

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

7.1 Eenparige cirkelbeweging

Opgave 1

- a De omlooptijd is de tijd voor één rondje.

$$T = \frac{10}{140} = 0,0714 \text{ s}$$

Afgerond: $T = 0,071 \text{ s}$.

- b De baansnelheid bereken je met de formule voor de baansnelheid.
De straal bereken je met de diameter.

$$r = \frac{1}{2}d$$

$$d = 60 \text{ cm} = 0,60 \text{ m}$$

$$r = \frac{1}{2} \times 0,60 = 0,30 \text{ m}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$r = 0,30 \text{ m}$$

$$T = 0,0714 \text{ s} \quad (\text{zie niet afgerond antwoord vraag a})$$

$$v = \frac{2\pi \times 0,30}{0,0714} = 26,3 \text{ ms}^{-1}$$

Afgerond: $v_{\text{baan}} = 26 \text{ ms}^{-1}$.

- c De afstand die de waterdruppel aflegt, bereken je met de baansnelheid en de tijd.

$$s = v \cdot t$$

$$v = 26,3 \text{ ms}^{-1} \quad (\text{zie niet afgerond antwoord vraag b})$$

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$s = 26,3 \times 60 = 1578 \text{ m}$$

Afgerond: $s = 1,6 \cdot 10^3 \text{ m}$.

of

De afstand die de waterdruppel aflegt, bereken je met de omtrek en het aantal omwentelingen.

De omtrek bereken je met de diameter.

$$O = \pi d \text{ met } d = 60 \text{ cm} = 0,60 \text{ m}$$

$$s = n \cdot O$$

In 10 s maakt de trommel 140 omwentelingen.

Dus in één minuut is $n = 6 \times 140 = 840$.

$$s = 840 \times \pi \times 0,60 = 1,583 \cdot 10^3 \text{ m}$$

Afgerond: $s = 1,6 \cdot 10^3 \text{ m}$.

- d Het toerental is het aantal omwentelingen in een minuut.

In tien seconden is het aantal omwentelingen 140.

In één minuut = 60 s zijn dat $6 \times 140 = 840$ omwentelingen.

Afgerond: $n = 8,4 \cdot 10^2$.

Opgave 2

- a De baansnelheid beredeneer je met de formule voor de baansnelheid.

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

De omlooptijd van punt P is gelijk aan die van punt Q.

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

De baanstraal van punt P is kleiner dan die van punt Q.
Dus de baansnelheid van punt P is kleiner dan die van punt Q.

- b De hoeksnelheid bereken je met de beschrijving van de hoeksnelheid.

Punt P en punt Q leggen tijdens een omloop dezelfde hoek af: 360° .

De omlooptijd van punt P is gelijk aan die van punt Q.

Dus de hoeksnelheid van punt P is gelijk aan die van punt Q.

- c De frequentie volgt uit de formule voor de frequentie.
De omlooptijd volgt uit de formule voor de baansnelheid.

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Als de snelheid waarmee het spoor wordt afgetast gelijk is, dan is de baansnelheid hetzelfde.

Als de baansnelheid hetzelfde blijft en de baanstraal toeneemt, dan neemt de omlooptijd toe.

$$\text{Voor de frequentie geldt: } f = \frac{1}{T}$$

Als de omlooptijd toeneemt, dan neemt de frequentie dus af.

Opgave 3

- a De baansnelheid bereken je met de formule voor de baansnelheid.

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$r = 2,7 \text{ m}$$

$$T = 5,2 \text{ s}$$

$$v = \frac{2\pi \times 2,7}{5,2} = 3,26 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v_{\text{baan}} = 3,3 \text{ ms}^{-1}$$

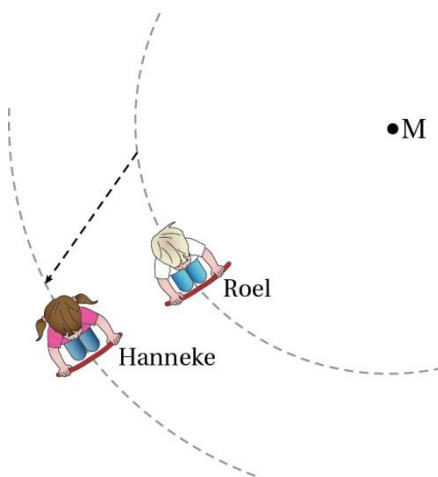
- b Zie figuur 7.1.

Het snoepje krijgt op het moment van loslaten óók de baansnelheid van Roel mee.

Omdat Roel dichterbij het middelpunt zit, is de baansnelheid van Roel kleiner dan die van Hanneke.

Het snoepje beweegt dan in een schuine richting. Zie figuur 7.1.

Het komt dus achter Hanneke terecht.



Figuur 7.1

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

Opgave 4

- a De straal van de cirkelbaan van de satelliet bereken je met de straal van de aarde en de hoogte waarop de satelliet zich bevindt.

Volgens BINAS tabel 31 is de straal van de aarde bij de evenaar 6378,1370 km.

De straal van de cirkelbaan van de satelliet is dan $6378,1370 + 200 = 6578,1 =$

$6,5781 \cdot 10^3$ km.

Afgerond: $6,578 \cdot 10^3$ km.

- b De baansnelheid bereken je met de formule voor de baansnelheid.

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$r = 6,578 \cdot 10^3 \text{ km} = 6,578 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$T = 88 \text{ min} = 88 \times 60 = 5,28 \cdot 10^3 \text{ s}$$

$$v = \frac{2\pi \times 6,578 \cdot 10^6}{5,28 \cdot 10^3}$$

$$v = 7,82 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v_{\text{baan}} = 7,8 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}.$$

Opgave 5

De baansnelheid bereken je met de formule voor de baansnelheid.

De straal bereken je met de lengte van de straal in figuur 7.5 van het leerboek en de schaalfactor.

De schaalfactor bepaal je met de gemeten lengte en de werkelijke lengte van het balkje.

De omlooptijd bepaal je uit de hoek tussen het eerste en het zesde balletje en de benodigde tijd.

Zie figuur 7.2.

Tussen de eerste en zesde opname zijn er vijf tussenposen.



0,80 m

Figuur 7.2

De omlooptijd van het balletje bereken je met de verhoudingstabel van tabel 7.1.

	1^e - 6^e balletje	Omlooptijd
hoek (°)	142	360
tijd (s)	$5 \times \frac{1}{30}$	T

Tabel 7.1

$$T = 0,422 \text{ s}$$

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

De straal van de cirkelbaan van het balletje bereken je met een verhoudingstabel. Zie tabel 7.2.

	Straal cirkelbaan	Balkje
gemeten lengte (cm)	1,9	7,2
werkelijke lengte (m)	r	0,80

Tabel 7.2

$$r = 0,211 \text{ m}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$v = \frac{2\pi \times 0,211}{0,422}$$

$$v_{\text{baan}} = 3,14 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Afgerond: } v_{\text{baan}} = 3,1 \text{ m s}^{-1}$$

Opgave 6

- a De verhouding bereken je met de baanstralen PN en KM.
De baanstraal PN bereken je met een goniometrische formule.

Zie figuur 7.3.

De baanstraal r_K is gelijk aan $KM = PM$.

De baanstraal r_P is gelijk aan PN.

$$\text{Er geldt: } \sin 30^\circ = \frac{r_P}{r_K} = 0,5$$

Hieruit volgt: $r_P = 0,5 \cdot r_K$.

Dus $r_K : r_P = 2 : 1$.

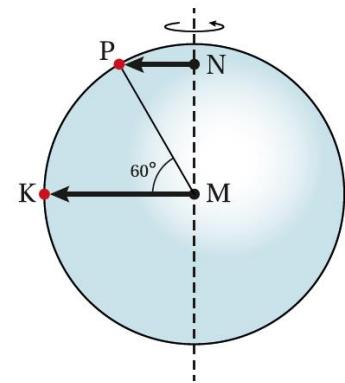
- b De verhouding van de baansnelheden bereken je met de formule voor de baansnelheid.

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\frac{v_K}{v_P} = \frac{\frac{2\pi r_K}{T_K}}{\frac{2\pi r_P}{T_P}} = \frac{2\pi r_K}{T_K} \cdot \frac{T_P}{2\pi r_P} = \frac{r_K}{r_P} = \frac{r_K}{0,5 r_K} = \frac{2}{1}$$

$r_K = KM$ en $r_P = PN$

Dus $v_K : v_P = 2 : 1$.



Figuur 7.3

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

7.2 Middelpuntzoekende kracht

Opgave 7

- a Elektrische kracht
- b Gravitatiekracht
- c Normaalkracht
- d Schuifwrijvingskracht

Opgave 8

- a De baansnelheid bereken je met de formule voor de baansnelheid.

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

De waarden zoek je op in BINAS tabel 31.

$$r = 384,4 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$T = 27,32 \text{ d} = 27,32 \times 24 \times 3600 = 2,360448 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 384,4 \cdot 10^6}{2,360448 \cdot 10^6} = 1023,21 \text{ m s}^{-1}$$

Afgerond: 1023 m s^{-1} .

- b De middelpuntzoekende kracht bereken je met de formule voor de middelpuntzoekende kracht.

$$F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$m = 0,0735 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad (\text{zie BINAS tabel 31})$$

$$v = 1023 \text{ m s}^{-1}$$

$$r = 384,4 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$F_{\text{mpz}} = \frac{0,0735 \cdot 10^{24} \times 1023^2}{384,4 \cdot 10^6} = 2,00 \cdot 10^{20} \text{ N}$$

Afgerond: $2,00 \cdot 10^{20} \text{ N}$.

Opgave 9

Als de kogel wordt losgelaten, werkt er geen middelpuntzoekende kracht meer op.

Vanaf dat moment beweegt de kogel in een rechte lijn.

De kogel volgt baan B.

Opgave 10

- a De eenheid van F_{mpz} leid je af met de eenheden van de andere grootheden in de formule voor de middelpuntzoekende kracht.

$$[F_{\text{mpz}}] = \frac{[m] \cdot [v]^2}{[r]}$$

$$[m] = \text{kg}$$

$$[v] = \text{m s}^{-1}$$

$$[r] = \text{m}$$

$$[F_{\text{mpz}}] = \frac{\text{kg} \cdot (\text{m s}^{-1})^2}{\text{m}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{\text{m}} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = \text{N}$$

Zie BINAS tabel 4 bij kracht.

- b De middelpuntzoekende kracht bereken je met de formule voor de middelpuntzoekende kracht.

De snelheid bereken je met de formule voor de baansnelheid.

De omlooptijd bereken je met het toerental.

De straal bereken je met de diameter van de trommel en de plaats van het zwaartepunt ten opzichte van de wand.

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

$$r = \frac{1}{2}d - 6$$

$$d = 50 \text{ cm}$$

$$r = \frac{1}{2} \times 50 - 6 = 19 \text{ cm}$$

Het toerental is 1200 omwentelingen per minuut.

$$T = \frac{60}{1200} = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$r = 19 \text{ cm} = 0,19 \text{ m}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 0,19}{5,0 \cdot 10^{-2}} = 2,387 \cdot 10^{-1} \text{ ms}^{-1}$$

$$F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{7,0 \times (2,387 \cdot 10^{-1})^2}{0,19} = 2,10 \cdot 10^4 \text{ N}$$

Afgerond: $2,1 \cdot 10^4 \text{ N}$.

- c De baansnelheid beredeneer je met de formule voor de baansnelheid.

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

De straal r wordt groter, omdat het zwaartepunt van de was dichterbij de rand van de trommel komt te liggen.

Als r groter wordt en T gelijk blijft, dan wordt de baansnelheid v dus groter.

- d De middelpuntzoekende kracht beredeneer je met de formule voor de middelpuntzoekende kracht en de formule voor de baansnelheid.

$$F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r} \text{ en } v = \frac{2\pi r}{T}$$

Combineren van deze twee formules levert:

$$F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{m \cdot \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{m \cdot \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}}{r} = \frac{4\pi^2 m r}{T^2}$$

Als r groter wordt, m kleiner wordt en T gelijk blijft, is niet te zeggen hoe F_{mpz} verandert.

Opgave 11

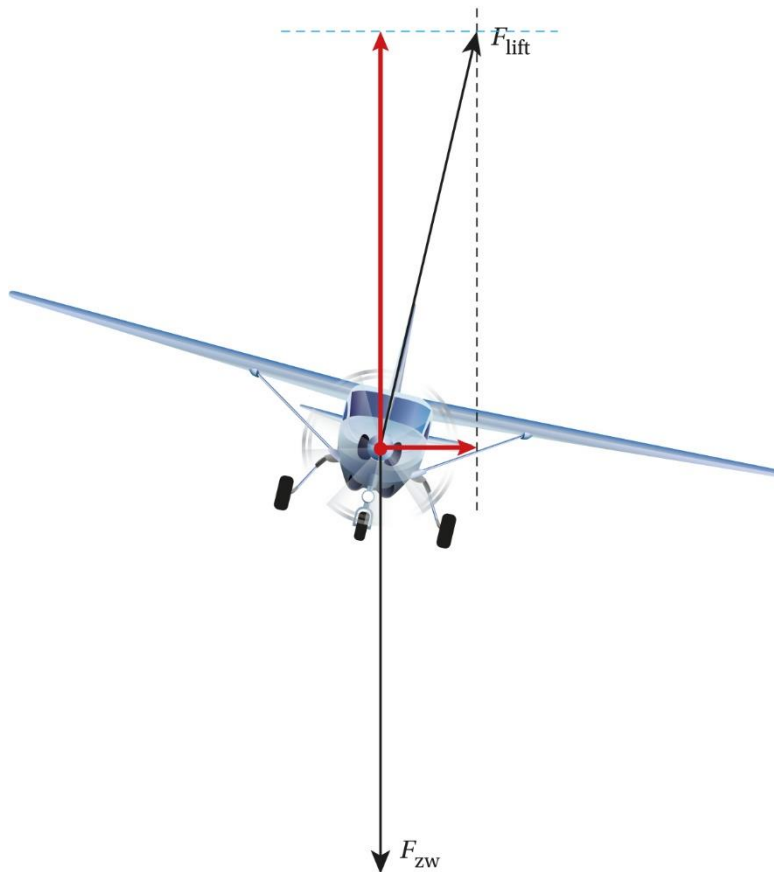
De effecten verklaar je met de componenten van de liftkracht in de verticale richting en in de richting loodrecht erop.

De componenten construeer je met de omgekeerde parallelogrammethode.

Zie figuur 7.4.

- Eén component wijst horizontaal naar rechts en staat loodrecht op de beweging van het vliegtuig. Dit is de resulterende kracht loodrecht op de beweging van het vliegtuig. Daardoor zorgt deze component voor een middelpuntzoekende kracht. Met als gevolg dat het vliegtuig een bocht maakt.
- De andere component is kleiner dan de liftkracht zelf en dus ook kleiner dan de zwaartekracht. Dus is er in de verticale richting een resulterende kracht die richting de aarde wijst. Daardoor is er een versnelling richting de aarde en verliest het vliegtuig hoogte.

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen



Figuur 7.4

Opgave 12

- a De formule voor de versnelling leg je uit met de formule voor de middelpuntzoekende kracht en de tweede wet van Newton.

$$F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r} \text{ en } F_{\text{res}} = m \cdot a$$

De middelpuntzoekende kracht is een resulterende kracht.

$$F_{\text{mpz}} = F_{\text{res}} = m \cdot a = m \cdot a_{\text{mpz}}$$

$$m \cdot a_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$a_{\text{mpz}} = \frac{v^2}{r}$$

- b Wie gelijk heeft, leg je uit door de formules voor de middelpuntzoekende versnelling en de baansnelheid te combineren.

$$a_{\text{mpz}} = \frac{v^2}{r} \text{ en } v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$a_{\text{mpz}} = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2 r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Dus als T constant blijft en r twee keer zo groot wordt, dan wordt a_{mpz} twee keer zo groot.
Dus Fleur heeft gelijk.

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

Opgave 13

- a De middelpuntzoekende kracht bereken je met de formule voor de middelpuntzoekende kracht.

De baansnelheid bereken je met de formule voor de baansnelheid.

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$r = 42 \text{ cm} = 42 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$T = 1,59 \text{ s}$$

$$v = \frac{2\pi \cdot 42 \cdot 10^{-2}}{1,59}$$

$$v = 1,659 \text{ m s}^{-1}$$

$$F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$m = 50 \text{ g} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$F_{\text{mpz}} = \frac{50 \cdot 10^{-3} \times 1,659^2}{42 \cdot 10^{-2}} = 3,27 \cdot 10^{-1}$$

Afgerond: 0,33 N.

- b In figuur 7.12b van het leerboek zie je dat de spankracht gelijk is aan de schuine zijde van de gearceerde rechthoekige driehoek. De zwaartekracht is een van de rechthoekszijden. In een rechthoekige driehoek is de schuine zijde altijd langer dan elk van de rechthoekszijden.
- c De middelpuntzoekende kracht bereken je met de gearceerde rechthoekige driehoek in figuur 7.12b van het leerboek.

De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$$F_{\text{zw}} = m \cdot g$$

$$m = 50 \text{ g} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

$$F_{\text{zw}} = 50 \cdot 10^{-3} \times 9,81 = 0,4905 \text{ N}$$

$$\tan(34) = \frac{F_{\text{res}}}{F_{\text{zw}}}$$

$$\tan(34) = \frac{F_{\text{res}}}{0,4905}$$

$$F_{\text{res}} = 0,3308 \text{ N}$$

Afgerond 0,33 N.

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

7.3 Gravitatiekracht

Opgave 14

- a De eenheid van G leid je af met de eenheden van de andere grootheden in de formule en de eenheid van kracht.

De eenheid van kracht vind je in BINAS tabel 4.

$$[F] = \text{N} = \text{kg m s}^{-2}$$

$$[g] = [G] \cdot \frac{[M]_{\text{aarde}}}{[r]_{\text{aarde}}^2}$$

$$[g] = \text{m s}^{-2}$$

$$[M] = \text{kg}$$

$$[r] = \text{m}$$

$$\text{m s}^{-2} = [G] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$[G] = \text{kg}^{-1} \text{m}^3 \text{s}^{-2}$$

$$\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2} = \frac{\text{kg}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{kg}} = \frac{[\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}] \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-1}}{\text{kg}} = \text{Nm}^2 \text{kg}^{-2}$$

- b Of g groter of kleiner is, beredeneer je met de gegeven formule.

$$g = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r_{\text{aarde}}^2}$$

Bij de polen is r kleiner.

Omdat de waarden van G en M niet veranderen, is g bij de polen dus groter.

- c De massa van de planeet bereken je met de gegeven formule waarin de index aarde vervangen is door planeet.

De straal bereken je met de diameter.

$$d = 2r$$

$$d = 1 \cdot 10^4 \text{ km}$$

$$\text{Dus } r = 5 \cdot 10^3 \text{ km} = 5 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$g = G \cdot \frac{M_{\text{planeet}}}{r_{\text{planeet}}^2}$$

$$g = 8 \text{ m s}^{-2}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{kg}^{-2}$$

$$8 = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{M_{\text{planeet}}}{(5 \cdot 10^6)^2}$$

$$M_{\text{planeet}} = 2,99 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{Afgerond: } M_{\text{planeet}} = 3 \cdot 10^{24} \text{ kg.}$$

Opgave 15

- a De gravitatiekracht die de zon op de aarde uitoefent, bereken je met de formule voor de gravitatiekracht.

$$F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$G = 6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{kg}^{-2} \text{ (zie BINAS tabel 7)}$$

$$m = m_{\text{aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \text{ (zie BINAS tabel 31)}$$

$$M = m_{\text{zon}} = 1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg} \text{ (zie BINAS tabel 32C)}$$

$$r = 0,1496 \cdot 10^{12} \text{ m} \text{ (zie BINAS tabel 31)}$$

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

$$F_g = 6,67384 \cdot 10^{-11} \times \frac{5,972 \cdot 10^{24} \times 1,9884 \cdot 10^{30}}{(0,1496 \cdot 10^{12})^2} = 3,541 \cdot 10^{22} \text{ N}$$

Afgerond: $3,541 \cdot 10^{22} \text{ N}$.

- b Deze is even groot. Volgens de derde wet van Newton is de kracht die de zon uitoefent op de aarde gelijk aan de kracht die de aarde op de zon uitoefent. Alleen is de richting tegengesteld.

Opgave 16

- a De massa bereken je met de formule voor de dichtheid.
Het volume bereken je met de formule voor het volume van een bol.
De straal bereken je met de diameter.

$$r = \frac{1}{2}d$$

$$r_A = \frac{1}{2} \times 5,0 = 2,5 \text{ cm}$$

$$r_B = \frac{1}{2} \times 30,0 = 15,0 \text{ cm}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$$

$$V_A = \frac{4}{3}\pi \cdot r_A^3$$

$$V_A = \frac{4}{3}\pi \cdot 2,5^3$$

$$V_A = 65,45 \text{ cm}^3$$

$$V_B = \frac{4}{3}\pi \cdot r_B^3$$

$$V_B = \frac{4}{3}\pi \cdot 15,0^3$$

$$V_B = 1,414 \cdot 10^4 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho = 11,3 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3} \quad (\text{zie BINAS tabel 8})$$

$$V_A = 65,45 \text{ cm}^3 = 65,45 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$11,3 \cdot 10^3 = \frac{m_A}{65,45 \cdot 10^{-6}}$$

$$m_A = 0,736 \text{ kg}$$

Afgerond: $m_A = 0,74 \text{ kg}$.

$$V_B = 1,414 \cdot 10^4 \text{ cm}^3 = 1,414 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

$$11,3 \cdot 10^3 = \frac{m_B}{1,414 \cdot 10^{-2}}$$

$$m_B = 159,8 \text{ kg}$$

Afgerond: $m_B = 160 \text{ kg}$.

- b De gravitatiekracht tussen de twee bollen bereken je met de formule voor de gravitatiekracht.

$$F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$G = 6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$m = m_A = 0,74 \text{ kg}$$

$$M = m_B = 160 \text{ kg}$$

$$r = r_{AB} = 45,0 \text{ cm} = 45,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$F_g = 6,67384 \cdot 10^{-11} \times \frac{0,74 \times 160}{(45,0 \cdot 10^{-2})^2} = 3,90 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

Afgerond: $F_g = 3,9 \cdot 10^{-8} \text{ N}$.

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

Opgave 17

- a De verhouding van de gravitatiekrachten bereken je met de formule voor de gravitatiekracht.

$$F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$\text{Hieruit volgt: } F_{g,r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \text{ en } F_{g,4r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{(4r)^2}$$

Als je beide gravitatiekrachten op elkaar deelt, ontstaat:

$$\frac{F_{g,4r}}{F_{g,r}} = \frac{\frac{m \cdot M}{(4r)^2}}{\frac{m \cdot M}{r^2}} = \frac{m \cdot M}{16r^2} \times \frac{r^2}{m \cdot M} = \frac{1}{16}$$

$$F_{g,4r} : F_{g,r} = 1 : 16$$

- b De formule voor de baansnelheid leid je af met de formule voor de middelpuntzoekende kracht en de formule voor de gravitatiekracht.

$$F_{\text{mpz}} = F_g$$

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$v^2 = G \cdot \frac{M}{r}$$

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}}$$

- c De verhouding van de baansnelheden bereken je met de formule gegeven bij vraag b.

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}}$$

$$\frac{v_{4r}}{v_r} = \frac{\sqrt{G \cdot \frac{M}{4r}}}{\sqrt{G \cdot \frac{M}{r}}} = \sqrt{\frac{1}{4r}} = \sqrt{\frac{r}{4r}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$v_{4r} : v_r = 1 : 2$$

- d De verhouding van de omlooptijden leid je af met de formule voor de baansnelheid.

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\frac{T_{4r}}{T_r} = \frac{\frac{2\pi \cdot 4r}{v_{4r}}}{\frac{2\pi \cdot r}{v_r}} = \frac{2\pi \cdot 4r}{v_{4r}} \times \frac{v_r}{2\pi \cdot r} = \frac{4}{1} \times \frac{2}{1} = \frac{8}{1}$$

$$T_{4r} : T_r = 8 : 1$$

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

Opgave 18

- a De formule leid je af met de formules voor de middelpuntzoekende kracht, de formule voor de gravitatiekracht en de formule voor de baansnelheid.

$$F_{\text{mpz}} = F_g$$

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$v^2 = G \cdot \frac{M}{r}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \text{ dus } v^2 = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = G \cdot \frac{M}{r}$$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$$

- b De hoogte waarop een geostationaire satelliet beweegt, bereken je met de straal van de baan van de satelliet en de straal van de aarde.

De straal van de baan van de satelliet bereken je met de derde wet van Kepler.

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$$

$$G = 6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \text{ (zie BINAS tabel 7)}$$

$$M = m_{\text{aarde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$T = 24 \text{ uur} = 24 \times 3600 = 8,64 \cdot 10^4 \text{ s}$$

$$\frac{r^3}{(8,64 \cdot 10^4)^2} = 6,67384 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}$$

$$r = 4,22 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$h = r - r_{\text{aarde}} = 4,22 \cdot 10^7 - 6,371 \cdot 10^6 = 3,58 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } r = 3,6 \cdot 10^7 \text{ m.}$$

Opgave 19

- a De afstand volgt uit het aantal lichtjaren.
De afstand van een lichtjaar staat in BINAS tabel 5.

Eén lichtjaar is $9,461 \cdot 10^{15} \text{ m}$ (zie BINAS tabel 5).

$$s = 27 \cdot 10^3 \text{ lichtjaar} = 27 \cdot 10^3 \times 9,461 \cdot 10^{15}$$

$$s = 2,5544 \cdot 10^{20} \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } s = 2,6 \cdot 10^{20} \text{ m.}$$

NB: De afstand van één lichtjaar kun je ook berekenen met de formule voor de verplaatsing bij eenparige beweging.

$$s = v \cdot t$$

$$v = c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie BINAS tabel 7})$$

$$t = 1 \text{ jaar} = 3,15 \cdot 10^7 \text{ s} \quad (\text{zie BINAS tabel 5})$$

$$s = 2,9979 \cdot 10^8 \times 3,15 \cdot 10^7$$

$$s = 9,443 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

$$\text{Dus 1 lichtjaar} = 9,443 \cdot 10^{15} \text{ m.}$$

$$r = 27 \cdot 10^3 \text{ lichtjaar} = 27 \cdot 10^3 \times 9,443 \cdot 10^{15} = 2,54 \cdot 10^{20} \text{ m}$$

$$\text{Afgerond: } 2,6 \cdot 10^{20} \text{ m.}$$

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

- b Het aantal omwentelingen is de verhouding tussen de leeftijd van het heelal en de omlooptijd. De omlooptijd bereken je met de formule voor de baansnelheid.

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$v = 250 \text{ km s}^{-1} = 250 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$r = 2,6 \cdot 10^{20} \text{ m}$$

$$250 \cdot 10^3 = \frac{2\pi \times 2,6 \cdot 10^{20}}{T}$$

$$T = 6,53 \cdot 10^{15}$$

De leeftijd van het heelal is 4,6 miljard jaar = $4,6 \cdot 10^9 \times 3,15 \cdot 10^7 = 1,449 \cdot 10^{17} \text{ s}$.

Het aantal omwentelingen is $\frac{1,449 \cdot 10^{17}}{6,53 \cdot 10^{15}} = 22,18$.

Afgerond: 22 keer.

- c Het aantal sterren is de verhouding tussen de massa in het midden van de Melkweg en de massa van de zon.

De massa in het midden van de Melkweg bereken je met de formule voor de middelpuntzoekende kracht en de formule voor de gravitatiekracht.

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$v^2 = G \cdot \frac{M}{r}$$

$$v = 250 \text{ km s}^{-1} = 250 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$G = 6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$r = 2,6 \cdot 10^{20} \text{ m}$$

$$(250 \cdot 10^3)^2 = 6,67384 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{M}{2,6 \cdot 10^{20}}$$

$$M = 2,434 \cdot 10^{41} \text{ kg}$$

$$\text{aantal sterren} = \frac{M_{\text{Melkweg}}}{m_{\text{zon}}}$$

$$m_{\text{zon}} = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$\text{aantal sterren} = \frac{2,434 \cdot 10^{41}}{1,989 \cdot 10^{30}}$$

$$\text{Aantal sterren} = 1,22 \cdot 10^{11}$$

Afgerond: $1,2 \cdot 10^{11}$.

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

7.4 Model van de beweging van planeten en satellieten

Opgave 20

- a De formule leg je uit door in figuur 7.18 de stelling van Pythagoras te gebruiken.

Het model van de satelliet is gebaseerd op figuur 7.18 van het leerboek.

Volgens de stelling van Pythagoras geldt $r^2 = x^2 + y^2$.

Hieruit volgt $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

- b De formule leg je uit door in figuur 7.18 de verhouding tussen F_{gy} en F_g af te leiden. Houd hierbij rekening met de richting van een kracht.

Uit figuur 7.18 van het leerboek leid je af dat:

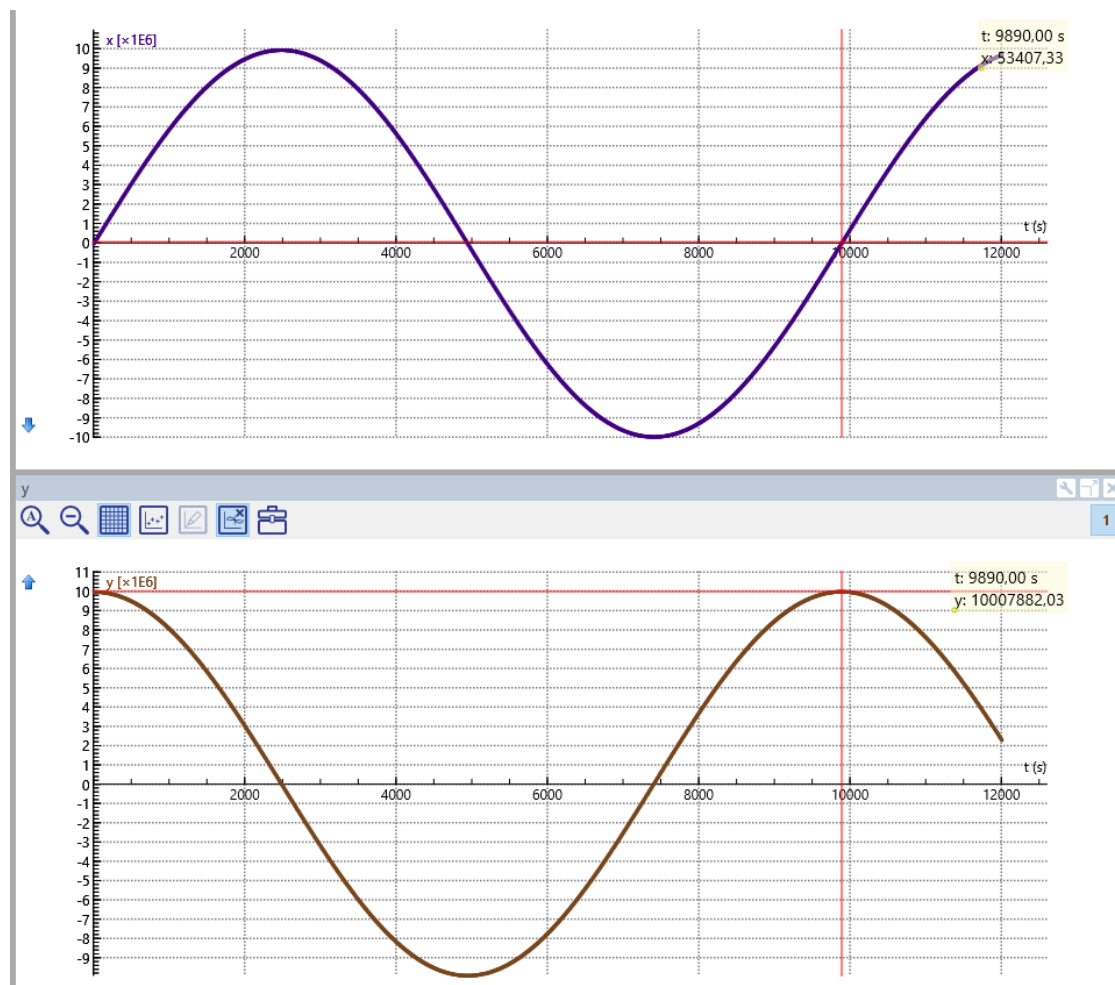
$$\frac{-F_{gy}}{F_g} = \frac{y}{r}$$

$$\text{Dus } F_{gy} = -F_g \cdot \frac{y}{r}$$

Het minteken geeft aan dat F_{gy} naar beneden is gericht.

- c De omlooptijd van de satelliet lees je af in een (x,t) -diagram of een (y,t) -diagram. Gebruik 'uitlezen' om de tijd nauwkeurig te bepalen.

Zie figuur 7.5.



Figuur 7.5

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

Coach geeft aan dat de tijd na een rondje gelijk is aan $9890 \text{ s} = 9,980 \cdot 10^3 \text{ s}$.
Afgerond: $9,9 \cdot 10^3 \text{ s}$.

- d De middelpuntzoekende kracht die op de satelliet werkt, wordt hier geleverd door de gravitatiekracht.

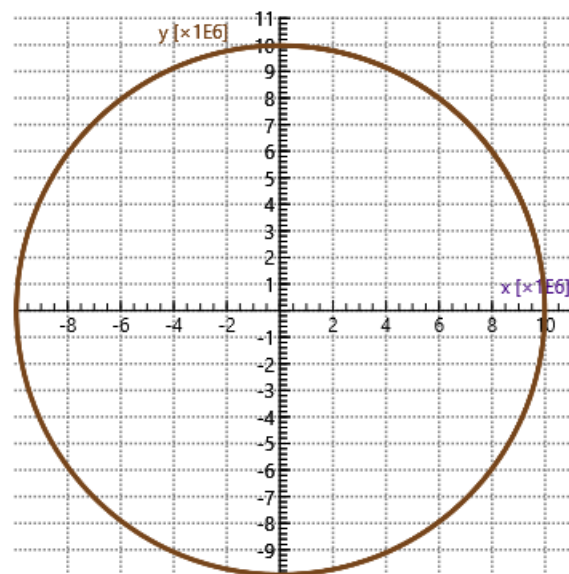
Hieruit leid je af: $v = \sqrt{G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r}}$. Zie antwoord opgave 17b.

De snelheid van de satelliet is dus niet afhankelijk van zijn massa. Bij een twee keer zo zware satelliet zullen dus ook de omlooptijd en de vorm van de cirkelbaan niet veranderen.

- e De baan van de satelliet beoordeel je aan de hand van een (x,y)-diagram.
Klik bij diagraameigenschappen gelijke asverhouding aan.

Bij een massa van $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$ ontstaat figuur 7.6.

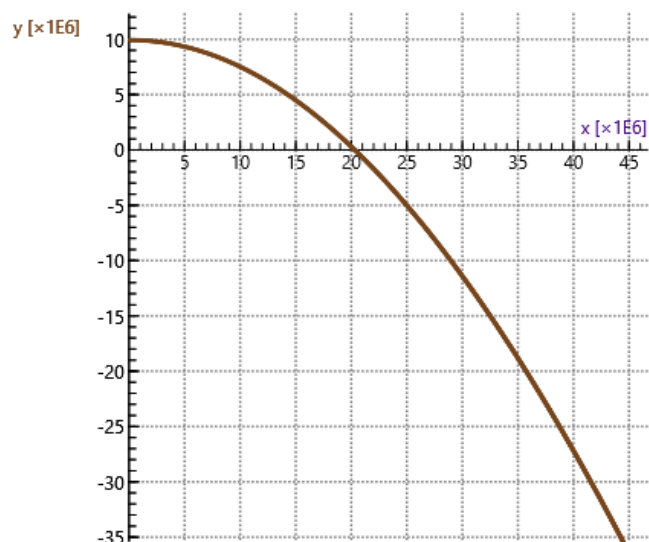
Verander je in het model de massa van de satelliet in $2,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$ en laat je het programma vervolgens opnieuw lopen, dan zie je dat de nieuwe baan precies over de oude heen valt.



Figuur 7.6

- f Verander in het model de snelheid v_x van de satelliet in stappen van $1 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$. Bij een waarde van $9 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$ komt de satelliet buiten de invloed van de aarde. De baan van de satelliet wordt een rechte lijn.

Zie figuur 7.7.



Figuur 7.7

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

Opgave 21

- a De omlooptijd van de aarde rond de zon bereken je met de formule voor de baansnelheid.

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

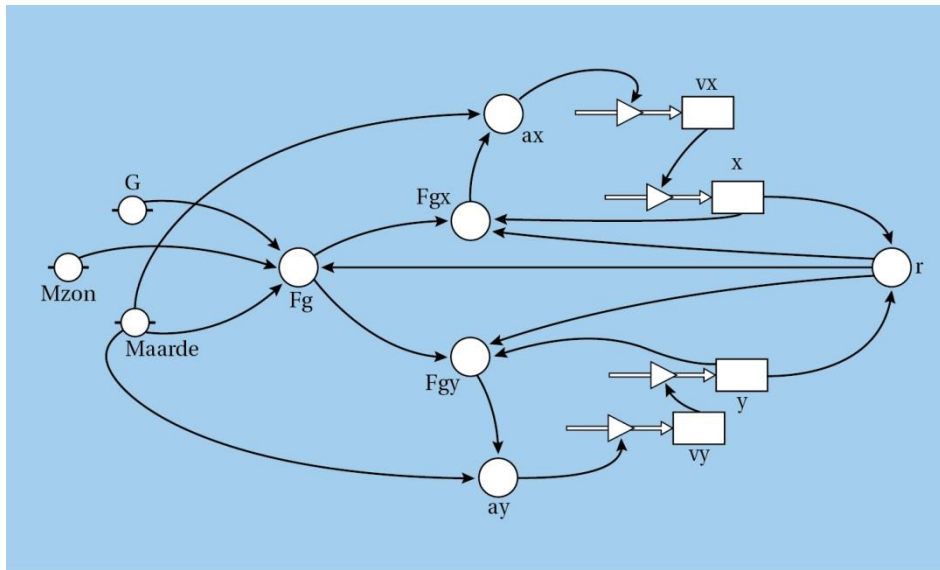
$$r = 0,1496 \cdot 10^{12} \text{ m} \quad (\text{zie BINAS tabel 31})$$

$$T = 1 \text{ jaar} = 3,15 \cdot 10^7 \text{ s} \quad (\text{zie BINAS tabel 5})$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 0,1496 \cdot 10^{12}}{3,15 \cdot 10^7} = 2,984 \cdot 10^4 \text{ ms}^{-1}$$

Afgerond: $2,98 \cdot 10^4 \text{ ms}^{-1}$.

- b Zie figuur 7.8.



Figuur 7.8

- c De waarden volgen uit het antwoord op vraag a en de gegevens in BINAS tabel 31.

De beginwaarde van y is de afstand van de aarde tot de zon en deze is $0,1496 \cdot 10^{12} \text{ m}$.
Zie BINAS tabel 31.

Op dat moment beweegt de aarde in horizontale richting met snelheid v_x .

De waarde voor v_x is de baansnelheid van de aarde rond de zon. Zie antwoord bij a.

- d Om het onderzoek naar de snelheid te kunnen uitvoeren pas je de instellingen van de tijd aan. Maak daarbij gebruik van de omlooptijd en het 10^5 deel van de omlooptijd.

Opgave 22

- a De eenheid van f leid je af met de eenheden van de andere grootheden in de formule.

$$[F] = [f] \cdot \frac{[Q][q]}{[r]^2}$$

$$[F] = \text{N}$$

$$[Q] = \text{C}$$

$$[q] = \text{C}$$

$$[r] = \text{m}$$

$$\text{N} = [f] \cdot \frac{\text{C}^2}{\text{m}^2}$$

$$[f] = \text{Nm}^2 \text{C}^{-2}$$

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

- b De omlooptijd van een elektron rond de kern bereken je met de formule voor de baansnelheid. De baansnelheid bereken je met de formule voor de middelpuntzoekende kracht en de formule voor de coulombkracht.

$$F_{\text{mpz}} = F_c$$

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = f \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}$$

$$m = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$r = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

$$f = 9,0 \cdot 10^9$$

$$Q = q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\frac{9,10 \cdot 10^{-31} \cdot v^2}{5,3 \cdot 10^{-11}} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(5,3 \cdot 10^{-11})^2}$$

$$v = 2,186 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

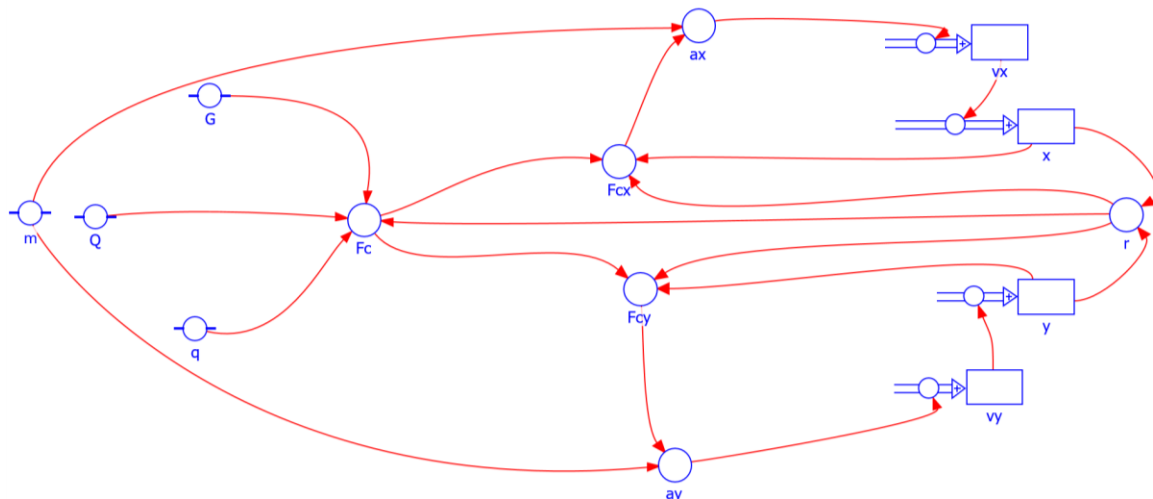
$$2,186 \cdot 10^6 = \frac{2\pi \times 5,3 \cdot 10^{-11}}{T}$$

$$T = 1,52 \cdot 10^{-16} \text{ s}$$

$$\text{Afgerond: } 1,5 \cdot 10^{-16} \text{ s}$$

- c Welke symbolen je in het model moet aanpassen, zie je als je de formules voor de gravitatiekracht en de coulombkracht met elkaar vergelijkt. De formules voor de versnelling a_x en a_y pas je aan nadat je een constante m en relatiepijlen hebt toegevoegd aan het model.

Zie figuur 7.9.



Figuur 7.9

$G = f$ met de waarde $9 \cdot 10^9$

$M_{\text{zon}} = Q$ met waarde $1,6 \cdot 10^{-19}$

$\text{Maarde} = q$ met waarde $1,6 \cdot 10^{-19}$

De erbij behorende formule voor F_c past zich daarop aan.

Voor de versnelling geldt $a = F_{\text{res}}/m$. Daarom is het model aangepast door:

- de relatiepijlen van Q naar a_x en a_y te verwijderen,
- de constante m met waarde $9,1 \cdot 10^{-31}$ toe te voegen met relatiepijlen naar a_x en a_y ,
- de formules voor a_x en a_y aan te passen.

De afstand tussen de ladingen is op $t = 0 \text{ s}$ de waarde voor y .

$$y = 5,3 \cdot 10^{-11}$$

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

- d Om het onderzoek naar de snelheid te kunnen uitvoeren pas je de instellingen van de tijd aan. Maak daarbij gebruik van de omlooptijd en het 10^5 deel van de omlooptijd.

Bij een waarde voor de beginsnelheid v_x van $2,2 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$ is de baan (vrijwel) cirkelvormig.

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

7.5 Afsluiting

Opgave 23

- a De eenheid van de G-Force leid je af met de eenheden van F_{stoel} en F_{zw} .

$$[F] = \text{N}$$

$$\text{Hieruit volgt: } [G\text{-Force}] = \frac{[F_{\text{stoel}}]}{[F_{\text{zw}}]} = \frac{\text{N}}{\text{N}} = 1$$

De G-Force heeft dus geen eenheid.

- b De maximale waarde van de G-Force bereken je met de formule voor de G-Force.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$$F_{\text{zw}} = m \cdot g$$

$$m = 65 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

$$F_{\text{zw}} = 65 \times 9,81 = 6,37 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$G\text{-Force} = \frac{F_{\text{stoel}}}{F_{\text{zw}}}$$

$$F_{\text{stoel}} = 1685 \text{ N} \quad (\text{aflezen maximale waarde in figuur 7.24 van het leerboek})$$

$$G\text{-Force} = \frac{1685}{6,37 \cdot 10^2} = 2,64$$

Afgerond: 2,6.

- c De snelheid van Jo bereken je met de formule voor de baansnelheid.
De omlooptijd bepaal je in figuur 7.24 van het leerboek.

$$4T = 58,2 - 40,7 = 17,5 \text{ s}$$

$$T = 4,375 \text{ s}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$r = 7,9 \text{ m}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 7,9}{4,375} = 11,34 \text{ m s}^{-1}$$

Afgerond: 11 m s^{-1} .

- d De middelpuntzoekende kracht op Jo bereken je met de formule voor de middelpuntzoekende kracht.

$$F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$m = 65 \text{ kg}$$

$$v = 11,34 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{zie vraag c})$$

$$r = 7,9 \text{ m}$$

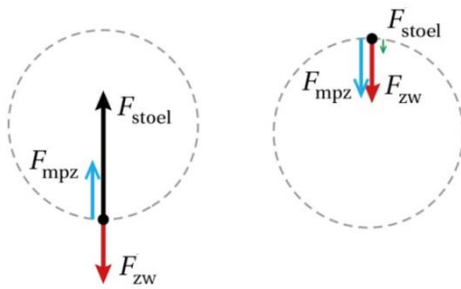
$$F_{\text{mpz}} = \frac{65 \times 11,34^2}{7,9} = 1059 \text{ N}$$

Afgerond: $1,0 \cdot 10^3 \text{ N}$.

- e De middelpuntzoekende kracht op Jo bepaal je met de resulterende kracht van de zwaartekracht en de stoelkracht.

Zie de linker pijl in figuur 7.10a.

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen



Figuur 7.10a

Figuur 7.10b

- f De kracht F_{stoel} bepaal je met de middelpuntzoekende kracht en de zwaartekracht. De middelpuntzoekende kracht volgt uit figuur 7.10a.

Bij een eenparige cirkelbeweging is de middelpuntzoekende kracht op ieder punt van de beweging even groot en naar het midden van de cirkelbaan gericht.

Dus in figuur 7.10b is F_{mpz} even groot als F_{mpz} in figuur 7.10a.

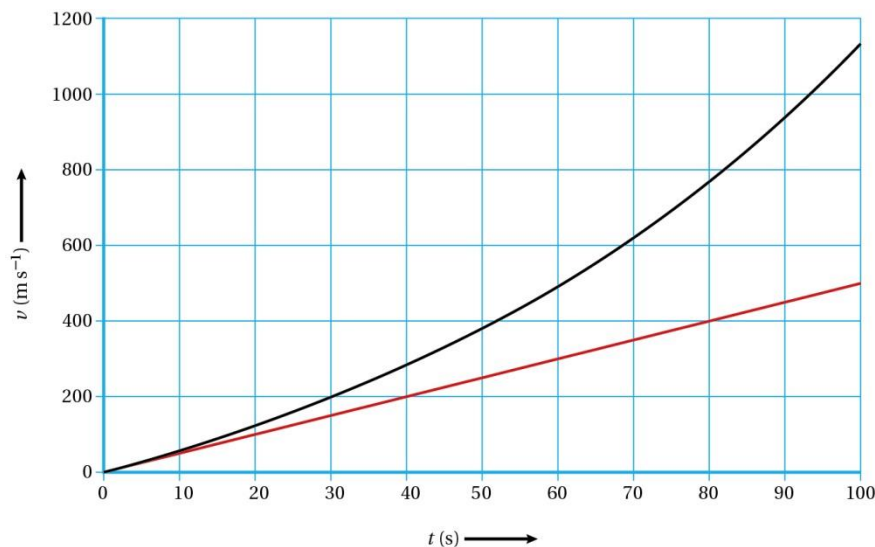
De stoelkracht die in het bovenste punt van de beweging op Jo werkt, is de resulterende kracht van de zwaartekracht en de middelpuntzoekende kracht.

Zie de kleine rechter pijl in figuur 7.10b.

Opgave 24

- a Volgens de derde wet van Newton (actie = -reactie) is de kracht waarmee de verbrandingsgassen naar achteren worden gestoten even groot als en tegengesteld gericht aan de kracht die de gassen naar voren uitoefenen op de raket.
- b De stuwkracht die op de raket werkt, bereken je met de zwaartekracht en de resulterende kracht op de raket.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.
De resulterende kracht op de raket bereken je met de tweede wet van Newton.
De versnelling volgt uit de steilheid van de raaklijn aan de (v,t) -grafiek van figuur 7.26 van het leerboek.

Zie figuur 7.11.



Figuur 7.11

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

$$a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$$

$$a = \frac{500}{100} = 5,0 \text{ ms}^{-2}$$

$$F_{\text{res}} = m \cdot a$$

$$m = 7,14 \cdot 10^5 \text{ kg}$$

$$F_{\text{res}} = 7,14 \cdot 10^5 \times 5,0$$

$$F_{\text{res}} = 3,57 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$F_{\text{zw}} = m \cdot g$$

$$m = 7,14 \cdot 10^5 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$$

$$F_{\text{zw}} = 7,14 \cdot 10^5 \times 9,81 = 7,00 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$F_{\text{res}} = F_{\text{stuw}} - F_{\text{zw}}$$

$$3,57 \cdot 10^6 = F_{\text{stuw}} - 7,00 \cdot 10^6$$

$$F_{\text{stuw}} = 1,057 \cdot 10^7 \text{ N}$$

$$\text{Afgerond: } 1,1 \cdot 10^7 \text{ N.}$$

- c Deze formule leid je af met de formule voor de gravitatiekracht en de formule voor de zwaartekracht.
In de formule voor de gravitatiekracht op aarde gebruik je $r = R$.
In de formule voor de gravitatiekracht op een hoogte h boven de aarde gebruik je $r = R + h$.

$$F_g = G \cdot \frac{m \cdot m_{\text{aarde}}}{r^2}$$

Als de massa m zich op het aardoppervlak bevindt, is $r = R$ en $F_g = F_{\text{zw}} = m \cdot g$.

$$m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot m_{\text{aarde}}}{R^2}$$

$$\text{Hieruit volgt: } g \cdot R^2 = G \cdot m_{\text{aarde}}$$

Als de massa zich op hoogte h boven het aardoppervlak bevindt, geldt $r = R + h$.

$$F_g = G \cdot \frac{m \cdot m_{\text{aarde}}}{(R + h)^2}$$

$$F_g = \frac{m \cdot G \cdot m_{\text{aarde}}}{(R + h)^2} \text{ met } g \cdot R^2 = G \cdot m_{\text{aarde}}$$

$$F_g = \frac{m \cdot g \cdot R^2}{(R + h)^2}$$

$$F_g = m \cdot g \cdot \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

- d De verandering van de luchtweerstandskracht verklaar je met de formule voor de luchtweerstandskracht.

$$F_w = \frac{1}{2} \rho \cdot C_w \cdot A \cdot v^2$$

De wrijvingskracht zal eerst toenemen, doordat de snelheid van de raket toeneemt.

Op grotere hoogte is de dichtheid van de lucht kleiner en neemt de wrijvingskracht weer af.

- e Of de versnelling groter of kleiner is, leg je uit met de gegeven formule.

Bespreek elk van de drie krachten en de massa.

$$a = \frac{F_{\text{stuw}} - F_g - F_w}{m}$$

F_{stuw} is constant.

Vwo 4 Hoofdstuk 7 Uitwerkingen

Op 100 km hoogte is F_g kleiner dan op 40 km hoogte.

Op 100 km hoogte is ook F_w kleiner dan op 40 km hoogte, zie figuur 7.27.

Op 100 km hoogte is de massa van de raket kleiner dan op 40 km hoogte, doordat de raket verbrandingsgassen heeft uitgestoten.

In de formule $a = \frac{F_{\text{stuw}} - F_g - F_w}{m}$ wordt de teller dus groter en de noemer kleiner.

Dus is de versnelling op 100 km hoogte groter dan op 40 km hoogte.