat instelt, verander je de waarde van de regelbare weerstand. Zo leg je vast bij welke temperatuur de ingestelde spanning wordt bereikt.



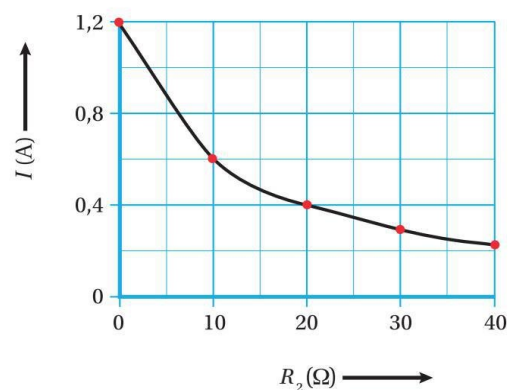
Figuur 5.49

Opgaven

- **hulpblad** 28 In een voedingskast zit een batterij en een weerstand. Zie figuur 5.50. Monique wil weten hoe groot U_{bat} en R_1 zijn. Ze sluit daartoe een ampèremeter en een regelbare weerstand aan op het voedingsapparaat. Zij meet de stroomsterkte bij verschillende waarden van de regelbare weerstand. In figuur 5.51 zijn haar meetresultaten weergegeven.
- Leg uit dat $R_1 = 10 \Omega$.
 - Bereken U_{bat} .



Figuur 5.50



Figuur 5.51

- 29 Iris onderzoekt de werking van een led met de schakeling in figuur 5.52. Met deze schakeling bepaalt zij het verband tussen de spanning over en de stroomsterkte door de led. In figuur 5.53 staat het resultaat van haar metingen.

De doorlaatspanning van de led is 1,5 V.

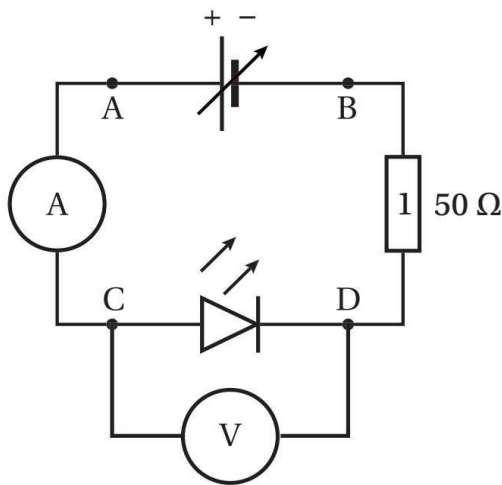
- a Leg aan de hand van de grafiek uit wat met de 'doorlaatspanning' van een led wordt bedoeld.

In de schakeling is een weerstand van $50\ \Omega$ opgenomen.

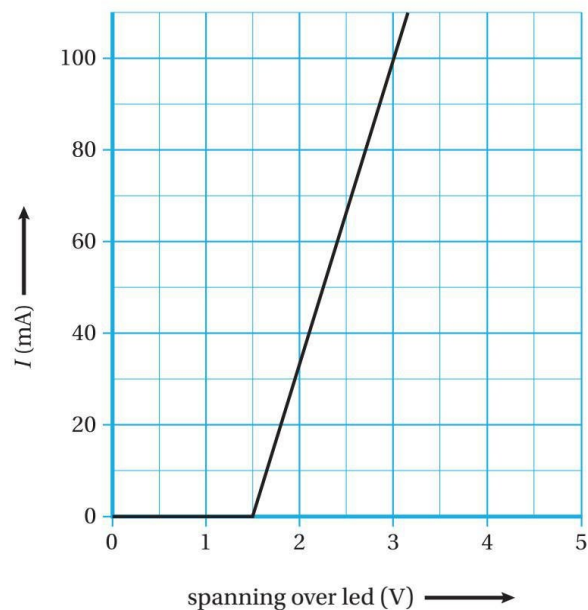
- b Bepaal de spanning die de spanningsbron levert als de stroomsterkte door de led gelijk is aan 100 mA.

Als Iris de spanning over de led vergroot, gaat de led feller branden.

- c Leg met figuur 5.53 uit of de weerstand van de led dan toeneemt, afneemt of gelijk blijft.



Figuur 5.52



Figuur 5.53

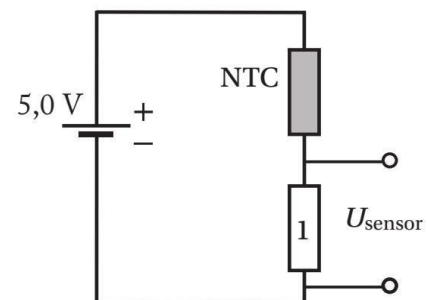
- **hulpblad** 30 De temperatuur in een aquarium wordt geregeld met een thermosstaat. Een onderdeel daarvan is de temperatuursensor: dit is een schakeling met een NTC en een weerstand. Zie figuur 5.54.

Als de temperatuur stijgt, verandert de stroomsterkte in de schakeling.

- a Bereken of de stroomsterkte dan daalt of stijgt.
b Leid af dat voor de spanning over de NTC geldt:

$$U_{\text{NTC}} = \frac{R_{\text{NTC}}}{R_{\text{NTC}} + R_1} \cdot U_{\text{bron}}$$

De temperatuur van het water in een aquarium moet nauwkeurig binnen bepaalde grenzen blijven. Daarbij is een temperatuursensor nodig die gevoelig is.



Figuur 5.54

Er geldt gevoeligheid = $\frac{\Delta U}{\Delta T}$. Gevoelig betekent dat een kleine verandering van de temperatuur een grote verandering in spanning geeft.

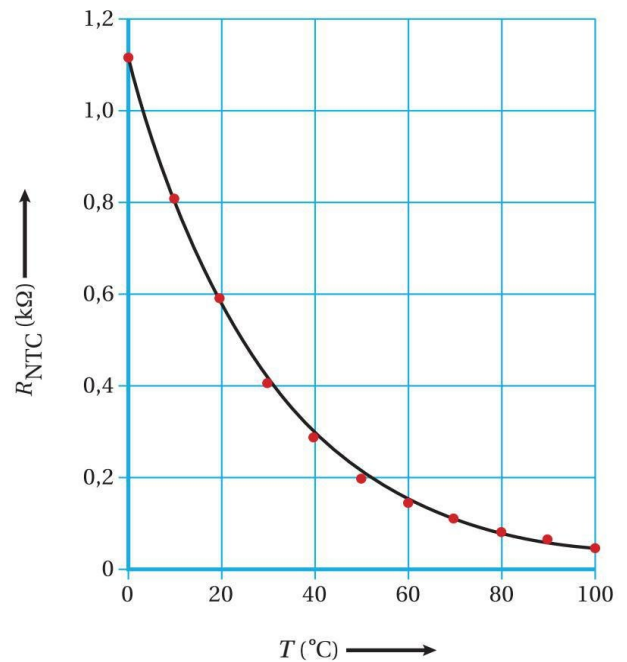
Figuur 5.55 is het (R_{NTC}, T) -diagram.

- c Bepaal de gemiddelde gevoeligheid van de temperatuursensor tussen $T = 20^\circ\text{C}$ en $T = 40^\circ\text{C}$ als $R_1 = 0,40\text{ k}\Omega$.

De NTC mag niet teveel opwarmen door de stroom die er doorheen loopt: de stroomsterkte mag maximaal $7,5\text{ mA}$ bedragen.

- d Laat zien of de sensor daaraan voldoet tussen $T = 20^\circ\text{C}$ en $T = 40^\circ\text{C}$. Als een NTC te veel opwarmt, raakt hij beschadigd.

- e Geef nog twee argumenten waarom de NTC niet te veel mag opwarmen.



Figuur 5.55

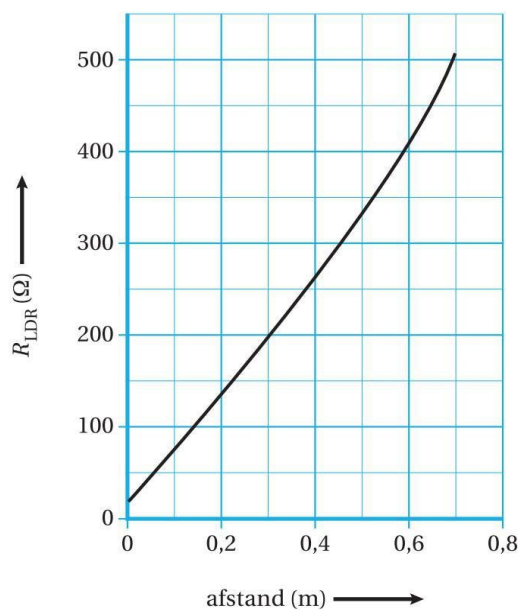
- 31 Lia onderzoekt hoe de weerstand van een LDR afhangt van de lichtsterkte. Ze hangt een lamp op verschillende afstanden boven de LDR in een verduisterde ruimte. Bij elke afstand meet ze de weerstand. In figuur 5.56 zijn haar resultaten verwerkt.

- a Leg met behulp van figuur 5.56 uit dat de weerstand van de LDR kleiner wordt als de verlichtingssterkte toeneemt.

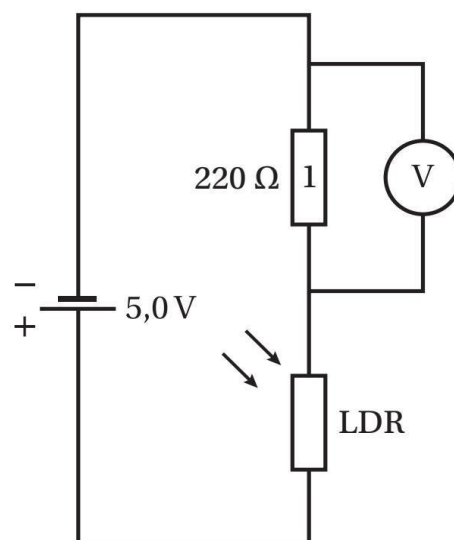
Vervolgens maakt ze de schakeling van figuur 5.57 die ze als lichtsensor gebruikt.

Lia vindt het logisch om de spanning over weerstand 1 als signaal te gebruiken.

- b Geef een argument waarom Lia dat logisch vindt.
c Bepaal de afstand van de lamp tot de LDR als de spanningsmeter $2,3\text{ V}$ aanwijst.



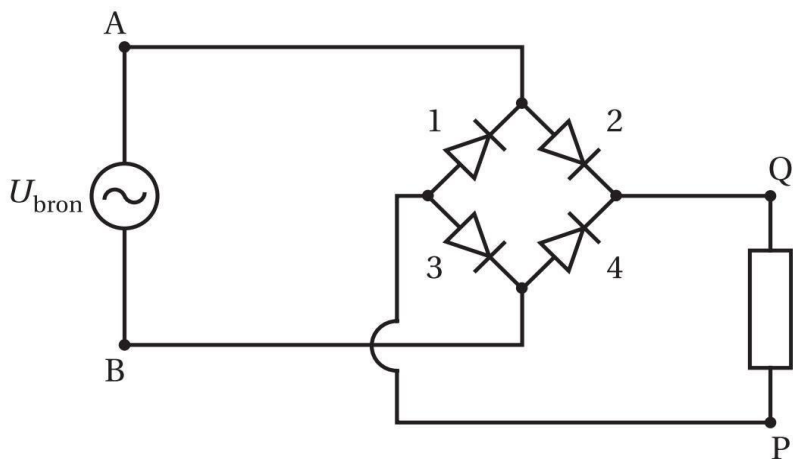
Figuur 5.56



Figuur 5.57

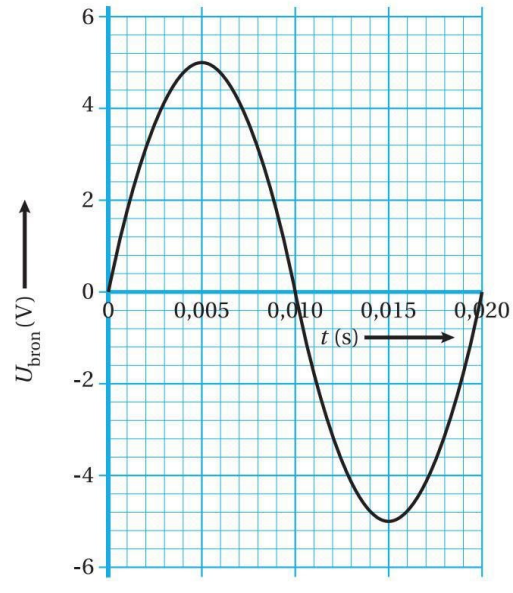
► **tekenblad** 32 In de oplader van je telefoon zit een gelijkrichter. Die zorgt ervoor dat de wisselspanning wordt omgezet in een gelijkspanning. Eran en Enno onderzoeken de werking van de gelijkrichter. In figuur 5.58 zie je hun schema. In plaats van een telefoon gebruiken ze een weerstand. De gelijkrichter is opgebouwd uit vier dioden. Op de punten A en B zetten ze een wisselspanning. Op de punten P en Q meten ze de spanning over de weerstand.

In het diagram van figuur 5.59 is de wisselspanning weergegeven als functie van de tijd. Vanaf 0 s tot 0,01 s is de wisselspanning positief. Punt A is dan de positieve pool. In deze toestand geleiden slechts twee van de vier dioden. Tussen de tijdstippen 0,01 en 0,02 s is punt A de negatieve pool. Dan geleiden de andere twee dioden.



Figuur 5.58

- Bepaal uit figuur 5.58 welke twee dioden geleiden tussen 0 en 0,01 s. Teken daartoe in figuur 5.58 met pijltjes de weg waarlangs de stroom gaat.
- Hoe loopt de elektrische stroom door de weerstand tussen 0 en 0,01 s: van P naar Q of van Q naar P?
- Bepaal de richting van de stroom door de weerstand tussen 0,01 en 0,02 s.
- Schets in figuur 5.59 de spanning over de weerstand als functie van de tijd.



Figuur 5.59

- **hulpblad** 33 Peter en Heidi hebben een schakeling gebouwd waarmee ze twee LDR's kunnen vergelijken. Het schakelschema staat in figuur 5.60. Ze plaatsen beide LDR's onder dezelfde lichtbron, zodat op elke LDR dezelfde hoeveelheid licht valt. De voltmeter wijst dan 0 V aan. Hieruit trekken Peter en Heidi de conclusie dat in die situatie de weerstanden van de LDR's aan elkaar gelijk zijn.

a Leg uit dat zij gelijk hebben.

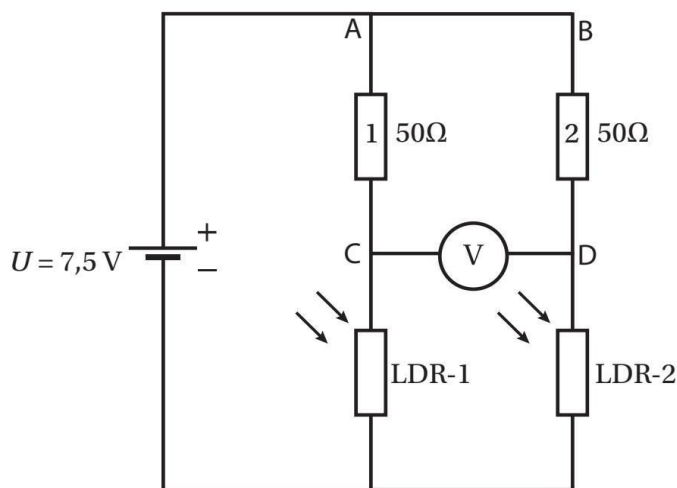
De spanningsbron levert in die situatie een elektrische stroom van 100 mA. De grootte van de weerstand van een LDR als functie van de verlichtingssterkte E in lux is in figuur 5.61 weergegeven.

b Toon aan dat de verlichtingssterkte van een LDR gelijk is aan $40 \cdot 10^3$ lux.

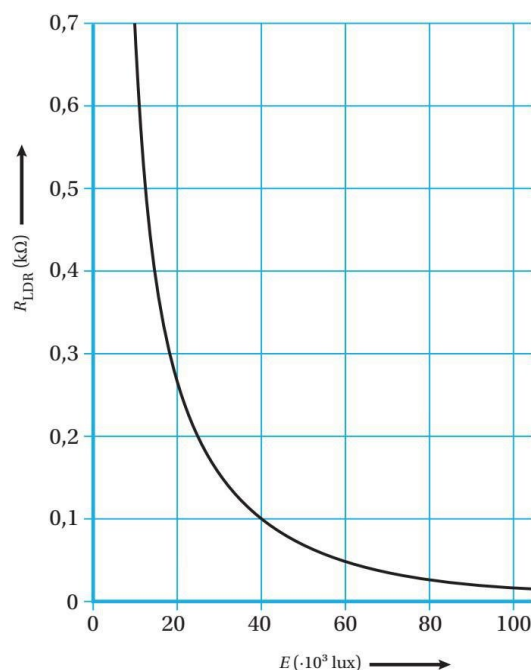
Als LDR-2 iets wordt verschoven, valt er minder licht op LDR-2. Bij LDR-1 verandert er niets. De voltmeter geeft nu 1,0 V aan. Door de voltmeter loopt een zeer kleine stroom van D naar C, die verwaarloosbaar is ten opzichte van de andere stromen. De spanningsbron levert nu een stroomsterkte van 80 mA.

c Toon aan dat de spanning over weerstand 2 gelijk is aan 1,5 V.

d Bepaal de verlichtingssterkte van LDR-2.



Figuur 5.60



Figuur 5.61

De twee even grote ledlampen branden op 230 V, maar geven toch niet evenveel licht. Op de ene lamp staat 4 W, op de andere 9 W. Wat heeft dat getal met de hoeveelheid licht te maken?



Figuur 5.62

5.6 Energie in huis

Elektrisch vermogen en energie

► practicum Vermogen

Op een lamp staat: 4 W en 230 V. Als je deze lamp aansluit op 230 V en laat branden, wordt elke seconde 4 J aan **elektrische energie** omgezet. De hoeveelheid energie die per seconde wordt omgezet heet het **vermogen** met symbool P . De eenheid van vermogen is watt met symbool W. Dus W is hetzelfde als J s^{-1} . Voor het vermogen geldt:

$$P = \frac{E}{t}$$

- P is het vermogen in W.
- E is de hoeveelheid omgezette energie in J.
- t is de tijd in s.

Het vermogen van een apparaat bepaalt dus hoeveel energie per seconde nodig is om het apparaat goed te laten werken. De spanning over het apparaat geeft aan hoeveel energie (E) per coulomb lading (Q) in het apparaat wordt omgezet. De stroomsterkte geeft aan hoeveel lading (Q) per tijdseenheid (t) door het apparaat gaat. Uit de formules voor spanning en stroomsterkte volgt dan ook het vermogen:

$$U \cdot I = \frac{E}{Q} \cdot \frac{Q}{t} = \frac{E}{t} = P$$

Voor het vermogen dat in een apparaat wordt omgezet, geldt dus:

$$P = U \cdot I$$

- P is het vermogen in W.
- U is de spanning in V.
- I is de stroomsterkte in A.

Als een apparaat is aangesloten op de juiste spanning, bepalen het vermogen en de spanning samen hoe groot de stroom door het apparaat is.

De stroom loopt ook door het snoer waarmee het apparaat is aangesloten. De draden in het snoer hebben een kleine weerstand. Het meeste vermogen wordt omgezet in het apparaat zelf, maar in het snoer wordt wel een klein beetje warmte geproduceerd. De energie die per seconde wordt omgezet in warmte, noem je het **warmtevermogen**. Dit kun je berekenen uit de weerstand van het snoer en de stroomsterkte door het snoer. Met behulp van de formule voor het vermogen en de wet van Ohm leid je af dat geldt:

$$P = U \cdot I = (I \cdot R) \cdot I = I^2 \cdot R$$

Voorbeeld 10 Warmtevermogen in een snoer

In een stofzuiger zit een elektromotor. Deze elektromotor heeft een vermogen van 1,6 kW als hij aangesloten is op een stopcontact. De totale weerstand van het stofzuigersnoer bedraagt 0,12 Ω .

Bereken het warmtevermogen van het stofzuigersnoer. Neem aan dat de spanning over de elektromotor 230 V is.

Uitwerking

$$P_{\text{snoer}} = I^2 \cdot R$$

De stroomsterkte in het snoer is gelijk aan de stroomsterkte in de stofzuiger.

$$P_{\text{stofzuiger}} = U \cdot I$$

$$P = 1,6 \text{ kW} = 1,6 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$U = 230 \text{ V}$$

$$1,6 \cdot 10^3 = 230 \times I$$

$$I = 6,96 \text{ A}$$

$$P_{\text{snoer}} = 6,96^2 \times 0,12$$

$$P_{\text{snoer}} = 5,813 \text{ W}$$

Afgerond: 5,8 W.

Rendement en energiebesparing

Een elektrisch apparaat zet elektrische energie om in een of meer andere energievormen. Zo zet een lamp elektrische energie om in stralingsenergie en warmte. Bij een lamp is de stralingsenergie (licht) de **nuttige energie**. Je kunt ook zeggen dat stralingsenergie de gewenste energievorm is en warmte de ongewenste energievorm.

Het **rendement** van een energieomzetting is de verhouding tussen de nuttige energie en de totale hoeveelheid omgezette energie. Omdat de nuttige energie en de totale energie in dezelfde tijd gebruikt worden, kun je het rendement ook met vermogen berekenen.

Voor het rendement geldt:

$$\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} \text{ en } \eta = \frac{P_{\text{nuttig}}}{P_{\text{in}}}$$

- η is het rendement.
- E_{nuttig} is de nuttige energie in J.
- E_{in} is totale hoeveelheid omgezette energie in J.
- P_{nuttig} is het nuttige vermogen in W.
- P_{in} is het totale omgezette vermogen in W.

Meestal druk je rendement uit in procenten ($\eta = \text{de gevonden waarde} \times 100\%$).

Voorbeeld 11 Rendement van een waterkoker

Arja doet in een waterkoker 1,5 L water met een temperatuur van 18 °C.

Na 4 minuten en 40 seconden kookt het water. De waterkoker heeft een vermogen van 2,0 kW als deze aangesloten is op een spanning van 230 V.

- a Toon dat $5,1 \cdot 10^5$ J nodig is om het water te laten koken. Neem aan dat 1,0 L water een massa heeft van 1,0 kg.
- b Bereken het rendement van deze waterkoker.

Uitwerking

a $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$

$$m = 1,5 \text{ kg}$$

$$c = 4,18 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\Delta T = 100 - 18 = 82 \text{ °C} (= 82 \text{ K})$$

$$Q = 1,5 \times 4,18 \cdot 10^3 \times 82 = 5,14 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Afgerond: $5,1 \cdot 10^5$ J.

b $\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}}$

E_{nuttig} is de hoeveelheid energie die nodig is om het water op te warmen.

E_{in} is de geleverde elektrische energie.

$$P = \frac{E}{t} \text{ met } E = E_{\text{in}}$$

$$P = 2,0 \text{ kW} = 2,0 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$t = 4 \text{ min en } 40 \text{ s} = 4 \times 60 + 40 = 280 \text{ s}$$

$$E = E_{\text{in}} = 2,0 \cdot 10^3 \times 280 = 5,6 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$E_{\text{nuttig}} = Q = 5,1 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{5,1 \cdot 10^5}{5,6 \cdot 10^5}$$

$$\eta = 0,9107$$

Afgerond: 0,91. (Dit is dus 91%.)

Om **energie** te **besparen** is het dus belangrijk om te kijken naar het rendement van een apparaat. Hoe hoger het rendement, des te minder elektrische energie wordt omgezet in energie waar je niets aan hebt. Je hebt minder energie nodig om hetzelfde resultaat te krijgen. Daarom worden steeds meer gloeilampen vervangen door spaarlampen of leds.

Hoe zuinig een elektrisch apparaat omgaat met energie, zie je aan het energielabel.

Zie figuur 5.63.

Een koelkast met label A vraagt het minste vermogen, eenzelfde soort koelkast met label G het meeste.



Figuur 5.63

Je spaart ook energie door apparaten niet in de stand-bymodus te laten staan, maar geheel uit te schakelen.

In de stand-bymodus gebruikt het apparaat namelijk nog steeds een beetje energie.

Verder is het goed om opladers niet onnodig in het stopcontact te laten zitten. Ook als er geen apparaat is aangesloten, zet de oplader nog steeds energie om in warmte.

Elektriciteit en energietransitie

In Nederland wordt nog veel gebruik gemaakt van fossiele brandstoffen, zoals aardgas, aardolie en steenkool. Veel elektriciteitscentrales werken op aardgas of steenkool. In veel huishoudens wordt aardgas gebruikt. Auto's rijden op benzine en diesel die worden gemaakt uit aardolie.

Overal waar fossiele brandstoffen worden verbrand, komt CO₂ vrij. Toename van het CO₂-gehalte in de atmosfeer leidt tot een **versterkt broeikaseffect** waardoor opwarming van de aarde plaatsvindt. Een hogere gemiddelde temperatuur op aarde leidt onder meer tot het smelten van ijskappen en gletsjers, waardoor de zeespiegel stijgt. Dat leidt tot overstroming van bewoonde gebieden. Door de hogere temperatuur zijn er ook grote veranderingen in de hoeveelheden neerslag, wind en bewolking: het weer wordt extremer.

Het verwarmen van huizen met aardgas en auto's die rijden op aardolieproducten kan in de toekomst niet meer. Vanwege het klimaat, maar ook omdat de voorraden eindig zijn.

In deze **energietransitie** is een grote rol toebedacht aan elektriciteit. Elektrische energie kun je eenvoudig omzetten in warmte, beweging, licht, en nagenoeg elke andere vorm van energie. Elektriciteit is van zichzelf schoon, en kan eenvoudig getransporteerd worden via kabels.

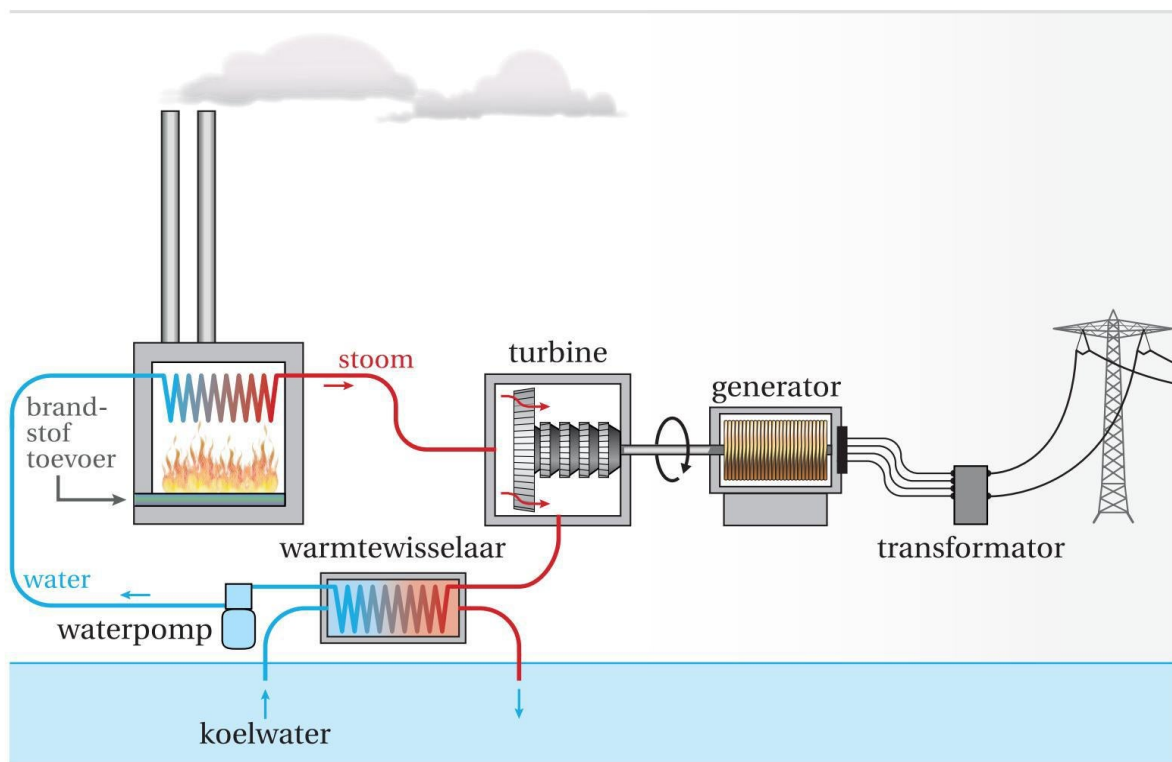
Maar er zijn ook nadelen aan elektriciteit. Opslaan van elektrische energie kan in batterijen en accu's. De energiedichtheid van batterijen is echter veel kleiner dan die van fossiele brandstoffen, waardoor het veel moeilijker is om grote hoeveelheden elektrische energie op te slaan, en mee te nemen. En bij de traditionele manieren om elektrische energie op te wekken komt alsnog CO₂ vrij.

Om de energietransitie te laten slagen worden meerdere strategieën tegelijk ingezet:

- 1 Letten op energiebesparing: Hoe minder energie er gebruikt wordt, hoe beter.
- 2 Letten op apparaten met een hoog rendement: Hoe hoger het rendement van een apparaat, des te meer doe je met de beschikbare energie. Je gebruikt de beschikbare energie op een nuttigere manier.
- 3 Gebruik maken van energie die opgewekt wordt op een manier die leidt tot minder milieuschade.

Opwekking van elektriciteit in een centrale

Grootschalige opwekking van elektrische energie vindt plaats in een **elektriciteitscentrale**. In de meeste centrales wordt een generator in beweging gehouden, waarbij bewegingsenergie wordt omgezet in elektrische energie.



Figuur 5.64

In figuur 5.64 zie je het principe van een **conventionele centrale**. In zo'n centrale worden stoffen verbrand. Dat kunnen fossiele brandstoffen zijn, maar ook ander brandbaar materiaal. De vrijgekomen warmte wordt gebruikt om water om te zetten in stoom. Die stoom brengt het schoepenrad in een turbine aan het draaien. De as van de turbine is verbonden met de as van de generator, die daardoor ook gaat draaien.

In een conventionele centrale die gestookt wordt met fossiele brandstoffen ontstaat CO_2 . Er wordt materiaal verbrand dat miljoenen jaren geleden is gevormd. Een betere oplossing is om de centrale te stoken met **biomassa**, zoals hout, planten- en voedselresten. Ook hierbij ontstaat CO_2 , maar die is in recente jaren door bomen en planten bij de fotosynthese uit de lucht gehaald. Netto komt er dan geen CO_2 bij. Het verbouwen van plantaardige brandstoffen gaat wel ten koste van natuur en van grond voor voedselproductie.

Figuur 5.65 is een foto van een **kerncentrale**. In het cilindervormige gebouw bevindt zich het reactorvat. Een kerncentrale gebruikt uranium als grondstof. Tijdens de splitsing van de kern van een uraniumatoom komt energie vrij, die wordt gebruikt om water om te zetten in stoom. In een kerncentrale ontstaan geen broeikasgassen,

maar wel radioactief afval. Nadelen van een kerncentrale is dat radioactief afval nog lang actief blijft en dat het daarom goed en veilig moet worden opgeslagen.



Figuur 5.65

Elektrische energie uit wind, water en zon

Bij een **windmolen** zijn de wieken direct gekoppeld aan de as van de generator. Zie figuur 5.66. Er is dan geen turbine nodig. In een windmolenpark is een groot aantal molens aan elkaar gekoppeld voor een groter vermogen.



Figuur 5.66

In een **waterkrachtcentrale** valt water op een waterrad dat verbonden is met de as van de generator. In figuur 5.67 zie je zo'n centrale. Ook met het bewegende water van eb en vloed kan energie worden opgewekt, in een **getijdencentrale**.



Figuur 5.67

In een zonnecel wordt **stralingsenergie** van de zon direct omgezet in elektrische energie. Een **zonnepaneel** bestaat uit vele zonnecellen, zodat een grotere spanning en een grotere energieopbrengst kan worden behaald. Zie figuur 5.68.



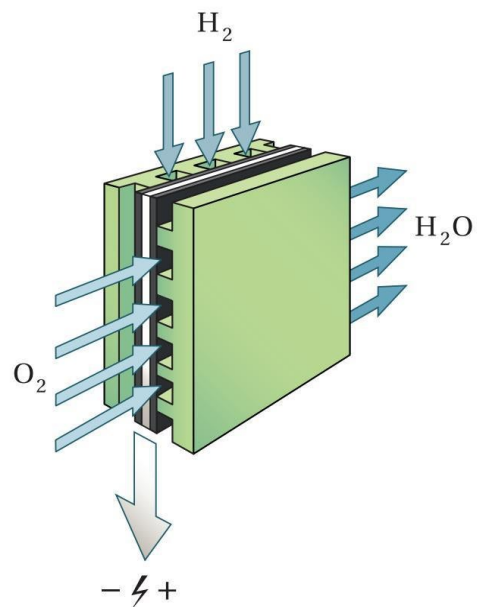
Figuur 5.68

Met zon, wind en water is het mogelijk om elektrische energie te maken zonder CO_2 uitstoot. Maar ook deze manieren van energieopwekking hebben nadelen. Wind en zon zijn niet altijd en overal beschikbaar. Windmolens zijn hoog, van veraf zichtbaar, en leveren gevaar op voor vogels. Voor zonnepanelen is veel oppervlak nodig, terwijl de ruimte op de grond in Nederland al intensief gebruikt wordt, en er op de daken niet altijd voldoende oppervlak is om de energie voor het gebouw eronder op te wekken. In het vlakke Nederland zijn de mogelijkheden voor waterkrachtcentrales erg beperkt. In dunbevolkte gebieden is meer plaats voor zon, wind en waterkracht, maar daar is het elektriciteitsnet vaak nog niet voldoende geschikt om de opgewekte energie te verwerken. En als je de elektrische energie niet direct gebruikt, maar wilt opslaan voor later, krijg je te maken met batterijen en accu's. En die hebben een veel lagere energiedichtheid dan fossiele brandstoffen.

Waterstof

Bij verbranding van waterstof ontstaat alleen water als reactieproduct. Met waterstofgas als brandstof kun je dus verbranden zonder dat er CO_2 vrijkomt. Maar je kunt ook elektrische energie genereren met behulp van waterstof. Een **waterstofcel** is een batterij gevuld met waterstof. Bij de negatieve pool reageert waterstofgas uit een gastank. Bij de positieve pool reageert zuurstof uit de lucht. In de waterstofcel zelf ontstaat als reactieproduct water, en de cel levert spanning. Zie figuur 5.69.

Je kunt met waterstofcellen en een elektromotor een auto maken die werkt op elektriciteit. Zie figuur 5.70.



Figuur 5.69



Figuur 5.70

Een waterstofauto laad je niet op, maar tank je met waterstof. Dit systeem combineert de voordelen van elektriciteit met die van brandstof.

Natuurlijk moet waterstof geproduceerd worden. De traditionele productiemethoden zijn duur en niet milieuvriendelijk. Maar je kunt ook waterstof maken door elektrolyse van water. Met behulp van elektrische spanning ontleedt water in waterstofgas en zuurstof. De waterstof vang je op en transporteer je naar plaatsen waar waterstof gebruikt kan worden in een waterstofcel of als brandstof in waterstofauto's.

Maak je voor de elektrolyse gebruik van elektrische energie uit duurzame bronnen, dan is het mogelijk om brandstof te maken zonder CO_2 -uitstoot.

Er liggen in Nederland al veel pijpleidingen voor aardgas. Die kun je met wat aanpassingen gebruiken voor het transport van waterstof. Waterstof kan ook vervoerd worden via tankwagens, treinen en schepen. Als er voldoende zonne- en windenergie voorradig is, kun je waterstof maken voor 's nachts en voor windstille momenten.

Bij het maken van waterstofgas gaat wel energie verloren. Direct gebruik van elektrische energie is dus altijd zuiniger. En er zijn nog veel aanpassingen nodig voordat waterstof fossiele brandstoffen kan gaan vervangen.

Opgaven

- 34 Je hebt gelezen over vier centrales waarin elektrische energie wordt opgewekt. Noem van elke centrale een voordeel en een nadeel.
- 35 Deelnemers aan de elfstedenzonnebootrace mogen maximaal een energie van 3,6 MJ opslaan in batterijen. De boot van de TU Delft heeft een motor met een vermogen van 4,0 kW. De spanning van de batterijen is 43,2 V. Stel dat de batterijen volledig zijn opgeladen en niet worden bijgeladen.
- Bereken hoelang de boot kan varen, uitgedrukt in uur.
 - Bereken de stroomsterkte door de motor.
- Het vermogen van zonnecellen wordt weergegeven in wattpiek, afgekort als Wp. Dit is het vermogen dat een zonnecel produceert als er een hoeveelheid stralingsenergie op valt van 1000 W m^{-2} . De zonneboot is over een oppervlakte van $7,92 \text{ m}^2$ bedekt met zonnecellen. De gebruikte zonnecellen leveren samen een vermogen van 1750 Wp.
- Bereken het rendement van de gebruikte zonnecellen.
 - Bereken hoelang het duurt om de batterijen volledig op te laden, uitgedrukt in uur.
- **hulpblad** 36 Een pomp met een vermogen van 2,2 kW is met een lange kabel aangesloten op een spanning van 230 V. De kabel heeft een lengte van 50 m. De diameter van de koperen aders is 0,75 mm. De kabel is opgerold. Daardoor kan de kabel vrijwel geen warmte afgeven aan de lucht. In de kabel wordt dan per seconde $3,5 \cdot 10^2 \text{ J}$ aan elektrische energie omgezet in warmte.

- a Toon dat aan. Ga ervan uit dat de spanning over de kabel te verwaarlozen is ten opzichte van de spanning over de pomp.

Er is 13 kJ aan warmte nodig om de temperatuur van de kabel 1 °C te laten stijgen.

- b Bereken hoeveel minuten de pomp kan draaien voordat de temperatuur van de kabel 30 °C gestegen is.

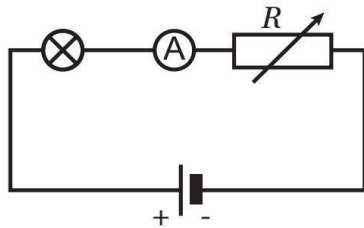
De niet-uitgerolde kabel wordt vervangen door een niet-uitgerolde kabel met een lengte van 25 m. Met uitzondering van de lengte is de kabel gelijk aan de kabel van 50 m. Je kijkt weer naar de tijdsduur waarin de temperatuur 30 °C stijgt.

- c Beredeneer of de tijdsduur groter is dan, kleiner is dan of gelijk blijft aan de tijdsduur van vraag b.

- 37 Om een lampje van 6,0 V te dimmen maakt Linda de schakeling van figuur 5.71.

Als de waarde van R gelijk is aan 0 Ω brandt het lampje normaal. Als R toeneemt, gaat het lampje zwakker branden. Dat komt doordat zowel de spanning over als de stroomsterkte door het lampje afnemen.

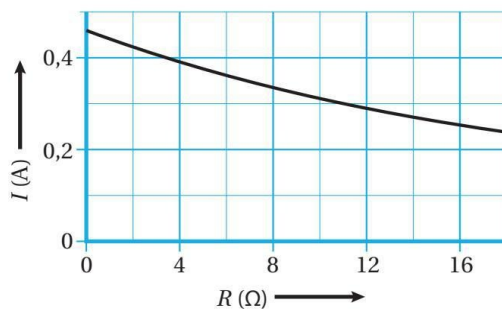
- a Leg uit waarom dat gebeurt.



Figuur 5.71

Linda meet de stroomsterkte als zij R vergroot. In figuur 5.72 zijn haar metingen verwerkt. Als het lampje zwakker gaat branden, neemt het elektrische vermogen van het lampje af. Met behulp van figuur 5.72 berekent Linda het elektrische vermogen P_L als de waarde R van de variabele weerstand gelijk is aan 0 Ω .

- b Toon aan dat het elektrische vermogen van de lamp dan 2,8 W is.



Figuur 5.72

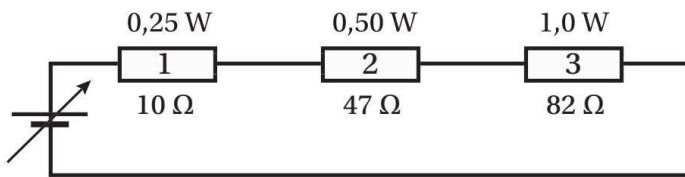
De spanningsbron levert dan dus ook een vermogen van 2,8 W. Linda dimt het lampje door R op 6,0 Ω in te stellen. Op deze manier wordt energie bespaard, omdat het vermogen dat de spanningsbron dan levert kleiner is dan 2,8 W.

c Toon dit aan.

Als er stroom door het lampje loopt, loopt er ook stroom door de weerstand. De weerstand wordt dan warm.

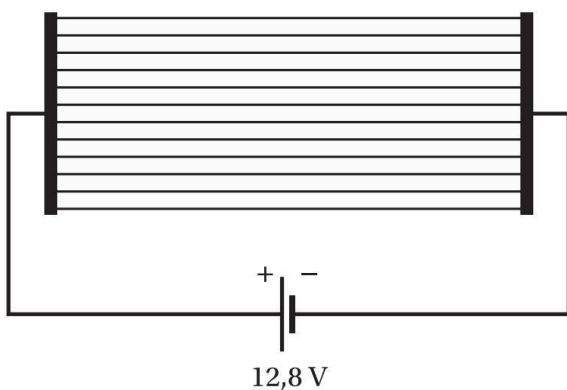
d Bereken de hoeveelheid warmte die per seconde in de weerstand ontstaat als R gelijk is aan $6,0\ \Omega$.

- 38 Drie weerstanden zijn in serie aangesloten op een variabele spanningsbron. Zie figuur 5.73 voor gegevens over de waarde van de weerstand en het maximale warmtevermogen. In elke weerstand ontstaat namelijk warmte als er stroom loopt. Is de warmteontwikkeling in een weerstand groter dan het gegeven warmtevermogen, dan beschadigt de weerstand. Je zet de spanningsbron aan en je voert de spanning langzaam op. Bereken welke weerstand het eerst zijn maximale warmtevermogen bereikt.



Figuur 5.73

- 39 De meeste auto's hebben een achterraitverwarming zoals in figuur 5.74 schematisch is getekend: een aantal parallel geschakelde dunne draden in de achterrait die verbonden zijn met de accu.



Figuur 5.74

Het vermogen van de achterraitverwarming van een bepaalde auto is 180 W.

Op de achterrait heeft zich een laagje ijs gevormd met een massa van 220 gram.

Voor het smelten van 1 kg ijs is $334 \cdot 10^3\text{ J}$ nodig.

a Bereken hoelang het minimaal duurt om dit ijs te smelten.

b Noem twee redenen waarom het smelten in de praktijk (iets) langer duurt.

De achterraitverwarming bestaat uit dertien draden. De weerstand van de kabels die de achterraitverwarming met de accu verbinden, is te verwaarlozen. De spanning tussen de polen van de accu is 12,8 V.

- c Toon aan dat de weerstand van één verwarmingsdraad $11,8 \Omega$ is.
Elke draad is 1,1 m lang; de doorsnede heeft een oppervlakte van $4,2 \cdot 10^{-2} \text{ mm}^2$.
Volgens opgave van de fabrikant zijn de verwarmingsdraden van constantaan gemaakt.
- d Ga na of de opgave van de fabrikant klopt.
Een van de verwarmingsdraden is doorgebrand.
- e Leg uit of de stroom die de accu dan aan de achterrautverwarming levert kleiner of groter is dan voor het doorbranden, of even groot blijft.

40 Bij sommige koffiezetapparaten wordt water met een temperatuur van 95°C door een koffiepad (een zakje met gemalen koffie) geperst. Zo'n apparaat heeft een boiler met een elektrisch verwarmingselement. Het vermogen van de boiler is 1,40 kW. In de boiler zit 0,30 kg water van 20°C . Als het apparaat is aangesloten op de netspanning duurt het 104 s totdat het water een temperatuur van 95°C heeft.

- a Bereken het rendement van de boiler.

Wim wil het koffiezetapparaat gebruiken op zijn terras. Hij gebruikt een verlengsnoer van 10 m. De twee koperen draden in het snoer hebben elk een doorsnede van $0,75 \text{ mm}^2$.

Het koffiezetapparaat wordt via het verlengsnoer aangesloten op de netspanning. Als het water in de boiler wordt opgewarmd, ontstaat ook warmte in het verlengsnoer.

- b Voer de volgende opdrachten uit:

- Toon aan dat de weerstand van het koffiezetapparaat zonder verlengsnoer gelijk is aan $37,8 \Omega$.
- Toon aan dat de weerstand van elke draad $0,11 \Omega$ is.
- Bereken hoeveel warmte per seconde wordt ontwikkeld in het verlengsnoer tijdens het opwarmen van het water in de boiler.

Alle elektrische apparaten in huis worden voorzien van energie.

Hoe zijn de apparaten verbonden?

Hoe is ervoor gezorgd dat je apparatuur veilig kunt gebruiken?

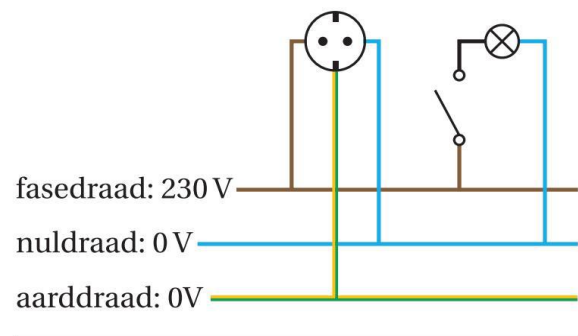


Figuur 5.75

5.7 De huisinstallatie

Bedrading

De meeste elektrische bedrading in een woning is weggestopt in plastic buizen in muren en plafonds. Die bedrading bestaat uit koperen draden met gekleurd isolatiemateriaal. Zie figuur 5.76. De kleur van het isolatiemateriaal van de draad geeft aan wat de functie van de draad is:



Figuur 5.76

- De blauwe draad heet de **nuldraad**. Deze draad staat ver van je huis in verbinding met het grondwater en is daarmee geaard. De spanning van de nuldraad ten opzichte van de aarde is 0 V.
- De bruine draad heet de **fasedraad**. Deze draad heeft de netspanning van 230 V ten opzichte van de nuldraad.
- De geelgroene draad heet de **aarddraad**. Deze draad is geaard vlakbij de woning.
- In figuur 5.76 zie je een lichtpunt dat via een schakelaar is verbonden met de nuldraad en de fasedraad. De draden die direct verbonden zijn met de fasedraad en de nuldraad hebben de overeenkomstige kleur: bruin of blauw. Bij die draden hoort een vaste spanning. De spanning van de draad tussen de schakelaar en het lichtpunt is onduidelijk. Daarom is een zwarte draad gebruikt, die **schakeldraad** heet.

De energiemeter

Opwekken van elektrische energie kost geld en gebruik van **elektrische energie** is dan ook niet gratis. Om te meten hoeveel elektrische energie een huishouden gebruikt, zit in de meterkast een **energiemeter**. Zo'n meter noem je ook wel een **kilowattuurmeter**. In figuur 5.77 zie je een oudere en een nieuwe kWh meter.



Figuur 5.77

De eenheid kilowattuur, afgekort kWh, is een andere eenheid voor energie. Je krijgt deze eenheid voor energie als je in de formule $E = P \cdot t$ het vermogen P invult in kilowatt en de tijd t in uren.

Voorbeeld 12 Rekenen met kWh

De opa van René heeft boven de eettafel een halogeenlamp van 60 W. De lamp brandt gemiddeld 4,0 uur per dag. René gebruikt liever ledlampen. Een ledlamp van 9,0 W geeft dezelfde hoeveelheid licht als een halogeenlamp van 60 W.

- a Toon aan dat opa 74 kWh per jaar kan besparen als hij een ledlamp gebruikt in plaats van de halogeenlamp.

René vervangt de halogeenlamp door een ledlamp. De ledlamp kost € 9,70. De kosten van een kWh zijn 24 eurocent.

- b Bereken na hoeveel maanden de kosten van de ledlamp zijn terugverdiend.

Uitwerking

- a De energiebesparing bereken je met: $E_{\text{besparing}} = P \cdot t$.

De besparing is $60 - 9 = 51 \text{ W} = 0,051 \text{ kW}$.

$t = 4,0 \text{ uur} \times 365 \text{ dagen} = 1460 \text{ uur}$

$E_{\text{besparing}} = 0,051 \times 1460 = 74,4 \text{ kWh}$

Afgerond: $E_{\text{besparing}} = 74 \text{ kWh}$ per jaar.

- b De kostenbesparing op jaarbasis is $74 \times 0,24 = € 17,76$.

Per maand is dat $\frac{17,76}{12} = € 1,48$.

De lamp kost € 9,70.

$\frac{9,70}{1,48} = 6,55$

Dus na 7 maanden zijn de kosten terugverdiend.

Groepen

De elektriciteitsdraden door de muren en plafonds verbinden lampen en stopcontacten via de kWh-meter in de meterkast met het elektriciteitsnet van het energiebedrijf. Dit netwerk van draden in huis heet de **huisinstallatie**. Omdat alle lampen en stopcontacten dezelfde spanning van 230 V moeten hebben, zijn zij parallel aangesloten.

De huisinstallatie voorziet alle elektrische apparaten in huis van energie. Sluit je te veel apparaten aan, dan wordt de stroomsterkte in de bedrading erg groot. Daardoor wordt de draad warm en kan de isolatie rondom een draad smelten. Daarom is de huisinstallatie verdeeld in groepen. Een **groep** voorziet slechts een gedeelte van de apparaten in huis van energie. Zo blijft de stroomsterkte in de aansluitdraden van een groep beperkt. Iedere groep is beveiligd met een zekering.

Zekeringen

Kortsluiting ontstaat als de fasedraad en de nuldraad van een elektrisch apparaat elkaar raken. De elektrische stroom ondervindt dan slechts de kleine weerstand van de draad zelf. Ook nu wordt de stroomsterkte erg groot, waardoor zelfs brand kan ontstaan. Daarom zitten in de meterkast zekeringen. Een **zekering** schakelt de stroom door de groep uit als de stroomsterkte te groot wordt. Elke groep heeft zijn eigen zekering.



Figuur 5.78

In figuur 5.78 zie je een **smeltzekering**. In de zekering zitten twee parallelle, geleidende draden, een dunne smeltdraad en een nog dunnere verklikkerdraad. Als de stroomsterkte door de draden in de zekering te groot wordt, smelten de draden, waardoor de stroomkring wordt verbroken. Door het smelten van de verklikkerdraad zie je aan de buitenkant dat je de zekering moet vervangen. De draden zitten in een porseleinen behuizing zodat er geen brand kan ontstaan.

In figuur 5.79 zie je een aantal **moderne zekeringen**. Deze lijken meer op schakelaars. Als de stroomsterkte te groot wordt, slaat de schakelaar om en is de stroomkring verbroken.

Wanneer de oorzaak van de te hoge stroomsterkte verholpen is, kun je de schakelaar terugzetten en dan werkt alles weer.



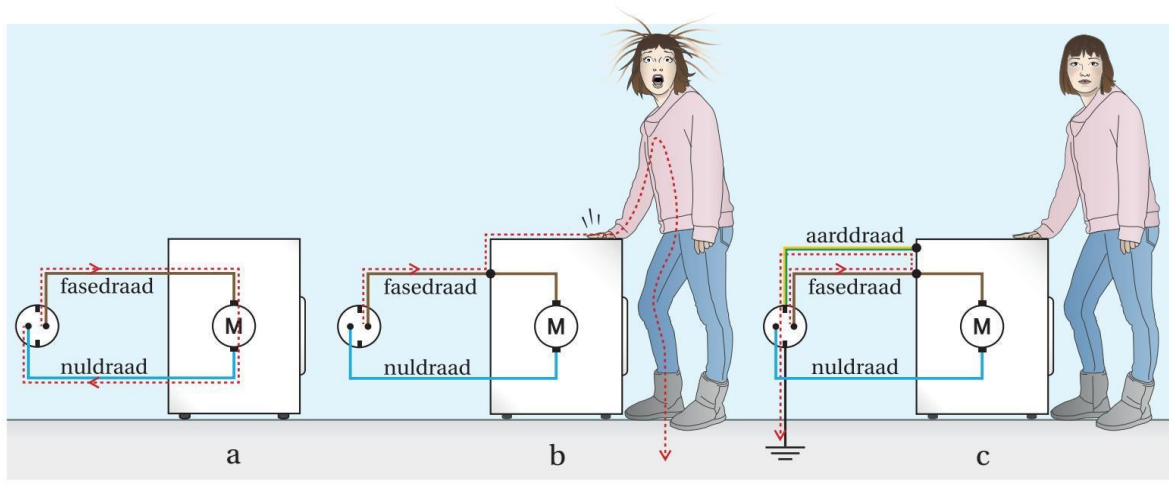
Figuur 5.79

Aarddraad en de aardlekschakelaar

Bij apparaten met een metalen behuizing, zoals wasmachines, kan de buitenkant van het apparaat onder spanning komen te staan. De bedrading maakt dan op een of andere manier elektrisch contact met de buitenkant. Dit kan bijvoorbeeld gebeuren als de isolatie om de draad is weggesleten door beweging van het apparaat.

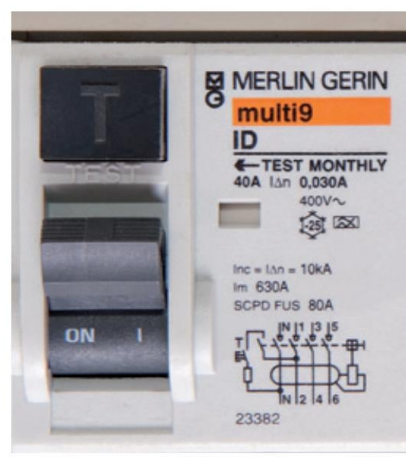
Figuur 5.80 laat zien hoe een aarddraad een onveilige situatie voorkomt.

Als een wasmachine normaal werkt, geeft de rode gestreepte lijn in 5.80a aan hoe de stroom door de motor loopt. Raak je het metalen omhulsel aan als een draad is beschadigd, dan loopt er stroom door jouw lichaam. Zie figuur 80b. Dit noem je het lekken van stroom, omdat de stroom uit de oorspronkelijke stroomkring verdwijnt. Om dat te voorkomen is een **aarddraad** verbonden met het metalen omhulsel. Zie figuur 80c. Deze draad maakt via het stopcontact weer contact met de aarde. Komt nu het metalen omhulsel in verbinding met een fasedraad, dan gaat de stroom via de aarddraad naar de aarde. De weerstand van de aarddraad is namelijk veel kleiner dan die van je lichaam. De stroomsterkte is dan zo groot dat de groepszekering doorslaat en het apparaat niet meer onder spanning staat.



Figuur 5.80

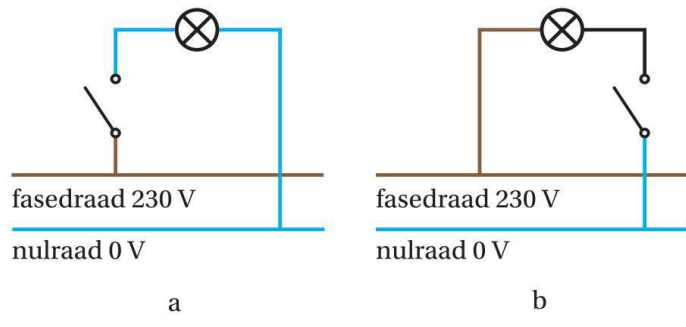
Een zekering onderbreekt de stroom pas bij een stroomsterkte van 16 A of meer. Een stroomsterkte van 30 mA door je lichaam kan echter al levensbedreigend zijn. Behalve de kWh-meter en de zekeringen zit er daarom ook een **aardlekschakelaar** in de meterkast. Zie figuur 5.81. Een aardlekschakelaar vergelijkt de stroomsterkte in de fasedraad met de stroomsterkte in de nuldraad. Als er niets aan de hand is, zijn die stroomsterktes even groot. Loopt er stroom naar de aarde, bijvoorbeeld via je lichaam, dan zijn die twee stroomsterktes niet precies gelijk. Is het verschil in stroomsterkte groter dan 30 mA, dan gaat in de aardlekschakelaar een dubbele schakelaar open waarmee zowel de stroom door de fasedraad als door de nuldraad wordt onderbroken.



Figuur 5.81

Opgaven

- 41 Een plafondlamp is aangesloten op de fasedraad en de nuldraad. De schakelaar staat tussen de fasedraad en de lamp. Zie figuur 5.82a. In figuur 5.82b staat de schakelaar tussen de nuldraad en de lamp. In beide situaties kun je de lamp aan- en uitschakelen met de schakelaar. Leg uit waarom de situatie in figuur 5.82b gevaarlijk kan zijn.



Figuur 5.82

- 42 Een huisinstallatie bestaat uit vijf groepen. Elke groep is beveiligd met een zekering van 16 A. De hoofdzekering bedraagt 75 A.
- Bereken het maximale vermogen dat in het huis kan worden opgenomen. De plafondlamp en alle stopcontacten in de keuken zijn op één groep geschakeld. De plafondlamp heeft een vermogen van 75 W. Op de stopcontacten zijn aangesloten: een koelkast (150 W), een diepvrieskist (250 W), een afzuigkap (100 W) en een magnetron (850 W). Henk heeft een vaatmachine (2300 W) gekocht en sluit die op dezelfde groep aan.
 - Laat met een berekening zien of alle apparaten in de keuken tegelijk kunnen functioneren.
- 43 Een tv vraagt een vermogen van 149 W. De prijs van 1,0 kWh elektrische energie bedraagt € 0,21. Jongeren kijken ongeveer 13 uur per week televisie.
- Bereken de kosten als je een jaar lang 13 uur per week tv kijkt. In de stand-bystand vraagt een tv een vermogen van 0,20 W. Veel mensen laten een tv altijd in de stand-bystand staan.
 - Bereken hoeveel energie je dan per jaar verspilt. Geef je antwoord in joule.
- 44 Als je een niet geïsoleerde draad aanraakt, loopt er stroom door je lichaam. De stroomsterkte hangt af van de weerstand van je lichaam en de spanning op de draad. In droge toestand kan de huidweerstand meer dan 30 kΩ bedragen. Bij een doornatte huid kan deze weerstand afnemen tot minder dan 600 Ω. Het gevolg van de stroom door je lichaam hangt af van de stroomsterkte. Stroomsterkten onder 0,5 mA voel je niet, terwijl je bij stroomsterkten boven 30 mA kunt overlijden. In de arbeidsomstandighedenwet wordt een spanning van 50 V aangeduid als veilig onder droge omstandigheden. De spanning van 230 V in de huisinstallatie wordt als onveilig aangemerkt.

- a Leg met een berekening uit of je iets voelt als je contact maakt met de veilige spanning van 50 V.

De aardlekschakelaar schakelt de spanning in huis uit als er meer dan 30 mA aan stroom weglekt.

- b Leg uit of de aardlekschakelaar altijd de stroom uitschakelt als je 'onder stroom' staat.

Met een spanningzoeker kun je op een veilige manier testen of er spanning op een draad of contactpunt staat. Zie figuur 5.83. Een spanningzoeker is een schroevendraaier met daarin een serieschakeling van een lampje en een weerstand. Aan de achterkant van de schroevendraaier zit een contactpunt. Als er spanning op de draad staat en je een duim op de achterkant van de spanningzoeker houdt, dan gaat het lampje in de spanningzoeker branden.



Figuur 5.83

De weerstand in de spanningzoeker heeft een waarde van $1,0 \text{ M}\Omega$. Het lampje gaat pas branden als er een spanning van 80 V over staat.

- c Toon aan dat er nooit een gevaarlijke stroomsterkte kan ontstaan bij het gebruik van een spanningzoeker, zelfs niet onder natte omstandigheden.

- 45 De stroomdraden van de huisinstallatie bestaan uit een kern van koperdraad met daaromheen isolatie van kunststof. De doorsnede van de koperdraad is $1,5 \text{ mm}^2$. Een draad met die doorsnede mag maximaal een stroom voeren van 16 A.

- a Bereken hoeveel warmte per seconde wordt ontwikkeld in 1 m stroomdraad bij de maximale belasting van 16 A.

Hoe groter de doorsnede van een draad, des te groter kan de maximale stroomsterkte zijn. De stroomdraad die naar de kWh-meter gaat heeft een koperkern met een doorsnede van $6,0 \text{ mm}^2$.

- b Leg uit waarom die doorsnede veel groter is dan die van de stroomdraden in de muren en de plafonds.

Door een stroomdraad met een doorsnede van $2,5 \text{ mm}^2$ mag de stroomsterkte maximaal 27 A zijn. Is de doorsnede $10\times$ zo groot, dan is de maximaal toegelaten stroom 105 A. De maximaal toegelaten stroom is dus niet recht evenredig met de doorsnede.

- c Geef hiervoor een natuurkundig argument.

Op een boot is de spanning van de accu 12 V. Je wilt een lamp met een vermogen van 20 W aansluiten op de accu.

- d Waarom zijn de stroomdraden naar de lamp in je boot dikker dan die in je huis?

5.8 Afsluiting

Samenvatting

Veel apparaten werken op elektrische energie. De energie wordt vanuit een spanningsbron aangevoerd door elektrische stroom. Elektrische stroom ontstaat als geladen deeltjes zich verplaatsen. In metalen zijn dit elektronen, in vloeistoffen zijn dit ionen. Metalen en oplossingen met ionen zijn voorbeelden van geleiders. Isolatoren zoals glas, hout en plastic geleiden de elektrische stroom niet of nauwelijks.

De stroomsterkte is de hoeveelheid lading die per tijdseenheid de dwarsdoorsnede van een draad passeert.

Het materiaal waar de stroom doorheen loopt, heeft invloed op de grootte van de stroomsterkte. Dit verschijnsel noem je weerstand.

De weerstand van een metaaldraad hangt af van de lengte en de dwarsdoorsnede van de draad en de soortelijke weerstand van het metaal. Ook de temperatuur van de draad speelt een rol.

De spanning van de bron is de hoeveelheid energie die wordt meegegeven aan een lading van één coulomb. De meest gebruikte spanningsbronnen zijn batterijen, accu's en zonnecellen. Gebruik je een stopcontact, dan staat over de aansluitpunten de netspanning van 230 V.

Het verband tussen spanning, stroomsterkte en weerstand noem je de wet van Ohm.

Elektrische schakelingen zijn opgebouwd uit allerlei componenten. In een schakelschema geef je iedere component met een eigen symbool weer.

Weerstanden zijn componenten met een vaste weerstandswaarde. Bij regelbare weerstanden kun je de waarde van de weerstand instellen.

Een LDR is een weerstand die gevoelig is voor licht. Hoe groter de lichtsterkte op de LDR, hoe kleiner de weerstandswaarde. Een NTC is een weerstand die gevoelig is voor temperatuur. Als de temperatuur stijgt, wordt de weerstandswaarde van de NTC kleiner. Bij een PTC wordt de weerstandswaarde groter als de temperatuur stijgt. Dioden laten de stroom maar in één richting door. Leds zijn dioden die licht geven als er stroom wordt doorgelaten.

Een schakeling die bestaat uit meerdere componenten in één stroomkring, noem je een serieschakeling. In een serieschakeling is de stroomsterkte door iedere component even groot, terwijl de spanning van de spanningsbron verdeeld wordt. In een parallelschakeling is de som van de takstromen gelijk aan de stroomsterkte uit de spanningsbron. De spanning over de parallel geschakelde componenten is dezelfde.

Een combinatie van serie- en parallelschakeling heet een gemengde schakeling.

Het elektrisch vermogen is de hoeveelheid elektrische energie die een apparaat per tijdseenheid gebruikt. Het rendement van het apparaat geeft aan welk deel van de gebruikte elektrische energie nuttig wordt besteed. Een apparaat met een hoog rendement is energiezuiniger dan eenzelfde apparaat met een laag rendement.

Opwekken van elektrische energie kan op verschillende manieren. Het meest gebruikelijk is een elektriciteitscentrale, die werkt op verbranding van fossiele brandstoffen. Groot nadeel is de uitstoot van CO_2 . Opwekken van elektrische energie zonder uitstoot van CO_2 kan via zonnepanelen, windmolens, waterkrachtcentrales, getijdencentrales en kerncentrales. Bij het maken van elektrische energie is het van groot belang dat de omzetting van energie efficiënt verloopt. Het rendement is dus erg belangrijk.

De huisinstallatie is opgedeeld in groepen waarin alle apparaten parallel zijn geschakeld. Iedere groep is voorzien van een zekering. De aardlekschakelaar vergelijkt de stroom die het huis ingaat met de stroom die terugkomt. Is het verschil in stroomsterkte groter dan 30 mA, dan onderbreekt de aardlekschakelaar de stroomkring.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk besproken zijn, staan hieronder bij elkaar.

stroomsterkte	$I = \frac{Q}{t}$
spanning	$U = \frac{\Delta E}{Q}$
soortelijke weerstand	$\rho = \frac{R \cdot A}{\ell}$
wet van Ohm	$U = I \cdot R$
parallelschakeling spanning stroomsterkte weerstand	$U_{\text{tot}} = U_1 = U_2 = \dots$ $I_{\text{tot}} = I_1 + I_2 + \dots$ $\frac{1}{R_{\text{tot}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$
serieschakeling spanning stroomsterkte weerstand	$U_{\text{tot}} = U_1 + U_2 + \dots$ $I_{\text{tot}} = I_1 = I_2 = \dots$ $R_{\text{tot}} = R_1 + R_2 + \dots$
energie	$E = P \cdot t$
vermogen elektrische stroom	$P = U \cdot I = I^2 \cdot R$
rendement	$\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}}$ $\eta = \frac{P_{\text{nuttig}}}{P_{\text{in}}}$

De formules vind je terug in BINAS tabel 35A4 en 35D1.

In tabel 7 vind je onder andere het elementair ladingsquantum.

In tabel 8, 9 en 10 kun je de soortelijke weerstand opzoeken.

In tabel 17B staan alle symbolen die je nodig hebt voor het tekenen van schakelingen.

Opgaven

► hulpblad

46 Om de belasting van een brug te controleren maakt men gebruik van sensoren. In zo'n sensor zit een zogenoemd 'rekstrookje', dat op een kabel van de brug is geplakt. In zo'n rekstrookje is een lange, dunne constantaandraad verwerkt. Zie figuur 5.84. Deze draad heeft een weerstand van $350\ \Omega$ en een diameter van $40\ \mu\text{m}$.

a Bereken de lengte van de constantaandraad.

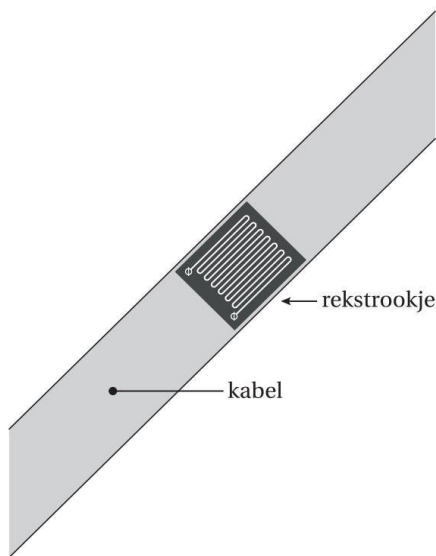
Als er veel verkeer op de brug is, rekt de kabel, en daarmee het rekstrookje, een beetje uit. Bij deze uitrekking verandert de weerstand van het rekstrookje. Door de weerstandsverandering te meten, weet men of de kabel te veel uitrekt.

Als het strookje uitrekt, wordt de weerstand van de constantaandraad groter.

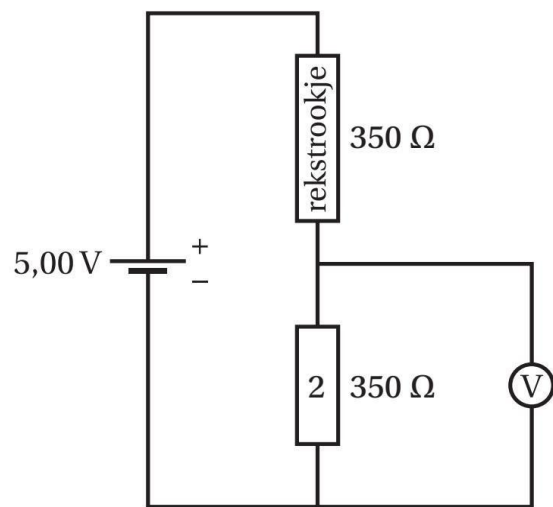
b Geef twee redenen voor het toenemen van de weerstand.

De weerstandsverandering van het rekstrookje kun je bepalen met de schakeling van figuur 5.85. Als de weerstand van het rekstrookje $1,0\ \Omega$ groter wordt, verandert de spanning die de spanningsmeter aangeeft minder dan een half procent.

c Toon dat aan.

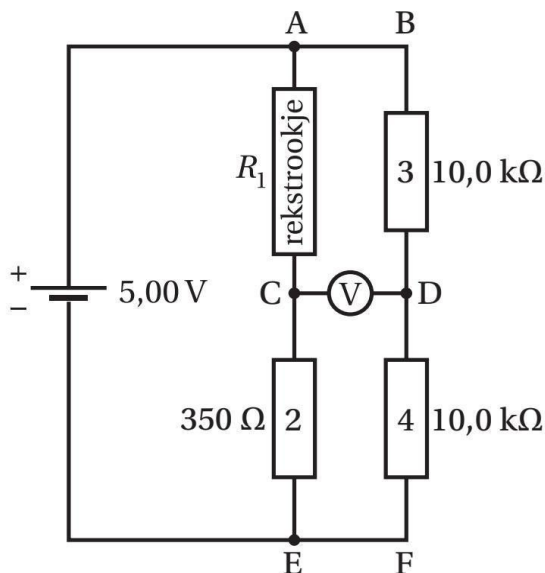


Figuur 5.84



Figuur 5.85

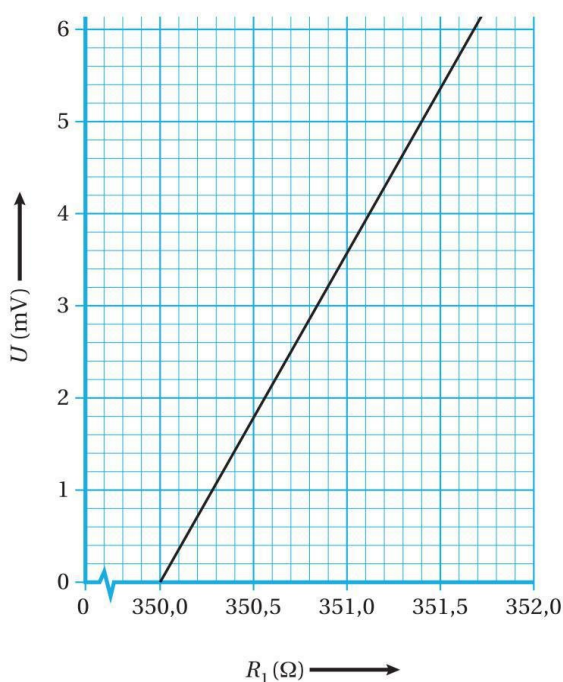
Om de weerstandsverandering nauwkeuriger te meten wordt de schakeling van figuur 5.86 gebruikt. Als het rekstrookje niet is uitgerekt, geeft de spanningsmeter $0,000\ \text{V}$ aan.



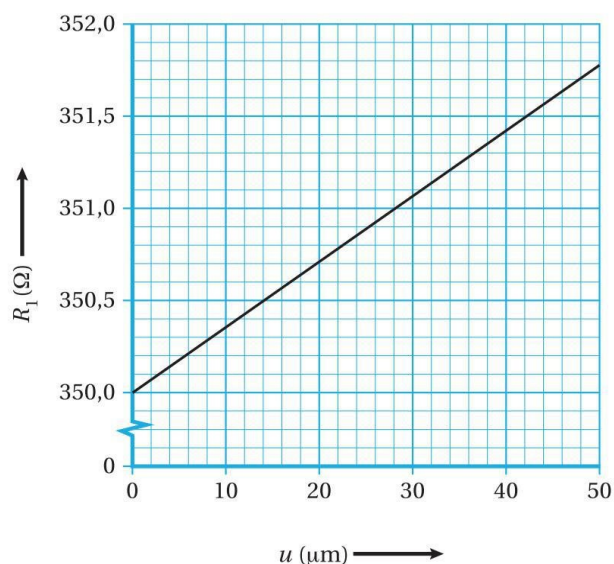
Figuur 5.86

Het verband tussen de weerstand van het rekstrookje en de gemeten spanning is weergegeven in figuur 5.87. Het rekstrookje heeft in niet-uitgerekte toestand een lengte van 6,1 cm en is op een 198 m lange kabel van de brug vastgeplakt. Als de kabel uitrekt, rekt het rekstrookje relatief evenveel uit. In figuur 5.88 is het verband tussen de weerstand en de uitrekking u van het rekstrookje weergegeven. Als door veel verkeer de kabel van de brug 12 cm uitrekt, gaat een alarm af.

d Bepaal bij welke spanning het alarm afgaat.



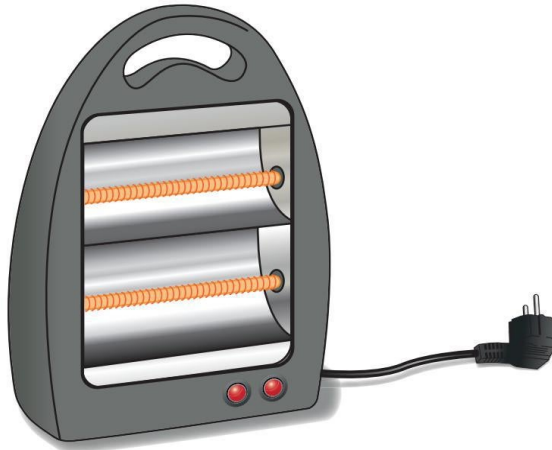
Figuur 5.87



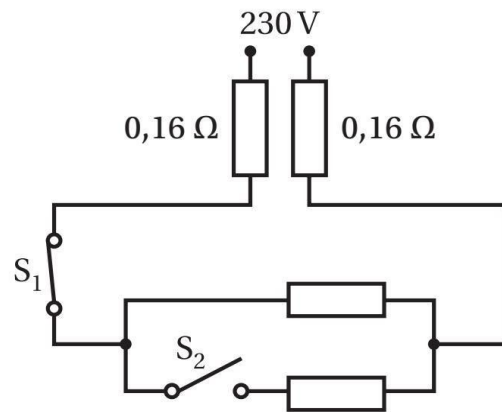
Figuur 5.88

47 In figuur 5.89 staat een tekening van een elektrische straalkachel. De kachel heeft twee gelijke verwarmingselementen die parallel zijn geschakeld. In figuur 5.90 staat het schema van de elektrische schakeling van de kachel en het snoer. De straalkachel heeft twee schakelaars:

- Met S_1 schakel je het bovenste element in of uit.
 - Als S_1 is ingeschakeld, dan schakel je met S_2 het onderste element in of uit.
- De straalkachel heeft een lang aansluitsnoer. In het snoer bevinden zich twee koperen draden. Elke draad heeft een weerstand van $0,16\ \Omega$. Neem aan dat de weerstand van het snoer steeds dezelfde waarde heeft, ook als de straalkachel is ingeschakeld.



Figuur 5.89



Figuur 5.90

De straalkachel is aangesloten op de spanning van 230 V. S_1 is gesloten, S_2 blijft open. Als een verwarmingselement enige tijd is ingeschakeld, is zijn weerstand $53,2\ \Omega$.

a Bereken het vermogen dat het stopcontact moet leveren.

Het rendement van de straalkachel met één ingeschakeld element is 97%.

b Leg uit waarvoor de overige 3% wordt gebruikt.

Schakelaar S_2 wordt nu gesloten.

c Beredeneer of het rendement van de straalkachel nu nog steeds 97% is, hoger is dan 97% of lager is dan 97%.



Maak de zelftoetsen

Checklist voor begrippen en leerdoelen

Hierna vind je een overzicht van de begrippen en leerdoelen per paragraaf. Kruis de leerdoelen aan waarvan jij vindt dat je ze nu beheerst. Bij de leerdoelen die je nog niet helemaal beheerst noteer je de acties die je gaat ondernemen om het leerdoel alsnog te kunnen behalen.

Paragraaf 1 Elektrische stroom en spanning

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: energie, stroomkring, atoommodel van Rutherford, lading, elementaire lading (of elementair ladingskwantum), ion, vrije elektronen, elektrische stroom, stroomsterkte, schakelschema, elektrotechnisch symbool, spanningsbron, spanning, elektrische energie, spanningsmeter (of voltmeter), stroommeter (of ampèremeter), multimeter	☐	
beschrijven welke energieomzettingen plaatsvinden in een stroomkring	☐	
bepalen in welke richting de elektrische stroom en de elektronenstroom in een stroomkring lopen	☐	
het schakelschema van een elektrische schakeling tekenen met behulp van elektrotechnische symbolen voor een spanningsbron, een lamp en een weerstand	☐	
een schakelschema aanvullen met een spannings- en stroommeter om de spanning over en de stroomsterke door een component van de schakeling (zoals een lamp) te meten	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de stroomsterkte en de spanning: $I = \frac{Q}{t}$ en $U = \frac{\Delta E}{Q}$	☐	

Paragraaf 2 Weerstand en de wet van Ohm

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: elektrische weerstand, geleider, isolator, soortelijke weerstand, wet van Ohm, ohmse weerstand	☐	
voorbeelden geven van stoffen die elektriciteit goed geleiden en stoffen die elektriciteit slecht geleiden	☐	

in een (I, U) -diagram schetsen welk verband er is tussen de spanning over en de stroomsterkte door een ohmse weerstand en een niet-ohmse weerstand (zoals een lamp)	☐	
uitleggen waardoor de soortelijke weerstand van geleiders afhangt van de temperatuur	☐	
berekeningen maken en redeneren met de wet van Ohm: $U = I \cdot R$	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de soortelijke weerstand: $\rho = \frac{R \cdot A}{\ell}$	☐	

Paragraaf 3 Serie- en parallelschakelingen

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: parallelschakeling, takstroom (of deelstroom), serieschakeling, deelspanning	☐	
het schakelschema tekenen van een parallelschakeling en een serieschakeling van twee of meer weerstanden	☐	
de kenmerken van een parallelschakeling van twee of meer weerstanden beschrijven met betrekking tot de spanning over de weerstanden, de verdeling van de stroomsterkte door de weerstanden (de takstromen) en de totale weerstand van de schakeling	☐	
de kenmerken van een serieschakeling van twee of meer weerstanden beschrijven met betrekking tot de verdeling van de spanning over de weerstanden (de deelspanningen), de stroomsterkte door de weerstanden en de totale weerstand van de schakeling	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor een parallelschakeling: $U_{\text{tot}} = U_1 = U_2 = \dots$, $I_{\text{tot}} = I_1 + I_2 = \dots$ en $\frac{1}{R_{\text{tot}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor een serieschakeling: $U_{\text{tot}} = U_1 + U_2 + \dots$, $I_{\text{tot}} = I_1 = I_2 = \dots$ en $R_{\text{tot}} = R_1 + R_2 + \dots$	☐	

Paragraaf 4 Gemengde schakelingen

Ik kan		Acties
het volgende begrip beschrijven en toepassen: gemengde schakeling	☐	
het schakelschema van een gemengde schakeling vereenvoudigen tot een serie- of parallelschakeling, rekening houdend met de totale weerstand van de vereenvoudigde onderdelen van de gemengde schakeling	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor een parallel- en serieschakeling in een gemengde schakeling	☐	

Paragraaf 5 Elektrische componenten

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: regelbare weerstand, PTC, NTC, LDR, diode, doorlaatrichting, sperrichting, led, thermostaat	☐	
het schakelschema van een elektrische schakeling tekenen met behulp van elektrotechnische symbolen voor een PTC, NTC, LDR, diode, led en regelbare weerstand	☐	
uitleggen hoe een thermostaat met een NTC werkt	☐	

Paragraaf 6 Energie in huis

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: elektrische energie, vermogen, warmtevermogen, rendement, nuttige energie, energiebesparing, energietransitie, versterkt broeikaseffect, stralings-energie, elektriciteitscentrale, conventionele centrale, generator, biomassa, kerncentrale, windmolen, waterkrachtcentrale, zonnecel, zonnepaneel, waterstofcel	☐	
uitleggen dat de door een elektrisch apparaat geleverde nuttige energie kleiner is dan de elektrische energie die het apparaat verbruikt	☐	

uitleggen welke mogelijkheden er zijn om het verbruik van elektrische energie (en daarmee de elektriciteitsrekening) zo laag mogelijk te houden	☐	
uitleggen welke problemen (zijn) ontstaan door het gebruik van fossiele brandstoffen	☐	
drie mogelijkheden beschrijven waarmee de energietransitie vorm kan krijgen	☐	
beschrijven wat de voor- en nadelen zijn van de verschillende manieren om elektrische energie op te wekken	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor vermogen: $P = \frac{E}{t}$ en $P = U \cdot I = I^2 \cdot R$	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor rendement: $\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}}$ en $\eta = \frac{P_{\text{nuttig}}}{P_{\text{in}}}$	☐	

Paragraaf 7 De huisinstallatie

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: nuldraad, fasedraad, aarddraad, schakeldraad, kilowattuurmeter (of kWh-meter), huisinstallatie, overbelasting, groep, kortsluiting, zekering, aardlekschakelaar	☐	
schetsen hoe in de elektrische huisinstallatie een stopcontact met randaarde en een lamp met schakelaar zijn verbonden met de fase-, nul- en aarddraad	☐	
het verbruik aan elektrische energie in de eenheid kWh omrekenen naar de eenheid J en omgekeerd	☐	
uitleggen waarom alle stopcontacten en lampen in de elektrische huisinstallatie parallel zijn aangesloten op de fase- en nuldraad	☐	
uitleggen hoe de randaarde, de zekeringen en de aardlekschakelaar het gebruik van elektriciteit in huis veilig maken	☐	

6 Onderzoeken en ontwerpen



Een nieuw technologisch product als een VR-bril is er niet zomaar. Hier gaat een periode van onderzoeken en ontwerpen aan vooraf. Grote bedrijven hebben afdelingen die zich alleen maar bezighouden met het ontwikkelen van nieuwe producten. Sommige afdelingen onderzoeken eigenschappen van materialen, andere ontwerpen producten waarin die materialen een rol spelen. Alles is erop gericht een product te bedenken dat de consument wil kopen.

Het Nuon Solar Team heeft met de Nuna meerdere keren de belangrijkste race voor auto's op zonne-energie gewonnen. Daarvoor deden ze onderzoek aan zonnecellen. Ook het ontwerp van de zonnewagen droeg bij aan de overwinning. Wat is het verschil tussen onderzoeken en ontwerpen?

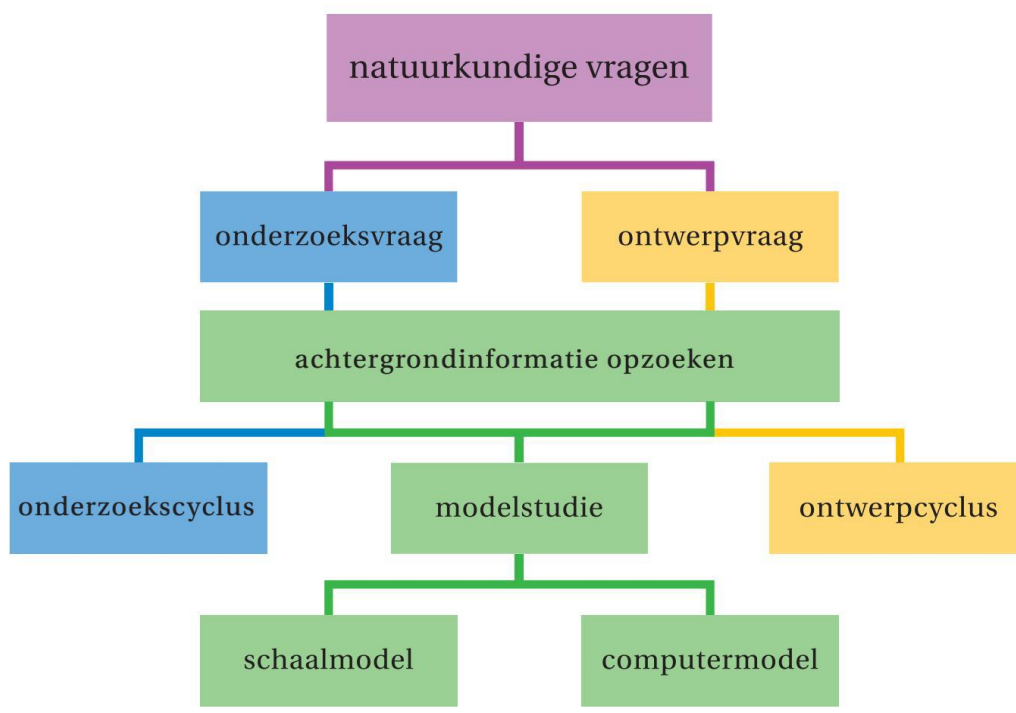


Figuur 6.1

6.1 Natuurkundige vragen

Onderzoeksvragen en ontwerp vragen

Natuurkundige vragen kun je verdelen in onderzoeksvragen en ontwerp vragen. Het antwoord op een onderzoeksvraag is nieuwe kennis. Het antwoord op een ontwerp vraag is een nieuw product. Er zijn verschillende manieren om een antwoord op een vraag te vinden. In figuur 6.2 is dit schematisch weergegeven.



Figuur 6.2

Bij een race met een zonnewagen wil je dat de wagen zo snel mogelijk rijdt. Dat betekent dat de zonnecellen onder allerlei omstandigheden een zo groot mogelijk vermogen moeten leveren. Dat vermogen hangt af van het type zonnecel en het aantal zonnecellen. Hoe groter het oppervlak dat bedekt is met zonnecellen, des te groter is het vermogen. Maar de vorm van het oppervlak heeft invloed op de luchtweerstand. Welk type zonnecel het grootste vermogen levert is een **onderzoeksvraag**. Welke vorm het oppervlak moet hebben is een **ontwerp**vraag.

Onderzoeksvraag

Bij een natuurkundig onderzoek stel je een onderzoeksvraag op met daarin de grootheden en/of de natuurkundige principes waarover het onderzoek gaat. 'Is ijzer zwaarder dan hout?' is geen goede onderzoeksvraag. 'Is de dichtheid van ijzer groter dan de dichtheid van hout?' is wel goed. Door metingen van massa en volume kun je deze onderzoeksvraag beantwoorden. Een goede onderzoeksvraag kun je beantwoorden met behulp van de resultaten van een experiment.

Voordat je een experiment gaat bedenken, doe je eerst een **literatuurstudie**. Daarbij zoek je achtergrondinformatie op over het onderwerp.

Uit ervaring weet je dat een stuk ijzer een grotere massa heeft dan een stuk hout van gelijke grootte. Je verwacht dan dat de dichtheid van ijzer groter is dan de dichtheid van hout. Zo'n verwachting noem je een **hypothese**. In een onderzoek ga je na of de hypothese juist is of niet.

Voorbeeld 1 Goede onderzoeksvraag

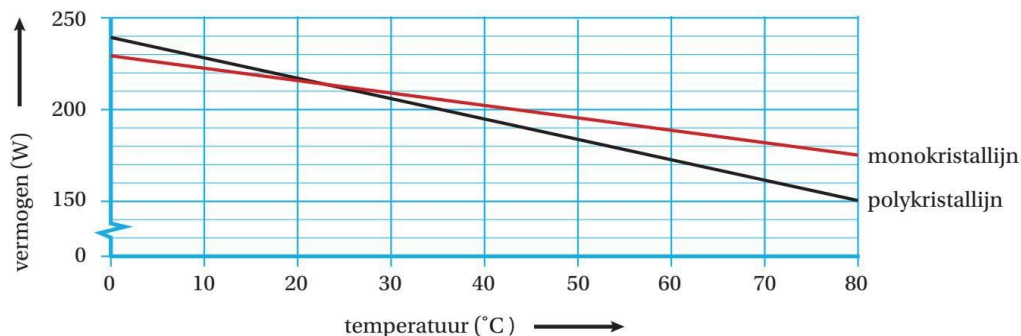
'Hoeveel energie levert een vierkante meter bedekt met zonnecellen?' is geen goede onderzoeksvraag. In plaats van 'energie' moet je een andere grootheid noemen.

- a Leg uit welke grootheid leidt tot een goede onderzoeksvraag.
- b Vul op de stippellijnen grootheden in zodat een goede onderzoeksvraag ontstaat.
Welk verband is er tussen de ...(1)... bedekt met zonnecellen en de ...(2)... van de zonnewagen?
Welk type elektromotor heeft het grootste ...(3)... bij een gemiddelde temperatuur van 30 °C?

Uitwerking

- a Je moet vermogen als grootheid nemen. Vermogen is de hoeveelheid energie per tijdseenheid. Matig presterende zonnecellen leveren na een langere tijd evenveel energie als goed presterende zonnecellen.
- b (1) oppervlakte
(2) topsnelheid
(3) rendement

Door middel van metingen zoek je naar het antwoord op de onderzoeksvraag. Het Nuna-team onderzoekt de eigenschappen van zonnecellen. Het rendement van zonnecellen hangt namelijk af van de temperatuur. Zie figuur 6.3. Bij direct zonlicht presteren monokristallijne zonnecellen beter dan polykristallijne. Polykristallijne zonnecellen presteren beter bij diffuus zonlicht en zijn goedkoper.



Figuur 6.3

Ontwerpvaardigheid

In goede ontwerpvaardigheden staan de eisen waaraan een product moet voldoen. Als het product klaar is, kun je nagaan of het product aan elke eis voldoet. 'Het moet sterk zijn' is geen goede eis. 'Het moet een gewicht van 100 N kunnen dragen' is wel een goede eis. Je weet dan precies wat je moet doen om te controleren of het product voldoet aan de eis.

Bij het ontwerpen houd je rekening met allerlei eisen waaraan een product moet voldoen. Het Nuna-team wil een snelle zonnewagen ontwerpen, maar heeft ook te maken met de regels van de wedstrijd. Dit betekent onder andere dat de afmetingen van de wagen en het oppervlak aan zonnecellen beperkt zijn. Ook bij ontwerpen speelt literatuurstudie vaak een belangrijke rol.

Voorbeeld 2 Goede ontwerpvaardigheid

Twee ontwerpvaardigheden voor de zonnewagen zijn:

- 1 Welke vorm van de zonnewagen geeft de optimale stroomlijn?
- 2 Onder welke hoek van inval van het zonlicht halen de zonnecellen op een wedstrijddag gemiddeld het hoogste rendement?

Leg met behulp van de foto van de zonnewagen (figuur 6.1) uit welk antwoord belangrijker is.

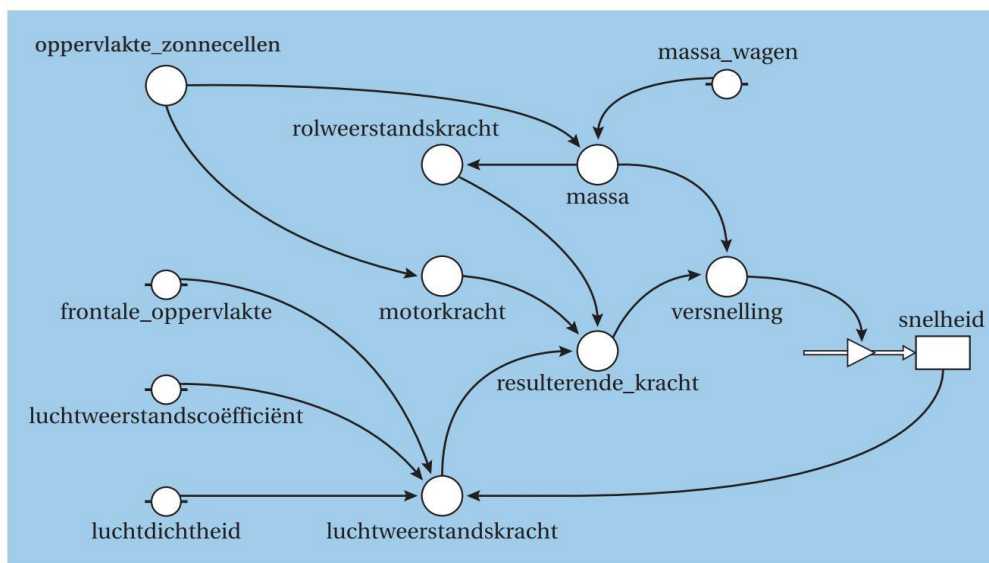
Uitwerking

Uit BINAS tabel 28A volgt dat de vorm van een dolfin de optimale stroomlijn geeft. Het vermogen van de zonnestraling die op 1 m² zonnecellen valt is het grootst als de hoek van inval 90° is. In figuur 6.1 is de inval bij de meeste zonnecellen loodrecht. De juiste hoek van inval is dus belangrijker dan de ideale stroomlijn.

Computermodel en schaalmodel

Een zonnwagen krijgt, bij een bepaald vermogen van de zonnecellen, de grootste snelheid als de luchtweerstandskracht zo klein mogelijk is. Je moet dan onderzoek doen naar de vorm van de wagen die de kleinste luchtweerstandskracht oplevert. Zo'n onderzoek doe je in eerste instantie in een **modelstudie**. Je gebruikt dan een computermodel of schaalmodel om de werkelijkheid na te bootsen. Dat is veel goedkoper en handiger dan een onderzoek met een echte zonnwagen.

Een **computermodel** rekt met formules die de verbanden tussen de grootheden beschrijven. Je verandert de waarde van een grootheid en de computer berekent de gevolgen van die verandering. Verander je de vorm van een zonnwagen, dan verander je de frontale oppervlakte en de luchtweerstandscoefficiënt. De computer berekent dan de gevolgen voor de luchtweerstandskracht bij diverse snelheden. Zie figuur 6.4 voor een model in Coach. Ook in een applet maak je gebruik van een computermodel.



Figuur 6.4

Een **schaalmodel** is een kopie van de buitenkant van de zonnwagen. Zie figuur 6.5. In een windtunnel onderzoek je hoe het schaalmodel zich bij verschillende snelheden gedraagt. Een schaalmodel kun je vrij snel aanpassen. Hiermee kun je dus snel, veilig en relatief goedkoop allerlei situaties nabootsen.



Figuur 6.5

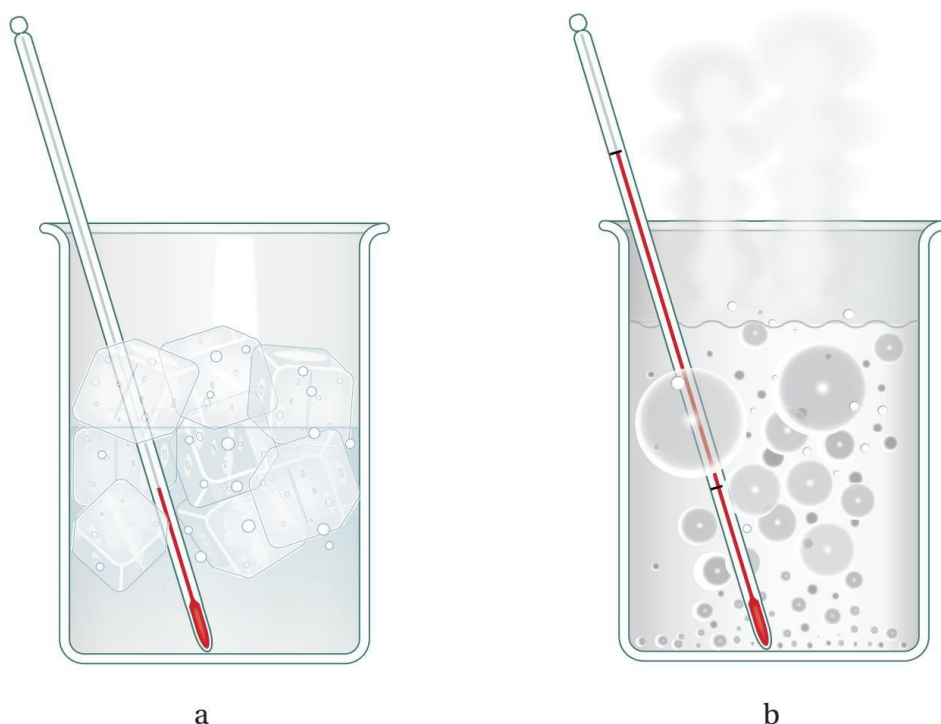
Opgaven

- 1 'Is ijzer zwaarder dan hout?' is geen goede onderzoeksvraag.
 - a Beschrijf twee redenen waarom niet.
'Is de dichtheid van ijzer groter dan de dichtheid van hout?' is wel een goede onderzoeksvraag.
 - b Beantwoord deze vraag met behulp van een literatuurstudie.
- 2 Geef van elk van de volgende gebeurtenissen aan of je te maken hebt met een onderzoek of met een ontwerp.
 - a De fabrikant van VR-brillen ontwikkelt een nieuw model.
 - b Bij het CERN in Zwitserland kijken wetenschappers wat er gebeurt wanneer protonen met hoge snelheid tegen elkaar botsen.
 - c Astronauten in het ISS meten de effecten van gewichtloosheid op het menselijk lichaam.
 - d Uit testen blijkt dat de luchthaven Schiphol regelmatig de geluidsnorm overschrijdt.
- 3 Bij de volgende gebeurtenissen is sprake van een modelstudie. Geef telkens aan of het gaat om een modelstudie tijdens een onderzoek of tijdens een ontwerp.
 - a Het prototype van een nieuw zweefvliegtuig wordt getest in een windtunnel.
 - b Een weerman op tv laat zien hoe de regenwolken de komende dag over het land zullen schuiven.
 - c Een nieuw te bouwen wolkenkrabber in Japan moet een zware aardbeving kunnen doorstaan.
 - d Een computersimulatie laat zien hoe het radioactieve materiaal dat vrijkwam bij de kernramp in Fukushima zich verspreidt in de zee.
- 4 De buienradar in figuur 6.6 voorspelt waar en wanneer het gaat regenen. Het simpelste model van een buienradar gaat ervan uit dat regenwolken met constante snelheden bewegen.
 - a Welke natuurkundige formule gebruikt dit model om de verplaatsing van regen te berekenen?
 - b Noem twee factoren waarmee het model van een buienradar rekening moet houden om goede voorspellingen te kunnen maken.



Figuur 6.6

- 5 Lisa en Renske onderzoeken de weerstand van een gloeilamp. Hun onderzoeksvraag luidt: 'Wat gebeurt er als de spanning over de lamp groter wordt?' Volgens hun docent is de onderzoeksvraag te onduidelijk. Hij geeft ze als tip dat ze twee grootheden moeten meten om de weerstand van de gloeilamp te kunnen bepalen. Herschrijf de onderzoeksvraag van Lisa en Renske.
- 6 Bedenk bij de volgende situaties een geschikte onderzoeksvraag en een hypothese.
- Aatif wil weten of een VR-bril veel energie gebruikt.
 - Marsha vraagt zich af waarom je niet te veel apparaten op één stekkerdoos mag aansluiten.
 - Ralph vermoedt dat de weerstandskracht die een fietser ondervindt tijdens het fietsen, afhangt van de grootte van de fietser.
- 7 Joey en Mitchel krijgen de opdracht om een vloeistofthermometer van een schaalverdeling te voorzien. De vloeistofthermometer bestaat uit een vloeistofreservoir en een dun buisje waarin de vloeistof kan stromen. Joey zet de thermometer eerst in een bak smeltend ijs. Zie figuur 6.7a. Als de hoogte van de vloeistof niet meer verandert, zet Mitchel daar een streep op het buisje. Hetzelfde doen ze als de thermometer in een bak met kokend water staat.
- Op welk natuurkundig principe is de werking van de thermometer gebaseerd?
 - Leg uit waarom Joey en Mitchel kiezen voor smeltend ijs en kokend water als meetpunten.
- De afstand tussen de twee strepen is 15,0 cm.
- Bereken de afstand tussen twee maatstreepjes bij een temperatuurverschil van 5 °C.
 - Is de opdracht die Joey en Mitchel moeten uitvoeren een onderzoek, een ontwerp of een combinatie van beide? Licht je antwoord toe.



Figuur 6.7

Met een ligfiets haal je een hogere snelheid dan met een gewone fiets. Een hogere snelheid zorgt voor een langere remweg. Hoe bepaal je met een experiment het verband tussen de snelheid van een fiets en de remweg?



Figuur 6.8

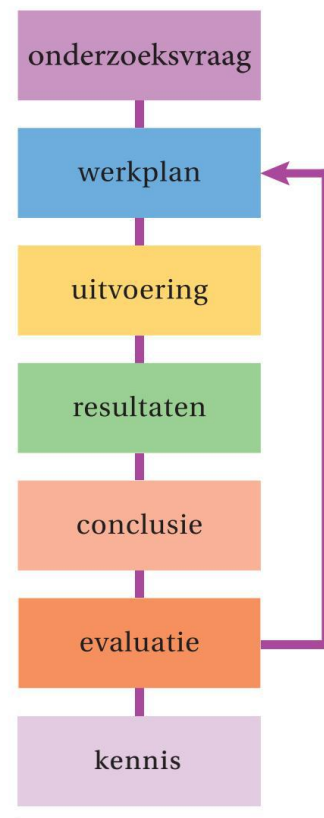
6.2 Onderzoeken

Het experiment

Om een onderzoeksvraag te beantwoorden, doe je een **experiment**. Je bedenkt eerst wat je wilt meten en hoe je gaat meten. Dit heet het **werkplan**. Na de uitvoering van het werkplan verwerk je de resultaten. Je sluit het experiment af met een conclusie en een evaluatie. De conclusie geeft antwoord op de onderzoeksvraag. In de evaluatie beoordeel je het resultaat van het onderzoek. Klopt je hypothese? Is het experiment voldoende betrouwbaar om de onderzoeksvraag te beantwoorden? Als dat niet het geval is, bedenk je een ander werkplan. Daarom noem je dat een **onderzoekscyclus**. Het stappenplan van een experiment zie je terug in figuur 6.9.

Werkplan

Tijdens het bedenken van een experiment is het belangrijk dat je weet welke grootheden een rol spelen. Vaak zoek je naar een verband tussen twee grootheden. Je gebruikt dan een meetmethode waarbij je één grootheid varieert en de andere meet. Alle andere grootheden moeten gelijk blijven, anders weet je niet welke grootheid verantwoordelijk is voor de verandering in de meetgrootheid.



Figuur 6.9

Voorbeeld 3 Grootheden constant houden in een werkplan

Josje en Karen onderzoeken het verband tussen de remweg van een fiets en de snelheid. Zij hebben de hypothese dat de remweg recht evenredig is met de snelheid. Ze meten de remweg bij verschillende snelheden. Elke meting voeren ze uit met Karen op haar fiets. Eerst zetten ze een krijtstreep op de weg.



Figuur 6.10

Karen rijdt met constante snelheid richting de streep en leest de snelheid af. Op het moment dat ze bij de streep is, knijpt Karen de remmen maximaal in. Als Karen stilstaat, meet Josje de remweg.

Welke grootheden houden Josje en Karen op deze manier constant?

Uitwerking

de massa, de remkracht, het type fiets en het soort wegdek

Bij de keuze van meetinstrumenten houd je rekening met het bereik en de nauwkeurigheid waarmee je een meting wilt doen. De remweg is enkele meters. Je gebruikt dan geen meetlat van 1 m, maar een meetlint van 10 of 20 m.

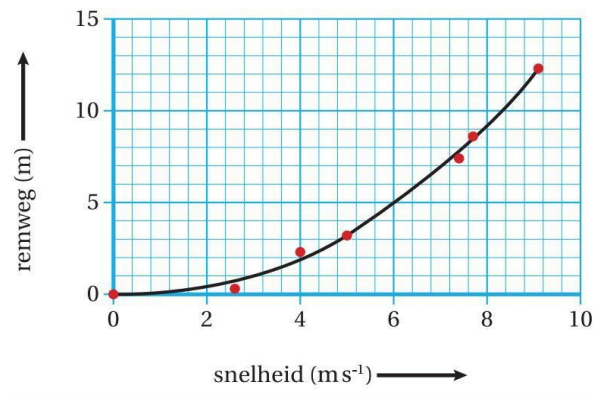
In elke meting zitten meetonzekerheden. Om de onzekerheid te verkleinen herhaal je de meting enkele keren. Het gemiddelde van die metingen gebruik je dan bij de verwerking van de resultaten.

Uitvoering

Voordat je het experiment gaat uitvoeren, wil je weten of het werkplan dat je gebruikt geschikt is om de onderzoeksvraag te beantwoorden. Je doet een klein vooronderzoek om te testen of je meetmethode tot een goed resultaat leidt. Dit heet een **pilotproef**. Ben je niet tevreden met de resultaten, dan moet je het werkplan aanpassen. Je kiest dan voor een andere meetmethode of andere meetapparatuur. Soms is het zelfs nodig om een andere onderzoeksvraag te stellen, als blijkt dat de gekozen vraag niet te beantwoorden is. Gaat alles naar wens, dan voer je het experiment uit volgens het (eventueel aangepaste) werkplan.

Resultaten

De meetgegevens geef je weer in tabellen en diagrammen die voldoen aan de eisen die in hoofdstuk 1 zijn gesteld. In figuur 6.11 staan de resultaten van de 'fietsproef' die Karen en Josje hebben uitgevoerd.



Figuur 6.11

Conclusie

Het antwoord op de onderzoeksvraag vormt de kern van de conclusie die je uit het experiment trekt. Heb je een hypothese opgesteld, dan vergelijk je de verwachte uitkomst met de werkelijke uitkomst van het experiment. Als je hypothese juist is, is je vermoeden bevestigd. Is de hypothese niet juist, dan ga je op zoek naar een verklaring. Het is ook mogelijk dat de resultaten geen uitsluitsel geven.

Voorbeeld 4 Conclusie trekken

Leg aan de hand van figuur 6.11 uit of de hypothese van Josje en Karen juist is.

Uitwerking

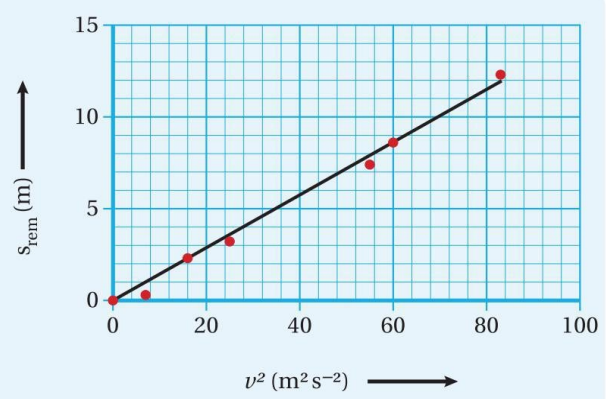
De grafiek is geen rechte lijn door de oorsprong. Er is dus geen recht evenredig verband tussen de snelheid en de remweg. De hypothese is niet juist.

Evaluatie

In de evaluatie analyseer je het verloop van het experiment. Je bespreekt de betrouwbaarheid van de meetmethode en de resultaten en geeft eventuele verbeterpunten aan.

Voorbeeld 5 Hypothese bijstellen

Het valt Karen en Josje op dat in figuur 6.11 de remweg meer toeneemt dan de snelheid. Ze maken daarom het diagram van figuur 6.12. Daaruit leiden ze het verband tussen de remweg en de snelheid af. Welk verband is dat?



Figuur 6.12

Uitwerking

De remweg is kwadratisch evenredig met de snelheid.

Validiteit en betrouwbaarheid van een onderzoek

Je wilt zeker weten dat de conclusie van een onderzoek klopt. Dit is het geval als de **validiteit** en de **betrouwbaarheid** voldoende groot zijn. Een meting is valide als systematische fouten geen rol spelen. De meting is betrouwbaar als de toevallige fout klein is. Zijn de metingen valide en betrouwbaar, dan is de **nauwkeurigheid** van een onderzoek groot. Als iemand aan de andere kant van de wereld het experiment herhaalt, dan is de **waarschijnlijkheid** groot dat hij een vergelijkbaar resultaat krijgt.

Voorbeeld 6 Meetonzekerheid bij een tijdmeting

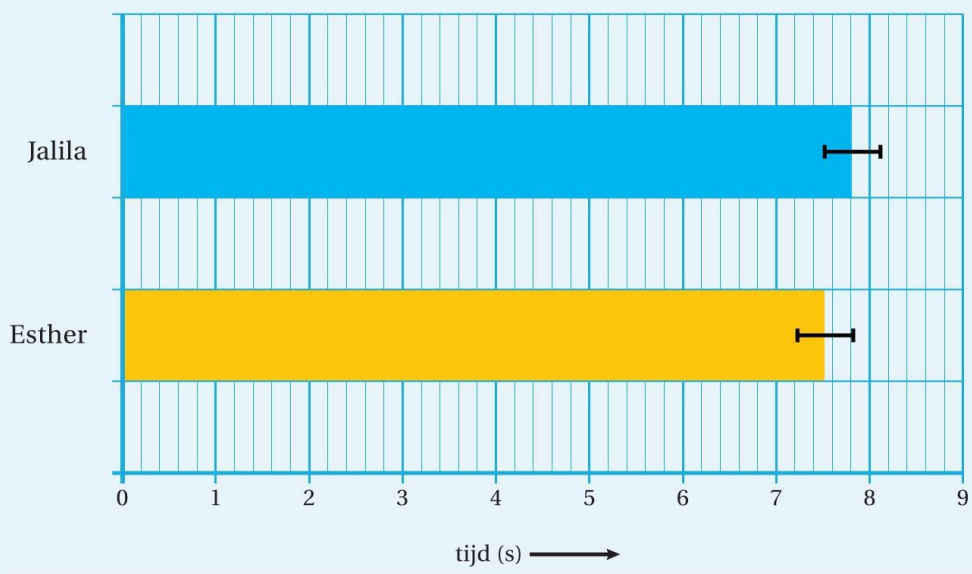
Jalila en Esther doen een hardlooppwedstrijd. Ze meten van elkaar in hoeveel tijd ze een afstand van 50 m lopen. Hiervoor gebruiken ze een stopwatch. Met krijstrepen markeren ze de start en de finish. Eerst loopt Jalila en meet Esther de tijd en vervolgens loopt Esther en meet Jalila.

De tijd van Jalila is 7,81 s en die van Esther 7,52 s. Neem aan dat de reactietijd 0,2 s is.

- Kunnen ze nu met zekerheid zeggen dat Esther de snelste was?
- Is de meting valide en betrouwbaar? Licht je antwoord toe.

Uitwerking

- Het antwoord is nee. De meetonzekerheid bij het aflezen is gelijk aan $\frac{1}{10}$ deel van de kleinste schaal. De orde van grootte is dan een honderdste seconde. Je moet de knop op de stopwatch op het juiste moment indrukken, zowel bij de start als bij de finish. De meetonzekerheid in de tijdmeting is dan ongeveer 0,3 s. De tijd van Jalila ligt dus tussen 7,51 s en 8,11 s; de tijd van Esther tussen 7,22 s en 7,82 s. Er is dus overlap tussen de twee metingen, zie figuur 6.13.
- De horizontale balkjes aan de rechterkant geven de onzekerheid in de tijdmeting weer. Deze meting is dus wel valide, maar niet betrouwbaar.



Figuur 6.13

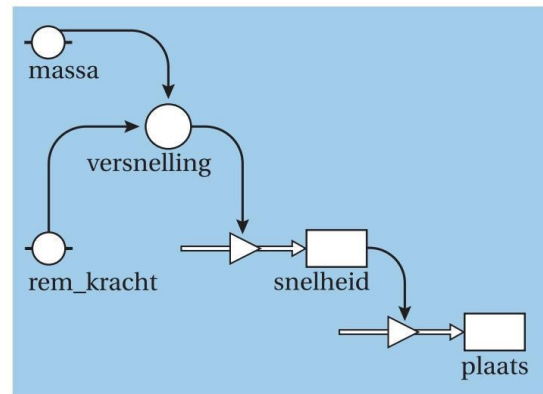
Een manier om de betrouwbaarheid te verbeteren is door de meting te herhalen en het gemiddelde te bepalen. In het geval van de hardlooppwedstrijd meten bijvoorbeeld vijf mensen de tijd.

Opgaven

- 8 Karen en Josje onderzoeken het verband tussen de massa van de fiets plus berijder en de remweg. Ze doen dit onderzoek met behulp van een modelstudie.

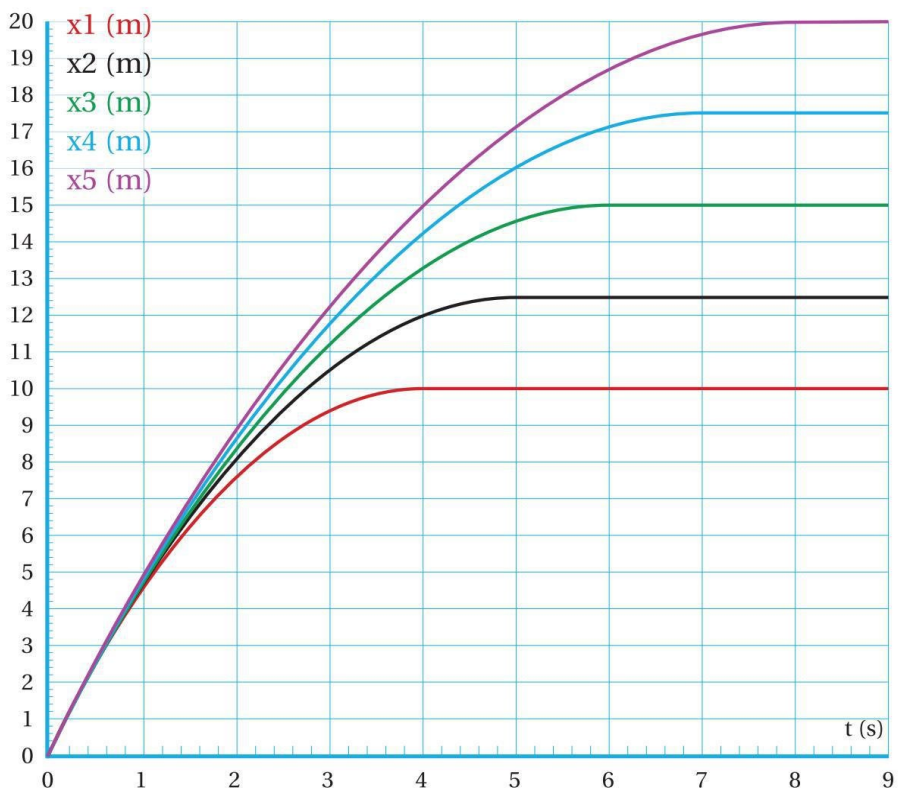
In figuur 6.14 zie je het grafische model dat ze hebben gemaakt.

- a Welke hypothese zou jij opstellen bij de onderzoeksvraag van Karen en Josje?



Figuur 6.14

Met het model in figuur 6.14 bepalen ze het (x, t) -diagram als de massa van de fiets plus berijder 40 kg is. Ze herhalen dit door telkens de massa met 10 kg op te hogen. In figuur 6.15 zie je de resultaten van deze modelstudie.



Figuur 6.15

- b Leg uit waarom in het begin alle grafieklijnen vrijwel over elkaar heen vallen.
 c Leg uit dat de grafieklijn met de grootste remweg hoort bij de grootste massa.
 d Leg uit of je hypothese bij vraag a juist is.

- 9 Melvin en Yndi voeren een aantal onderzoeken uit. Ze hebben de beschikking over de volgende meetinstrumenten: stopwatch, meetlint, liniaal, voltmeter, ampèremeter, veerunster, weegschaal en thermometer.
Noem bij elk van de volgende experimenten de meetinstrumenten die je nodig hebt. Je bepaalt:
- de weerstand van een stuk draad;
 - de snelheid van een fietser;
 - het verband tussen de lengte van een slinger en de slingertijd;
 - het kookpunt van een vloeistof.
- 10 Noem bij elk van de volgende onderzoeken welke grootheid je instelt, welke je meet en welke je constant moet houden.
- Mark laat een blokje slingeren aan een stuk touw. Hij wil erachter komen waar de slingertijd van afhangt: van de lengte van het touw, van de massa van het blokje of van beide.
 - Een fabrikant geeft aan dat een ledlamp van 2,0 W evenveel licht geeft als een gloeilamp van 25 W. Karen wil controleren of dat klopt.
 - Jason en Shirley gebruiken een ingedrukte veer om een metalen balletje te lanceren. Shirley denkt dat je de veer twee keer zo ver moet indrukken om het kogeltje twee keer zo hoog te lanceren, maar Jason denkt dat dat niet zo is.
- 11 Alex en Nadima krijgen een lampje. Het vermogen van het lampje is onbekend, maar ligt tussen 2,0 en 5,0 W. Om het vermogen te bepalen sluiten ze het lampje aan op een spanningsbron van 20,0 V. Ze gebruiken een ampèremeter om de stroomsterkte te meten.
- Teken het schakelschema.
 - Schrijf een werkplan voor dit experiment.
- Alex en Nadima hebben de beschikking over de ampèremeter in figuur 6.16. Deze meter heeft drie meetbereiken:
- 0 tot 5,0 A
 - 0 tot 500 mA
 - 0 tot 50 mA
- Leg uit welk meetbereik Alex en Nadima moeten kiezen tijdens hun experiment.

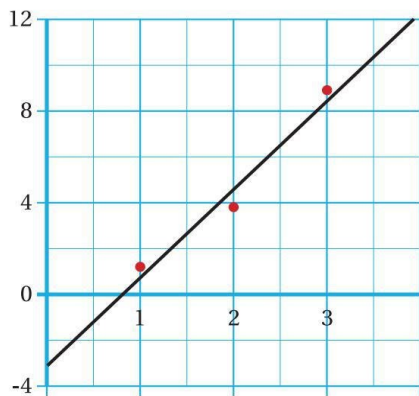


Figuur 6.16

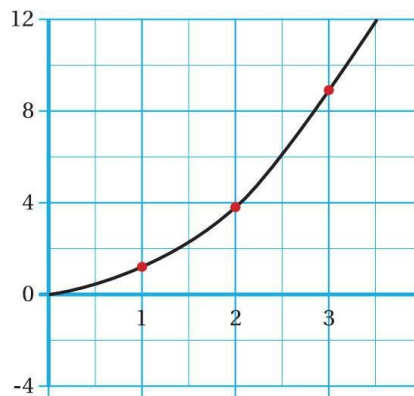
- 12 Amber en Evelyn willen een experiment doen om uit te zoeken hoeveel energie er nodig is om een bepaalde hoeveelheid water 1 °C op te warmen.
- Stel een onderzoeksvraag op voor dit experiment.
- Amber en Evelyn gebruiken de opstelling van figuur 4.16. (Dit is dus een figuur in hoofdstuk 4.) In een experiment bepalen zij hoeveel elektrische energie nodig is om 100 mL water te verwarmen van 20 °C tot 80 °C.
- Schrijf een werkplan voor het experiment van Amber en Evelyn.

13 Remco en Eva hebben een experiment uitgevoerd. De resultaten van hun metingen verwerken ze in een diagram. Remco maakt het diagram van figuur 6.17 en Eva het diagram van figuur 6.18.

- Leg uit dat beide grafieklijnen goed kunnen zijn.
- Leg uit of de grafieklijn in figuur 6.17 een recht evenredig verband aangeeft.
- Welk verband geeft de grafieklijn in figuur 6.18 aan?
- Noem twee manieren om te onderzoeken welke grafieklijn de juiste is.



Figuur 6.17



Figuur 6.18

- **tekenblad** 14 Joost en Olga hebben vier pilotproeven gedaan om te bepalen welke meetmethode geschikt is voor hun onderzoek. In de figuren van tabel 6.1 geeft de rode stip de werkelijke meetwaarde aan. De blauwe stippen geven hun meetresultaten weer. Joost en Olga kiezen proef d, omdat deze meetresultaten valide en betrouwbaar zijn.

	a	b	c	d
Valide				x
Betrouwbaar				x

Tabel 6.1

- Geef in tabel 6.1 bij de andere proeven met een kruisje aan welke meetresultaten valide lijken en welke betrouwbaar.
Proef a is niet geschikt, omdat de meetresultaten afwijken van de werkelijke waarde.
- Welk type fout is de oorzaak van deze afwijking?
Je kunt proef b gebruiken als meetmethode onder een speciale voorwaarde.
- Noem die voorwaarde.

De iPad was niet het resultaat van een briljante ingeving van één persoon, maar van een ontwerpcyclus waarbij veel mensen betrokken waren. Uit welke fasen bestaat zo'n cyclus? En wat doe je in elke fase?



Figuur 6.19

6.3 Ontwerpen

► practicum De ontwerpcyclus

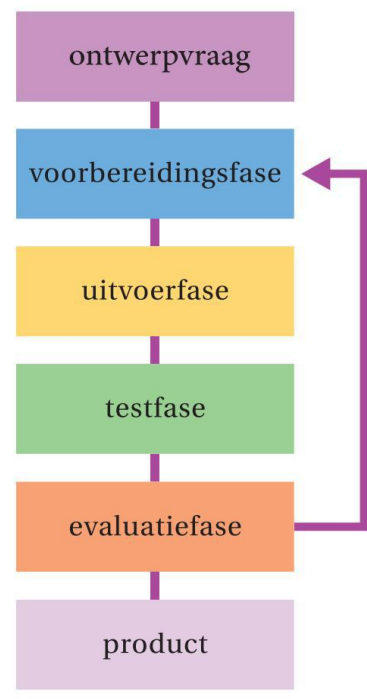
Egg-drop

Het resultaat bij een ontwerpvraag is een product of een deel daarvan. Je gaat eerst na wat de eisen aan het product zijn. Vervolgens bedenk je oplossingen om aan deze eisen te voldoen. Je kiest de beste combinatie van oplossingen en maakt een eerste versie van het product. Daarna test je of het product voldoet aan de eisen. Is het ontwerp nog niet goed, dan begint het proces weer opnieuw. Daarom noem je dat een **ontwerpcyclus**. Het stappenplan zie je terug in figuur 6.20.

Vorbereidingsfase

In de **voorbereidingsfase** stel je vast aan welke eisen het product moet voldoen. Die eisen bestaan uit taken en eigenschappen van het product. Een **taak** is een handeling die het ontwerp moet kunnen verrichten. Bij de zonnwagen is dat bijvoorbeeld 'rijden bij bewolkte lucht'. Een **eigenschap** is een kenmerk van het product. Bij de zonnwagen is dat bijvoorbeeld 'de massa moet kleiner zijn dan 170 kg'.

Elke taak en eigenschap is een deel van het ontwerp. Door taken en eigenschappen te formuleren splits je het ontwerp in deelontwerpen. Een overzicht van alle taken en eigenschappen noem je het **programma van eisen**. Voor iedere eis bedenk je meerdere oplossingen. Om overzicht te houden, zet je de oplossingen in een tabel.



Figuur 6.20

Bij een zonnwagen voor de World Solar Challenge is de ontwerp vraag: ‘Hoe ontwerp je een wagen op zonne-energie die het snelst een afstand van 3000 km aflegt?’ Bovendien stelt het wedstrijdreglement eisen aan de wagen. In tabel 6.2 staan vijf eisen met telkens drie oplossingen bij deze ontwerp vraag.

	Eis aan ontwerp	Oplossing 1	Oplossing 2	Oplossing 3
1	kan ook rijden bij bewolkte lucht	polykristallijne zonnecellen	combinatie van polykristallijne en monokristallijne zonnecellen	een accu die vermogen levert bij bewolkte lucht
2	massa kleiner dan 170 kg	lichte materialen	holle constructies	afmetingen zo klein mogelijk
3	C_w -waarde kleiner dan 0,10	platte vorm	goede stroomlijn	gladde materialen
4	opgewekt vermogen is groter dan benodigd vermogen bij maximale snelheid	rendement zonnecellen boven de 22,5%	motor met hoog rendement	zo groot mogelijk oppervlak aan zonnecellen
5	genoeg ruimte voor de bestuurder	personenauto-model	ligfietsmodel	nieuw model

Tabel 6.2

De ene eis is belangrijker dan de andere. De eis ‘massa kleiner dan 170 kg’ is een eis in het wedstrijdreglement. Daaraan moet de zonnwagen voldoen, anders wordt hij gediskwalificeerd. Zo’n eis noem je een **randvoorwaarde**. Een eis als ‘moet een spectaculaire uitstraling hebben’ is leuk voor de presentatie, maar het is meer een **wens** dan een eis. Daarom is het goed om een volgorde aan te brengen in de eisen. De belangrijkste eisen krijgen daarbij de hoogste **prioriteit**.

Voorbeeld 7 Prioriteiten stellen

In tabel 6.2 staan vijf eisen waaraan de zonnwagen moet voldoen.

De eis met de hoogste prioriteit krijgt nummer 1.

Twee eisen staan niet op de juiste plaats.

- Welk eis moet nummer 1 krijgen? Licht je antwoord toe.
- Welk eis moet nummer 5 krijgen? Licht je antwoord toe.

Uitwerking

Eis 2 moet nummer 1 krijgen. Die eis is een randvoorwaarde.

Eis 3 moet nummer 5 krijgen. Een C_w -waarde van 0,11 is ook nog goed.

Aan de andere eisen moet worden voldaan om een zonnwagen te ontwerpen die de eindstreep kan halen.

Uitvoeringsfase

Tijdens de **uitvoeringsfase** maak je een **ontwerpvoorstel** op grond van de beste combinatie van oplossingen. Dat wil niet zeggen dat je de beste oplossing voor elke eis kunt gebruiken. Zo leidt de oplossing 'zo groot mogelijk oppervlak aan zonnecellen' tot een ontwerp waarmee je in de problemen komt met eis 2 en/of eis 3 van tabel 6.2. Het ontwerpvoorstel vertaal je naar een testversie van het product. Dit noem je het **prototype** van het ontwerp.

Testfase

In de **testfase** ga je na of het prototype voldoet aan de eisen van het ontwerp. De tabel met eisen is dan een checklist die je afwerkt. Zie tabel 6.3.

	Eis aan ontwerp	Prototype voldoet wel aan de eis	Prototype voldoet niet aan de eis
1	massa kleiner dan 170 kg		X
2	kan ook rijden bij bewolkte lucht	X	
3	opgewekt vermogen is groter dan benodigd vermogen bij maximale snelheid	X	
4	genoeg ruimte voor de bestuurder	X	
5	C_w -waarde kleiner dan 0,10		X

Tabel 6.3

Evaluatiefase

Als het prototype niet voldoet aan een of meer eisen, ga je na of je het prototype op die punten kunt verbeteren. Dit noem je de **evaluatiefase**. De tekortkomingen leiden weer tot een ontwerpvrage met een programma van eisen. Je bedenkt nieuwe oplossingen en verwerkt die in het ontwerp. Je past het prototype aan en test het opnieuw. Je doorloopt dan opnieuw een ontwerpcyclus.

Opgaven

-
- 15 Stel een programma met vijf eisen op voor deze producten:
- een brandalarm voor doven;
 - een VR-bril die gebruiksvriendelijk is;
 - een theemok die aangeeft dat de temperatuur laag genoeg is om de thee te kunnen drinken.

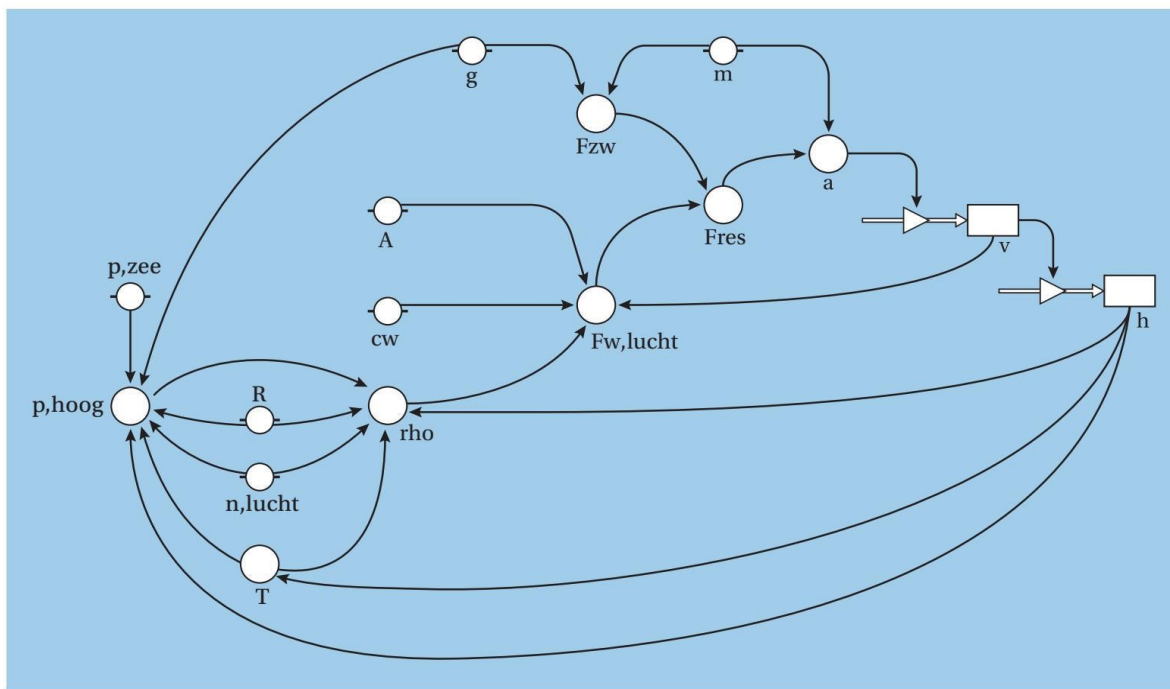
16 In 2012 bereikte Felix Baumgartner een nieuw hoogterecord voor parachutespringen, met een sprong vanaf 38,969 km. Tijdens zijn val wilde Baumgartner ook door de geluidsbarrière. Dat lukte: hij bereikte uiteindelijk een maximale snelheid van $1357,6 \text{ km h}^{-1}$. Baumgartner had een speciaal pak aan. In figuur 6.21 zie je Baumgartner op het moment dat hij gaat springen.



Figuur 6.21

- a Noem drie eisen waaraan het pak van Baumgartner tijdens de sprong moet voldoen.

In figuur 6.22 staat een model om de val van Baumgartner te beschrijven. Dat model houdt rekening met het feit dat de dichtheid van de lucht afhangt van de luchtdruk en van de temperatuur. De luchtdichtheid is recht evenredig met de luchtdruk. Vanaf een hoogte van 25 km neemt de temperatuur toe als gevolg van absorptie van zonnestraling in de ozonlaag.



Figuur 6.22

- b Leg uit waardoor de luchtdichtheid toeneemt als gevolg van de stijgende temperatuur.

Het model voorspelde dat een hoogte van 37 km genoeg zou zijn om de geluidsbarrière te doorbreken.

- c Leg uit waardoor Baumgartner een valhoogte van 39 km nodig had om de gewenste snelheid te halen.

- 17 In 2016 won Marlou van Rhijn op de Paralympische Spelen in Rio de Janeiro zowel de 100 meter als de 200 meter sprint. Zij heeft twee blades waarmee zij zich afzet tegen de ondergrond. Zie figuur 6.23. In figuur 6.24 zie je hoe de protheses de werking van de onderbenen overnemen. De protheses zijn gemaakt van koolstofvezels.



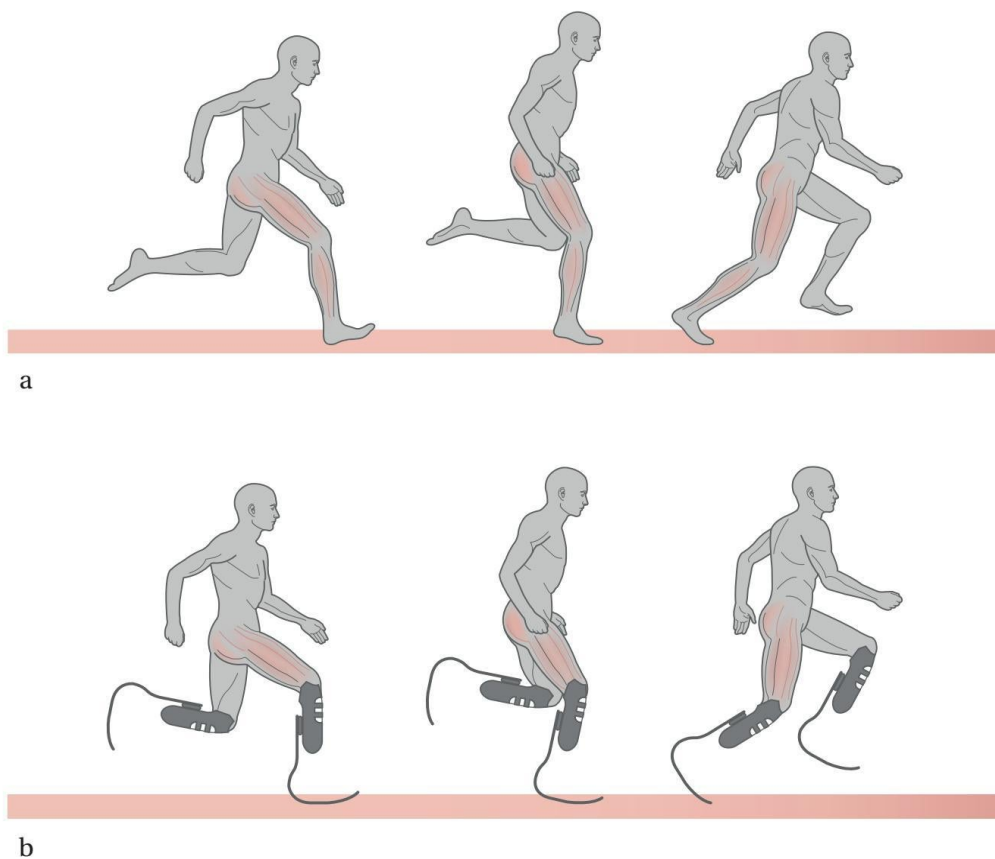
Figuur 6.23

In BINAS tabel 9 staan acht stofeigenschappen.

- a Leg uit welke stofeigenschap voor dit type prothese zo klein mogelijk moet zijn. Bij het testen bleek dat een atleet met blades 9% minder kracht op de ondergrond kan uitoefenen dan een atleet met onderbenen.
- b Welke eigenschap van de blades zorgt voor de krachtwerking op de ondergrond? Licht je antwoord toe.

Het internationale sporttribunaal heeft besloten dat je geen voordeel ondervindt als je blades gebruikt. Je mag daarom met blades ook deelnemen aan reguliere wedstrijden, zoals de Olympische Spelen.

- c Geef een argument dat deze beslissing ondersteunt en een tegenargument.



Figuur 6.24

18 Figuur 6.25 toont een thermometer met schaalverdeling.

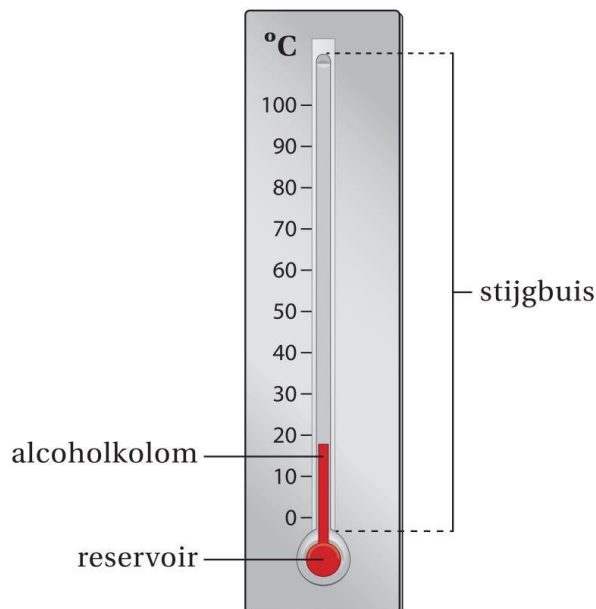
- a Lees de temperatuur zo goed mogelijk af.

Als de temperatuur stijgt, zet de vloeistof uit. Voor de toename van het volume geldt:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \gamma \cdot \Delta T$$

Er zijn drie mogelijkheden om de thermometer van figuur 6.25 nauwkeuriger te maken.

- b Leg uit welke mogelijkheden dat zijn.



Figuur 6.25

19 Bekijk de foto van de Nuna-zonnewagen (figuur 6.1). In tabel 6.2 staan oplossingen voor de eisen aan de Nuna-zonnewagen.

Geef voor eis 3 tot en met 5 aan welke oplossing waarschijnlijk door het Nuna-team is gekozen.

6.4 Afsluiting

Samenvatting

Een onderzoek leidt tot nieuwe kennis. Je begint met een onderzoeksvraag. Het antwoord dat je hierop verwacht noem je een hypothese. Je doet een experiment, waarbij je eerst een werkplan maakt. Dan doe je een pilotproef om na te gaan of het werkplan klopt. De resultaten van de proef verwerk je in tabellen en diagrammen. Hieruit trek je conclusies, waarmee je antwoord geeft op de onderzoeksvraag en nagaat of je hypothese klopt. Heb je geen bevredigend antwoord gekregen op je onderzoeksvraag, dan doorloop je opnieuw een onderzoekscyclus.

De resultaten van een onderzoek zijn bruikbaar als de metingen valide en betrouwbaar zijn. De waarschijnlijkheid is dan groot dat zo'n onderzoek op elke plaats in de wereld vergelijkbare resultaten oplevert.

Een ontwerp leidt tot een nieuw product. Je begint met een ontwerpvrage. Het antwoord op de ontwerpvrage vind je door een aantal keren een ontwerpcyclus te doorlopen. Zo'n cyclus bestaat uit voorbereiden, uitvoeren, testen en evalueren. In de voorbereidingsfase bedenk je aan welke eisen het product moet voldoen. Dit leg je vast in een programma van eisen. Tijdens de uitvoeringsfase maak je een ontwerpvoorstel op grond van de beste combinatie van oplossingen. Vervolgens maak je een prototype. In de testfase onderzoek je of het prototype aan elke eis voldoet. De evaluatiefase gebruik je om na te gaan of er nog verbeteringen mogelijk zijn aan het ontwerp. Als dat het geval is, doorloop je opnieuw een ontwerpcyclus.

In een modelstudie gebruik je een schaalmodel of een computermode. In een modelstudie ga je op dezelfde manier te werk als in een experiment of een ontwerpcyclus. Je kiest voor een modelstudie als dat goedkoper, veiliger of praktischer is.

Opgaven

- **hulpblad** 20 In 2001 won de Nuna voor het eerst de World Solar Challenge, een 3000 km lange race voor zonnewagens. De Nuna was bedekt met $8,4 \text{ m}^2$ zonnecellen met een rendement van 25%. Bij volle zonneshijn leverden ze in totaal een elektrisch vermogen van 1,5 kW.
- a Bereken het stralingsvermogen dat per m^2 zonnecel wordt opgenomen. De door de zonnecellen geproduceerde energie drijft de elektromotoren aan.



Figuur 6.26

De elektromotoren hebben een rendement van vrijwel 100%. Het verband tussen het vermogen dat de motor levert en de snelheid van de Nuna zie je in tabel 6.4. Behalve over zonnecellen beschikt de auto over een accu, die ook kan worden ingeschakeld voor de aandrijving.

Vermogen dat de motor levert (kW)	Snelheid (km h^{-1})
1,0	80
1,7	100
2,8	120

Tabel 6.4

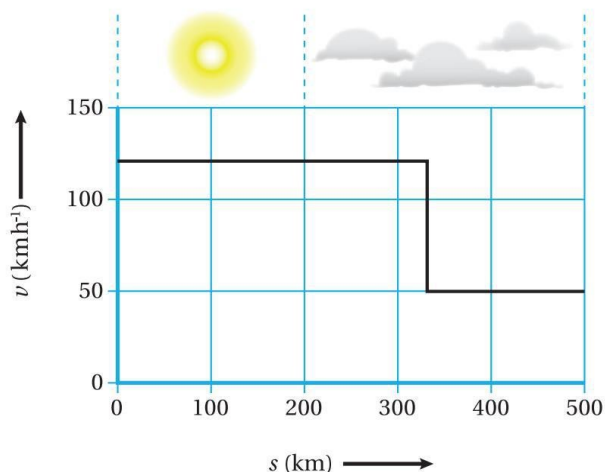
- b Leg uit dat bij een snelheid van 100 km h^{-1} gebruikgemaakt moet worden van de zonnecellen én van de accu.

Het vermogen dat de zonnecellen leveren, hangt af van het weer. Het Nuna-team denkt daarom voortdurend na over de te volgen strategie. Op de laatste dag is de Nuna nog 500 km van de finish verwijderd. De eerste 200 km is de hemel onbewolkt, de daarop volgende 300 km is het bewolkt.

Het team overweegt twee strategieën.

Strategie 1

Met een hoge snelheid rijden tot de accu leeg is. De resterende afstand afleggen met de snelheid die nog mogelijk is met het vermogen dat de zonnecellen leveren in het bewolkte gebied.



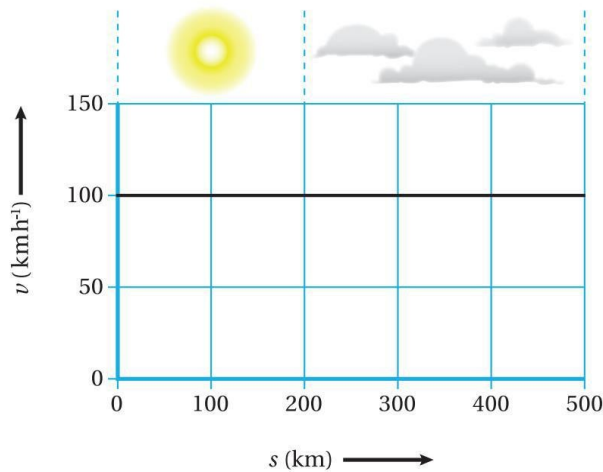
Figuur 6.27

In figuur 6.27 zijn de snelheden en afstanden aangegeven bij deze strategie.

- c Bepaal met behulp van figuur 6.27 hoe lang de Nuna er dan over doet om de finish te bereiken.

Strategie 2

De hele afstand afleggen met een zodanige constante snelheid dat aan de finish de accu bijna leeg is.



Figuur 6.28

Strategie 2 blijkt de winnende strategie te zijn. De kunst is om vooraf te berekenen hoe groot die constante snelheid dan moet zijn. Aan het begin van de laatste dag bevat de accu 5,0 kWh energie. In het bewolkte gebied leveren de zonnecellen een vermogen van 0,24 kW.

Het team besluit de Nuna te laten rijden met een snelheid van 100 km h^{-1} .

In figuur 6.28 zie je de snelheid en de afstand bij strategie 2.

- d Laat met een berekening zien dat met een snelheid van 100 km h^{-1} de accu inderdaad bijna leeg is bij de finish.

De Nuna is zo ontworpen dat hij zo weinig mogelijk luchtweerstand ondervindt.

Voor de luchtweerstandskracht $F_{\text{w,lucht}}$ geldt de volgende formule:

$$F_{\text{w,lucht}} = \frac{1}{2} \rho \cdot C_w \cdot A \cdot v^2$$

- ρ is de dichtheid van de lucht.
 - C_w is de luchtweerstandscoefficiënt.
 - A is de frontale oppervlakte van de auto.
 - v is de snelheid van de auto.
- e Welke van deze vier grootheden zijn bij het ontwerp zo klein mogelijk gehouden? Licht je antwoord toe aan de hand van figuur 6.26.

► **tekenblad** 21 Jasper en Bas maken een waarschuwingssysteem waarbij een led gaat branden als de temperatuur 20 °C of hoger is. Ze gebruiken hierbij een NTC-weerstand. Op de practicumtafel staan de volgende spullen klaar, zie figuur 6.29:

- een driepoot met brander en een bekglas gevuld met ijs;
- een NTC en een thermometer die zich in het water bevinden;
- een regelbare spanningsbron, een voltmeter en een ampèremeter.



Figuur 6.29

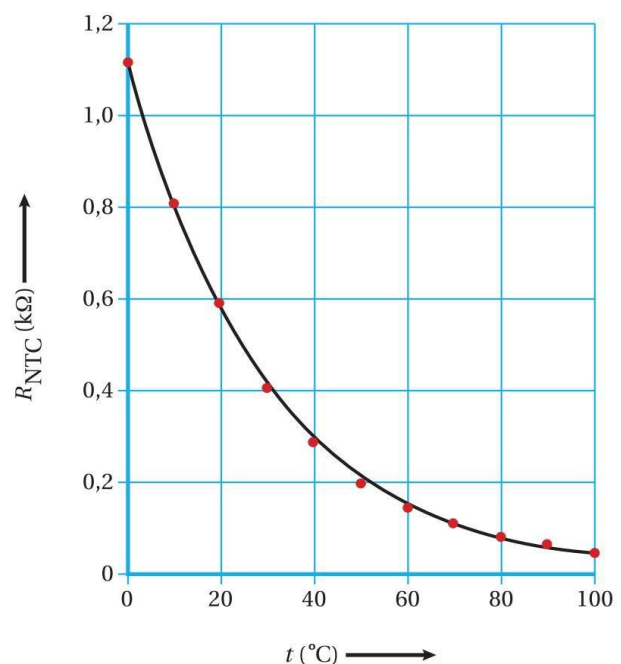
Ze gaan eerst onderzoeken hoe de weerstand van de NTC afhangt van de temperatuur. Daarbij gebruiken ze de opstelling van figuur 6.29. In de figuur zijn de aansluitdraden nog niet getekend.

- a Schets in figuur 6.29 de draden die nodig zijn om hun onderzoek uit te voeren.

In het onderzoek meten Jasper en Bas drie grootheden: spanning, stroomsterkte en temperatuur.

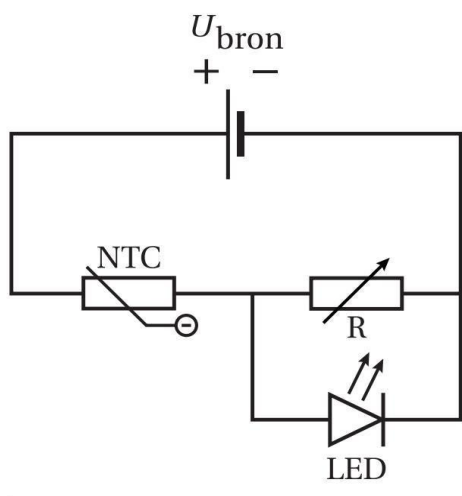
- b Welke grootheid stellen ze in en welke grootheden meten zij?

De resultaten van hun metingen staan in figuur 6.30.

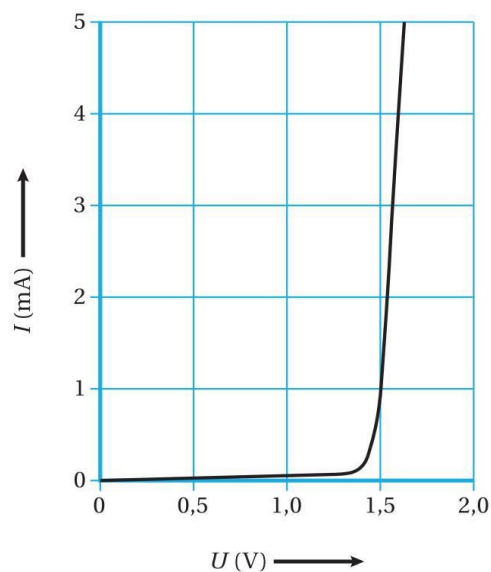


Figuur 6.30

- c Leg uit of het verband tussen de weerstand en de temperatuur omgekeerd evenredig is of niet.
- d Zijn de resultaten van de metingen betrouwbaar en valide? Licht je antwoord toe.



Figuur 6.31



Figuur 6.32

Voor het waarschuwingssysteem bouwen ze de opstelling van figuur 6.31. De spanning van de spanningsbron is 5,0 V. In figuur 6.32 staat het (I, U) -diagram van de led. De led geeft licht vanaf een stroomsterkte van 1,0 mA. De waarde van de regelbare weerstand bereken je met de spanning over en de stroomsterkte door de weerstand.

- e Toon aan dat de spanning over de regelbare weerstand minstens 1,5 V is als de led brandt.

Om de stroomsterkte door de regelbare weerstand te berekenen, moet je eerst de stroomsterkte door de NTC weten.

- f Toon aan dat de stroomsterkte door de NTC bij 20 °C gelijk is aan $5,9 \cdot 10^{-3}$ A.
- g Bereken hoe groot de regelbare weerstand moet zijn, zodat de led bij 20 °C gaat branden.

Checklist voor begrippen en leerdoelen

Hierna vind je een overzicht van de begrippen en leerdoelen per paragraaf. Kruis de leerdoelen aan waarvan jij vindt dat je ze nu beheerst. Bij de leerdoelen die je nog niet helemaal beheerst noteer je de acties die je gaat ondernemen om het leerdoel alsnog te kunnen behalen.

Paragraaf 1 Natuurkundige vragen

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: onderzoeksvraag, ontwerpvrage, hypothese, literatuurstudie, modelstudie, computermode, schaalmodel	☐	
het verschil beschrijven tussen een onderzoeksvraag en een ontwerpvrage	☐	
uitleggen wat het voordeel is van een modelstudie met een computermode of een schaalmodel	☐	

Paragraaf 2 Onderzoeken

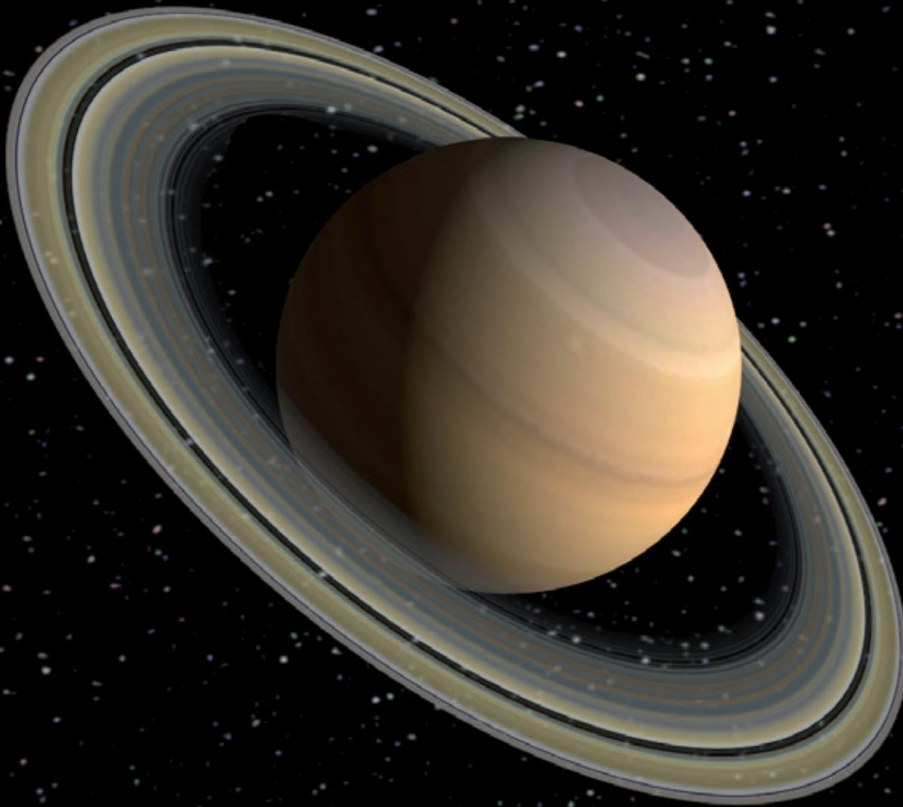
Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: experiment, onderzoekscyclus, werkplan, pilotproef, resultaten, conclusie, evaluatie, validiteit, betrouwbaarheid, nauwkeurigheid, waarschijnlijkheid	☐	
een experiment uitvoeren aan de hand van een stappenplan	☐	

Paragraaf 3 Ontwerpen

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: ontwerpcyclus, voorbereidingsfase, taak, eigenschap, programma van eisen, randvoorwaarde, wens, prioriteit, uitvoeringsfase, ontwerpvoorstel, prototype, testfase, evaluatiefase	☐	
een ontwerp maken aan de hand van een stappenplan	☐	

7

Cirkelbewegingen



Saturnus is een van de grootste planeten in ons zonnestelsel. Het meest spectaculair is het ringenstelsel. Die ringen van Saturnus bestaan uit bevroren water, rotsen en stofdeeltjes die in cirkelvormige banen rondom de planeet bewegen. In dit hoofdstuk lees je wat nodig is om een cirkelbeweging te maken. Met die kennis kun je een model maken die de beweging van een satelliet om de aarde beschrijft.

Een slijptol gebruik je om metaal te schuren of te slijpen. De schijf draait daarbij met hoge snelheid rond. Elk punt op de schijf van de slijptol voert een eenparige cirkelbeweging uit.

Wat is een eenparige cirkelbeweging? Waarom vliegen de vonken in rechte lijn weg?



Figuur 7.1

7.1 Eenparige cirkelbeweging

Omlooptijd en baansnelheid

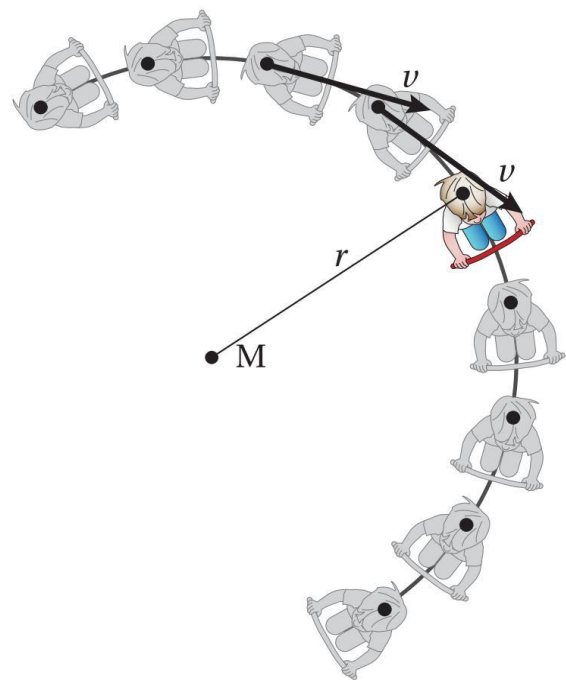


Start

Maak de startvragen

Een kind op een draaimolen, een satelliet in een baan om de aarde en de ijsblokken in de ringen rond Saturnus zijn allemaal voorbeelden van cirkelbewegingen. De afstand van het zwaartepunt van het voorwerp tot het middelpunt van de cirkel heet de **baanstraal** met symbool r . Zie figuur 7.2.

In figuur 7.2 is de positie van een kind op een draaimolen getekend na steeds hetzelfde tijdsinterval. De afstand langs de cirkel tussen twee opeenvolgende posities is constant. Het kind beweegt dus met een constante snelheid langs de cirkelbaan. Zo'n beweging noem je een **eenparige cirkelbeweging**. De snelheid waarmee een voorwerp in een cirkelbaan beweegt, noem je de **baansnelheid** met symbool v_{baan} . De richting van de snelheid komt overeen met de raaklijn aan de baan. Die richting verandert dus steeds, zoals je ziet in figuur 7.2. De tijd die nodig is om de cirkel helemaal af te leggen, noem je de **omlooptijd** T .



Figuur 7.2

De afstand die wordt afgelegd in T is gelijk aan de omtrek van de cirkel, $2\pi r$.
Voor de baansnelheid geldt dus:

$$v_{\text{baan}} = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T}$$

- v_{baan} is de baansnelheid in m s^{-1} .
- s is de afgelegde afstand in m.
- r is de baanstraal in m.
- T is de omlooptijd in s.

Voorbeeld 1 Berekening maken met baansnelheid

De maan beschrijft een (bijna) cirkelvormige baan om de aarde. In BINAS tabel 31 staan gegevens over de maan en de aarde.
Bereken de baansnelheid van de maan in km s^{-1} .

Uitwerking

$$v_{\text{baan}} = \frac{2\pi r}{T} \text{ met } r = 384,4 \cdot 10^6 \text{ m en } T = 27,32 \text{ d} = 27,32 \times 86\,400 = 2,3604 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$v_{\text{baan}} = \frac{2\pi \times 384,4 \cdot 10^6}{2,3604 \cdot 10^6} = 1,0232 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

Afgerond: $1,023 \text{ km s}^{-1}$.

Bij een eenparige rechtlijnige beweging zijn zowel de grootte als de richting van de snelheid constant. Bij een eenparige cirkelbeweging is de grootte van de snelheid wel constant, maar de richting niet. De richting van de snelheid valt samen met de raaklijn aan de cirkel en staat dus loodrecht op de baanstraal.
Tijdens het slijpen met een slijptol vliegen stukjes gloeiend metaal weg van de rand van de slijpschijf. Zie figuur 7.1. De vonken bewegen in rechte lijnen die samenvallen met de raaklijnen aan de slijptol. Ze geven dus de richting aan van de baansnelheid van een deeltje dat loskomt van de rand van de slijptol.

Frequentie

Bij een eenparige cirkelbeweging is de omlooptijd constant. In een bepaalde tijd vinden steeds evenveel omlopen plaats. Het aantal omlopen per seconde noem je de **frequentie** met symbool f . De eenheid ervan is hertz (Hz). Er geldt:

$$f = \frac{1}{T}$$

- f is de frequentie in Hz.
- T is de omlooptijd in s.

In de techniek kom je vaak de grootte **toerental** tegen. Dit is het aantal omwentelingen dat een voorwerp maakt in één minuut. In het Engels wordt het toerental uitgedrukt in RPM (revolutions per minute).

Opgaven

- 1 De trommel van een wasmachine heeft een diameter van 60 cm en draait in 10 s 140 keer rond. Een druppel water bevindt zich op de wand van de trommel.
Bereken:
 - a de omlooptijd;
 - b de baansnelheid;
 - c de afstand die de druppel aflegt in één minuut;
 - d het toerental.

- 2 In figuur 7.3 zie je een cd met twee punten. Neem aan dat de cd tijdens één omloop een eenparige cirkelbeweging uitvoert.
 - a Beredeneer of de baansnelheid van punt P groter dan, kleiner dan of gelijk is aan die van punt Q.

Natuurkundigen gebruiken bij cirkelbewegingen de hoeksnelheid in plaats van de baansnelheid. De hoeksnelheid is een maat voor het aantal graden dat een punt per seconde draait ten opzichte van zijn beginpositie.

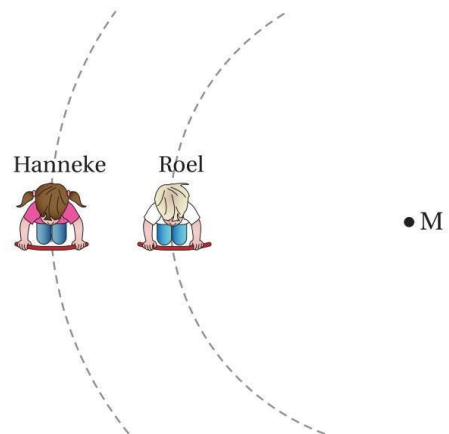
 - b Beredeneer of de hoeksnelheid van punt P groter dan, kleiner dan of gelijk is aan die van punt Q.

Bij het afspelen van een cd verandert de snelheid waarmee de cd ronddraait, zodat de laser steeds met dezelfde snelheid het spoor van de cd aftast. De laser tast een cd van binnen naar buiten af.

 - c Leg uit of de frequentie van de cd toeneemt of afneemt tijdens het afspelen.



Figuur 7.3



Figuur 7.4

- **tekenblad** 3 Hanneke en Roel zitten naast elkaar in een draaimolen. Hanneke zit op 2,7 m van de draaias en Roel zit op 1,8 m van de draaias. Ze draaien in 5,2 s één ronde.
- a Bereken de baansnelheid van Hanneke.
- Roel gooit tijdens het draaien een snoepje in de richting van Hanneke, maar Hanneke vangt dit niet. Het snoepje komt namelijk niet recht op haar af.
- b Teken in figuur 7.4 of het snoepje voor of achter Hanneke terechtkomt. Licht je antwoord toe.

- 4 Een satelliet beweegt op 200 km hoogte in een cirkelvormige baan om de aarde. De omlooptijd van de satelliet is 88 min.
- Toon aan dat de straal van de cirkelbaan van de satelliet gelijk is aan $6,578 \cdot 10^3$ km.
 - Bereken de baansnelheid van de satelliet.

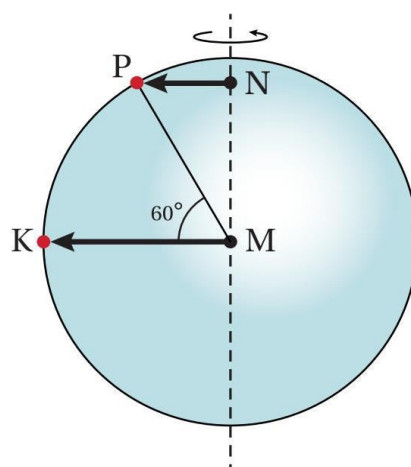
► **hulpblad**
► **tekenblad**

- 5 Een wit balletje ligt in een vakje van de schaal van een roulette. Terwijl de schaal met constante snelheid ronddraait, maak je een filmpje met je telefoon. De telefoon maakt dertig beelden per seconde. Figuur 7.5 toont het spoor van het balletje op een beeld van de rouletteschaal. De beweging van de rouletteschaal is op de foto dus niet zichtbaar.
- Bepaal de baansnelheid van het balletje.



Figuur 7.5

- 6 Kampala (K), de hoofdstad van Oeganda, ligt op de evenaar. Op vrijwel dezelfde lengtegraad maar dan op 60° noorderbreedte, ligt de Russische stad Sint-Petersburg (P). In figuur 7.6 zie je de plaats van beide steden op de wereldbol. De stralen van hun cirkelbanen zijn met een pijl aangegeven.
- Toon aan dat de stralen van de cirkelbanen die K en P doorlopen zich verhouden als 2 : 1.
 - Bereken de verhouding van de baansnelheden van K en P.



Figuur 7.6

Om een bocht te maken zet de schaatser zich af op het ijs. Gaat hij met een te grote snelheid de bocht in, dan vliegt hij eruit. Wat hebben snelheid en kracht met elkaar te maken bij het schaatsen van een bocht?



Figuur 7.7

7.2 Middelpuntzoekende kracht

Kracht bij eenparige cirkelbewegingen

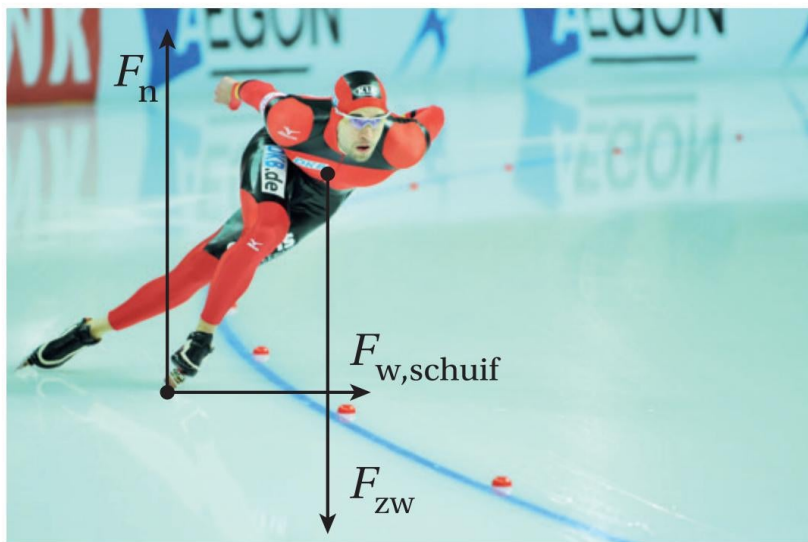
In hoofdstuk 3 is de tweede wet van Newton gedefinieerd door $\vec{F}_{\text{res}} = m \cdot \vec{a}$ met $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Hierin is Δv de snelheidsverandering. Snelheid is een vector. Zowel de grootte als de richting van de snelheid kan dus veranderen.

Bij eenparige cirkelbewegingen verandert de grootte van de snelheid niet, maar de richting wel. Vanwege deze snelheidsverandering kun je zeggen dat een voorwerp dat een eenparige cirkelbeweging uitvoert aan het versnellen is. Dan werkt er volgens de tweede wet van Newton een resulterende kracht op het voorwerp. Die resulterende kracht noem je de **middelpuntzoekende kracht**. Die heet zo omdat de resulterende kracht bij een eenparige cirkelbeweging naar het middelpunt van de cirkel is gericht.

Grootte van middelpuntzoekende kracht

In figuur 7.8 zie je een schaatser in een bocht. Als hij schaatst met constante baansnelheid, is hij toch aan het versnellen, omdat de richting van zijn snelheid verandert. Op de schaatser werkt dus een resulterende kracht.

Als je de tegenwerkende krachten van de lucht en het ijs verwaarloost, werken tijdens het schaatsen van een bocht drie krachten op de schaatser. In figuur 7.8 zijn deze drie krachten getekend: de zwaartekracht F_{zw} , de normaalkracht F_{n} en de schuifwrijvingskracht $F_{\text{w,schuif}}$. Deze laatste kracht ontstaat doordat de schaatser zich afzet tegen het ijs. Volgens de derde wet van Newton oefent het ijs dan een even grote, maar tegengestelde kracht uit op de schaatser. Dit is dus de schuifwrijvingskracht $F_{\text{w,schuif}}$.



Figuur 7.8

De zwaartekracht en de normaalkracht op de schaatser zijn in figuur 7.8 even groot en staan loodrecht op het vlak van de beweging. Deze krachten zijn in evenwicht met elkaar. De resulterende kracht is dus de schuifwrijvingskracht $F_{w,schuif}$.

Is $F_{w,schuif}$ steeds naar hetzelfde punt gericht, dan rijdt de schaatser een eenparige cirkelbeweging. De schuifwrijvingskracht is dan de middelpuntzoekende kracht.

Als de schaatser dezelfde bocht rijdt met een grotere snelheid, dan moet hij zich krachtiger afzetten om de bocht door te komen. De schuifwrijvingskracht is dan groter. Dus de middelpuntzoekende kracht is dus groter als de snelheid groter is. Is zijn afzet niet krachtig genoeg, dan vliegt hij uit de bocht. Dit betekent dat de baanstraal groter is naarmate de afzet kleiner is. De middelpuntzoekende kracht is kleiner als de baanstraal groter is.

Volgens de tweede wet van Newton is de middelpuntzoekende kracht bovendien recht evenredig met de massa.

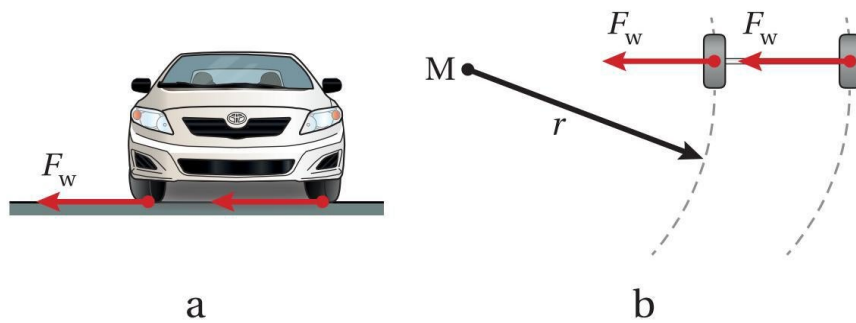
Voor de grootte van de middelpuntzoekende kracht geldt:

$$F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

- F_{mpz} is de middelpuntzoekende kracht in N.
- m is de massa in kg.
- v is de baansnelheid in m s^{-1} .
- r is de baanstraal in m.

Bij een eenparige cirkelbeweging werkt er een resulterende kracht die gericht is naar het middelpunt van de cirkel. Dat kan één kracht zijn, zoals de schuifwrijvingskracht bij de schaatser, maar ook de resultante van twee of meer krachten. Je zegt dan dat die krachten de middelpuntzoekende kracht leveren. Dit komt in opgave 11 en 13 aan bod.

Een auto in een horizontale bocht legt een deel van een cirkelbaan af. Op de banden van de auto werkt dan een zijwaarts gerichte schuifwrijvingskracht. Figuur 7.9a is een vooraanzicht en figuur 7.9b een bovenaanzicht. De schuifwrijvingskracht levert de middelpuntzoekende kracht.



Figuur 7.9

Voorbeeld 2 Schuifwrijvingskracht als middelpuntzoekende kracht

Michiel zit in een auto en maakt een bocht met een straal van 600 m. De massa van de auto is 1350 kg en die van Michiel is 84 kg. De maximale schuifwrijvingskracht is gelijk aan $1,2 \cdot 10^4$ N.

- Bereken de maximale snelheid waarmee Michiel de bocht kan nemen. Als het regent moet Michiel met een lagere snelheid door de bocht, omdat de auto anders uit de bocht vliegt.
- Beredeneer waardoor de auto anders uit de bocht vliegt.

Uitwerking

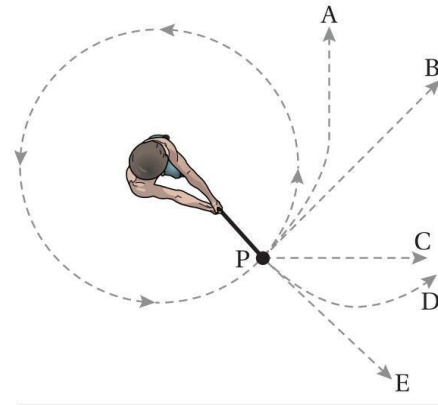
$$\begin{aligned} \text{a} \quad F_{\text{mpz}} &= \frac{m \cdot v^2}{r} \\ F_{\text{mpz}} &= F_{\text{w,schuif}} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ N} \\ m &= 1350 + 84 = 1434 \text{ kg} \\ r &= 600 \text{ m} \\ \text{Invullen levert } v &= 70,8 \text{ m s}^{-1}. \\ \text{Afgerond: } &71 \text{ m s}^{-1}. \end{aligned}$$

- Als het regent is de schuifwrijvingskracht kleiner. Bij dezelfde waarden van de snelheid en de massa hoort dan een grotere baanstraal. Dat betekent dat de auto uit de bocht vliegt.

Opgaven

- In elk van de volgende situaties zorgt één kracht voor de vereiste middelpuntzoekende kracht. Geef telkens de naam van die kracht.
 - Een elektron draait om een atoomkern.
 - De maan draait om de aarde.
 - Een stuk wasgoed draait rond in de centrifuge van een wasmachine.
 - Een fietser slaat rechtsaf op een horizontaal wegdek.

- 8 De maan beschrijft een (bijna) cirkelvormige baan om de aarde. In BINAS tabel 31 staan gegevens waarmee je de baansnelheid van de maan om de aarde kunt berekenen.
- Toon aan dat de baansnelheid van de maan om de aarde gelijk is aan 1023 m s^{-1} .
 - Bereken F_{mpz} van de aarde op de maan.



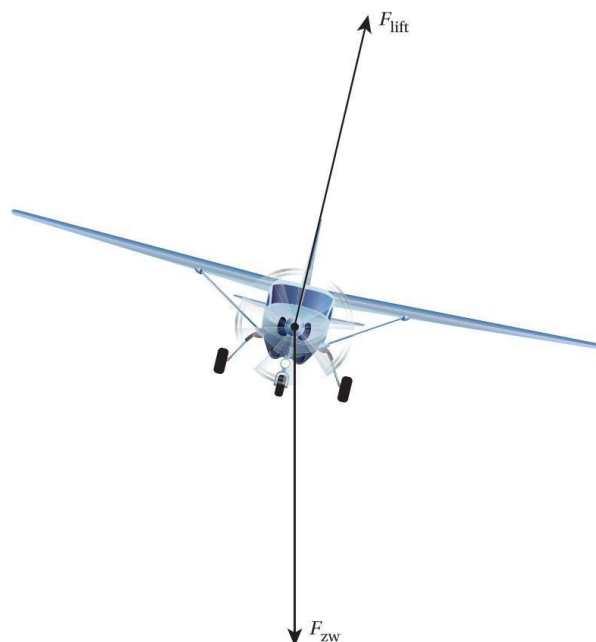
Figuur 7.10

- 9 In figuur 7.10 zie je een bovenaanzicht van een kogelslingeraar die zijn kogel tegen de klok in ronddraait. Hij laat de kogel los in punt P. Leg uit welke van de getekende banen de kogel volgt.

► hulpblad

- 10 Een stuk wasgoed in een centrifuge draait met een toerental van 1200 omwentelingen per minuut. De diameter van de trommel van de centrifuge is 50 cm. De massa van het natte wasgoed is 7,0 kg. Het zwaartepunt van de was ligt bij aanvang van het centrifugeren op 6 cm van de trommelwand.
- Laat met een eenhedenbeschouwing zien dat de eenheid van F_{mpz} gelijk is aan N.
 - Bereken de middelpuntzoekende kracht die op het wasgoed werkt.
- De massa van het natte wasgoed neemt voortdurend af. Ook komt het zwaartepunt van het wasgoed steeds dichterbij de trommelwand te liggen. Daardoor neemt de baansnelheid van het wasgoed toe.
- Leg dit uit.
- Op basis van bovenstaande gegevens kun je niet beredeneren of de middelpuntzoekende kracht verandert tijdens het centrifugeren.
- Leg dit uit.

- 11 Tijdens de vlucht werkt op een vliegtuig een omhoog gerichte kracht die de liftkracht F_{lift} wordt genoemd. Blijft het vliegtuig op dezelfde hoogte, dan is de liftkracht gelijk aan de zwaartekracht. Om een bocht te maken laat de piloot het vliegtuig een beetje overhellen naar één kant. Hierbij verandert de grootte van de liftkracht niet. Zie figuur 7.11 voor een vooraanzicht. Als de piloot daarbij verder niets aanpast, gebeuren er twee dingen met het vliegtuig:
- het maakt een bocht;
 - het verliest hoogte.
- Geef voor beide effecten een natuurkundige verklaring.



Figuur 7.11

- 12 Als op een voorwerp een resulterende kracht werkt, krijgt het voorwerp een versnelling.

a Leg uit dat voor de grootte van de middelpuntzoekende versnelling geldt:

$$a_{\text{mpz}} = \frac{v^2}{r}$$

Twee leerlingen bekijken de formule voor de middelpuntzoekende versnelling.

Loes zegt: 'Als de omlooptijd constant blijft en de baanstraal wordt twee keer zo groot, dan wordt de middelpuntzoekende versnelling twee keer zo klein.'

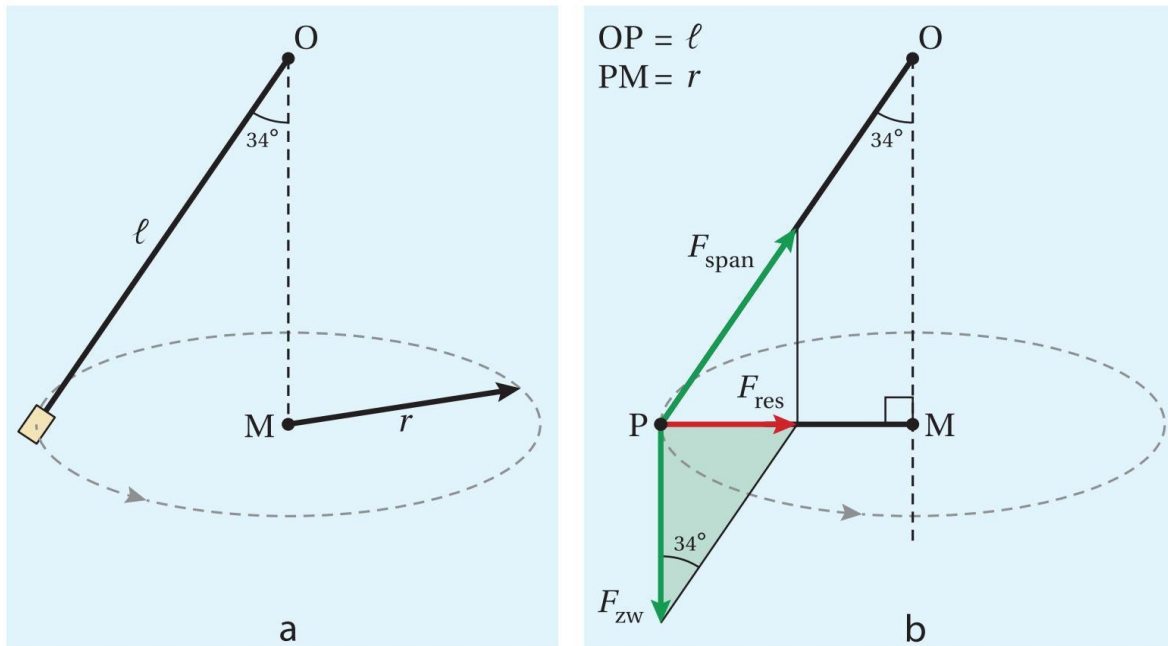
Fleur zegt: 'Als de omlooptijd constant blijft en de baanstraal wordt twee keer zo groot, dan wordt de middelpuntzoekende versnelling óók twee keer zo groot.'

b Leg uit wie er gelijk heeft.

- 13 Helle maakt een touwtje met een lengte van 75 cm vast aan een blokje. Dit blokje laat ze ronddraaien in een horizontaal vlak. Zie figuur 7.12a.

De straal van de cirkel die het blokje maakt is 42 cm. De massa van het blokje is 50 g. Een omloop duurt 1,59 s.

a Toon aan dat $F_{\text{mpz}} = 0,33 \text{ N}$.



Figuur 7.12

Op het blokje werken twee krachten: de zwaartekracht en de spankracht. De resulterende van deze twee krachten is geconstrueerd in figuur 7.12b. Je ziet in figuur 7.12b ook dat de spankracht groter is dan de zwaartekracht. Is het blokje in rust, dan is de spankracht gelijk aan de zwaartekracht.

b Leg uit dat de spankracht toeneemt als Helle het blokje laat ronddraaien.

De resulterende kracht F_{res} werkt als middelpuntzoekende kracht.

c Toon met behulp van figuur 7.12b aan dat $F_{\text{res}} = 0,33 \text{ N}$.

De maan beweegt rond de aarde in een (bijna) cirkelvormige baan. De gravitatiekracht zorgt voor de middelpuntzoekende kracht. Welke grootheden bepalen de grootte van de gravitatiekracht?



Figuur 7.13

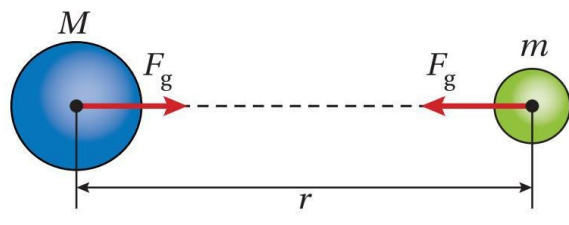
7.3 Gravitatiekracht

Gravitatiewet van Newton

In 1687 publiceerde Newton zijn **gravitatiewet**. Deze wet beschrijft de gravitatie-wisselwerking tussen twee voorwerpen. De kracht tussen twee voorwerpen heet de **gravitatiekracht** met symbool F_g . Newton stelde dat de kracht tussen de aarde en de zon dezelfde soort kracht is als de zwaartekracht die de aarde uitoefent op een voorwerp. In figuur 7.14 is de gravitatiekracht tussen twee bolvormige voorwerpen aangegeven. De zwaartepunten vallen samen met de middelpunten.

Voor de gravitatiekracht geldt:

- De richting van de kracht valt samen met de lijn door de twee zwaartepunten.
- De grootte van de kracht is recht evenredig met beide massa's.
- De grootte van de kracht is omgekeerd kwadratisch evenredig met de afstand tussen de zwaartepunten.



Figuur 7.14

De gravitatiewet luidt in formulevorm:

$$F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

- F_g is de gravitatiekracht in N.
- G is de gravitatieconstante in $\text{N m}^2 \text{kg}^{-2}$.
- m is de massa in kg.
- M is de massa in kg.
- r is de afstand tussen de zwaartepunten in m.

Pas in 1798 is experimenteel de waarde van de gravitatieconstante bepaald:

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$. Deze waarde staat in BINAS tabel 7.

De gravitatieconstante heeft dus een zeer kleine waarde. Daardoor is de gravitatiekracht klein, tenzij een van de massa's een zeer grote waarde heeft in vergelijking met de afstand. Dat is het geval bij de gravitatiekracht van hemellichamen. Gegevens hierover vind je in BINAS tabel 31.

Voorbeeld 3 Gravitatiekracht

Bol A heeft een massa van 3,0 kg en bol B een massa van 5,0 kg. De zwaartepunten van deze bollen bevinden zich op 30 cm van elkaar.

a Bereken de gravitatiekracht die de bollen op elkaar uitoefenen.

De kracht die de aarde uitoefent op een bol kun je berekenen met de formule voor de zwaartekracht, maar ook met de formule voor de gravitatiekracht.

Voor bol A geldt $F_{\text{zw}} = m \cdot g = 3,0 \times 9,81 = 29 \text{ N}$.

b Toon aan dat voor de gravitatiekracht tussen de aarde en bol A ook geldt:

$$F_g = 29 \text{ N}.$$

Uitwerking

a $F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ met $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$m = 3,0 \text{ kg en } M = 5,0 \text{ kg}$$

$$r = 30 \text{ cm} = 30 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$F_g = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{3,0 \times 5,0}{(30 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$F_g = 1,11 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } 1,1 \cdot 10^{-8} \text{ N}.$$

b $F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ met $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$m = 3,0 \text{ kg en } M = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$r = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$F_g = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{3,0 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{(6,371 \cdot 10^6)^2}$$

$$F_g = 29,4 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } F_g = 29 \text{ N}.$$

Valversnelling

De kracht die de aarde op een voorwerp uitoefent, kun je beschrijven met $F_{\text{zw}} = m \cdot g$.

Op het aardoppervlak heeft g de waarde $9,81 \text{ m s}^{-2}$. Deze waarde wordt kleiner naarmate het voorwerp zich verder van de aarde af bevindt.

De kracht waarmee de aarde een voorwerp aantrekt, kun je ook berekenen met de formule voor de gravitatiekracht. Er geldt dus:

$$F_{\text{zw}} = F_g$$

$$m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{r^2}$$

$$g = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r^2}$$

Deze formule staat niet in BINAS. Toch mag je hem zonder voorgaande afleiding gebruiken. De formule moet je overigens wel zelf kunnen afleiden. In de vraag staat dan iets als: 'Leid met behulp van formules in BINAS bovenstaande formule af.'

De valversnelling g hangt dus alleen af van de massa van de aarde en de afstand tot het middelpunt van de aarde. Een vergelijkbare formule geldt voor de valversnelling in de buurt van andere planeten.

Als je op de aarde staat, dan is de afstand r tussen jou en het middelpunt van de aarde gelijk aan de straal van de aarde. Bevind je je op een bepaalde hoogte boven de aarde, dan moet je met deze hoogte rekening houden.

Voorbeeld 4 Berekening valversnelling op grote hoogte

In 2012 sprong Felix Baumgartner op 39 km hoogte uit een luchtballon.

Bereken de valversnelling op deze hoogte in drie significante cijfers. Neem voor de straal van de aarde de gemiddelde waarde in BINAS tabel 31.

Uitwerking

$$g = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r^2} \text{ met } G = 6,6738 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$M_{\text{aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$r = r_{\text{aarde}} + h$$

$$r = 6,371 \cdot 10^6 + 39 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$g = 6,6738 \cdot 10^{-11} \times \frac{5,972 \cdot 10^{24}}{(6371 \cdot 10^3 + 39 \cdot 10^3)^2}$$

$$g = 9,700 \text{ m s}^{-2}$$

Afgerond: $9,70 \text{ m s}^{-2}$.

De valversnelling is op 39 km hoogte dus ongeveer 1% kleiner dan op het aardoppervlak.

De beweging van planeten

Elke **planeet** in ons zonnestelsel draait met een vaste omlooptijd om de zon. De planeten beschrijven ellipsvormige banen die bijna cirkelvormig zijn. Daarom mag je planeetbanen beschouwen als cirkels met als middelpunt het midden van de zon. Op een planeet werkt dus een resulterende kracht die de middelpuntzoekende kracht levert, en die middelpuntzoekende kracht is gelijk aan de gravitatiekracht. Met dit gegeven en de formule voor de baansnelheid leid je twee verbanden af.

- De baansnelheid van een planeet om de zon hangt alleen af van de massa van de zon en de afstand tussen de middelpunten van de planeet en de zon.

Afleiding

$$\begin{aligned} F_{\text{mpz}} &= F_g \\ \frac{m \cdot v^2}{r} &= G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{zon}}}{r^2} \\ v^2 &= G \cdot \frac{M_{\text{zon}}}{r} \end{aligned}$$

- De omlooptijd T van een planeet om de zon hangt alleen af van de afstand tot de zon en niet van de massa van de planeet. Ook geldt: de omlooptijd is groter naarmate de afstand tot de zon groter is. Dat zie je ook in BINAS tabel 31.

Afleiding

Je past de formule $v = \frac{2\pi r}{T}$ toe in de formule die hiervoor is afgeleid.

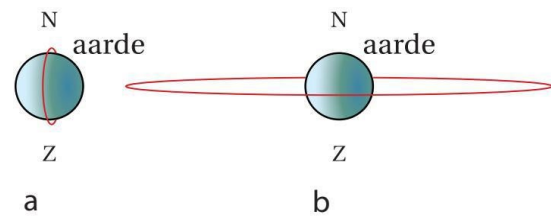
$$\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = G \cdot \frac{M_{\text{zon}}}{r^2}$$

$$\frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2} = G \cdot \frac{M_{\text{zon}}}{r^2}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot M_{\text{zon}}}$$

Geostationaire en polaire satellieten

De meeste **satellieten** voor weersvoorspelling of observatie beschrijven **polaire banen**. Een baan is polair als deze over de Noordpool en de Zuidpool gaat. Zie figuur 7.15a. Doordat de aarde om de as door de Noordpool en Zuidpool draait, draait de aarde binnen een polaire



Figuur 7.15

satellietbaan. De polaire satelliet kan daardoor elke plek op de aarde bestuderen, bijvoorbeeld voor wetenschappelijk onderzoek van het aardoppervlak, het klimaat, de polen of de oceanen. De hoogte van een polaire satelliet ligt tussen 300 en 1000 km boven het aardoppervlak. De orde van grootte van de omlooptijd is dan 10^2 minuten.

Satellieten voor communicatie beschrijven vrijwel altijd **geostationaire banen**. Zie figuur 7.15b. Geostationair wil zeggen dat de satelliet boven de evenaar hangt en met de aarde meedraait met een omlooptijd van 24 uur. Het gevolg is dat de satelliet stilstaat ten opzichte van het aardoppervlak. De satelliet bevindt zich altijd op dezelfde plaats en hoogte boven de evenaar. De hoogte van een geostationaire satelliet is ongeveer $3,6 \cdot 10^4$ km boven het aardoppervlak.

Opgaven

- 14 Voor de valversnelling op aarde geldt: $g = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r_{\text{aarde}}^2}$
- Toon aan dat de eenheid van G gelijk is aan $\text{N m}^2 \text{kg}^{-2}$.
De berekende waarde van g is de waarde op de evenaar. Bij de polen is de aarde afgeplat.
 - Leg uit of de waarde van g daar groter of kleiner is dan de waarde op de evenaar. Een vergelijkbare formule geldt voor de valversnelling op andere hemellichamen. Een planeet heeft een diameter van 10 duizend km. De valversnelling is 8 m s^{-2} .
 - Bereken de massa van deze planeet.
- 15
- Bereken de gravitatiekracht die de zon uitoefent op de aarde.
 - Leg uit hoe groot de gravitatiekracht is die de aarde uitoefent op de zon.

- 16 In 1798 slaagde de Brit Henry Cavendish erin de wisselwerking tussen de massa's van twee loden bollen te meten. Bol A had een diameter van 5,0 cm en bol B had een diameter van 30,0 cm.
- Toon aan dat de massa's van de bollen 0,74 kg en 160 kg waren.
 - Bereken de gravitatiekracht tussen de bollen als de afstand tussen hun middelpunten 45,0 cm is.

- 17 Twee satellieten met een even grote massa doorlopen een cirkelvormige baan om de aarde. Hun baanstralen verhouden zich als 4 : 1.
- Bepaal de verhouding van de gravitatiekrachten die de satellieten van de aarde ondervinden.
 - Leid met behulp van formules in BINAS af dat voor de baansnelheid geldt:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_{\text{aarde}}}{r}}$$

Bepaal de verhouding van:

- de baansnelheden van de twee satellieten;
- de omlooptijden van de twee satellieten.



- 18 Bij de eenparige cirkelbeweging van een satelliet rond de aarde is de gravitatiekracht de middelpuntzoekende kracht. Voor de beweging van satellieten rond de aarde geldt:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M_{\text{aarde}}}{4\pi^2}$$

- Leid dit af met behulp van formules in BINAS. af dat voor de beweging van satellieten rond de aarde geldt:

De formule staat bekend als de derde wet van Kepler.

- Bereken de hoogte waarop een geostationaire satelliet rond de aarde beweegt.

- 19 De afstand tussen ons zonnestelsel en het centrum van de Melkweg is 27 duizend lichtjaar. Een lichtjaar is de afstand die het licht aflegt in één jaar. Sterrenkundigen hebben bepaald dat de baansnelheid waarmee ons zonnestelsel om het centrum van de Melkweg beweegt 250 km s^{-1} is. In deze opgave mag je aannemen dat het zonnestelsel daarbij een eenparige cirkelbeweging uitvoert.

- Toon aan dat 27 duizend lichtjaar overeenkomt een een afstand van $2,6 \cdot 10^{20} \text{ m}$. Ons zonnestelsel is 4,6 miljard jaar geleden gevormd.
- Bereken het aantal omwentelingen van ons zonnestelsel in die tijd. De gravitatiekracht op ons zonnestelsel is de resulterende kracht van de gravitatiekrachten van alle sterren in de Melkweg. Het grootste deel van de massa van deze sterren is geconcentreerd in het midden van de Melkweg. Neem aan dat de zon dezelfde massa heeft als de gemiddelde ster in onze Melkweg.
- Bereken het aantal sterren in de Melkweg als alle massa van deze sterren geconcentreerd is in het midden van de Melkweg.



Een satelliet beschrijft een cirkelvormige baan rond de aarde. Bij elke cirkelvormige baan hoort een bepaalde omloopsnelheid. Verandert de vorm van de baan als de satelliet een andere omloopsnelheid krijgt?

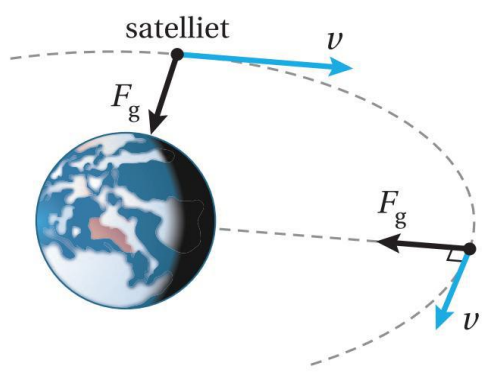


Figuur 7.16

7.4 Model van de beweging van planeten en satellieten

Gravitatiekracht

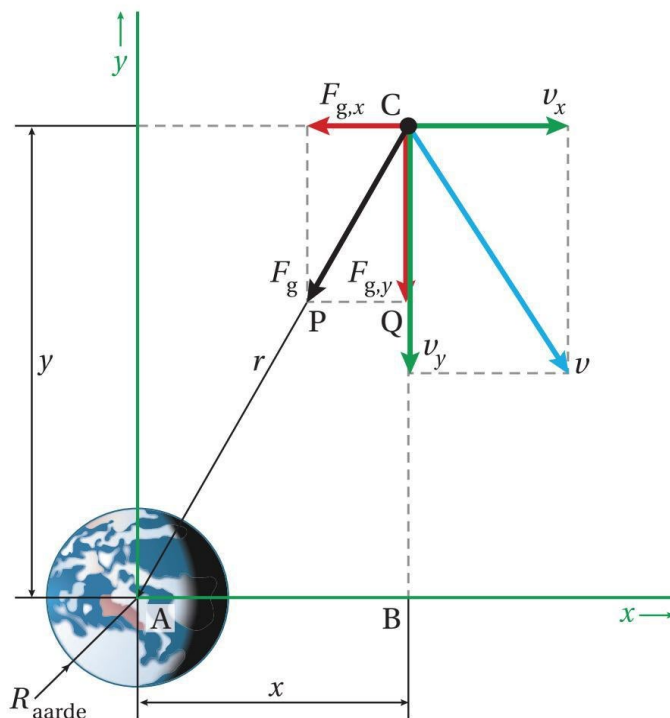
Satellieten bewegen op een relatief grote afstand van de aarde. Ze ondervinden daar nauwelijks of geen invloed van de aardse atmosfeer. In een rekenmodel mag je daarom de luchtweerstand buiten beschouwing laten. Op een satelliet die zonder stuwkracht om de aarde draait, werkt alleen de gravitatiekracht F_g . Je mag aannemen dat de satelliet beweegt in een vlak dat door het middelpunt van de aarde gaat. Hierbij is F_g steeds naar het middelpunt van de aarde gericht. Zie figuur 7.17. Of de baan van een satelliet afhangt van de snelheid kun je niet berekenen met bekende formules. Daarom maak je gebruik van het algemeen bewegingsmodel waarin de gravitatiekracht is opgenomen.



Figuur 7.17

Gravitatiekracht in een bewegingsmodel

In een model met gravitatiekracht van de aarde werk je in een loodrecht assenstelsel met als oorsprong het midden van de aarde. Zie figuur 7.18. Richtingen omhoog en naar rechts krijgen hierin een positief teken.



Figuur 7.18

Omdat de massa van de aarde en de massa van de satelliet constanten zijn, is de gravitatiekracht alleen afhankelijk van de baanstraal r van de satelliet.

In figuur 7.18 zie je dat de waarde van r volgt uit de waarden van x en y .

Er geldt: $r = \sqrt{(x^2 + y^2)}$.

Deze formule komt overeen met de eerste modelregel van het tekstmodel in tabel 7.1.

In het grafisch model van figuur 7.19 zie je daarom een relatiepijl van x en van y naar r .

In figuur 7.18 is F_g ontbonden in $F_{g,x}$ en $F_{g,y}$.

Voor de component $F_{g,x}$ geldt $F_{g,x} = -F_g \cdot \frac{x}{r}$.

Deze formule leid je af met behulp van figuur 7.18. Je ziet dat driehoek ABC gelijkvormig is met driehoek PQC.

Verder geldt $AB = x$, $BC = y$ en $AC = r$. Dus er geldt $\frac{x}{r} = \frac{-F_{g,x}}{F_g}$.

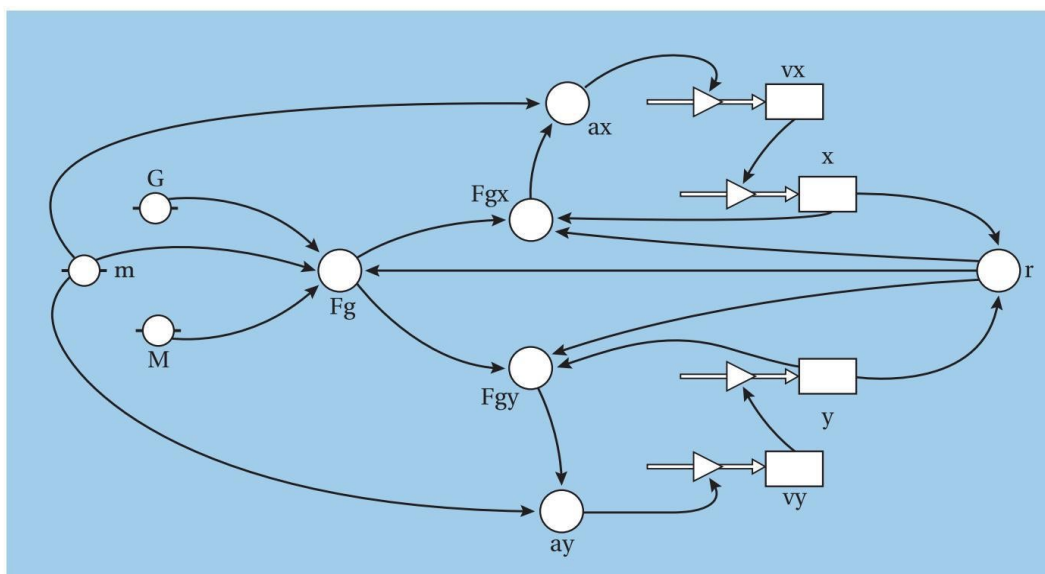
Het minteken is nodig omdat $F_{g,x}$ naar links is gericht. Hieruit volgt $F_{g,x} = -F_g \cdot \frac{x}{r}$.

Omdat $F_{g,x}$ afhangt van x , r en F_g zie je in het grafisch model relatiepijlen van x , r en F_g naar $F_{g,x}$.

De versnelling, snelheid en plaats worden op de gebruikelijke manier berekend.

Modelregels	Startwaarden (SI)
$r = \sqrt{x^2 + y^2}$	$G = 6,67\text{E-11}$
$F_g = G \cdot m \cdot M / r^2$	$M = 5,98\text{E24}$
$F_{gx} = -F_g \cdot x / r$	$R_a = 6,5\text{E6}$
$a_x = F_{gx} / m$	$m = 1,0\text{E3}$
$v_x = v_x + a_x \cdot dt$	$dt = 10$
$x = x + v_x \cdot dt$	$t = 0$
$F_{gy} = -F_g \cdot y / r$	$x = 0$
$a_y = F_{gy} / m$	$y = 1,0\text{E7}$
$v_y = v_y + a_y \cdot dt$	$v_x = 6,5\text{E3}$
$y = y + v_y \cdot dt$	$v_y = 0$
als $r < R_a$ dan stop eindals	
$t = t + dt$	

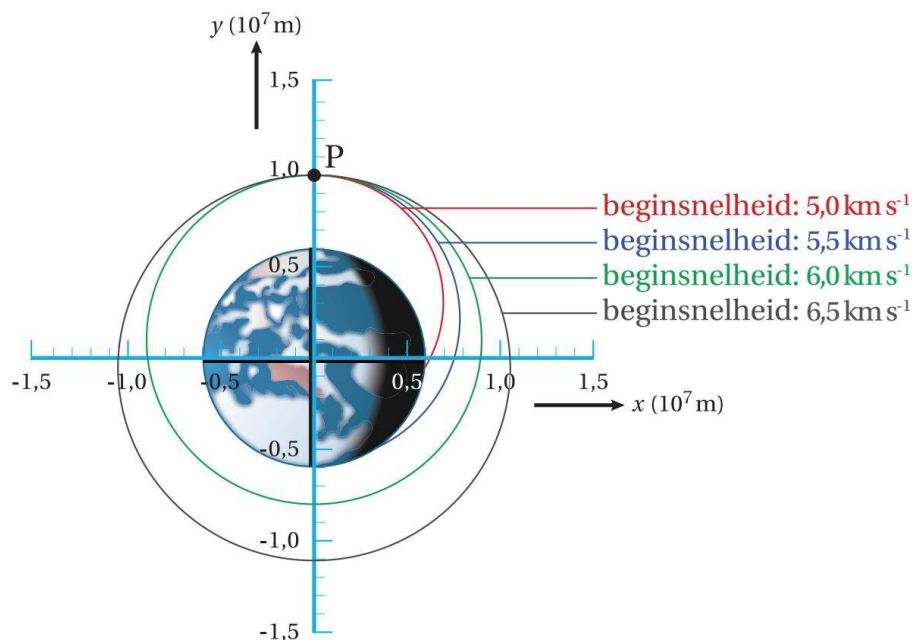
Tabel 7.1



Figuur 7.19

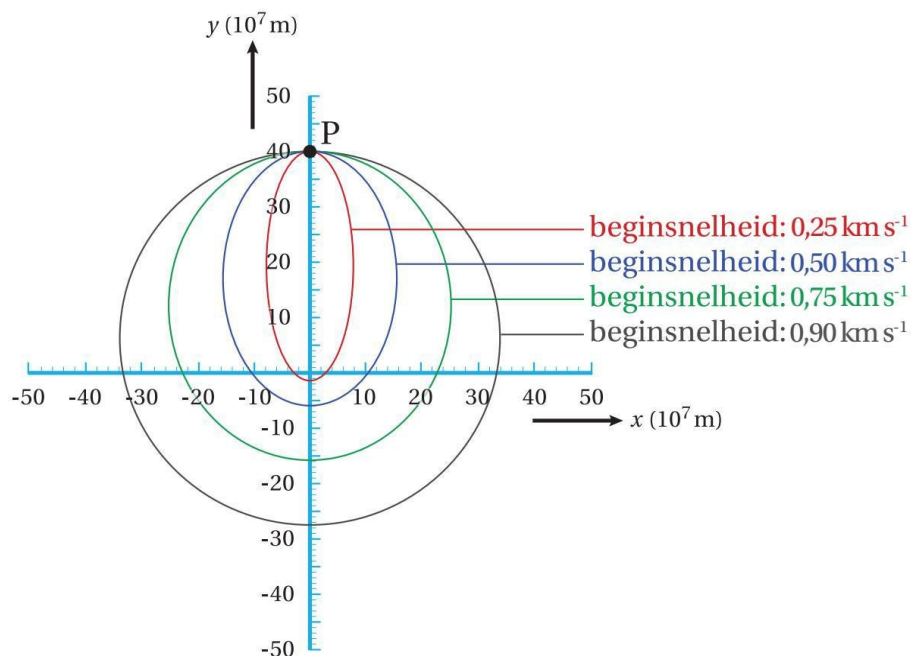
Banen van de satelliet

In figuur 7.20 zie je op schaal de banen van een satelliet die zich in punt P bevindt op een afstand van $1,0 \cdot 10^7$ m van het middelpunt van de aarde. De beginsnelheid in P is in de positieve richting evenwijdig aan de x -as. Als de snelheid te laag is, stort de satelliet op de aarde. Dat is het geval bij de snelheden $5,0$ en $5,5 \text{ km s}^{-1}$.



Figuur 7.20

Beweegt de satelliet zich veel verder van het middelpunt van de aarde, dan is de baan ellipsvormig. Dit komt doordat een beweging alleen voor een bepaalde combinatie van straal en omlooptijd een eenparige cirkelbeweging is. Is dat niet meer het geval, dan is de baan een ellips of een hyperbool. Zie figuur 7.21 waarin punt P zich op $40 \cdot 10^7 \text{ m}$ van de aarde bevindt. Door deze schaal is de aarde niet groter dan een punt in de oorsprong van het assenstelsel.



Figuur 7.21

Opgaven

20 In tabel 7.1 zie je dat voor r geldt: $r = \sqrt{(x^2 + y^2)}$.

a Leg uit dat dit de formule is om r te berekenen.

Bij F_{gy} staat: $F_{gy} = -F_g \cdot \frac{y}{r}$.

b Leg uit dat dit de formule is om F_{gy} te berekenen.

c Open het model *satelliet_rond_de_aarde* en bepaal met behulp van een diagram hoe groot de omlooptijd van de satelliet is.

Bij de startwaarde $v_x = 6,3 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$ is de baan van deze satelliet cirkelvormig.

De satelliet wordt vervangen door een satelliet met een twee keer zo grote massa.

d Leg uit hoe de baan van de satelliet er dan uit ziet. Ga hierbij in op de vorm en de baansnelheid.

e Onderzoek met het model of je antwoord op vraag d juist is.

Als de snelheid van de satelliet groter is dan $6,3 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$ wordt de baan ellipsvormig. Vanaf een bepaalde snelheid komt de satelliet zelfs buiten de invloed van de gravitatiekracht van de aarde.

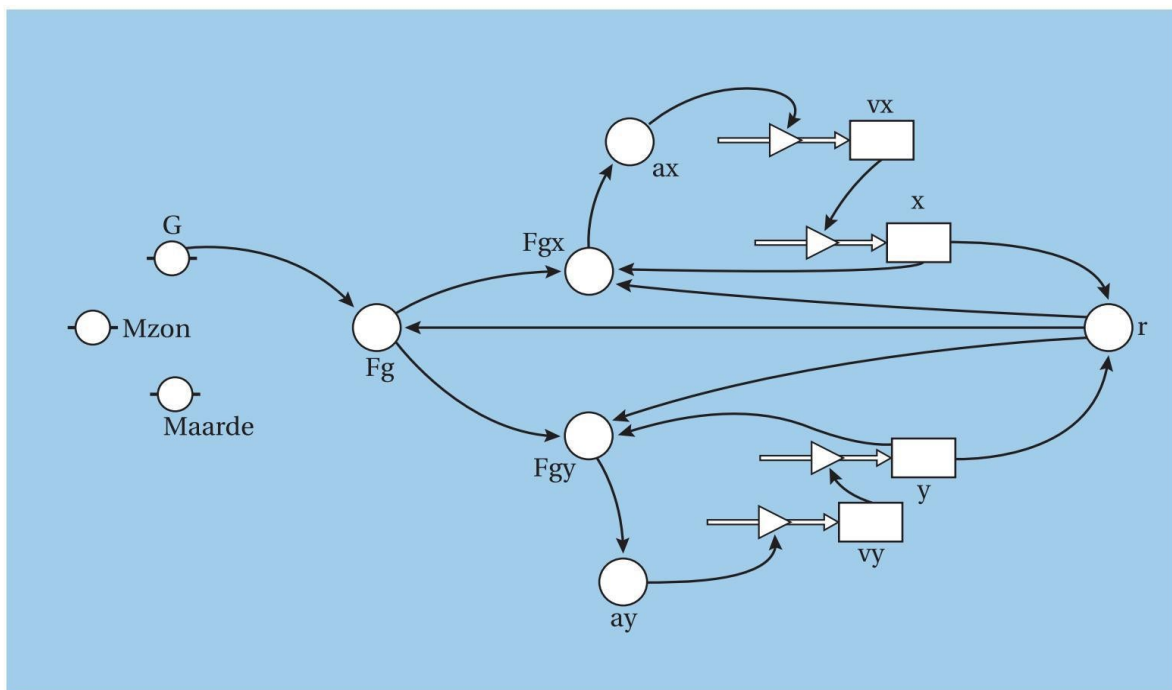
f Onderzoek vanaf welke snelheid dat het geval is. Geef je antwoord in één significant cijfer.

► **tekenblad** 21 De aarde draait in 365 dagen om de zon.

a Toon aan dat de baansnelheid van de aarde gelijk is aan $2,98 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$.

In figuur 7.22 zie je een gedeelte van het model *aarde_rond_de_zon*. In dit model ontbreken vier relatiepijlen:

- een naar a_x
 - een naar a_y
 - twee naar F_g
- b Voeg deze relatiepijlen toe aan figuur 7.22.



Figuur 7.22

Open het model *aarde_rond_de_zon*. Je ziet dan dat het model nog precies gelijk is aan het model *satelliet_rond_de_aarde*. Als je in het modelvenster de naam $M_{\text{satelliet}}$ wijzig in M_{aarde} en de naam M_{aarde} wijzig in M_{zon} , dan veranderen die namen ook in de formules. Je moet dan nog de massa's aanpassen. Daarnaast moet je de waarden van twee toestandsvariabelen aanpassen.

c Leg uit waarom $v_x = 29\,800 \text{ m s}^{-1}$ en $y = 0,1496 \cdot 10^{12} \text{ m}$.

Start je nu het model, dan komt er geen cirkelbaan uit. Dit heeft te maken met de stapgrootte en tot welke tijdsduur Coach moet doorrekenen. Voor een volledige cirkel moet de tijdsduur minstens een jaar zijn. Voor een juiste cirkelbaan neem je voor de tijdstap het 10^7 e deel van de omlooptijd.

d Ga met het model na dat de aarde rond de zon een cirkelvormige baan uitvoert.

- 22 In een vereenvoudigd model van een waterstofatoom is de beweging van een elektron om de kern een eenparige cirkelbeweging. De middelpuntzoekende kracht wordt geleverd door de coulombkracht F_C . Dit is de aantrekkende kracht tussen twee geladen deeltjes waarvoor geldt:

$$F_C = f \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}$$

- f is een constante ($9,0 \cdot 10^9$).
- Q is de lading van het proton in coulomb ($1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$).
- q is de lading van het elektron in coulomb ($1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$).
- r is de afstand tussen de twee ladingen in meters ($5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$).

a Leid de eenheid van de constante f af.

b Laat zien dat de omlooptijd van een elektron om de kern gelijk is aan $1,5 \cdot 10^{-16} \text{ s}$. De formule voor de coulombkracht is vergelijkbaar met de formule voor de gravitatiekracht.

Het model voor de beweging van een elektron om de kern van een waterstofatoom leid je af uit het model *satelliet_rond_de_aarde*. In het model *waterstofatoom* zie je daarom het model van de gravitatiekracht.

c Open het model *waterstofatoom* en pas het model aan.

d Onderzoek bij welke snelheid het elektron een cirkelvormige baan uitvoert.

7.5 Afsluiting

Samenvatting

Een eenparige cirkelbeweging is een beweging waarbij een voorwerp met constante snelheid een cirkelbaan volgt. Belangrijk hierbij zijn de grootheden baanstraal, omlooptijd en baansnelheid.

Omdat de eenparige cirkelbeweging niet rechtlijnig is, is er een resulterende kracht nodig. Deze resulterende kracht heet de middelpuntzoekende kracht en is gericht naar het middelpunt van de cirkelbaan.

Voorwerpen oefenen een aantrekkende kracht op elkaar uit. Deze kracht noem je de gravitatiekracht. Bij de eenparige cirkelbeweging van planeten en satellieten treedt de gravitatiekracht op als middelpuntzoekende kracht.

Zwaartekracht en gravitatiekracht zijn verschillende benamingen voor dezelfde soort kracht. De formule voor de zwaartekracht gebruik je alleen in de buurt van de aarde. De formule voor de gravitatiekracht is een algemene formule die op elke afstand van de aarde geldig is.

De valversnelling op een planeet hangt af van de massa van de planeet en de straal van de planeet. Dit leid je af door de formules van de zwaartekracht en de gravitatiekracht aan elkaar gelijk te stellen.

In een numeriek model simuleer je de beweging van satellieten rond de aarde of planeten rond de zon.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk besproken zijn, staan hieronder bij elkaar.

baansnelheid	$v_{\text{baan}} = \frac{2\pi r}{T}$
middelpuntzoekende kracht	$F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$
gravitatiekracht	$F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$

De formules vind je in BINAS tabel 35A Mechanica.

In BINAS tabellen 31 en 32 staan gegevens over sterren en planeten.

Opgaven

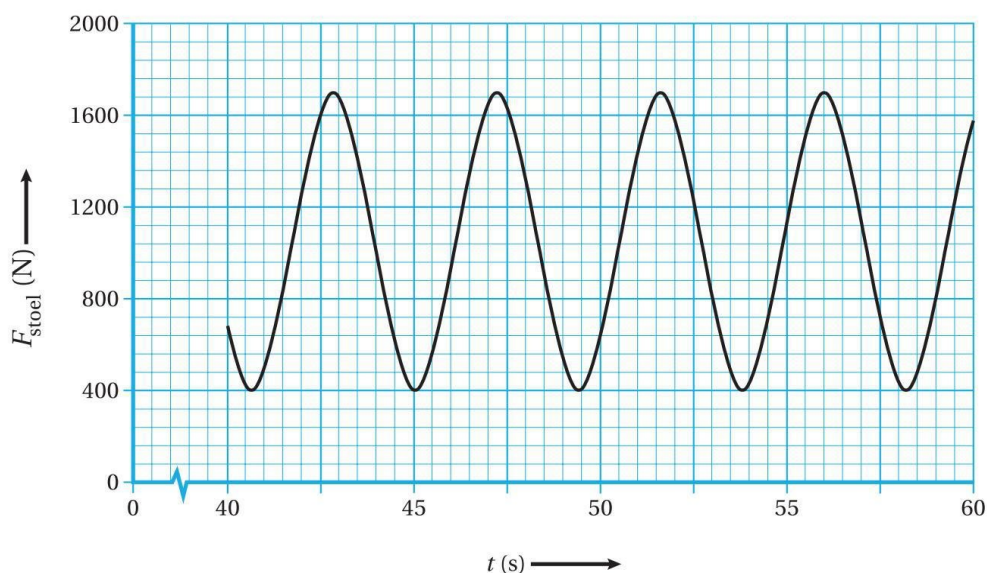
- **tekenblad** 23 In het pretpark Walibi World staat een attractie met de naam G-Force. Zie figuur 7.23. De attractie ontleent zijn naam aan de vaktaal van straaljagerpiloten. De afgebeelde schuitjes draaien met grote snelheid rond en gaan ondersteboven door het hoogste punt.



Figuur 7.23

Jo zit in een van de stoeltjes en voert een nagenoeg verticale cirkelbeweging uit met een constante snelheid. Tijdens deze beweging wordt de kracht F_{stoel} gemeten die het stoeltje op Jo uitoefent.

In figuur 7.24 is F_{stoel} voor een aantal rondjes weergegeven als functie van de tijd. De massa van Jo bedraagt 65 kg.



Figuur 7.24

- b Bepaal de maximale waarde van de G-Force die Jo ondervindt.
 Het zwaartepunt van Jo beschrijft een cirkelbaan met een straal van 7,9 m.
 c Toon aan dat Jo ronddraait met een snelheid van 11 m s^{-1} .

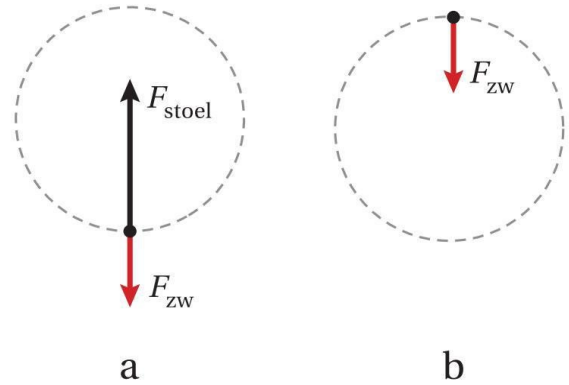
Omdat Jo een eenparige cirkelbeweging uitvoert, moet er een constante middelpuntzoekende kracht op hem werken.

d Bereken de benodigde middelpuntzoekende kracht op Jo.

In het hoogste en in het laagste punt is de middelpuntzoekende kracht de resultante van de zwaartekracht F_{zw} en de kracht F_{stoel} . In figuur 7.25a is de situatie getekend als Jo zich in het onderste punt bevindt. De krachten F_{zw} en F_{stoel} zijn op schaal getekend. In figuur 7.25b is de situatie getekend als Jo zich in het bovenste punt bevindt. In deze figuur is echter alleen F_{zw} getekend.

e Teken in figuur 7.25a de middelpuntzoekende kracht F_{zw} die op Jo werkt.

f Teken in figuur 7.25b de kracht F_{stoel} die in het bovenste punt op Jo werkt. Let daarbij op de grootte en de richting.



Figuur 7.25

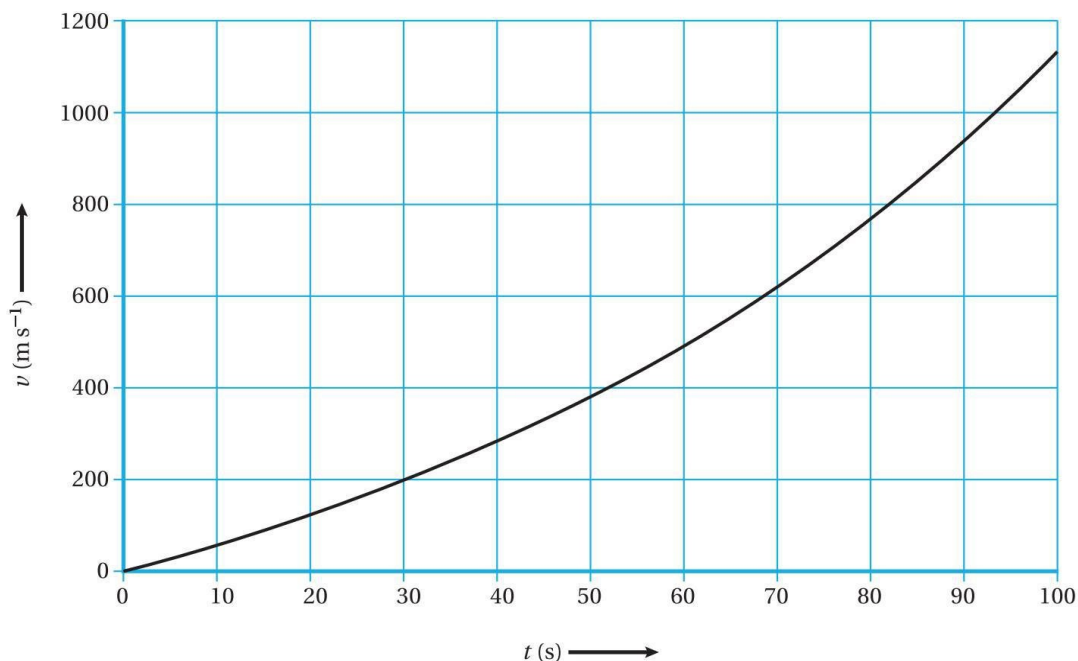
► **tekenblad** 24 De Europese ruimtevaartorganisatie ESA heeft al enkele malen een Ariane-5-raket gelanceerd. Door het uitstoten van verbrandingsgassen wordt de raket voortgestuwd.

► **hulpblad**

a Leg dit uit met een natuurkundige wet.

De beweging tijdens de start van de Ariane-5-raket wordt onderzocht aan de hand van een video-opname. Van de eerste 100 s is een (v, t) -grafiek gemaakt. Zie figuur 7.26. De totale massa van de Ariane-5-raket bij de start is $7,14 \cdot 10^5$ kg.

b Bepaal aan de hand van figuur 7.26 de stuwkracht F_{stuw} die de Ariane-5-raket ondervindt op $t = 0$ s.



Figuur 7.26

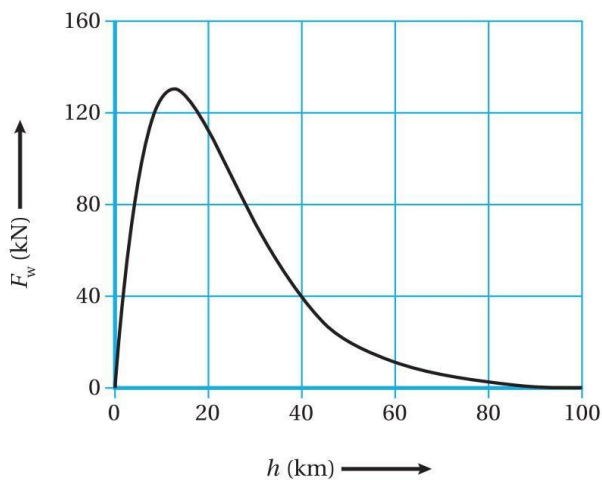
Voor grotere hoogten geldt voor de gravitatiekracht:

$$F_g = m \cdot g \cdot \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

- F_g is de gravitatiekracht in N.
- m is de massa in kg.
- g is de valversnelling op het aardoppervlak in m s^{-1} .
- R is de straal van de aarde in m.
- h is de hoogte boven de aarde in m.

c Leid deze formule af.

Bij de beweging van de Ariane-5-raket speelt de luchtweerstandskracht op de raket ook een rol. In figuur 7.27 is het verloop van de luchtweerstandskracht F_w tegen de hoogte h weergegeven.



Figuur 7.27

d Leg uit waardoor F_w eerst toeneemt en dan weer afneemt.

De voortstuwingskracht F_{stuw} die op de Ariane-5-raket werkt is constant. De versnelling van de Ariane-5-raket blijkt niet constant te zijn.

Voor deze versnelling geldt:

$$a = \frac{F_{\text{stuw}} - F_g - F_w}{m}$$

e Leg uit of de versnelling op 100 km hoogte groter of kleiner is dan op 40 km.



Maak de zelftoetsen

Checklist voor begrippen en leerdoelen

Hierna vind je een overzicht van de begrippen en leerdoelen per paragraaf. Kruis de leerdoelen aan waarvan jij vindt dat je ze nu beheerst. Bij de leerdoelen die je nog niet helemaal beheerst noteer je de acties die je gaat ondernemen om het leerdoel alsnog te kunnen behalen.

Paragraaf 1 Eenparige cirkelbeweging

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: eenparige cirkelbeweging, baanstraal, baansnelheid, omlooptijd, frequentie, toerental	☐	
beschrijven welke richting de baansnelheid heeft bij een eenparige cirkelbeweging	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formules voor de baansnelheid en frequentie: $v_{\text{baan}} = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T}$ en $f = \frac{1}{T}$	☐	

Paragraaf 2 Middelpuntzoekende kracht

Ik kan		Acties
het volgende begrip beschrijven en toepassen: middelpuntzoekende kracht	☐	
uitleggen dat voor een eenparige cirkelbeweging een resulterende kracht (de middelpuntzoekende kracht) nodig is die naar het middelpunt van de cirkel is gericht	☐	
in concrete situaties benoemen welke kracht werkt als middelpuntzoekende kracht	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de middelpuntzoekende kracht: $F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$	☐	

Paragraaf 3 Gravitatiekracht

Ik kan		Acties
de volgende begrippen beschrijven en toepassen: gravitatiewet, gravitatiekracht, planeet, satelliet, polaire baan, geostationaire baan	☐	
de gravitatiekracht beschrijven als een wisselwerking tussen twee massa's	☐	

beschrijven dat de werklijn van de gravitatiekracht tussen twee voorwerpen samenvalt met de lijn door de zwaartepunten van die voorwerpen	☐	
de zwaartekracht op een voorwerp beschrijven als de gravitatiekracht van de planeet op dat voorwerp	☐	
uitleggen hoe de valversnelling aan een planeetoppervlak afhangt van de massa en de straal van de planeet	☐	
een formule afleiden voor de valversnelling aan een planeetoppervlak (uit $F_{zw} = F_g$)	☐	
beschrijven waardoor planeten, manen en satellieten in cirkel- of ellipsbanen rond de zon of een planeet draaien	☐	
beschrijven hoe de baansnelheid en omlooptijd van planeten, manen en satellieten afhangen van de baanstraal en de massa van de zon of de planeet	☐	
een formule afleiden voor het verband tussen baansnelheid en baanstraal voor de planeten in het zonnestelsel (uit $F_{mpz} = F_g$)	☐	
een formule afleiden voor het verband tussen omlooptijd en baanstraal voor de planeten in het zonnestelsel (uit $F_{mpz} = F_g$ en $v = \frac{2\pi r}{T}$)	☐	
uitleggen wat de functie is van satellieten in een polaire baan en in een geostationaire baan	☐	
berekeningen maken en redeneren met de formule voor de gravitatiekracht: $F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$	☐	

Paragraaf 4 Model van de beweging van planeten en satellieten

Ik kan	Acties
een numeriek model in de vorm van een tekstmodel en een grafisch model maken van de baan van een satelliet rond de aarde of een planeet rond de zon onder invloed van de gravitatiekracht, inclusief startwaarden	☐
de baan van een satelliet, planeet of maan onderzoeken met een numeriek model	☐

Register

A

aangrijpingspunt 113
aarddraad 284, 287
aardlekschakelaar 288
absolute nulpunt 190
absolute temperatuurschaal 190
afgelegde weg 59
afgeleide 84, 85
afgeleide eenheid 12, 18
afgeleide grootheid 12
afhankelijke variabele 33
afleesfout 26
aflezen
– (v, t) -diagram 90
– (x, t) -diagram 90
– grafieklijn 33
– meetonzekerheid 26
afstemmen eenheden 20
algemeen gaswet 209
ampèremeter 240
asonderbreking 32
atoommodel van Rutherford 237

B

baan 326
– geostationaire banen 338
– polaire banen 338
baansnelheid 326
baanstraal 326
balk
– inhoud 19
– volume 19
basiseenheid 11
basisgrootheid 11
betrouwbaarheid 307
bevrozen 189
beweging
– beweging van planeten 337
– eenparig versnelde beweging 72
– eenparige beweging 68
– eenparige rechtlijnige beweging 68
– eerste wet van Newton 146
– geostationaire banen 338
– polaire banen 338

– valbeweging 73
– versnelde beweging 72
– vertraagde beweging 74
– vrije val 73
– willekeurige beweging 82

bewegingsenergie 187

biomassa 277

bol

– inhoud 20
– oppervlakte 20
– volume 20

broeikaseffect 276

C

chemische eigenschappen 186

cijfers achter de komma 27

cilinder

– inhoud 21
– oppervlakte 21
– volume 21

cirkel 19

– diameter 19, 221
– dwarsdoorsnede 221
– omtrek 19
– oppervlakte 19

combineren formules 20

componenten van een kracht 129

computermodel 301

conclusie 306

condenseren 189

conditie 170

constante 99

constante snelheid 67

conventionele centrale 277

D

deelspanning 254

deelstroom 251

derde wet van Newton 160

diagram 32

– aflezen 33
– standaardvorm 32

diameter 221

diameter van een cirkel 19

dichtheid 21
differentiëren 84, 85
diode 267
doorlaatrichting 267
draad

- aarddraad 284, 279
- aarddraad 287
- fasedraad 284
- nuldraad 284
- schakeldraad 284

drie-krachtenevenwicht 138, 140, 141
druk 208, 209

- (druk, temperatuur)-diagram 210
- (druk, volume)-diagram 210
- gas 208

dwarsdoorsnede 221, 245

E

eenheid 10

- afgeleide eenheid 12, 18
- afkorting ‘de eenheid van’ 18
- basiseenheid 11
- eenheden afstemmen 20
- internationale eenhedenstelsel 11
- machten van eenheden 18
- omzetten in basiseenheden 21
- rekenen met machten van eenheden 18
- snelheid 23
- tijd 23
- verplaatsing

eenparig versnelde beweging 72
eenparige beweging 68
eenparige cirkelbeweging 326
eenparige rechtlijnige beweging 68
eerste wet van Newton 146
eigenschappen

- chemische eigenschappen 186
- fysische eigenschappen 186
- kracht 112
- mechanische eigenschappen 186, 219
- thermische eigenschappen 186

eigenschap ontwerp 311
elasticiteitsmodulus 224
elastische vervorming 223
elektriciteitscentrale 277
elektrische energie 239, 273

elektrische spanning 239
elektrische stroom 237
elektrische weerstand 244
elektrotechnisch symbool 239
elementair ladingsquantum 237
elementaire lading 237
energie 187

- bewegingsenergie 187
- elektrische energie 273
- energiemeter 285
- inwendige energie 188
- kinetische energie 187
- nuttige energie 274
- potentiële energie 187

energiebesparing 275
energiemeter 285
energietransitie 276
evaluatie 306
evaluatiefase 313
evenredigheidsconstante 33
evenredigheidsgrens 224
evenwicht van krachten 138

- drie-krachtenevenwicht 138, 140, 141

examenbepalingen 46
experiment 304
exponent 13
extrapoleren 33

F

fase 188

- gasfase 188
- vaste fase 188
- vloeibare fase 188

fasedraad 284
faseovergang 189
formules combineren 20
foto 61

- stroboscopische foto 61

frequentie 327
frontaal oppervlak 118
fysische eigenschappen 186

G

gas

- druk 208
- ideaal gas 209

- reëel gas 209
- gasconstante 209
- gasfase 188
- geleidbaarheid 196, 198
 - thermische geleidbaarheid 196, 198
 - warmtegeleidingscoëfficiënt 196, 198
- geleider 244
- geluid 62
 - ultrasoon geluid 62
- gemengde schakeling 260
- gemiddelde snelheid 67, 77, 83
- gemiddelde versnelling 85
- geostationaire banen 338
- getijdencentrale 278
- gevolg van een kracht 145
- gewicht 161
- gewichtloosheid 163
- grafisch model 99
- gravitatiekracht 335
 - model met gravitatiekracht 341
- gravitatieversnelling 73, 114
- gravitatiewet 335
- groep 286
- grootheid 10
 - afgeleide grootheid 12
 - basisgrootheid 11

H

huisinstallatie 284, 286
 hulpvariabele 99
 hypothese 299

I

ideaal gas 209
 inhoud

- balk 19
- bol 20
- cilinder 21

 insnoering 223
 internationale eenhedenstelsel 11
 interpoleren 33
 inwendige energie 188
 isolator 195, 244
 iteratief proces 98

J

joulemeter 102

K

kencentrale 277
 kilowattuurmeter 285
 kinetische energie 187
 kortsluiting 286
 kracht 112

- algemeen bewegingsmodel 167
- componenten van een kracht 129
- drie-krachtenevenwicht 138, 140, 141
- eigenschappen 112
- evenwicht van krachten 138
- gevolg 145
- krachten in materialen 219
- krachten samenstellen 122
- luchtweerstandskraft 118
- middelpuntzoekende kracht 330
- model met gravitatiekracht 341
- normaalkracht 114
- omgekeerde parallellogrammethode 129
- ontbinden van een kracht 129
- parallellogrammethode 124
- resulterende kracht 122
- rolweerstandskraft 118
- schuifwrijvingskracht 116
- spankracht 115
- veerkracht 115
- zwaartekracht 114
- zwaartekracht op helling 131, 132

 krachten in materialen 219
 krachtenschaal 113
 kringproces 211
 kubieke uitzettingscoëfficiënt 220
 kwadratisch evenredig verband 35, 42
 kwalitatief 10
 kwantitatief 10

L

lading 237
 ladingsquantum 237
 LDR 265
 led 267

lezen van een diagram 33
 lezen van een tabel 22
 lichtpoortje 62
 lineair verband 33, 41
 lineaire uitzettingscoëfficiënt 220
 literatuurstudie 299
 luchtweerstandcoëfficiënt 119
 luchtweerstandskracht 118

M

machten 13
 – machten van eenheden 18
 – machten van tien 13
 – rekenen met machten van eenheden 18
 – rekenen met machten van tien 15
 mechanische eigenschappen 186
 mechanische eigenschappen 219
 meetonzekerheid 25, 26
 middelpuntzoekende kracht 330
 model
 – algemeen bewegingsmodel 167
 – atoommodel 237
 – computermodeel 301
 – eenparig versnelde beweging 100
 – eenparige beweging 99
 – grafisch model 99
 – model met gravitatiekracht 341
 – molecuulmodel 187
 – numeriek model 95
 – schaalmodel 301
 – starten 101
 – stoppen 101
 – tekstmodel 96
 model van een metaal 237
 modelregels 96
 modelstudie 301
 molecuulmodel 187
 multimeter 241

N

natuurkundige vraag 298
 nauwkeurigheid 307
 negatief ion 237
 netspanning 240

Newton
 – derde wet 160
 – eerste wet 146
 – gravitatiewet 335
 – tweede wet 153
 normaalkracht 114
 NTC 265
 nuldraad 284
 nulpunt 190
 – absolute nulpunt 190
 numeriek model 95
 numerieke rekenmethode 95
 nuttige energie 274

O

Ohm
 – wet van Ohm 246
 ohmse weerstand 246
 omgekeerd evenredig verband 35, 42
 omgekeerd kwadratisch evenredig verband 35, 42
 omgekeerde parallellogrammethode 129
 omlooptijd 326
 omrekeningsfactor
 – snelheid 23
 – tijd 23
 omtrek van een cirkel 19
 omzetten in basiseenheden 21
 onafhankelijke variabele 33, 99
 onderzoeken 304
 onderzoekscyclus 304
 onderzoeksvraag 299
 ontbinden van een kracht 120, 129
 – in loodrechte componenten 130, 131
 – zwaartekracht op helling 131, 132
 ontgooien 189
 ontwerpcyclus 311
 ontwerpen 311
 ontwerpvoorstel 313
 ontwerpvrage 299
 oppervlakte
 – (v, t) -diagram 69, 84, 90
 – bol 20
 – cilinder 21

- cirkel 19
- dwarsdoorsnede 221
- rechthoek 19

oppervlaktemethode 69, 77
orde van grootte 14

P

parabool 75
parallelogrammethode 124

- omgekeerde parallelogrammethode 129

parallelschakeling 251
parameter 33
pilotproef 305
plaats 58
(plaats, tijd)-diagram 58, 90

- aflezen 90
- gemiddelde snelheid 83
- snelheid 68, 83
- snelheid op een tijdstip 75
- steilheid 68, 83, 90

plaatssensor 62
planeet 337
plastische vervorming 223
polaire banen 338
positief ion 237
potentiële energie 187
prioriteit 312
programma van eisen 311
prototype 313
PTC 265
(p, T)-diagram

- zie (druk, temperatuur)-diagram

(p, V)-diagram

- zie (druk, volume)-diagram

R

raaklijnmethode 75, 85
randvoorwaarde 312
rechthoek 19

- oppervlakte 19

recht evenredig verband 34, 41
reëel gas 209
regelbare weerstand 266
rek 221

reken capaciteit 101
relatiepijl 99
rendement 274
resultaten 306

- constante snelheid 146
- gevolg 145
- versnelling 152

resulterende kracht 122, 145
rijpen 189
rolweerstandskracht 118
Rutherford

- atoommodel 237

S

samenstellen van krachten 122
schaalmodel 301
schakeling

- analyseren 250
- deelspanning 254
- deelstroom 251
- gemengde schakeling weerstanden 260
- parallelschakeling 251
- serieschakeling 253
- takstroom 251

schakeldraad 284
schuifwrijvingskracht 116
serieschakeling 253
SI 11
significante cijfers 27
significante cijfers getal 29
slappe veer 115
smelten 189
smeltwarmte 204
smeltzekering 286
(snelheid, tijd)-diagram 67, 90

- aflezen 90
- constante snelheid 67
- gemiddelde snelheid 67
- oppervlakte 69, 84, 90
- steilheid 72, 85, 90
- tekenen 91
- verplaatsing 69
- versnelling 85

snelheid 19

- eenheid 23

- omrekeningsfactor 23
- snijlijn 76
- snijlijnmethode 76
- soortelijke warmte 102
- soortelijke weerstand 245
- spanning 222
 - (spanning, rek)-diagram 223
- spankracht 115
- spanning 239
- spanningsbron 240
- spanningsmeter 241
- sperrichting 267
- spoor 60
- standaardvorm
 - diagram 32
 - tabel 31
- stapgrootte 101
- stapgrootte 95
- startwaarden 96
- steilheid
 - (v, t) -diagram 72, 85, 90
 - (x, t) -diagram 68, 83, 90
- stollen 189
- stralingsenergie 279
- stroboscoop 61
- stroboscopische foto 61
- stroom 237
- stroomkring 236
- stroomlijn 118
- stroommeter 240
- stroomsterkte 238
- stroomvariabele 99
- stugge veer 115
- sublimeren 189
- systematische fout 25

T

- taak 311
- tabel
 - lezen 22
 - standaardvorm 31
- takstroom 251
- tekstmodel 96
- temperatuur 187
 - absolute temperatuurschaal 190
- testfase 313

- thermische eigenschappen 186
- thermische geleidbaarheid 196, 198
- thermostaat 268
- tijd
 - eenheid 23
 - omrekeningsfactor 23
- toerental 327
- toestand van een gas 211
- toestandsvariabele 99
- toevallige fout 25
- traagheid 154
- treksterkte 223
- trendlijn 32
- tweede wet van Newton 153

U

- uitrekken 219
- uitrekking 115
- uitvoering 305
- uitvoeringsfase 313
- uitzettingscoëfficiënt 220
 - kubieke uitzettingscoëfficiënt 220
 - lineaire uitzettingscoëfficiënt 220
- uitzetten 219
- ultrasone plaatssensor 62
- ultrasoon geluid 62

V

- val
 - valbeweging 73
 - vrije val 73
- valbeweging 73
- validiteit 307
- valversnelling 73, 114, 336
- variabelen 99
- vaste fase 188
- vector 113
- veer 115
 - slappe veer 115
 - stugge veer 115
- veerconstante 115
- veerkracht 115
- veerunster 112
- verband 33
 - kwadratisch evenredig 35, 42
 - lineair verband 33, 41

- omgekeerd evenredig 35, 42
- omgekeerd kwadratisch evenredig 35, 42
- recht evenredig 34, 41
- wortelverband 35, 42
- verdampen 189
- verdampingswarmte 204
- vermenigvuldigingsfactor 15
- vermogen 273
 - warmtevermogen 274
- verplaatsing 58
 - (v, t) -diagram 69, 84
 - (x, t) -diagram 58
 - eenparige beweging 68
- versnelde beweging 72
- versnelling 72
 - (v, t) -diagram 72, 85
 - resulterende kracht 152
- versterkt broeikaseffect 276
- vertraagde beweging 74
- vertraging 74
- vervorming
 - elastische vervorming 223
 - plastische vervorming 223
- videometen 59
- vloeibare fase 188
- vloeien 224
- vloeispanning 224
- voltmeter 241
- volume
 - balk 19
 - bol 20
 - cilinder 21
- voorbereidingsfase 311
- voorvoegsel 15
- vraag
 - natuurkundige vraag 292
 - onderzoeksvraag 299
 - ontwerpvrage 299
- vrije elektronen 237
- vrije val 73
- (v, t) -diagram
 - zie (snelheid, tijd)-diagram

W

- waarneming 10
 - kwalitatieve waarneming 10
 - kwantitatieve waarneming 10
- waarschijnlijkheid 307
- warmte 186
- warmtegeleider 195, 196
- warmtegeleidingscoëfficiënt 196, 198
- warmtestraling 197
- warmtestroming 196
- warmtestroom 198, 199
- warmtetransport 195
- warmtevermogen 274
- waterkrachtcentrale 278
- waterstofcel 279
- weerstand 250
 - elektrische weerstand 244
 - ohmse weerstand 246
 - regelbare weerstand 266
 - soortelijke weerstand 245
- wens 312
- werklijn 113
- werkplan 303
- wetenschappelijke notatie 14
- willekeurige beweging 82
- windmolen 278
- wisselwerking 159
- wortelverband 35, 42
- wrijvingscoëfficiënt 117

X

- (x, t) -diagram
 - zie (plaats, tijd)-diagram

Z

- zekeringen 286, 287
- zonnepaneel 279
- zwaartekracht 114
 - ontbinden op helling 131, 132
- zwaartepunt 114

Grootheden en eenheden

Grootheid	Symbol	Eenheid	Symbol	Deel
aantal kernen	N	–	–	6v
aantal neutronen in kern	N	–	–	6v
aantal windingen in spoel	N	–	–	5v
activiteit	A	(deeltjes) per seconde, becquerel	s^{-1} , Bq	6v
afstand	$s, \Delta x$	meter	m	4v
amplitude	A	meter	m	5v
arbeid	W	joule	J	5v
atoomnummer	Z	–	–	6v
diameter	d	meter	m	4v
dichtheid	ρ	kilogram per kubieke meter	$kg\,m^{-3}$	4v
dikte	d	meter	m	4v
doorsnede	A	vierkante meter	m^2	4v
elasticiteitsmodulus	E	newton per vierkante meter	$N\,m^{-2}$	4v
elektrische veldsterkte	E	volt per meter	$V\,m^{-1}$	5v
energie	E	joule, kilowattuur, elektronvolt	J, kWh, eV	4v
equivalente dosis	H	sievert	Sv	6v
fase	φ	–	–	5v
flux	Φ	weber	Wb	5v
frequentie	f	hertz	Hz	4v
golflengte	λ	meter	m	5v
halveringsdikte	$d_{\frac{1}{2}}, d_{1/2}$	meter	m	6v
halveringstijd	$t_{\frac{1}{2}}, t_{1/2}$	seconde	s	6v
hoek	α	graad	°	4v
hoogte	h	meter	m	4v
impuls	p	kilogram meter per seconde	$kg\,m\,s^{-1}$	6v
intensiteit	I	(deeltjes) per vierkante meter	m^{-2}	6v
intensiteit	I	watt per vierkante meter	$W\,m^{-2}$	6v
kracht	F	newton	N	4v
lading	Q, q	coulomb	C	4v
lengte	ℓ, L	meter	m	4v
luchtweerstandscoefficiënt	C_w	–	–	4v
magnetische veldsterkte	B	tesla	T	5v
massa	m, M	kilogram, atomaire massa-eenheid	kg u	4v

Grootheid	Symbool	Eenheid	Symbool	Deel
massagetal	A	–	–	6v
omlooptijd	T	seconde	s	4v
omtrek	O	meter	m	4v
oppervlakte	A	vierkante meter	m^2	4v
plaats	x	meter	m	4v
rek	ε	–	–	4v
rendement	η	–	–	4v
schuifwrijvingscoëfficiënt	f	–	–	4v
snelheid	v	meter per seconde	m s^{-1}	4v
soortelijke warmte	c	joule per kilogram per kelvin	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	4v
soortelijke weerstand	ρ	ohm meter	$\Omega \text{ m}$	4v
spanning	U	volt	V	4v
spanning	σ	newton per vierkante meter	N m^{-2}	4v
stookwaarde	r_v, r_m	joule per kubieke meter, joule per kilogram	J m^{-3} J kg^{-1}	4v
straal	r	meter	m	4v
stralingsdosis	D	gray	Gy	6v
stralingsweegfactor	w_R	–	–	6v
stroomsterkte	I	ampère	A	4v
temperatuur	T	kelvin, graad Celcius	K, °C	4v
thermische geleidbaarheid	λ	watt per meter per kelvin	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	4v
tijd	t	seconde	s	4v
tralieconstante	d	meter	m	6v
totaal stralingsvermogen	P	watt	W	6v
trillingstijd	T	seconde	s	5v
uitwijking, uitrekking	u	meter	m	4v, 5v
valversnelling	g	meter per seconde-kwadraat	m s^{-2}	4v
veerconstante	C	newton per meter	N m^{-1}	4v
vermogen	P	watt	W	4v
verplaatsing	$s, \Delta x$	meter	m	4v
versnelling	a	meter per seconde-kwadraat	m s^{-2}	4v
volume	V	kubieke meter	m^3	4v
warmte	Q	joule	J	4v
warmtegeleidingscoëfficiënt	λ	watt per meter per kelvin	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	4v
warmtestroom	P	watt	W	4v
weerstand	R	ohm	Ω	4v

Lijst van uitkomsten

Hoofdstuk 1

- 2 a $h = 400 \text{ km}$
 $\ell = 109 \text{ m}$
 $m = 391 \text{ ton}$
 $v = 7,7 \text{ km/s}$
 $t = 90 \text{ minuten}$
 $V = 388 \text{ m}^3$
 $P = 84 \text{ kW}$
b lengte
- 3 a meter
b massa
c milli = duizendste
- 4 50 m/s
- 5 massa
- 6 a 10^6
b 10^{-2}
c 10^{-3}
d $6 \cdot 10^7$
e $1,1 \cdot 10^3$
f $6,35 \cdot 10^3$
g $1,54 \cdot 10^4$
h $8 \cdot 10^{12}$
- 7 a $4,506 \cdot 10^3 \text{ m}$
b $1,53 \cdot 10^{-6} \text{ m}$
c $9,61 \cdot 10^5 \text{ m}$
d $7,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
- 8 a $2,5 \cdot 10^3 \text{ m}$
b $5,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
c $1,85 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
d $2,51 \cdot 10^{14} \text{ J}$
e $3,3 \cdot 10^{-2} \text{ bar}$
f $2,5 \cdot 10^{-8} \text{ m}$
- 9 a $9,4 \mu\text{A}$
b $6,11 \text{ Ts}$
c $18,5 \text{ nm of } 0,0185 \mu\text{m}$
d $23,6 \text{ MW of } 0,0236 \text{ GW}$
- 10 a 10^{-5}
b 10^{13}
c 10^{-3}
d 10^7
- 11 a $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$
b $2,9 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
- 13 a $0,343 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$
b $3,43 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$
c $1,23 \cdot 10^3 \text{ km h}^{-1}$
- 14 $0,42 \text{ N}$
- 15 Iris, Jeroen, Ricardo
- 16 $[c] = \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = \text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
- 17 a $1,6 \text{ g}$
b kg m^{-3}
c $0,69 \text{ kg m}^{-3}$
- 18 a $75,0 \text{ mL}$
b $75,0 \pm 0,2 \text{ mL}$
- 19 a 4
b 3
c 2
d 2
e 3
f 4
- 20 a 8,11
b 2,3
c 6,85
d 2,70
e 100,0
f 0,45
g 90,9
h 0,38
- 21 a $4,5 \text{ mg}$
b $4,560 \cdot 10^{-1} \text{ m}^3$
c $2,25 \cdot 10^4 \text{ km h}^{-1}$
d $5,67 \cdot 10^3 \text{ N m}^{-2}$
- 22 b $5,9 \cdot 10^2 \text{ kg m}^{-3}$
c vuren hout
- 23 b ja
b ja
c ja
- 25 b $1,65 \text{ N}$
d 33 N m^{-1}
- 26 niet
- 27 b $2 \text{ m}\Omega$
c $120 \text{ m}\Omega$
d $0,01 \Omega$
- 28 a omgekeerd evenredig
b 30 km , afstand
- 29 b $2,0 \frac{\text{s}}{\sqrt{\text{m}}}$
- 30 a Nm
b $7,0 \text{ Nm}$
c ja
- 31 c $1,6 \frac{\text{s}}{\sqrt{\text{kg}}}$
- 32 $0,56 \text{ N s}^2 \text{ m}^{-4}$
- 33 c $v = 2,7 \sqrt{x_{\text{rem,nat}}}$
- 34 c groter
- 35 13 m
- 37 neemt toe
- 38 b 29 cm
- 39 a wel
b m s^{-2}
- 40 a 23 m
b 93 m
- 41 b $72 \pm 6 \text{ V}$
c voltmeter 2
d 120 V
- 42 a $1,01 \text{ m}$
b $3,33 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$
d $1,20 \text{ s}$

Hoofdstuk 2

- 1 c $8,0 \text{ m}$
- 2 diagram a
- 3 a $1,7 \cdot 10^2 \text{ m}$
b te klein
- 4 c $0,20 \text{ m}$
- 5 b $4,4 \text{ m}$
- 6 c $1,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
d meer
- 7 a $10,5 \text{ m s}^{-1}$
 $37,8 \text{ km h}^{-1}$
c $3,4283 \text{ m s}^{-1}$
- 8 b 11 m s^{-1}
c 16 m s^{-1}
- 9 c nee
- 10 a $1,46 \cdot 10^3 \text{ m}$

- b $3,00 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$
 11 a 14 km h^{-1}
 12 b ja
 13 e 21 m
 f 21 m
 14 a $1,2 \text{ m}$
 b $0,59 \text{ ms}^{-1}$
 c $0,74 \text{ ms}^{-1}$
 d $1,5 \text{ ms}^{-1}$
 e later
 15 b 15
 16 c nee
 17 b $4,0 \text{ ms}^{-2}$
 c 56 m
 d $2,0 \text{ ms}^{-2}$
 18 a reactietijd
 b 12,1 s
 19 b $1,2 \cdot 10^2 \text{ m}$
 c $1,4 \text{ ms}^{-2}$
 20 a diagrammen b en g
 b diagrammen a en h
 c diagrammen c en f
 d diagrammen d en e
 21 a tussen $t = 0,0 \text{ s}$ en $t = 1,0 \text{ s}$
 b $2,0 \text{ ms}^{-2}$
 c $2,0 \text{ ms}^{-2}$
 e 21,2 s
 22 b $0,73 \text{ ms}^{-1}$
 c $2,5 \text{ ms}^{-2}$
 23 a 7,0 m
 b $1,5 \text{ ms}^{-2}$
 c $-1,6 \text{ ms}^{-2}$
 d 11 m
 24 a 30 ms
 b 0,19 m
 c $-4,3 \cdot 10^2 \text{ ms}^{-2}$
 d $-8,8 \cdot 10^2 \text{ ms}^{-2}$
 25 a $8,0 \text{ ms}^{-2}$
 b 40 s
 26 a $2,1 \cdot 10^3 \text{ m}$
 b 55 m
 27 b $1,8 \cdot 10^2 \text{ m}$
 28 a $1,7 \text{ ms}^{-2}$
 b kleiner
- 29 a 18 km h^{-1}
 b 0,40 s
 c 4,5 m
 e 6,5 m
 30 c 7,94 m
 31 b $2,5 \text{ ms}^{-2}$
 c 0,8 s
 33 a € 1276,28
 b $b = 1000,00 \text{ '€}$
 $r = 0,05$
 $t = 0 \text{ 'jaar}$
 $dt = 1 \text{ 'jaar}$
 $db = r \cdot b + 100$
 34 a $a = 0,5$
 $v = 0$
 $x = 0$
 36 b $x = 0$
 $v = 25$
 $a = -4,2$
 37 a $x = 1,20$
 $v = 11$
 $a = -9,81$
 38 c twee keer
 e $9,8 \text{ ms}^{-2}$
 f nee
 39 a nee
 b nee
 c nee
- Hoofdstuk 3**
- 2 b $12,3 \text{ Nm}^{-1}$
 3 B, C, A
 4 c 25 Nm^{-1}
 5 a $1,2 \cdot 10^2 \text{ kg}$
 6 b 66 km h^{-1}
 7 c 0,90
 d hetzelfde
 8 a I 130 N
 II 30 N
 b 94 N
 c 32°
 9 b 31 N
 c 37°
- 10 b 97 N
 c kleiner
 11 a 72 N
 b 65°
 12 27 N
 13 $1,6 \text{ N}$
 14 a 50 N
 b 26 N
 15 a 66 N
 b 24°
 16 $F_1 = 5,7 \cdot 10^2 \text{ N}$
 $F_1 = 1,4 \cdot 10^3 \text{ N}$
 17 b $F_{1a} = 35 \text{ N}$
 $F_{1b} = 32 \text{ N}$
 $F_{1c} = 79 \text{ N}$
 18 c $F_1 = 86 \text{ N}$
 $F_2 = 56 \text{ N}$
 19 b 30°
 20 a $F_{zw,\perp} = 6,0 \cdot 10^2 \text{ N}$
 $F_{zw,\parallel} = 8,4 \cdot 10^2 \text{ N}$
 b 58%
 21 d korter
 23 b 3,0 N
 25 b $F_{\text{span,links}} = 5,0 \cdot 10^2 \text{ N}$
 $F_{\text{span,rechts}} = 5,7 \cdot 10^2 \text{ N}$
 26 c $F_{\text{span,b}} = 1,6 \text{ N}$
 $F_{\text{span,c}} = 3,4 \text{ N}$
 27 b $1,1 \cdot 10^2 \text{ N}$
 c 149°
 28 2,5 kg
 29 Fynn
 31 b $2,0 \cdot 10^2 \text{ N}$
 c 93 N
 32 b I nee
 II ja
 III nee
 IV nee
 V nee
 33 nee
 34 b nee
 35 b 0,47
 c groter
 36 b kleiner
 37 a $7,4 \cdot 10^2 \text{ N}$ omhoog
 c even groot

38 $5,19 \text{ m s}^{-2}$

39 B, A, C

40 b 31° c $9 \cdot 10^1 \text{ N}$ 41 $3,0 \cdot 10^3 \text{ N}$

42 c blijft gelijk

43 b $0,467 \text{ m s}^{-2}$

c kleiner

44 c $1,3 \cdot 10^2 \text{ N}$

d 0,79

45 a F_{zw}

b zijn gelijk

d $F_{\text{n}} = F_{\text{zw}} + F_{\text{magneet}}$

46 a 17 N

b 25 N

c 25 N

d nee

e groter

47 a tussen $t = 0,0$ en $2,0 \text{ s}$ tussen $t = 5,0$ en $7,0 \text{ s}$ tussen $t = 10,5$ en $12,0 \text{ s}$ c $5,9 \cdot 10^2 \text{ N}$

d kleiner

48 c $9,6 \cdot 10^2 \text{ N}$ 49 a $4,1 \cdot 10^2 \text{ N}$

52 b horizontaal

c A en cw

53 a 2,6

54 b $3,4 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$

d 49 s

251 s

251 s

260 s

55 b minder

56 a manier B

b $4,9 \cdot 10^3 \text{ N}$ c $2,3 \cdot 10^3 \text{ N}$

57 a ja

c $1,5 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$ d $9,5 \cdot 10^2 \text{ N}$ e $1,7 \cdot 10^3 \text{ m}$ **Hoofdstuk 4**

2 a 298 K

b 269 K

c -269°C d 20°C

5 a wordt kleiner

b 143°C

6 a smaller

8 a $1,09 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ $1,002 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ $1,67 \text{ m}^3$

9 a zinken

b A neemt toe

B blijft gelijk

C neemt toe

c neemt overal toe

d neemt overal toe

e neemt af

11 a stroming

b geleiding

c straling en stroming

13 a $2,8 \cdot 10^{-2} \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

b nee

14 d $0,55 \text{ m}^3$

15 d 4,1 mm

16 a geleiding

17 13°C 18 b $1,6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$

19 a het stollen

b $5,8 \cdot 10^5 \text{ J}$ c $6,2 \cdot 10^2 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ 20 a $1,8 \cdot 10^4 \text{ J}$ 21 c 0°C 22 b -17°C

23 melk

24 $1,01 \cdot 10^3 \text{ hPa}$ $1,15 \text{ m}^3$

184 K

16,7 mol

25 b $0,42 \text{ kg m}^{-3}$ 26 c $2,06 \cdot 10^3 \text{ m}^3$ 27 $1,8 \cdot 10^3 \text{ g s}^{-1}$

28 c 1,30 bar

30 $6,0 \text{ cm}^3$ 31 b $3,3 \cdot 10^2$ 32 $1,1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ 33 d 10^3

34 b 9,9 cm

35 b 0,34 mm

36 a materiaal 1

b $1,3 \cdot 10^3 \text{ kg}$

37 a 0,47 mm

b breekt

38 a C, A, B

39 a aluminium

b aluminium

40 b $1,5 \cdot 10^5 \text{ J}$ c $3 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ 41 b $2,03 \cdot 10^3 \text{ N}$ c $0,10 \text{ m}^3$ **Hoofdstuk 5**1 b $2,3 \cdot 10^9$ d $3,1 \cdot 10^{-2} \text{ A}$

2 b 0,261 A

c 0,293 m

3 b $1,8 \cdot 10^2 \text{ h}$

4 46 A

5 b 1,2 A

7 b $1,1 \cdot 10^3 \text{ V}$ 8 a 25 Ω

b slechter

9 C, A, B

10 a 0,50 A

b 2,0 A

11 a 14

b groter

12 a 2,2 Ω

b Monique

13 a $5,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ b $5,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

15 a ja

b ja

c minder fel

d nee

e nee

f even fel

- 16 b 36Ω
 c 36Ω
 17 c 15Ω
 d 15Ω
 18 79Ω
 20 b $6,1 \text{ V}$
 22 $35 \text{ k}\Omega$
 23 b $0,12 \text{ A}$
 26 B, D, C, A
 27 a B
 b A neemt toe
 B neemt af
 C neemt af
 D neemt toe
 28 b 12 V
 29 b $8,0 \text{ V}$
 c neemt af
 30 a stijgt
 c $2,9 \text{ V}^\circ\text{C}^{-1}$
 d voldoet wel
 31 c $0,28 \text{ m}$
 32 a 2 en 3
 b Q naar P
 c Q naar P
 33 e $24 \cdot 10^3 \text{ lux}$
 35 a $0,25 \text{ h}$
 b 93 A
 c 22%
 d $0,57 \text{ h}$
 36 b 19 min
 c gelijk
 37 d $0,78 \text{ W}$
 38 weerstand 2
 39 a $4,08 \cdot 10^2 \text{ s}$
 d klopt wel
 e kleiner
 40 a $0,65 (65\%)$
 b $8,05 \text{ W}$
 42 a $1,7 \cdot 10^4 \text{ W}$
 b nee
 43 a $\text{€ } 21,15$
 c $5,8 \cdot 10^6 \text{ J}$
 44 a wel
 b nee
 45 a $2,9 \text{ Js}^{-1}$

- 46 a $0,98 \text{ m}$
 e $4,6 \text{ mV}$
 47 a 988 W
 c kleiner

Hoofdstuk 6

- 1 b ja
 2 a ontwerp
 b onderzoek
 c onderzoek
 d onderzoek
 3 a ontwerp
 b onderzoek
 c ontwerp
 d onderzoek
 4 a $s = v \cdot t$
 7 a uitzetting
 c $0,75 \text{ cm}$
 d combinatie
 9 a voltmeter
 ampèremeter
 b stopwatch
 meetlint
 c stopwatch
 liniaal of meetlint
 d thermometer
 11 c II
 13 b nee
 c kwadratisch evenredig verband
 14 b systematische fout
 17 a dichtheid
 b veerkracht
 18 a 18°C
 20 a $7,1 \cdot 10^2 \text{ Wm}^{-2}$
 c $6,2 \text{ uur}$
 e C_w en A
 21 b instellen: temperatuur
 meten: spanning, stroomsterkte
 c niet
 d betrouwbaar
 g $3,1 \cdot 10^3 \Omega$

Hoofdstuk 7

- 1 a $7,1 \cdot 10^{-2} \text{ s}$
 b 26 ms^{-1}
 c $1,6 \cdot 10^3 \text{ m}$
 d $8,4 \cdot 10^2$
 2 a kleiner
 b gelijk
 c neemt af
 3 a $3,3 \text{ ms}^{-1}$
 4 b $7,8 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-1}$
 5 $3,1 \text{ ms}^{-1}$
 6 b 2:1
 7 a elektrische kracht
 b gravitatiekracht
 c normaalkracht
 d schuifwrijvingskracht
 8 b $2,00 \cdot 10^{20} \text{ N}$
 9 baan B
 10 b $2,1 \cdot 10^4 \text{ N}$
 12 b Fleur
 14 b kleiner
 c $1 \cdot 10^{25} \text{ kg}$
 15 a $3,540 \cdot 10^{22} \text{ N}$
 b $3,540 \cdot 10^{22} \text{ N}$
 16 b $3,9 \cdot 10^{-8} \text{ N}$
 17 a 1:16
 c 1:2
 d 8:1
 18 b $3,6 \cdot 10^7 \text{ m}$
 19 b 22
 c $1,2 \cdot 10^{11}$
 20 c $9,9 \cdot 10^3 \text{ s}$
 f $9 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-1}$
 22 a Nm^2C^{-2}
 d $2,19 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$
 23 a geen eenheid
 b 2,6
 d $1,0 \cdot 10^3 \text{ N}$
 24 b $1,1 \cdot 10^7 \text{ N}$
 e groter

Illustratieverantwoording

Omslagfoto:

Getty Images / E+ / ferrantraite

Foto's:

AFP / ANP: Jay Nemeth 316

Alamy Stock Photo: K-PHOTOS 329, Bernd Mellmann 347

ANP: Robert Vos 300

Associated Press: Bernd Kammerer 158

Associated Press / Reporters: 159, 160, Shuji Kajiyama 319

EPA: Kamil Krzaczynski 179

Getty Images: E+/Lise Gagne 57, fStop Images 215, Helene Wiesenhaan 317, iStock 9,

Max Dereta 167, Science & Society Picture Library 218, VCG 279

Gijs Versteeg Fotografie: 303

Hollandse Hoogte: David Rozing 147, Gé Dubbelman 178, Goos van der Veen 46, Marcus

Peters 306, Mary Evans Picture Library Ltd. 89

Imageselect: Westend61 RF 326

P. Dhakal and M.J. Naughton, Boston College: 17

Photograph courtesy of the BIPM: 11

Pim Rusch Fotografie, Leiden (NL): 112, 113, 115, 138

Reporters: Qi Heng 313

Reuters: Kim Kyung Hoon 58

Science Photo Library / ANP: 61, 72

Science Photo Library: John Sanford 335

Shutterstock: 71, a_v_d 241, Alex Brylov 111, balipadma 130, chaos 284, Colour 195,

Cristi Matei 340, Dmitry Yashkin 330, 331, Fedorov Oleksiy 25, Gorodenkoff 185,

Jaan-Martin Kuusmann 325, Jacek Kadaj 219, joerns 278, Markus Gann 279, Nic Neufeld

52, PavleMarjanovic 278, Pedro Salaverria 278, Peter Bernik 82, Radu Razvan 197,

Regien Paassen 189, RossHelen 235, Rovsky 299, Somkiet Poomsiripaiboon 221, s-ts 25,

Teerasak Ladnongkhun 192, Thalerngsak Mongkolsin 112, Zdorov Kirill Vladimirovich 145

StockShot / Alamy Stock Photo / Imageselect: 129

Verbaal Visuele Communicatie BV / Karlijne Pietersma: 122

Verbaal Visuele Communicatie BV: 10, 31, 60, 152, 153, 161, 186, 187, 195, 202, 207, 307

Walibi: 107

Technische tekeningen:

© Verbaal Visuele Communicatie BV: Jeannette Steenmeijer

